

Inteligencia Artificial

Informe Final: Problema RTTP con Hill Climbing alguna mejora

Paulo Tarud C 2523034-5

25 de julio de 2011

Evaluación

Mejoras 1ra Entrega (10 %):	_____
Código Fuente (10 %):	_____
Representación (15 %):	_____
Descripción del algoritmo (20 %):	_____
Experimentos (10 %):	_____
Resultados (10 %):	_____
Conclusiones (20 %):	_____
Bibliografía (5 %):	_____
Nota Final (100):	_____

Resumen

Resumen del informe en no más de 10 líneas.

1. Introducción

En muchos países, los deportes proveen muchos ingresos además de entretenimiento. Maximizar los ingresos de una liga deportiva es el interés mas grande, no sólo para los equipos, si no también para las comunidades locales. Hay muchos factores que afectan los ingresos de las ligas deportivas, uno de éstos es la programación horaria.

La mayor parte de las ligas profesionales dejan que las oficinas de administración central hagan la programación. Hay algunas características importantes de una programación. La más importante es la estructura. Actualmente la mayoría de las ligas usan un formato de programación de *torneos round robin*, lo cual significa que cada equipo jugará un número definido de veces en un período de tiempo denominado ronda. La programación de *torneos round robin* puede ser dividido en dos tipos, *programación con tiempo restringido* y *programación con tiempo relajado*. En las primeras, el número de rondas disponibles es igual al número de rondas necesarias. Éste tipo de programación es usado en muchas ligas, en la mayoría de los torneos universitarios de baloncesto, en ligas profesionales de fútbol en Europa y Sudamérica. En las segundas, el número de rondas disponibles es mayor que el número de rondas necesarias. Éste último tipo de programación es usado en algunas ligas, en la asociación nacional de baloncesto (NBA) y en la liga nacional de hockey (NHL) en Estados Unidos.

El Traveling Tournament Problem (TTP) fue propuesto por [K . Easton, 2001b] es un problema típico de calendarización de ligas deportivas que se resume en las características más destacadas de la Major League Baseball (MLB) en los Estados Unidos y se creó para estimular

la investigación en la calendarización de las ligas deportivas. El problema consiste en minimizar la distancia total recorrida por todos los equipos.

Como se vió anteriormente, existen torneos en los que el número de rondas disponibles es mayor que el número de rondas necesarios. Es por ésta razón que [Trick and Bao, 2011] proponen una nueva versión del TTP llamada Time Relaxed Tournament Problem, en ésta versión los equipos tienen rondas libres entre los juegos, éste número de rondas libres es controlado por un parámetro K , para el caso particular $K = 0$ corresponde al problema TTP.

En el presente trabajo, definiré lo que es TTP, para luego introducir la variante RTTP que es la que me centraré en resolver. Definiré de maneras mas detallada el RTTP, además se verán los mejores resultados conocidos a la fecha en la literatura.

Finalmente desarrollaré un algoritmo llamado *Hill Climbing alguna mejora* con el fin de resolver el RTTP, para luego comparar mis resultados con los de la literatura.

2. Definición del Problema

2.1. Traveling Tournament Problem (TTP)

Dado n equipos, un *torneo doble round robin* es un conjunto de juegos en el cuál cada equipo debe jugar con los $n - 1$ equipos restantes sólo una vez como local y una como visita.

Un juego es especificado por un par ordenado de los oponentes. Exactamente $2(n - 1)$ rondas son requeridas para jugar un *torneo doble round robin*, ya que deben jugar como visita y como local contra los $n - 1$ equipos restantes ($2(n - 1)$). Las distancias entre los lugares de los equipos viene dada por una matriz de distancia D de orden $n \times n$. El costo de una programación para un equipo es la distancia total que éste debe viajar para jugar con los $n - 1$ oponentes como visita y como local, para finalmente volver a su lugar inicial (casa).

Juegos consecutivos como visita para un equipo constituyen un *road trip*, juegos consecutivos constituyen un *home stand*. La longitud de un *road trip* o de un *home stand* es el número de oponentes jugados (no la distancia viajada).

El problema consiste en minimizar la distancia total recorrida por todos los equipos, sujeto a algunas restricciones.

2.1.1. Definición

El *TTP* se define de la siguiente forma:

Input:

- n : número de equipos.
- D : matriz simétrica de orden $n \times n$ que contiene las distancias.
- L, U : parámetros enteros.

Output:

Un *torneo doble round robin* con n equipos en donde:

- La longitud de cada *home stand* y *road trip* están en el rango $[L, U]$.

- La distancia total viajada por cada equipo es minimizada.

Los parámetros L y U definen el equilibrio entre las consideraciones de distancia y de patrón. Para $L = 1$ y $U = n - 1$, un equipo puede tener un viaje equivalente a una gira (muchos viajes). Para pequeños U , los equipos deben volver a casa seguido, por lo que la distancia recorrida se incrementará.

Además de las restricciones principales (duras), el programa debe tener dos restricciones adicionales:

1. *Mirrored*: a programación del *torneo doble round robin* debe tener los primeros $n - 1$ juegos en el mismo orden con los $n - 1$ juegos restantes, pero invirtiendo los roles de local y visitante.
2. *No Repeaters*: Una programación no puede tener dos juegos consecutivos entre los mismos equipos.

Con éstas últimas dos restricciones me refiero a dos variantes del TTP, con la primera a *TTP / Mirrored* y con la segunda al *TTP / No repeat*.

2.2. Time Relaxed Traveling Tournament Problem (RTTP)

Time Relaxed Traveling Tournament Problem es una variante del ya explicado TTP y es propuesto por [Bao, 2006].

Las distancias viajadas son una preocupación importante en los problemas de programación de torneos. Cada equipo quiere minimizar lo mas que se pueda las distancias que éstos recorren. Viajes de grandes distancias tienen resultados no deseados, tales como fatiga en los jugadores, costos altos de transporte, etc.

El organismo administrativo del torneo debe asegurarse que la distancia de viaje sea justa para todos los equipos, además de minimizarlas.

2.2.1. Definición

El *RTTP* se define de la siguiente forma:

Input:

- n : número de equipos.
- D : matriz simétrica de orden $n \times n$ que contiene las distancias.
- L, U, B, O : parámetros enteros.

Output:

Un *torneo doble round robin* con n equipos en donde:

- La longitud de cada *home stand* y *road trip* están en el rango $[L, U]$.
- El número de juegos consecutivos sin días libres es menor que B .
- El número de días libres consecutivos son menores que O
- El número total de rondas es $4(n - 1)$

- La distancia total viajada por cada equipo es minimizada.

Cabe destacar que en esta variante se agregan tres nuevas restricciones. Si un equipo juega en dos días consecutivos, tiene desventaja en el segundo juego. Normalmente los equipos quieren evitar tal situación, es por esto que es introducido el nuevo parámetro B descrito anteriorente. Análogamente, se ha restringido el número de días libres consecutivos. La tercera nueva restricción es el número total de rondas. Se define el total de rondas al doble de el número de juegos que debe realizar cada equipo, porque cada equipo debe jugar $2(n-1)$ juegos en un *torneo doble round robin*, por lo tanto el total de rondas disponibles asciende a $4(n-1)$.

3. Estado del Arte

Existen dos clases de problemas de programación deportiva en la literatura. La primera clase minimiza el número de días libres y es aplicado a las ligas Europeas, porque cada equipo vuelve a su casa después de cada partido como visita. [Schreuder, 1980] y [de Werra, 1981] [de Werra, 1988] discuten las aplicaciones de la teoría de grafos y sus métodos para resolverlo.

La segunda clase, minimiza la distancia viajada por los equipos y es aplicado a las ligas Americanas. [Campbell and Chen, 1976] consideran el problema como una programación de una liga de basketball. Para resolver el problema ellos usaron un enfoque de dos fases. [Bean and Birge, 1980] consideran un problema similiar para programar la liga NBA. Ellos construyen un modelo de programación entera que fue muy largo para resolver por algoritmos exactos. En su lugar, se aplicó una versión revisada del método de dos fases de [Campbell and Chen, 1976]. [Fleurent and A. Ferland, 1993] estudiaron el problema de programación para la liga de hockey (NHL) que fue dividido en dos conferencias.

[Costa, 1995] fue el primer investigador quien aplicó una solución por métodos metaheurísticos para resolver problemas de programación de ligas deportivas el cual pretendía minimizar la distancia recorrida por los equipos. El programó el NHL con una combinación de *Tabú Search* [Glover, 1989] y *Algoritmos Genéticos*. Además, [Wright, 2006] presenta Simulated Annealing [Vecchi, 1983] para resolver la programación de la liga nacional de basketball de Nueva Zelanda.

[K. Easton, 2001b] introducen el problema Traveling Tournament Problem (TTP) motivados por la liga mayor de baseball (MLB). La solución del problema debe satisfacer restricciones de difícil viabilidad, como además minimizar la distancia recorrida por los equipos.

Algunos métodos han sido ofrecidos para resolver el TTP. [K. Easton, 2001b] introdujo un algoritmo basado en un límite inferior (*lower bound*), la cuál es la suma de la distancia mínima viajada por cada equipo. [T. Benoist and Rottembourg, 2001] usa una combinación entre la Relajación de Lagrange y Programación con Restricciones. Luego [K. Easton, 2001a] presenta un algoritmo híbrido IP/CP (Programación entera/Programación con restricciones). Además, [A. Anagnostopoulos and Vergados, 2003], desarrollaron un algoritmo *Simulated Annealing*, ellos separaron las restricciones en restricciones duras y restricciones blandas. [J.H. Lee and Lee, 2006] para complementar el modelo de programación entera para el TTP con restricciones de *no-repeater*, introduce un algoritmo *Tabu Search* para resolver ese problema. [Henz, 2004] propone la hibridación de búsqueda por vecindarios largos y programación con restricciones. [Urrutia and Ribeiro, 2004] consideran una clase específica del TTP y demuestran que este caso corresponde a maximizar el número de días libres. [A. Lim and Zhang, 2006] propone un híbrido *SA-Hill* que combina los métodos *Simulated Annealing* y *Hill Climbing*.

Para instancias más grandes, los métodos con mejores resultados son los basados en metaheurísticas con post-procesamiento de búsqueda local [A. Anagnostopoulos and Vergados, 2003],

[Gaspero and Schaerf, 2007], [Hentenryck and Vergados, 2007], [Kendall and Berghe, 2007].

3.1. Mejores resultados en la literatura

Luego de hacer una revisión de lo que se ha investigado hasta ahora, haré una tabla comparativa con los mejores resultados conocidos hasta ahora con algunas instancias [Trick and Bao, 2011] [K. Easton, 2001b] de los algoritmos para cada uno de los problemas (TTP y RTTP).

3.1.1. TTP

Paper	NL8	NL10	NL12	NL14	NL16
[Hentenryck and Vergados, 2007]	-	-	110729	188728	261687
[A. Anagnostopoulos and Vergados, 2003]	39721	59583	111248	188728	263772
[Gaspero and Schaerf, 2007]	-	59583	111483	190174	270063
[A. Lim and Zhang, 2006]	39721	59821	115089	196363	274673
Mejor conocido	39721	59436	110729	188728	261687

3.1.2. RTTP

Bao and Trick, August, 2010	NL4	Brandão, October, 2010	NL6	NL8
$K = 1$	8160	$K = 1$	23791	39128
$K = 2$	8160	$K = 2$	-	38761
$K = 3$	8044	$K \geq 2$	22557	-
		$K \geq 3$	-	38670

4. Modelo Matemático

4.1. Representación

El siguiente modelo fue inspirado en el desarrollado por [A. Anagnostopoulos and Vergados, 2003] para resolver el TTP.

Dado un conjunto $T = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$ de n equipos, un conjunto $R = \{R_1, R_2, \dots, R_m\}$ de m rondas y k rondas libres. En una programación de un *torneo round robin* definimos la representación de la matriz MT (Matriz de torneo) como $n \times (m + k)$, donde el valor de cada elemento $|a_{ij}|$ indica el oponente del equipo T_i en una ronda R_j .

- $|a_{ij}| \in \{0, \dots, N\}$ con $|a_{ij}| \neq i$
- $a_{ij} > 0$, cuando el equipo T_i juega de local.
- $a_{ij} < 0$, cuando el equipo T_i juega de visita.
- $a_{ij} = 0$, cuando el equipo T_i no juega.

En la siguiente tabla se muestra una instancia para NL6 con la representación descrita anteriormente.

T\R	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	6	-2	4	3	-5	-4	-3	5	2	-6
2	5	1	-3	-6	4	3	6	-4	-1	-5
3	-4	5	2	-1	6	-2	1	-6	-5	4
4	3	6	-1	-5	-2	1	5	2	-6	-3
5	-2	-3	6	4	1	-6	-4	-1	3	2
6	-1	-4	-5	2	-3	5	-2	3	4	1

La programación muestra que el equipo 1 (T_1) juega contra: T_6 como local, T_2 como visita, T_4 como local, T_3 como local, T_5 como visita, T_4 como visita, T_3 como visita, T_5 como local, T_2 como local y T_6 como visita, por lo que la distancia total recorrida para el T_1 es:

$$\phi_1 = d_{12} + d_{21} + d_{15} + d_{54} + d_{43} + d_{31} + d_{16} + d_{61}$$

4.2. Restricciones

Para manejar las restricciones las he dividido en dos tipos: *restricciones duras* y *restricciones blandas*. Las restricciones duras se definen como las restricciones del TTP, luego las restricciones blandas se definen como las restricciones que se añaden al TTP en el RTTP.

4.2.1. Restricciones Duras

- La longitud de cada *home stand* y *road trip* están en el rango $[L, U]$.
- Cada equipo debe jugar con los restantes equipos dos veces, una vez en calidad de local y la otra en calidad de visita.

4.2.2. Restricciones Blandas

- El número de juegos consecutivos sin días libres es menor que B .
- El número de días libres consecutivos son menores que O
- El número total de rondas es $2(n - 1) + k$

Si bien, el modelo presentado por [Bao, 2006] utiliza como número total de rondas igual a $4(n - 1)$, en este trabajo se utilizará como $2(n - 1) + k$, ya que cada equipo debe jugar con los $n - 1$ equipos restantes dos veces, una como local y la otra como visita, además en el RTTP se agregan k rondas libre, es por eso que se le suma k .

4.3. Función Objetivo y Fitness

4.3.1. Función Objetivo F_o

El objetivo del problema es minimizar la distancia total recorrida por los n equipos, respetando las restricciones duras mencionadas anteriormente.

Sea ϕ_j la distancia recorrida por el equipo j .

$$F_o = \min \sum_{j=1}^n \phi_j \quad (1)$$

4.3.2. Funcion Fitness F_f

Con el fin de manejar las restricciones blandas, se introduce una función *fitness*, para penalizar el incumplimiento de alguna restricción agregándole por cada vez que se viole un peso o costo δ_i asociado a la restricción blanda i . Dichos pesos serán definidos por importancia de las restricciones, a mayor importancia, mayor peso.

La *Función Fitness* queda definida de la siguiente manera:

Sea n el número de equipos, v_i el número de veces que la restricción i es violada $\forall i \in [1, 3]$ y ϕ_j la distancia total recorrida por el equipo $j \forall j \in [1, n]$

$$F_f = \min\left(\sum_{i=1}^3 v_i \times \delta_i\right) \quad (2)$$

Un peso $\delta_1 = 500$ es sumado por cada vez que la siguiente restricción blanda es violada.

- El número de juegos consecutivos sin días libres es menor que B .

Luego un peso $\delta_2 = 100$ es sumado por cada vez que la siguiente restricción blanda es violada.

- El número de días libres consecutivos son menores que O

5. Descripción del algoritmo

5.1. Componentes Hill Climbing propuesto

En el presente trabajo usaré *Hill Climbing alguna mejora* para explorar el vecindario de una solución.

5.1.1. Vecindario

El algoritmo propuesto usa 6 movimientos para la creación del vecindario de una solución. Los siguientes 5 movimientos fueron propuestos por un algoritmo Simulated Annealing en [A. Anagnostopoulos and Vergados, 2003].

- **SwapHomes**(E_i, E_j). Este movimiento intercambia los roles local/visita de los equipos E_i, E_j .
- **SwapRounds**(R_i, R_j). Este movimiento intercambia la ronda R_i con la ronda R_j .
- **SwapTeams**(E_i, E_j). Este movimiento intercambia la programación de los equipos E_i y E_j (Excepto, cuando dichos equipos juegan entre sí).
- **PartialSwapRounds**(E_i, R_k, R_l). Este movimiento intercambia la ronda R_k con la ronda R_l en el equipo E_i .
- **PartialSwapTeams**(E_i, E_j, R_k). Este movimiento intercambia la ronda R_k entre los equipos E_i y E_j .

Con el objetivo de manejar las rondas libres, se introduce un nuevo movimiento el que llamaré **SwapByes**(E_i, E_j), este movimiento intercambia una ronda libre entre los equipos E_i y E_j si existe. En este movimiento se pueden crear dos posibles programaciones.

Ejemplo:

-2	3	4	-4	-3	2	0
1	-4	-3	3	4	-1	0
-4	-1	2	-2	1	4	0
3	2	-1	1	-2	-3	0

Al aplicar SwapBytes($E_i = 2$, $E_j = 4$). Se pueden producir las siguientes dos programaciones:

-2	3	4	-4	0	2	-3
1	-4	-3	3	4	-1	0
-4	-1	2	-2	0	4	1
3	2	-1	1	-2	-3	0

-2	0	4	-4	-3	2	3
1	-4	-3	3	4	-1	0
-4	0	2	-2	1	4	-1
3	2	-1	1	-2	-3	0

El criterio de elección de dichas programaciones será un factor aleatorio $\in [0, 1]$. Si dicho factor es mayor a 0,5 la primera programación es elegida, de lo contrario se elige la segunda.

5.1.2. Solución Inicial

Hill Climbing requiere de una solución inicial. En el algoritmo aplicado la solución inicial implementada es la basada en el método del polígono usado por [Ribeiro and Urrutia,], pero con algunas modificaciones.

Sea N el número de equipos. En [Ribeiro and Urrutia,] para construir el polígono ocupa los equipos $1 \dots N - 1$. En el presente algoritmo hago una modificación, elijo aleatoriamente un equipo $n \in [1, N]$. Luego en base a la elección de n construyo el polígono, es decir, ingreso al polígono el conjunto $N - n$, al igual que [Ribeiro and Urrutia,], pero con un n aleatorio, con el fin de aleatorizar mas la solución inicial, ya que Hill Climbing depende mucho de ésta.

5.2. Hill Climbing propuesto

Hill Climbing es un algoritmo iterativo de búsqueda local, es un algoritmo incompleto, es decir no busca por todo el espacio de búsqueda. Este algoritmo requiere de una solución inicial, a partir de ésta solución, en cada iteración del algoritmo se aplica uno de los movimientos definidos para encontrar una mejor solución. Los movimientos usados en este trabajo quedaron definidos en la sección 5.1.1

Existen diversas variantes de Hill Climbing:

- **Hill Climbing alguna mejora:** Recorre vecindario hasta encontrar uno mejor.
- **Hill Climbing mejor mejora:** Recorre el vecindario completo y elige el mejor de todos ellos.

Debido al problema de Hill Climbing de caer fácilmente en óptimos locales, es decir no pueda encontrar una mejor solución en el futuro. En el presente trabajo definiré un nuevo parámetro llamado **maxIters**, éste parámetro controla el número de iteraciones en donde el algoritmo está estancado en un óptimo local, es decir, luego de **maxIters** iteraciones el algoritmo se reinicia. Con este nuevo parámetro agregaremos al algoritmo la capacidad de *explorar*.

Usaré tres diferentes *restarts*.

- Elegir una solución dentro de las mejores soluciones comparadas a la solución inicial.

- Elegir una solución dentro de las peores soluciones comparadas a la solución inicial.
- Crear nueva solución inicial con el método del polígono.

En el presente trabajo usaré *Hill climbing alguna mejora con restarts*. El algoritmo usado es el siguiente:

Algorithm 1 Hill Climbing alguna mejora con restarts para RTTP

```

Crear solución inicial.
Evaluar la distancia total de la solución inicial.
Evaluar el fitness de la solución inicial.
iters = 0.
mejor_solucion = solucion_inicial.
maxIters = 10.
for t = 0 to numero_iteraciones do
    no_mejore = true.
    if (iters = maxIters) then
        Elijo estado anterior aleatoriamente (mejor o peor) o creo nueva solucion inicial.
    end if
    Elijo un movimiento aleatoriamente.
    for Cada elemento del vecindario do
        if ((Distancia_nueva_sol < Distancia_sol_actual) or (Distancia_nueva_sol =
        Distancia_sol_actual and Fitness_nueva_sol < Fitness_sol_actual)) then
            sol_actual = nueva_sol.
            no_mejore = false.
            if ((Distancia_nueva_sol < Distancia_mejor_solucion) or (Distancia_nueva_sol =
            Distancia_mejor_solucion and Fitness_nueva_sol < Fitness_mejor_solucion))
            then
                mejor_solucion = nueva_sol.
            end if
            break. //paro el for, ya que encontré una mejor solución.
        end if
    end for
    if (no_mejore) then
        iters = iters + 1.
    end if
end for
Imprimir mejor_solucion.

```

6. Experimentos

7. Resultados

Las pruebas se hicieron en un computador con las siguientes características.

- CPU: Intel i5 ...
- RAM: 4 GB
- Sistema Operativo: Ubuntu 11.04 kernel 2.6.38-9-generic
- gcc 4.5.2

8. Conclusiones

Referencias

- [A. Anagnostopoulos and Vergados, 2003] A. Anagnostopoulos, L. Michel, P. V. H. and Vergados, Y. (2003). A simulated annealing approach to the traveling tournament problem. *International Workshop on Integration of AI and OR Techniques, Montreal*.
- [A. Lim and Zhang, 2006] A. Lim, B. R. and Zhang, X. (2006). A simulated annealing and hill-climbing algorithm for the traveling tournament problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, pages 1459–1478.
- [Bao, 2006] Bao, R. (2006). Time relaxed round robin tournament and the nba scheduling problem. *Dissertations*, pages 1–138.
- [Bean and Birge, 1980] Bean, J. and Birge, J. (1980). Reducing travelling costs and player fatigue in the national basketball association. *Interfaces*, pages 98–102.
- [Campbell and Chen, 1976] Campbell, R. and Chen, D. (1976). A minimum distance basketball scheduling problem. *Management Science in Sports, Studies in the Management Sciences*, pages 15–26.
- [Costa, 1995] Costa, D. (1995). An evolutionary tabu search algorithm and the nhl scheduling problem. *Information Systems and Operational Research*, pages 161–178.
- [de Werra, 1981] de Werra, D. (1981). Scheduling in sports. *Studies on Graphs and Discrete Programming*, pages 381–395.
- [de Werra, 1988] de Werra, D. (1988). Some models of graphs for scheduling sports competitions. *Discrete Applied Mathematics*, pages 47–65.
- [Fleurent and I.A. Ferland, 1993] Fleurent, C. and I.A. Ferland (1993). Allocating games for the nhl using integer programming. *Operations Research*, pages 649–654.
- [Gaspero and Schaerf, 2007] Gaspero, L. D. and Schaerf, A. (2007). A composite-neighborhood tabu search approach to the traveling tournament problem. *Journal of Heuristics volume 13 pages 189-207, Kluwer Academic Publishers*.
- [Glover, 1989] Glover, F. (1989). Tabu search. part i. *ORSA Journal on Computing*, pages 190–206.
- [Hentenryck and Vergados, 2007] Hentenryck, P. V. and Vergados, Y. (2007). Population-based simulated annealing for traveling tournaments. *Proceedings of the 22nd national conference on Artificial intelligence*, pages 267–272.
- [Henz, 2004] Henz, M. (2004). Playing with constraint programming and large neighborhood search for traveling tournaments. *The International Series of Conferences on the Practice and Theory of Automated Timetabling*, pages 23–32.
- [J.H. Lee and Lee, 2006] J.H. Lee, Y. L. and Lee, Y. (2006). Mathematical modeling and tabu search heuristic for the traveling tournament problem. *Lecture Notes in Computer Science*, pages 875–884.
- [K. Easton, 2001a] K. Easton, G.L. Nemhauser, M. T. (2001a). Solving the traveling tournament problem: a combined integer programming and constraint programming approach. *Lecture Notes in Computer Science*, pages 580–585.

- [K . Easton, 2001b] K . Easton, G.L. Nemhauser, M. T. (2001b). The traveling tournament problem descriptions and benchmarks from <http://mat.gsia.cmu.edu/tourn>. *Lecture Notes in Computer Science*, pages 580–585.
- [Kendall and Berghe, 2007] Kendall, G. and Berghe, V. (2007). An ant based hyper-heuristic for the traveling tournament. *In proceedings of IEEE Symposium of Computational Intelligence in Scheduling*, pages 19–26.
- [Ribeiro and Urrutia,] Ribeiro, C. C. and Urrutia, S. Heuristics for the mirrored traveling tournament problem.
- [Schreuder, 1980] Schreuder, J. (1980). Constructing timetables for sport competitions. *Mathematical Programming Study*, pages 58–67.
- [T. Benoist and Rottembourg, 2001] T. Benoist, F. L. and Rottembourg, B. (2001). Lagrange relaxation and constraint programming collaborative schemes for traveling tournament problems. *International Workshop on Integration of AI and OR Techniques, Ashford, Kent UK*, pages 580–585.
- [Trick and Bao, 2011] Trick and Bao (January 17, 2011). Challenge traveling tournament instances (relaxed) from <http://mat.gsia.cmu.edu/tourn/relaxed/>.
- [Urrutia and Ribeiro, 2004] Urrutia, S. and Ribeiro, C. (2004). Minimizing travels by maximizing breaks in round robin tournament schedules. *European Journal of Operational Research*,, pages 227–233.
- [Vecchi, 1983] Vecchi, S. K. C. D. G. M. P. (May 13, 1983). Optimization by simulated annealing. *Science, New Series, Vol. 220, No. 4598*, pages 671–680.
- [Wright, 2006] Wright, M. (2006). Scheduling fixtures for basketball new zealand. *Computers & Operations Research*, pages 1875–1893.