

**ΦΥΣ. 211**  
**2<sup>η</sup> ΠΡΟΟΔΟΣ 25-Απρίλη-2015**

Πριν ξεκινήσετε συμπληρώστε τα στοιχεία σας (ονοματεπώνυμο, αριθμό ταυτότητας) στο πάνω μέρος της σελίδας αυτής.

Για τις λύσεις των ασκήσεων θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε μόνο τις σελίδες που δίνονται και μην κόψετε καμιά από τις σελίδες.

Προσπαθήστε να δείξετε τη σκέψη σας και να γράψετε καθαρές εξισώσεις. Για πλήρη ή μερική βαθμολόγηση θα πρέπει να φαίνεται καθαρά αυτό που προσπαθείτε να δείξετε. Αν δεν μπορώ να διαβάσω τι γράφετε αυτόματα θα υποθέσω ότι είναι λάθος.

Σας δίνονται 4 ισοδύναμες ασκήσεις με σύνολο 100 μονάδων και πρέπει να απαντήσετε σε όλες.

Η σειρά των προβλημάτων δεν είναι αντιπροσωπευτική της δυσκολίας τους. Πριν ξεκινήσετε διαβάστε όλα τα προβλήματα και σκεφτείτε τι χρειάζεται να κάνετε.

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 150 λεπτά.

**Καλή επιτυχία.**

1. (i) Να βρεθεί η συχνότητα των ταλαντώσεων μικρού πλάτους για το δυναμικό της μορφής:  
 $U(x) = V \cos(ax) - Fx$ . [12.5μ]

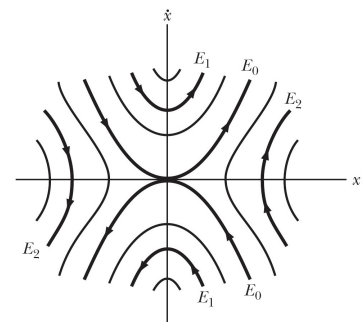
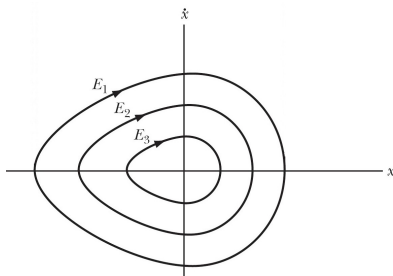
(ii) Θεωρήστε τα παρακάτω δυο διαγράμματα φάσης τα οποία περιγράφουν κίνηση σε μια διάσταση ενός σώματος μάζας  $m$ .

Για κάθε διάγραμμα απαντήστε τις ακόλουθες ερωτήσεις:

(α) Ποια η θέση της ισορροπίας; Δώστε μια καλά δικαιολογημένη απάντηση. [3μ]

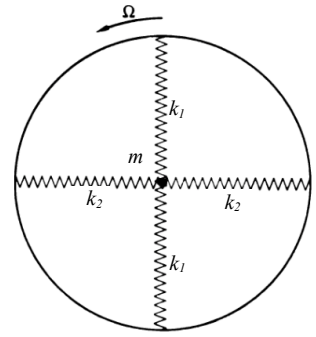
(β) Η ισορροπία των παραπάνω σημείων είναι ευσταθής ή ασταθής; Δώστε μια καλά δικαιολογημένη απάντηση. [3.5μ]

(γ) Σχεδιάστε την συνάρτηση του δυναμικού που σχετίζεται με κάθε διάγραμμα φάσης. Δώστε ιδιαίτερη σημασία στην συμμετρία του δυναμικού ως προς την θέση ισορροπίας. [6μ]



2. Θεωρήστε σύστημα που αποτελείται από δυο συζευγμένους αρμονικούς ταλαντωτές. Για το σύστημα δίνεται:  $T = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2$  και  $V = \frac{1}{2} k_1 x_1^2 + \frac{1}{2} k_2 x_2^2 + 2\lambda x_1 x_2$  όπου  $\lambda$  μια σταθερά μικρής τιμής.
- (α) Ποιο εύρος τιμών μπορεί να πάρει η σταθερά  $\lambda$  για να υπάρχει ευσταθής ισορροπία; [7μ]
- (β) Βρείτε την συχνότητα των μικρών ταλαντώσεων ως προς το σημείο ισορροπίας. [5μ]
- (γ) Βρείτε τα διανύσματα των κανονικών τρόπων ταλάντωσης. [5μ]
- (δ) Δείξτε ότι τα ιδιοδιανύσματα είναι ορθογώνια ως προς τον πίνακα του δυναμικού. [4μ]
- (ε) Δείξτε ότι τα ιδιοδιανύσματα είναι ορθογώνια ως προς τον πίνακα του κινητικής ενέργειας. [4μ]

3. Θεωρήστε μια μάζα  $m$ , η οποία είναι στερεωμένη σε ένα δίσκο με την βοήθεια ελατηρίων, οι σταθερές των οποίων είναι  $k_1$  και  $k_2$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο δίσκος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\Omega$ . Η μάζα κινείται στο επίπεδο του δίσκου. Δείξτε ότι το πρόβλημα αυτό είναι ισοδύναμο με ένα 2-Δ αρμονικό ταλαντωτή φορτίου  $e$ , που κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}$  μέσα σε μαγνητικό δυναμικό  $\vec{A}$ .



Υποδείξεις: Θα σας βοηθήσει να ορίσετε το μαγνητικό δυναμικό να

είναι  $\vec{A} = \frac{1}{2} B(-y, x, 0)$  και να θυμηθείτε ότι η δυναμική ενέργεια

$U = -e\vec{A} \cdot \vec{v}$  δίνει την δύναμη Lorentz απουσία ηλεκτρικού πεδίου.

4. Το κέντρο μιας μικρής σφαίρας ακτίνας  $R$ , βρίσκεται στο μέσο του ακόλουθου δυναμικού:

$$U(r) = -\frac{a}{r^n}, \text{ όπου } n > 2 \text{ και } a > 0.$$

(α) Βρείτε το ενεργό δυναμικό. [2μ]

(β) Σχεδιάσετε το ενεργό δυναμικό και πως αλλάζει για διάφορες τιμές της στροφορμής. [3μ]

(γ) Για δεδομένη ενέργεια  $E$ , βρείτε το μέγιστο του ενεργού δυναμικού. Προσέξτε ότι δίνεται η ενέργεια και όχι η τιμή της στροφορμής. [6μ]

(δ) Βρείτε τη συνθήκη για την τιμή της παραμέτρου κρούσης για κάθε περίπτωση κίνησης που εξετάζετε. [4μ]

(ε) Υπολογίστε την ολική ενεργό διατομή σκέδασης της σφαίρας για δυο περιπτώσεις:

(i)  $R < r_m$  [4μ] και (ii)  $R > r_m$  [6μ], όπου  $r_m$  η τιμή που το ενεργό δυναμικό είναι μέγιστο.