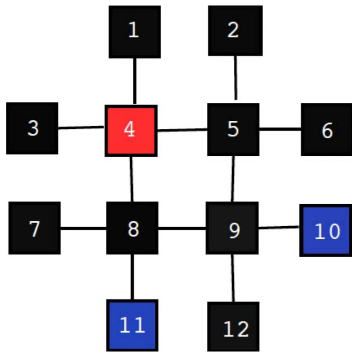
ΦΥΣ 145 –Υπολογιστικές Μέθοδοι στη Φυσική

9η Εργασία **Επιστροφή: 19/04/21 πριν τις 14:30**

<u>Υπενθύμιση:</u> Οι εργασίες πρέπει να επιστρέφονται με e-mail στο fotis@ucy.ac.cy που θα στέλνετε από το πανεπιστημιακό σας λογαριασμό το αργότερο μέχρι την ημερομηνία που αναγράφεται και πριν το εργαστήριο της συγκεκριμένης ημέρας.
Ως subject του e-mail θα πρέπει να αναγράφεται την εργασία (username_phy145_hmX όπου X ο αριθμός της εργασίας)
Κάθε αρχείο που επισυνάπτετε (attach) στο e-mail σας θα πρέπει να έχει το όνομα στη μορφή username_hmX.tgz όπου username είναι το username του e-mail σας και X ο αριθμός της εργασίας. Επίσης σαν πρώτο σχόλιο μέσα σε κάθε file που περιέχει το πρόγραμμά σας θα πρέπει να αναφέρεται το ονοματεπώνυμό σας. Οι εργασίες είναι ατομικές και πανομοιότυπες εργασίες δε θα βαθμολογούνται. Για να κάνετε ένα tgz file (ουσιαστικά tar zipped file) θα πρέπει να δώσετε στο terminal την εντολή tar -czvf username_hmX.tgz *.py όπου py είναι όλα τα py files των προγραμμάτων σας.

1. Ένα κουτί περιέχει 100 μπάλες αριθμημένες από 1 έως 100. Τυχαία επιλέγετε M από τις μπάλες αυτές ($1 < M < 100$) και αθροίζετε τα νούμερα που αντιστοιχούν στις M αυτές μπάλες. Να βρεθεί η πιθανότητα το άθροισμα τους να είναι μεγαλύτερο από 500. Θα πρέπει να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο δέχεται σαν παράμετρο εισόδου τον αριθμό των μπαλών M που θα επιλέξετε, και τον αριθμό των πειραμάτων που θα προσομοιώσετε. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να τυπώνει σαν αποτέλεσμα την πιθανότητα το άθροισμα να είναι μεγαλύτερο από το επιθυμητό αποτέλεσμα. Το πρόγραμμα θα πρέπει να τυπώνει ένα μήνυμα στην περίπτωση που κάποια εισαγωγή στοιχείων δεν είναι σωστή. <u>*Προσέξτε:*</u> ότι σε κάθε πείραμα επιλέγετε M μπάλες ταυτόχρονα. Το αποτέλεσμα θα ήταν διαφορετικό αν επιλέγατε τις μπάλες μια προς μια και μετά τις τοποθετούσατε και πάλι στο κουτί. Επομένως κάθε νούμερο επιλέγεται μια και μόνο φορά.

2. Ένας φοιτητής βγαίνοντας από την εξέταση του μαθήματος ΦΥΣ145 είναι τόσο ζαλισμένος που δεν ξέρει προς πια κατεύθυνση να κινηθεί. Ωστόσο αυτό που επιθυμεί είναι να βρεθεί σε ένα από τα 2 bars που είναι κοντά στο Πανεπιστήμιο και να ξεχάσει για το βράδυ την εμπειρία της εξέτασης. Του δίνονται 4 δυνατές διευθύνσεις με την ίδια πιθανότητα. Σε κάθε εξωτερική θέση του χάρτη ο φοιτητής θα βρεθεί σε μια εκδήλωση από την οποία δεν μπορεί να φύγει. Οι θέσεις στις οποίες βρίσκονται τα bars είναι η 10 και η 11, ενώ το εργαστήριο στο κτίριο ΣΘΕΕ02 που είχε την εξέταση βρίσκεται στη θέση 4. Στις θέσεις 5, 8 και 9 μπορεί να κινηθεί προς οποιαδήποτε κατεύθυνση.



Γράψτε ένα πρόγραμμα το οποίο υπολογίζει την πιθανότητα ο φοιτητής να καταλήξει σε ένα από τα δυο bars που φαίνονται στο παραπάνω χάρτη.

3. Οι ραδιενεργές διασπάσεις αποτελούν χαρακτηριστικά παραδείγματα χρήσης της μεθόδου Monte Carlo προσομοίωσης. Υποθέστε ότι τη χρονική στιγμή $t = 0$, έχουμε $N(t = 0)$ πυρήνες ενός ραδιενεργού στοιχείου X το οποίο μπορεί να διασπαστεί. Σε μια χρονική στιγμή $t > 0$ θα έχουμε $N(t)$ πυρήνες. Με πιθανότητα διάσπασης $\omega = 1/\tau$, η οποία αντιπροσωπεύει τη πιθανότητα το σύστημα να κάνει μετάβαση σε μια νέα κατάσταση κατά

τη διάρκεια του χρονικού διαστήματος ενός 1 sec, έχουμε όπως είδαμε τη διαφορική εξίσωση:

$$dN(t) = -\omega N(t)dt \quad \text{με λύση:} \quad N(t) = N(t=0)e^{-\omega t}$$

Αν οι πυρήνες ενός στοιχείου *X* διασπάται σε άλλους πυρήνες τύπου *Y* που και αυτοί με τη σειρά τους διασπώνται, έχουμε ένα σύστημα συζευγμένων διαφορικών εξισώσεων:

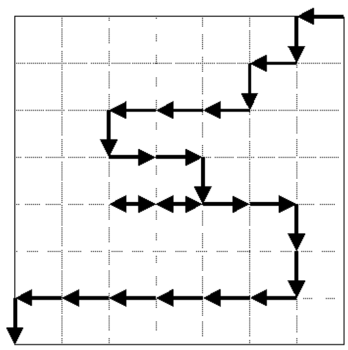
$$\frac{dN_X(t)}{dt} = -\omega_X N_X(t)$$

$$\frac{dN_Y(t)}{dt} = -\omega_Y N_Y(t) + \omega_X N_X(t)$$

Γράψτε ένα πρόγραμμα το οποίο χρησιμοποιεί τη μέθοδο Monte Carlo για να προσομοιώσετε την αλυσίδα διασπάσεων των πυρήνων *X* και *Y*. Να κάνετε τη γραφική παράσταση του αριθμού των πυρήνων *X* και *Y* συναρτήσει του χρόνου για συνολικό χρόνο 1000s ενώ ελέγχεται τον αριθμό των πυρήνων κάθε είδους ανά δευτερόλεπτο. Θεωρήστε ότι $N_X(t=0) = 1000$, $N_Y(t=0) = 0$, $\omega_X = 0.01s^{-1}$ και $\omega_Y = 0.002s^{-1}$.

Υπόδειξη: Θα πρέπει να εκτελέσετε πολλά πειράματα Monte Carlo και σε κάθε πείραμα να βρίσκετε τον αριθμό πυρήνων που απομένουν σε κάθε χρονική στιγμή. Για κάθε χρονική στιγμή θα πρέπει να υπολογίζεται για κάθε τύπο πυρήνα που υπάρχει, τη πιθανότητα να διασπαστεί συγκρίνοντας με το τυχαίο αριθμό με την πιθανότητα διάσπασης. Αν η πιθανότητα διάσπασης είναι μεγαλύτερη από τον τυχαίο αριθμό τότε ο πυρήνας διασπάται και ελαττώνεται ο αριθμός των πυρήνων του συγκεκριμένου στοιχείου.

4. Μια σειρά από προβλήματα διάχυσης αερίων μπορούν να προσομοιωθούν με μια προσομοίωση τυχαίας διαδρομής που μπορεί να απλουστευθεί ως ακολούθως: Ένας μεθυσμένος φυσικός ξεκινά από το υψηλότερο δεξί άκρο (π.χ. συντεταγμένες 8,8) του τετραγωνικού πλέγματος των δρόμων που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα και προσπαθεί να φθάσει στο σπίτι του που είναι στη θέση με συντεταγμένες (1,1) περπατώντας τυχαία στους δρόμους. Κάθε φορά που φθάνει σε μια γωνία αποφασίζει τυχαία ποια κατεύθυνση θα ακολουθήσει. Ωστόσο ποτέ δεν βγαίνει έξω από τα όρια του τετραγώνου του πλέγματος των δρόμων.



Μια πιθανή διαδρομή φαίνεται στο σχήμα. Όπως βλέπετε αρκετές φορές χρειάζεται να πισωγυρίσει στον ίδιο δρόμο γιατί όλες οι διευθύνσεις (4 στα εσωτερικά σημεία, μείον 1 στα όρια του πλεγματικού τετραγώνου) έχουν την ίδια πιθανότητα. Η διαδρομή που φαίνεται στο σχήμα έχει μήκος 26*m* γιατί αποτελείται από 26 βήματα και η πλευρά του μικρού τετραγώνου είναι 1*m*.

Γράψτε ένα πρόγραμμα το οποίο υπολογίζει το μέγιστο, ελάχιστο και αναμενόμενο μήκος της διαδρομής. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να προσομοιώνει 5000 επιτυχείς διαδρομές (επιτυχής είναι η διαδρομή στην οποία ο φυσικός μας φθάνει τελικά στο σπίτι του) και υπολογίζει τις τρεις παραπάνω ποσότητες. Πρέπει να προσέξετε τα βήματα στα όρια του πλέγματος. Βήματα τα οποία οδηγούν στην υπέρβαση των ορίων δεν θα πρέπει να επιτρέπονται και δεν θα πρέπει να επηρεάζουν το μήκος της διαδρομής.

Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να τυπώνει τον αριθμό της διαδρομής, τον αριθμό των βημάτων που εκτελέστηκαν, την αναμενόμενη τιμή βημάτων, τον μέγιστο και ελάχιστο αριθμό βημάτων που έχουν βρεθεί και τέλος το αναμενόμενο μήκος της διαδρομής με βάση όλες τις επιτυχείς διαδρομές.