Σειρά	Θέση

ΦΥΣ. 131
Τελική Εξέταση: 13-Δεκεμβρίου-2006

Πριν αρχίσετε συμπληρώστε τα στοιχεία σας (ονοματεπώνυμο και αριθμό ταυτότητας).

Ονοματεπώνυμο	Αριθμός ταυτότητας

Σας δίνονται 10 ισότιμα προβλήματα (20 βαθμοί το καθένα) και πρέπει να απαντήσετε σε όλα.

Προσπαθήστε να δείξετε την σκέψη σας και να εξηγήσετε όσο το δυνατόν πιο καθαρά για ποιό λόγο κάνετε ότι γράφετε. Γράψτε καθαρά διαγράμματα με δυνάμεις, ταχύτητες, επιταχύνσεις.

ΑΠΑΓΟΡΕΥΕΤΑΙ ΟΠΟΙΟΔΗΠΟΤΕ ΕΙΔΟΣ ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑΣ ΟΠΩΣ ΕΠΙΣΗΣ ΧΡΗΣΗ ΣΗΜΕΙΩΣΕΩΝ, ΒΙΒΛΙΩΝ, ΚΙΝΗΤΩΝ Η ΟΤΙΔΗΠΟΤΕ ΑΛΛΟ.

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 3 ώρες. Καλή Επιτυχία

Τύποι που μπορεί να φανούν χρήσιμοι

Γραμμική κίνηση:

$\upsilon = \upsilon_0 + at$

$x = x_0 + \upsilon_0 t + \frac{1}{2}at^2$

$\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2a(x - x_0)$

Στροφική κίνηση:

1περιστροφή = 360° = 2π ακτίνια

$\theta = \frac{s}{r}$

$\overline{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}, \quad \overline{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$

$\omega = \omega_0 + \alpha t$

$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$\omega = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$

$\upsilon_{\varepsilon\phi} = \omega R$

$a_{\varepsilon\phi} = \alpha R$

$a_{\kappa\varepsilon\nu\tau\rho} = \frac{\upsilon_{\varepsilon\phi}^2}{R} = \omega^2 R$

$\vec{a}_{\gamma\rho\alpha\mu} = \vec{a}_{\kappa\varepsilon\nu\tau\rho.} + \vec{a}_{\varepsilon\phi}$

$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi R}{\upsilon_{\varepsilon\phi}}$

Περιστροφή σώματος:

$I = \sum_i m_i r_i^2$

$E_{\kappa\iota\nu}^{\pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\phi\iota\kappa\acute{\eta}} = \frac{1}{2}I\omega^2$

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = I\alpha$

$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

$L = I\omega$

$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

Απομονωμένο σύστημα: $L_i = L_f$

Έργο – Ενέργεια:

Έργο σταθερή δύναμης: $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$

Έργο μεταβαλλόμενης δύναμης: $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$

$\vec{F} = -\frac{dU}{d\vec{r}}$

$\Delta U = -\int_{r_i}^{r_f} \vec{F} \cdot d\vec{r}$

$U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}kx^2$

$U_g = mgh$ (h<<$R_{\gamma\eta\varsigma}$)

$W = \Delta E_{\kappa\iota\nu.}$

$W = -\Delta U$ (για συντηρητικές δυνάμεις)

$E_{\mu\eta\chi.} = E_{\kappa\iota\nu.} + U$

$E_{\kappa\iota\nu.} = \frac{1}{2}m\upsilon^2$

$W = \Delta E_{\mu\eta\chi.}$ (για μη συντηρητικές δυνάμεις)

$\vec{F}_{\varepsilon\lambda} = -k\vec{x}$

$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$

$P = \vec{F} \cdot \vec{\upsilon}$

Ορμή – Ώθηση - Κρούσεις:

$\vec{p} = m\vec{\upsilon}$

Ώθηση: $\vec{I} = \int F dt = \Delta\vec{p}$

$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$

Απομονωμένο σύστημα: $\vec{p}_i = \vec{p}_f$

Ελαστική κρούση: $\Delta\vec{p} = 0, \ \Delta E = 0$

Μη ελαστική κρούση: $\Delta\vec{p} = 0, \ \Delta E \neq 0$

Ελαστική κρούση σε 1-Δ: $\vec{\upsilon}_1 - \vec{\upsilon}_2 = -(\vec{\upsilon}_1' - \vec{\upsilon}_2')$

Κέντρο μάζας:

$$x_{CM} = \frac{1}{M_{ολ}} \sum_i m x_i$$

$$\vec{\upsilon}_{CM} = \frac{1}{M_{ολ}} \sum_i m \upsilon_i$$

$$\sum \vec{F}_{εξ} = M\vec{a}_{CM}$$

Συνθήκες στατικής ισορροπίας:

$$\sum \vec{F}_{εξ} = 0 \text{ και } \sum \vec{\tau}_{εξ} = 0$$

Βαρυτική έλξη:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$$

$$U_g = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

$$E = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - G\frac{m_1 m_2}{r}$$

$$\upsilon_{δορυφ.} = \sqrt{\frac{2GM_{γη}}{R_{γη}}}$$

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_H}\right) r^3$$

$$R_{γη} = 6.4 \times 10^3\ km$$

$$M_{γη} = 5.97 \times 10^{24}\ kg$$

Ταλαντώσεις:

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

Λύσεις:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

$$x(t) = B\sin(\omega t + \psi)$$

$$x(t) = C\cos(\omega t) + D\sin(\omega t)$$

$$x(t) = Ee^{i\omega t} + Fe^{-i\omega t}$$

$$\upsilon(t) = -A\omega\sin(\omega t + \phi)$$

$$a(t) = -A\omega^2\cos(\omega t + \phi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$E = U + E_{κιν} = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$$\upsilon = \pm\omega\sqrt{(A^2 - x^2)}$$

Φθίνουσες ταλαντώσεις:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0,\ \gamma = \frac{b}{2m},\ \omega_0 = \frac{k}{m}$$

$x(t) = De^{-\gamma t}\cos(\Omega t + \phi),\ \Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ (μικρή απόσβεση)

$x(t) = Ae^{-(\gamma+\Omega)t} + Be^{-(\gamma-\Omega)t},\ \Omega = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$ (μεγάλη απόσβεση)

$x(t) = e^{-\gamma t}(A + Bt)$ (κριτική απόσβεση, $\gamma = \omega_0$)

Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f\cos\omega_d t$$

Λύση: $x(t) = \frac{f}{R}\cos(\omega_d t - \theta),\ \frac{1}{R} = \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_d^2)^2 + (2\gamma\omega_d)^2}}$

Κυματική:

$$y(t) = A\sin[2\pi(x - \upsilon t)]$$

$$y(t) = A\sin(kx - \omega t),\ k = \frac{2\pi}{\lambda},\ \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$\overline{P} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2\upsilon$$

$\upsilon = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$ (υγρά) $\quad \upsilon = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$ (στερεά)

$$\upsilon = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$s(x,t) = s_{max}\cos(kx - \omega t)$$

$$\Delta P = \Delta P_{max}\sin(kx - \omega t)$$

$$\Delta P_{max} = \rho\upsilon\omega\, s_{max}$$

$$I = \frac{1}{2}\rho\upsilon(\omega s_{max})^2$$

$$\beta = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$f' = \left(\frac{\upsilon \pm \upsilon_{παρ.}}{\upsilon \mp \upsilon_{πηγή}}\right) f$$

Στάσιμα κύματα:

$$y(t) = (2A\sin kx)\cos\omega t$$

$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ n=1,2,3,…

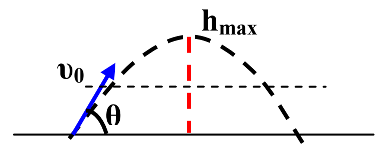
$f_n = \frac{n}{2L}\upsilon$ n=1,2,3,… (για δύο άκρα ανοικτά ή κλειστά)

$f_n = \frac{n}{4L}\upsilon$ n=1,3,5,… (για άκρο κλειστό και άκρο ανοικτό)

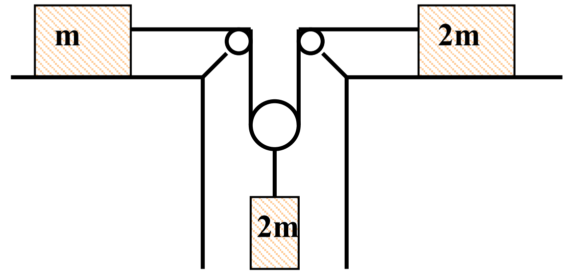
Απλό εκκρεμές: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Φυσικό εκκρεμές: $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}$

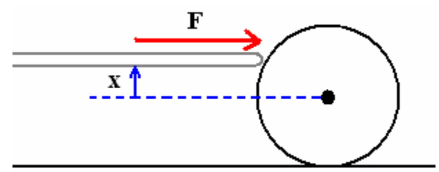
1. Αν ρίξετε ένα βλήμα με ταχύτητα $υ_0$ και γωνία θ ως προς τον ορίζοντα, πόσο ποσοστό του συνολικού χρόνου πτήσης του βρίσκεται σε ύψος πάνω από το μισό του μέγιστου ύψους του; **(20 π)**



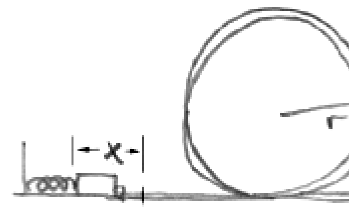
2. Το σύστημα των τροχαλιών του διπλανού σχήματος αφήνεται από την κατάσταση ηρεμίας να κινηθεί. Αν το νήμα που συνδέει τα σώματα είναι αβαρές, οι τροχαλίες λείες και αβαρείς και δεν υπάρχουν τριβές, να βρεθούν οι επιταχύνσεις των μαζών καθώς και η τάση του νήματος. Εκφράστε τις απαντήσεις σας συναρτήσει των m και g. **(20π)**



3. Θεωρήστε ότι παίζετε μπιλιάρδο και σε κάποιο χτύπημα αποφασίζετε να χτυπήσετε την μπάλα κρατώντας την στέκα οριζόντια (παράλληλα προς το τραπέζι) και σε ύψος x πάνω από το κέντρο της μπάλας όπως στο σχήμα. Να βρεθεί η τιμή του x για την οποία η μπάλα του μπιλιάρδου αρχίζει αμέσως να κινείται εκτελώντας κύλιση χωρίς ολίσθηση. (Δηλαδή η κίνηση της μπάλας αμέσως μετά το χτύπημα της στέκας είναι κύλιση χωρίς ολίσθηση). Να εκφράσετε την απάντησή σας συναρτήσει της ακτίνας R της μπάλας. Υποθέστε ότι η τριβή μεταξύ της επιφάνειας και της μπάλας είναι σχεδόν αμελητέα. Η ροπή αδράνειας μιας σφαίρας ως προς το CM είναι $I_{CM} = 2/5MR^2$. (**20 π**)



4. Μια σημειακή μάζα m πιέζεται πάνω σε ένα ελατήριο σταθεράς k και κρατείται σε ηρεμία με την βοήθεια ενός stopper. Το ελατήριο συσπειρώνεται μια άγνωστη απόσταση x. Όταν το stopper απομακρύνεται η μάζα αφήνει το ελατήριο και γλιστρά κατά μήκος ενός κλειστού λείου κυκλικού στεφανιού ακτίνας r. Όταν η μάζα φθάνει στο ανώτερο σημείο του στεφανιού, η δύναμη που ασκεί το στεφάνι στη μάζα είναι ίση με το διπλάσιο του βάρους της μάζας. Αγνοήστε τριβές:



(α) Βρείτε την κινητική ενέργεια στο υψηλότερο σημείο. Εκφράστε την απάντησή σας συναρτήσει των k, m, x, g και r. (**2π**)

(β) Υπολογίστε το έργο από το ελατήριο στη μάζα. Εξηγήστε το πρόσημο (**1+2 π**).

(γ) Χρησιμοποιώντας το 2^{o} νόμο του Newton, βρείτε τη ταχύτητα της μάζας στο υψηλότερο σημείο του στεφανιού. (**4π**)

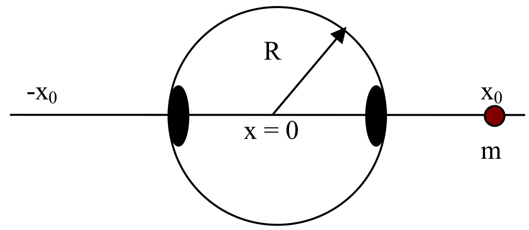
(δ) Ποια ήταν η συσπείρωση του ελατηρίου; (**4π**)

(ε) Αν θεωρήσετε μόνο στατική τριβή μεταξύ της μάζας και του στεφανιού, η δύναμη της τριβής έχει διεύθυνση εφαπτομενική, ποια η κινητική ενέργεια της μάζας στο ψηλότερο σημείο; (**4π**)

(στ) Αν η μάζα αντικατασταθεί από ένα κυλιόμενο δίσκο ακτίνας R, ποια θα είναι η κινητική ενέργεια στο υψηλότερο σημείο του στεφανιού; (**3π**)

5. Ένα βλήμα μάζας 20kg εκτοξεύεται με γωνία 60° πάνω από την οριζόντια διεύθυνση με μια αρχική ταχύτητα 250m/sec. Στο υψηλότερο σημείο της τροχιάς του, το βλήμα εκρήγνυται σε 2 θραύσματα ίσης μάζας, το ένα από τα οποία πέφτει κατακόρυφα με μηδενική αρχική ταχύτητα. **(α)** Σε ποια απόσταση από το σημείο εκτόξευσης πέφτει το δεύτερο θραύσμα στο έδαφος; **(12π)** **(β)** Πόση ενέργεια εκλύθηκε κατά την έκρηξη; **(8π)**

6. Ένα πολύ λεπτό σφαιρικό κέλυφος (κοίλη σφαίρα) μάζας M και ακτίνας R κατέχει κάποια σταθερή θέση στο χώρο ώστε το κέντρο του να συμπίπτει με την αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Δύο μικρές τρύπες ανοίγονται στο κέλυφος ακριβώς στα σημεία στα οποία ο x-άξονας διαπερνά το κέλυφος. Μια μικρή μάζα m κινείται κατά μήκος του x-άξονα από τη θέση x_0 στη θέση $-x_0$. Οι διαστάσεις των τρυπών είναι λίγο μεγαλύτερες από τις διαστάσεις της μάζας και έτσι η μάζα μπορεί να περάσει μέσα από τις τρύπες αυτές.



(α) Προσδιορίστε τη βαρυτική δυναμική ενέργεια U(x) του συστήματος, όπου x είναι η (μεταβαλλόμενη) θέση της m. Θεωρήστε όλες τις τιμές του x από $-x_0$ στη θέση $+x_0$. **(5π)** Κάντε επίσης το γράφημα της U(x) συναρτήσει της θέσης x **(5π)**.

(β) Προσδιορίστε τη βαρυτική δύναμη F(x) στη μάζα m, για όλες τις τιμές του x από το $-x_0$ στο $+x_0$. **(5π)**

Κάντε επίσης το γράφημα της F(x) συναρτήσει του x. **(5π)**.

Θεωρήστε την F αρνητική αν έχει κατεύθυνση στην –x-διεύθυνση και θετική αν έχει κατεύθυνση στην +x-διεύθυνση.

7. Η δυναμική ενέργεια δύο ατόμων σε κάποιο συγκεκριμένο διατομικό μόριο είναι:

$$U(r) = -\frac{a}{r^6} + \frac{b}{r^{12}}$$

όπου r η απόσταση μεταξύ των ατόμων και α και β δύο θετικές σταθερές.

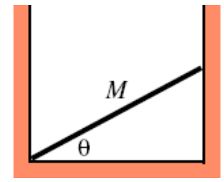
(α) Για ποιες τιμές του r η U είναι σε ελάχιστο; Μέγιστο; **(6π)**

(β) Για ποιες τιμές του r η U = 0; **(2π)**

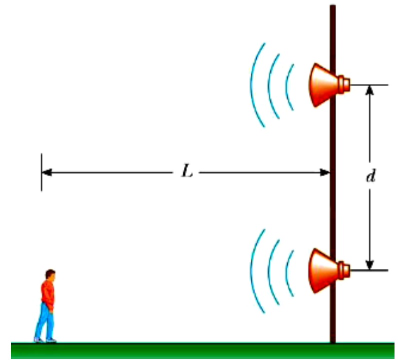
(γ) Σχεδιάστε την U(r) αναγράφοντας όλα τα σημαντικά σημεία για το γράφημα. **(6π)**

(δ) Περιγράψτε την κίνηση του ενός ατόμου ως προς το άλλο όταν η συνολική τους ενέργεια είναι E > 0 και όταν E < 0. **(6π)**

8. Μια ομοιόμορφη βέργα μάζας Μ τοποθετείται μέσα σε ένα ρηχό πηγάδι τα τοιχώματα του οποίου δεν παρουσιάζουν τριβές. Η βέργα σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση. Ποιες είναι οι δυνάμεις που ασκεί το πηγάδι στη βέργα στα δύο άκρα της; **(20π)**



9. Δύο μεγάφωνα “οδηγούνται” από τον ίδιο ταλαντωτή συχνότητας 200Hz. Είναι τοποθετημένα σε ένα κατακόρυφο στύλο και σε απόσταση 4.00m το ένα από το άλλο. Ένα άτομο περπατά προς το μεγάφωνο που βρίσκεται στην χαμηλότερη θέση και με διεύθυνση κάθετη στο στύλο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

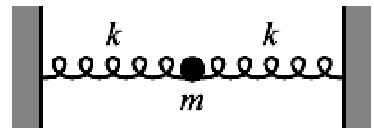


(α) Πόσες φορές θα ακούσει ένα ελάχιστο σε ένταση ήχου;

(β) Πόσο μακριά βρίσκεται από τον στύλο τις στιγμές που ακούει το ελάχιστο της έντασης;

Υποθέστε ότι η ταχύτητα του ήχου είναι 330m/s και αγνοήστε ανακλάσεις του ήχου προερχόμενες από το έδαφος. **(20π)**

10. Τα ελατήρια του παρακάτω σχήματος βρίσκονται στα φυσικά τους μήκη (μήκος ηρεμίας). Η μάζα ταλαντώνεται κατά μήκος των ελατηρίων (δηλαδή παράλληλα προς την διεύθυνση των ελατηρίων) με πλάτος ταλάντωσης d. Κάποια στιγμή (ας υποθέσουμε ότι η στιγμή αυτή είναι η t=0) η μάζα βρίσκεται στη θέση x=d/2 κινούμενη προς τα δεξιά, αφαιρούμε το δεξί ελατήριο.



(α) Ποια είναι η εξίσωση της θέσης x(t) για την κίνηση της μάζας;
Θα πρέπει να βρείτε όλους τους όρους που καθορίζουν την εξίσωση συναρτήσει των δεδομένων του προβλήματος και να μην γράψετε απλά μια εξίσωση. **(13π)**

(β) Ποιο είναι το πλάτος της νέας ταλάντωσης, **(7π)**