

COLLASSO SFERICO

30 ottobre 2019

Paolo Stumpo, 790358

L'esercizio richiede di studiare il collasso di una sfera omogenea con $M=3$, $R=4$ (dati espressi in I.U.), utilizzando il codice numerico *nbody sh1.c* e poi il codice *treecode*.

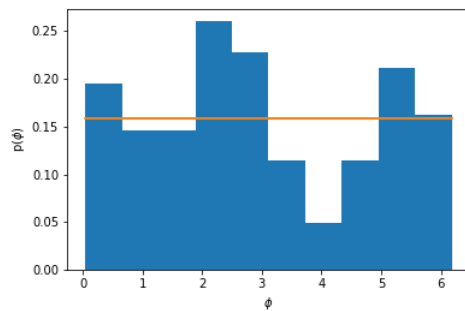
nbody sh1

Condizioni iniziali

Per prima cosa bisogna creare una distribuzione uniforme dei corpi. Per farlo si utilizza il metodo montecarlo, estraendo casualmente dei valori per r , θ e ϕ seguendo le loro densità di probabilità p . Dato il tempo di calcolo del codice, che scala come N^2 , la macchina non riesce a lavorare in tempi ragionevoli con molti corpi. Con questo codice lavoro con $N = 100$.

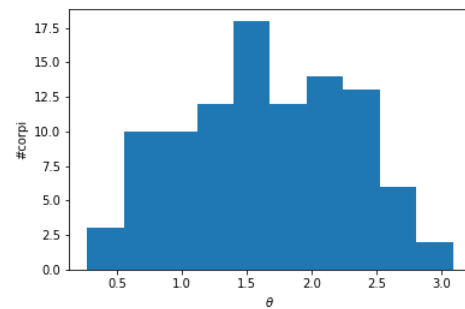
Distribuzione di ϕ

L'angolo ϕ segue una distribuzione uniforme da 0 a 2π . Per dimostrarlo, metto in un istogramma il valore di ϕ che ho estratto per ciascun corpo.



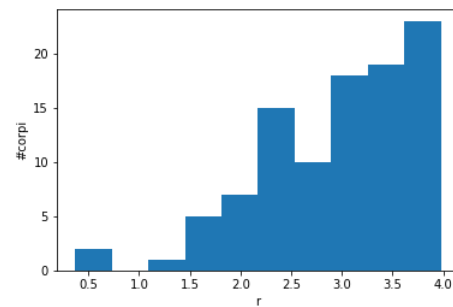
Distribuzione di θ

L'angolo θ invece varia tra 0 e π e non segue una distribuzione uniforme, ma il suo andamento deriva dall'integrale sull'angolo solido ($d\theta \sin\theta$). Anche qui, verifico l'andamento mettendo in un istogramma il valore di θ per ciascun corpo.



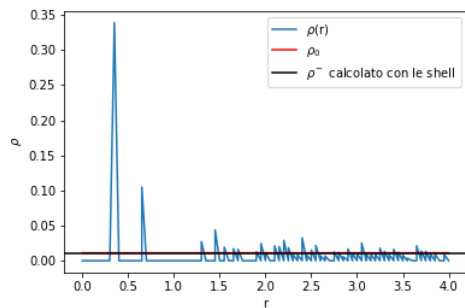
Distribuzione di r

Il raggio segue una distribuzione diversa: $P = (r/R_{max})^3$. Verifico l'andamento come prima:



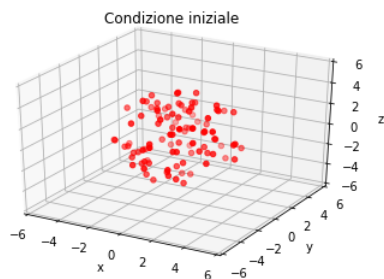
Voglio un'ulteriore conferma che la distribuzione dei raggi così costruita sia corretta. L'andamento deriva dal fatto che la densità di massa è costante in

tutta la sfera. Calcolo quindi la densità di massa tra shell sferiche a varie distanze dal centro e verifico che sia costante. il risultato è mostrato nel seguente grafico ed è conforme con la densità media totale della sfera



Sfera iniziale

Verificati i miei parametri iniziali, grafico tridimensionalmente per avere un'idea della condizione iniziale.



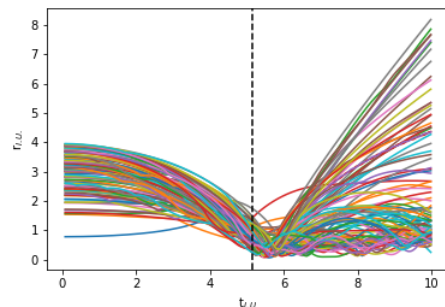
Evoluzione temporale

Il calcolo del t_{collasso} mi restituisce un valore di 5.13 I.U.. Per questo motivo ho deciso di eseguire il codice fino ad un tempo doppio di collasso. I parametri con cui ho scelto di lanciare il programma *nbodysh1* sono: $-d0.03 - e2.5 - o0.06 - t10$.

Verifica andamento temporale

Per verificare che l'evoluzione effettuata dia una situazione conforme alla teoria, posso andare a vedere come varia il raggio dei miei corpi (ovvero, la

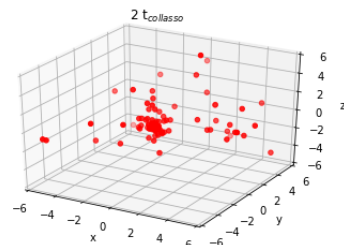
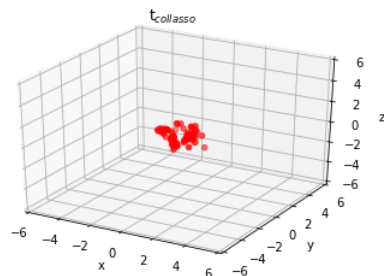
distanza dal centro di massa) in funzione del tempo: devo vedere che a $t=t_{\text{collasso}}$, la distanza è la minima.



Dal grafico vedo che, con buona approssimazione, tutti i corpi sono alla distanza minima dal centro di massa in un intorno del t_{collasso} . Noto poi che oltrepassato questo tempo, il codice fa divergere i corpi.

t_{collasso} e $2t_{\text{collasso}}$

Come ultima cosa, voglio vedere graficamente la situazione creata tramite il codice:



treecode

Grazie a questo codice, che approssima il calcolo della forza agente (attraverso il valore θ che definisce un angolo oltre il quale gli oggetti distanti più di quel valore vengono approssimati come un unico oggetto), posso aumentare il numero di corpi nella mia simulazione. Il tempo di calcolo risulta infatti essere $A*N*\text{Log}(N)$ (A costante ricavata dall'omogeneità della densità con 10000 corpi).

Settaggi del treecode

Per lanciare il programma, ho utilizzato i seguenti parametri:

- $\text{dtime} = 1/10$
- $\text{tstop} = 10$
- $\text{dtout} = 1/10$
- $\theta = 1$ (per tante particelle distribuite omogeneamente in una piccola regione della sfera le masse saranno circa equidistanti. Con questo valore il programma considererà singolarmente i contributi alla forza delle masse più vicine per poi iniziare con l'approssimazione).
- $\epsilon = 0.05$ (1000 corpi), 0.037 (3000), 0.025 (10000), 0.017 (30000) Ho calibrato il valore in funzione delle dell'omogeneità della densità prendendo come riferimento quello per 10000 corpi. Adattandolo agli altri casi con un andamento $\epsilon = A * (1/N)^{1/3}$ ($A=0.54$) Valido anche con un andamento del tipo $1/N$ ma più impreciso.

Condizioni iniziali

Riporto, come prima, i valori della distribuzione r , θ e ϕ e la mia sfera iniziale per il caso di 10000 corpi.

Evoluzione temporale

Anche in questo caso voglio verificare che il t_{collasso} teorico sia seguito anche dalla simulazione teorica. Per farlo grafico nuovamente la distanza del centro di massa dei miei corpi in funzione del tempo

Si vede come questo metodo anche se approssima la forza interagente fra gli oggetti considerevolmente, grazie alla sua velocità di calcolo e quindi alla possibilità di inserire molti più corpi, ha un risultato migliore rispetto al *nbodysh1*

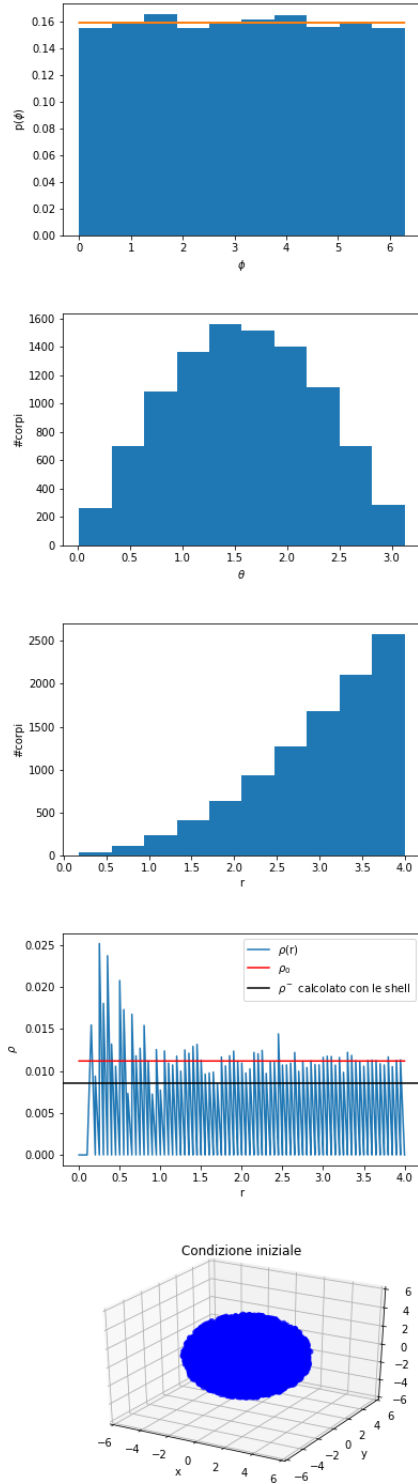


Figura 1: Condizioni iniziali per 10000 corpi Posso notare dai grafici come anche il settaggio della condizione iniziale é migliore rispetto al *nbody*: infatti le distribuzioni dei parametri seguono molto meglio il valore teorico e anche la costanza della densità di massa é meglio verificata (nel *nbody* ho dei picchi molto grandi in certe shell a causa della relativa poca abbondanza di corpi, e dunque della meno uniformità nella loro distribuzione)

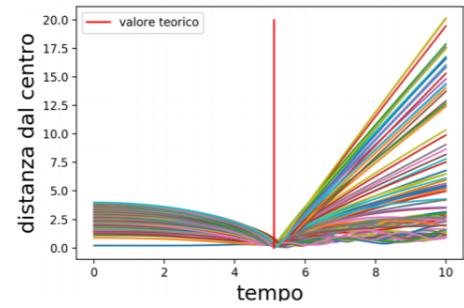


Figura 2: Evoluzione della distanza dal centro in fuazione del tempo per 10000 corpi