

Лин. алг. I: 18 сентября

Заг. 1

$$\begin{cases} -6x - 9y + 3z + 2v = 4 \\ -2x + 3y + 5z + 2v = 2 \\ -2x + 6y + 4z + 3v = 4 \end{cases}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} -6 & -9 & 3 & 2 & 4 \\ -2 & 3 & 5 & 2 & 2 \\ -2 & 6 & 4 & 3 & 4 \end{array} \right) \rightarrow \left( \begin{array}{cccc|c} -2 & 3 & 5 & 2 & 2 \\ 0 & 18 & 12 & 4 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & 1 & 2 \end{array} \right) \rightarrow$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} -2 & 3 & 5 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 18 & -2 & -10 \end{array} \right) \rightarrow \left( \begin{array}{cccc|c} -2 & 3 & 5 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 9 & -1 & -5 \end{array} \right) \rightarrow$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} -2 & 0 & 6 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 9 & -1 & -5 \end{array} \right) \rightarrow \left( \begin{array}{cccc|c} 2 & 0 & 6 & 1 & 0 \\ 0 & 27 & 0 & 8 & 13 \\ 0 & 0 & 9 & -1 & -5 \end{array} \right) \rightarrow \left( \begin{array}{cccc|c} 6 & 0 & 0 & -5 & -10 \\ 0 & 27 & 0 & 8 & 13 \\ 0 & 0 & 9 & -1 & -5 \end{array} \right) \rightarrow$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -5/6 & -5/3 \\ 0 & 1 & 0 & 8/27 & 13/27 \\ 0 & 0 & 1 & -1/9 & -5/9 \end{array} \right) \leftarrow \text{Другие члены, Рунг}$$

$$x = 5/6 v - 5/3$$

$$y = -8/27 v + 13/27$$

$$z = 1/9 v - 5/9$$

$$v \left( \begin{array}{cc|c} 5/6 & -5/3 \\ -8/27 & 13/27 \\ 1/9 & -5/9 \\ 1 & 0 \end{array} \right) =$$

$$\left( \begin{array}{c} 5/6 \\ -8/27 \\ 1/9 \\ 1 \end{array} \right)$$

ФОР:

$$x \left( \begin{array}{c|c} 5/6 & -5/3 \\ 0 & 13/27 \\ 0 & -5/9 \\ 0 & 0 \end{array} \right) + y \left( \begin{array}{c|c} 0 & -8/27 \\ 0 & 13/27 \\ 0 & -5/9 \\ 0 & 0 \end{array} \right) +$$

$$+ z \left( \begin{array}{c|c} 0 & -5/3 \\ 0 & 13/27 \\ 1/9 & -5/9 \\ 0 & 0 \end{array} \right) + v \left( \begin{array}{c|c} 0 & -5/3 \\ 0 & 13/27 \\ 0 & -5/9 \\ 1 & 0 \end{array} \right)$$

$$= \left( \begin{array}{c} -5/3 \\ 13/27 \\ -5/9 \\ 0 \end{array} \right)$$

3af. 2

$$e_1 = (0, 1, 5, -1), e_2 = (1, 0, 0, 0), e_3 = (0, -1, 0, 3)$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 0 & 1 & 5 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 3 & 0 \end{array} \right)$$

$$X = x_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ x_1 \\ 5x_1 \\ -x_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -x_3 \\ 0 \\ 3x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_1 - x_3 \\ 5x_1 \\ -x_1 + 3x_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_2 = 0 \\ x_1 - x_3 = 0 \\ 5x_1 = 0 \\ -x_1 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

Зап. 3

a)  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

$A+B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$

$A \cdot B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 12 & 13 \end{pmatrix}$

$B \cdot A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 16 & 5 \end{pmatrix}$

$2 \cdot 0 - 1 \cdot 3$   $2 \cdot 1 - 1 \cdot 2$

$5 \cdot 0 + 4 \cdot 3$   $5 \cdot 1 + 4 \cdot 2$

$0 \cdot 2 + 1 \cdot 5$   $0 \cdot (-1) + 1 \cdot 4$

$3 \cdot 2 + 2 \cdot 5$   $-3 + 8$

b)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

$A+B =$  Нельзя вычислять, матрицы разного размера

$A \cdot B = \begin{pmatrix} 26 & 11 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$

$2+20+4$   $-1+12+0$

$8+5-6$   $-4+3+0$

$B \cdot A = \begin{pmatrix} -2 & 7 & 7 \\ 17 & 23 & 1 \\ 2 & 8 & 4 \end{pmatrix}$

$2-4$   $8-1$   $4+3$

$5+12$   $20+3$   $10-9$

$2$   $8$   $4$

Задача Вычислить  $A^2, A^3, A^4, A^n$

$$a) A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 8 & 4 \\ 0 & 16 & 8 \\ 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} 16 & 8 & 4 \\ 0 & 16 & 8 \\ 0 & 0 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 64 & 48 & 12 \\ 0 & 64 & 48 \\ 0 & 0 & 64 \end{pmatrix}$$

$$A^4 = \begin{pmatrix} 64 & 48 & 12 \\ 0 & 64 & 48 \\ 0 & 0 & 64 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 256 & 256 & 96 \\ 0 & 256 & 256 \\ 0 & 0 & 256 \end{pmatrix}$$

$$A^n = \begin{pmatrix} 4^n & n \cdot 4^{n-1} & \frac{n(n-1)}{2} 4^{n-2} \\ 0 & 4^n & n \cdot 4^{n-1} \\ 0 & 0 & 4^n \end{pmatrix}$$