

Projet :

Fondés sur votre analyse de la structure de dépendance entre le CAC 40, l'indice boursier d'un autre pays hors de la zone-euro et le taux de change correspondant, Conseilleriez-vous à un investisseur français d'étendre la diversification à cet autre pays hors de la zone-euro ?

Introduction	1
Présentation et traitement des données	2
Analyse des données	5
Le profil de répartition des indices	5
La corrélation des deux indices corrigés des taux de change	6
2.1 Le r de corrélation de Pearson :	6
2.2 Le ρ de Spearman :	7
2.3 Le τ de Kendall	7
Modélisation de la structure de dépendance	8
Analyses	9
Un modèle dynamique	12
Conclusion	12

I. Introduction

Le 2 juin 2021 est publié par la banque de France le billet n°218 qui recense une forte vente d'actifs étrangers des résidents de la zone Euro au début de la première vague de Covid 19. Si à travers ce papier nous ne nous attarderons pas à expliquer les phénomènes qui ont pu amener aux larges flux d'achat et de vente des portefeuilles des résidents de la zone Euro durant la crise de Covid 19, nous allons nous attacher à essayer de justifier ce qui pousse un résident de la zone euro à acquérir un produit hors zone euro.

Nous allons plus particulièrement nous fonder sur l'analyse de la structure de dépendance de l'indice de marché français, le CAC 40 avec celui d'un indice hors zone euro, le Swiss Market Index (SMI), l'indice du marché Suisse.

En effet, si beaucoup d'études sont faites à travers la corrélation lors d'investissement par des particuliers, celle de Pearson notamment, nous allons nous attacher ici à étudier les distributions jointes des deux produits. Les distributions jointes ont pour atout de nous donner de l'information quant à la distribution des deux produits sur l'intégralité de leur valeur et pas seulement en moyenne.

A l'aide de ces informations nous tâcherons d'apporter un conseil quant à l'acquisition d'un portefeuille indiciaire hors zone euro dans le portefeuille

II. Présentation et traitement des données

Pour soutenir notre analyse nous décidons de récupérer le cours de l'indice CAC 40 et SMI du 1er janvier 2010 au 31 décembre 2019 soit une durée totale de 10 ans. Au total nous avons 2 550 dates pour le CAC 40 et 2 510 pour le SMI. Le SMI est basé

à Zurich, et est composé des 20 entreprises les plus performantes et les plus liquides ainsi que les capitalisations boursières les plus importantes comme Nestlé (alimentaire), Novartis(médical) ou Roche(médical). Le SMI comme les indices boursiers des principaux pays du monde est tenu en temps réel, c'est-à-dire à chaque opération effectuée. Sa composition est en revanche réévaluée chaque année, sauf événement exceptionnel.

La suisse utilisant le franc suisse comme monnaie, nous prenons donc en considération le taux de change entre le franc suisse et l'euro pour éviter les biais de monnaie dans notre étude.

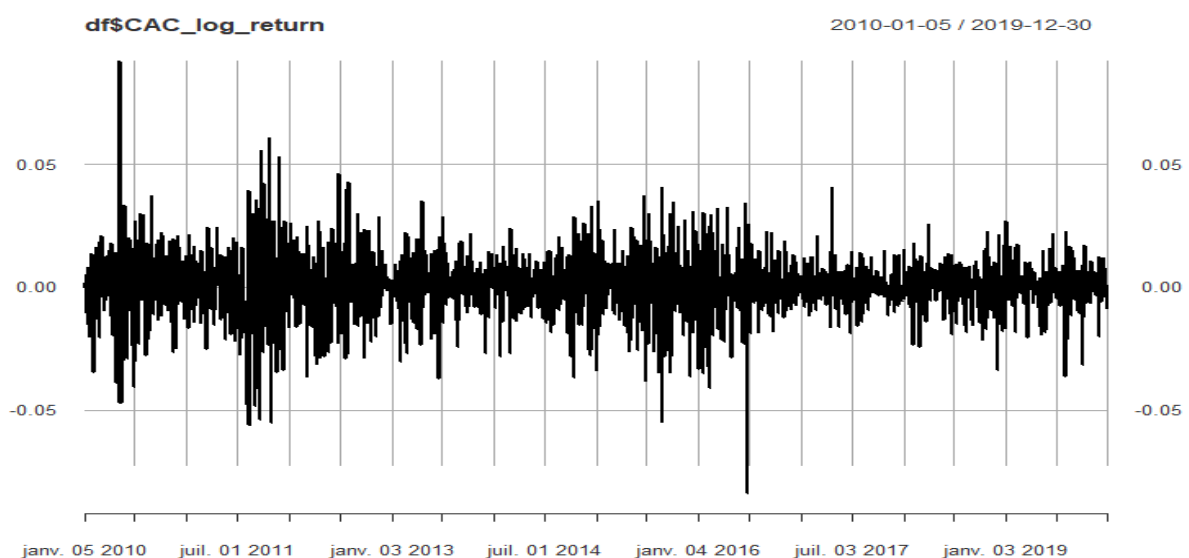
Les données ont été récupérées sur Yahoo Finance directement via R depuis la fonction GetSymbols de la librairie Quantmod.

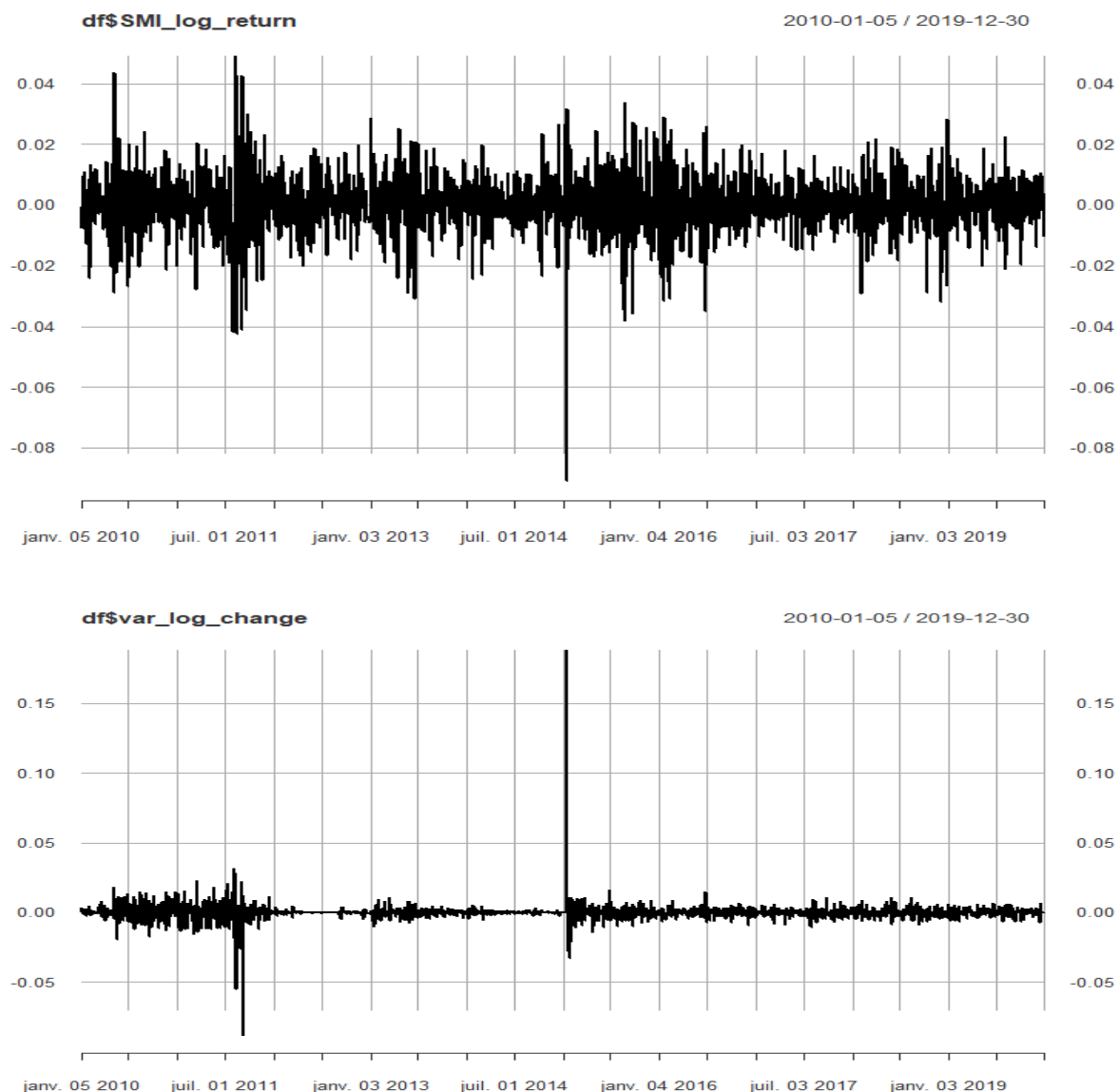
Puisque nous avons des informations non homogènes nous décidons de façon arbitraire de retirer les variables absentes car l'échantillon est suffisamment significatif avec 2500 lignes. Ces variables absentes concernent essentiellement des jours fériés durant lesquels les salles de marchés sont fermées.

Pour étudier les distributions jointes nous devons convertir nos cours à des rendements journaliers. Pour se faire nous allons transformer les cours (à fermeture) de chaque produit via la formule suivante :

$$rendement_{journalier} = \frac{\log(cours_{j+1})}{\log(cours_j)} - 1$$

Nous observons alors les variations suivantes :





En terme de risque on constate que le SMI a une volatilité qui semble plus contenue que celle du CAC 40 avec notamment des rendements qui oscillent plus dans l'ordre des 4% là où le CAC 40 approche plus fréquemment les tranches de 5%. En revanche il est intéressant de noter que les phénomènes extrêmes sur le SMI sont beaucoup plus significatif sur le SMI que le CAC 40. La deuxième chose à noter et la synchronisation beaucoup plus évidente avec le rendement du taux de change pour le SMI que pour le CAC 40. Cela se justifie car le franc suisse est une monnaie uniquement en suisse là où l'euro est la monnaie du pays dans toute la zone euro ce qui justifie un lien moins significatif dans notre deuxième cas.

Puisque nous avons décidé d'intégrer le taux de change dans notre étude nous allons corriger le rendement journalier du SMI par le taux de change.

Si on reprend la formule de variation du portefeuille =

$$\text{Variation du portefeuille} = \frac{\text{close}_j / \text{close change}_j}{\text{close}_{j-1} / \text{close change}_{j-1}}$$

$$\Leftrightarrow \Delta P = \frac{\text{close}_j / \text{close}_{j-1}}{\text{close change}_j / \text{close change}_{j-1}} - 1$$

Si on pose $\frac{\text{close}_j}{\text{close}_{j-1}} - 1$ comme la variation du cours du titre et

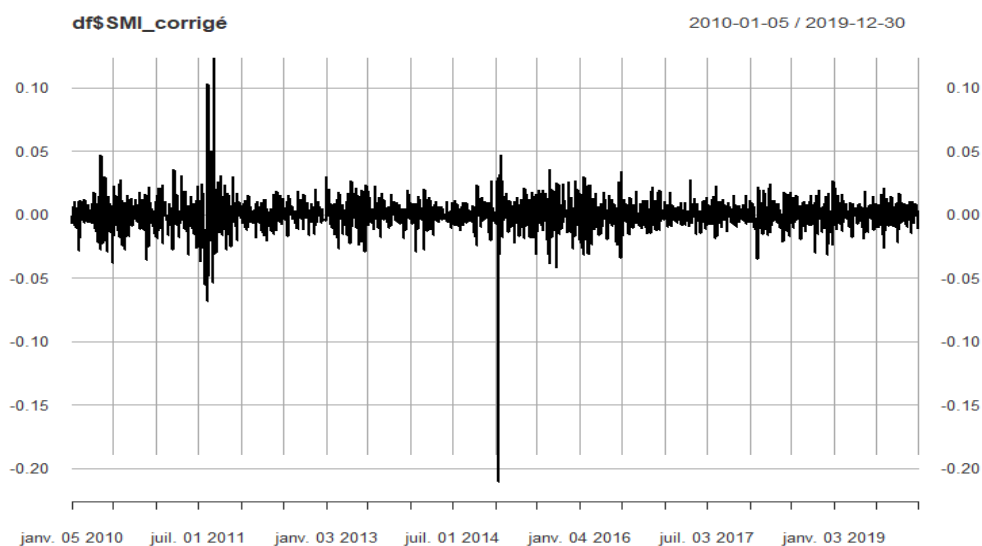
Si on pose $\frac{\text{close change}_j}{\text{close change}_{j-1}} - 1$ comme la variation du taux de change

Alors on peut poser la variation du portefeuille comme :

$$\Delta P = \frac{\text{Variation du cours du titre} + 1}{\text{Variation du taux de change} + 1} - 1$$

On peut alors calculer le rendement du SMI corrigé.

On a alors les rendements suivants :



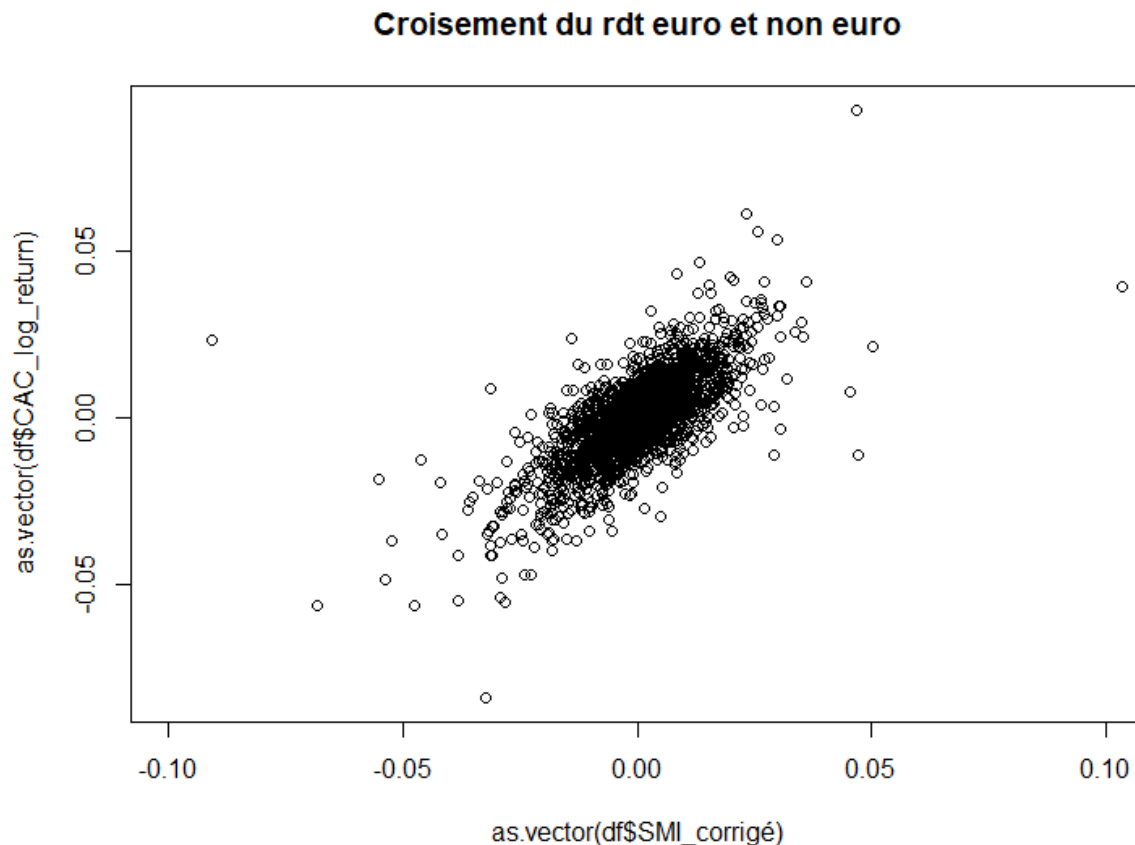
Hormi un phénomène extrême de perte en fin 2014 du a un phénomène de contagion qu'on abordera plus tard et de gain et perte en juillet 2011 du au subprimes le profile de risque du SMI corrigé parait "raisonnable" au sens ou la volatilité est contenue entre plus ou moins 5% de rendement journalier.

Toutefois on observe que a l'oeil nu les volatilités des rendements journaliers sont plus restreintes c'est à dire que l'oscillation semble plus fréquemment inférieure à plus ou moins 3% contre 4% lorsqu'on ne corrigeait pas le taux de change. En revanche les phénomènes extrêmes ont été largement amplifié ce qui signifie que le taux de change a absorbé une partie de choc qui en réalité toute chose égale par ailleurs était beaucoup plus significatif sur nos points extrêmes en 2011 et 2014.

III. Analyse des données

1. Le profil de répartition des indices

Nous allons nous attacher désormais à présenter une étude complète de nos rendements journalier :



Dans un contexte où nous souhaitons conseiller notre client, il paraît important de faire une distinction entre le profil des rendements négatifs et le profil des rendements positifs des deux indices. Nous commencerons par le profil des pertes : En moyenne le CAC 40 à un rendement de 0,0165% la ou le SMI corrigé du taux de change est à 0,0124% soit une sous performance qui sur 10 ans n'est pas négligeable. Le deuxième élément qu'on note est également l'intervalle des rendements : en effet le rendement du CAC 40 est compris entre -8,4% la ou le rendement minimum du SMI est de -21,0%. Toutefois si on prend le 25eme percentile le CAC 40 est à -0,57% la ou le SMI est à -0,53%. Sur le profil des rendements journaliers négatifs on voit donc que le SMI est plus concentré sur la moyenne mais a des extrêmes beaucoup plus importants alors que le CAC 40 à des extrêmes moins distant de la moyenne mais avec une queue un peu plus épaisse.

Pour le profil des rendements positifs :

Le maximum des rendements positifs est également plus important pour le SMI à 12,3% contre 9,2% pour le CAC 40. De façon similaire, on voit que le 75ème

percentile est pourtant moins élevé pour le SMI à 6,0% contre 6,4% pour le CAC 40. On observe donc une différence de comportement symétrique entre rendement positif et négatif pour les deux indices.

Lorsqu'on fait le test de Kolmogorov Smirnov on conclut bien à la non normalité des rendements pour les deux indices avec une p_{value} bien inférieure à 5% pour les deux indices. Cela justifie l'utilisation d'un autre modèle qu'un modèle multivarié comme GARCH(1,1) pour étudier le comportement des deux indices.

2. La corrélation des deux indices corrigés des taux de change

Désormais nous nous attacherons à étudier la corrélation de nos indices. Pour ce faire nous allons passer par trois méthodes :

2.1 Le r de corrélation de Pearson :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - E(X))(Y_i - E(Y))}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - E(X))^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - E(Y))^2}}$$

Elle est comprise entre -1 et 1 et calcule la relation linéaire entre deux variables continues. Avec 1 une corrélation positive parfaite et -1 une corrélation négative parfaite ainsi que 0 aucune corrélation observable avec une p value pour vérifier la significativité du coefficient de corrélation.

Ici on observe un coefficient de corrélation entre le SMI corrigé ainsi que le CAC 40 de 0,61 ce qui est relativement élevé et bien significativement différent de 0 avec une p_{value} à quasiment 0. Toutefois, ce résultat n'est pas surprenant. La suisse est un pays qui ne fait pas partie de la zone euro, mais il est limitrophe à la France et bien impliqué dans les échanges européens.

2.2 Le rho de Spearman :

Le rho de Spearman est une méthode de calcul de corrélation non linéaire. Il permet de déterminer à quel point la relation entre deux variables est monotone sans que cette relation soit forcément linéaire. Dit autrement il cherche à déterminer à quel niveau les variables vont se diriger dans le même sens à un moment donné.

Si on classe les valeurs de chaque indice dans notre base du rang 1 au rang T. le rho de spearman revient à calculer le coefficient de corrélation linéaire des rangs de l'indice tel que : $\rho = \text{corr}(\text{rang}(x_t), \text{rang}(y_t))$.

Ici on aura donc $\rho_{CAC40,SMI} = \text{corr}(\text{rang}(\text{rdt}_{CAC40,t}), \text{rang}(\text{rdt}_{SMI,t}))$.

Il est également compris entre 0 et 1 puisqu'il est construit autour du coefficient de corrélation de Pearson mais sur le rang et pas sur la valeur. On a ici rho qui vaut 0,71 ce qui est assez conséquent.

2.3 Le tau de Kendall

Le tau(τ) de Kendall est une deuxième méthode pour calculer la corrélation entre deux variables sans forcément enregistrer une corrélation linéaire. Cette fois ci on compare le nombre de paires d'observation intra variable qui fluctue de la même façon que les paires d'observation de l'autre variable. Pour enregistrer si une paire est concordante on fait le produit des différences de paire d'observation, si le signe est identique alors le produit sera supérieur à 0 sinon il sera négatif.

Le tau de Kendall devient alors :

$$\tau = 2 \frac{\text{paires concordantes} - \text{paires non concordantes}}{\text{Nombres de paires}} \text{ avec Nombres de paires qui vaut : } T(T - 1)/2$$

avec T le nombre d'observations de chaque variable.

Ici, rappelons que T vaut 2500 il y a donc $2500 \times 2499 / 2$ soit 3123750 paires.

On observe finalement un τ de Kendall de 0,53 qui est bien très significativement différent de 0 et reste très soutenu.

Si le tau de Kendall est un peu en deçà du rho de Spearman et du r de Pearson, on observe que les coefficients de corrélation, qu'ils soient linéaire ou non confirme l'hypothèse d'une corrélation assez soutenue entre les deux indices, en rappelant ici qu'on travaille bien sur le SMI corrigé du taux de change entre les deux monnaies et donc corrige les effets qui aurait pu exister sur la monnaie.

Toutefois, si le coefficient de corrélation est pertinent, il n'est pas complet. Il est d'ailleurs d'autant plus compliqué à interpréter qu'on observe une certaine volatilité entre nos différents coefficients. Afin de ne pas effectuer d'arbitrages entre les différents modèles de corrélations nous allons essayer d'étudier la corrélation de nos deux variables de façon plus fine.

IV. Modélisation de la structure de dépendance

Un outil qui permet d'étudier les distributions jointes de deux variables sont les couples en ne prenant plus en compte les marginales. De cette façon nous allons pouvoir étudier la structure de dépendance des deux variables. Pour ce faire nous allons définir une copule via le logiciel R et la librairie VineCopula et la fonction BiCopSelect.

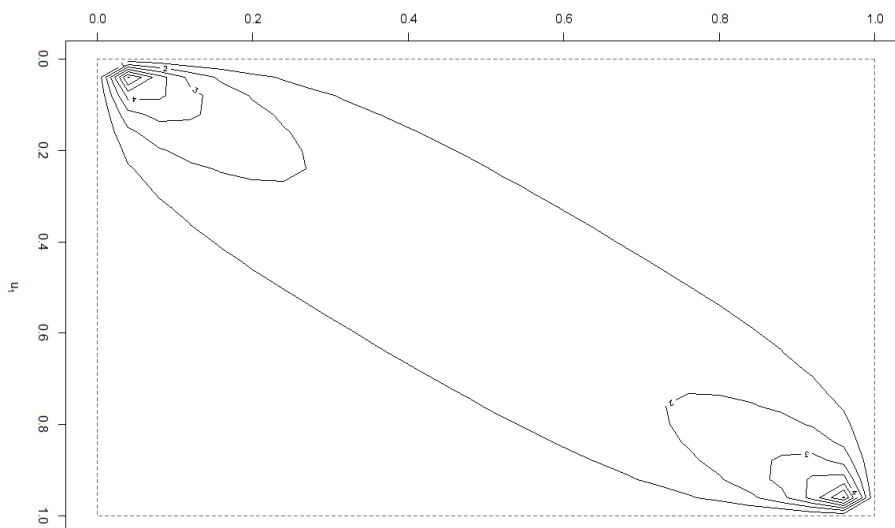
Après avoir transformé nos deux colonnes en une matrice de taille 2*2500 on cherche à déterminer la copule la plus adaptée.

Il en ressort que la meilleure copule, bivariée puisque nous travaillons en deux dimensions (deux indices), est la copule de student avec comme premier paramètre rho de 0.74 (cohérent avec le rho de Spearman calculé ci dessus), puis 4.44 et enfin un tau de Kendall de 0,53 ce qui est cohérent avec ce qu'on avait observé au dessus. La formule de la copule de student en dimension 2 est :

$$C_{v,p}^t(u_1, u_2) = t_{v,p}(t_v^{-1}(u_1), t_v^{-1}(u_2)).$$

Si nous avons une copule de student cela signifie que nous avons des comportements extrêmes qui sont très corrélés.

On trouve bien comme dans l'image ci-dessous la forme elliptique des contours d'iso probabilité de notre copule de student avec des extrêmes avec une dépendance très élevée. Il s'agit des seules copules dans le cas où la corrélation est une mesure exhaustive de la structure de dépendance.



On observe donc une concentration des ellipses sur les points (0.05,0.05) et (0.95,0.95), soit presque aux extremums et dans l'ensemble une dépendance toujours éparse avec une forme "proportionnelle".

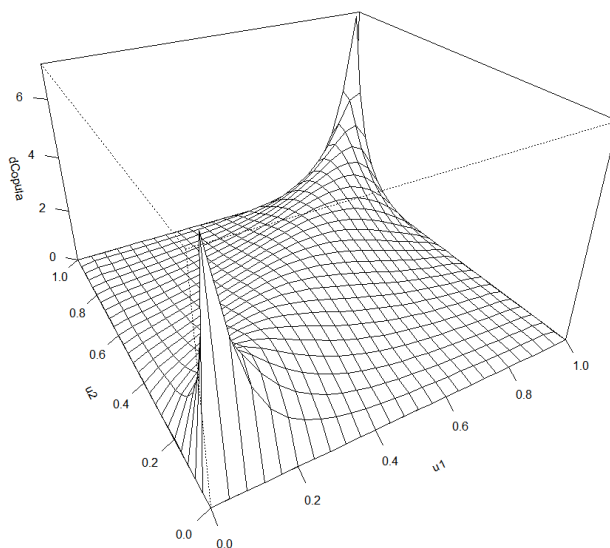
Cette structure de dépendance répond assez bien à ce qu'on pouvait observer dans le "scatter" plot qui confrontaient les rendements du CAC 40 à ceux du SMI. Ce graphique représente en trois dimensions la structure de dépendance et le niveau de dépendance en fonction de la répartition des deux variables. On confirme bien donc les conclusions qu'on tirait de la figure précédente. On voit également que si ces pics de dépendances sont sur les extrêmes ils ne sont pas "collés" aux bornes. De cette structure de dépendance nous tirons différents enseignements que nous allons élaborer dans la partie qui suit.

Lorsqu'on calcule le goodness of fit de notre t copula en ayant bien fait l'effort de figer notre nombre de degré de liberté on confirme bien que le modèle est meilleur que la copule de Gumbel par exemple.

Cette sélection de modèle est cohérente avec la littérature qui souvent affecte aux corrélations de marchés occidentaux la t-copula ou copule de student comme dans ce papier publié en Pologne qui s'attachait dans une direction parallèle à la nôtre de déterminer la copule qui liait l'indice américain DAX avec l'indice polonais WIG. (Leśkow, Jacek; Mokrzycka, Justyna; Krawiec, Kamil (2011) : Modeling stock market indexes with copula functions)

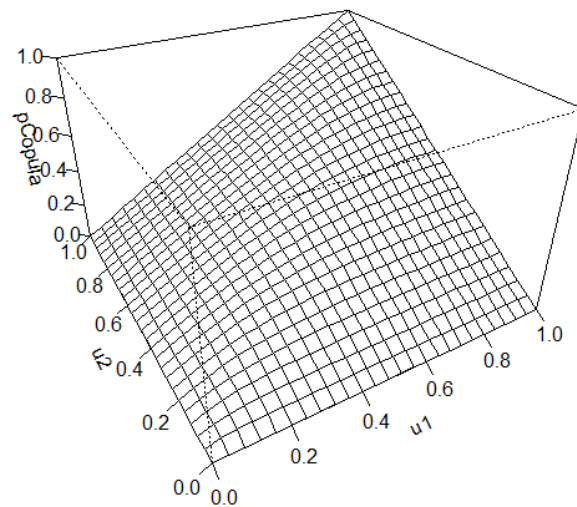
V. Analyses

Dans la copule ci-dessus on conclut que lorsque le marché du CAC 40 rencontre une chute extrême, le SMI va suivre cette chute. Ainsi détenir ce deuxième indice ne



semble pas aller dans le sens du client. En effet, lorsqu'on fait l'acquisition d'un nouveau produit, d'autant plus lorsqu'il ne fait pas partie de sa zone de résidence on s'expose à des coûts plus élevés de traitement, et aux Forex qu'ici on a corrigé dans notre portefeuille. On attend donc de ce nouveau produit qu'il

baisse notre exposition aux phénomènes extrêmes si on cherche à construire un portefeuille moins risqué.



Ainsi au vu de la structure de dépendance on ne recommanderait pas au client de s'exposer sur les extrêmes et donc de ne pas prendre cet indice.

On peut d'ailleurs backtester ces résultats à l'aide de la Value at Risk. On construit un portefeuille en 2010 composé à la date $t=1$ composé à 50% du total du portefeuille de l'indice du CAC 40 et de 50% du SMI. Pour rappel, le rendement journalier du CAC 40 et du SMI sur les 10 dernières années est très proche (respectivement 0,0165% et 0,0124%) et on s'attend à ce que le poids de chaque produit dans le portefeuille ne fasse pas trop pencher la balance.

Pour autant lorsqu'on calcule la VaR de ce produit : on constate que la VaR à 95% du portefeuille dépasse celle du SMI avec les résultats suivants et P le portefeuille équilibré :

	VaR à 95%	ES à 95%	VaR à 99%	ES à 99%
SMI	-1,3%	-1,3%	-16,5%	-16,5%
CAC	-1,96%	-3,2%	-4,2%	-4,2%
PORTFOLIO	-1,70%	-2,6%	-3,4%	-3,4%

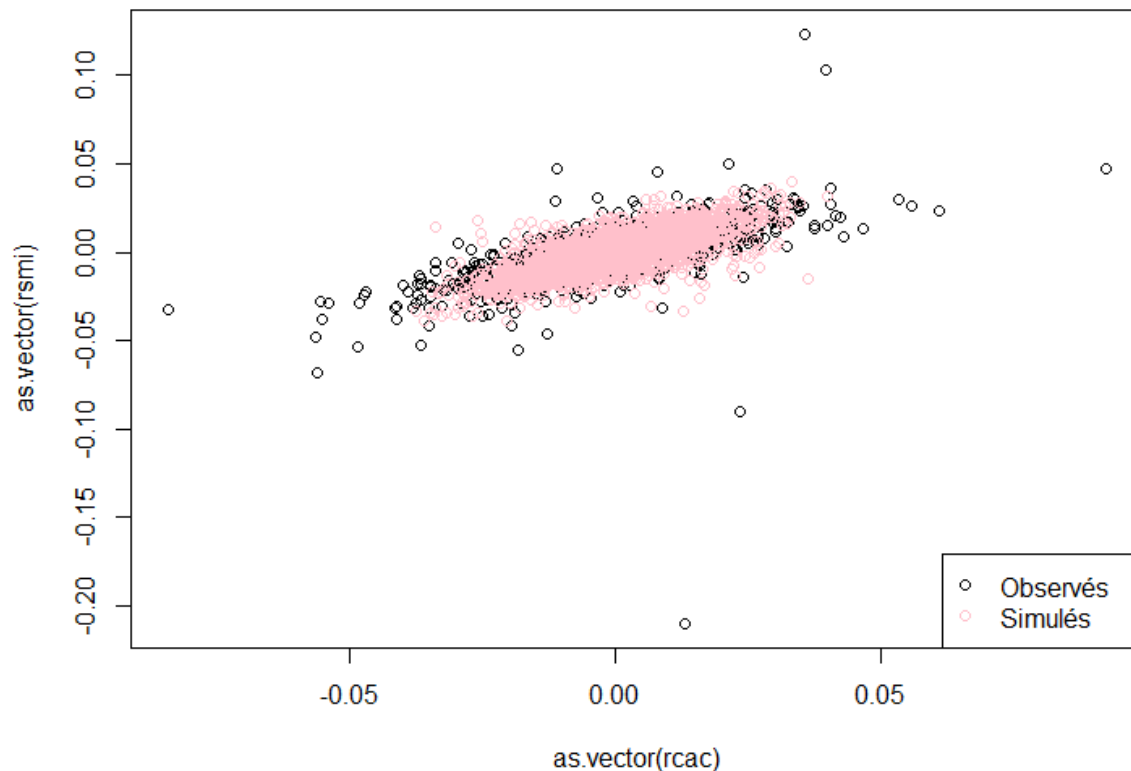
Pour rappel, la Value at risk représente l'exposition d'un portefeuille à un niveau de confiance donné ici sur une période journalière. Ainsi il y a 99% de chance que les

pertes soient inférieures ou égales à 3.06% pour le SMI, 3.48% pour le CAC40 et 2.97% pour un portefeuille équilibré.

Cette synchronisation qu'on observe sur les extrêmes de ces deux indices boursiers répond en réalité à un concept macro économique qui s'est développé dans la recherche et qui s'est accéléré depuis les années 1990. Il s'agit de la notion de "Global Financial Cycle" qui attire notamment aux portefeuilles "equity" c'est-à-dire aux différents marchés des actions mais aussi aux taux. Cette théorie notamment défendue dans le papier de Jordà et al (2018) démontre la synchronisation des marchés en période intense. Ce principe de contagion déjà abordé dans un papier de la BCE de 2005 dans le Financial stability Review recense la forte corrélation des portefeuilles dans les valeurs extrêmes.

C'est d'ailleurs ce qui coïncide avec le billet n°218 qui était abordé dans l'introduction. Lors de la crise du covid, on a observé un mouvement massif de cession de produits étrangers par les portefeuilles qui étaient de la zone euro qui suivait la dépréciation des indices boursiers européens. Symétriquement le billet de la banque de France fait également référence à la vente massive des produits européens par les portefeuilles hors zone-euro qui égalisent les scores de 2008. Ainsi en période de grandes volatilités d'un indice d'un marché, les autres marchés vont directement subir la conséquence de cette dépréciation, attention on parle là des marchés développés majeurs, mais cela explique la très forte dépendance de nos deux indices aux phénomènes majeurs.

Cette théorie est également formalisée par Hélène Trey et vérifiée empiriquement dans son papier "Dilemma not Trilemma: The Global Financial Cycle and Monetary Policy Independence" qui confirme la grande corrélation des equity occidentaux, une corrélation qui se localise sur les queues de distribution comme on peut l'observer ici.



On remarque après avoir simulé un échantillon de 2500 données qu'on a une légère tendance à sous estimer les rendements extrêmes.

VII. Conclusion

Pour conclure, en définissant la structure de dépendance comme le socle de notre stratégie d'acquisition ou non du produit hors zone euro, ici le Swiss Market Index, et en prenant en compte les facteurs extérieurs comme le Forex et les coûts, il ne paraît pas recommandé d'acquérir le SMI.

En réalité, il faut mettre en perspective notre cadre d'analyse. On n'achète pas un indice, au mieux une réplique qui n'est pas exacte. En effet les indices ne sont pas des produits qu'on peut acquérir.

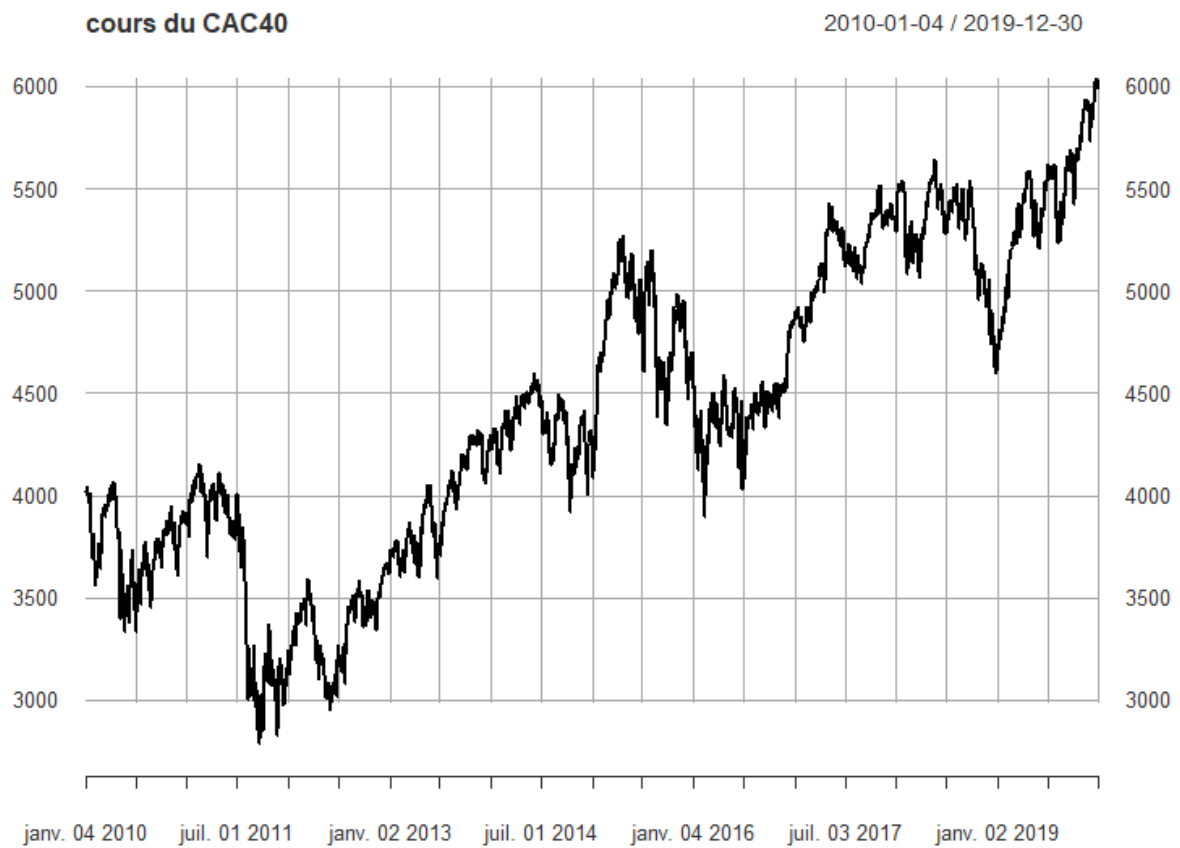
Dans un second temps il faut remettre en perspective la construction d'un portefeuille même en gestion passive indicielle. Ici on a choisi un indice provenant d'un marché limitrophe ce qui limite clairement la portée de l'intérêt d'une telle position.

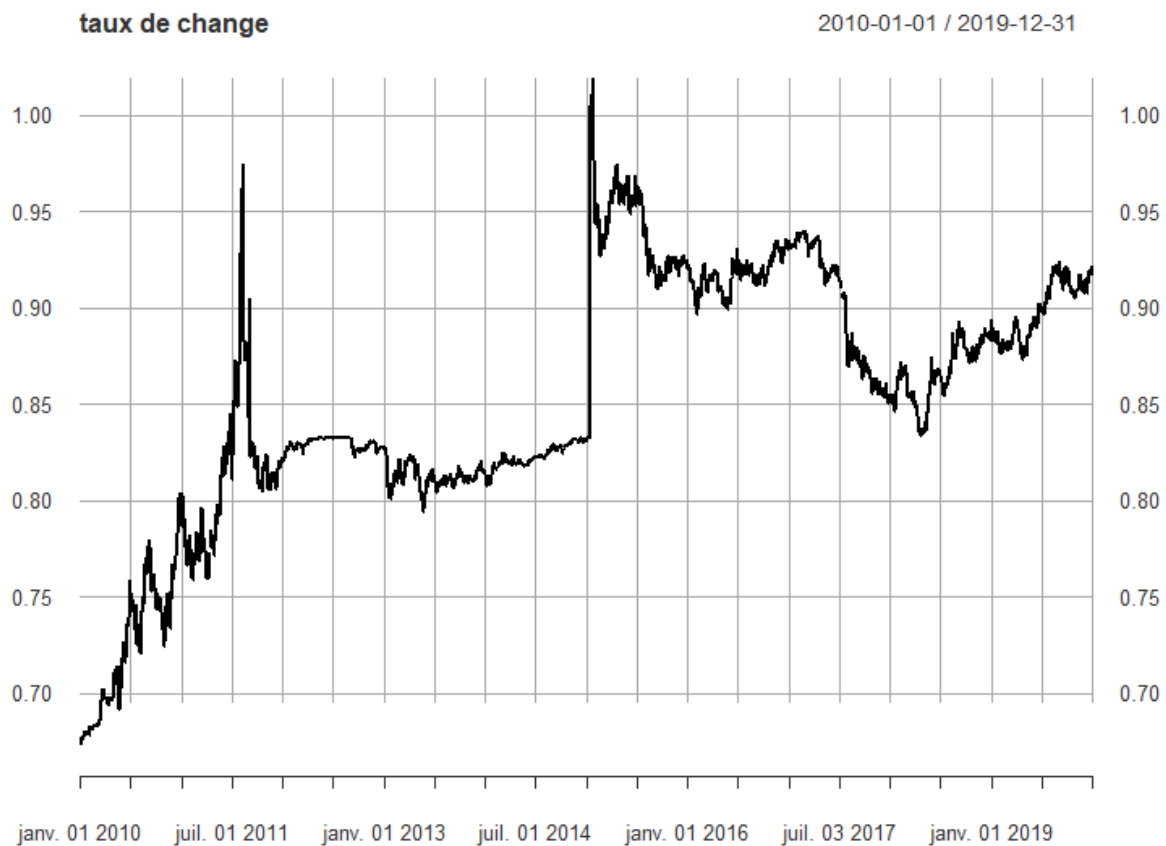
En effet lorsqu'on cherche à faire de la gestion indicielle on vise toujours des produits avec des liens limités. Ici lorsqu'on s'expose à un marché suisse et un marché français on sait qu'on s'expose à des marchés avec des rentabilités qui vont être sensibles aux effets de contagions. Un ordre continent aurait été déjà plus à même de répondre à nos enjeux.

Evidemment dans le cadre de notre travail un certains nombres de limite pourrait être énoncé. D'abord on peut faire référence au modèle Generalized autoregressive score copula qui permet de capturer les effets à travers le temps de plus ici on concentre notre analyse sur l'intégralité des données mais au vu des résultats nous aurions pu accepter d'ajuster nos valeurs a l'Extreme value Theorem et dans ce cas sans doute plus s'ajuster sur une copule de Gumbel.

Pour autant la conclusion n'en demeure les indices occidentaux sont tres corrélés à cause du problème de contagion et de l'asymétrie d'information et nous ne recommandons pas la gestion indicielle sur des pays limitrophes aux conjonctures économiques aussi largement corrélé.

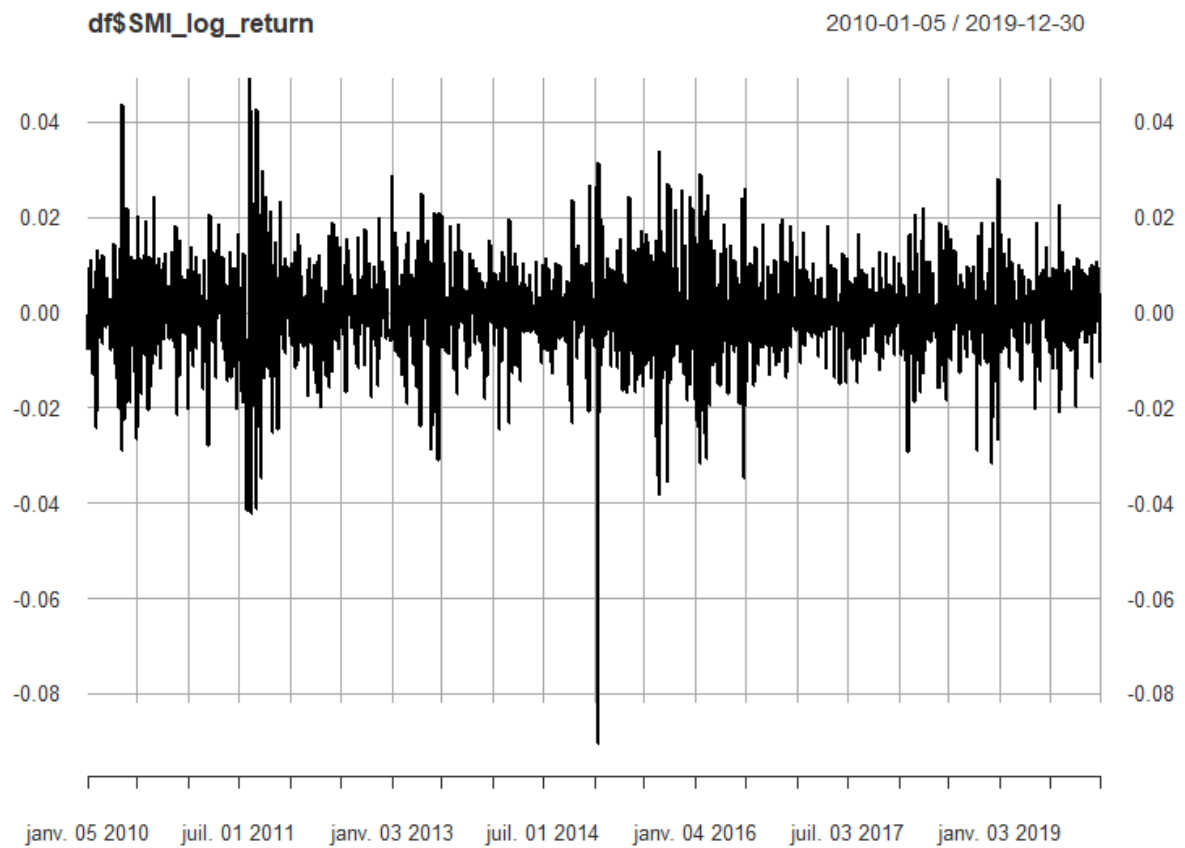
ANNEXE

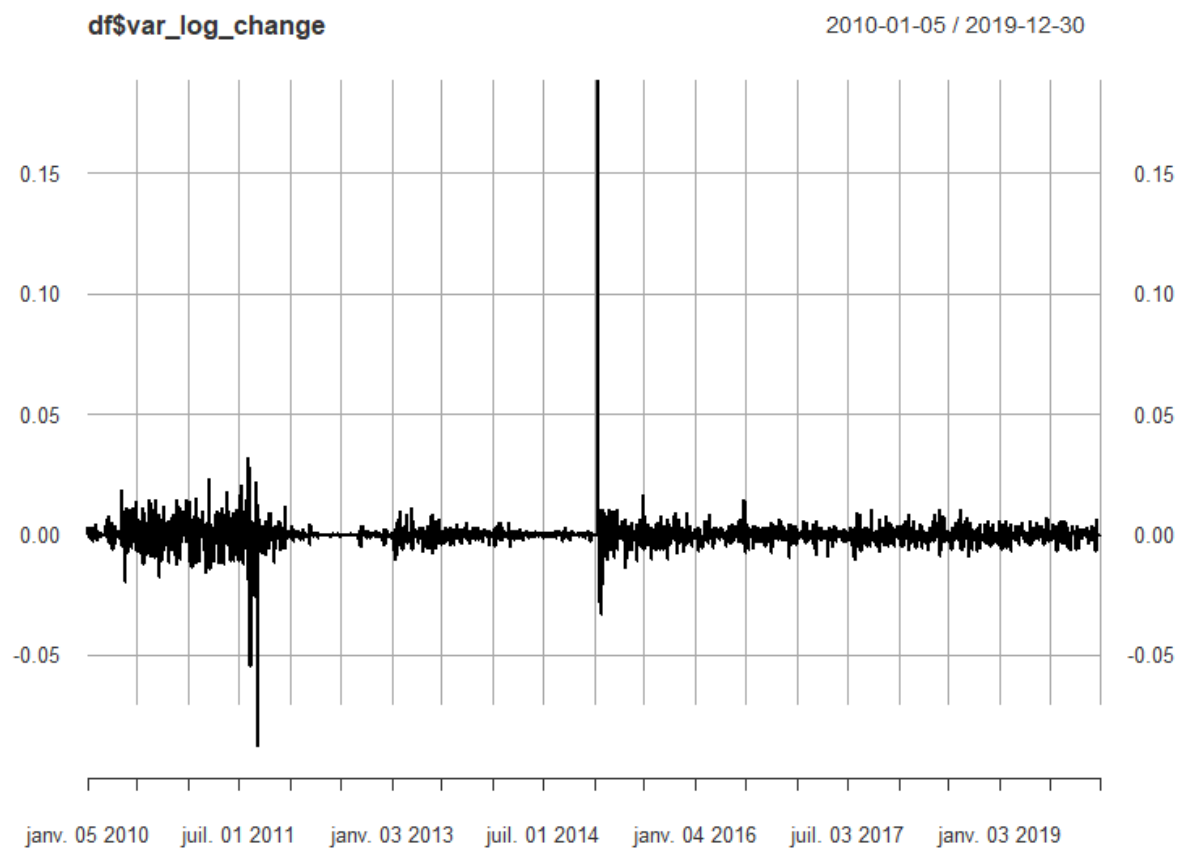


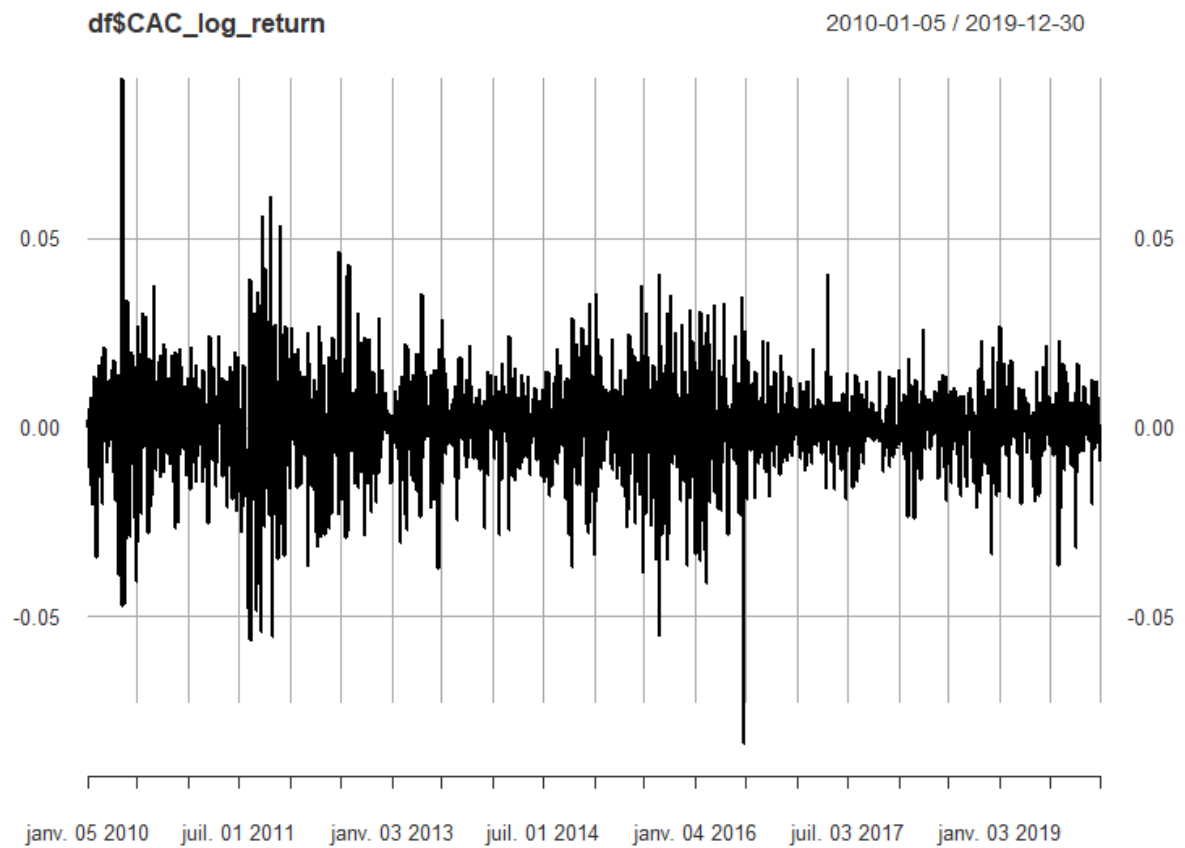


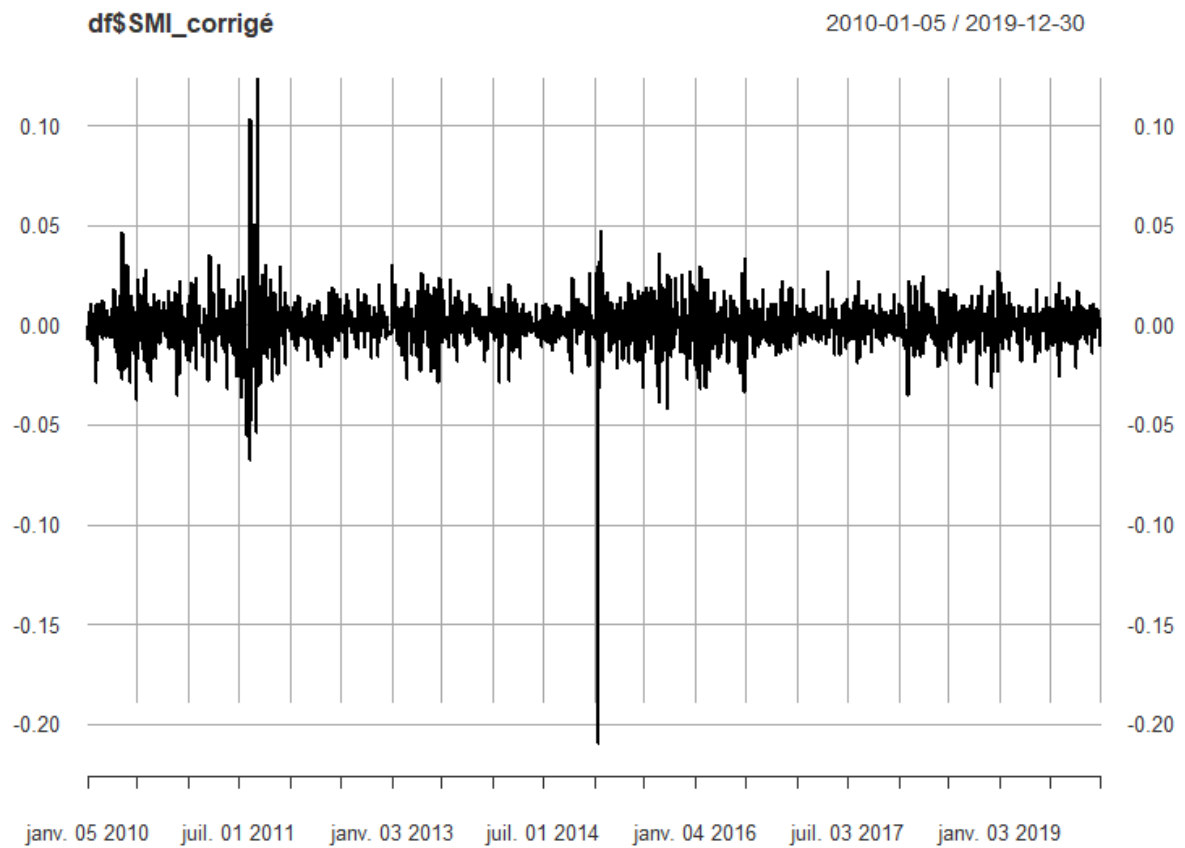
Index	CAC_log_return
Min. :2010-01-05	Min. :-0.0838437
1st Qu.:2012-06-26	1st Qu.: -0.0056920
Median :2014-12-29	Median : 0.0004623
Mean :2014-12-27	Mean : 0.0001647
3rd Qu.:2017-06-23	3rd Qu.: 0.0064144
Max. :2019-12-30	Max. : 0.0922080

Index	SMI_corrige
Min. :2010-01-05	Min. :-0.2102434
1st Qu.:2012-06-26	1st Qu.: -0.0053564
Median :2014-12-29	Median : 0.0002458
Mean :2014-12-27	Mean : 0.0001235
3rd Qu.:2017-06-23	3rd Qu.: 0.0060145
Max. :2019-12-30	Max. : 0.1234418

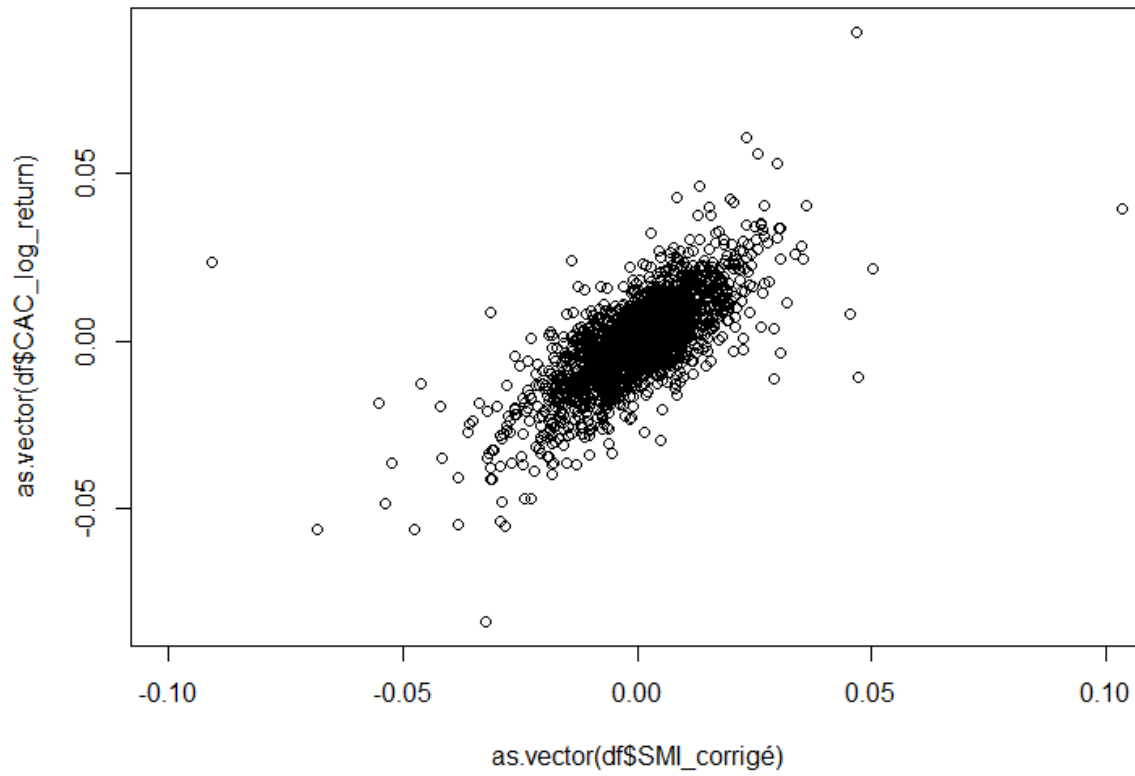




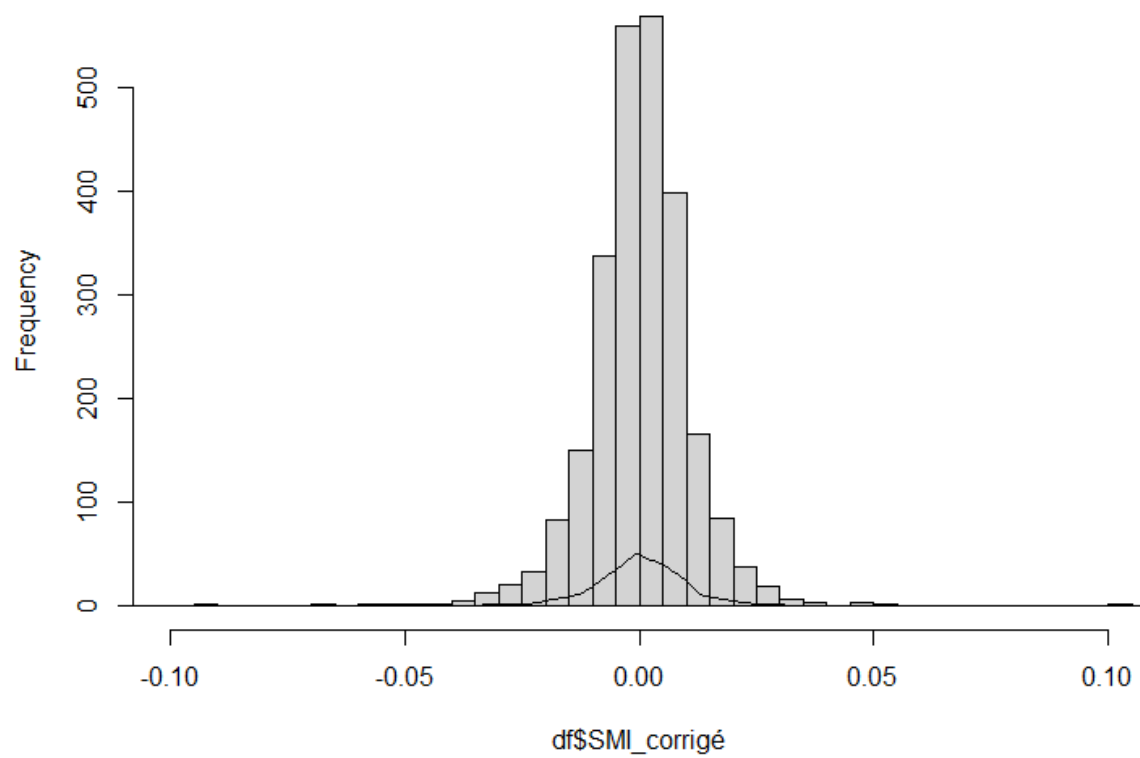




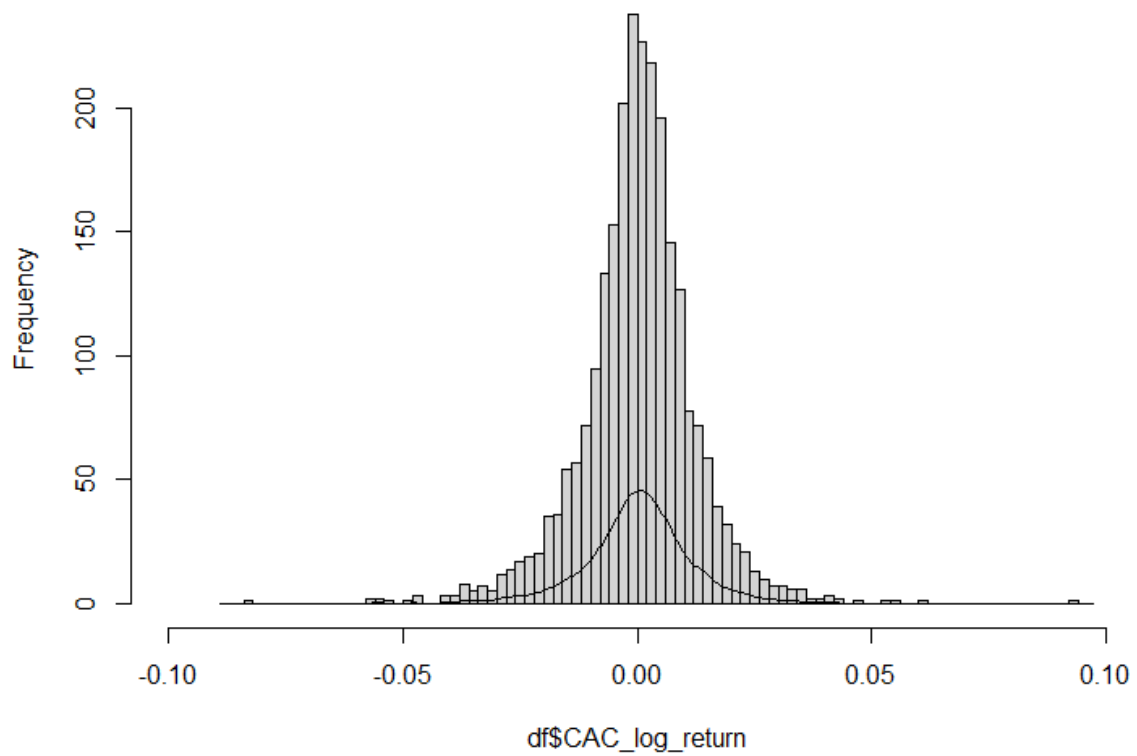
Croisement du rdt euro et non euro

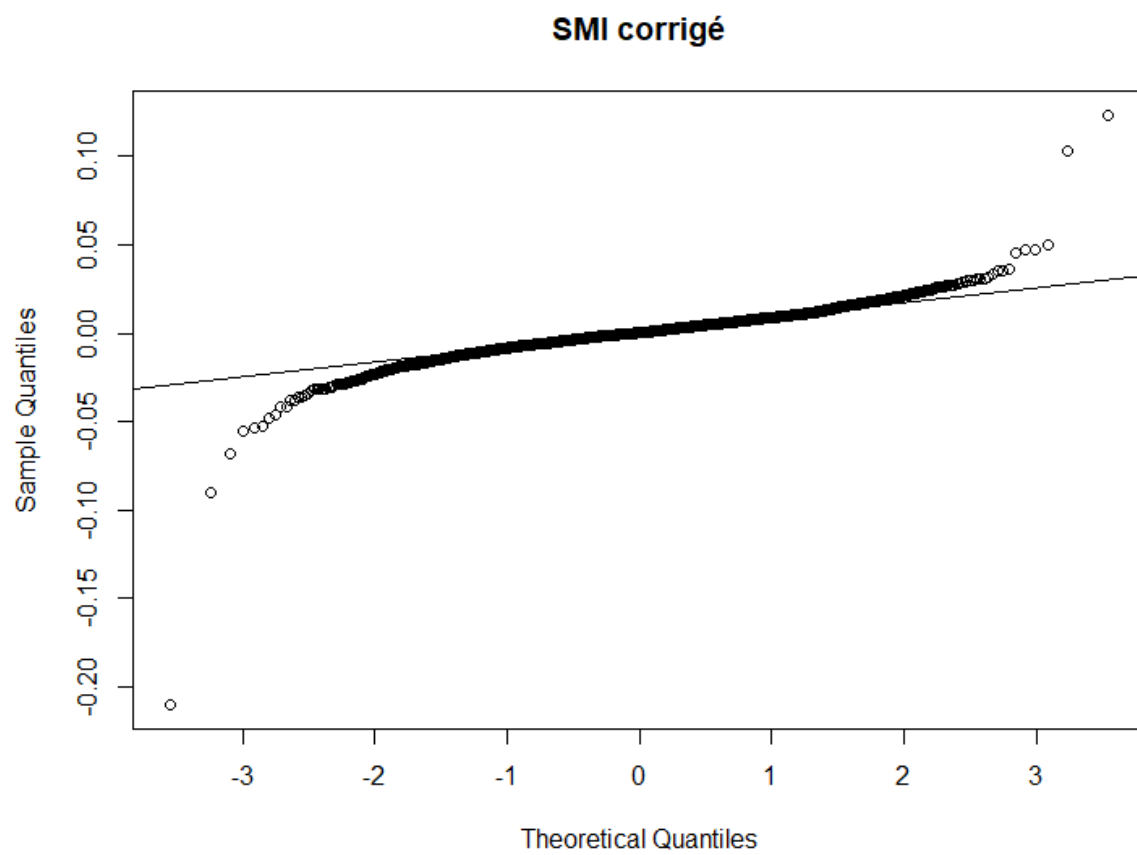


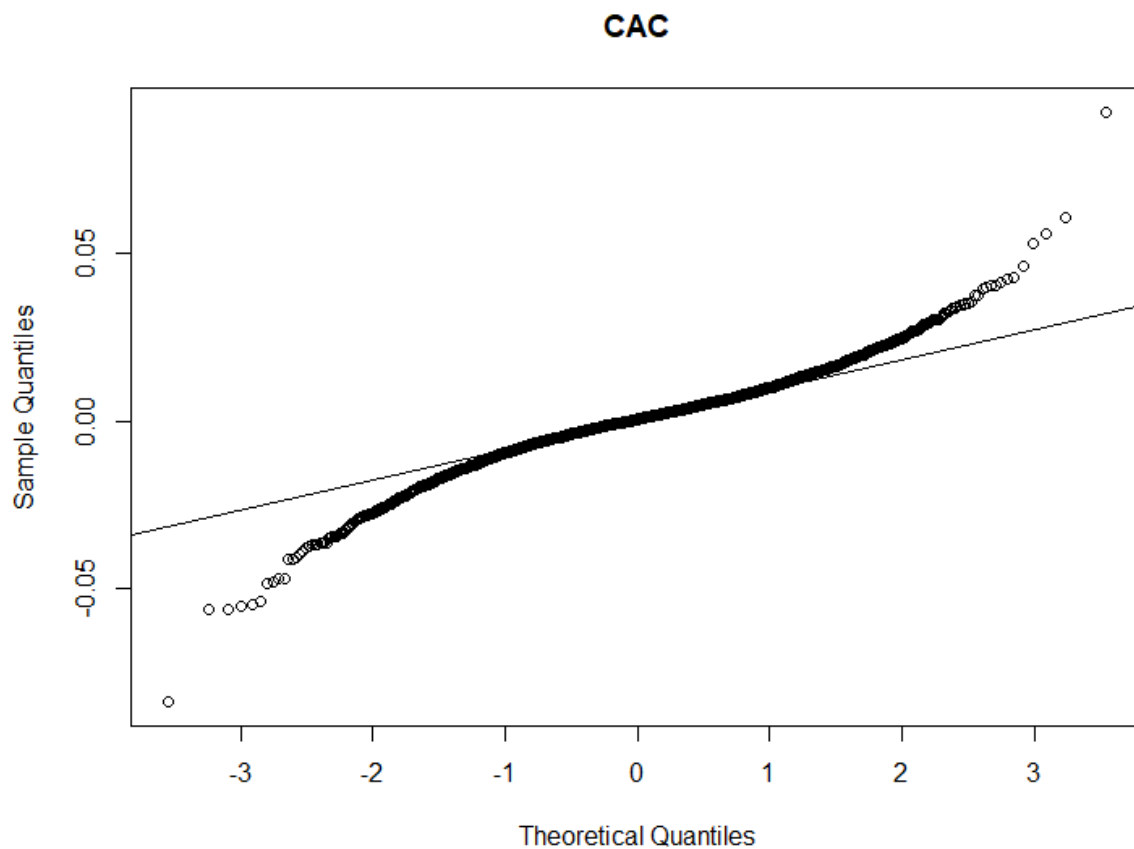
histogramme du rdt du cours suisse



histogramme du rdt du CAC40







```
> ks.test(rsmi,"pnorm",mean=mean(rsmi),sd=sd(rsmi))
```

One-sample Kolmogorov-Smirnov test

data: rsmi

D = 0.96516, p-value < 2.2e-16

alternative hypothesis: two-sided

```
> ks.test(rcac,"pnorm",mean=mean(rcac),sd=sd(rcac))
```

One-sample Kolmogorov-Smirnov test

data: rcac

D = 0.97189, p-value < 2.2e-16

alternative hypothesis: two-sided

```
> cor.test(as.vector(rcac),as.vector(rsmi),method="pearson")
```

Pearson's product-moment correlation

data: as.vector(rcac) and as.vector(rsmi)

t = 44.318, df = 2498, p-value < 2.2e-16

alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0

95 percent confidence interval:

0.6409259 0.6848487

sample estimates:

cor

0.6634585

```
> cor.test(as.vector(rcac),as.vector(rsmi),method="kendall")
```

Kendall's rank correlation tau

data: as.vector(rcac) and as.vector(rsmi)

z = 39.619, p-value < 2.2e-16

alternative hypothesis: true tau is not equal to 0

sample estimates:

tau

0.5286281

```
> cor.test(as.vector(rcac),as.vector(rsmi),method="spearman")
```

Spearman's rank correlation rho

data: as.vector(rcac) and as.vector(rsmi)

S = 761927716, p-value < 2.2e-16

alternative hypothesis: true rho is not equal to 0

sample estimates:

rho

0.7074197

|=====

=| 100%

Multiplier bootstrap-based goodness-of-fit test of t-copula, dim. d = 2, with
'method'="Sn", 'estim.method'="mpl":

data: x

statistic = 0.020824, parameter = 0.73788, p-value = 0.2043

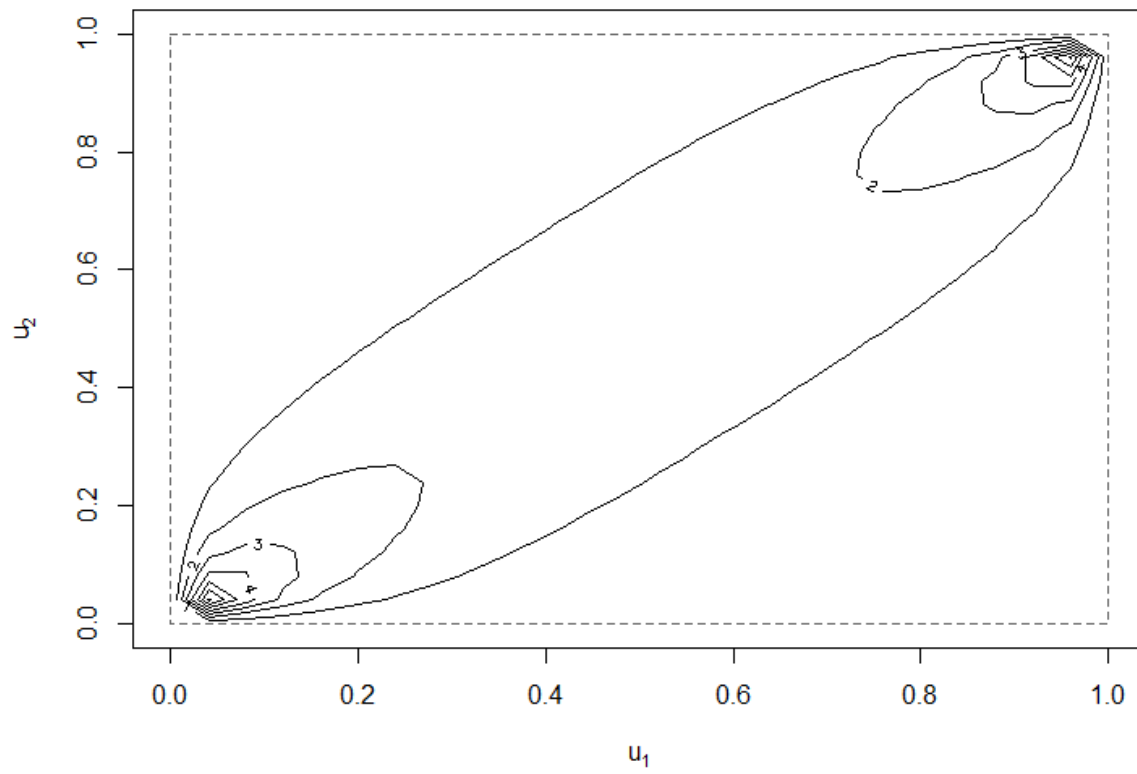
|=====

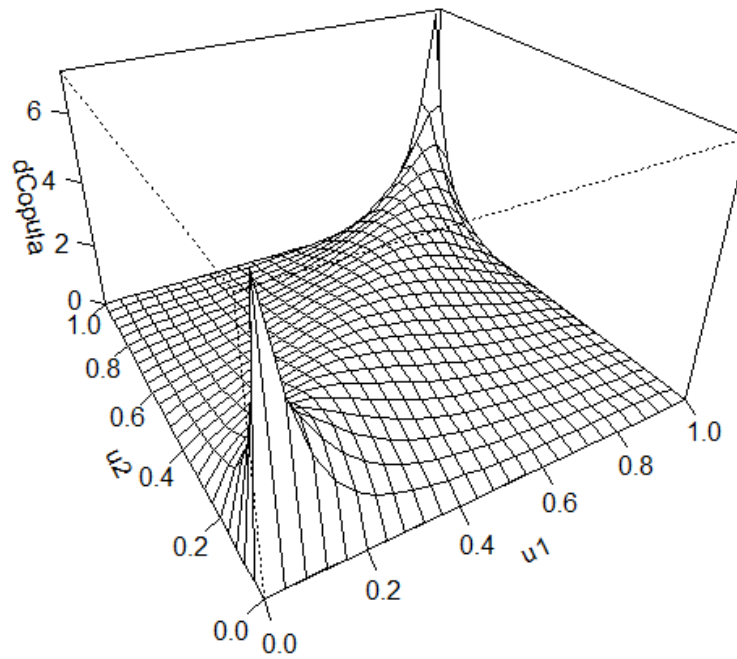
=| 100%

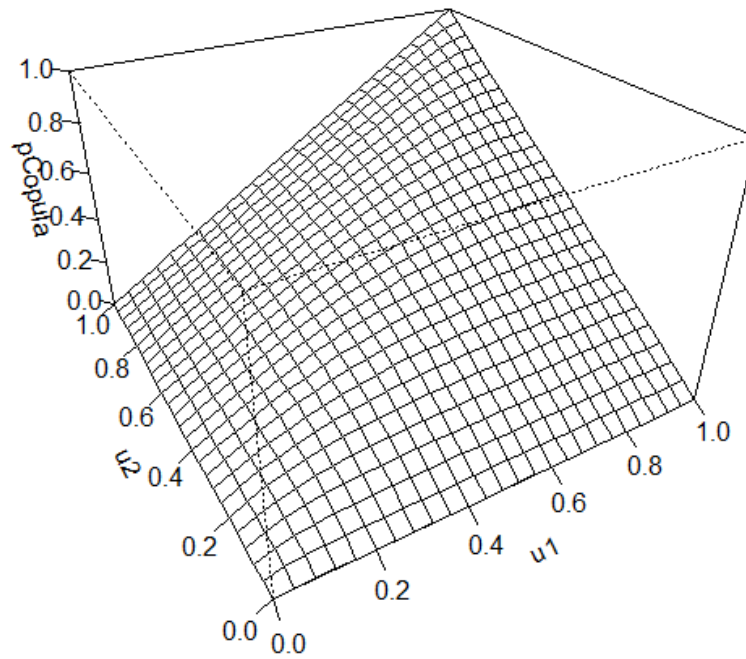
Multiplier bootstrap-based goodness-of-fit test of Gumbel copula, dim. d = 2, with
'method'="Sn", 'estim.method'="mpl":

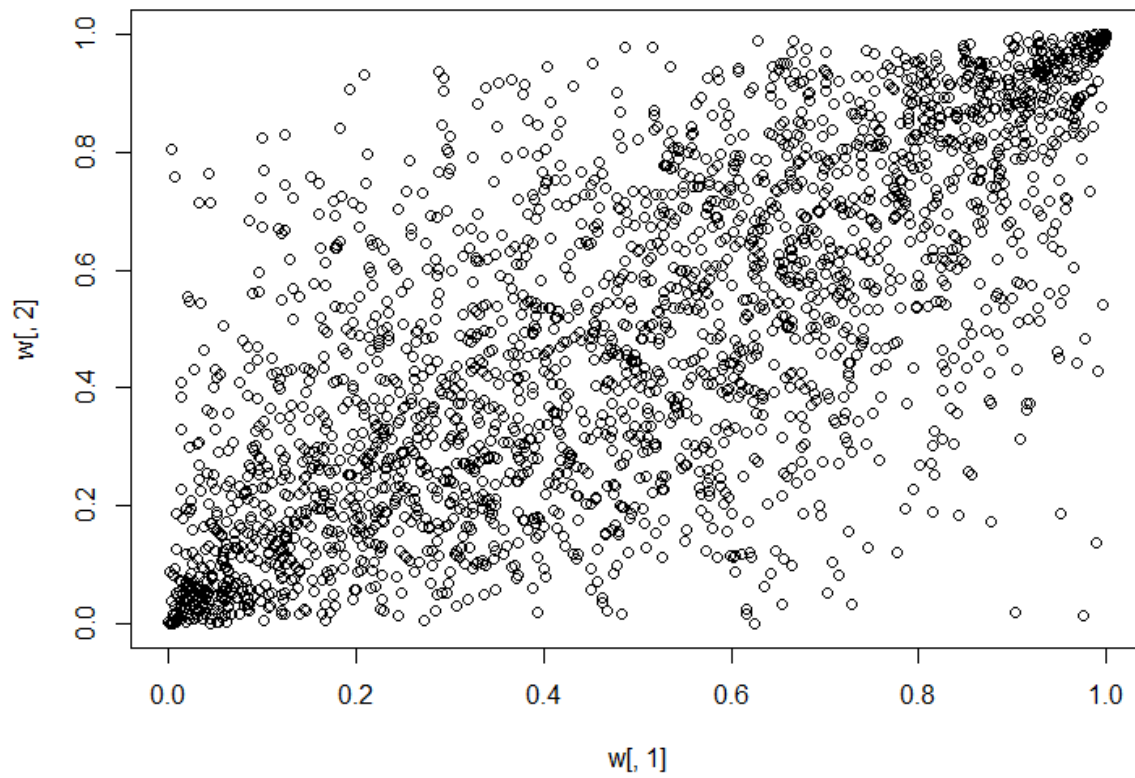
data: x

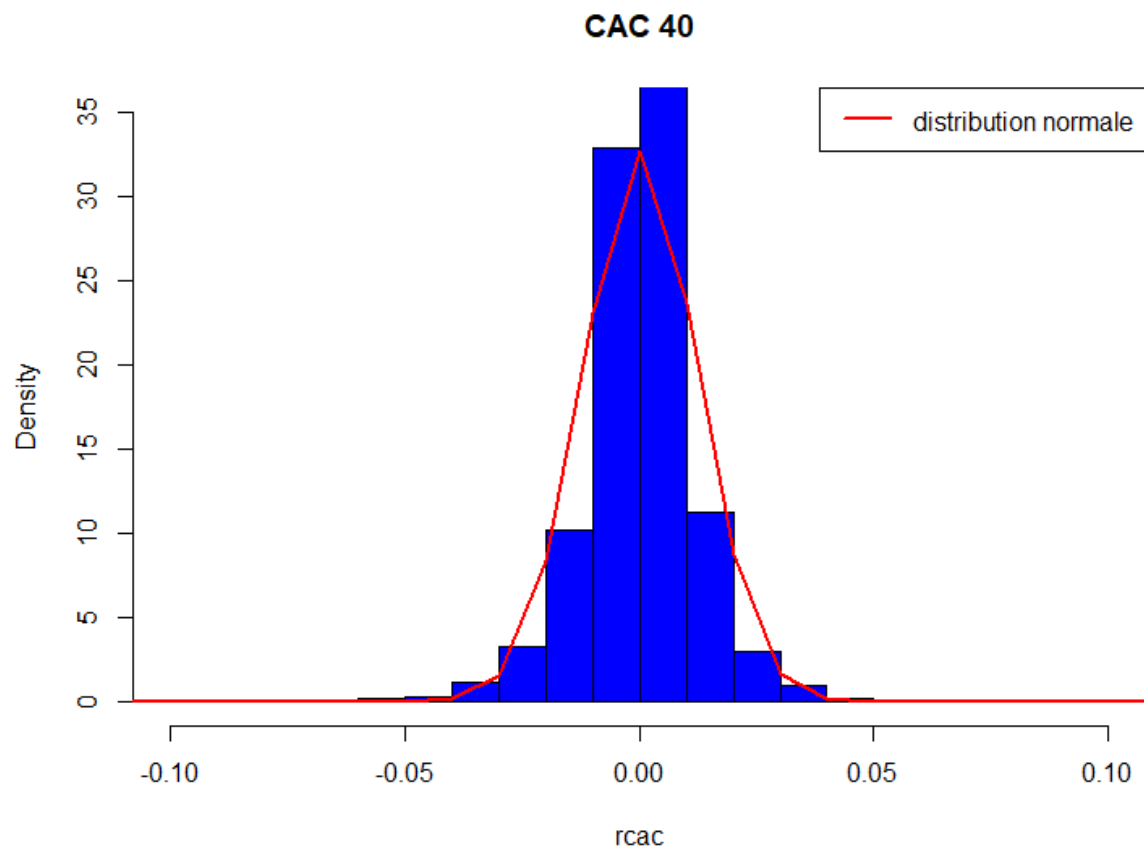
statistic = 0.25489, parameter = 2.0413, p-value = 0.0004995

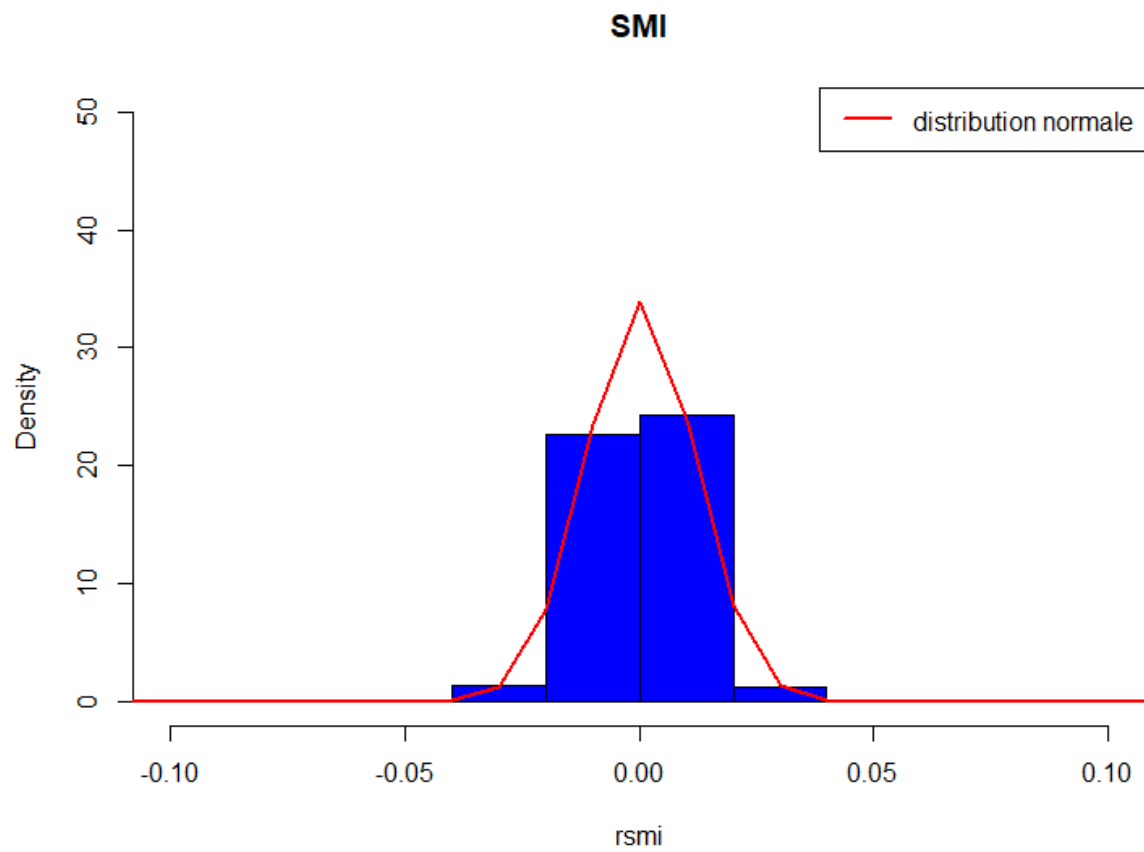


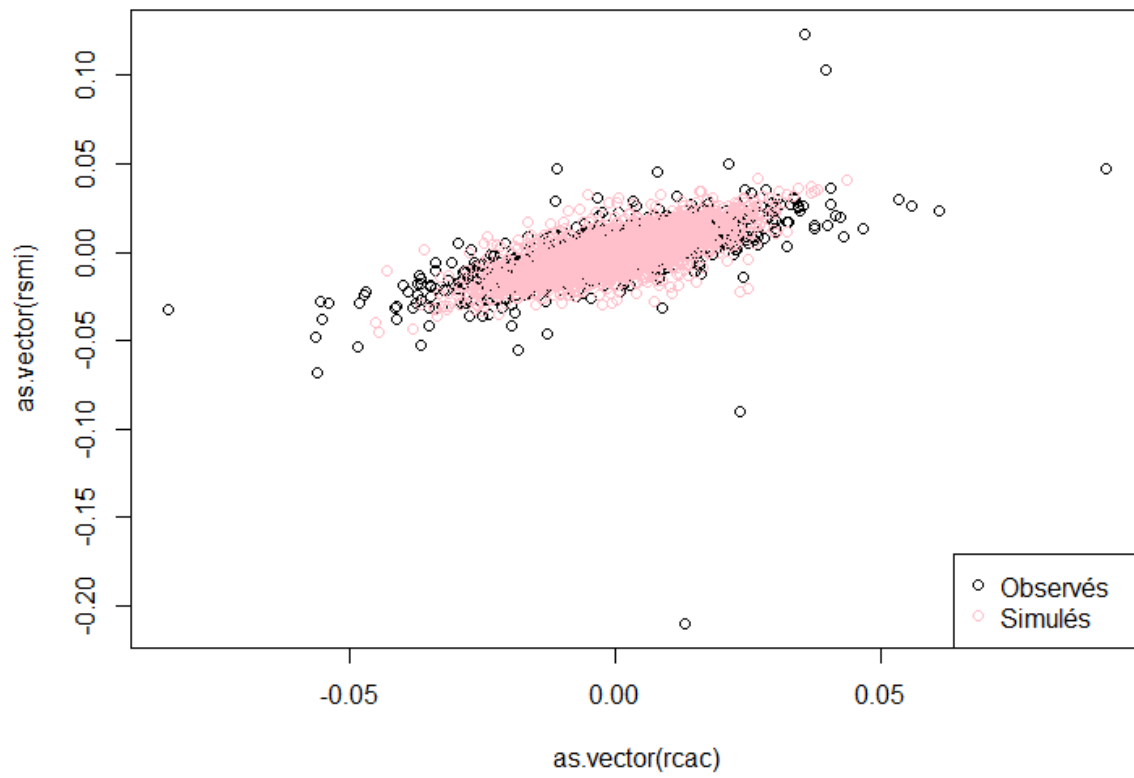












CODE

```
#import des librairies
library("foreign")
library("psych")
library("quantmod")
library("VineCopula")
library("copula")
library("tidyr")
library("ggpubr")
library("PerformanceAnalytics")
library("mvtnorm")

#import des données
getSymbols("^SSMI",from="2010-01-01",to="2019-12-31")
getSymbols("^FCHI",from="2010-01-01",to="2019-12-31")
getSymbols("CHFEUR=X",from="2010-01-01",to="2019-12-31")

#preparation des données
SMI = SSMI[, "SSMI.Close"]
SMI$SMI_log_return <- diff(log(SMI))
plot(SMI$SSMI.Close,main="Cours du SMI")

CAC = FCHI[, "FCHI.Close"]
CAC$CAC_log_return <- diff(log(CAC))
plot(CAC$FCHI.Close,main="cours du CAC40")

tx_de_change = `CHFEUR=X`[, "CHFEUR=X.Close"]
tx_de_change$var_log_change <- diff(log(tx_de_change))
plot(tx_de_change$CHFEUR.X.Close,main="taux de change")

#preparaton de la table finale
df <- merge(SMI,CAC,by=CAC$index)
df <- merge(df,tx_de_change,by=CAC$index)
df <- na.omit(df)
df$SMI_corrige <- (df$SMI_log_return+1)/(df$var_log_change+1)-1

#synthèse des données cibles
summary(df$CAC_log_return)
summary(df$SMI_corrige)

#presentation des rendements
plot(df$SMI_log_return)
plot(df$var_log_change)
```

```
plot(df$CAC_log_return)
plot(df$SMI_corrige)
```

```
#scatter plot des rendements du CAC sur ceux du SMI mais sans avoir l'index en abscisse
plot(x=as.vector(df$SMI_corrige),y=as.vector(df$CAC_log_return),type="p",main="Croisement
nt du rdt euro et non euro",xlim=c(-0.1,0.1))
```

```
# Histogramme : changer l'axe pour que la ligne de la loi normale soit plus visible
hist(df$SMI_corrige,breaks=80, seq(-0.1, 0.1, 0.004),main="histogramme du rdt du cours
suisse",xlim=c(-0.1,0.1))
lines(density(df$SMI_corrige))
hist(df$CAC_log_return,breaks=80, seq(-0.1, 0.1, 0.004),main="histogramme du rdt du
CAC40",xlim=c(-0.1,0.1))
lines(density(df$CAC_log_return))
```

```
#preparation des données pour test de normalité
rsmi <- df$SMI_corrige
storage.mode(rsmi) <- "numeric"
rcac <- df$CAC_log_return
storage.mode(rcac) <- "numeric"
```

```
#test de normalité (kolmogorov smirnov)
qqnorm(df$SMI_corrige,main="SMI corrige")
qqline(df$SMI_corrige)
```

```
qqnorm(df$CAC_log_return,main="CAC")
qqline(df$CAC_log_return)
```

```
ks.test(rsmi,"pnorm",mean=mean(rsmi),sd=sd(rsmi))
ks.test(rcac,"pnorm",mean=mean(rcac),sd=sd(rcac))
```

```
# les tests de corrélation
cor.test(as.vector(rcac),as.vector(rsmi),method="pearson")
cor.test(as.vector(rcac),as.vector(rsmi),method="kendall")
cor.test(as.vector(rcac),as.vector(rsmi),method="spearman")
```

```
#Copula definition
u <- pobs(as.matrix(cbind(rcac,rsmi)))[,1]
v <- pobs(as.matrix(cbind(rcac,rsmi)))[,2]
```

```
selectedCopula <- BiCopSelect(u,v,familyset=NA)
selectedCopula
# 2 -> student copula (elliptic) of dimension = 2
```

```
copule <- tCopula(dim=2)
set.seed(2493)
m <- pobs(as.matrix(cbind(rcac,rsmi)))

#test de l'identification de la copule
gofCopula(tCopula(dim = 2, dispstr = "un", df.fixed = TRUE),
          x = m, simulation = "mult")
gofCopula(gumbelCopula(dim=2),x=m,simulation="mult")

fit <- fitCopula(copule,m,method="ml")
coef(fit)
rho <- coef(fit)[1]
ddf <- coef(fit)[2]

#visualisation de la copule
contour(tCopula(dim=2,rho,df=ddf),dCopula)
persp(tCopula(dim=2,rho,df=ddf),dCopula)
persp(tCopula(dim=2,rho),pCopula)

#simulation de la donnée extrait de la copule sur un échantillon identique en taille
w <- rCopula(2500,tCopula(dim=2,rho,df=ddf))
plot(w[,1],w[,2])

rcac_mu <- mean(rcac)
rcac_sd <- sd(rcac)
rsmi_mu <- mean(rsmi)
rsmi_sd <- sd(rsmi)

hist(rcac,main='CAC 40',freq=F,col='blue',ylim=c(0,35),xlim=c(-0.1,0.1))
lines(seq(-0.5,0.5,0.01),dnorm(seq(-0.5,0.5,0.01),rcac_mu,rcac_sd),col='red', lwd=2)
legend('topright',c('distribution normale'),col=c('red'),lwd=2)

hist(rsmi,main='SMI',col='blue',freq=F,ylim=c(0,50),xlim=c(-0.1,0.1))
lines(seq(-0.5,0.5,0.01),dnorm(seq(-0.5,0.5,0.01),rsmi_mu,rsmi_sd),col='red',lwd=2)
legend('topright',c('distribution normale'),col=c('red'),lwd=2)

copula <- mvdc(copula=tCopula(rho,dim=2,df=ddf), margins=c("norm","norm"),
               paramMargins=list(list(mean=rcac_mu, sd=rcac_sd),
                                  list(mean=rsmi_mu, sd=rsmi_sd)))
simulation <- rMvdc(2500, copula)
plot(as.vector(rcac),as.vector(rsmi))
points(simulation[,1],simulation[,2],col='pink')
legend('bottomright',c('Observés','Simulés'),col=c('black','pink'),pch=21)
```

```
qte_SMI <- as.vector(50000/df$SSMI.Close[1,1])  
qte_CAC <- as.vector(50000/df$FCHI.Close[1,1])  
df$Portfolio <- qte_SMI*(df$SSMI.Close*df$CHFEUR.X.Close)+qte_CAC*df$FCHI.Close  
df$Portfolio_log_return <- diff(log(df$Portfolio))
```

```
#pas sûr de la pertinence à tester peut etre différemment  
VaR(na.omit(df$SMI_corrige),p=0.95,method="gaussian")  
VaR(na.omit(df$CAC_log_return),p=0.95,method="gaussian")  
VaR(na.omit(df$Portfolio_log_return),p=0.95,method="gaussian")
```

```
ES(na.omit(df$SMI_corrige),p=0.95,method="gaussian")  
ES(na.omit(df$CAC_log_return),p=0.95,method="gaussian")  
ES(na.omit(df$Portfolio_log_return),p=0.95,method="gaussian")
```