ΦΥΣ. 111

2ο ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ **Επιστροφή 21.09.2020**

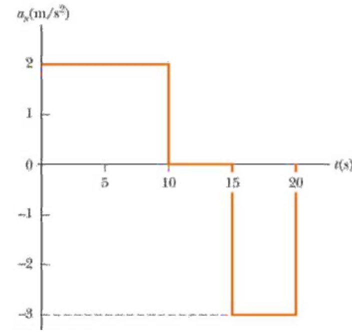
1. Ένα σωματίδιο κινείται σύμφωνα με την εξίσωση $x = 10t^2$όπου x μετριέται σε m και t σε δευτερόλεπτα. (α) Βρείτε τη μέση διανυσματική ταχύτητα για το χρονικό διάσημα από 2.0 σε 3.0s. (β) Βρείτε τη μέση διανυσματική ταχύτητα για το χρονικό διάστημα 2.00 σε 2.10s;

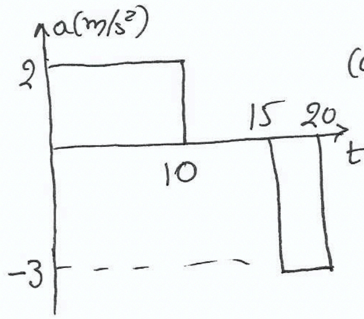
(α) Ξέρουμε ότι η συνάρτηση της θέσης-χρόνου είναι: $x = 10t^2$

Επομένως, $v = \frac{x(3)-x(2)}{t_3 - t_2} = \frac{(10\cdot 3^2 - 10\cdot 2^2)m}{(3-2)s} = \frac{10(9-4)m}{s} \Rightarrow v = 50\frac{m}{m}$

(β) $v = \frac{x(2.1)-x(2)}{2.1-2} = \frac{10(2.1^2-2^2)m}{0.1\ s} = 100(4.41-4)\frac{m}{s} \Rightarrow v = 41\,m/s$

2. Ένα σωματίδιο ξεκινά από την ηρεμία και επιταχύνει όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Να προσδιορίσετε (α) την ταχύτητά του τις χρονικές στιγμές $t = 10s$ και $t = 20.0s$ και (β) την απόσταση που κάλυψε τα πρώτα $20.0s$ της κίνησής του.





(α) Για κίνηση με σταθερή επιτάχυνση: $\upsilon=\upsilon_0+at$

κατά το χρονικό διάστημα $t=0 \to t=10s$

το σώμα κινείται με επιτάχυνση $a=+2m/s^2$

και η αρχική του ταχύτητα είναι $\upsilon_0=0m/s$.

Επομένως στο τέλος του χρονικού διαστήματος

η ταχύτητα του σώματος θα είναι: $\upsilon(t=10s)=0\,m/s+2\,m/s^2\cdot 10s \Rightarrow \boxed{\upsilon=20\,m/s}$

Η επιτάχυνση μηδενίζεται για κίνηση στο χρονικό διάστημα $t=10 \to t=15s$.

Επομένως το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα $\upsilon=20m/s$, και τη χρονική στιγμή $t=15s$ η ταχύτητα εξακολουθεί να είναι: $\upsilon(t=15s)=20m/s$.

Στο διάστημα $t=15 \to t=20s$, η επιτάχυνση είναι αρνητική, $a=-3m/s^2$

Επομένως $\upsilon(t=20s)=20m/s-3\frac{m}{s^2}\,5s \Rightarrow \boxed{\upsilon(t=20s)=5m/s}$ θετική

(β) Η απόσταση που κάλυψε τα πρώτα 20s της κίνησής του είναι:

$d=x_0+\upsilon_0 t+\frac{1}{2}at^2$

$t: [0,10s]$: $d=\cancel{0m}+\cancel{0\frac{m}{s}10s}+\frac{1}{2}2\frac{m}{s^2}\cdot 10^2 s^2 \Rightarrow d=100m$ @ $t=10s$

$t: [10,15s]$: $d=100m+20m/s\cdot 5s+\frac{1}{2}\cancel{0\frac{m}{s^2}\cdot 5^2} \Rightarrow d=200m$ @ $t=15s$

$t: [15,20s]$: $d=200+20m/s\cdot 5s-\frac{1}{2}3\frac{m}{s^2}\cdot 25s^2 \Rightarrow d=300-\frac{75}{2}=262.5m$ @ $t=20$

3. Σε έναν αγώνα αυτοκινήτων, μια Ferrari και μια Mercedes κινούνται η μια δίπλα στην άλλη με ταχύτητα 71.5*m/s* όταν ο οδηγός της Ferrari διαπιστώνει ότι πρέπει να βγει στο σταθμό ανεφοδιασμού για αλλαγή ελαστικών οπότε και επιβραδύνει ομοιόμορφα μέχρι να σταματήσει διανύοντας απόσταση 250*m*. Παραμένει στο σταθμό ανεφοδιασμού για 25.0*s* και επιταχύνει και πάλι φθάνοντας την αρχική του ταχύτητα των 71.5*m/s* διανύοντας 350*m*. Στο σημείο αυτό ποιο το διάστημα που προπορεύεται η Mercedes η οποία συνέχισε να κινείται με σταθερή ταχύτητα όλο το προηγούμενο χρονικό διάστημα;

Το γεγονός ότι η Ferrari επιβραδύνει ομοιόμορφα, μας λέει ότι κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Επομένως από την εξίσωση θέσης για κίνηση με σταθερή επιτάχυνση, έχουμε: $d(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ (1) όπου $d(t=t_\Sigma)=250m$

Θεωρούμε ότι ο χρόνος που χρειάζεται για να σταματήσει είναι t_Σ

Τη χρονική στιγμή t_Σ η Ferrari σταματά, οπότε $v(t=t_\Sigma) = 0m/s$

Αλλά η ταχύτητα είναι: $v = v_0 + at \Rightarrow 0 = v_0 + a t_\Sigma \Rightarrow v_0 = -a t_\Sigma \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{a = -v_0/t_\Sigma}$ (2)

Αντικαθιστούμε στην (1) οπότε: $250m = v_0 t_\Sigma - \frac{v_0 t_\Sigma^{\cancel{2}}}{2\cancel{t_\Sigma}} \Rightarrow 250m = \frac{v_0 t_\Sigma}{2}$

Αριθμητική αντικατάσταση δίνει: $t_\Sigma = \frac{500m}{71.5m/s} \Rightarrow \underline{t_\Sigma = \frac{500}{71.5} s}$

Τη χρονική στιγμή $t = t_\Sigma + 25s$ αρχίζει να επιταχύνει σε απόσταση 350m και φθάνει και πάλι σε ταχύτητα 71.5m/s.

Θα έχουμε: $\left.\begin{aligned} 350m &= \frac{a t_E^2}{2} + 0 \\ 71m/s = v_0 &= a t_E \Rightarrow a = v_0/t_E \end{aligned}\right\} \Rightarrow 350m = \frac{v_0 t_E^{\cancel{2}}}{2\cancel{t_E}} \Rightarrow t_E = \frac{700}{v_0} sec$

Ο συνολικός χρόνος που χρειάστηκε για την Ferrari, να σταματήσει, να ανεφοδιαστεί και να αποκτήσει και πάλι την αρχική της ταχύτητα είναι: $t_{ol} = t_\Sigma + 25 + t_E \Rightarrow$

$\Rightarrow t_{ol} = \frac{500}{71.5} s + 25s + \frac{700}{71.5} s \Rightarrow t_{ol} = 25s + \frac{1200}{71.5} s \Rightarrow \underline{t_{ol} = 41.78s}$

Στο χρονικό αυτό διάστημα, η Ferrari κάλυψε $(250+350)m = 600m$.

Η Mercedes έχει καλύψει απόσταση $S_M = v_0 \cdot t_{ol} = 71.5\frac{m}{s} * 41.78s = \underline{2987.27m}$

Επομένως η σχετική τους απόσταση θα είναι: $S_M - S_F = 2987.27 - 600 = \underline{\underline{2387.3}}$

4. Η επιτάχυνση μίας μικρής σφαίρας μέσα σε ένα υγρό είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας του σφαίρας και δίνεται από την εξίσωση $\alpha = -3.9\upsilon^2$ για $\upsilon > 0$. Αν η σφαίρα εισέρχεται στο υγρό με ταχύτητα $1.5 m/s$ ποιο χρονικό διάστημα απαιτείται ώστε η ταχύτητά της να μειωθεί στο μισό της αρχικής;

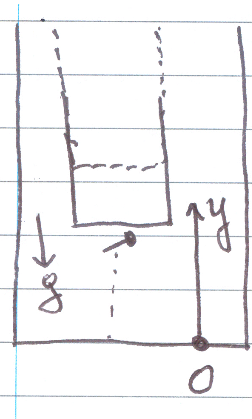
Ξέρουμε ότι $a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow -3\upsilon^2 = \frac{d\upsilon}{\delta t} \Rightarrow -3dt = \frac{d\upsilon}{\upsilon^2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \int -3dt = \int \frac{d\upsilon}{\upsilon^2} \Rightarrow -3\int dt = \int_{\upsilon_0}^{\upsilon_0/2} \upsilon^{-2} d\upsilon \Rightarrow$$

$$\cancel{+}3t = \cancel{-}V^{-1}\Big|_{\upsilon_0}^{\upsilon_0/2} \Rightarrow 3t = \frac{1}{\frac{\upsilon_0}{2}} - \frac{1}{\upsilon_0} = \frac{1}{\upsilon_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{t = \frac{1}{3\upsilon_0} = \frac{1}{3\ 1.5} = \frac{1}{4.5} = 0.22 sec}$$

5. Μία βίδα πέφτει από το κάτω μέρος του δαπέδου ενός ανελκυστήρα ο οποίος κινείται με ταχύτητα $\upsilon = 6m/s$ προς τα πάνω. Η βίδα φτάνει στο βυθό του φρεατιου του ανελκυστήρα μετά από $3s$. (α) Σε ποιο ύψος βρίσκονταν ο ανελκυστήρας όταν έφυγε η βίδα; (β) Με ποια ταχύτητα φθάνει η βίδα στο έδαφος;



Θεωρούμε σύστημα συντεταγμένων με αρχή το έδαφος και θετική φορά του y-άξονα προς τα επάνω.

(α) Σύμφωνα με την εξίσωση κίνησης σώματος με σταθερή επιτάχυνση η θέση της βίδας σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή θα είναι:

$$y_{βίδ} = y_0 + \upsilon_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \Rightarrow 0 = y_0 + \upsilon_0 t - \frac{1}{2}g t^2 \Rightarrow y_0 = \frac{1}{2}g t^2 - \upsilon_0 t \quad (1)$$

Η ταχύτητα υ_0 είναι αυτή του ανελκυστήρα αφού η βίδα πέφτει από τον ανελκυστήρα ενώ αυτός κινείται προς τα πάνω.
Από την (1) θα έχουμε:

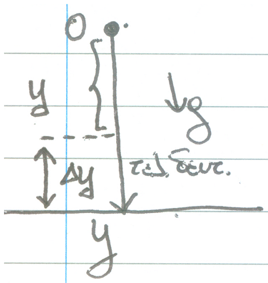
$$y_0 = \frac{1}{2}9.81 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 \Rightarrow y_0 = 26.1m$$

(β) Από την εξίσωση της ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου:

$$\upsilon_{βίδ} = \upsilon_0 + at \Rightarrow \upsilon_{βίδ} = 6 - gt = 6 - 9.81 \cdot 3 \Rightarrow \upsilon_{βίδ} = -23.4\frac{m}{s}$$

και το μέτρο θα είναι $\boxed{|\upsilon_{βίδ}| = 23.4m/s}$

6. Ένα αντικείμενο αφήνεται να πέσει από ύψος 120m πάνω από το έδαφος. Να βρεθεί η απόσταση που διανύει κατά το τελευταίο δευτερόλεπτο της κίνησής του στον αέρα πριν χτυπήσει στο έδαφος.



Θεωρούμε το σύστημα συντεταγμένων όπως στο σχήμα.

Η μετατόπιση του σώματος κατά το τελευταίο δευτερόλεπτο θα είναι:

$$\boxed{\Delta y = 120m - y_{1sec\ πριν\ κρούση}} \quad (1)$$

Η θέση του σώματος την στιγμή της πρόσκρουσης στο έδαφος είναι:

$$y = \cancel{y_0}^{\,0} + \cancel{v_0}^{\,0} t + \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} g t_{πτ}^2 \Rightarrow t_{πτ} = \sqrt{\frac{2y}{g}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_{πτ} = \sqrt{\frac{2\cdot 120}{9.81}} \Rightarrow t_{πτ} = 4.95 sec$$

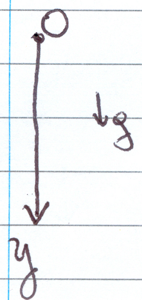
Επομένως 1sec πριν την πρόσκρουση στο έδαφος, το σώμα κινούνταν για $t_{πτ} - 1 = 4.95 - 1 = 3.95 sec$

Η θέση του μετά από 3.95sec πτώσης ήταν:

$$y = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} 9.81 \cdot 3.95^2 \Rightarrow y = 76.4m$$

Αντικατάσταση στην (1) δίνει: $\boxed{\Delta y = 120 - 76.4 = 43.6m}$

7. Μία σφαίρα αφήνεται να πέσει από ύψος Η πάνω από το έδαφος. Κατά το τελευταίο δευτερόλεπτο της κίνησής της πριν κτυπήσει στο έδαφος διανύει απόσταση 38m. Ποιο το ύψος από το οποίο αφέθηκε η σφαίρα;



Θεωρούμε το σύστημα συντεταγμένων αυτό του διπλανού σχήματος, με αρχή O το σημείο εκτόξευσης.

Από τις εξισώσεις κίνησης έχουμε: $(v_0 = 0\,m/s,\ y_0 = 0\,m)$

$$v_\tau = v_0 + gt \Rightarrow v_\tau = gt \Rightarrow t = \frac{v_\tau}{g} \quad (1)$$

$$y = \cancel{y_0} + \cancel{v_0 t} + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}gt^2 \overset{(1)}{\Rightarrow} y = \frac{1}{2}g\frac{v_\tau^2}{g^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y = \frac{v_\tau^2}{2g}} \quad (1)$$

Η μέση ταχύτητα του σώματος κατά το τελευταίο δευτερόλεπτο της κίνησής του θα είναι:

$$\bar{v} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{v_{\tau-1s} + v_\tau}{2} \Rightarrow v_{\tau-1sec} + v_\tau = 2\frac{\Delta y}{\Delta t} = 2\cdot\frac{38}{1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{\tau-1} + v_\tau = 76\,m/s$$

Η μεταβολή στην ταχύτητα ανά Δt δίνει την μέση επιτάχυνση του σώματος στο διάστημα Δt. Επομένως:

$$\bar{a} = g = \sigma\tau\alpha\theta = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_\tau - v_{\tau-1sec}}{1} \Rightarrow v_\tau - v_{\tau-1s} = 9.81\,\frac{m}{s}$$

Επομένως:

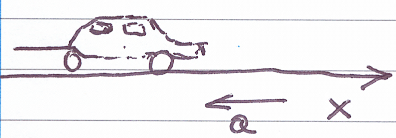
$$\left.\begin{aligned} v_{\tau-1} + v_\tau &= 76\,m/s \\ v_\tau - v_{\tau-1} &= 9.81\,m/s \end{aligned}\right\} \overset{+}{\Rightarrow} 2v_\tau = 85.81 \Rightarrow$$

$$v_\tau = 42.9\,m/s$$

Αντικατάσταση στην (1) $\Rightarrow y = h = \frac{42.9^2}{2\cdot 9.81} \Rightarrow \boxed{h = 93.8m}$

8. Σε ένα συνηθισμένο αυτοκίνητο η επιβράδυνση που προκαλούν τα φρένα είναι περίπου $7 m/s^2$. Ο τυπικός χρόνος αντίδρασης για εφαρμογή των φρένων είναι περίπου 0.5sec. Σύμφωνα με τους κανόνες οδικής κυκλοφορίας που ισχύουν σε μια σχολική ζώνη, όλα τα αυτοκίνητα θα πρέπει να είναι σε θέση να σταματούν διανύοντας 4m. (α) Ποια είναι η μέγιστη επιτρεπτή ταχύτητα που μπορεί να έχει ένα συνηθισμένο αυτοκίνητο ώστε να σταματά σε 4m; (β) Ποιο ποσοστό της απόστασης των 4 μέτρων οφείλεται στο χρόνο αντίδρασης του οδηγού;

Υποθέτουμε ότι η επιτάχυνση του αυτοκινήτου είναι σταθερή.
Η συνολική απόσταση που διανύει το αυτοκίνητο για να σταματήσει είναι το άθροισμα της απόστασης που διανύει κατά το χρονικό διάστημα της αντίδρασης του οδηγού και της απόστασης που διανύει καθώς φρενάρει.
Θεωρούμε το σύστημα συντεταγμένων αυτό που η θετική φορά του x-άξονα συμπίπτει με τη φορά κίνησης του αυτοκινήτου



(α) Ξέρουμε ότι $\upsilon_\tau^2 = \upsilon_0^2 + 2a \cdot \Delta x$

Επειδή $\upsilon_\tau = 0 m/s$ έχουμε: $\upsilon_0^2 = -2a\Delta x \Rightarrow$

$$\Rightarrow \Delta x = -\frac{\upsilon_0^2}{2a}$$

Η ολική μετατόπιση: $\Delta x_{τοτ} = \Delta x_{αντιδ.} + \Delta x_{φρεν.} = \upsilon_0 \cdot \Delta t_{αν} - \frac{\upsilon_0^2}{2a}$

$$\Rightarrow \upsilon_0^2 - 2a\Delta t_{αντιδ} + 2a\Delta x_{τοτ} = 0 \Rightarrow \upsilon_0^2 - 2(-7)0.5\upsilon_0 + 2(-7)4 = 0 \Rightarrow$$

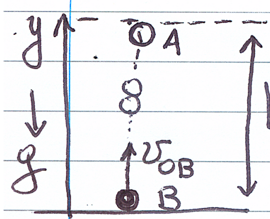
$$\Rightarrow \upsilon_0^2 + 7\upsilon_0 - 56 = 0 \Rightarrow \upsilon_{0_{1,2}} = \frac{-7 \pm \sqrt{49+224}}{2} = \frac{-7 \pm \sqrt{273}}{2} \Rightarrow$$

$$\upsilon_{0_{1,2}} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{-7+16.52}{2} = 4.76 m/s \\ \frac{-7-16.52}{2} = -11.76 m/s \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\upsilon_0 = 4.76 m/s}$$

(β) $\Delta x_{αντιδ} = \upsilon_0 \cdot \Delta t_{αντιδ} = 4.76 \cdot 0.5 \Rightarrow \Delta x_{αντιδ} = 2.38 m$

$$\frac{\Delta x_{αντιδ}}{\Delta x_{ολ}} = \frac{2.38}{4} = \underline{\underline{0.595}}$$

9. Μία μπάλα Α αφήνεται να πέσει από την κορυφή ενός υψηλού κτιρίου. Την ίδια χρονική στιγμή μία άλλη μπάλα Β εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα επάνω. Όταν οι δύο μπάλες συναντιούνται, κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και η ταχύτητα της Α είναι διπλάσια της ταχύτητας της μπάλας Β. Σε ποιο ποσοστό του ύψους του κτιρίου συναντιούνται οι δύο μπάλες;



Θεωρούμε σύστημα συντεταγμένων όπως στο σχήμα με αρχή το έδαφος.

Οι θέσεις των 2 σωμάτων συναρτήσει του χρόνου:

$$y_A = \cancel{y_{0A}}^{\,h} + \cancel{\upsilon_0 t}^{\,0} + \frac{1}{2}(-g)t^2 \Rightarrow y_A = h - \frac{1}{2}gt^2 \quad (A)$$

$$y_B = \cancel{y_{0B}}^{\,0} + \upsilon_{0B}t + \frac{1}{2}(-g)t^2 \Rightarrow y_B = \upsilon_{0B}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (B)$$

Στο σημείο συνάντησης $y_A = y_B$ ενώ οι ταχύτητες των 2 σωμάτων συνδέονται με την σχέση: $\upsilon_A = -2\upsilon_B$

Αλλά
$$\left.\begin{aligned} \upsilon_A &= \upsilon_{0A} + (-g)t = \cancel{\upsilon_{0A}}^{\,0} - gt = -gt \\ \upsilon_B &= \upsilon_{0B} + (-g)t = \upsilon_{0B} - gt \end{aligned}\right\} \Rightarrow -gt = -2(\upsilon_{0B} - gt) \Rightarrow 3gt = 2\upsilon_{0B} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{t = \frac{2\upsilon_{0B}}{3g}} \quad (1)$$

Από (A) και (B) $h - \cancel{\frac{1}{2}gt^2} = \upsilon_{0B}t - \cancel{\frac{1}{2}gt^2} \Rightarrow h = \upsilon_{0B}t \overset{(1)}{\Rightarrow}$

$$\Rightarrow h = \frac{2\upsilon_{0B}^2}{3g} \Rightarrow \boxed{\upsilon_{0B} = \sqrt{\frac{3gh}{2}}} \quad (2)$$

Αντικατάσταση στην (1) $t = \frac{2}{3g}\sqrt{\frac{3gh}{2}} = \sqrt{\frac{4\cdot 3gh}{9g^2 2}} = \sqrt{\frac{2h}{3g}}$

Αντικατάσταση της τελευταίας εξίσωσης στην (A) δίνει:

$$y_A = h - \frac{1}{2}g\frac{2h}{3g} = h - \frac{h}{3} \Rightarrow \boxed{y_A = \frac{2h}{3}}$$

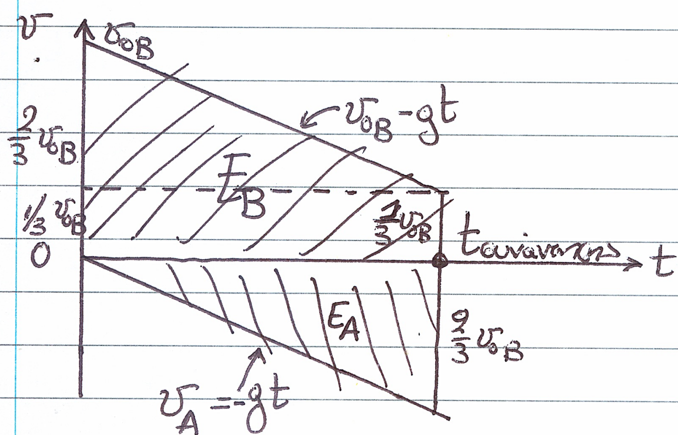
→ Γραφικά

Θα μπορούσαμε να λύσουμε το ίδιο πρόβλημα γραφικά, κάνοντας το γράφημα ταχύτητας - χρόνου για τις 2 μπάλες.

Η Α ξεκινά από την ηρεμία και η ταχύτητά της συναρτήσει του χρόνου είναι $\upsilon_A = -gt$

Η Β ξεκινά με μια άγνωστη αρχική ταχύτητα υ_{0B} και η ταχύτητά της συναρτήσει του χρόνου είναι: $\upsilon_B = \upsilon_{0B} - gt$

Τα γραφήματα των 2 ταχυτήτων είναι:



Το ύψος του κτιρίου είναι ίσο με το άθροισμα των μετατοπίσεων των 2 μπαλών.

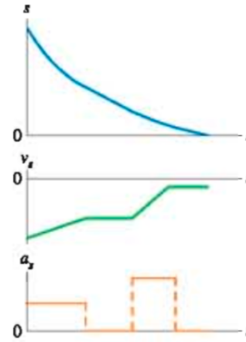
Κάθε μιά από τις μετατοπίσεις είναι ίση με το εμβαδόν της επιφάνειας που περικλείεται από την καμπύλη ταχύτητας χρόνου: $h = E_A + E_B$

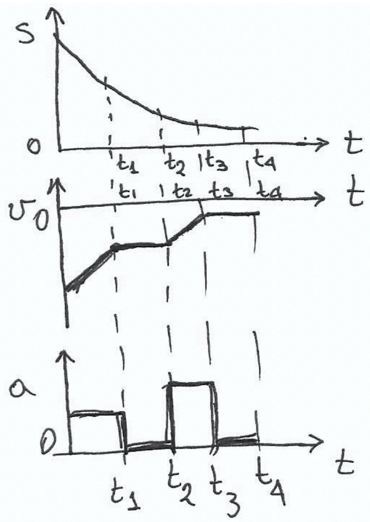
Επομένως το ύψος του κτιρίου είναι ίσο με το εμβαδόν του παραλληλογράμμου το οποίο ισούται με $\upsilon_{0B} \cdot t_{συνάντησης}$

Η μετατόπιση της μπάλας Α είναι το εμβαδό του κατώτερου τριγώνου που είναι $E_A = \frac{1}{3}\upsilon_{0B} t_{συνάντησης}$

Επομένως ο λόγος της μετατόπισης του Α ως προς το ύψος του κτιρίου είναι $\frac{E_A}{E_{ολ}} = \frac{\frac{1}{3}\cancel{\upsilon_{0B} t_{συν}}}{\cancel{\upsilon_{0B} t_{συν}}} = \frac{1}{3}$ και άρα οι μπάλες συναντώνται στα $\frac{2}{3}$ του ύψους του κτιρίου

10. Το διπλανό σχήμα δείχνει τα γραφήματα θέσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης συναρτήσει του χρόνου για μια μπάλα που κυλά κατά μήκος μίας τροχιάς. Όλα τα τμήματα της τροχιάς είναι ευθύγραμμα αλλά κάποια μπορεί να έχουν κλίσεις ως προς την οριζόντια διεύθυνση. Με βάση τα διαγράμματα να σχεδιάσετε τη μορφή της τροχιάς και να αναγράψετε τις αρχικές συνθήκες της μπάλας (θέση, ταχύτητα και επιτάχυνση την χρονική στιγμή t = 0s).





Με βάση τα διπλανά γραφήματα s-t, υ-t, a-t συμπεραίνουμε ότι η κίνηση της μπάλας ξεκινά από μια θέση με απομάκρυνση $+S_0$ και αρχική ταχύτητα $-υ_0$, η οποία είναι αρνητική. Η ταχύτητα της μπάλας ελαττώνεται γραμμικά (κατά μέτρο) καθώς κινείται προς τα αρνητικά S (η θέση της ελαττώνεται και επομένως κινείται προς την αρχή του συστήματος συντεταγμένων) εξαιτίας της παρουσίας μιας θετικής επιτάχυνσης.

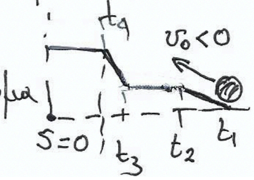
Η μπάλα μοιάζει να ανεβαίνει ένα κεκλιμένο επίπεδο. Στο χρονικό διάστημα $t_1 - t_2$, η μπάλα κινείται με σταθερή ταχύτητα σε οριζόντιο τμήμα.

Στο χρονικό διάστημα $t_2 - t_3$ η επιτάχυνση που ασκείται στη μπάλα είναι μεγαλύτερη και θετική με αποτέλεσμα το μέτρο της ταχύτητας να ελαττωθεί περισσότερο αλλά εξακολουθεί να είναι αρνητική (η ταχύτητα αυξάνει ωστόσο γιατί γίνεται λιγότερο αρνητική). Το σώμα μοιάζει να έχει συναντήσει ένα δεύτερο κεκλιμένο επίπεδο μεγαλύτερης κλίσης από το αρχικό.

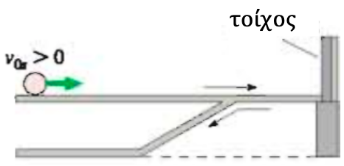
Τη χρονική στιγμή t_3 και έως τη χρονική στιγμή t_4, το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα αρνητική, σε οριζόντιο τμήμα τροχιάς.

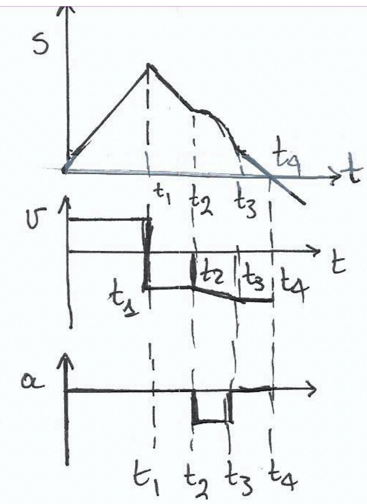
Τη χρονική στιγμή t_4 φτάνει στην αρχή των αξόνων με κάποια ταχύτητα.

Η αναπαράσταση της κίνησης φαίνεται στο διπλανό σχήμα



11. Να σχεδιάσετε τα γραφήματα θέσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης ως προς το χρόνο για την μπάλα που κινείται όπως δείχνει το διπλανό σχήμα. Τα γραφήματα πρέπει να είναι το ένα κάτω και να αναφέρονται στις ίδιες χρονικές στιγμές. Θεωρείστε ότι η μπάλα αλλάζει μόνο διεύθυνση ταχύτητας και όχι μέτρο καθώς συγκρούεται με τον τοίχο. Θεωρείστε επίσης ότι η μπάλα πηγαίνει από το ένα τμήμα της τροχιάς στο άλλο χωρίς να αλλάζει ταχύτητα ή να εγκαταλείπει την τροχιά.





Έστω ότι η μπάλα είναι ένα υλικό σημείο.

Αρχικά κινείται προς τα δεξιά σε οριζόντια τροχιά με σταθερή ταχύτητα. και την χρονική στιγμή t_1 χτυπά σε ακλόνητο τοίχο.

Ανακλάται και αναστρέφει τη φορά της κίνησής της και μετά από κάποιο χρονικό διάστημα, τη χρονική στιγμή t_2 εισέρχεται σε μία άλλη τροχιά που έχει κλίση. Η μπάλα από τη στιγμή της ανάκλασής της κινείται προς τα αρνητικά x και η απομάκρυνσή της από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων ελαττώνεται. Τη χρονική στιγμή t_2 που μπαίνει στη δεύτερη τροχιά, αρχίζει να κατεβαίνει προς την 3η τροχιά με σταθερή επιτάχυνση. Το τμήμα του γραφήματος s-t μεταξύ t_2 και t_3 είναι παραβολικό.

Τη χρονική στιγμή t_3 εισέρχεται στην 3η τροχιά και εξακολουθεί να κινείται προς τα αρνητικά S.

Αν παραγωγίσουμε το γράφημα s-t ως προς το χρόνο θα πάρουμε το γράφημα υ-t. Στο διάστημα Ø-t_1 η μπάλα κινείται με σταθερή θετική ταχύτητα. Στο διάστημα t_1-t_2 η μπάλα έχει ανακλαστεί και η ταχύτητά της είναι αρνητική αλλά σταθερή. Στο διάστημα t_2-t_3 η μπάλα κινείται με μέτρο μεγαλύτερης ταχύτητας αλλά αρνητική, εξαιτίας της καθόδου της στην 2η τροχιά. Στο διάστημα t_3-t_4 εισέρχεται και πάλι σε οριζόντια τροχιά και κινείται με σταθερή αρνητική ταχύτητα.

Το μόνο διάστημα που η ταχύτητα μεταβάλλεται γραμμικά είναι μεταξύ t_2-t_3 όταν κινείται στην τροχιά 2.

12. Δύο αυτοκίνητα, ένα Honda και μία Porsche είναι σταματημένα σε κόκκινο φανάρι τροχαίας και οι οδηγοί τους προκαλούν ο ένας τον άλλο σε μια «κόντρα» ταχύτητας για το ποιος θα καλύψει την απόσταση μέχρι το επόμενο φανάρι το οποίο βρίσκεται σε απόσταση 400*m*. Η επιτάχυνση που μπορεί να επιτύχει το αυτοκίνητο Honda είναι $3.0 m/s^2$ ενώ η Porsche μπορεί να αναπτύξει επιτάχυνση $3.5 m/s^2$. Για το λόγο αυτό ο οδηγός της επιτρέπει στον οδηγό του Honda να ξεκινήσει τον αγώνα προπορευόμενος κατά 50*m*. Τα δύο αυτοκίνητα ξεκινούν να επιταχύνουν ταυτόχρονα. Ποιό από τα δύο κερδίζει τον αγώνα;

Από την εξίσωση θέσης των δύο σωμάτων έχουμε:

$$x(t) = x_0 + \upsilon_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (A)$$ κίνηση με σταθερή επιτάχυνση

Έστω ότι η αρχική θέση της Porsche συμπίπτει με την αρχή του συστήματος συντεταγμένων. $x_{0P} = 0m$ (1)

Η αρχική θέση του Honda θα είναι: $x_{0H} = 50m$ (2)

Η τελική θέση και των δύο αυτοκινήτων είναι στο επόμενο φανάρι της τροχαίας, το οποίο βρίσκεται σε θέση 400m από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Επομένως $x_{fP} = x_{fH} = 400m$ (3)

Αντικατάσταση στην εξίσωση θέσης για τα δύο αυτοκίνητα:

$$x_{fP}(t) = \cancelto{0}{x_{0P}} + \cancelto{0}{\upsilon_{0P}} t_P + \frac{1}{2} a_P t_P^2 \Rightarrow 400m = \frac{1}{2}\left(3.5\frac{m}{s^2}\right) t_P^2 \Rightarrow t_P^2 = \frac{800m}{3.5\frac{m}{s^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_P = \sqrt{228.57}\, s \Rightarrow t_P = \underline{15.12 s}$$

Για το Honda:

$$x_{fH}(t) = x_{0H} + \cancelto{0}{\upsilon_{0H}} t_H + \frac{1}{2} a_H t_H^2 \Rightarrow 400m = 50m + \frac{1}{2}\left(3\frac{m}{s^2}\right) t_H^2 \Rightarrow t_H^2 = \frac{700m}{3m/s^2}$$

$$\Rightarrow t_H = \sqrt{233.33}\, s \Rightarrow t_H = \underline{15.28 s}$$

Επομένως η Porshe κέρδισε τον αγώνα κατά $t_H - t_P = \underline{0.16 s}$