

Wydział Geodezji i Kartografii

Przedmiot: **Wybrane zagadnienia geodezji wyższej**

Prowadzący: **mgr inż. Viktor Szabó**

Projekt: **Przekształcenia współrzędnych wraz z redukcjami**

Kierunek: Geoinformatyka

Semestr 7

Student: Patrycja Tatar

Numer indeksu: 291578

1) Cel ćwiczenia

Pierwszym celem ćwiczenia jest przekształcenie współrzędnych punktów z ćwiczenia 3 do następujących układów odniesienia: odwzorowanie Gaussa-Krügera, układ 1992 i układ 2000. Kolejnymi zadaniami będzie obliczenie:

- pól powierzchni czworokąta w danych układach,
- elementarnych skal długości,
- elementarnych skal pól powierzchni oraz zniekształceń.

2) Wstęp

W celu dokładnego wyznaczania współrzędnych na danym obszarze tworzy się układy lokalne. Dzięki nim otrzymujemy niezmiennie współrzędne punktów, choć obszar na jakim się znajdują porusza się.

Istnieje wiele różnych układów odniesień:

- **Odwzorowanie Gaussa-Krügera** – często stosowane odwzorowanie kartograficzne, które jest równokątnym odwzorowaniem powierzchni elipsoidy obrotowej na płaszczyźnie; stosowane w wąskich pasach południkowych o rozpiętości 3° lub 6° .

- **Układ 1992** – walcowe, poprzeczne, równokątne i modyfikowane odwzorowanie Gaussa-Krügera elipsoidy lokalnej GRS80; dla Polski obowiązuje 1 pas o szerokości 10° i południk środkowy równy 19° ; jest to układ współrzędnych stosowany dla map w skalach 1:10 000 i mniejszych (są duże zniekształcenia, więc ten układ nie jest polecany dla dużych skal).

- **Układ 2000** – układ współrzędnych odwzorowania Gaussa-Krügera; podzielono kraj na 4 pasy o południkach osiowych 15° , 18° , 21° i 24° i szerokości 3° ; układ stworzony jest do map zasadniczych.

3) Dane początkowe

Współrzędne punktów, które będą potrzebne w ćwiczeniu są z ostatniego projektu 3. Poniżej jest przedstawiona tabela przedstawiająca te współrzędne.

punkty	φ [rad]	λ [rad]
P_A	0,93375114982	0,36215581979
P_B	0,92938782669	0,36215581979
P_C	0,93375114982	0,37088246605
P_D	0,92938782669	0,37088246605
P_SRED	0,93156948825	0,36651914292
P_SROD	0,93157407986	0,36650636795

P_B – punkt B, P_C – punkt C, P_D – punkt D,

P_{SRED} – punkt średniej szerokości, P_{SROD} – punkt środkowy

4) Etapy ćwiczenia

I. Przekształcenie współrzędnych elipsoidalnych na współrzędne odwzorowania Gaussa-Krügera

Oznaczenie symboli:

L – południk środkowy wynoszący w tym odwzorowaniu 19° (południk środkowy dla układu 1992) lub 21° (południk środkowy dla układu 2000)

a – dłuższa półoś

e^2 (e_2) – pierwszy mimośród

e'^2 (e_{22}) – drugi mimośród

m_{λ} – macierz punktów utworzona ze współrzędnych λ

m_{φ} – macierz punktów utworzona ze współrzędnych φ

Etapy obliczeń:

- $IGK = m_{\lambda} - L$
- $t = \tan(m_{\varphi})$
- $ni2 = e22 * (\cos(m_{\varphi}))^2$
- $A0 = 1 - e2/4 - 3 * e2^2/64 - 5 * e2^3/256$
- $A2 = 3/8 * (e2 + e2^2/4 + 15 * e2^3/128)$
- $A4 = 15/256 * (e2^2 + 3 * e2^3/4)$
- $A6 = 35 * e2^3/3072$
- $\sigma = a * (A0 * m_{\varphi} - A2 * \sin(2 * m_{\varphi}) + A4 * \sin(4 * m_{\varphi}) - A6 * \sin(6 * m_{\varphi}))$
- $N = a / (\sqrt{1 - e2 * \sin(m_{\varphi})^2})$
- $x_{GK} = \sigma + ((IGK^2)/2) * N * \sin(m_{\varphi}) * \cos(m_{\varphi}) * (1 + ((IGK^2)/12) * (\cos(m_{\varphi}))^2) * (5 - t^2 + 9 * ni2 + 4 * (ni2^2)) + ((IGK^4)/360) * (\cos(m_{\varphi}))^4 * (61 - 58 * (t^2) + (t^4) + 270 * ni2 - 330 * ni2 * (t^2))$
- $y_{GK} = IGK * N * \cos(m_{\varphi}) * (1 + IGK^2/6 * (\cos(m_{\varphi}))^2 * (1 - t^2 + ni2) + IGK^4/120 * ((\cos(m_{\varphi}))^4) * (5 - 18 * t^2 + t^4 + 14 * ni2 - 58 * ni2 * t^2))$

II. Przekształcenie współrzędnych odwzorowania Gaussa-Krügera na współrzędne układu 1992

Etapy obliczeń:

- przemnożenie współrzędnych odwzorowania Gaussa-Krügera przez skalę m_{092}
 $m_{092} = 0,9993$
- dodanie współrzędnych płaskich, gdzie współrzędne płaskie to
 $x = -5\,300\,000\text{ m}$, $y = 500\,000\text{ m}$
- południk środkowy w tym układzie wynosi 19° , więc użyto współrzędnych Gaussa-Krügera względem południka 19°

Wzory:

$$x_{92} = m_{092} \cdot x_{GK-5300000}$$

$$y_{92} = m_{092} \cdot y_{GK} + 500000$$

III. Przekształcenie współrzędnych odwzorowania Gaussa-Krügera na współrzędne układu 2000

Etapy obliczeń:

- przemnożenie współrzędnych odwzorowania Gaussa- Krügera przez skalę m_{020}
 $m_{020} = 0,999923$
- dodanie współrzędnych płaskich, gdzie współrzędne płaskie to
 $x = 0 \text{ m}, y = 500000 \text{ m}$
- zastosowano we wzorze odpowiedni numer pasu równy **7**, ponieważ wszystkie punkty znajdują się w pasie 7
- południk środkowy w tym układzie wynosi 21° , więc użyto współrzędnych Gaussa-Krügera względem południka 21°

Wzory:

$$x_{20} = m_{020} \cdot x_{GK}$$

$$y_{20} = m_{020} \cdot y_{GK} + \text{numer_pasa} \cdot 1000000 + 500000$$

Poniższa tabela prezentuje obliczone współrzędne:

punkty	X_GK_19	Y_GK_19	X_GK_21	Y_GK_21	X_1992	Y_1992	X_2000	Y_2000
P_A	5931691,602	116123,078	5930294,955	-16589,748	627539,417	616041,791	5929838,322	7483411,529
P_B	5903872,005	116805,224	5902471,702	-16687,181	599739,294	616723,460	5902017,212	7483314,104
P_C	5932622,833	149296,674	5930294,955	16589,748	628469,997	649192,167	5929838,322	7516588,471
P_D	5904805,677	150173,821	5902471,702	16687,181	600672,313	650068,699	5902017,212	7516685,896
P_SRED	5918218,748	133100,384	5916354,050	0,000	614075,994	633007,213	5915898,490	7500000,000
P_SROD	5918246,657	133050,858	5916383,329	-48,714	614103,884	632957,722	5915927,768	7499951,290

IV. Pole powierzchni

Pole powierzchni czworokąta dla danych układów odniesienia obliczono za pomocą wbudowanej funkcji w Matlabie ***polyarea(x,y)***. Zmiennymi tej funkcji są macierze współrzędnych kolejnych punktów A, B , C, D.

Poniższa tabela prezentuje obliczone pola powierzchni czworokątów:

P_elipsoidalne	P_GK_19	P_GK_21	P_1992	P_2000
925877251,048609	926274885,595354	925872409,187244	924978554,630203	925729830,325714

V. Elementarna skala długości wraz z zniekształceniem 1km

Elementarna skala długości (m) to stosunek odległości w odwzorowaniu do odległości na elipsoidzie.

Oznaczenie symboli:

R – średni promień krzywizny
 N – krzywizna minimalna
 M – krzywizna maksymalna
 m – elementarną skalę długości w układzie Gaussa- Krügera
 m_{ukt} – elementarna skala długości dla układu 1992 lub dla układu 2000
 m_0 – indywidualna skala dla układu ($m_{020} = 0,999923$; $m_{092} = 0,9993$)

Etapy obliczeń:

- Dla odwzorowania Gaussa-Krügera

$$N = a / (\sqrt{1 - e^2 \sin^2(m_{fi})})$$
$$M = a * (1 - e^2) / \sqrt{(1 - e^2 \sin^2(m_{fi}))^3}$$
$$R = \sqrt{N * M}$$
$$m = 1 + (yGK^2) / (2 * R^2) + (yGK^4) / (24 * R^4)$$

- Dla układu 1992 i 2000

$$m_{ukt} = m * m_0$$

Zniekształcenia długości (K)

$K = m - 1$, gdzie m – elementarna skala długości

Poniższa tabela prezentuje elementarne skale długości wraz z zniekształceniami:

punkty	m_GK_19	K_GK_19(cm/km)	m_GK_21	K_GK_21(cm/km)	m_1992	K_1992(cm/km)	m_2000	K_2000(cm/km)
P_A	1,000165	16,541808	1,00000338	0,337609	0,999465	-53,469772	0,99992638	-7,362417
P_B	1,000167	16,737669	1,00000342	0,341605	0,999467	-53,274048	0,99992642	-7,358421
P_C	1,000273	27,343492	1,00000338	0,0000003	0,999573	-42,675648	0,99992638	-7,362417
P_D	1,000277	27,667302	1,00000342	0,0000003	0,999576	-42,352065	0,99992642	-7,358421
P_SRED	1,000217	21,733039	1,00000000	0,0000000	0,999517	-48,282174	0,99992300	-7,700000
P_SROD	1,000217	21,716867	1,00000000	0,0000000	0,999517	-48,298335	0,99992300	-7,699997

VI. Elementarna skala pola powierzchni wraz z zniekształceniem 1 ha

Elementarna skala pól (m^2) to stosunek pola powierzchni w odwzorowaniu do pola na elipsoidzie.

Oznaczenie symboli:

R – średni promień krzywizny (obliczony w poprzednim punkcie)

m^2 - elementarną skalę pola powierzchni w układzie Gaussa- Krügera

m_{ukt} – elementarna skala długości dla układu 1992 lub dla układu 2000

m^2_{ukt} - elementarna skala pola powierzchni dla układu 1992 lub dla układu 2000

Etapy obliczeń:

- Dla odwzorowania Gaussa-Krügera

$$m^2 = 1 + (yGK^2)/(R^2) + (yGK^4)/(3 \cdot R^4)$$

- Dla układu 1992 i 2000

$$m^2_{ukt} = m_{ukt}^2$$

Zniekształcenia pól powierzchni (K^2)

$$K^2 = m^2 - 1, \text{ gdzie } m^2 \text{ – elementarna skala pól powierzchni}$$

Poniższa tabela prezentuje elementarne skale pól powierzchni wraz z zniekształceniami:

punkty	$m^2_{GK_{19}}$	$K^2_{GK_{19}}$ (m^2/ha)	$m^2_{GK_{21}}$	$K^2_{GK_{21}}$ (m^2/ha)	m^2_{1992}	K^2_{1992} (m^2/ha)	m^2_{2000}	K^2_{2000} (m^2/ha)
P_A	1,000331	3,308635	1,000007	0,067522	0,998931	-10,691095	0,999853	-1,472429
P_B	1,000335	3,347814	1,000007	0,068321	0,998935	-10,651971	0,999853	-1,471630
P_C	1,000547	5,469446	1,000007	0,067522	0,999147	-8,533308	0,999853	-1,472429
P_D	1,000553	5,534226	1,000007	0,068321	0,999153	-8,468619	0,999853	-1,471630
P_SRED	1,000435	4,347080	1,000000	0,000000	0,999035	-9,654104	0,999846	-1,539941
P_SROD	1,000434	4,343845	1,000000	0,000001	0,999034	-9,657334	0,999846	-1,539940

5) Wnioski

- Największe zniekształcenia występują w układzie 1992, a najmniejsze dla odwzorowania Gaussa-Krügera dla południka osiowego 21° .
- Polem najbardziej zbliżonym do pola na elipsoidzie jest pole obliczone z odwzorowania Gaussa-Krügera dla południka osiowego 21° .
- Został zaobserwowany całkowity brak zniekształceń dla punktu średniej szerokości w odwzorowaniu Gaussa-Krügera dla południka środkowego 21° . Jego elementarna skala długości wynosiła 1, a zniekształcenie wyniosło 0. Punkt średniej szerokości znajduje się na południku równym 21° lub bardzo blisko niego.
- Odwzorowanie Gaussa-Krügera dla południka osiowego 21° posiada najdokładniejszy wynik dla pola oraz najmniejsze zniekształcenia długości i pola powierzchni. Wynika z tego, że układy o wąski pasach są najlepszymi układami do otrzymania precyzyjnych wyników.