

Graf Diekerta - Teoria Współbierzości

Piotr Świerzy

Zależności

Zależności są napisane w `requirements.txt`. Można je zainstalować automatycznie uruchamiając następujący kod:

```
pip install -r requirements.txt
```

Lub:

```
pip install networkx matplotlib pydot
```

Wymagane jest też zainstalowanie `Graphviz` z następującego [linku](#).

Kod Rozwiązania

Importy

Importujemy wymagane biblioteki

```
import os
import networkx as nx
import matplotlib.pyplot as plt
```

Parsowanie danych z pliku

W `filename` mamy path do pliku `.txt`, w którym dane powinny być przedstawione w następujący sposób:

```
(a) x := x + y
(b) y := y + 2z
(c) x := 3x + z
(d) z := y - z
A = {a,b,c,d}
w = baadcb
```

, gdzie **a**, **b**, **c** ... to transakcje na zmiennych, **A** to alfabet, a **w** to słowo.

```
def read_file(filename):
    with open(filename, "r") as f:
        lines = f.readlines()
```

```

transaction = {}
alphabet = set()
word = ""

for line in lines:
    line = line.strip()

    if line.startswith("A ="):
        letters = line.split("=")[1].strip()[1:-1].split(",")
        for l in letters:
            alphabet.add(l.strip())

    elif line.startswith("w ="):
        word = line.split("=")[1].strip()

transaction_keys = set()

for line in lines:
    if line.startswith("("):
        key = line[1]
        if key in alphabet:
            x = line.split("(")[1].split(":=")[0].strip()
            transaction_keys.add(x)

for line in lines:
    if line.startswith("("):
        key = line[1]
        if key in alphabet:
            expr = line.split("(")[1].split(":=")
            using = set()

            for ch in line.split("(")[1]:
                if ch in transaction_keys:
                    using.add(ch)

            transaction[key] = (expr[0].split()[0], using)

return alphabet, word, transaction

current_dir = os.getcwd()
filename = os.path.join(current_dir, "data/case3.txt")

alphabet, word, transaction = read_file(filename)

```

- `alphabet` to zbiór liter w alfabecie
- `word` to słowo
- `transaction` to mapa: transakcja -> (zmieniana zmienna, set zmiennych używanych)

Przykładowo:

```
print("A = ", alphabet)
print("w = ", word)
print("transactions = ", transaction)

A = {'b', 'a', 'd', 'c'}
w = baadcb
transactions = {'a': ('x', {'y', 'x'}), 'b': ('y', {'z', 'y'}), 'c':
('x', {'z', 'x'}), 'd': ('z', {'z', 'y'})}
```

Wyznaczanie relacji zależności i niezależności

Dla każdej kombinacji dwóch transakcji z alfabetu patrzymy czy zmieniają wykorzystywane przez tą drugą transakcje zmienne. Jeśli tak to dodajemy tą relację do zbioru relacji zależnych **D**. Jeśli nie to do zbioru relacji niezależnych **I**.

```
def create_I_D(alphabet, transaction):
    I = set()
    D = set()

    for a in alphabet:
        for b in alphabet:
            (x, x_set) = transaction[a]
            (y, y_set) = transaction[b]

            if x in y_set or y in x_set:
                D.add((a, b))
            else:
                I.add((a, b))

    return I, D

I, D = create_I_D(alphabet, transaction)

print("I = ", I)
print("D = ", D)

I = {('b', 'c'), ('c', 'b'), ('a', 'd'), ('d', 'a')}
D = {('b', 'a'), ('d', 'd'), ('d', 'b'), ('d', 'c'), ('c', 'd'),
('c', 'a'), ('a', 'b'), ('a', 'c'), ('a', 'a'), ('b', 'd'), ('b',
'b'), ('c', 'c')}
```

Tworzenie grafu Diekerta

Każdy **Node** grafu posiada:

- **no** - numer w słowie
- **value** - transakcja należąca do alfabetu
- **next** - set kolejnych Node'ów

- `layer` - przydatny przy obliczaniu FNF pokazuje, w której warstwie jest ten Node
- `is_connected` - metoda sprawdza czy dwa node'y są już ze sobą połączone
- `add_next` - metoda dodaje node'a do setu `next` i zmienia jego `layer` za pomocą `update_layer`.

```
class Node:
    def __init__(self, no, value):
        self.no = no
        self.value = value
        self.next = set()
        self.layer = 0

    def is_connected(self, no):
        if self.no >= no: return self.no == no

        for node in self.next:
            if node.is_connected(no):
                return True

        return False

    def add_next(self, node):
        self.next.add(node)
        node.update_layer(self.layer + 1)

    def update_layer(self, n):
        if n > self.layer:
            self.layer = n
            for node in self.next:
                node.update_layer(n+1)
```

Graf tworzymy następująco:

- dodajemy po kolei wszystkie Node'y w słowie
- zaczynamy od najkrótszych połączeń (od długości 1 do długości słowa minus 1)
- dla każdego możliwego połączenia o danej długości sprawdzamy czy jest możliwa (czy jest w `D`) i czy jest potrzebna (czy nie są już połączone)
- jeśli jest możliwa i potrzebna to dodajemy połączenie

```
def make_graph(word):
    graph = []
    for i in range(len(word)):
        node = Node(i, word[i])
        graph.append(node)

    for d in range(1, len(word)):
        for i in range(len(word)-d):
            fst_node: Node = graph[i]
            snd_node: Node = graph[i+d]
```

```

        if (fst_node.value, snd_node.value) in D:
            if not fst_node.is_connected(snd_node.no):
                fst_node.add_next(snd_node)

    return graph

graph = make_graph(word)

```

Rysowanie grafu

Rysowanie grafu skierowanego za pomocą funkcji z bibliotek `networkx` i `pydot`.

W `labels` dodajemy jeszcze `layer`, w którym znajduje się dany `Node`.

```

def plot_graph(graph):
    G = nx.DiGraph()

    for node in graph:
        G.add_node(node.no, label=node.value)

    for node in graph:
        for nxt in node.next:
            G.add_edge(node.no, nxt.no)

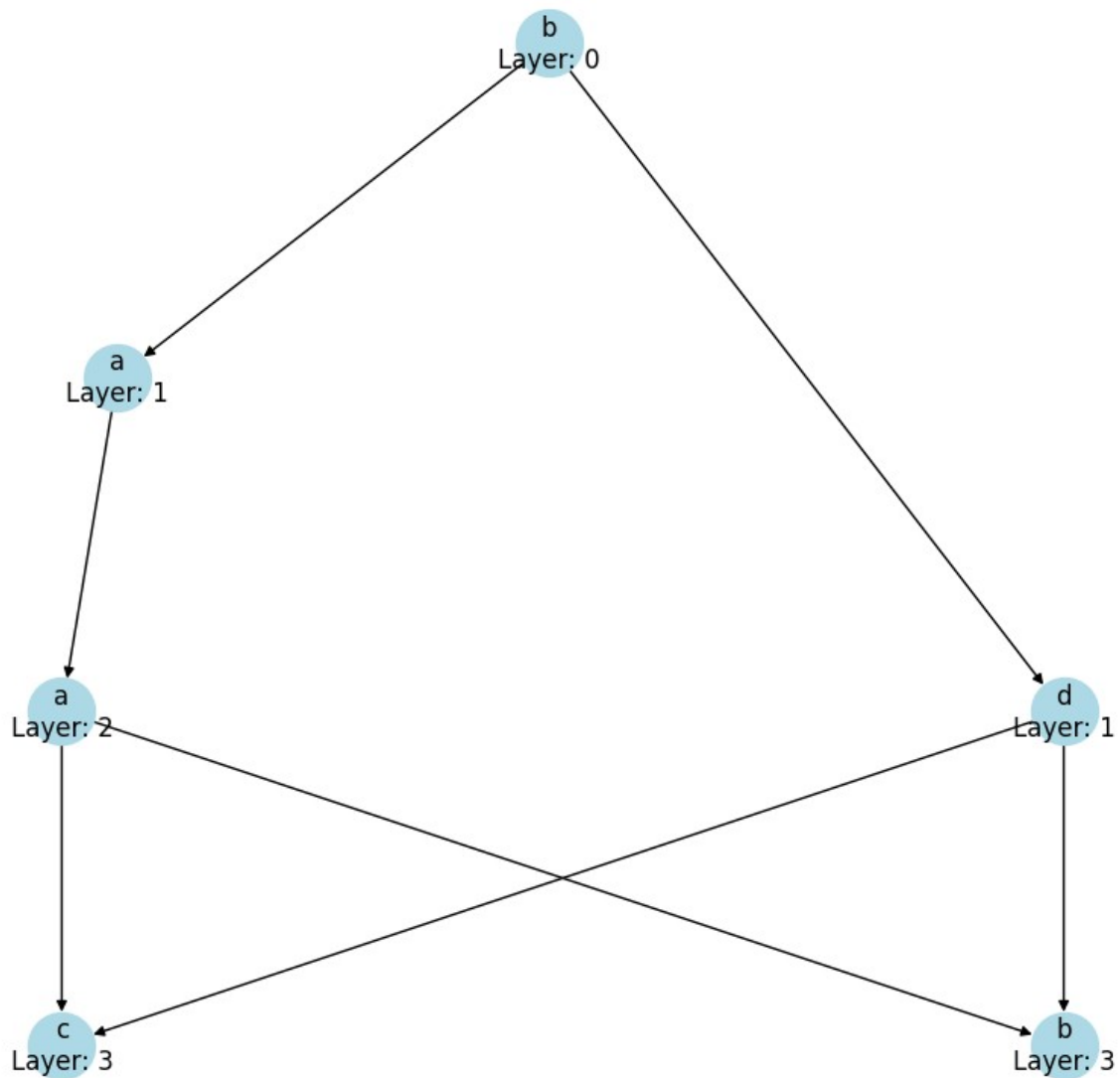
    pos = nx.nx_pydot.graphviz_layout(G, prog='dot')

    plt.figure(figsize=(8,8))
    nx.draw(G, pos, with_labels=False, node_size=1000,
node_color='lightblue')

    labels = {node.no: f"{node.value}\nLayer: {node.layer}" for node
in graph}
    nx.draw_networkx_labels(G, pos, labels)
    plt.show()

plot_graph(graph)

```



Postać Normalna Foaty (FNF)

Dla każdego Node 'a' w grafie patrzymy na `layer` i przypisujemy go do odpowiedniej warstwy, a na koniec wypisujemy odpowiednio je wszystkie.

```
def printFNF(graph, word):  
    no_layers = 0  
    for node in graph:  
        no_layers = max(no_layers, node.layer)  
  
    FNF = [[] for _ in range(no_layers+1)]
```

```

for node in graph:
    FNF[node.layer].append(node.value)

print(f"FNF([word]) = ", end="")
for layer in FNF:
    print("(", end="")
    for a in layer:
        print(a, end="")
    print(")", end="")
print()

printFNF(graph, word)

FNF([baadcb]) = (b)(ad)(a)(cb)

```

Jeszcze dwa przykłady

Pokażę jeszcze jak ten kod działa dla 2 innych przykładów.

Przykład case1.txt

```

filepath="data/case1.txt"

current_dir = os.getcwd()
filename = os.path.join(current_dir, filepath)

alphabet, word, transaction = read_file(filename)
I, D = create_I_D(alphabet, transaction)

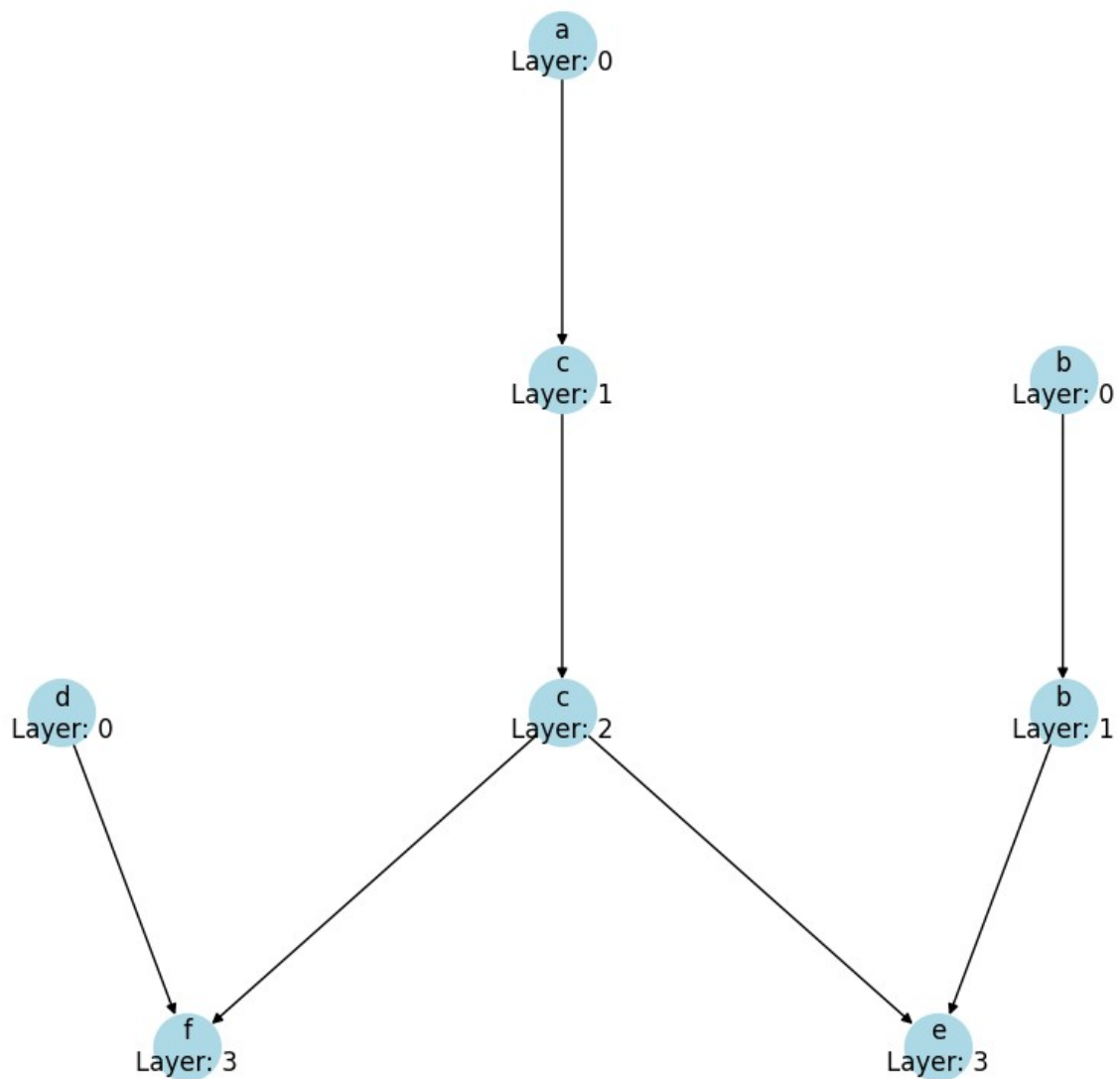
print("I = ", I)
print("D = ", D)

graph = make_graph(word)
plot_graph(graph)

printFNF(graph, word)

I = {('b', 'a'), ('e', 'd'), ('c', 'b'), ('c', 'd'), ('d', 'e'),
      ('d', 'b'), ('d', 'c'), ('e', 'a'), ('d', 'a'), ('b', 'f'), ('a',
      'd'), ('a', 'e'), ('a', 'b'), ('e', 'f'), ('b', 'c'), ('b', 'd'),
      ('f', 'e'), ('f', 'b')}
D = {('e', 'c'), ('f', 'd'), ('e', 'e'), ('e', 'b'), ('c', 'e'),
      ('d', 'd'), ('f', 'a'), ('c', 'a'), ('c', 'c'), ('a', 'f'), ('f',
      'f'), ('c', 'f'), ('d', 'f'), ('a', 'c'), ('a', 'a'), ('b', 'e'),
      ('b', 'b'), ('f', 'c')}

```



`FNF([acdcfbbe]) = (adb)(cb)(c)(fe)`

Przykład case2.txt

```
current_dir = os.getcwd()
filename = os.path.join(current_dir, "data/case2.txt")

alphabet, word, transaction = read_file(filename)
I, D = create_I_D(alphabet, transaction)

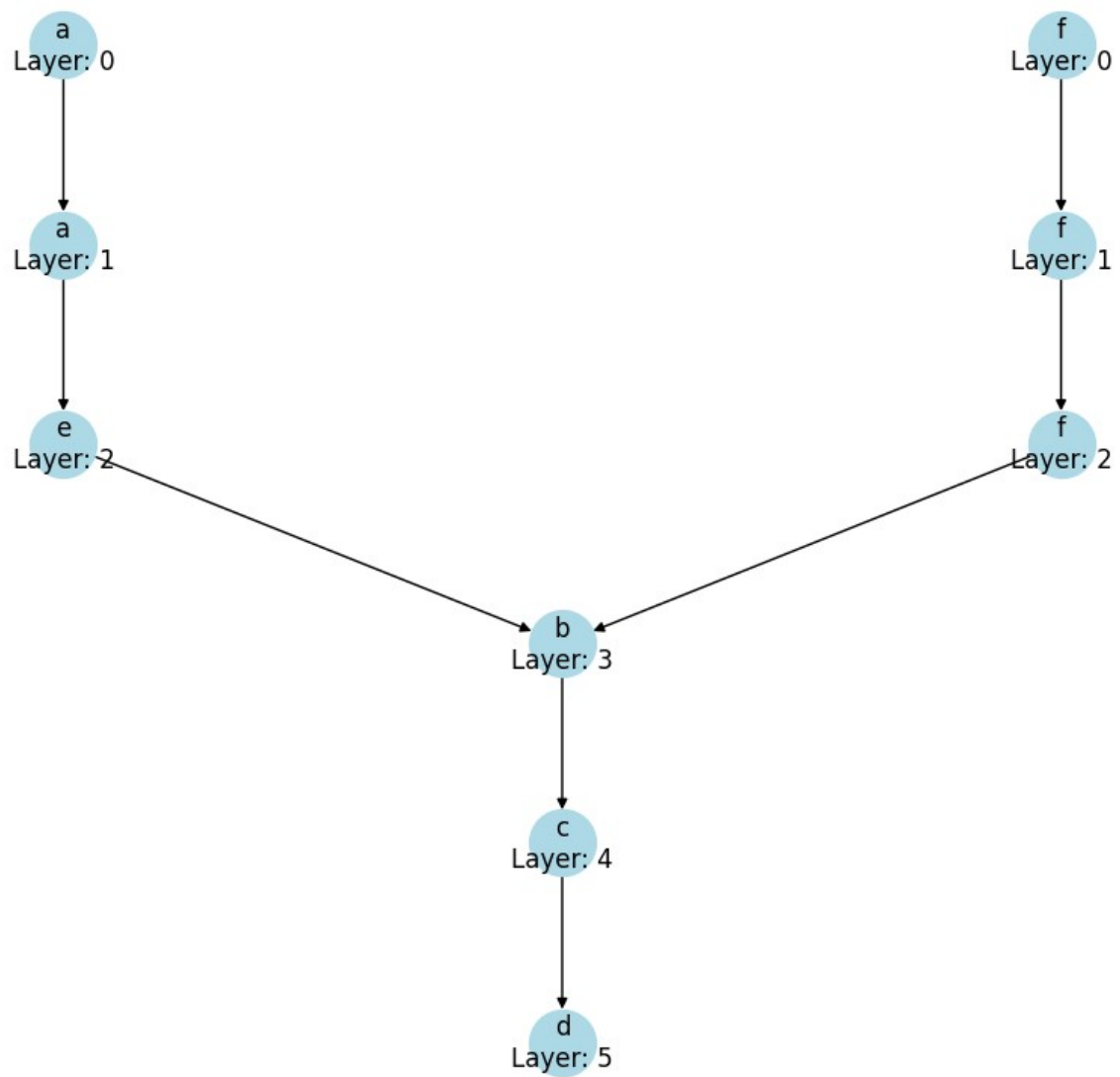
print("I = ", I)
print("D = ", D)
```



```
graph = make_graph(word)
plot_graph(graph)
```

```
printFNF(graph, word)
```

```
I = {('f', 'e'), ('e', 'f'), ('a', 'f'), ('f', 'a')}
D = {('d', 'c'), ('e', 'd'), ('c', 'e'), ('e', 'a'), ('a', 'b'),
      ('c', 'f'), ('b', 'e'), ('e', 'c'), ('f', 'd'), ('c', 'b'), ('d',
      'e'), ('b', 'f'), ('a', 'd'), ('d', 'f'), ('a', 'a'), ('b', 'b'),
      ('f', 'c'), ('c', 'd'), ('e', 'e'), ('d', 'b'), ('c', 'a'), ('a',
      'c'), ('b', 'd'), ('c', 'c'), ('b', 'a'), ('d', 'd'), ('e', 'b'),
      ('d', 'a'), ('a', 'e'), ('f', 'f'), ('b', 'c'), ('f', 'b')}
```



$\text{FNF}([\text{afaeffbcd}]) = (\text{af})(\text{af})(\text{ef})(\text{b})(\text{c})(\text{d})$