

## ВОПРОСЫ НА ПОНИМАНИЕ

**Упражнение 1.** Ответьте на следующие вопросы:

1. Как из нормальной случайной величины  $\mathcal{N}(a, \sigma^2)$  сделать величину со стандартным нормальным распределением  $\mathcal{N}(0, 1)$ ?
2. Как необходимо преобразовать стандартную нормальную величину  $\mathcal{N}(0, 1)$ , чтобы получить нормальное распределение  $\mathcal{N}(a, \sigma^2)$ ?
3. Что такое функция распределения случайной величины?
4. Как по функции распределения  $F(x)$  случайной величины  $X$  найти ее плотность?
5. Как по функции распределения  $F(x)$  случайной величины  $X$  найти вероятность  $\mathbb{P}(X > 3)$ ?

## ЗАДАЧИ

**Упражнение 2.** Если случайная величина  $X$  имеет нормальное распределение  $\mathcal{N}(0, 1)$ , каким будет распределение случайной величины  $-X$ ?

**Упражнение 3.** Пусть  $X \sim \mathcal{N}(a, \sigma^2)$ . Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $Y = (5 + X \cdot \ln 2)/2$ .

**Упражнение 4.** Нарисуйте функцию распределения случайной величины с распределением Бернулли  $\mathbb{B}_p$ ,  $p \in (0; 1)$ . Как в общем случае выглядит функция распределения дискретной случайной величины?

**Упражнение 5.** Пусть  $X$  имеет стандартное нормальное распределение  $\mathcal{N}(0, 1)$ . Найдите плотность распределения случайной величины  $X^2$ . В статистике оно известно под именем «распределения хи-квадрат» (с одной степенью свободы).

**Упражнение 6.** Пусть  $\Phi(u)$  будет функцией распределения стандартного нормального закона  $\mathcal{N}(0, 1)$ . Известно, что функция  $\Phi(u)$  не является элементарной, то есть, интеграл не может быть сведен к табличным и быть композицией элементарных функций. Находить значения  $\Phi(u)$  мы будем по таблице. Часто в таблицах указывают значения только для  $u \geq 0$ . Чтобы найти значения для  $u < 0$  мы будем пользоваться равенством  $\Phi(-u) = 1 - \Phi(u)$ ,  $u > 0$ . Докажите это равенство.

**Упражнение 7.** Время работы электрической лампочки (в днях) хорошо описывается экспоненциальным распределением с плотностью

$$f(u) = \begin{cases} \frac{1}{30} e^{-\frac{u}{30}}, & u \geq 0, \\ 0, & u < 0. \end{cases}$$

Каким будет среднее время работы лампочки? Чему равна вероятность того, что лампочка проработает не более 3-х дней? А больше 10 дней? А больше 30 дней?

**Упражнение 8.** Пусть одновременно тестируются пять приборов, описанных выше. (a) Сколько придется ждать, пока один из них выйдет из строя? (b) Сколько придется ждать, пока испортятся все пять приборов?