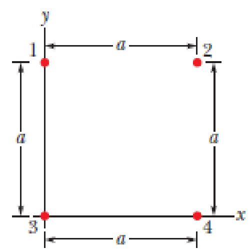
Φροντιστήριο 2 ΦΥΣ112

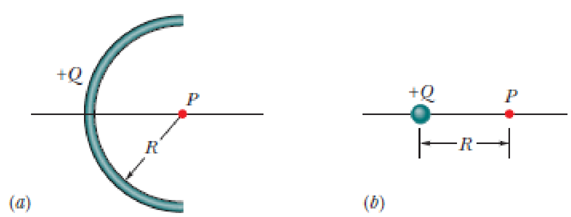
18/9/2024

21.10) Στο παρακάτω σχήμα, τα τέσσερα φορτία σχηματίζουν τετράγωνο. Τα φορτία είναι $q_1 = q_4 = Q$ και $q_2 = q_3 = q$. (α) Ποιος είναι ο λόγος Q/q αν η συνολική δύναμη στα φορτία 1 και 4 είναι 0; (β) Υπάρχει τιμή του q για την οποία η συνολική δύναμη να είναι μηδέν για όλα τα σωματίδια; Εξηγείστε.



22.11) Δύο σωματίδια είναι τοποθετημένα στο άξονα x. Το σωματίδιο 1 με φορτίο $q_1 = 2.1 \times 10^{-8}\,C$ είναι στη θέση $x = 20\,cm$, και το σωματίδιο 2 με φορτίο $q_2 = -4.00\,q_1$ είναι στη θέση $x = 70\,cm$. Σε ποια θέση στον άξονα αυτό (πέραν του απείρου) το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο που προέρχεται από τα δύο σωματίδια είναι 0;

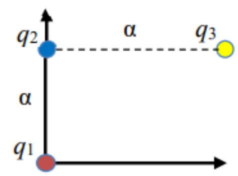
22.29) Το παρακάτω σχήμα (a) δείχνει μία μη αγώγιμη (μονωτική) ράβδο με ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο $+Q$. Η ράβδος σχηματίζει ημικύκλιο ακτίνας R και παράγει ηλεκτρικό πεδίο μεγέθους E_{arc} στο κέντρο καμπυλότητάς του P. Αν η ράβδος κατέρρεε σε ένα σημειακό φορτίο σε απόσταση R από το P όπως φαίνεται στο (b), κατά τι πολλαπλασιαστικό παράγοντα θα διέφερε το μέγεθος του νέου ηλεκτρικού πεδίου;



22.59) Πόσο έργο χρειάζεται για να στραφεί ένα ηλεκτρικό δίπολο κατά 180 μοίρες σε ομοιόμορφο ηλεκτρικό πεδίο μεγέθους $E = 46.0\,N/C$ αν η διπολική ροπή έχει μέγεθος $p = 3.02 \times 10^{-25}\,C \cdot m$ και η αρχική γωνία είναι 64 μοίρες;

22.61) Βρείτε μία έκφραση για την συχνότητα ταλάντωσης ενός ηλεκτρικού διπόλου διπολικής ροπής $\vec{p}$ και ροπή αδράνειας I για μικρά πλάτη ταλάντωσης γύρω από το σημείο ισορροπίας εντός ομοιόμορφου ηλεκτρικού πεδίου μεγέθους E.

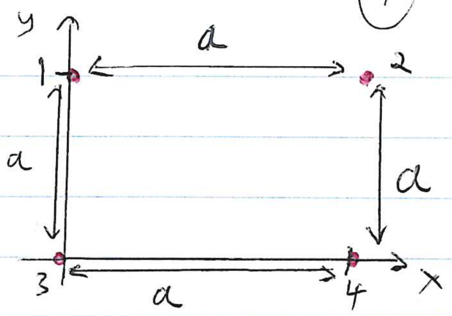
Άσκηση 6) Τρία φορτία βρίσκονται στην διάταξη που φαίνεται στο σχήμα. Να βρεθεί η δύναμη στο φορτίο $q3$. Δίνονται $q_1 = 6.0 \times 10^{-6}C$, $q_2 = -q_1 = -6.0 \times 10^{-6}C$, $q_3 = 3.0 \times 10^{-6}C$ και $a = 2.0cm$



Άσκηση 7) Το ποζιτρόνιο είναι το αντισωματίδιο του ηλεκτρονίου. Έχουν την ίδια μάζα αλλά αντίθετο φορτίο με του ηλεκτρονίου. Ένα ηλεκτρόνιο και ένα ποζιτρόνιο μπορούν να δημιουργήσουν μια δέσμια κατάσταση και να περιστρέφονται ως προς το κέντρο μάζας τους σαν να είναι ένας περιστροφέας και η «ράβδος» που τα συνδέει να έχει μηδενική μάζα. Υπολογίστε τη συχνότητα περιστροφής ενός ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου που βρίσκονται σε απόσταση $1nm$ μεταξύ τους.

Ευτύχιος Καϊμακκάμης

Problem 21.10)



$\rightarrow q_1 = q_4 = Q$

$\rightarrow q_2 = q_3 = q$

(a) $\vec{F}_{2\to 1} = -k_e \dfrac{Qq}{a^2}\,\hat{\imath}$, $\vec{F}_{4\to 1} = k_e \dfrac{Q^2}{2a^2}(-\hat{\imath}, \hat{\jmath}) \cos 45°$

$\vec{F}_{3\to 1} = k_e \dfrac{Qq}{a^2}\,\hat{\jmath}$

$$\Rightarrow \vec{F}_1^{\text{ολ}} = k_e \frac{Q}{a^2}\left(-\frac{2\sqrt{2}q + Q}{2\sqrt{2}}\,\hat{\imath}, \frac{2\sqrt{2}q + Q}{2\sqrt{2}}\,\hat{\jmath}\right) = 0$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{2}q + Q = 0 \Rightarrow Q = -2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{Q}{q} = -2\sqrt{2}}$$

$\vec{F}_{2\to 4} = -k_e \dfrac{Qq}{a^2}\,\hat{\jmath}$ $\vec{F}_{1\to 4} = k_e \dfrac{Q^2}{2a^2}(\hat{\imath}, -\hat{\jmath}) \cos 45°$

$\vec{F}_{3\to 4} = k_e \dfrac{Qq}{a^2}\,\hat{\imath}$

$$\Rightarrow \vec{F}_4^{\text{ολ}} = k_e \frac{Q}{a^2}\left(\frac{2\sqrt{2}q + Q}{2\sqrt{2}}\,\hat{\imath}, -\frac{2\sqrt{2}q + Q}{2\sqrt{2}}\,\hat{\jmath}\right) = 0$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{2}q + Q = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{Q}{q} = -2\sqrt{2}}$$

(b) $\vec{F}_{1\to 3} = -k_e \dfrac{Qq}{a^2}\,\hat{\jmath}$ $\vec{F}_{2\to 3} = k_e \dfrac{q^2}{2a^2}(-\hat{\imath}, -\hat{\jmath}) \cos 45°$

$\vec{F}_{4\to 3} = -k_e \dfrac{Qq}{a^2}\,\hat{\imath}$

$$\Rightarrow \vec{F}_3^{\text{ολ}} = -k_e \frac{q}{a^2}\left(\frac{q + 2\sqrt{2}Q}{2\sqrt{2}}\,\hat{\imath}, \frac{q + 2\sqrt{2}Q}{2\sqrt{2}}\,\hat{\jmath}\right)$$

$\vec{F}_{1\to 2} = k_e \dfrac{Qq}{a^2}\,\hat{\imath}$ $\vec{F}_{3\to 2} = k_e \dfrac{q^2}{2a^2}(\hat{\imath}, \hat{\jmath}) \cos 45°$

$\vec{F}_{4\to 2} = k_e \dfrac{Qq}{a^2}\,\hat{\jmath}$

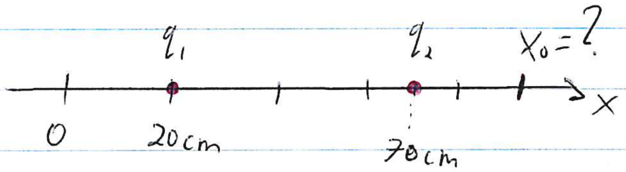
$$\Rightarrow \vec{F}_2^{\text{ολ}} = k_e \frac{q}{a^2}\left(\frac{q + 2\sqrt{2}Q}{2\sqrt{2}}\,\hat{\imath}, \frac{q + 2\sqrt{2}Q}{2\sqrt{2}}\,\hat{\jmath}\right)$$

$$\rightarrow \vec{F}_1^{o\lambda} = \vec{F}_2^{o\lambda} = \vec{F}_3^{o\lambda} = \vec{F}_4^{o\lambda} = 0$$

$$\Rightarrow q = -2\sqrt{2}\,Q \quad (\text{από } 3+2)$$
$$\Rightarrow Q = -2\sqrt{2}\,q \quad (\text{από } 1+4)$$

} Αδύνατο $\Rightarrow$ Καμία τιμή το q δεν το τηρεί

Problem 22.11)



$\rightarrow q_1 = 2{,}1 \cdot 10^{-8}\, C$

$\rightarrow q_2 = -4{,}00 \cdot q_1 = -8{,}4 \cdot 10^{-8}\, C$

$$\vec{E}_{o\lambda}(x_0) = 0$$

$$\hookrightarrow \vec{E}_{o\lambda} = k_e \left[\frac{q_1}{|x_0 - 0{,}2m|^2} + \frac{q_2}{|x_0 - 0{,}7m|^2} \right] = 0$$

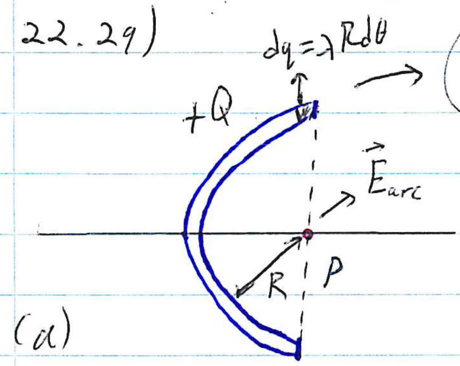
$$\Rightarrow q_1 |x_0 - 0{,}7m|^2 = -q_2 |x_0 - 0{,}2m|^2$$

$$\Rightarrow |x_0 - 0{,}7m|^2 = 4 \cdot |x_0 - 0{,}2m|^2$$

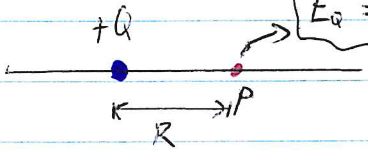
$$\Rightarrow |x_0 - 0{,}7m| = 2|x_0 - 0{,}2m|$$

$$\Rightarrow \boxed{x_0 = -0{,}3\, m}$$

Problem 22.29)



$$\boxed{L = \pi R \Rightarrow \lambda = \frac{Q}{\pi R} \Rightarrow \vec{E}_{arc} = k_e\, \hat{\imath} \int dq}$$



$$\boxed{\vec{E}_Q = x \cdot \vec{E}_{arc}}$$

$$\vec{E}_{arc} = k_e \hat{\imath} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\lambda}{R^2} \cos\theta\, R\, d\theta = k_e \frac{Q\,\hat{\imath}}{\pi R^2} \sin\theta \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = k_e \frac{2Q}{\pi R^2}\hat{\imath} \qquad \vec{E}_Q = k_e \frac{Q}{R^2}\hat{\imath}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{2}}$$

Problem 22.59)

$\theta_0 = 64^\circ$

$E = 46{,}0 \ \frac{N}{C}$

$p = 3{,}02 \cdot 10^{-25} \ C \cdot m$

$\Delta\theta = 180^\circ \Rightarrow \underline{\theta_f = 244^\circ}$ (ή) $\underline{\theta_f = -116^\circ}$

$\rightarrow U_0 = -\vec{p}\cdot\vec{E} = -pE\cos\theta_0 = -6{,}09 \cdot 10^{-24} \ J$

$\rightarrow U_f = -\vec{p}\cdot\vec{E} = -pE\cos\theta_f = 6{,}09 \cdot 10^{-24} \ J$

$U_0 = -U_f \Rightarrow W = U_f - U_0 = 2U_f = \boxed{1{,}22 \cdot 10^{-23} \ J}$

Problem 22.61

$\vec{p}$: διπολική ροπή

I : ροπή αδράνειας

E : ομοιόμορφο ηλεκτρικό πεδίο

→ Μικρό πλάτος ταλάντωσης ⟺ Μικρή γωνία διπόλου απ[ό] ηλεκτρικές δυναμικές γραμ[μές]

$\rightarrow \vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E} \Rightarrow \tau = -pE\sin\theta \xrightarrow{\theta \text{ μικρό}} \tau \approx -pE\theta$

$\rightarrow I\omega^2\theta = |\tau| \Rightarrow \omega^2 = \frac{pE}{I} \Rightarrow \boxed{f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{pE}{I}}}$

(Ταλαντώσεις από εξάσκηση ροπής)

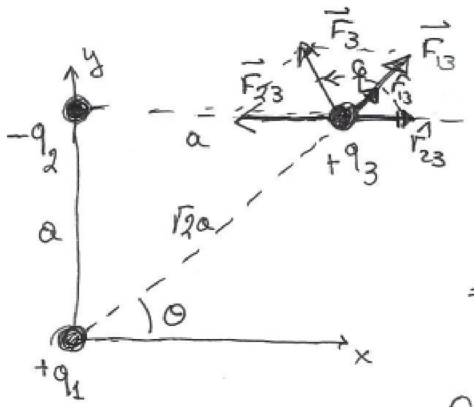
$\tau = I\frac{d^2\theta}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{pE\theta}{I}$

$\rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{pE}{I}\theta = 0$

$\rightarrow \theta = \theta_0\cos(\omega t)$

$\underline{\omega^2 = \frac{pE}{I}}$ (Helmholtz)

(006)



Η συνισταμένη δύναμη στο φορτίο q_3 θα είναι: $\vec{F_3} = \vec{F_{13}} + \vec{F_{23}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2}\hat{r}_{13} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}^2}\hat{r}_{23}\right)} \quad (1)$$

Ο $2^{ος}$ όρος είναι αρνητικός αλγεβρικά γιατί $q_2<0$

Υπολογίζουμε τα μοναδιαία διανύσματα $\hat{r}_{13}$ και $\hat{r}_{23}$

$$\hat{r}_{13} = \cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j} \Rightarrow \boxed{\hat{r}_{13} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{i}+\hat{j})} \quad (2)$$

Παρόμοια για το μοναδιαίο διάνυσμα $\hat{r}_{23}$ θα έχουμε $\boxed{\hat{r}_{23} = \hat{i}}$ (3) από το q_2 στο q_3.

$|q_2| = |q_1|$

Επομένως η (1) γίνεται: $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1 q_3}{(\sqrt{2}a)^2}\frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{i}+\hat{j}) + \frac{(-q_2)q_3}{a^2}\hat{i}\right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{a^2}\left[\left(\frac{\sqrt{2}}{4}-1\right)\hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{4}\hat{j}\right]}$$

Το μέτρο της δύναμης είναι: $F_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{a^2}\left[\left(\frac{\sqrt{2}}{4}-1\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2\right]^{1/2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow F_3 = (9.0\times10^9\,Nm^2/C)\frac{(6\cdot10^{-6}C)(3\cdot10^{-6}C)}{(2.\times10^{-2}m)^2}(0.74) \Rightarrow \boxed{F_3 = 3N}$$

Η γωνία που σχηματίζει η $\vec{F_3}$ με τον x-άξονα: $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{F_3^y}{F_3^x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}/4}{-1+\sqrt{2}/4}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\phi = 151.3^\circ}$ ή $\phi = -28.7^\circ$ που απορρίπτεται γιατί θα αντιστοιχούσε με $F_3^x > 0$ και $F_3^y < 0$ που δεν ισχύει

(007)

Τα δύο σωματίδια έχουν το ίδιο φορτίο σε απόλυτη τιμή αλλά αντίθετο, και την ίδια μάζα. Τα σωματίδια εφόσον περιστρέφονται ως προς το CM ασκείται πάνω τους κεντρομόλος δύναμη που προέρχεται από την ηλεκτρική δύναμη:

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_{e^-}||q_{e^+}|}{(2r)^2} = F_{κεν} = \frac{m_{e^-}v^2}{r} = \frac{m_{e^+}v^2}{r} = \frac{m\omega^2 r^2}{\cancel{r}} = m(2\pi f)^2 = 4\pi^2 m f^2$$

Λύνοντας ως προς τη συχνότητα f θα έχουμε: $f = \sqrt{\frac{|q_{e^-}||q_{e^+}|}{64\pi^3\varepsilon_0 m r^2}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow f = \sqrt{\frac{(1.6\times10^{-19}C)^2\cdot(9\times10^{9}Nm^2/C^2)}{(9\times10^{-31}kg)\,16\pi^2(0.5\times10^{-9}m)^3}} \Rightarrow \boxed{f = 1.13\times10^{14}Hz}$$