

Nhóm 13:

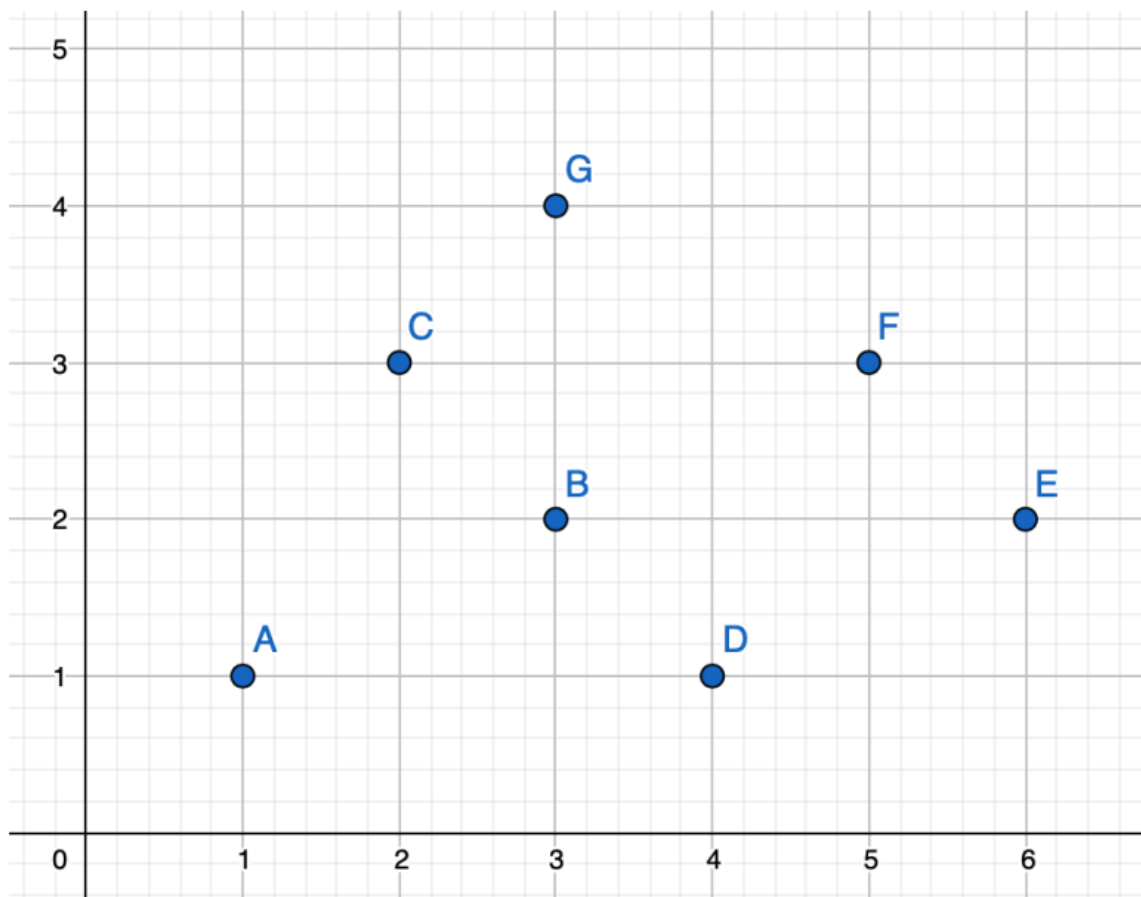
Phạm Trần Anh Tiên – 20522012

Trần Phương Thảo – 20521938

Lương Lý Công Thịnh - 20521960

GEOMETRIC ALGORITHM

Đề bài: Cho các điểm như hình bên dưới, hãy trình bày thuật toán Chuỗi đơn điệu (Monotone chain) để xác định bao lồi và đánh giá độ phức tạp của thuật toán trên.



Ý tưởng của thuật toán:

- Sắp xếp các điểm được cho theo thứ tự tăng dần theo hoành độ. Nếu hai điểm có cùng hoành độ, điểm có tung độ nhỏ hơn sẽ đứng trước.
- Xét việc xây dựng bao trên. Gọi U là tập hợp nằm ở bao trên và u là số lượng. Xét tại một điểm
 - Thêm điểm này vào tập U, nếu U vẫn ít hơn 3 phần tử thì tiếp tục thêm điểm tiếp theo
 - Xét $\vec{a} = \overrightarrow{U_{n-2}U_{n-1}}$ và $\vec{b} = \overrightarrow{U_{n-1}U_n}$. Nếu $\vec{a} \times \vec{b} < 0$ thì ta xét điểm tiếp theo, ngược lại, loại bỏ điểm U_{n-1} và quay lại bước đầu tiên
- Thực hiện tương tự với bao dưới, theo thứ tự ngược lại để tìm được bao dưới

Tọa độ các điểm: **A (1, 1), C (2, 3), B (3, 2), G (3, 4), D (4, 1), F (5, 3), E (6, 2)**

Bao trên: theo chiều kim đồng hồ (**A -> C -> B -> G -> D -> F -> E**)

- $U = \{A, C, B\}, \overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{CB} = -3 < 0$ (Thêm G) $\rightarrow U = \{A, C, B, \text{G}\}$
 - $U = \{A, C, \text{B}, G\}, \overrightarrow{CB} \times \overrightarrow{BG} = 2 > 0$ (Xóa B) $\rightarrow U = \{A, C, G\}$
 - $U = \{A, C, G\}, \overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{CG} = -1 < 0$ (Thêm D) $\rightarrow U = \{A, C, G, \text{D}\}$
 - $U = \{A, C, G, D\}, \overrightarrow{CG} \times \overrightarrow{GD} = -4 < 0$ (Thêm F) $\rightarrow U = \{A, C, G, D, \text{F}\}$
 - $U = \{A, C, G, \text{D}, F\}, \overrightarrow{GD} \times \overrightarrow{DF} = 5 > 0$ (Xóa D) $\rightarrow U = \{A, C, G, F\}$
 - $U = \{A, C, G, F\}, \overrightarrow{CG} \times \overrightarrow{GF} = -3 < 0$ (Thêm E) $\rightarrow U = \{A, C, G, F, \text{E}\}$
- ➔ Bao trên gồm: A, C, G, F, E

Bao dưới: ngược chiều kim đồng hồ:

- $U = \{E, F, D\}, \overrightarrow{EF} \times \overrightarrow{FD} = 3 > 0$ (Xóa F) $\rightarrow U = \{E, D\}$ (thêm G) $\rightarrow U = \{E, D, G\}$
 - $U = \{E, D, G\}, \overrightarrow{ED} \times \overrightarrow{DG} = -7 < 0$ (Thêm B) $\rightarrow U = \{E, D, G, B\}$
 - $U = \{E, D, G, B\}, \overrightarrow{DG} \times \overrightarrow{GB} = 2 > 0$ (Xóa G) $\rightarrow U = \{E, D, B\}$
 - $U = \{E, D, B\}, \overrightarrow{ED} \times \overrightarrow{DB} = -3 < 0$ (Thêm C) $\rightarrow U = \{E, D, B, C\}$
 - $U = \{E, D, B, C\}, \overrightarrow{DB} \times \overrightarrow{BC} = 0 \geq 0$ (Xóa B) $\rightarrow U = \{E, D, C\}$
 - $U = \{E, D, C\}, \overrightarrow{ED} \times \overrightarrow{DC} = -6 < 0$ (Thêm A) $\rightarrow U = \{E, D, C, A\}$
 - $U = \{E, D, C, A\}, \overrightarrow{DC} \times \overrightarrow{CA} = 6 > 0$ (Xóa C) $\rightarrow U = \{E, D, A\}$
- ➔ Bao dưới gồm: E, D, A

Vậy ta có bao lồi là $U = \{A, C, G, F, E, D\}$ và thuật toán có độ phức tạp $O(n \log n)$