

## ΦΥΣ. 331

### 1<sup>η</sup> Εργασία

Επιστροφή: Παρασκευή 30/09/23

1. Στο πρόβλημα αυτό θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε δεδομένα και πίνακες που περιέχονται στο «βιβλίο των σωματιδίων» ή διαφορετικά *Particle Data Book* που ανανεώνεται και κρατιέται online στην ηλεκτρονική διεύθυνση <http://pdg.lbl.gov>. Στη διεύθυνση αυτή υπάρχουν πάρα πολλές πληροφορίες και επισκοπήσεις σχετικά με σωματίδια, ιδιότητές τους και φαινόμενα που έχουν παρατηρηθεί. Για την άσκηση αυτή θα χρησιμοποιήσετε την κατηγορία [Particle Listings](#) που όπως και κάθε άλλη ενότητα αποτελεί link για άλλες ιστοσελίδες.

(α) Βρείτε τα μποζόνια  $W$ ,  $Z$ . Συγκρίνετε τις μάζες των σωματιδίων αυτών με αυτή του πρωτονίου. Εκτιμήστε την εμβέλεια των δυνάμεων που φέρονται από τα  $W$  και  $Z$  και συγκρίνετέ την με το μέγεθος του πρωτονίου.

(β) Βρείτε τα σωματίδια  $\mu^+$ ,  $\tau^+$ ,  $K^+$ ,  $\pi^+$ ,  $\pi^0$ ,  $\rho^0$ ,  $D^+$ ,  $B^+$ ,  $J/\psi$  και καταγράψτε τους χρόνους ζωής τους. Με βάση τη πληροφορία αυτή ποιες είναι οι αλληλεπιδράσεις που είναι υπεύθυνες για τις διασπάσεις των σωματιδίων αυτών; Υπολογίστε την μέση απόσταση που θα διανύσουν τα σωματίδια αυτά πριν διασπαστούν (στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου) υποθέτοντας ότι έχουν ορμή  $10 \text{ GeV}/c$ . Πληροφοριακά το περιεχόμενο σε quark των σωματιδίων  $K^+$ ,  $\pi^+$ ,  $\pi^0$ ,  $\rho^0$ ,  $D^+$ ,  $B^+$ ,  $J/\psi$  είναι:  $K^+ \rightarrow d\bar{s}$ ,  $\pi^+ \rightarrow u\bar{d}$ ,  $\pi^0 = \frac{u\bar{u}-d\bar{d}}{\sqrt{2}}$  το  $\rho^0$  έχει το ίδιο περιεχόμενο με το  $\pi^0$ ,  $D^+ \rightarrow c\bar{d}$ ,  $B^+ \rightarrow u\bar{b}$  ενώ το  $J/\psi \rightarrow c\bar{c}$ . Τα σωματίδια αυτά είναι δέσμιες καταστάσεις ζεύγους quark-antiquark ( $q\bar{q}$ ) και ονομάζονται μεσόνια. Όλα τα παραπάνω μεσόνια αποτελούν τις χαμηλότερες ενεργειακά καταστάσεις του δεδομένου συνδυασμού. Οι καταστάσεις αυτές έχουν μηδενική συνολική στροφορμή (τροχιακή και ιδιοστροφορμή) ζεύγους εκτός από τα  $\rho^0$  και  $J/\psi$  που έχουν συνολική στροφορμή 1. Η συνολική αυτή στροφορμή είναι το σπιν του σωματιδίου.

(γ) Παρατηρήστε τη διάσπαση του  $\mu^+$  και του  $\tau^+$  λεπτονίων. Γιατί οι τρόποι διάσπασης των σωματιδίων αυτών είναι τόσο διαφορετικοί;

(δ) Στο πάνω μέρος της ατμόσφαιρας, κοσμική ακτινοβολία πολύ υψηλής ενέργειας, παράγει ίδιο αριθμό  $\pi^+$  και  $\pi^-$  τα οποία διασπώνται μετέπειτα. Τα προϊόντα διάσπασής τους διασπώνται επίσης. Ποιος ο λόγος του αριθμού των νετρίνο ηλεκτρονίων ως προς τον αριθμό των νετρίνο μιονίου που φθάνουν στην επιφάνεια της γης; Υποθέστε ότι όλα τα ασταθή σωματίδια διασπώνται πριν φθάσουν στην επιφάνεια της γης. Η υπόθεση αυτή βέβαια δεν είναι σωστή.

(ε) Ένας πειραματικός κατασκεύασε έναν ανιχνευτή πυριτίου μεγέθους  $3\text{cm} \times 3\text{cm}$  ώστε να μπορέσει να μετρήσει με ακρίβεια τις τροχιές φορτισμένων σωματιδίων. Ο ανιχνευτής αυτός (και θα πούμε περισσότερα για τους ανιχνευτές αυτούς) έχει πολλούς αισθητήρες ανάγνωσης ηλεκτρικών σημάτων που παράγονται από τον ιονισμό του υλικού καθώς διαπερνάται από κάποιο φορτισμένο σωματίδιο. Οι αισθητήρες αυτοί απέχουν  $50\mu\text{m}$  μεταξύ τους. Για τον έλεγχο της σωστής λειτουργίας του ανιχνευτή, ο πειραματικός είχε χρησιμοποιήσει στο παρελθόν κάποιο επιταχυντή σωματιδίων όπου τοποθέτησε τον ανιχνευτή πυριτίου ανάμεσα σε δυο άλλους ανιχνευτές που λειτουργούσαν σωστά και επέτρεψε δέσμη να περάσουν από την διάταξη. Ωστόσο αποφάσισε στην προκειμένη περίπτωση να χρησιμοποιήσει ροή μιονίων στην επιφάνεια της γης. Υπολογίστε πόσο χρόνο θα χρειαστεί ώστε να συλλέξει το

σήμα από 1000 μίονια για κάθε αισθητήρα του ανιχνευτή του. Η ροή κάθετων μιονίων στην επιφάνεια της γης είναι  $I \sim 1 \text{ cm}^{-2}\text{min}$ . Για την ροή μιονίων κοσμικής ακτινοβολίας στην επιφάνεια της γης μπορείτε να διαβάσετε και πάλι την ιστοσελίδα του *Particle Data Group* και ιδιαίτερα το *link* που αναφέρεται στην επισκόπηση σχετικά με κοσμική ακτινοβολία και συγκεκριμένα την παράγραφο 28.3.

(στ) Κοιτάξτε για το τι είναι γνωστό σχετικά με το λόγο των ποσοστών διακλάδωσης (ή διάσπασης) του  $K^+$ . Συγκεκριμένα ενδιαφερόμαστε για τον λόγο  $R = \frac{Br(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ \nu_e)}{Br(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ e^- \bar{\nu}_e)}$ . Θα παρατηρήσετε ότι ενώ ο αριθμητής έχει κάποιο ποσοστό διακλάδωσης, η διάσπαση του παρονομαστή δεν έχει παρατηρηθεί. Προσπαθήστε να εξηγήσετε το λόγο για τον οποίο δεν έχει παρατηρηθεί η δεύτερη διάσπαση. Θα σας βοηθούσε η πληροφορία ότι το  $K^+$  είναι δέσμια κατάσταση  $u\bar{s}$  και ότι ένα quark μπορεί να εκπέμψει ένα gluon το οποίο με τη σειρά του μπορεί να διασπαστεί σε ζεύγος quark-antiquark. Τα quarks με τη σειρά τους μπορεί να δημιουργήσουν δέσμιες καταστάσεις με τα άλλα quarks του  $K^+$ . Το  $\pi^+$  είναι δέσμια κατάσταση  $u\bar{d}$  ενώ τα  $\pi^-$  είναι δέσμια κατάσταση  $d\bar{u}$ . Με βάση τις πληροφορίες αυτές, προσπαθήστε να σχεδιάσετε το διάγραμμα Feynman της διάσπασης του αριθμητή.

(α) Σχεδιάζει την εμβέδεια της Συναρτησών σαν μια κβαντική διαστάση:  $\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$

$$\Rightarrow \Delta t \approx \hbar / \Delta E \quad \left. \vphantom{\Delta t \approx \hbar / \Delta E} \right\} \Rightarrow$$

Αλλά  $\Delta E = mc^2$  η μάζα του σωματιδίου που μεταδίδει τη δύναμη

$$\Rightarrow \Delta t \approx \hbar / mc^2 \Rightarrow R = c \Delta t \approx \hbar / mc \Rightarrow R \approx \hbar / mc$$

Εμβέδεια της Συναρτησών είναι αντιστρόφως ανάλογη της μάζας του σωματιδίου

$$M_W = 80.385 \pm 0.015 \text{ GeV}/c^2$$

$$\text{Επομένως: } R = \frac{\hbar c}{mc^2} \approx \frac{200 \text{ MeV fm}}{80.385 \cdot 10^3}$$

$$M_Z = 91.1876 \pm 0.0021 \text{ GeV}/c^2$$

$$\Rightarrow R_W = 2.45 \cdot 10^{-3} \text{ fm} \Rightarrow R_W = 2.45 \cdot 10^{-18} \text{ m}$$

$$\text{Για το } Z^0 \text{ θα έχουμε: } R_Z = \frac{197 \text{ MeV fm}}{91.1876} \Rightarrow R_Z = 2.16 \cdot 10^{-18} \text{ m}$$

Η ακτίνα του πρωτονίου (φορέιο) δίνεται από  $r_p \approx 0.84087 \pm 0.00038 \text{ fm}$

$$\text{Επομένως } \frac{r_p}{R_{W/Z}} \approx \frac{0.84087}{2.45 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \frac{r_p}{R_{W/Z}} = [340 \div 390]$$

(β) Εφαρμόζοντας της διαστολής των μόνων ο χρόνος που χρειάζεται το σωματίδιο να

κινηθεί είναι:  $t = \tau \gamma$

Η απόσταση που θα καλύψει επομένως θα είναι:  $L = \beta \tau \gamma = \frac{p \tau}{m}$  αφού  $p = \gamma m \beta$

$$\text{Επομένως } L = \frac{p}{m} c \tau$$

1) Το  $\mu^+$  έχει χρόνο ζωής  $2.2 \mu\text{sec}$  και μάζα  $m_\mu = 0.106 \text{ GeV}$ . Άρα  $L = \frac{10}{0.105} \cdot 2.2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^8 \Rightarrow L = 63 \text{ km}$  και η διαστολή του είναι Ασθενής Διαστολή.

2) Το  $\tau^+$  έχει χρόνο ζωής  $291 \text{ psec}$  και μάζα  $m_\tau = 1.78 \text{ GeV}$ . Άρα  $L = \frac{10}{1.78} \cdot 291 \cdot 10^{-15} \cdot 3 \cdot 10^8 \Rightarrow L = 490 \mu\text{m}$ . Η διαστολή είναι Ασθενής.

3) Το  $K^+$  έχει χρόνο ζωής  $1.2 \cdot 10^{-8} \text{ sec}$  και μάζα  $m_K = 0.494 \text{ GeV}$ . Επομένως

$$L = \frac{10}{0.494} \cdot 1.2 \cdot 10^{-8} \cdot 3 \cdot 10^8 \Rightarrow L = 72 \text{ m}. \text{ Η διαστολή είναι } \underline{\text{Ασθενής}}$$

4) Το  $\pi^+$  έχει μάζα  $m = 0.140 \text{ GeV}$  και χρόνο ζωής  $\tau = 2.6 \cdot 10^{-8} \text{ sec}$ .

$$L = \frac{10}{0.140} 2.6 \cdot 10^{-8} \cdot 3 \cdot 10^8 \Rightarrow L = 560 \text{ m}. \quad \text{Η διασπαρά είναι αβδυνή}$$

5) Το  $\pi^0$  έχει μάζα  $m = 0.140 \text{ GeV}$  και χρόνο ζωής  $\tau = 8.4 \cdot 10^{-17} \text{ sec}$

$$L = \frac{10}{0.140} 8.4 \cdot 10^{-17} \cdot 3 \cdot 10^8 \Rightarrow L = 2 \cdot 10^{-6} = 2 \text{ fm}. \quad \text{Η διασπαρά είναι Ηλεκτρομαγνητική}$$

6) Το  $\rho^0$  έχει μάζα  $m = 0.770 \text{ GeV}$  και χρόνο ζωής  $\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{6.6 \cdot 10^{-22} \text{ MeV} \cdot \text{sec}}{149 \text{ MeV}} = 4.4 \cdot 10^{-24}$

$$L = \frac{10}{0.770} 4.4 \cdot 10^{-24} \cdot 3 \cdot 10^8 \Rightarrow L = 17 \cdot 10^{-15} \Rightarrow L = 17 \text{ fm}. \quad \text{Ισχυρή Διασπαρά}$$

7) Το  $D^+$  έχει μάζα  $m = 1.87 \text{ GeV}$  και χρόνο ζωής  $\tau = 1.1 \cdot 10^{-12} \text{ sec}$

$$\text{Επομένως } L = \frac{10}{1.87} \cdot 1.1 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^8 \Rightarrow L = 1.8 \text{ mm}. \quad \text{Αβδυνή Διασπαρά}$$

8) Το  $B^+$  έχει μάζα  $m = 5.28 \text{ GeV}$  και χρόνο ζωής  $\tau = 1.6 \cdot 10^{-12} \text{ sec}$

$$\text{Επομένως } L = \frac{10}{5.28} \cdot 1.6 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^8 \Rightarrow L = 0.9 \text{ mm}. \quad \text{Αβδυνή Διασπαρά}$$

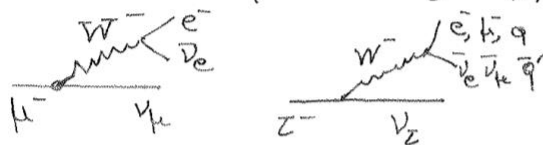
9) Το  $\Upsilon/\psi$  έχει μάζα  $m = 3.1 \text{ GeV}$  και  $\Gamma = 92.9 \text{ keV} \Rightarrow \tau = \frac{6.6 \cdot 10^{-22}}{0.0929} = 7.1 \cdot 10^{-21} \text{ sec}$

Ο χρόνος ζωής είναι λίγο μεγαλύτερος από τον χρόνο μιας ισχυρής αλληλεπίδρασης αλλά και λίγο μικρότερος από αυτό της ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης.

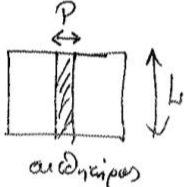
Στην πραγματικότητα το  $\Upsilon/\psi$  διασπάται τόσο ηλεκτρομαγνητικά όσο και ισχυρά. Οι ισχυρές διασπάσεις είναι περιορισμένες και ορατές αν ισχυρά αλληλεπιδράσουν είναι παρόντες στη ηλεκτρομαγνητική.

$$\text{Η διάσπαση πραγματοποιείται σε } L = \frac{10}{3.1} 7.1 \cdot 10^{-21} \cdot 3 \cdot 10^8 \Rightarrow L = 687 \text{ fm}$$

- (δ) Το  $\mu$  μπορεί να διασπαστεί μόνο στο ελαφρύτερο φορτισμένο λεπτόνιο που είναι το ηλεκτρόνιο, και αυτό είναι το  $\tau$ -λεπτόνιο. Τα μόνια είναι βαρύτερα του  $\mu$  και του  $\tau$ . Το  $\tau$ -λεπτόνιο μπορεί να διασπαστεί σε ελαφρύτερα λεπτόνια (ηλεκτρόνια, μόνια) αλλά και σε αδρόνια ( $m_\tau > m_H$ )



- (δ) Τα  $\pi^+$  διασπώνται δίνοντας:  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$   $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$   
 $\downarrow$   $\downarrow$   
 $e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$   $e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$   
 Επομένως ο αριθμός των μόνιων νεutrino που φέρουν σε γη είναι διπλάσιος αυτών των νεutrino ηλεκτρονίων.  $\nu_\mu / \nu_e \approx 2$ .

- (ε)  Έχουμε ότι  $l = 3\text{cm}$  και πάχος του αιδητήρα είναι:  $50\mu\text{m}$   
 Επομένως υπάρχουν  $\frac{3 \cdot 10^{-2}}{50 \cdot 10^{-6}} = \frac{30000}{50} = 600$  αιδητήρες.

Η ροή των μόνιων σαν ανιχνευτή είναι  $1\mu^+ / (\text{cm}^2 \text{min})$

Η επιφάνεια του ανιχνευτή είναι  $A = 3 \times 3 = 9\text{cm}^2$ . Επομένως έχουμε  $9\mu^+ / \text{min}$  μέγεθος από τον ανιχνευτή. Θέλουμε όμως  $1000$  μόνια για κάθε αιδητήρα. Επομένως θέλουμε  $6 \cdot 10^5$  μόνια  $\Rightarrow t_{\text{oj}} = \frac{6 \cdot 10^5}{9} \Rightarrow t_{\text{oj}} = 6.7 \cdot 10^4 \text{min} \Rightarrow \Rightarrow t_{\text{oj}} = 1.1 \cdot 10^3 \text{h} \Rightarrow t_{\text{oj}} = 46.5 \text{ημέρες}$ .

- (στ) Τα  $K^+$  είναι διάφορες καταστάσεις φευγών  $u\bar{s}$ . Τα τελικά λεπτονια προϊόντα θα πρέπει να προέρχονται από την διάσπαση ενός  $W^-$  ή  $W^+$  ανιόντος αν είναι  $e^+ \nu_e$  ή  $e^- \bar{\nu}_e$ . Το  $W^-(W^+)$  προέρχεται από την αδελφή διάσπαση ενός quark. Το quark που διασπάται αδελφώς είναι το βαρύτερο, δηλαδή το  $s (Q = \frac{1}{3}) \rightarrow \bar{u} (Q = -\frac{2}{3})$  εκπέμποντας ένα  $W^+$ . Αυτό είναι ο λόγος για τον οποίο έχει παρατηρηθεί η διάσπαση όπου το τελικό προϊόν είναι με ποζιτρόνιο.

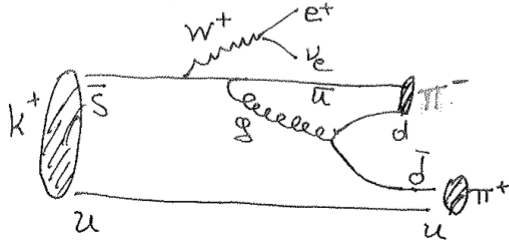
Το ποσοστό διακλάδωσης για τη διάσπαση  $Br(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ \nu_e) \approx 4 \cdot 10^{-5}$

Το τελικό στάδιο με ένα  $e^-$  αντί για  $e^+$  έχει ποσοστό διακλάδωσης:

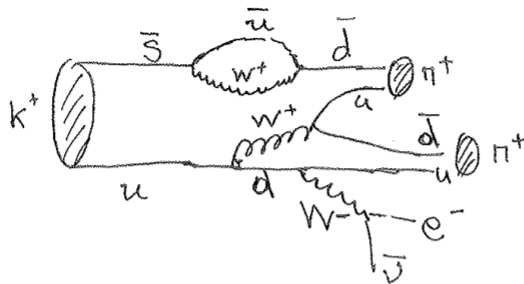
$$Br(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- e^- \bar{\nu}_e) < 10^{-8}$$

Αυτό οφείλεται στον κανόνα  $\Delta S = \Delta Q$  (παράδοξος  $S$ , φορτίο  $Q$ ) που παραβιάζεται στην 2<sup>η</sup> διάσπαση. Για το  $1^{\text{ο}}$  αυτό είναι ~~κατα~~ παρατηρήσιμη.

Το διαγράμμα της  $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ \nu_e$  είναι:



Το διαγράμμα που μπορεί να υπάρχει για την απαγορευμένη διάσπαση θα είναι:



2. Η ωκύτητα ή γρηγοράδα (rapidity),  $y$ , είναι μια κινηματική μεταβλητή χρήσιμη για περιγραφή συγκρούσεων σε επιταχυντές αδρονίων όπως ο LHC ή το Tevatron στο Fermilab.

Θεωρήστε συγκρούσεις  $p\bar{p}$  ή  $pp$ . Θα μπορούσε κάποιος να περιγράψει την κινηματική των παραγόμενων σωματιδίων συναρτήσει κυλινδρικών συντεταγμένων. Για παράδειγμα θεωρώντας την διεύθυνση της δέσμης των σωματιδίων σαν το  $z$ -άξονα που δείχνει προς την κατεύθυνση κίνησης των πρωτονίων, και χρησιμοποιώντας την συνιστώσα της ορμής στο εγκάρσιο στη δέσμη επίπεδο ( $XY$ ). Η συνιστώσα αυτή της ορμής ονομάζεται εγκάρσια ορμή και συμβολίζεται με  $P_T$ . Για την συμπλήρωση των συντεταγμένων χρειάζονται δυο γωνίες. Η πολική γωνία,  $\theta$ , μεταξύ του  $z$ -άξονα και του διανύσματος της ορμής, και η αζιμουθιακή γωνία,  $\phi$ , μεταξύ του  $x$ -άξονα και του διανύσματος της εγκάρσιας ορμής,  $P_T$ . Ωστόσο είναι πολύ πιο βολικό να αντικαταστήσουμε την γωνία  $\theta$  με την ωκύτητα,  $y$ , η οποία ορίζεται σύμφωνα με την σχέση:  $y = \frac{1}{2} \ln \frac{E+P_z}{E-P_z}$ , όπου  $E$  η ενέργεια του σωματιδίου και  $P_z$  η  $z$ -συνιστώσα της ορμής. Μπορούμε να μελετήσουμε μερικά χαρακτηριστικά της ωκύτητας:

(α) Θα δούμε αργότερα στις διαλέξεις ότι η ενεργός διατομή παραγωγής ενός σωματιδίου είναι ανάλογη ενός παράγοντα του φασικού χώρου ίσο με  $d^3P/E$ , όπου  $P$  είναι η ορμή και  $E$  η ενέργεια του σωματιδίου. Σε αναλογία με τον στοιχειώδη όγκο σε κυλινδρικές συντεταγμένες  $(dV = \frac{d\rho^2 dz d\phi}{2})$  ισχύει ότι  $\frac{d^3P}{E} = \frac{dP_T^2 dP_z d\phi}{2E}$ . Δείξτε ότι  $\frac{d^3P}{E} = \frac{1}{2} dP_T^2 dy d\phi$ . Από την στιγμή που η ενεργός διατομή παραγωγής σωματιδίων εξαρτάται ισχυρά από την  $P_T$  και ασθενέστερα από την ωκύτητα,  $y$ , η παραγωγή σωματιδίων αναμένεται να είναι ομοιόμορφη ως προς την ωκύτητα.

(β) Δείξτε ότι κάτω από μια διαμήκη ώθηση (στην  $z$ -διεύθυνση) με ταχύτητα  $\beta$ , η ωκύτητα του σωματιδίου αλλάζει σύμφωνα με την σχέση  $y \rightarrow y + \Delta y$  όπου  $\beta = \tanh(\Delta y)$ . Η σημασία αυτού είναι ότι παρόλο που το σύστημα του εργαστηρίου ταυτίζεται με το σύστημα κέντρου μάζας των αδρονικών συγκρούσεων, δεν ταυτίζεται με το σύστημα κέντρου μάζας των παρτονικών συγκρούσεων. Παρτόνιο είναι κάποιο από τα συστατικά των αδρονίων της δέσμης (quark ή gluon) που έρχεται σε σύγκρουση με ένα παρτόνιο από αδρόνιο της άλλης δέσμης. Αυτό συμβαίνει γιατί τα παρτόνια μεταφέρουν μέρος μόνο της ενέργειας του πρωτονίου και σε πρώτη προσέγγιση δεν έχουν καθόλου εγκάρσια ορμή (ως προς την διεύθυνση κίνησης του πρωτονίου). Σαν αποτέλεσμα, δουλεύοντας στο χώρο  $P_T - y - \phi$ , ο μετασχηματισμός από τις μεταβλητές ως προς το σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας των συγκρουόμενων παρτονίων, είναι πολύ απλός αφού η εγκάρσια ορμή και η γωνία  $\phi$  είναι αμετάβλητες ως προς επιμήκειες ωθήσεις (ωθήσεις δηλαδή κατά μήκος της δέσμης).

(γ) Δείξτε ότι για σωματίδιο μάζας  $m$ , στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου ισχύει:

$$-\frac{1}{2} \ln \frac{s}{m^2} < y < \frac{1}{2} \ln \frac{s}{m^2}$$

όπου  $s$  είναι το τετράγωνο της ενέργειας του κέντρου μάζας των αδρονικών συγκρούσεων και  $m \ll \sqrt{s}$ .

(δ) Δείξτε ότι καθώς  $m \rightarrow 0$  ή ισοδύναμα ότι  $m \ll E$  τότε  $y \rightarrow \eta = -\ln \left( \tan \left( \frac{\theta}{2} \right) \right) = \ln \left( \cot \left( \frac{\theta}{2} \right) \right)$ . Η ποσότητα  $\eta$  ονομάζεται ψευδο-ωκύτητα (pseudorapidity). Σχεδιάστε την ψευδο-ωκύτητα συναρτήσει της γωνίας  $\theta$  σε μοίρες.

(ε) Θεωρήστε τώρα μια σκέδαση όπου υπάρχει μεγάλη εγκάρσια μεταφορά ενέργειας, και τέτοια ώστε  $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$ . Βέβαια τα quarks και anti-quarks που βγαίνουν από την σκέδαση αυτή δεν μπορούν να μετρηθούν στον ανιχνευτή εφόσον δεν υπάρχουν ελεύθερα quarks ή gluons. Αντίθετα τα quarks αυτά θα θρυμματιστούν σε ένα σύνολο από αδρόνια ( $\pi$ ,  $K$ ,  $p$ ...). Τα αδρόνια αυτά έχουν μικρή εγκάρσια ορμή ως προς την διεύθυνση διάδοσης του αρχικού quark ή anti-quark. Σαν αποτέλεσμα, τα αδρόνια αυτά σχηματίζουν μια συστοιχία κινούμενη πολύ κοντά στην αρχική διεύθυνση των quarks και εμφανίζονται στον ανιχνευτή σαν ένα spray από σωματίδια που ονομάζεται *jet*. Θεωρήστε ότι  $q_L$  και  $q_T$  είναι οι τυπικές τιμές των ορμών των αδρονίων από τον θρυμματισμό του quark ή antiquark, όπως μετρούνται κατά μήκος και εγκάρσια ως προς την διεύθυνση κίνησης του αρχικού quark ή antiquark. Θεωρήστε επίσης ότι  $q_T \ll q_L$  και  $m \ll q_L$ , όπου  $m$ , η τυπική μάζα αυτών των αδρονίων.

Δείξτε ότι τα *jets* είναι σχεδόν κυκλικά στον  $\eta$ - $\phi$  χώρο, δηλαδή  $\Delta\eta \approx \Delta\phi$  όπου  $\Delta\eta$  και  $\Delta\phi$  είναι οι συνηθισμένες διαστάσεις των *jets* ως προς τις  $\eta$ - $\phi$  συντεταγμένες. Δείξτε ακόμα ότι το  $\eta$ - $\phi$  μέγεθος των *jets* από τον θρυμματισμό ενός quark δεδομένης εγκάρσιας ορμής είναι ανεξάρτητο της ωκύτητας του αρχικού quark.

Αυτό είναι ο λόγος που ορμές των *jets* μετρούνται συνήθως αθροίζοντας τις ορμές όλων των αδρονίων που περιέχονται μέσα σε ένα κώνο στον  $\eta$ - $\phi$  χώρο. Ο αλγόριθμος αυτός εύρεσης της ορμής ενός *jet* ονομάζεται *αλγόριθμος σταθερού κώνου*.

(α) Η ωκύτητα ορίζεται από την σχέση  $y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + P_z}{E - P_z}$  και ισχύει ακόμα  $\frac{d^3P}{E} = \frac{d^2P_T dP_z d\phi}{2E}$

Χρησιμοποιούμε την μεταβλητή  $z = \frac{P_z}{E}$  οπότε η ωκύτητα γράφεται :

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + zE}{E - zE} = \frac{1}{2} \ln \frac{1+z}{1-z} \Rightarrow \frac{dy}{dz} = \frac{1}{2} \frac{1-z}{1+z} \frac{(1-z)+(1+z)}{(1-z)^2} = \frac{1}{2} \frac{2}{1-z^2} = \frac{1}{1-z^2}$$

$$\text{Από την σχέση } z = \frac{P_z}{E} \Rightarrow z = \frac{P_z}{\sqrt{P_T^2 + P_z^2 + m^2}} \Rightarrow \frac{dz}{dP_z} = \frac{\frac{P_z}{\sqrt{P_T^2 + P_z^2 + m^2}} - \frac{1}{2} \frac{2P_z P_z}{\sqrt{P_T^2 + P_z^2 + m^2}^3}}{E^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dP_z}{dP_z} = \frac{E - \frac{P_z^2}{E}}{E^2} \Rightarrow \frac{dP_z}{dP_z} = \frac{E - z^2 E^2 / E}{E^2} \Rightarrow \frac{dP_z}{dP_z} = \frac{1 - z^2}{E} \Rightarrow \frac{dP_z}{dP_z} = \frac{1 - z^2}{E}$$

$$\text{Επομένως } \frac{dy}{dP_z} = \frac{dy}{dz} \frac{dz}{dP_z} = \frac{1}{1-z^2} \frac{1-z^2}{E} \Rightarrow \frac{dy}{dP_z} = \frac{1}{E} \Rightarrow \frac{dP_z}{E} = dy$$



Αρα η σχέση de Sitter:  $\frac{d^3P}{E} = \frac{d^2P_T dP_z d\phi}{E} = \frac{d^2P_z dy d\phi}{2}$

(b) Διατήρηση ώσης  $\gamma\beta$  de Sitter:  $P_z \rightarrow P_z' = \gamma(P_z + \beta E)$   
 $E_z \rightarrow E' = \gamma(E + \beta P_z)$

$P_T \rightarrow P_T' = P_T$

$y \rightarrow y' = ??$

$y' = \frac{1}{2} \ln \frac{E' + P_z'}{E' - P_z'} = \frac{1}{2} \ln \frac{(E + \beta P_z) + \gamma(P_z + \beta E)}{(E + \beta P_z) - \gamma(P_z + \beta E)} = \frac{1}{2} \ln \frac{(E + P_z)(\gamma\beta + \gamma)}{m^2 + P_T'^2} \Rightarrow y' = \ln \frac{E + P_z}{\sqrt{m^2 + P_T'^2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow y' = \ln \frac{\gamma E + \beta \gamma P_z + P_z \gamma + \beta \gamma E}{\sqrt{m^2 + P_T'^2}} = \ln \frac{(E + P_z)(\gamma\beta + \gamma)}{\sqrt{P_T'^2 + m^2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow y' = \ln \frac{E + P_z}{E - P_z} + \ln(\gamma\beta + \gamma) \Rightarrow \boxed{y' = y + \ln \gamma(1 + \beta)} \Rightarrow \Delta y = \ln \gamma(1 + \beta)$

$\Rightarrow \Delta y = \frac{1}{2} \ln \left[ \gamma(1 + \beta) \right]^2 = \frac{1}{2} \ln \frac{(1 + \beta)^2}{(1 - \beta^2)} = \frac{1}{2} \ln \frac{(1 + \beta)^2}{1 - \beta^2} \Rightarrow \Delta y = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \Rightarrow$

$\Rightarrow e^{2\Delta y} = \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \Rightarrow \beta = \frac{e^{\Delta y} - e^{-\Delta y}}{e^{\Delta y} + e^{-\Delta y}} \Rightarrow \boxed{\beta = \tanh \Delta y}$

(c)  $y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + P_z}{E - P_z} = \frac{1}{2} \ln \frac{(E + P_z)^2}{E^2 - P_z^2} = \ln \frac{E + P_z}{\sqrt{E^2 - P_z^2}} \Rightarrow y = \ln \frac{E + P_z}{\sqrt{P_T^2 + m^2}}$

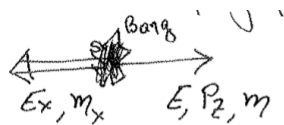
$y_{\max} = -y_{\min}$  καθώς έχουμε  $P_z \rightarrow -P_z$

Για δεδομένη ενέργεια  $E$ , η μέγιστη ανώτατη περυσχάνεται για  $P_T = 0$

Επομένως  $\boxed{y_{\max} = \ln \frac{(E + P_z)_{\max}}{m}}$

εφόσον  $P_T = 0$  εφόσον

Πρέπει να διατηρήσουμε ενέργεια και  $P_z$  διατηρώντας ένα σφαίριο το οποίο ανακρούεται ως προς το υπόλοιπο της σκέυσης των σωματιδίων τα οποία ανακρούεται  $X$  και έχουν ενέργεια  $E_X$  και μάζα  $m_X$

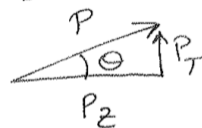


$$\left. \begin{aligned} E + E_x &= \sqrt{S} \\ E_x &= \sqrt{p_z^2 + m_x^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E + \sqrt{p_z^2 + m_x^2} = \sqrt{S}$$

Για  $m_x = 0$  έχουμε  $(E + p_z)_{\max} = \sqrt{S}$

Αντικαθιστώντας έχουμε:  $y_{\max} = \ln \frac{\sqrt{S}}{m} = \frac{1}{2} \ln \frac{S}{m^2} //$

(δ)



$$p_z = p \cos \theta$$

Για  $m \rightarrow 0$   $E \approx p$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p \cos \theta}{E - p \cos \theta}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \cos^2 \frac{\theta}{2} - \sin^2 \frac{\theta}{2}}{1 - \cos^2 \frac{\theta}{2} + \sin^2 \frac{\theta}{2}} = \frac{1}{2} \ln \frac{2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} \Rightarrow y = \ln \cot \frac{\theta}{2}$$

(ε) Η  $\phi$  και  $p_T$  είναι ανεξάρτητα των ωρίσεων κατά μήκος της z-διεύθυνσης.

Επίσης σε ωρίσεις σε z-διεύθυνση, η κλίση μετασχηματίζεται σύμφωνα με  $y \rightarrow y + \eta$

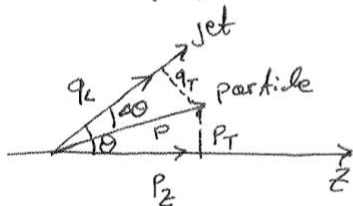
Αν δείξουμε επιπλέον ότι τα jets είναι κλίση σε σχέση για  $\theta = 90^\circ$ , τότε

το jet της ανεξαρτησίας σε z-ωρίσεις όπως προαναφέραμε, θα είναι κλίση

στον χώρο  $(\eta, \phi)$  ανεξάρτητα του  $\eta$  ή του  $\theta$ . Επίσης για δεδομένη  $p_T$

το μέγεθος του jet θα είναι ανεξάρτητο του  $\theta$  του jet

Θεωρούμε αρχικά ότι το jet δει έχει μάζα,  $m_j = \phi$ , οπότε  $y \approx \eta$ .



Η  $q_T$  και  $q_L$  η εγκάρσια και διαμήκης ορμή του ι-σωματιδίου του jet, μετατρέπεται ως προς τον άξονα του jet. Θα έχουμε:

$$\Delta \theta \approx \frac{q_T}{q_L} \quad (1)$$

Η εξάρτηση της  $\Delta \theta$  από την κλίση είναι:  $\eta = \ln(\cot \frac{\theta}{2}) \Rightarrow \frac{d\eta}{d\theta} = -\tan \frac{\theta}{2} \frac{d}{d\theta} \left( \cot \frac{\theta}{2} \right)$

$$\Rightarrow \frac{d\eta}{d\theta} = \tan \frac{\theta}{2} \frac{[-\sin^2 \frac{\theta}{2} - \cos^2 \frac{\theta}{2}]}{2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} = \frac{1}{2} \tan \frac{\theta}{2} \frac{(-1)}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \Rightarrow \frac{d\eta}{d\theta} = -\frac{1}{2} \tan \frac{\theta}{2} \frac{2}{1 - \cos \theta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dn}{d\theta} = -\tan \frac{\theta}{2} \frac{1}{1-\cos\theta} = -\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta} \frac{1}{1-\cos\theta} \Rightarrow \left[ \frac{dn}{d\theta} = -\frac{1}{\sin\theta} \right] \text{ για } \theta=90^\circ \Rightarrow dn=d\theta$$

Επομένως για  $\theta=90^\circ$ ,  $\boxed{\Delta n = \Delta\theta}$  (2) (το πρόβλημα δεν είναι σημαντικό)  
 Εξετάζουμε την κυμπεριφορά της γωνίας  $\Delta\phi = \phi_{jet} - \phi_{part}$ . Η γωνία  $\phi$  είναι στο επίπεδο κλάδετο στην διεύθυνση της δέσμης (άξονας-z).  
 Αλλά στο εγγύρσιο επίπεδο η  $q_T$  του σωματιδίου που εκπέμπεται από ένα

παρτόνιο είναι  $q_T \approx p_T \Delta\phi \Rightarrow q_T = q_L \sin\theta \Delta\phi \Rightarrow \Delta\phi = \frac{q_T}{q_L \sin\theta} \stackrel{(1)}{\Rightarrow}$   
 $\Rightarrow \left[ \Delta\phi = \frac{\Delta\theta}{\sin\theta} \right] \text{ για } \theta=90^\circ \text{ έχουμε } \boxed{\Delta\phi = \Delta\theta} \quad (3).$

Από (2) & (3) έχουμε ότι στις  $\theta=90^\circ$   $\boxed{\Delta\phi = \Delta\theta = \Delta n}$  οπότε το jet είναι κυκλικό. Εφόσον είναι κυκλικό για  $\theta=90^\circ$ , θα είναι κυκλικό για οποιαδήποτε γωνία  $\theta$ . Το σχήμα είναι ανεξάρτητο κατά μέγεθος και η ακτινοβολία που δημιουργεί τα διάφρα σωματίδια παρασείει ελαφρώς και δεν είναι τελείως ανεξάρτητη προς την διεύθυνση