

# Wydział Geodezji i Kartografii

Przedmiot: **Wybrane zagadnienia geodezji wyższej**

Prowadzący: **mgr inż. Viktor Szabó**

Projekt: **Ćwiczenie 5: transformacja współrzędnych**

Kierunek: Geoinformatyka

Semestr 7

Student: Patrycja Tatar

Numer indeksu: 291578

## 1) Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest transformacja współrzędnych z ćwiczenia 3 z elipsoidy GRS-80 na elipsoidę Krasowskiego. Kolejnym etapem będzie przedstawienie różnic pomiędzy tymi elipsoidami.

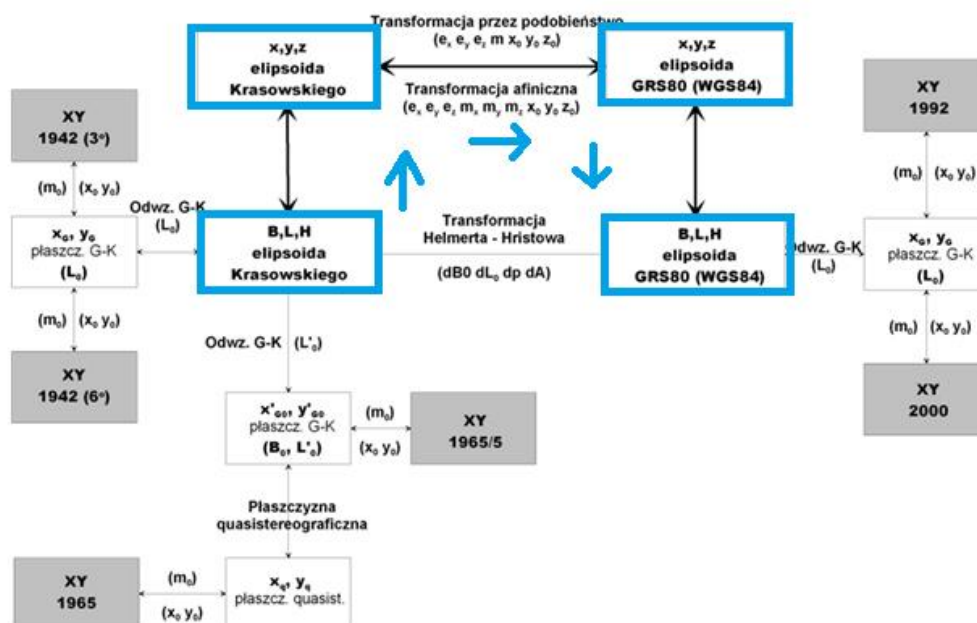
## 2) Wyjaśnienie problemu

Problemem w tym ćwiczeniu jest brak możliwości bezpośredniego przeliczenia współrzędnych geodezyjnych ( $f_i$ ,  $\lambda$ ,  $h$ ) pomiędzy dwoma różnymi elipsoidami.

Przeliczenie współrzędnych geodezyjnych z elipsoidy GRS-80 na elipsoidę Krasowskiego trzeba podzielić na 3 etapy:

- przeliczenie współrzędnych geodezyjnych ( $f_i$ ,  $\lambda$ ,  $h$ ) elipsoidy GRS-80 na współrzędne kartezjańskie ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) elipsoidy GRS-80
- transformację współrzędnych kartezjańskich ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) elipsoidy GRS-80 na współrzędne kartezjańskie ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) elipsoidy Krasowskiego
- przeliczenie współrzędnych kartezjańskich ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) elipsoidy Krasowskiego na współrzędne geodezyjne ( $f_i$ ,  $\lambda$ ,  $h$ ) elipsoidy Krasowskiego.

Poniższy rysunek przedstawia wizualizację etapów transformacji



### 3) Dane początkowe

Współrzędne punktów, które będą potrzebne w ćwiczeniu są z ostatniego projektu 3. Poniżej jest przedstawiona tabela przedstawiająca te współrzędne.

punkty	fi [rad]	lambda [rad]
P_A	0,93375114982	0,36215581979
P_B	0,92938782669	0,36215581979
P_C	0,93375114982	0,37088246605
P_D	0,92938782669	0,37088246605
P_SRED	0,93156948825	0,36651914292
P_SROD	0,93157407986	0,36650636795

$P_B$  – punkt B,  $P_C$  – punkt C,  $P_D$  – punkt D,  
 $P_{SRED}$  – punkt średniej szerokości,  $P_{SROD}$  – punkt środkowy

Wysokość  $h$  przyjmuje wartość 100 metrów dla wszystkich punktów.

### 4) Etapy ćwiczenia

#### I. Przeliczenie $fi$ , $lambda$ , $h$ GRS-80 na $x$ , $y$ , $z$ GRS-80

Wzory:

$$N = a / (\sqrt{1 - e^2 \sin^2(m_{fi})});$$

$$x_{GK} = (N + h) \cdot \cos(m_{fi}) \cdot \cos(m_{lambda})$$

$$y_{GK} = (N + h) \cdot \cos(m_{fi}) \cdot \sin(m_{lambda})$$

$$z_{GK} = (N \cdot (1 - e^2) + h) \cdot \sin(m_{fi})$$

#### II. Transformacja $x$ , $y$ , $z$ GRS-80 na $x$ , $y$ , $z$ Krasowskiego

Wykonana transformacja jest transformacją trójwymiarową przez podobieństwo z 7 parametrami: **3 przesunięcia** ( $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ ), **3 obrotu** osi ( $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$ ,  $\epsilon_z$ ) oraz **1 skali** ( $m$ ).

Przy obliczeniach współrzędnych elipsoidy Krasowskiego użyto poniższych stałych:

$$c_{11} = 0.84076440 \cdot 10^{-6};$$

$$c_{12} = 4.08960694 \cdot 10^{-6};$$

$$c_{13} = 0.25613907 \cdot 10^{-6};$$

$$c_{21} = -4.08960650 \cdot 10^{-6};$$

$$c_{22} = 0.84076292 \cdot 10^{-6};$$

$$c_{23} = -1.73888787 \cdot 10^{-6};$$

$$c_{31} = -0.25614618 \cdot 10^{-6};$$

$$c_{32} = 1.73888682 \cdot 10^{-6};$$

$$c_{33} = 0.84077125 \cdot 10^{-6};$$

Tx = -33.4297;  
Ty = 146.5746;  
Tz = 76.2865;

Wzory:

$x_K = x_{GK} + c_{11} * x_{GK} + c_{12} * y_{GK} + c_{13} * z_{GK} + T_x$   
 $y_K = y_{GK} + c_{21} * x_{GK} + c_{22} * y_{GK} + c_{23} * z_{GK} + T_y$   
 $z_K = z_{GK} + c_{31} * x_{GK} + c_{32} * y_{GK} + c_{33} * z_{GK} + T_z$

### III. Przeliczenie x, y, z Krasowskiego na fi, lambda, h Krasowskiego

W tym etapie posłużono się **algorytmem Hirvonena**. Polega on na przeliczeniu współrzędnych kartezjańskich na współrzędne geodezyjne za pomocą iteracyjnego obliczenia szerokości geodezyjnej i wysokości elipsoidalnej. Danymi początkowymi są współrzędne kartezjańskie oraz parametry elipsoidy.

- obliczenie promieni równoleżnika

$$r = (x_K^2 + y_K^2)^{0.5}$$

- obliczenie pierwszego przybliżenia fiK

$$fi_K = \text{atan}((z_K/r) * (1/(1-e^2)))$$

- w pętli obliczamy N i h dla aktualnej wartości fiK

$$N_K = a / (\sqrt{1 - e^2 * (\sin(fi_K))^2})$$

$$h_K = r / (\cos(fi_K)) - N_K$$

- obliczenie kolejnych przybliżeń fiK+1

$$fi_{K1} = \text{arctan}((z_K/r) * ((1 - e^2 * (N_K/(N_K + h_K)))^{-1})))$$

- Sprawdzenie, czy spełniony jest warunek

$$\text{epsilon} = 0.00005''$$

$$fi_{K1} - fi_K < \text{epsilon}$$

- Jeśli warunek niespełniony to następuje powrót na początek pętli, w przeciwnym wypadku następuje obliczenie ostatecznych wartości lambda\_o, fi\_o, h\_o

$$fi_o = fi_{K1}$$

$$\lambda_o = \text{atan}(y_K/x_K)$$

$$h_o = r / (\cos(fi_o)) - N_o$$

- kontrola poprawności obliczeń

$$x_o = (N_o + h_o) * (\cos(fi_o)) * (\cos(\lambda_o))$$

$$y_o = (N_o + h_o) * (\cos(fi_o)) * (\sin(\lambda_o))$$

$$z_o = (N_o * (1 - e^2) + h_o) * (\sin(fi_o))$$

## 5) Wyniki oraz wnioski

- Poniższa tabela prezentuje współrzędne geodezyjne ( $\phi$ ,  $\lambda$ ,  $h$ ) elipsoidy Krasowskiego:

punkty	$\phi_K$ [rad]	$\lambda_K$ [rad]
P_A	0,93375603262	0,36218859023
P_B	0,92939276003	0,36218838247
P_C	0,93375588385	0,37091519205
P_D	0,92939261178	0,37091498453
P_SS	0,93157432206	0,36655178728
P_SR	0,93157891383	0,36653901259

- Poniższa tabela prezentuje współrzędne kartezjańskie ( $x_K$ ,  $y_K$ ,  $z_K$ ) elipsoidy Krasowskiego (które są danymi wejściowymi do algorytmu Hirvonena) oraz współrzędne kontrolne ( $x_o$ ,  $y_o$ ,  $z_o$ ):

punkty	$x_K$ [m]	$x_o$ [m]	$x_K - x_o$ [m]	$y_K$ [m]	$y_o$ [m]	$y_K - y_o$ [m]	$z_K$ [m]	$z_o$ [m]	$z_K - z_o$ [m]
P_A	3555503,700	3555503,700	0,000	1347193,093	1347193,093	0,000	5103999,852	5103999,848	0,004
P_B	3576385,453	3576385,453	0,000	1355104,414	1355104,414	0,000	5087400,894	5087400,890	0,004
P_C	3543613,190	3543613,190	0,000	1378169,311	1378169,311	0,000	5103999,909	5103999,905	0,004
P_D	3564425,109	3564425,109	0,000	1386262,556	1386262,556	0,000	5087400,951	5087400,947	0,004
P_SS	3560024,314	3560024,314	0,000	1366698,639	1366698,639	0,000	5095712,494	5095712,489	0,004
P_SR	3560019,833	3560019,833	0,000	1366644,738	1366644,738	0,000	5095729,961	5095729,957	0,004

Różnice pomiędzy danymi wejściowymi a danymi kontrolnymi są zerowe lub są bliskie zeru. Dzięki temu można wywnioskować, że algorytm Hirvonena został poprawnie zaimplementowany i uzyskane współrzędne geodezyjne ( $\phi$ ,  $\lambda$ ,  $h$ ) dla elipsoidy Krasowskiego są dobrze obliczone.

- Poniższa tabela prezentuje różnice współrzędnych kartezjańskich (xK, yK, zK) elipsoidy Krasowskiego i współrzędnych kartezjańskich (xGK, yGK, zGK) elipsoidy GRS-80:

punkty	xK [m]	xGK [m]	xK - xGK [m]	yK [m]	yGK [m]	yK - yGK [m]	zK [m]	zGK [m]	zK - zGK [m]
P_A	3555503,700	3555527,324	-23,624	1347193,093	1347068,802	124,291	5103999,852	5103917,843	82,009
P_B	3576385,453	3576409,031	-23,578	1355104,414	1354980,173	124,241	5087400,894	5087318,890	82,004
P_C	3543613,190	3543636,697	-23,507	1378169,311	1378044,945	124,366	5103999,909	5103917,843	82,066
P_D	3564425,109	3564448,570	-23,461	1386262,556	1386138,240	124,317	5087400,951	5087318,890	82,061
P_SS	3560024,314	3560047,856	-23,543	1366698,639	1366574,335	124,304	5095712,494	5095630,458	82,035
P_SR	3560019,833	3560043,376	-23,543	1366644,738	1366520,435	124,304	5095729,961	5095647,926	82,035

- Poniższa tabela prezentuje różnice wysokości hK elipsoidy Krasowskiego i wysokości h elipsoidy GRS-80:

punkty	hK [m]	h [m]	hK - h [m]
P_A	179,755	100,000	79,755
P_B	179,624	100,000	79,624
P_C	180,531	100,000	80,531
P_D	180,404	100,000	80,404
P_SS	180,079	100,000	80,079
P_SR	180,078	100,000	80,078

Różnice, które wystąpiły pomiędzy współrzędnymi i wysokościami są spowodowane różnymi własnościami elipsoid tj.: kształt, rozmiar czy lokalizacja elipsoidy.