

**ΦΥΣ 331 – Χειμερινό Εξάμηνο 2017/2018**

**Ενδιάμεση Εξέταση**

**Τρίτη 21/11/2017**

**Διάρκεια: 17:00 – 20:00**

Σας δίνονται 7 προβλήματα και θα πρέπει να απαντήσετε σε όλα.  
Σύνολο μονάδων 120.

**Καλή Επιτυχία**

**1. [10μ]**

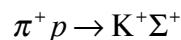
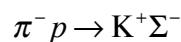
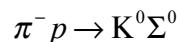
Έστω A, B και C ψευδοβαθμωτά μεσόνια,  $J^P = 0^-$ . Έστω ότι D είναι ένα διανυσματικό μεσόνιο,  $J^P = 1^-$ . Ποια/ποιες από τις ακόλουθες διασπάσεις, είναι επιτρεπτή/ες αν η parity διατηρείται;

- (α)  $A \rightarrow BC$
- (β)  $D \rightarrow BC$

Σωστές απαντήσεις χωρίς εξήγηση ή με λάθος εξήγηση δεν παίρνουν μονάδες.

**2. [10μ]**

Να υπολογίσετε τις σχέσεις μεταξύ των ολικών ενεργών διατομών (σε συγκεκριμένη ενέργεια) για τις ακόλουθες διεργασίες:



**3. [10μ]**

Ποιες από τις παρακάτω διεργασίες είναι επιτρεπτές; Αν η διεργασία είναι επιτρεπτή ποια αλληλεπίδραση είναι υπεύθυνη για την διεργασία;

- (α)  $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-$
- (β)  $\mu^- \rightarrow e^- \gamma$
- (γ)  $e^+ e^- \rightarrow p \pi^-$
- (δ)  $\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$
- (ε)  $\omega \rightarrow \pi^0 \pi^0$

#### 4. [20μ]

Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα Feynman για τις ακόλουθες διεργασίες: ([2μ] κάθε διάγραμμα)

$$(\alpha) \quad e^- + \mu^- \rightarrow e^- + \mu^-$$

$$(\beta) \quad e^- + \mu^+ \rightarrow e^- + \mu^+$$

$$(\gamma) \quad e^- + \mu^+ \rightarrow e^+ + \mu^-$$

$$(\delta) \quad e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$$

$$(\varepsilon) \quad e^+ + e^- \rightarrow e^+ + e^-$$

$$(\sigma\tau) \quad e^- + \nu_\mu \rightarrow e^- + \nu_\mu$$

$$(\zeta) \quad e^- + \nu_\mu \rightarrow \mu^- + \nu_e$$

$$\eta) \quad \tau^- \rightarrow \mu^- + X \text{ (μπορείτε να αντικαταστήσετε το } X \text{ με κάποια δυνατά σετ σωματιδίων)}$$

$$\iota) \quad \nu_\mu + \nu_e \rightarrow \nu_\mu + \nu_e$$

$$\xi) \quad n \rightarrow p + X \text{ (μπορείτε να αντικαταστήσετε το } X \text{ με κάποια δυνατά σετ σωματιδίων)}$$

#### 5. [20μ]

Εξηγήστε ποιοτικά τη σημασία των ακόλουθων παρατηρήσεων

(α) Τα μερικά πλάτη διάσπασης για διασπάσεις των ακόλουθων μεσονίων σε φωτόνια:

$\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = 7.84 \text{ eV}$  αλλά  $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) < 2 \times 10^{-7} \text{ eV}$  (δηλαδή δεν έχει παρατηρηθεί ακόμα). Παρόμοια,  $\Gamma(\eta^0 \rightarrow \gamma\gamma) = 460 \text{ eV}$  αλλά  $\Gamma(\eta^0 \rightarrow \gamma\gamma) < 2 \times 10^{-7} \text{ eV}$  δεν έχει παρατηρηθεί και το υπάρχον ανώτερο όριο είναι  $< 20 \text{ eV}$ . [5μ]

(β) Τα μερικά πλάτη διάσπασης για διασπάσεις σε ηλεκτρόνια των ακόλουθων μεσονίων:  $\Gamma(\pi^0 \rightarrow e^+ e^-) = 6 \times 10^{-7} \text{ eV}$  αλλά  $\Gamma(\pi^0 \rightarrow e^+ e^- e^+ e^-) = 2 \times 10^{-4} \text{ eV}$ . Ωστόσο,  $\Gamma(\rho^0 \rightarrow e^+ e^-) = 6.8 \text{ keV}$  αλλά  $\Gamma(\rho^0 \rightarrow e^+ e^- e^+ e^-) < 2 \times 10^{-4} \text{ eV}$  δεν έχει παρατηρηθεί. [7μ]

(γ) Τα μερικά πλάτη διάσπασης για διασπάσεις σε αδρόνια των ακόλουθων μεσονίων:

$\Gamma(\eta^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) = 0.38 \text{ keV}$  και  $\Gamma(\eta^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0) = 0.27 \text{ keV}$ , αλλά η διάσπαση  $\Gamma(\eta^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)$  δεν έχει παρατηρηθεί και υπάρχει ένα ανώτερο όριο  $< 1.8 \text{ eV}$ . Παρόμοια,  $\Gamma(\eta' \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0) = 0.31 \text{ keV}$  αλλά η διάσπαση  $\Gamma(\eta' \rightarrow \pi^+ \pi^-)$  δεν έχει παρατηρηθεί. Ωστόσο,  $\Gamma(\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-) = \Gamma(\rho^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0) = 150 \text{ MeV}$  αλλά τόσο η

διάσπαση  $\Gamma(\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0)$  όσο και η  $\Gamma(\rho^0 \rightarrow \eta^0 \pi^0)$  δεν έχουν παρατηρηθεί ενώ  $\Gamma(\rho^0 \rightarrow \eta \pi^0) = 120 \text{ keV}$  και  $\Gamma(\rho^0 \rightarrow \eta^0 \gamma) = 57 \text{ keV}$ . [8μ]

## 6. [25μ]

Μπορούμε να ανιχνεύσουμε ηλεκτρόνια και μόνια και να τα ξεχωρίσουμε από αδρόνια βασιζόμενοι στη διαφορετική συμπεριφορά τους σε ηλεκτρομαγνητικά και αδρονικά καλορίμετρα. Σε αντίθεση, η ανίχνευση διαφορετικών ειδών αδρονίων είναι αρκετά δύσκολη. Συνήθως χρειάζεται να ανιχνεύσουμε φορτισμένα  $\pi^\pm$  ( $m_{\pi^\pm} = 139.6 \text{ MeV}$ ) από φορτισμένα  $K^\pm$  ( $m_{K^\pm} = 493.7 \text{ MeV}$ ). Οι ορμές των σωματιδίων αυτών μετρούνται στον ανιχνευτή τροχιών.

Το πρόβλημα πραγματεύεται με τρεις διαφορετικούς τρόπους που χρησιμοποιούνται για την ανίχνευση και ταυτοποίηση και στηρίζονται στην μέτρηση της ταχύτητας των σωματιδίων.

(α) Δείξτε ότι αν η ταχύτητα  $\beta$  και η ορμή  $p$  ενός σωματιδίου είναι γνωστά τότε η μάζα

$$\text{του μπορεί να υπολογισθεί από την σχέση: } m = \frac{p\sqrt{1-\beta^2}}{\beta}. [1\mu]$$

(β) Σε ένα σύστημα χρόνου πτήσης (time of flight), η ταχύτητα μετριέται απευθείας βρίσκοντας το χρόνο που απαιτείται ώστε ένα σωματίδιο να διασχύσει μια συγκεκριμένη απόσταση. Ο χρόνος μετριέται συνήθως με την χρήση ενός πλαστικού σπανθηρηστή. Αν ο χρόνος που χρειάζεται ένα σωματίδιο να διασχύσει μια απόσταση  $L$  είναι  $t$ , να δείξετε ότι:

$$\langle t \rangle = L \sqrt{1 + \frac{m^2}{p^2}} \quad [4\mu]$$

Σχεδιάστε τη μορφή του  $\langle t \rangle$  συναρτήσει της  $p$  για δύο διαφορετικές μάζες. [1μ]

Ο ανιχνευτής CLEO χρησιμοποιούσε ένα ανιχνευτικό σύστημα time of flight το οποίο ήταν τοποθετημένο ακριβώς μετά τον ανιχνευτή τροχιών τους σχηματίζοντας ένα κύλινδρο ακτίνας 90cm γύρω από την δέσμη των σωματιδίων. Η χρονική διακριτική ικανότητα του ανιχνευτικού αυτού συστήματος ήταν  $\sigma_t = 150 \text{ ps}$ . Να δείξετε ότι για  $\pi^\pm$  και  $K^\pm$  με ορμή  $p < 830 \text{ MeV}$ , οι αναμενόμενοι χρόνοι πτήσης είναι σημαντικά διαφορετικοί, όπου σημαντικά σημαίνει διαχωρίσιμοι σε  $3\sigma_t$ . [3μ]

(γ) Η ενέργεια που εναποτίθεται στο αέριο μέσο ενός ανιχνευτή τροχιών εξαρτάται από την ταχύτητα του σωματιδίου. Αν αγνοήσουμε σχετικιστικές διορθώσεις, η ενέργεια που εναποτίθεται ανά μονάδα μήκους δίνεται από τη σχέση:  $-\frac{dE}{dx} \approx \frac{A}{\beta^2}$ , όπου  $A$  είναι σταθερά που εξαρτάται από το αέριο του ανιχνευτή. Δείξτε επομένως ότι η αναμενόμενη ενέργεια που εναπατίθεται ανά μονάδα μήκους δίνεται από τη σχέση:

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = A \left( 1 + \frac{m^2}{p^2} \right)$$

και σχεδιάστε την μορφή της απώλειας ενέργειας συναρτήσει της ορμής  $p$ , για δύο διαφορετικές μάζες. [2μ]

Το ανιχνευτικό σύστημα τροχιών του ανιχνευτή ALEPH δίνει για το αέριο που χρησιμοποιείται  $A = 0.9 \text{ keV/cm}$  και έχει διακριτική ικανότητα για την εναποτιθέμενη ενέργεια ανά μονάδα μήκους  $\sigma_E = 0.08 \text{ keV/cm}$ . Να βρείτε την μεγαλύτερη ορμή για την οποία,  $\pi^\pm$  μπορούν να διαχωριστούν από  $K^\pm$  με μεγάλη βεβαιότητα. [2μ]

Η απώλεια ενέργειας λόγω ιονισμού χρησιμοποιείται με διαφορετικούς τρόπους για την ανίχνευση φορτισμένων σωματιδίων. Αναφέρετε γιατί η ενέργεια που εναποτίθεται ανά μονάδα μήκους πέφτει συναρτήσει της  $1/p^2$  όπως βρέθηκε προηγουμένως. [2μ]

(δ) Η ακτινοβολία Cherenkov εκπέμπεται όταν ένα φορτισμένο σωματίδιο διαπερνά κάποιο υλικό μέσο με ταχύτητα μεγαλύτερη από την ταχύτητα του φωτός στο μέσο αυτό. Τα κύματα που εκπέμπονται συμβάλουν συνεκτικά. Δείξτε ότι σε υλικό μέσο με δείκτη διάθλαση  $n$ , η γωνία εκπομπής  $\theta$  της ακτινοβολίας Cherenkov ως προς τη διεύθυνση κίνησης του σωματιδίου δίνεται από τη σχέση:

$$\cos \theta = 1/(\beta n)$$

και επομένως δείξτε ότι η ελάχιστη ορμή που πρέπει να έχει ένα σωματίδιο για παραγωγή ακτινοβολίας Cherenkov δίνεται από τη σχέση:

$$p > m/\sqrt{n^2 - 1} \quad [2\mu]$$

Να δείξτε ότι για σωματίδια με ορμή πάνω από την ορμή κατωφλίου, η αναμενόμενη γωνία εκπομπής δίνεται από τη σχέση:

$$\langle \theta \rangle = \cos^{-1} \left( \frac{1}{n} \sqrt{1 + \frac{m^2}{p^2}} \right) \quad [2\mu]$$

Να σχεδιάστε την εξάρτηση της γωνίας από την ορμή δύο σωματιδίων. [2μ]

Ο ανιχνευτής DELPHI χρησιμοποιούσε ένα υποανιχνευτικό σύστημα Cherenkov απεικόνισης δακτυλιδιών (RICH) όπου χρησιμοποιούνταν δύο Cherenkov υλικά μέσα, υγρό  $C_6F_{14}$  με δείκτη διάθλασης  $n_1 = 1.2718$  και το δεύτερο υλικό ήταν αέριο  $C_5F_{12}$  με δείκτη διάθλασης  $n_1 = 1.00194$ . Η γωνία του δακτυλιδιού Cherenkov μπορούσε να μετρηθεί με διακριτική ικανότητα  $\sigma_\theta = 4 \text{ mrad}$ . Να βρείτε τη μέγιστη γωνία Cherenkov στα δύο υλικά μέσα. [1μ]

Υπολογίστε τις ορμές κατωφλίου για πίονια και καόνια στα δύο υλικά μέσα και επομένως δείξτε ότι πίονια και καόνια μπορούν να διαχωριστούν για όλες τις τιμές ορμής στην περιοχή  $180 \text{ MeV}$  έως  $13 \text{ GeV}$ . [3μ]

## 7. [25μ]

Η κύρια διάσπαση ενός ουδέτερου πιονίου (δέσμια κατάσταση u και d quark),  $\pi^0$ , μάζας  $m_{\pi^\pm} = 139.6 \text{ MeV}$  είναι σε 2 φωτόνια. Ο χρόνος ζωής του είναι  $\tau_{\pi^0} = 8.4 \times 10^{-17} \text{ s}$ .

(α) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα Feynman χαμηλότερης τάξης για την διάσπαση αυτή.

Ποιες είναι οι ενέργειες των δύο εκπεμπόμενων φωτονίων στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας του  $\pi^0$ ; [3μ]

(β) Σε ένα πείραμα όπως το BaBar, τα μεσόνια  $\pi^0$  συχνά παράγονται κατά τις διασπάσεις βαρύτερων σωματιδίων όπως τα B μεσόνια. Τυπικές ενέργειες για τα  $\pi^0$  που παράγονται στις διασπάσεις αυτές στο πείραμα BaBar είναι περίπου 0.5 GeV. Υπολογίστε τη μέγιστη ενέργεια ενός φωτονίου το οποίο μπορεί να παρατηρηθεί κατά τη διάσπαση ενός  $\pi^0$  ενέργειας 0.5 GeV. Ποια είναι η ενέργεια του δεύτερου φωτονίου στη διάσπαση αυτή; [5μ]

(γ) Η παρουσία ενός  $\pi^0$  σε τέτοια διάσπαση B μεσονίου, επιβεβαιώνεται με την ανίχνευση και μέτρηση της ορμής των δύο φωτονίων και ανακατασκευή της αμετάβλητης μάζας των δύο φωτονίων η οποία θα πρέπει να είναι κοντά στη μάζα του  $\pi^0$ . Να βρείτε μία εξίσωση για την αμετάβλητη μάζα των δύο φωτονίων συναρτήσει της μετρούμενης ενέργειας των φωτονίων για την περίπτωση του ερωτήματος (β). [5μ]

(δ) Το καλορίμετρο του πειράματος BaBar είχε 2% διακριτική ικανότητα ενέργειας και επομένως μπορούμε να υποθέσουμε ότι  $\sigma_E/E = 0.02$ . Ποια θα ήταν η αναμενόμενη διακριτική ικανότητα, σε MeV, για τη μετρούμενη μάζα του  $\pi^0$  εξαιτίας της διακριτικής ικανότητας του καλοριμέτρου; Ποια θα ήταν η τάξη μεγέθους της αναμενόμενης διασποράς της μάζας του  $\pi^0$  εξαιτίας του φυσικού του εύρους; Σχολιάστε τις τιμές που βρήκατε. [5μ]

(ε) Η μέγιστη ενέργεια ενός  $\pi^0$  που παράγεται από τη διάσπαση ενός B-μεσονίου στο πείραμα BaBar είναι περίπου 4 GeV. Πόση διαδρομή θα κάλυπτε ένα τέτοιο  $\pi^0$  πριν διασπαστεί; Θεωρήστε την περίπτωση των δύο φωτονίων που εκπέμπονται, στο σύστημα αναφοράς του  $\pi^0$  κάθετα στη διεύθυνση πτήσης του  $\pi^0$  όπως μετράται στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου. Υπολογίστε την γωνία μεταξύ των δύο φωτονίων στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου για ένα  $\pi^0$  μεσόνιο ενέργειας 4 GeV. Σχολιάστε το αποτέλεσμά σας σε σχέση με τις διαστάσεις του πειράματος BaBar το οποίο είναι ένας κύλινδρος ακτίνας 100cm, που είναι κατασκευασμένος από κρυστάλλους διαστάσεων 5 cm x 5 cm στη πλευρά που βλέπει προς τη δέσμη. [7μ]



$$/G(J^P) = 1^-(0^-)$$

We have omitted some results that have been superseded by later experiments. The omitted results may be found in our 1988 edition Physics Letters **B204** 1 (1988).

### $\pi^\pm$ MASS

VALUE (MeV)	DOCUMENT ID	TECN	CHG	COMMENT
<b>139.57018±0.00035 OUR FIT</b>				Error includes scale factor of 1.2.

### $\pi^+$ DECAY MODES

$\pi^-$  modes are charge conjugates of the modes below.

For decay limits to particles which are not established, see the section on Searches for Axions and Other Very Light Bosons.

Mode	Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )	Confidence level
$\Gamma_1 \mu^+ \nu_\mu$	[a] (99.98770±0.00004) %	
$\Gamma_2 \mu^+ \nu_\mu \gamma$	[b] ( 2.00 ±0.25 ) × 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_3 e^+ \nu_e$	[a] ( 1.230 ±0.004 ) × 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_4 e^+ \nu_e \gamma$	[b] ( 7.39 ±0.05 ) × 10 <sup>-7</sup>	
$\Gamma_5 e^+ \nu_e \pi^0$	( 1.036 ±0.006 ) × 10 <sup>-8</sup>	
$\Gamma_6 e^+ \nu_e e^+ e^-$	( 3.2 ±0.5 ) × 10 <sup>-9</sup>	
$\Gamma_7 e^+ \nu_e \nu \bar{\nu}$	< 5 × 10 <sup>-6</sup>	90%

Citation: K.A. Olive *et al.* (Particle Data Group), Chin. Phys. C, **38**, 090001 (2014) and 2015 update



$$/G(J^P) = 1^-(0^{-+})$$

We have omitted some results that have been superseded by later experiments. The omitted results may be found in our 1988 edition Physics Letters **B204** 1 (1988).

### $\pi^0$ MASS

The value is calculated from  $m_{\pi^\pm}$  and  $(m_{\pi^\pm} - m_{\pi^0})$ . See also the notes under the  $\pi^\pm$  Mass Listings.

VALUE (MeV)	DOCUMENT ID
<b>134.9766±0.0006 OUR FIT</b>	Error includes scale factor of 1.1.

### $\pi^0$ DECAY MODES

For decay limits to particles which are not established, see the appropriate Search sections ( $A^0$  (axion) and Other Light Boson ( $X^0$ ) Searches, etc.).

Mode	Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )	Scale factor/ Confidence level
$\Gamma_1 2\gamma$	(98.823±0.034) %	S=1.5
$\Gamma_2 e^+ e^- \gamma$	( 1.174±0.035 ) %	S=1.5
$\Gamma_3 \gamma$ positronium	( 1.82 ±0.29 ) × 10 <sup>-9</sup>	
$\Gamma_4 e^+ e^+ e^- e^-$	( 3.34 ±0.16 ) × 10 <sup>-5</sup>	
$\Gamma_5 e^+ e^-$	( 6.46 ±0.33 ) × 10 <sup>-8</sup>	
$\Gamma_6 4\gamma$	< 2 × 10 <sup>-8</sup>	CL=90%
$\Gamma_7 \nu \bar{\nu}$	[a] < 2.7 × 10 <sup>-7</sup>	CL=90%
$\Gamma_8 \nu_e \bar{\nu}_e$	< 1.7 × 10 <sup>-6</sup>	CL=90%
$\Gamma_9 \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$	< 1.6 × 10 <sup>-6</sup>	CL=90%

Citation: K.A. Olive *et al.* (Particle Data Group), Chin. Phys. C, **38**, 090001 (2014) and 2015 update

$\omega(782)$

$J^P(J^{PC}) = 0^-(1^{--})$

### $\omega(782)$ DECAY MODES

Mode	Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )	Scale factor/ Confidence level
$\Gamma_1 \pi^+ \pi^- \pi^0$	(89.2 $\pm$ 0.7) %	
$\Gamma_2 \pi^0 \gamma$	( 8.28 $\pm$ 0.28) %	S=2.1
$\Gamma_3 \pi^+ \pi^-$	( 1.53 $\pm$ 0.11 ) %	S=1.2
$\Gamma_4$ neutrals (excluding $\pi^0 \gamma$ )	( 8 $\pm$ 8 ) $\times$ 10 <sup>-3</sup>	S=1.1
$\Gamma_5 \eta \gamma$	( 4.6 $\pm$ 0.4 ) $\times$ 10 <sup>-4</sup>	S=1.1
$\Gamma_6 \pi^0 e^+ e^-$	( 7.7 $\pm$ 0.6 ) $\times$ 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_7 \pi^0 \mu^+ \mu^-$	( 1.3 $\pm$ 0.4 ) $\times$ 10 <sup>-4</sup>	S=2.1

Citation: K.A. Olive *et al.* (Particle Data Group), Chin. Phys. C, **38**, 090001 (2014) and 2015 update

$\eta$

$J^P(J^{PC}) = 0^+(0^{+-})$

We have omitted some results that have been superseded by later experiments. The omitted results may be found in our 1988 edition Physics Letters **B204** (1988).

### $\eta$ MASS

Recent measurements resolve the obvious inconsistency in previous  $\eta$  mass measurements in favor of the higher value first reported by NA48 (LAI 02). We use only precise measurements consistent with this higher mass value for our  $\eta$  mass average.

VALUE (MeV)	EVTS	DOCUMENT ID	TECN	COMMENT
<b>547.862 <math>\pm</math> 0.017 OUR AVERAGE</b>				

### $\eta$ DECAY MODES

Mode	Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )	Scale factor/ Confidence level
<b>Neutral modes</b>		
$\Gamma_1$ neutral modes	(72.12 $\pm$ 0.34) %	S=1.2
$\Gamma_2 2\gamma$	(39.41 $\pm$ 0.20) %	S=1.1
$\Gamma_3 3\pi^0$	(32.68 $\pm$ 0.23) %	S=1.1
$\Gamma_4 \pi^0 2\gamma$	( 2.56 $\pm$ 0.22 ) $\times$ 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_5 2\pi^0 2\gamma$	< 1.2 $\times$ 10 <sup>-3</sup>	CL=90%
$\Gamma_6 4\gamma$	< 2.8 $\times$ 10 <sup>-4</sup>	CL=90%
$\Gamma_7$ invisible	< 1.0 $\times$ 10 <sup>-4</sup>	CL=90%
<b>Charged modes</b>		
$\Gamma_8$ charged modes	(28.10 $\pm$ 0.34) %	S=1.2
$\Gamma_9 \pi^+ \pi^- \pi^0$	(22.92 $\pm$ 0.28) %	S=1.2
$\Gamma_{10} \pi^+ \pi^- \gamma$	( 4.22 $\pm$ 0.08 ) %	S=1.1



$$I(J^P) = \frac{1}{2}(0^-)$$

---

A REVIEW GOES HERE – Check our WWW List of Reviews

---

### $K^\pm$ MASS

VALUE (MeV)	DOCUMENT ID	TECN	CHG	COMMENT
<b>493.677±0.016 OUR FIT</b>	Error includes scale factor of 2.8.			
<b>493.677±0.013 OUR AVERAGE</b>	Error includes scale factor of 2.4. See the ideogram below.			

### $K^+$ DECAY MODES

$K^-$  modes are charge conjugates of the modes below.

Mode	Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )	Scale factor/ Confidence level
<b>Leptonic and semileptonic modes</b>		
$\Gamma_1 e^+ \nu_e$	( $1.582 \pm 0.007$ ) $\times 10^{-5}$	
$\Gamma_2 \mu^+ \nu_\mu$	( $63.56 \pm 0.11$ ) %	S=1.2
$\Gamma_3 \pi^0 e^+ \nu_e$ Called $K_{e3}^+$ .	( $5.07 \pm 0.04$ ) %	S=2.1
$\Gamma_4 \pi^0 \mu^+ \nu_\mu$ Called $K_{\mu 3}^+$ .	( $3.352 \pm 0.033$ ) %	S=1.9
$\Gamma_5 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu_e$	( $2.55 \pm 0.04$ ) $\times 10^{-5}$	S=1.1
$\Gamma_6 \pi^+ \pi^- e^+ \nu_e$	( $4.247 \pm 0.024$ ) $\times 10^{-5}$	
$\Gamma_7 \pi^+ \pi^- \mu^+ \nu_\mu$	( $1.4 \pm 0.9$ ) $\times 10^{-5}$	
$\Gamma_8 \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu_e$	< 3.5 $\times 10^{-6}$	CL=90%
<b>Hadronic modes</b>		
$\Gamma_9 \pi^+ \pi^0$	( $20.67 \pm 0.08$ ) %	S=1.2
$\Gamma_{10} \pi^+ \pi^0 \pi^0$	( $1.760 \pm 0.023$ ) %	S=1.1
$\Gamma_{11} \pi^+ \pi^+ \pi^-$	( $5.583 \pm 0.024$ ) %	



$$I(J^P) = \frac{1}{2}(0^-)$$

---

### $K^0$ MASS

VALUE (MeV)	EVTS	DOCUMENT ID	TECN	COMMENT
<b>497.611±0.013 OUR FIT</b>	Error includes scale factor of 1.2.			
<b>497.611±0.013 OUR AVERAGE</b>	Error includes scale factor of 1.2.			



$I(J^P) = 1(\frac{1}{2}^+)$  Status: \*\*\*

We have omitted some results that have been superseded by later experiments. See our earlier editions.

### $\Sigma^+$ MASS

The fit uses  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ , and  $\Lambda$  mass and mass-difference measurements.

VALUE (MeV)	EVTS	DOCUMENT ID	TECN	COMMENT
<b>1189.37±0.07 OUR FIT</b>		Error includes scale factor of 2.2.		
<b>1189.37±0.06 OUR AVERAGE</b>		Error includes scale factor of 1.8. See the ideogram below.		

### $\Sigma^+$ DECAY MODES

Mode	Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )	Confidence level
$\Gamma_1 p\pi^0$	(51.57±0.30) %	
$\Gamma_2 n\pi^+$	(48.31±0.30) %	
$\Gamma_3 p\gamma$	( 1.23±0.05 ) $\times 10^{-3}$	
$\Gamma_4 n\pi^+\gamma$	[a] ( 4.5 ±0.5 ) $\times 10^{-4}$	
$\Gamma_5 \Lambda e^+ \nu_e$	( 2.0 ±0.5 ) $\times 10^{-5}$	



$I(J^P) = 1(\frac{1}{2}^+)$  Status: \*\*\*

COURANT 63 and ALFF 65, using  $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda e^+ e^-$  decays (Dalitz decays), determined the  $\Sigma^0$  parity to be positive, given that  $J = 1/2$  and that certain very reasonable assumptions about form factors are true. The results of experiments involving the Primakoff effect, from which the  $\Sigma^0$  mean life and  $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda$  transition magnetic moment come (see below), strongly support  $J = 1/2$ .

### $\Sigma^0$ MASS

The fit uses  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ , and  $\Lambda$  mass and mass-difference measurements.

VALUE (MeV)	EVTS	DOCUMENT ID	TECN	COMMENT
<b>1192.642±0.024 OUR FIT</b>				

### $\Sigma^0$ DECAY MODES

Mode	Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )	Confidence level
$\Gamma_1 \Lambda\gamma$	100 %	
$\Gamma_2 \Lambda\gamma\gamma$	< 3 %	90%
$\Gamma_3 \Lambda e^+ e^-$	[a] $5 \times 10^{-3}$	

[a] A theoretical value using QED.



$I(J^P) = 1(\frac{1}{2}^+)$  Status: \*\*\*\*

We have omitted some results that have been superseded by later experiments. See our earlier editions.

### $\Sigma^-$ MASS

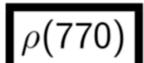
The fit uses  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ , and  $\Lambda$  mass and mass-difference measurements.

VALUE (MeV)	EVTS	DOCUMENT ID	TECN	COMMENT
<b>1197.449 ± 0.030 OUR FIT</b>		Error includes scale factor of 1.2.		
<b>1197.45 ± 0.04 OUR AVERAGE</b>		Error includes scale factor of 1.2.		

### $\Sigma^-$ DECAY MODES

Mode	Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )
$\Gamma_1 n\pi^-$	(99.848 ± 0.005) %
$\Gamma_2 n\pi^-\gamma$	[a] ( 4.6 ± 0.6 ) × 10 <sup>-4</sup>
$\Gamma_3 n e^- \bar{\nu}_e$	( 1.017 ± 0.034 ) × 10 <sup>-3</sup>
$\Gamma_4 n\mu^-\bar{\nu}_\mu$	( 4.5 ± 0.4 ) × 10 <sup>-4</sup>
$\Gamma_5 \Lambda e^- \bar{\nu}_e$	( 5.73 ± 0.27 ) × 10 <sup>-5</sup>

Citation: C. Patrignani *et al.* (Particle Data Group), Chin. Phys. C, **40**, 100001 (2016) and 2017 update



$I(G(J^P)) = 1^+(1^{--})$

A REVIEW GOES HERE – Check our WWW List of Reviews

### $\rho(770)$ MASS

We no longer list S-wave Breit-Wigner fits, or data with high combinatorial background.

#### NEUTRAL ONLY, $e^+e^-$

VALUE (MeV)	EVTS	DOCUMENT ID	TECN	COMMENT
<b>775.26 ± 0.25 OUR AVERAGE</b>				

### $\rho(770)$ DECAY MODES

Mode	Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )	Scale factor/ Confidence level
$\Gamma_1 \pi\pi$	~ 100	%
<b><math>\rho(770)^{\pm}</math> decays</b>		
$\Gamma_2 \pi^\pm\pi^0$	~ 100	%
$\Gamma_3 \pi^\pm\gamma$	( 4.5 ± 0.5 ) × 10 <sup>-4</sup>	S=2.2
$\Gamma_4 \pi^\pm\eta$	< 6	× 10 <sup>-3</sup> CL=84%
$\Gamma_5 \pi^\pm\pi^+\pi^-\pi^0$	< 2.0	× 10 <sup>-3</sup> CL=84%
<b><math>\rho(770)^0</math> decays</b>		
$\Gamma_6 \pi^+\pi^-$	~ 100	%
$\Gamma_7 \pi^+\pi^-\gamma$	( 9.9 ± 1.6 ) × 10 <sup>-3</sup>	
$\Gamma_8 \pi^0\gamma$	( 4.7 ± 0.6 ) × 10 <sup>-4</sup>	S=1.4
$\Gamma_9 \eta\gamma$	( 3.00 ± 0.21 ) × 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_{10} \pi^0\pi^0\gamma$	( 4.5 ± 0.8 ) × 10 <sup>-5</sup>	
$\Gamma_{11} \mu^+\mu^-$	[a] ( 4.55 ± 0.28 ) × 10 <sup>-5</sup>	
$\Gamma_{12} e^+e^-$	[a] ( 4.72 ± 0.05 ) × 10 <sup>-5</sup>	
$\Gamma_{13} \pi^+\pi^-\pi^0$	( 1.01 <sup>+0.54</sup> <sub>-0.36</sub> ) × 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_{14} \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$	( 1.8 ± 0.9 ) × 10 <sup>-5</sup>	
$\Gamma_{15} \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$	( 1.6 ± 0.8 ) × 10 <sup>-5</sup>	
$\Gamma_{16} \pi^0e^+e^-$	< 1.2	× 10 <sup>-5</sup> CL=90%
$\Gamma_{17} \eta e^+e^-$		

**$\eta'(958)$**

$J^G(J^{PC}) = 0^+(0^-+)$

### **$\eta'(958)$ MASS**

VALUE (MeV)	EVTS	DOCUMENT ID	TECN	COMMENT
<b>957.78 ± 0.06 OUR AVERAGE</b>				

### **$\eta'(958)$ DECAY MODES**

Mode	Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )	Confidence level
$\Gamma_1 \pi^+ \pi^- \eta$	(42.6 ± 0.7 ) %	
$\Gamma_2 \rho^0 \gamma$ (including non-resonant $\pi^+ \pi^- \gamma$ )	(28.9 ± 0.5 ) %	
$\Gamma_3 \pi^0 \pi^0 \eta$	(22.8 ± 0.8 ) %	
$\Gamma_4 \omega \gamma$	( 2.62±0.13 ) %	
$\Gamma_5 \omega e^+ e^-$	( 2.0 ± 0.4 ) × 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_6 \gamma \gamma$	( 2.22±0.08 ) %	
$\Gamma_7 3\pi^0$	( 2.54±0.18 ) × 10 <sup>-3</sup>	
$\Gamma_8 \mu^+ \mu^- \gamma$	( 1.09±0.27 ) × 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_9 \pi^+ \pi^- \mu^+ \mu^-$	< 2.9 × 10 <sup>-5</sup>	90%
$\Gamma_{10} \pi^+ \pi^- \pi^0$	( 3.61±0.17 ) × 10 <sup>-3</sup>	
$\Gamma_{11} (\pi^+ \pi^- \pi^0)$ S-wave	( 3.8 ± 0.5 ) × 10 <sup>-3</sup>	
$\Gamma_{12} \pi^\mp \rho^\pm$	( 7.4 ± 2.3 ) × 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_{13} \pi^0 \rho^0$	< 4 %	90%
$\Gamma_{14} 2(\pi^+ \pi^-)$	( 8.6 ± 0.9 ) × 10 <sup>-5</sup>	
$\Gamma_{15} \pi^+ \pi^- 2\pi^0$	( 1.8 ± 0.4 ) × 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_{16} 2(\pi^+ \pi^-)$ neutrals	< 1 %	95%
$\Gamma_{17} 2(\pi^+ \pi^-) \pi^0$	< 1.8 × 10 <sup>-3</sup>	90%
$\Gamma_{18} 2(\pi^+ \pi^-) 2\pi^0$	< 1 %	95%
$\Gamma_{19} 3(\pi^+ \pi^-)$	< 3.1 × 10 <sup>-5</sup>	90%
$\Gamma_{20} K^\pm \pi^\mp$	< 4 × 10 <sup>-5</sup>	90%
$\Gamma_{21} \pi^+ \pi^- e^+ e^-$	( 2.4 +1.3 -1.0 ) × 10 <sup>-3</sup>	
$\Gamma_{22} \pi^+ e^- \nu_e + \text{c.c.}$	< 2.1 × 10 <sup>-4</sup>	90%
$\Gamma_{23} \gamma e^+ e^-$	( 4.73±0.30 ) × 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_{24} \pi^0 \gamma \gamma$	< 8 × 10 <sup>-4</sup>	90%
$\Gamma_{25} 4\pi^0$	< 3.2 × 10 <sup>-4</sup>	90%
$\Gamma_{26} e^+ e^-$	< 5.6 × 10 <sup>-9</sup>	90%
$\Gamma_{27}$ invisible	< 5 × 10 <sup>-4</sup>	90%

### 43. CLEBSCH-GORDAN COEFFICIENTS, SPHERICAL HARMONICS, AND $d$ FUNCTIONS

Note: A square-root sign is to be understood over *every* coefficient, e.g., for  $-8/15$  read  $-\sqrt{8/15}$ .

$1/2 \times 1/2$  $1 \times 1/2$  $2 \times 1$  $1 \times 1$  $Y_\ell^{-m} = (-1)^m Y_\ell^m$	$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$ $Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\phi}$ $Y_2^0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right)$ $Y_2^1 = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi}$ $Y_2^2 = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin^2 \theta e^{2i\phi}$	Notation: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td><math>J</math></td><td><math>J</math></td><td>...</td></tr> <tr><td><math>M</math></td><td><math>M</math></td><td>...</td></tr> </table> Coefficients: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td><math>m_1</math></td><td><math>m_2</math></td><td></td></tr> <tr><td><math>m_1</math></td><td><math>m_2</math></td><td></td></tr> <tr><td>.</td><td>.</td><td></td></tr> <tr><td>.</td><td>.</td><td></td></tr> </table>	$J$	$J$	...	$M$	$M$	...	$m_1$	$m_2$		$m_1$	$m_2$		.	.		.	.	
$J$	$J$	...																		
$M$	$M$	...																		
$m_1$	$m_2$																			
$m_1$	$m_2$																			
.	.																			
.	.																			
$2 \times 3/2$  $2 \times 2$  $d_{3/2,3/2}$ $d_{3/2,1/2}$ $d_{3/2,-1/2}$ $d_{3/2,-3/2}$ $d_{1/2,1/2}$ $d_{1/2,-1/2}$	$3/2 \times 3/2$  $d_{0,0}$ $d_{1/2,1/2}$ $d_{1/2,-1/2}$ $d_{1,0}$ $d_{1,-1}$	$d_{1/2} = \cos \theta$ $d_{1/2,1/2} = \cos \frac{\theta}{2}$ $d_{1/2,-1/2} = -\sin \frac{\theta}{2}$ $d_{1,0} = -\frac{\sin \theta}{\sqrt{2}}$ $d_{1,-1} = \frac{1 - \cos \theta}{2}$																		
$3/2 \times 1$  $3/2 \times 3/2$  $d_{1/2,1/2}$ $d_{1/2,-1/2}$ $d_{1,0}$ $d_{1,-1}$	$d_{1/2,1/2} = \cos \theta$ $d_{1/2,-1/2} = -\sin \theta$ $d_{1,0} = -\frac{\sin \theta}{\sqrt{2}}$ $d_{1,-1} = \frac{1 - \cos \theta}{2}$	$d_{1/2} = \cos \theta$ $d_{1/2,1/2} = \cos \frac{\theta}{2}$ $d_{1/2,-1/2} = -\sin \frac{\theta}{2}$ $d_{1,0} = -\frac{\sin \theta}{\sqrt{2}}$ $d_{1,-1} = \frac{1 - \cos \theta}{2}$																		
$d_{2,2}$ $d_{2,1}$ $d_{2,0}$ $d_{2,-1}$ $d_{2,-2}$ $d_{1,-1}$ $d_{1,0}$ $d_{1,-2}$ $d_{0,0}$ $d_{0,-1}$ $d_{0,-2}$	$d_{2,2} = \left( \frac{1 + \cos \theta}{2} \right)^2$ $d_{2,1} = -\frac{1 + \cos \theta}{2} \sin \theta$ $d_{2,0} = \frac{\sqrt{6}}{4} \sin^2 \theta$ $d_{2,-1} = -\frac{1 - \cos \theta}{2} \sin \theta$ $d_{2,-2} = \left( \frac{1 - \cos \theta}{2} \right)^2$ $d_{1,-1} = \frac{1}{2} \left( \frac{1 + \cos \theta}{2} \right) (2 \cos \theta - 1)$ $d_{1,0} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta \cos \theta$ $d_{1,-2} = \frac{1 - \cos \theta}{2} (2 \cos \theta + 1)$ $d_{0,0} = \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right)$	$d_{2,2} = \left( \frac{1 + \cos \theta}{2} \right)^2$ $d_{2,1} = -\frac{1 + \cos \theta}{2} \sin \theta$ $d_{2,0} = \frac{\sqrt{6}}{4} \sin^2 \theta$ $d_{2,-1} = -\frac{1 - \cos \theta}{2} \sin \theta$ $d_{2,-2} = \left( \frac{1 - \cos \theta}{2} \right)^2$ $d_{1,-1} = \frac{1}{2} \left( \frac{1 + \cos \theta}{2} \right) (2 \cos \theta - 1)$ $d_{1,0} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta \cos \theta$ $d_{1,-2} = \frac{1 - \cos \theta}{2} (2 \cos \theta + 1)$ $d_{0,0} = \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right)$																		

**Figure 43.1:** The sign convention is that of Wigner (*Group Theory*, Academic Press, New York, 1959), also used by Condon and Shortley (*The Theory of Atomic Spectra*, Cambridge Univ. Press, New York, 1953), Rose (*Elementary Theory of Angular Momentum*, Wiley, New York, 1957), and Cohen (*Tables of the Clebsch-Gordan Coefficients*, North American Rockwell Science Center, Thousand Oaks, Calif., 1974).

