НИУ ВШЭ, ОП «Психология»

Курс «Математические и статистические методы в психологии», 2020

Learning outcomes №1

1. Уметь считать количество сочетаний из выборки (количество способов выбрать несколько объектов из выборки) при условии, что порядок важен / не важен.

2. Знать, что такое классический подход к вероятности (отношение количества благоприятствующих исходов ко всем возможным исходам). Когда можно применять такой подход? Случай равновероятных исходов.

3. Что отражает вероятность пересечения событий ($P(A \cap B)$)?

4. Что такое условная вероятность ($P(A|B)$)? Чем условная вероятность отличается от вероятности пересечения? Уметь по условию задачи (содержательной формулировке) различить вероятность пересечения и условную вероятность. К примеру, «в нашей выборке 20% – это девушки, предпочитающие фисташковое мороженое», можно записать как вероятность перечения событий «случайно выбранный человек – девушка», «случайно выбранный человек предпочитает фисташковое мороженое». Пространство элементарных исходов – вся наша выборка, включающая как девушек, так и юношей, как любителей фисташкого мороженого, так и предпочитающих мороженое другого вкуса (клубничное, вишневое и т.д.). Рассмотрим другую формулировку «среди девушек 40% предпочитают фисташковое мороженое». В этом случае речь уже идет об условной вероятности (предпочение фисташкового мороженого при условии того, что случайно выбранный человек – девушка). То есть, только девушки в этом случае, а не вся выборка, составляют пространство элементарных исходов (мы не учитываем юношей при расчете соответствующей условной вероятности). Аналогично: для формулировки «40% девушек предпочитают фисташковое мороженое» – условная вероятность.

5. Знать условия независимости событий и уметь ими пользоваться для проверки независимости. Можно выразить либо как $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, либо $P(A|B) = P(A)$. Аналогично, при условии независимости также верно $P(B|A) = P(B)$.

6. Что показывает совместное распределение случайных величин? Что расположено в каждой ячейке таблицы совместного распределения? Уметь выводить маргинальное распределение из балицы совместного распределения.

7. Какая система событий называется полной?

8. Уметь применять формулу полной вероятности.

9. Формула Байеса: как ее получить из классической формулы условной вероятности. Задача переоценки вероятности при получении дополнительной информации. Априорная (исходная вероятность, данная в условии задания) и апостериорная вероятность (после переоценивания).

10. Что называется схемой испытаний Бернулли? Биномиальное распределение. Объясните, откуда берется формула для расчета вероятности того, что сл. в., имеющая биномиальное распределение, примет конкретное значение. Для этого ответьте на следующие два вопроса. Как рассчитать вероятность определенной комбинации «успехов» и «неуспехов»? Что содержательно означает биномиальный коэффициент в формуле?

11. Уметь вычислить числовые характеристики для дискретных сл.в., в частности, на основе таблицы совместного распределения.

    (a) математическое ожидание EX. Это сумма взвешенных значений сл.в. В качестве «веса» выступает вероятность того, что сл.в. принимает определенное значение.

    (b) вариация (удобная формула для расчетов: $E(X^2) - (EX)^2$)). Стандартное отклонение – корень из вариации. Необходимо, чтобы привестик исходным единицам измерения (вариация измеряется в единицах в квадрате).

(c) ковариация – совместная изменчивость. ($Cov(X,Y) = EXY - EXEY$) В качестве промежуточного шага для расчета ковариации необходимо уметь строить ряд распределения для сл.в. «произведение исходных сл.в.» $X \cdot Y$.

По значению ковариации можно определить направление взаимосвязи: положительная или отрицательная. При этом о силе взаимосвязи ковариация не говорит.

(d) корреляция - мера ЛИНЕЙНОЙ взаимосвязи. $Cor(X,Y) = \dfrac{Cov(X,Y)}{\sigma X \cdot \sigma Y}$ По корреляции можно определить как направление, так и силу взаимосвязи.

12. Свойства числовых характеристик.

(a) $E(k) = k$ (k – константа)

(b) $E(kX) = kEX$ (k – константа)

(c) $E(X+Y) = EX + EY$

(d) $Var(k) = 0$ (k – константа)

(e) $Var(kX) = k^2EX$ (k – константа)

(f) $Var(X+Y) = VarX + VarY + 2Cov(X,Y)$

(g) Только для НЕЗАВИСИМЫХ СЛ.В.: $EXY = EXEY$

(h) $Cov(kX, hY) = khCov(X,Y)$

(i) $Cov(X+Y, Z) = Cov(X,Z) + Cov(Y,Z)$