Resolución

1.

Obtenemos la función de verosimilitud:

$$L(\alpha) = \alpha^n \cdot \prod_1^n (1 + x_i)^{1-\alpha}$$

Empleo la función de log-verosimilitud:

$$l(\alpha) = ln[\alpha^n \cdot \prod_1^n (1 + x_i)^{1-\alpha}] =$$

$$n \ln(\alpha) + (1 - \alpha) \sum_1^n [\ln(1 + x_i)]$$

Localizamos el máximo de dicha función (máxima verosimilitud)

$$l'(\alpha) = \frac{n}{\alpha} - 1 \cdot \sum_1^n [\ln(1 + x_i)] =$$

sustituyendo por nuestra muestra:

$$= \frac{10}{\alpha} - 3,6$$

$$\frac{10}{\alpha} - 3,6 = 0$$

$$\alpha = 2,78$$

$$l''(\alpha) = -\frac{10}{\alpha^2}; \quad \text{signo -}$$

Encontramos un máximo en $\alpha = 2,78$, por lo que $\hat{\alpha} = 2,78$

2.

Extraemos la cantidad de información que proporciona la muestra:

$$I(\alpha) = -(l''(\alpha)) = \frac{10}{\alpha^2}$$

Calculamos la Varianza:

$$Var(\alpha) = \frac{1}{I(\alpha)} = \frac{\alpha^2}{10}$$

por lo tanto:

$$\sigma_{\hat{\alpha}} = \sqrt{\frac{\alpha^2}{10}} = \frac{\alpha}{\sqrt{10}}$$