## Spacetime programming

### A Synchronous Language for Constraint Search

Soutenance de thèse

#### Pierre Talbot

(talbot@ircam.fr)

dirigée par Carlos Agon et encadrée par Philippe Esling

Institut de Recherche et Coordination Acoustique/Musique (IRCAM)
Sorbonne Université

6 juin 2018







### Programmation par contraintes

### "Holy grail of computing"

- Paradigme déclaratif pour résoudre des problèmes combinatoires.
- On déclare le problème et l'ordinateur le résout automatiquement pour nous.







### Un exemple de problème de contraintes

Pour une série de 12 notes, chaque note et tout intervalle entre deux notes successives doit être distincts.



## Un exemple de problème de contraintes

Pour une série de 12 notes, chaque note et tout intervalle entre deux notes successives doit être distincts.



- On donne juste les relations entre les données qui nous intéressent.
- Mais on ne dit pas comment on arrive à la solution.

### Modélisation des séries tous intervalles

Pour une série de 12 notes, chaque note et tout intervalle entre deux notes successives doit être distincts.

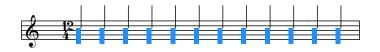


#### Modèle en MiniZinc :

#### Comment marche un solveur de contraintes?

### Nature NP-complete

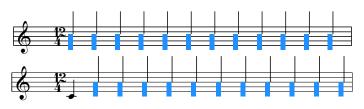
- Essayer toutes les combinaisons jusqu'à ce qu'on trouve une solution.
- ▶ Algorithme de *backtracking* construisant un arbre d'exploration.



### Comment marche un solveur de contraintes?

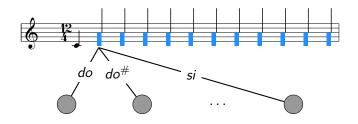
### Nature NP-complete

- Essayer toutes les combinaisons jusqu'à ce qu'on trouve une solution.
- ▶ Algorithme de *backtracking* construisant un arbre d'exploration.

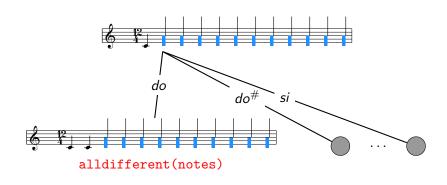


. .

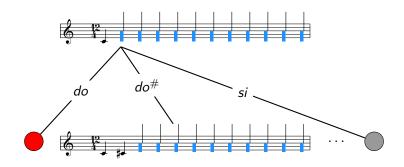
# Arbre d'exploration (étape 1)



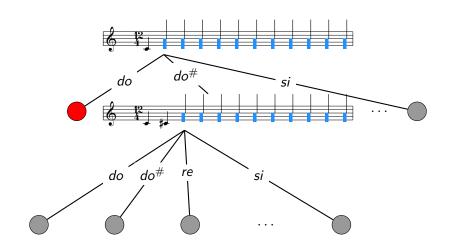
## Arbre d'exploration (étape 2)



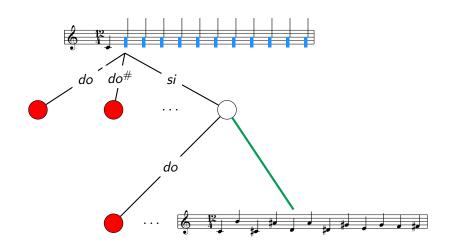
# Arbre d'exploration (étape 3)



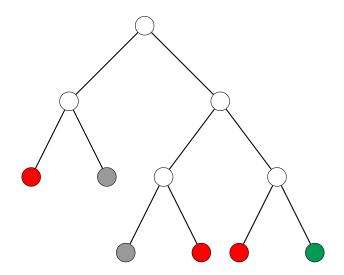
# Arbre d'exploration (étape 4)



# Arbre d'exploration (étape 5)



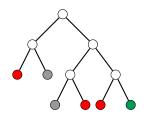
## Représentation abstraite d'un arbre d'exploration



## Problématique de ma thèse

### Holy grail?

- L'arbre d'exploration est souvent trop grand pour trouver une solution en un temps raisonnable.
- Stratégies d'exploration indispensables afin d'être efficace.
- Les stratégies sont dépendantes du problème : évaluation empirique.



## Deux approches existantes

- 1. Langages (Prolog, MiniZinc,...) : Représentation lisible et compacte d'un problème mais choix de stratégies pré-définies limité.
- Bibliothèques (Choco, GeCode,...): Hautement paramétrables et efficaces mais les solveurs sont très complexes, donc difficiles à étendre.
- En plus, composer des stratégies est impossible ou difficile dans les deux cas.

On manque d'abstractions pour définir, composer et étendre des stratégies d'exploration.

## Approche de ma thèse

Proposition : spacetime programming.

 $\mathsf{SP} = \mathsf{programmation} \ \mathsf{par} \ \mathsf{contraintes} + \mathsf{programmation} \ \mathsf{synchrone}.$ 

### Aspects synchrones idéaux pour composer des stratégies

- Stratégie = processus qui explore un arbre. On compose deux stratégies comme on compose deux processus.
- ▶ **Notion de temps logique** pour synchroniser les différentes stratégies sur l'exploration de l'arbre.

### Plan

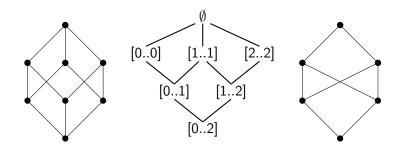
- ▶ Hiérarchie de treillis pour la résolution de contraintes
- ► Spacetime programming
  - ► Modèle d'exécution et syntaxe
  - ► Exemple de composition de stratégies
  - ► Notion d'univers
- ▶ Conclusion

## Quelques définitions

#### **Treillis**

Soit un ordre partiel  $\langle L, \leq \rangle$ , L est un treillis si :

- Pour tout élément  $x, y \in L$ , il existe une borne inférieure et une borne supérieure de x et y dans L.
- Il est borné s'il y a une borne inférieure/supérieure de tous les éléments, notée ⊥ et ⊤.



## Vue algébrique des treillis

Un treillis peut être vu comme un système d'information et une structure algébrique  $\langle S, \models, \sqcup, \sqcap, \bot, \top \rangle$  où

- $\triangleright$   $x \models y$  est l'ordre voulant dire "on peut déduire y de x".
- $\triangleright x \sqcup y$  est appelé "join" et est la borne supérieure de x et y.
- $\triangleright x \sqcap y$  est appelé "meet" et est la borne inférieure de x et y.
- ▶ ⊥ représente l'absence d'information.
- ▶ ⊤ représente toute l'information.

### Exemples avec le treillis des intervalles

- ightharpoonup [0..0]  $\models$  [0..2]
- ▶  $[0..0] \sqcup [1..1] = \top$
- ightharpoonup [1..1]  $\sqcap$  [2..2] = [1..2]

### Hiérarchie de treillis

Les solveurs de contraintes travaillent sur une structure hiérarchique.

Niveau	Entité
$L_0$	Valeur
$L_1$	Domaine
$L_2$	Collection de variables
$L_3$	CSP
$L_4$	Arbre d'exploration
$L_5$	Collection d'arbres
<u>L</u> *	Sélection d'algorithmes

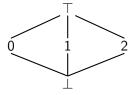
Chaque niveau est un treillis  $L_i$  dérivant de l'ensemble des parties du treillis  $L_{i-1}$ .

# Valeur (L0)

### Treillis plat

$$L_0 = \{\top\} \oplus \{0,1,2\} \oplus \{\bot\}$$



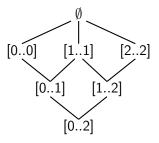


## Domaine (L1)

### Exemple de treillis L<sub>1</sub>

$$L_1 = \{\top\} \cup \{(I, u) \in S \times S \mid I \leq_S u\}$$



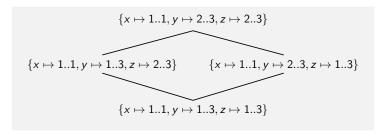


## Collection de variables (L2)

#### Treillis L<sub>2</sub>

$$L_2 = \{ S \in \mathcal{P}(Loc \times L_1) \mid \forall x, y \in S.loc(x) = loc(y) \Rightarrow x = y \}$$





## Problème de satisfaction de contraintes (L3)

#### Treillis L<sub>3</sub>

 $L_3 = L_2 \times \mathcal{P}(C)$  où C est l'ensemble de toutes les contraintes.

Exemple :  $\langle \{x \mapsto 1..1, y \mapsto 1..3, z \mapsto 1..3\}, \{x \neq y, x \neq z\} \rangle$ 

$$(\{x \mapsto 1..1, y \mapsto 2..3, z \mapsto 2..3\}, C)$$

$$(\{x \mapsto 1..1, y \mapsto 1..3, z \mapsto 2..3\}, C) \quad (\{x \mapsto 1..1, y \mapsto 2..3, z \mapsto 1..3\}, C)$$

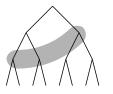
$$(\{x \mapsto 1..1, y \mapsto 1..3, z \mapsto 1..3\}, C)$$

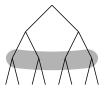
## Résolution : Arbre d'exploration (L4)

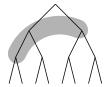
#### Treillis anti-chaine $L_4$

$$L_4 = \{ Q \in \mathcal{P}(L_3) \mid \forall a, b \in Q.a \models_3 b \Rightarrow a = b \}$$

On représente un arbre dans  $L_4$  par ses nœuds à la frontière de l'arbre, on "oublie" ses nœuds intérieurs.







# Résolution : Collection d'arbres (L5)

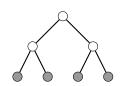
#### Treillis L<sub>5</sub>

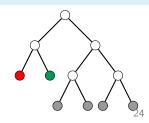
$$L_5 = \mathcal{P}(L_4)$$

### Iterative deepening search (IDS), Korf 85'

- Combine les avantages du DFS et de BFS.
- On explore d'abord l'arbre à profondeur fixée N, et puis on recommence avec N+1 jusqu'à ce qu'on trouve une solution.







#### Hiérarchie de treillis

### Structure homogène comprenant modélisation et résolution.

- ightharpoonup Dérivation successive d'un ensemble de base S (e.g.  $\mathbb N$ ) :
  - $L_0 = \{\top\} \oplus S \oplus \{\bot\}.$
  - Intuitivement, on a (plus ou moins)  $L_i \subseteq \mathcal{P}(L_{i-1})$ .

Niveau	Entité	Exemple
$L_0$	Valeur	Variable logique
$L_1$	Domaine	Ensemble d'intervalles, "bit array"
$L_2$	Collection de variables	Tableau de variables
$L_3$	CSP	MiniZinc, CHR
$L_4$	Arbre d'exploration	Prolog, Oz
$L_5$	Collection d'arbres	"Search combinators"
$L_n$	Sélection d'algorithmes	EPS, sunny-cp2

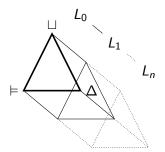
## Connexion algorithmes et langages

### Programmation concurrente par contraintes (CCP)

 $\langle L_3, \models, \sqcup \rangle$  issu de CCP (Saraswat 90') où

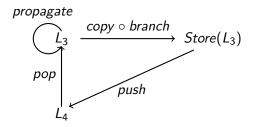
- ▶ |= permet de demander de l'information (condition).
- ▶ ☐ permet d'ajouter de l'information.

On utilise l'opérateur  $\Delta$ , une variante de  $\sqcap$ , pour *backtracker*. Trois opérateurs pour chaque niveau de la hiérarchie.



## Stratégie d'empilage

Algorithme standard de résolution de contraintes :



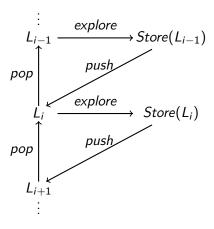
#### Traverser les niveaux de la hiérarchie

Une stratégie d'empilage est une paire (push, pop) telle que :

$$\begin{array}{ll} \textit{push}: \textit{L}_i \times \mathcal{P}(\textit{L}_{i-1}) \rightarrow \textit{L}_i & \textit{pop}: \textit{L}_i \rightarrow \textit{L}_i \times \textit{L}_{i-1} \\ \textit{push}(\textit{q}, \textit{s}) \mapsto \textit{q} \sqcup_i \textit{s} & \textit{pop}(\textit{q}) \mapsto (\textit{q} \Delta_i \{\textit{v}\}, \textit{v}) \end{array}$$

## Stratégie d'exploration abstraite

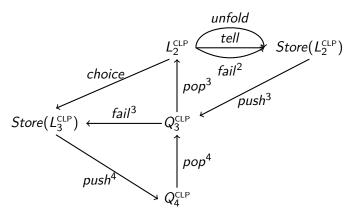
En utilisant plusieurs stratégies d'empilage, on peut définir un **algorithme** sur plusieurs niveaux.



## Sémantique basé sur la hiérarchie de treillis

La hiérarchie permet également de définir la **sémantique** des langages par contraintes.

Sémantique de la programmation logique par contraintes sous forme de diagramme :



#### Résumé

- Proposition d'une formalisation hiérarchique des solveurs de contraintes.
- Connexion entre algorithmes et sémantique des langages de programmation par contraintes avec les opérateurs algébriques.

Spacetime programming est basé sur cette hiérarchie.

### Plan

- ▶ Hiérarchie de treillis pour la résolution de contraintes
- ► Spacetime programming
  - ► Modèle d'exécution et syntaxe
  - ► Exemple de composition de stratégies
  - ► Notion d'univers
- ▶ Conclusion

## Spacetime programming

- ▶ **Objectif pratique** : Un langage pour définir et composer des stratégies d'exploration.
- Objectif langage : Explorer un paradigme qui combine les contraintes et la programmation synchrone.

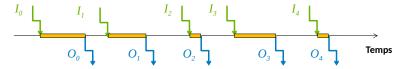
### Apports d'un nouveau paradigme?

- Étude du temps logique comme outil de synchronisation des stratégies d'exploration.
- Étude d'un cadre commun aux langages avec contraintes.

## Paradigme synchrone

- ▶ Inventé dans les années 80' pour gérer les systèmes qui :
  - ► Réagissent à de nombreuses entrées simultanées.
  - ▶ Sont en interaction continue avec l'environnement.

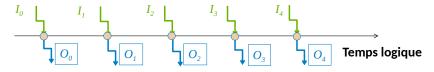
#### Division de l'exécution en instants logiques :



## Paradigme synchrone

- Inventé dans les années 80' pour gérer les systèmes qui :
  - Réagissent à de nombreuses entrées simultanées.
  - ▶ Sont en interaction continue avec l'environnement.

#### Hypothèse synchrone : Un instant ne prend pas de temps :



- Forte garantie de **déterminisme** malgré la notion de **concurrence**.
- Une entrée n'a qu'une sortie possible.

## Un langage synchrone: Esterel (Berry et al., 92')

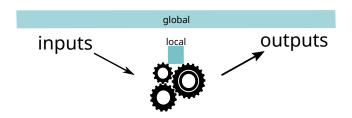
- "ABRO est le Fibonacci de Esterel".
- Variante ABO : Émet O dès que A et B sont arrivés, en plus on compte les émissions de O.

```
module ABO :
  input A, B;
  output O := 0 : integer;
loop
   [ await A || await B ];
  emit O(pre(?O) + 1);
  pause;
  end loop
end module
```

#### Modèle d'exécution synchrone

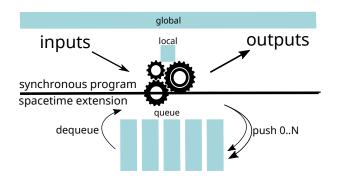
#### Temps logique

- Notion de temps logique pour coordonner les processus.
- À chaque instant, tous les processus sont exécutés simultanément et puis s'attendent jusqu'à ce qu'ils atteignent tous une "barrière" (une unité de temps s'est écoulée).



## Modèle d'exécution de spacetime

- L'arbre d'exploration est représenté sous forme de file de nœuds.
- On extrait un nœud par instant qui est donné en entrée au programme.
- À chaque instant, de nouveaux nœuds sont ajoutés dans la file.



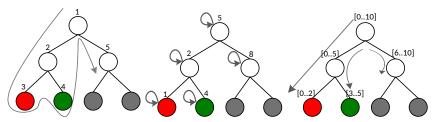
#### Attributs spacetime

#### Problème

Comment différencier les variables dans l'état interne/global et celles dans la file ?

Utilisation d'un attribut pour situer une variable dans l'espace et le temps.

- single\_space : variable globale à l'arbre d'exploration.
- single\_time : variable locale à un instant.
- world\_line : variable backtrackable dans la file de nœuds.



## Spacetime programming: Syntaxe

```
\langle p, q, \ldots \rangle ::=
                                     fragment CCP (L_3 et en-dessous)
      spacetime Type x = e
                                                  (déclaration de variable)
      when x \mid = y then p else q end
                                                                     (ask)
                                                                     (tell)
      x <- e
      f(args)
                                                       (appel de fonction)
                                                    fragment synchrone
       par p \mid \mid q end
                                        (composition parallèle disjonctive)
                                       (composition parallèle conjonctive)
       par p \iff q end
                                                (composition séquentielle)
       p; q
                                                           (boucle infinie)
       loop p end
                                                                   (délai)
       pause
                                      fragment arbre d'exploration (L_4)
                                                 (création d'une branche)
       space p end
                                                 (coupage d'une branche)
       prune
                                fragment des univers (L_5 et au-dessus)
       universe with q in p end
                                                   (création d'un univers)
```

#### Plan

- ▶ Hiérarchie de treillis pour la résolution de contraintes
- ► Spacetime programming
  - ► Modèle d'exécution et syntaxe
  - ► Exemple de composition de stratégies
  - ► Notion d'univers
- **▶** Conclusion

## Composition de stratégies

Chaque processus génère un arbre qu'on peut combiner de manière différente.

- $\triangleright p$ ; q concatène les branches de p et q.
- p || q fait l'union des branches.
- p <> q fait l'intersection des branches.

Pour illustrer ces opérateurs, on crée différentes sous-stratégies qu'on assemble ensuite :

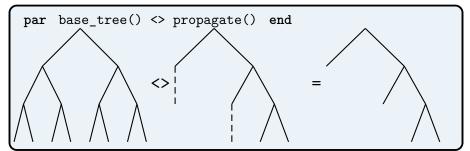
par base\_tree() <> propagate() <> bound\_depth(2) end

## Composition séquentielle

```
Création de l'espace d'exploration :
  class Solver {
   world_line VStore domains;
                                       Membres avec l'attribut spacetime
   world line CStore constraints;
   public Solver(VStore domains,
    CStore constraints ) {
                                           Constructeur Java
      this .domains = domains :
      this . constraints = constraints;
   proc base_tree =
     loop
       single_time IntVar x = inputOrder(domains);
                                                        Stratégie de branchement
       single\_time\ Integer\ v = middleValue(x);
       space constraints <-x.le(v) end;
                                            Création des branches
       space constraints <- x.gt(v) end;
       pause;
      end
```

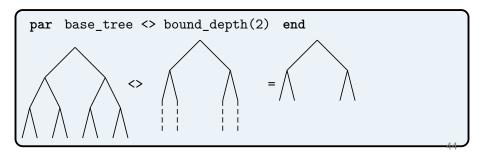
#### Propagation

```
proc propagate =
  loop
    single_time ES consistency <- read constraints.propagate(readwrite domains);
    when consistency != unknown then
        prune;
    end
    pause;
    end</pre>
```



## Limiter l'exploration en profondeur

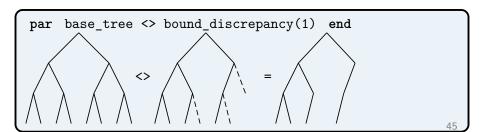
```
proc bound_depth(limit) =
  world_line LMax depth = new LMax(0);
loop
  when depth |= limit then
    prune;
  end
  pause;
  readwrite depth.inc();
end
Coupe les branches quand on atteint la limite
```



## Limiter l'exploration par les divergences

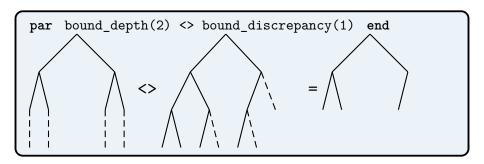
```
proc bound_discrepancy(limit) =
  world_line LMax value = new LMax(0);
loop
  space nothing end;
  when value |= limit then
    readwrite value.inc();
  prune
  end
  pause;
  end
}
Branche gauche

Branche droite
```



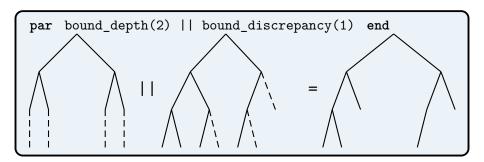
#### Composition d'arbres par intersection

On peut composer la limite de profondeur et de divergence par intersection :



### Composition d'arbres par union

On peut composer la limite de profondeur et de divergence par union :



#### Résumé

```
par
<> base_tree()
<> propagate()
<> par bound_depth(2) || bound_discrepancy(1) end
end
```

- Communication entre les stratégies avec les variables domains et constraints.
- Compositionnalité et ré-utilisabilité : chaque stratégie est écrite indépendamment.

#### Plan

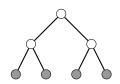
- ▶ Hiérarchie de treillis pour la résolution de contraintes
- ► Spacetime programming
  - ► Modèle d'exécution et syntaxe
  - ► Exemple de composition de stratégies
  - ► Notion d'univers
- ▶ Conclusion

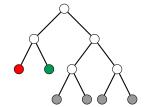
#### Stratégie sur L<sub>5</sub>

#### Vers des stratégies sur L<sub>5</sub>

- ▶ Pour certaines stratégies, on a besoin de contrôler la file de nœuds du programme.
- ▶ Les fonctions pop et push sont appelées implicitement sur L<sub>3</sub> et L<sub>4</sub> dans le modèle actuel.







#### Le concept d'univers

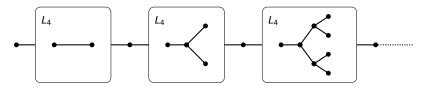
- ▶ Notion d'univers encapsulant la file de nœuds.
- Au lieu d'explorer un nœud par instant, on explore un arbre par instant en augmentant la limite N.

#### Inspirations: Raffinement spatial et temporel

- Raffinement temporel (Pasteur et al. 13', Gemünde et al. 13') : "Échelle de temps" où les processus sont exécutés plus vite.
- "Computation space" (Schulte 00') : Extension de Oz (Van Roy et al. 04') où l'exploration est encapsulée dans un espace.

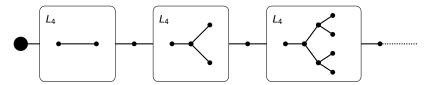
On encapsule dans un univers l'exploration limitant la profondeur :

```
proc ids =
    single_space LMax limit = new LMax(0);
    single_time StackLR q = new StackLR();
    loop
        universe with q in
        bound_depth(limit);
    end
    pause;
        limit.inc();
end
```



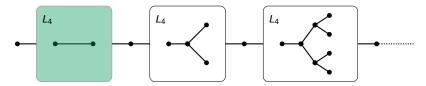
On encapsule dans un univers l'exploration limitant la profondeur :

```
proc ids =
    single_space LMax limit = new LMax(0);
    single_time StackLR q = new StackLR();
    loop
        universe with q in
        bound_depth(limit);
    end
    pause;
    limit.inc();
end
```



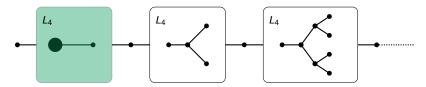
On encapsule dans un univers l'exploration limitant la profondeur :

```
proc ids =
    single_space LMax limit = new LMax(0);
    single_time StackLR q = new StackLR();
    loop
        universe with q in
        bound_depth(limit);
    end
    pause;
        limit.inc();
end
```



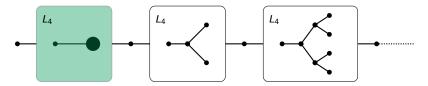
On encapsule dans un univers l'exploration limitant la profondeur :

```
proc ids =
    single_space LMax limit = new LMax(0);
    single_time StackLR q = new StackLR();
    loop
        universe with q in
        bound_depth(limit);
    end
    pause;
    limit.inc();
end
```



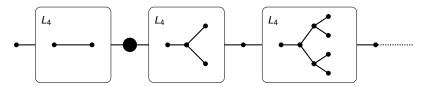
On encapsule dans un univers l'exploration limitant la profondeur :

```
proc ids =
    single_space LMax limit = new LMax(0);
    single_time StackLR q = new StackLR();
    loop
        universe with q in
        bound_depth(limit);
    end
    pause;
    limit.inc();
end
```



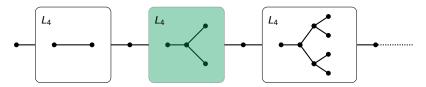
On encapsule dans un univers l'exploration limitant la profondeur :

```
proc ids =
    single_space LMax limit = new LMax(0);
    single_time StackLR q = new StackLR();
    loop
        universe with q in
        bound_depth(limit);
    end
    pause;
    limit.inc();
end
```



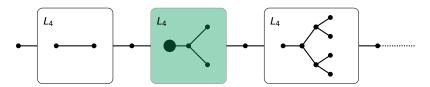
On encapsule dans un univers l'exploration limitant la profondeur :

```
proc ids =
    single_space LMax limit = new LMax(0);
    single_time StackLR q = new StackLR();
    loop
        universe with q in
        bound_depth(limit);
    end
    pause;
    limit.inc();
end
```



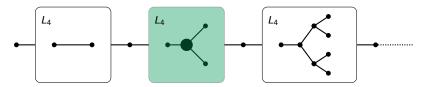
On encapsule dans un univers l'exploration limitant la profondeur :

```
proc ids =
    single_space LMax limit = new LMax(0);
    single_time StackLR q = new StackLR();
    loop
        universe with q in
        bound_depth(limit);
    end
    pause;
    limit.inc();
end
```



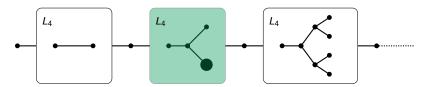
On encapsule dans un univers l'exploration limitant la profondeur :

```
proc ids =
    single_space LMax limit = new LMax(0);
    single_time StackLR q = new StackLR();
    loop
        universe with q in
        bound_depth(limit);
    end
    pause;
        limit.inc();
end
```



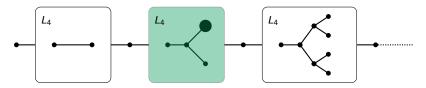
On encapsule dans un univers l'exploration limitant la profondeur :

```
proc ids =
    single_space LMax limit = new LMax(0);
    single_time StackLR q = new StackLR();
    loop
        universe with q in
        bound_depth(limit);
    end
    pause;
        limit.inc();
end
```



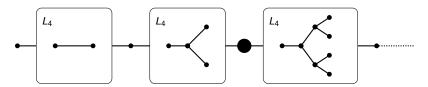
On encapsule dans un univers l'exploration limitant la profondeur :

```
proc ids =
    single_space LMax limit = new LMax(0);
    single_time StackLR q = new StackLR();
    loop
        universe with q in
        bound_depth(limit);
    end
    pause;
    limit.inc();
end
```



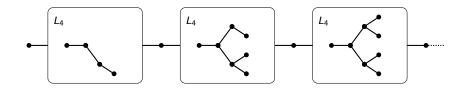
On encapsule dans un univers l'exploration limitant la profondeur :

```
proc ids =
    single_space LMax limit = new LMax(0);
    single_time StackLR q = new StackLR();
    loop
        universe with q in
        bound_depth(limit);
    end
    pause;
    limit.inc();
end
```



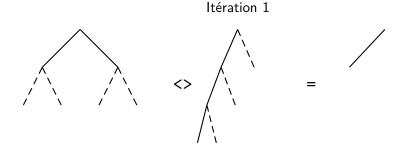
### Une deuxième stratégie par redémarrage

- Limited discrepancy search (LDS), (Harvey and Ginsberg 95').
- Code similaire à IDS mais avec le processus bound\_discrepancy.



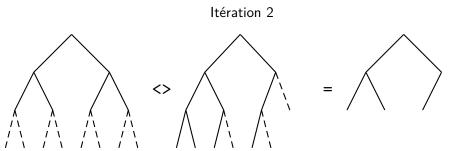
#### Composition des univers

- Dans un instant, les univers sont exécutés en mode synchrone.
- La sémantique de composition s'étend aux univers automatiquement.



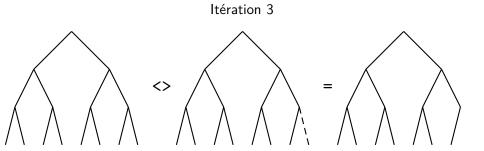
#### Composition des univers

- Dans un instant, les univers sont exécutés en mode synchrone.
- La sémantique de composition s'étend aux univers automatiquement.



#### Composition des univers

- Dans un instant, les univers sont exécutés en mode synchrone.
- La sémantique de composition s'étend aux univers automatiquement.



#### Plan

- ▶ Hiérarchie de treillis pour la résolution de contraintes
- ► Spacetime programming
  - ► Modèle d'exécution et syntaxe
  - ► Exemple de composition de stratégies
  - ► Notion d'univers
- ► Conclusion

### Contributions théoriques : Partie 1

**Hiérarchie de treillis** : formalisation complète et unifiée de la programmation par contraintes.

# Chapitre 2 : Historique des langages de programmation par contraintes.

- Programmation logique (70').
- Programmation logique concurrente et par contraintes (80' et 90').
- Langages de modélisation (90' et 00').
- Travaux plus récents sur les stratégies d'exploration (00' et 10') :
  - Search combinators (Schrijvers and al. 11')
  - Tor predicates (Schrijvers and al. 14')
  - ClpZinc (Martinez and al. 15')

## Contributions théoriques : Partie 2

- Spacetime programming : Instanciation de la hiérarchie de treillis.
- Étude de la causalité et sémantique d'un langage synchrone sur les treillis.
- Cas d'études : composition assistée par ordinateur et model checking.

	Esterel	Oz	Spacetime
Hiérarchie temporelle	<b>✓</b>	Χ	<b>✓</b>
Hiérarchie spatiale	$L_0$	$L_0, L_1, \ldots, L_n$	$L_0, L_1, \ldots, L_n$
Backtracking	X	$\checkmark$	$\checkmark$

#### Contributions pratiques

- ▶ L'implémentation : github.com/ptal/bonsai
- Étend la bibliothèque synchrone SugarCubes (Susini, 01').
- **Abstraction en treillis** du solveur Choco  $(L_3)$ .
- Les expérimentations montrent un temps d'exécution raisonnable comparé au module d'exploration de Choco.

	Temps (secondes)		
	Choco	Spacetime	Spacetime Choco
	Première solution		
Latin square (40)	2.94s	3.27s	1.11
Latin square (50)	7.95s	8.78s	1.10
	Toutes les solutions		
N-Queens (13)	6.00s	16.04s	2.67
N-Queens (14)	32.13s	91.00s	2.83

#### Perspectives

#### Hiérarchie de treillis

- **Établir les propriétés** de la hiérarchie de treillis comme la terminaison, exhaustivité, compacité.
- **Étendre la hiérarchie** : recherche locale, domaines infinis.

#### Spacetime programming

- ► Implémentation de la notion d'univers et de causalité dans le compilateur de *spacetime*.
- Extensions de spacetime : processus d'ordre supérieur, structure de données.
- **Combiner spacetime** : *model checking*, systèmes de réécriture.

## Merci pour votre attention.



• github.com/ptal/bonsai