ΦΥΣ 140 – Εισαγωγή στην Επιστημονική Χρήση Υπολογιστών

6η Εργασία **Επιστροφή: Τρίτη 15/11/2022**

Υπενθύμιση: Οι εργασίες πρέπει να επιστρέφονται με e-mail στο fotis@ucy.ac.cy που θα στέλνετε από το πανεπιστημιακό σας λογαριασμό το αργότερο μέχρι την ημερομηνία που αναγράφεται.
Ως subject του e-mail θα πρέπει να αναγράφεται την εργασία (username_phy140_hmX όπου X ο αριθμός της εργασίας)
Κάθε αρχείο που επισυνάπτετε (attach) στο e-mail σας θα πρέπει να έχει το όνομα στη μορφή username_hmX.tgz όπου username είναι το username του e-mail σας και X ο αριθμός της εργασίας. Επίσης σαν πρώτο σχόλιο μέσα σε κάθε file που περιέχει το πρόγραμμά σας θα πρέπει να αναφέρεται το ονοματεπώνυμό σας. Οι εργασίες είναι ατομικές και πανομοιότυπες εργασίες δε θα βαθμολογούνται. Για να κάνετε ένα tgz file (ουσιαστικά tar zipped file) θα πρέπει να δώσετε στο terminal την εντολή tar -czvf username_hmX.tgz *.py όπου py είναι όλα τα py files των προγραμμάτων σας.

1. Βρείτε την τετραγωνική ρίζα του αριθμού 53 με ακρίβεια 14 ψηφίων χωρίς να χρησιμοποιήσετε την συνάρτηση βιβλιοθήκης *sqrt*().

2. Σχεδιάστε τη συνάρτηση $f(x) = x^3 - 5x + 3$. Προσδιορίστε τις δύο θετικές λύσεις της με ακρίβεια 4 δεκαδικών ψηφίων χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της διχοτόμησης. Θα πρέπει πρώτα να βρείτε το διάστημα που περιέχει κάθε λύση.

3. Θεωρήστε το ανάπτυγμα Taylor της συνάρτησης $f(x) = \cos(x)$ ως προς $x = 0$. Κάντε τη γραφική παράσταση του πολυωνύμου *Taylor* προσθέτοντας επιπλέον όρους του αναπτύγματος κάθε φορά και συγκρίνετε με την συνάρτηση $f(x) = \cos(x)$. Το γράφημά σας θα πρέπει να γίνει για τιμές γωνιών x στο διάστημα $[-\pi, \pi]$. Θα πρέπει να προσθέσετε το ανώτερο μέχρι τον 6ο όρο του πολυωνύμου. Στο γράφημά σας θα πρέπει να φαίνονται 6 καμπύλες, μία για κάθε επιπλέον όρο που προσθέτετε στο πολυώνυμο, καθώς και η καμπύλη της συνάρτησης του $\cos(x)$. Η κάθε καμπύλη θα πρέπει να έχει το κατάλληλο κείμενο που περιγράφει την εξίσωση που εμφανίζεται.

   Με την ευκαιρία, το πακέτο sympy περιέχει την μέθοδο *series* που μπορεί να σας δώσει το ανάπτυγμα *Taylor* μιας συνάρτησης. Για παράδειγμα έστω η συνάρτηση $f(x) = (1 + x)^n$. Θα μπορούσατε να γράψετε:

```
import sympy as sp
from sympy.abc import x, n   # Για να μην γράφετε x=Symbols('x')
f=(1+x)**n
x0 =0              # ανάπτυγμα ως προς x0=0
nterms=6           # όροι που θα ληφθούν στο ανάπτυγμα
sp.series=(f,x,x0,nterms).removeO()
```

   Το *removeO*() χρειάζεται ώστε ο τύπος να μην περιέχει την τάξη του όρου στον οποίο γίνεται η αποκοπή του αναπτύγματος. Δοκιμάστε με και χωρίς το *removeO*() το παραπάνω παράδειγμα για να δείτε τη διαφορά στο αποτέλεσμα.

4. Χρησιμοποιώντας το πακέτο *sympy* της *python* να κάνετε το γράφημα του αναπτύγματος *Taylor* της συνάρτησης $f(x) = \sin(x)\,/x$ ως προς $x_0 = 0$ για *x* στο διάστημα $[-5.5, 5.5]$ και να συγκρίνετε το αποτέλεσμα με αυτό της συνάρτησης $f(x)$ όπως υπολογίζεται από το πακέτο *sympy*.

Υπόδειξη: Για να υπολογίσετε τις τιμές μιας *lambdify* συνάρτησης πρέπει να δώσετε ως όρισμα στην συνάρτηση *lambdify* το πακέτο που θα χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της. Για παράδειγμα `st = lambdify(x,x+1,module='numpy')` δηλώνει ότι η *python* συνάρτηση που προκύπτει από την συνάρτηση `x+1` θα υπολογισθεί χρησιμοποιώντας το πακέτο *numpy*. Θα μπορούσαμε να έχουμε *numpy', sympy, math.* Αν η επιλογή είναι *numpy* μπορεί να χρησιμοποιηθούν οι αριθμητικές πράξεις και συναρτήσεις της *numpy*. Αν η επιλογή για το module ήταν *sympy* θα μπορούσαμε να πάρουμε μια νέα συνάρτηση. Για παράδειγμα έστω ότι δώσαμε `evalf=lambdify(x,x+1,'sympy')` Καλώντας `evalf(cos(x))` θα έχει αποτέλεσμα `cos(x)+1`.

Θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε το αποτέλεσμα μιας *sympy* συνάρτησης χωρίς να την μετατρέψουμε σε *lambdify* αντικείμενο τύπου συνάρτησης. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την μέθοδο *subs*(). Η μέθοδος αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε για αριθμητικό υπολογισμό ή για αντικατάσταση μιας έκφρασης στην *sympy* συνάρτηση. Για παράδειγμα:

```
>> f=x+1
>> f.subs(x,2)
 3
>> f.subs(x,cos(x))
cos(x)+1
```

5. Χρησιμοποιήστε μόνο το πακέτο *simpy* της *python* για να βρείτε τα μέγιστα και ελάχιστα της συνάρτησης $f(x) = \sqrt[5]{x^4}(x-4)^2 = x^{4/5}(x-4)^2$ για x στο διάστημα $[-1,6]$. Συγκρίνετε τα αποτελέσματα που βρήκατε με αυτά που θα πάρετε αν χρησιμοποιήσετε την μέθοδο Newton-Raphson.