18ο Quiz– 5-λεπτά

Ένας τεχνικός δορυφόρος της Γης κινείται από μία κυκλική τροχιά ακτίνας R σε μία άλλη ακτίνας $2R$. Κατά τη διάρκεια της κίνησης αυτής:

(Α) Η βαρυτική δύναμη εκτελεί θετικό έργο, η κινητική ενέργεια του δορυφόρου αυξάνεται και η δυναμική ενέργεια του συστήματος Γης-δορυφόρου αυξάνεται.

(Β) Η βαρυτική δύναμη εκτελεί θετικό έργο, η κινητική ενέργεια του δορυφόρου αυξάνεται και η δυναμική ενέργεια του συστήματος Γης-δορυφόρου ελαττώνεται.

(Γ) Η βαρυτική δύναμη εκτελεί θετικό έργο, η κινητική ενέργεια του δορυφόρου ελαττώνεται και η δυναμική ενέργεια του συστήματος Γης-δορυφόρου αυξάνεται.

(Δ) Η βαρυτική δύναμη εκτελεί αρνητικό έργο, η κινητική ενέργεια του δορυφόρου ελαττώνεται και η δυναμική ενέργεια του συστήματος Γης-δορυφόρου αυξάνεται.

(Ε) Η βαρυτική δύναμη εκτελεί αρνητικό έργο, η κινητική ενέργεια του δορυφόρου αυξάνεται και η δυναμική ενέργεια του συστήματος Γης-δορυφόρου ελαττώνεται.

Να υπολογίσετε τη μεταβολή στην κινητική ενέργεια του δορυφόρου για τη μεταβολή αυτή συναρτήσει των ακτινών των δύο τροχιών και της μάζας του δορυφόρου και της Γης.

Το έργο της βαρυτικής δύναμης είναι: $W_g = \int_{R_i}^{R_f} \vec{F}_g \cdot d\vec{r} = \int_{R_i}^{R_f} -\frac{G M_\Gamma m}{r^2} dr = G M_\Gamma m \left(\frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_i} \right)$

$\Rightarrow W_g = G M_\Gamma m \left(\frac{R_i - R_f}{R_f R_i} \right) < 0$ Το έργο της βαρυτικής δύναμης είναι αρνητικό

Η δυναμική ενέργεια αυξάνει: $\Delta U_g = -W_g = -\frac{G M_\Gamma m}{R_f} - \left(-\frac{G M_\Gamma m}{R_i} \right) = G M_\Gamma m \frac{(R_f - R_i)}{R_f R_i} > 0$

Για κυκλικές τροχιές: $F_g = F_{κεν.} \Rightarrow \frac{G\mathrm{M}_\Gamma m}{R^2} = m\frac{\upsilon^2}{R} \Rightarrow \upsilon^2 = \frac{G\mathrm{M}_\Gamma}{R} \Rightarrow E_{kin} = \frac{1}{2}\frac{mG\mathrm{M}_\Gamma}{R}$

Η μεταβολή στην κινητική ενέργεια του δορυφόρου για την μεταφορά από την τροχιά ακτίνας *R* σε τροχιά ακτίνας 2*R* θα είναι:

$$\Delta E_{kin} = \frac{1}{2}\frac{mG\mathrm{M}_\Gamma}{R_f} - \frac{1}{2}\frac{mG\mathrm{M}_\Gamma}{R_f} = \frac{1}{2}Gm\mathrm{M}_\Gamma\left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{R}\right) \Rightarrow \Delta E_{kin} = -\frac{1}{2\cdot 2}\frac{Gm\mathrm{M}_\Gamma}{R} \Rightarrow \Delta E_{kin} = -\frac{1}{2}E_{kin}^{i}$$

Η κινητική ενέργεια ελαττώνεται καθώς ο δορυφόρος κινείται σε τροχιά μεγαλύτερης ακτίνας $R_f > R_i$