

MODELLO DI HERNQUIST

ESERCIZIO 4. Dicembre 2019

Paolo Stumpo, 790358

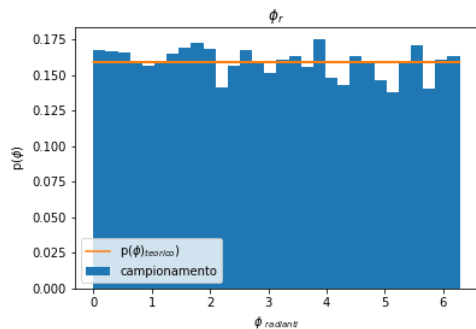
L'esercizio richiede di studiare il comportamento di una composizione stellare che segue il profilo di Hernquist, con al centro un buco nero. Ho inizializzato il problema considerando un oggetto sferico con la massa 1 kg e M del buco nero 0.5 kg, $R = 4$ m con il raggio caratteristico del core $a = 0.1$ m. Ho simulato l'oggetto con una composizione da 10000 corpi.

Condizioni iniziali

Per prima cosa bisogna creare una distribuzione dei corpi. Per farlo utilizzo il metodo montecarlo, estraendo casualmente dei valori per r , θ e ϕ seguendo le loro densità di probabilità p , esattamente come fatto nell'esercizio precedente. L'unica differenza sta nel campionare r , dato che il profilo di densità è diverso rispetto ad una distribuzione di una sfera di plummer.

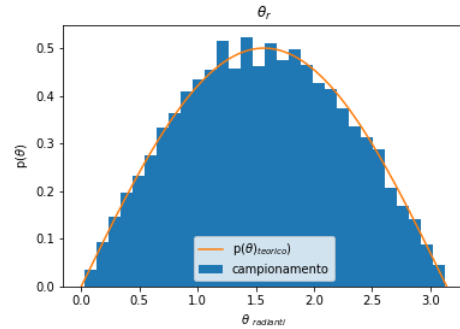
Distribuzione di ϕ

L'angolo ϕ segue una distribuzione uniforme da 0 a 2π . Per dimostrarlo, metto in un istogramma il valore di ϕ che ho estratto per ciascun corpo.



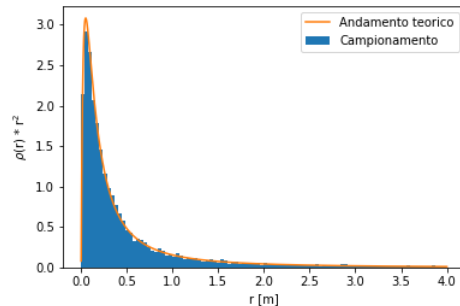
Distribuzione di θ

L'angolo θ invece varia tra 0 e π e non segue una distribuzione uniforme, ma il suo andamento deriva dall'integrale sull'angolo solido ($d\theta \sin\theta$). Anche qui, verifico l'andamento facendo un istogramma:



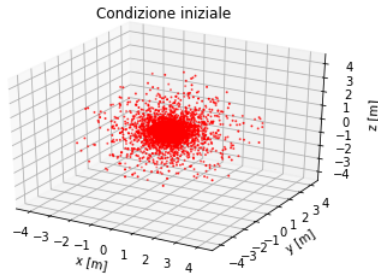
Distribuzione di r

Il raggio segue una distribuzione diversa proporzionale a ρr^2 . Ho eseguito il campionamento attraverso il rejection method del montecarlo e ho ottenuto la seguente distribuzione (noto bene che a raggi maggiori di 1 ho un plateau tendente allo 0 a causa del forte parametro del core $a = 0.1$):



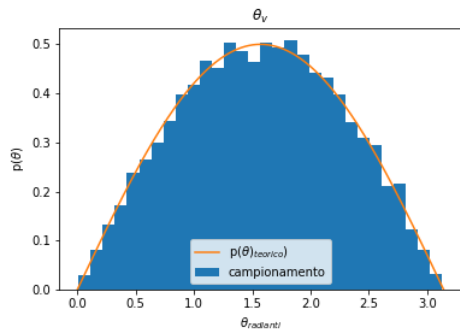
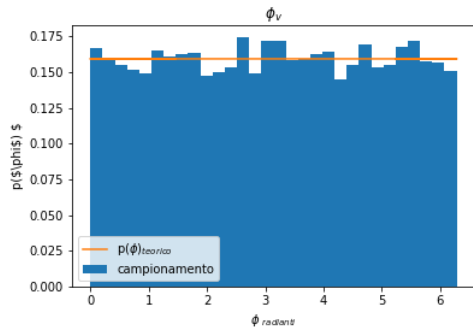
Sfera iniziale

Verificati i miei parametri iniziali, grafico tridimensionalmente per avere un'idea della condizione iniziale.



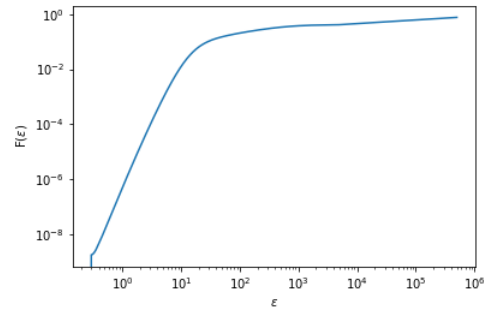
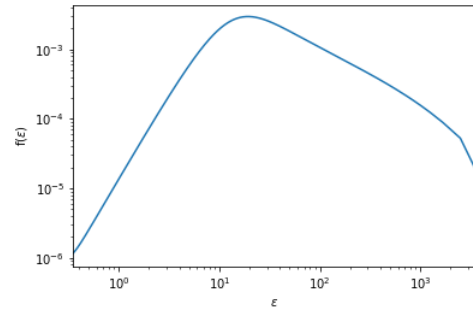
Distribuzioni di θ_v ϕ_v

A differenza della esercizio sul collasso sferico o sulla sfera di plummer, per questo tipo di oggetto devo trovare la velocità iniziale delle mie particelle in modo più complicato. Estraggo dapprima nuovamente θ e ϕ seguendo le loro distribuzioni:

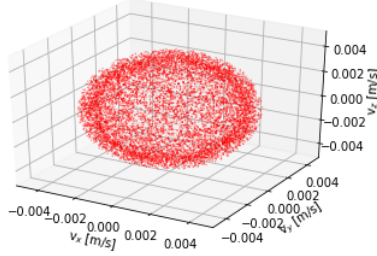


Distribuzione di $|\mathbf{v}|$

Per seguire la distribuzione delle velocità creiamo dei vettori per il raggio e il relativo potenziale, con valore minimo molto più piccolo del raggio scala e valore massimo maggiore di $R=4$ e con un binnaggio notevole. In questo modo posso ricavarli numericamente la $f(\epsilon)$ e di conseguenza la $F(\epsilon)$. Confrontando poi il vettore del potenziale così creato con i potenziali delle mie particelle, posso trovare (dato che ho ordinato manualmente i vettori) il valore di $F(\epsilon)$ corrispondente alla i -esima particella. Da qui, ricavo le velocità. Per avere un'idea, questi sono i corrispondenti grafici di $f(\epsilon)$ e $F(\epsilon)$:



Graficando tridimensionalmente, ottengo le seguenti velocità:



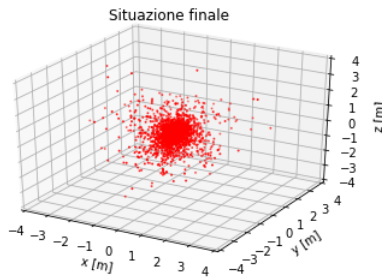
Evoluzione temporale

Ho lanciato il codice treecode tenendo un fattore di softening, ϵ , calcolato come la distanza media tra i corpi nel bulge; t_{stop} l'ho calcolato come circa 5/6 volte il tempo dinamico di una particella sul raggio scala.

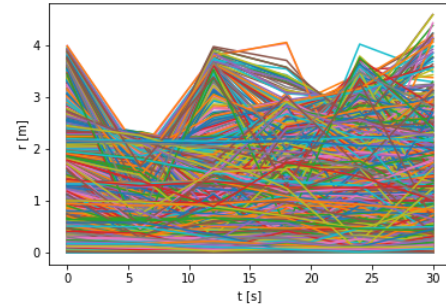
- $\epsilon = 0.17$
- $\text{dt}_{\text{time}} = 0.006$
- $t_{\text{stop}} = 30$
- $\text{dt}_{\text{out}} = 6$
- $\theta = 0.8$

Verifica andamento temporale

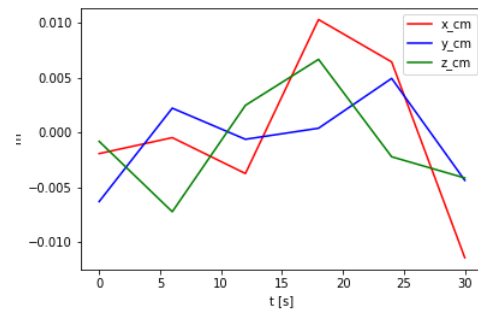
Per verificare che l'evoluzione effettuata dia una situazione conforme alla teoria, posso come prima cosa andare a vedere come è diventato il mio sistema nella mia situazione finale. Grafico quindi le posizioni dei corpi ottenute al termine dell'evoluzione temporale:



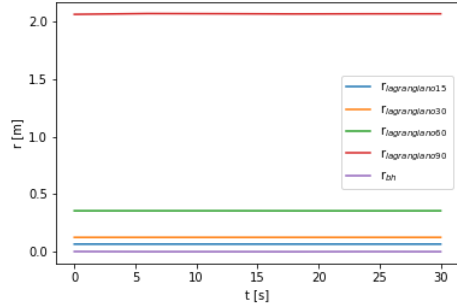
Dal grafico noto immediatamente che la situazione in cui mi trovo non è dissimile da quella di partenza. Posso anche grafico l'evoluzione nel tempo della distanza dal centro di tutte le mie particelle:



Posso vedere a primo impatto come dopo un primo periodo di assestamento che dura circa 1 tempo dinamico, il sistema sembrerebbe stabilizzarsi. Per vedere meglio se il mio modello è corretto, definisco i raggi lagrangiani che contengono il 15, 30, 60 e 90 percento della massa della sfera e vado ad analizzare la loro evoluzione temporale. Prima di fare questo, voglio togliere l'errore dato dal possibile kick iniziale dovuto all'incertezza data sul campionamento delle velocità e delle posizioni. Per fare questo, calcolo il centro di massa e vedo se durante l'evoluzione si sposta:



Il mio sistema non solo subisce un piccolo 'kick', ma fin dall'inizio il centro di massa del campionamento non si trova esattamente nell'origine del sistema di riferimento geometrico (0,0,0). Calcolando volta per volta le mie coordinate secondo il sistema di riferimento del centro di massa, ottengo l'evoluzione dei raggi lagrangiani.



I raggi lagrangiani durante tutto il periodo dell'evoluzione temporale sono pressoché costanti. Posso zommare per comprendere meglio quanto siano costanti (e la distanza dal centro del black hole).

Da questo zoom noto quanto sono stabili i raggi lagrangiani: variano nel corso di 5/6 tempi dinamici di qualche unità, o decina (migliaia solo nel caso di r_{90}) di μm .

Posso anche andare a vedere se la distribuzione finale di r segue l'andamento teorico (figura nella nuova pagina)

Tutti questi grafici riportati mostrano come il sistema all'inizio impiega un tempo dinamico per stabilizzarsi (probabilmente a causa del campionamento sulle velocità effettuato in modo non troppo rigoroso). Questo però solo per le particelle più esterne, più facilmente influenzabili da un errore dovuto al campionamento. Infatti, i raggi lagrangiani, essendo molto più interni (raggio di scala = 0.1 m, la maggior parte delle particelle sono nel core di questo sistema), sono molto stabili; la minor stabilità, seppure dell'ordine dei mm, si ha proprio sul raggio lagrangiano più esterno. A queste condizioni, il sistema segue l'andamento teorico previsto per una galassia ellittica, o alone di materia oscura, descritti dal modello di Hernquist.

