GROUP B – 2η ΠΡΟΟΔΟΣ – ΝΟΕΜ 2009

Ερώτηση 1

Αυτή όπως και οι επόμενες δυο ερωτήσεις αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση:

Θεωρήστε ένα στρόμφαλο (κυλινδρικός δίσκος) ο οποίος ξεκινά από την ηρεμία και περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha = 5 rad / s^2$.

Πόσες περιστροφές εκτελεί ο στρόμφαλος πριν αποκτήσει την τελική του ταχύτητα που είναι 3000 στροφές το λεπτό;

(α) 30.5

(β) 511

(γ) 1571

(δ) 8137

(ε) 12496

$$\omega_f = \frac{3000 \cdot 2\pi}{60} \Rightarrow \omega_f = 50 \cdot 2\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega_f^2 = \cancel{\omega_0^2}^{\,0} + 2\alpha \Delta\Theta \Rightarrow \Delta\Theta = \frac{\omega_f^2}{2\alpha} \Rightarrow N \cdot 2\pi = \frac{\omega_f^2}{2\alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \frac{50^2 \cdot (2\pi)^{\cancel{2}}}{\cancel{2\pi}\, 2\alpha} = \frac{2500 \cdot \cancel{2}\pi}{\cancel{2}\alpha} = \frac{\cancel{2500}^{500}\pi}{\cancel{5}} \Rightarrow N = 1571$$

Ερώτηση 2

Αν η απάντηση στη προηγούμενη ερώτηση ήταν R περιστροφές, και η τελική ταχύτητα διπλασιάζονταν ποια θα ήταν η νέα απάντηση για το αριθμό το στροφών που θα χρειάζονταν να κάνει για να αποκτήσει τη ταχύτητα αυτή;

(α) R/2

(β) 2R

(γ) 4R

$$\left.\begin{array}{l} N_1 = \dfrac{2\pi\omega_1^2}{2\alpha} \\ \omega_2 = 2\omega_1 \end{array}\right\} \Rightarrow N_2 = \frac{2\pi\omega_2^2}{2\alpha} = \frac{\cancel{2}\pi\, 4\,\omega_1^2}{\cancel{2}\alpha} = 4\,\frac{\pi\omega_1^2}{\alpha} \Rightarrow$$

$$N_2 = 4N_1$$

Ερώτηση 3

Πόσος χρόνος απαιτείται ώστε ο στρόμφαλος να αποκτήσει τη τελική του ταχύτητα;

(α) 5.0 sec

(β) 63.0sec

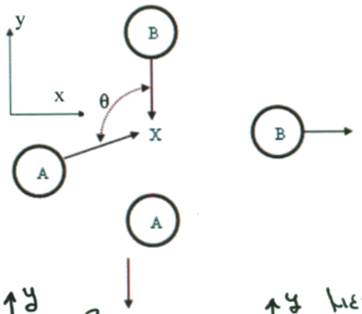
(γ) 128.0sec

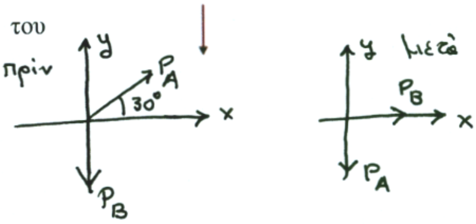
$$\omega_f = \alpha t \Rightarrow t = \frac{\omega_f}{\alpha} = \frac{2\pi \cdot \cancel{50}^{10}}{\cancel{5}} \Rightarrow t = 20\pi = 63s$$

Ερώτηση 4

Αυτή όπως και οι επόμενες δυο ερωτήσεις αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση:

Δυο δίσκοι μάζας 1.0kg ο καθένας γλιστρούν πάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια. Ο δίσκος Α κινείται με γωνία 120^o ως προς το δίσκο Β όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο δίσκος Β κινείται προς την αρνητική y-διεύθυνση. Οι δυο δίσκοι συγκρούονται στο σημείο που συμβολίζεται με το γράμμα X στο σχήμα. Μετά τη σύγκρουση, ο δίσκος Α και ο δίσκος Β κινούνται στη αρνητική y και θετική x διεύθυνση αντίστοιχα. Η αρχική ταχύτητα του δίσκου Α (πριν τη σύγκρουση) είναι υ_A = 3m/s ενώ η αρχική ταχύτητα του δίσκου Β πριν τη σύγκρουση είναι υ_B = 6m/s.





Ποια είναι η τελική ταχύτητα του δίσκου Β;

(α) 2.6m/s

(β) 3.9m/s

(γ) 4.2m/s

(δ) 5.1m/s

(ε) 9.8m/s

Από διατήρηση ορμής:

$\vec{p}_A^{\,i}+\vec{p}_B^{\,i}=\vec{p}_A^{\,f}+\vec{p}_B^{\,f} \Rightarrow$

$\Rightarrow p_{Ax}^i+p_{Bx}^i=p_{Ax}^f+p_{Bx}^f \Rightarrow m_A \upsilon_A \cdot \cos30+0=0+m_B \upsilon_{Bx}^f \Rightarrow$

$\Rightarrow \upsilon_{Bx}^f=\frac{m_A}{m_B}\upsilon_A\cos30^\circ=\frac{1}{1}3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow \upsilon_{Bx}^f=2.6m/s$

Αλλά το B έχει ταχύτητα μόνο στη x-διεύθυνση

Ερώτηση 5

Ποια είναι η τελική ταχύτητα του δίσκου Α;

(α) 2.2m/s

(β) 3.9m/s

(γ) 4.2m/s

(δ) 4.5m/s

(ε) 5.4m/s

Το A έχει τελική ταχύτητα μόνο στη διεύθυνση y.

Από διατήρηση της ορμής στη y-διεύθυνση:

$p_{Ay}^i+p_{By}^i=p_{Ay}^f+p_{By}^f\Rightarrow \cancel{m_A}\upsilon_A\sin30^\circ-\cancel{m_B}\upsilon_{By}^i=-\cancel{m_A}\upsilon_A^f\Rightarrow$

$\Rightarrow \upsilon_A^i\sin30^\circ-\upsilon_B^i=-\upsilon_A^f\Rightarrow 3\,\frac{1}{2}-6=-\upsilon_A^f\Rightarrow \upsilon_A=4.5m/s$

Ερώτηση 6

Πόση μηχανική ενέργεια χάθηκε κατά τη σύγκρουση;

(α) Καθόλου, η ενέργεια διατηρείται

(β) 9J

(γ) 19J

(δ) 27J

(ε) 45J

Δεν ξέρουμε αν η κρούση ήταν τέλεια ελαστική. Η διαφορά στη κινητική ενέργεια μετά και πριν τη κρούση θα μας δώσει το έργο που δαπανήθηκε κατά τη κρούση:

$\Delta E_{κιν}=E_{κιν}^f-E_{κιν}^i=\frac{1}{2}m_A\upsilon_{Af}^2+\frac{1}{2}m_B\upsilon_{Bf}^2-\frac{1}{2}m_A\upsilon_{Ai}^2-\frac{1}{2}m_B\upsilon_{Bi}^2=\frac{1}{2}m(\upsilon_{Af}^2+\upsilon_{Bf}^2-\upsilon_{Ai}^2-\upsilon_{Bi}^2)\Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta E_k=\frac{1}{2}\cdot 1(4.5^2+2.6^2-3^2-6^2)\Rightarrow \Delta E_{κιν}=-9J$

Ερώτηση 7

Αυτή όπως και η επόμενη ερώτηση αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση:

Θεωρήστε ένα κιβώτιο το οποίο είναι εξαρτημένο από μια τροχαλία μέσω ενός αβαρούς σχοινιού. Το κιβώτιο έχει μάζα 3.0kg ενώ η τροχαλία έχει ροπή αδράνειας, $I = 0.01 kgm^2$ και ακτίνα R = 0.1m. Το κιβώτιο ξεκινά από την κατάσταση της ηρεμίας. Όταν έχει πέσει κατά ύψος 2.0m η τροχαλία εκτελεί 8 περιστροφές το δευτερόλεπτο.

Ποια η ταχύτητα του κιβωτίου;

(α) 1.0m/s

(β) 2.0m/s

(γ) 5.0m/s

Η ταχύτητα του κιβωτίου θα είναι ίδια με τη γραμμική ταχύτητα (εφαπτομενική) των σημείων της περιφέρειας της τροχαλίας

Η ταχύτητα αυτή είναι: $\upsilon_{\varepsilon\varphi} = \omega R = \upsilon_{\kappa\iota\beta} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \upsilon_{\kappa\iota\beta} = 8 \cdot 2\pi \cdot 0.1 = 50.3 \cdot 0.1 \Rightarrow \upsilon_{\kappa\iota\beta} = 5.03\, m/s$$

Ερώτηση 8

Ποια η κινητική ενέργεια περιστροφής της τροχαλίας;

(α) 12.6J

(β) 13.5J

(γ) 19.8J

Η κινητική ενέργεια περιστροφής της τροχαλίας είναι:

$$E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} 0.01 \cdot (2\pi \cdot 8)^2 \Rightarrow E_{\kappa\iota\nu} = 12.6\, J$$

Ερώτηση 9

Μια μπάλα του golf εκτοξεύεται προς μια μπάλα του bowling η οποία αρχικά είναι σε ηρεμία. Η μπάλα του golf συγκρούεται ελαστικά και ανακλάται προς την αντίθετη κατεύθυνση. Συγκρίνοντας με τη μπάλα του bowling, η μπάλα του golf μετά τη σύγκρουση έχει:

(α) Μεγαλύτερη ορμή αλλά μικρότερη κινητική ενέργεια από τη μπάλα του bowling

(β) Μεγαλύτερη ορμή και μεγαλύτερη κινητική ενέργεια από τη μπάλα του bowling

(γ) Μικρότερη ορμή και μικρότερη κινητική ενέργεια από τη μπάλα του bowling

(δ) Μικρότερη ορμή αλλά μεγαλύτερη κινητική ενέργεια από τη μπάλα του bowling

(ε) Κανένα από τα προηγούμενα

Από διατήρηση ορμής $\quad P_g^i + P_B^i = P_g^f + P_B^f \Rightarrow m_g \upsilon_g^i = -m_g \upsilon_g^f + m_B \upsilon_B^f \Rightarrow$

και ότι $\upsilon_g^f = -\upsilon_g^i$

$\Rightarrow P_B^f = 2 P_g^i \Rightarrow$ Η μπάλα του bowling έχει μεγαλύτερη ορμή

$E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} m \upsilon^2 = \frac{1}{2} \frac{m^2 \upsilon^2}{m} = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m}$

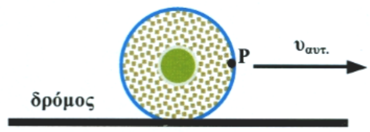
Η μπάλα του bowling έχει μικρότερη $E_{\kappa\iota\nu}$ εξαιτίας της μεγάλης μάζας της. Αποκτά μικρότερη ταχύτητα.

$E_{\kappa\iota\nu}^B = \frac{1}{2} \frac{4 P_g^2}{m_B} = 4 \frac{m_g}{m_B} E_{\kappa\iota\nu}^g \quad (m_B \gg m_g)$

Ερώτηση 10

Αυτή όπως και οι επόμενες τρεις ερωτήσεις αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση

Ένα αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα $\upsilon_{αυτ.} = 30m/s$ κατά μήκος ενός ευθύγραμμου δρόμου. Οι τροχοί κυλούν χωρίς να ολισθαίνουν στο οδόστρωμα και περιστρέφονται με γωνιακή ταχύτητα $\omega = 100rad/s$.



Ως προς το έδαφος, ποιο το μέτρο της ταχύτητας του οριζόντιου σημείου της ρόδας και στα δεξιά του κέντρου μάζας της ρόδας;

(α) $\upsilon_P = 2\upsilon_{αυτ.}$

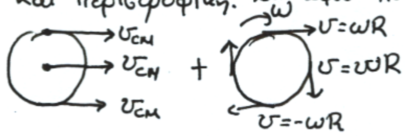
(β) $\upsilon_P = \upsilon_{αυτ}$

(γ) $\upsilon_P = 0$

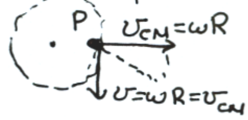
(δ) $\upsilon_P = \left(\sqrt{2}/2\right)\upsilon_{αυτ.}$

(ε) $\upsilon_P = \sqrt{2}\,\upsilon_{αυτ.}$

Τα σημεία της ρόδας εκτελούν 2 κινήσεις: μεταφορική και περιστροφική. και αφού έχουμε κύλιση χωρίς ολίσθηση $\upsilon_{CM}=\omega R$



⇒ Στο σημείο P θα έχουμε:



$$\upsilon_P=\sqrt{\upsilon_{CM}^2+\omega^2R^2}=\sqrt{\upsilon_{CM}^2\cdot 2}\Rightarrow$$

$$\upsilon_P=\upsilon_{CM}\sqrt{2}$$

Ερώτηση 11

Υπολογίστε την ακτίνα, R, της ρόδας

(α) $R = 0.13m$

(β) $R = 0.24m$

(γ) $R = 0.30m$

(δ) $R = 0.41m$

(ε) $R = 0.52m$

Για κύλιση χωρίς ολίσθηση $\upsilon_{CM}=\omega R \Rightarrow R=\frac{\upsilon_{CM}}{\omega}=\frac{30}{100}\Rightarrow$

$$R=0.3m$$

Ερώτηση 12

Το αυτοκίνητο φρενάρει και έρχεται σε ηρεμία μετά από χρόνο Δt. Αν η ακτίνα της ρόδας είναι R ποιο είναι το μέτρο της μέσης γωνιακής επιτάχυνσης της ρόδας καθώς το αυτοκίνητο επιβραδύνει;

(α) $\left|\alpha_{μεση}\right| = \upsilon_{αυτ}/(R\Delta t)$

(β) $\left|\alpha_{μεση}\right| = \left(R\upsilon_{αυτ}\right)/\Delta t$

(γ) $\left|\alpha_{μεση}\right| = \left(\upsilon_{αυτ}\Delta t\right)/R$

$$\bar{\alpha}=\frac{\Delta\omega}{\Delta t}=\frac{\cancel{\omega_f}^{0}-\omega_i}{\Delta t}=-\frac{\omega_i}{\Delta t}\Rightarrow\left|\bar{\alpha}\right|=\frac{\omega_i}{\Delta t}$$

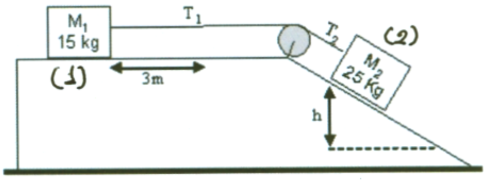
αλλά $\omega_i=\frac{\upsilon_{αυτ}}{R}$ ⇒

$$\left|\bar{\alpha}\right|=\frac{\upsilon_{αυτ}}{R\cdot\Delta t}$$

Ερώτηση 13

Αυτή όπως και η επόμενη ερώτηση αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση

Δυο κιβώτια συνδέονται με ένα αβαρές και μη εκτατό σχοινί πάνω σε λείες επιφάνειες όπως στο διπλανό σχήμα. Το σχοινί περνά από μια ομοιόμορφη συμπαγή κυλινδρική τροχαλία ακτίνας R=0.5m και ροπής αδράνειας I = 1.5 Kgm^2 ($I = MR^2/2$) Τα δυο κιβώτια αφήνονται από την ηρεμία και όταν το κιβώτιο στην οριζόντια επιφάνεια (M_1) έχει διανύσει 3m προς τα δεξιά, παρατηρούμε ότι κινείται με ταχύτητα 4m/s.



Υπολογίστε τη κατακόρυφη απόσταση, h, που έχει πέσει το κιβώτιο 2 όταν το κιβώτιο 1 έχει διανύσει 3m

(α) h = 0.5m

(β) h = 0.8m

(γ) h = 1.3m

(δ) h = 1.5m

(ε) h = 2.8m

Αφού το κιβώτιο 1 έχει $\upsilon^1_{CM}=4m/s$, το κιβώτιο 2 θα έχει την ίδια ταχύτητα, $\upsilon^2_{CM}=\upsilon^1_{CM}=4m/s$, ενώ τα σημεία της περιφέρειας της τροχαλίας θα έχουν και αυτά την ίδια εφαπτομενική ταχύτητα

Επομένως $\upsilon^2_{CM}=\upsilon^1_{CM}=\upsilon^{τρ}_{εφ}=\omega R$ (1)

Το κιβώτιο 2 έχει αρχικά δυναμική ενέργεια (θεωρούμε ότι το ύψος στο οποίο φθάνει ορίζει το επίπεδο της μηδενικής δυναμικής ενέργειας)

Από διατήρηση μηχανικής ενέργειας: $m_2gh=\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2+\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2+\frac{1}{2}I\omega_{τρ}^2 \overset{(1)}{\Rightarrow}$

$\Rightarrow m_2gh=\frac{1}{2}\upsilon_1^2(m_1+m_2+I/R^2) \Rightarrow h=\upsilon_1^2(m_1+m_2+I/R^2)/(2m_2g) = 1.5m$

Ερώτηση 14

Η συμπαγής κυλινδρική τροχαλία αντικαθίσταται τώρα με μια συμπαγή σφαιρική τροχαλία (ροπής αδράνειας $I = 2MR^2/5$) και το πείραμα επαναλαμβάνεται. Ποια είναι η ταχύτητα των κιβωτίων όταν το κιβώτιο 1 έχει διανύσει και πάλι 3m προς τα δεξιά;

(α) μεγαλύτερη από 4m/s

(β) ίση με 4m/s

(γ) μικρότερη από 4m/s

Από τη τελευταία εξίσωση της προηγούμενης ερώτησης:

$h=\upsilon_1^2\left(m_1+m_2+\frac{2M\cancel{R^2}}{5\cancel{R^2}}\right)/(2m_2g) \Rightarrow h=\upsilon_1^2(m_1+m_2+2M/5)/(2m_2g)$

Εφόσον το σώμα (1) καλύπτει και πάλι 3m, το σώμα (2) θα πέσει το ίδιο h

Επομένως: $\upsilon_{1f}^2(m_1+m_2+2M/5)/\cancel{(2m_2g)} = \upsilon_{1i}^2(m_1+m_2+M/2)/\cancel{(2m_2g)} \Rightarrow \upsilon_{1f}>\upsilon_{1i}$

Ερώτηση 15

Ο οδηγός ενός άδειου φορτηγού που κινείται με μεγάλη ταχύτητα πατά απότομα φρένο και το φορτηγό σταματά αφού διανύσει μια απόσταση D. Αν το φορτηγό μετέφερε ένα φορτίο μάζας ίση με αυτή του φορτηγού ποια θα ήταν η απόσταση που θα χρειάζονταν να σταματήσει; (Υποθέστε ότι ο δρόμος είναι ευθύς και ο συντελεστής κινητικής τριβής είναι σταθερός).

(α) D/2

(β) D

(γ) 2D

Το αυτοκίνητο σταματά λόγω της τριβής. Από το θεώρημα έργου-κινητικής ενέργειας: $\Delta E_{κιν}=W_f \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2=\mu_k N\cdot D \Rightarrow$

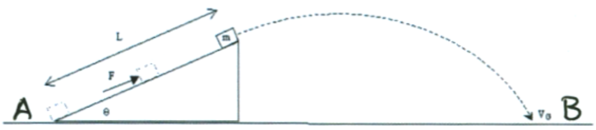
$\Rightarrow \mu_k \cancel{m} g D=\frac{1}{2}\cancel{m}\upsilon^2 \Rightarrow D=\frac{\upsilon^2}{2\mu_k g}$

Η απόσταση είναι ανεξάρτητη της μάζας. Άρα ίδια και στις 2 περιπτώσεις

Ερώτηση 16

Αυτή όπως και η επόμενη ερώτηση αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση

Μια δύναμη F = 4000N χρησιμοποιείται για να σπρώξει ένα κιβώτιο μάζας m = 5.0kg προς τη κορυφή ενός κεκλιμένου επιπέδου κλίσης 30^o και μήκους L = 12m. Υποθέστε ότι η δύναμη ενεργεί παράλληλα προς το κεκλιμένο επίπεδο και ότι το κιβώτιο ξεκινά από την κατάσταση της ηρεμίας από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Η δύναμη παύει να ενεργεί στο σώμα τη στιγμή που αυτό αφήνει τη κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου. Από τη στιγμή αυτή και μέχρι να πέσει στο έδαφος στο κιβώτιο ασκείται μόνο η δύναμη της βαρύτητας.



Ποια είναι η ταχύτητα του κιβωτίου, υ_G, τη στιγμή που χτυπά στο έδαφος

(α) $\upsilon_G = 115m/s$

(β) $\upsilon_G = 139m/s$

(γ) $\upsilon_G = 147m/s$

(δ) $\upsilon_G = 188m/s$

(ε) $\upsilon_G = 203m/s$

Δεν υπάρχουν τριβές στο σύστημα, ενώ το σώμα ξεκινά από το έδαφος και καταλήγει στο έδαφος. Επομένως το έργο της δύναμης της βαρύτητας είναι Ø αφού είναι συντηρητική δύναμη

Από το θεώρημα έργου-κινητικής ενέργειας:

$$\Delta E_{κιν}^{A\to B} = W_F + W_g^{A\to B} = W_F \Rightarrow \frac{1}{2} m \upsilon_B^2 = W_F = F \cdot L \Rightarrow \upsilon_B = \sqrt{\frac{2F\cdot L}{m}} \Rightarrow$$

$$\upsilon_B = \sqrt{\frac{2\cdot 4000 \cdot 12}{5}} \Rightarrow \upsilon_B = 139 m/s$$

Ερώτηση 17

Έστω η απάντηση στην προηγούμενη ερώτηση είναι υ_G. Αν τόσο το μήκος του κεκλιμένου επιπέδου, L, και η μάζα του κιβωτίου στο προγούμενη ερώτηση διπλασιαστούν ποια θα ήταν η νέα ταχύτητα του κιβωτίου, $\upsilon_{G,νέα}$, όταν αυτό χτυπά στο έδαφος;

(α) $\upsilon_{G,νέα} = \upsilon_G$

(β) $\upsilon_{G,νέα} = 2\upsilon_G$

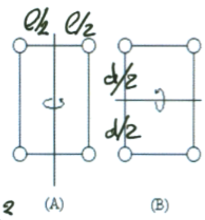
(γ) $\upsilon_{G,νέα} = 4\upsilon_G$

Από τη τελευταία εξίσωση της προηγούμενης ερώτησης:

$$\upsilon_B^{νέα} = \sqrt{\frac{2F\cdot \cancel{2}L}{\cancel{2}m}} = \sqrt{\frac{2FL}{m}} = \upsilon_B^{παλιά}$$

Ερώτηση 18

Τέσσερεις πανομοιότυπες μάζες είναι τοποθετημένες στις κορυφές ενός παραλληλογράμμου το οποίο μπορεί να περιστραφεί ως τους δυο άξονες του σχήματος οι οποίοι περνούν από το κέντρο μάζας. Η σχέση μεταξύ των ροπών αδράνειας για περιστροφές γύρω από τους άξονες είναι:



(α) $I_A < I_B$

(β) $I_A > I_B$

(γ) $I_A = I_B$

Η ροπή αδράνειας είναι $I_{ολ} = \sum_{i=1}^{4} I_i = \sum_{i=1}^{4} m_i r_i^2$

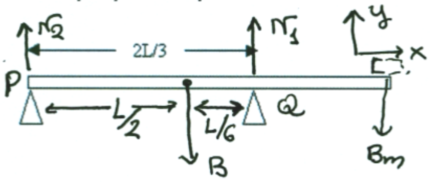
Στην περίπτωση (A) το σύστημα περιστρέφεται γύρω από άξονα που απέχει το ίδιο από όλες τις μάζες. Η απόσταση είναι το μισό της μικρής πλευράς του παρ/μου. Στη (B) η απόσταση είναι $d/2 > \ell/2$

Επομένως $I_A < I_B$

Ερώτηση 19

Αυτή όπως και η επόμενη ερώτηση αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση

Μια ομοιόμορφη δοκός μήκους L και βάρους W στηρίζεται από δυο στηρίγματα. Το ένα από αυτά βρίσκεται στο αριστερό άκρο της δοκού ενώ το δεύτερο σε απόσταση 2L/3 από το αριστερό της άκρο.



Ποια είναι η δύναμη που αναπτύσσεται από το δεξί στήριγμα στη δοκό;

(α) W

(β) 2W/3

(γ) 3W/2

(δ) W/2

(ε) 3W/4

Η δοκός βρίσκεται σε στατική ισορροπία και επομένως:

$\Sigma\vec{F}=0 \Rightarrow N_1+N_2-B=0 \Rightarrow N_1+N_2=B$ (1)

$\Sigma\vec{\tau}=0 \Rightarrow \vec{\tau}_{N_1}+\vec{\tau}_{N_2}+\vec{\tau}_B=0$ (2)

Θεωρούμε σα σημείο περιστροφής για τις ροπές το αριστερό στήριγμα οπότε η ροπή του γίνεται μηδέν. Η N_1 θέλει να περιστρέψει τη δοκό αντίθετα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού (θετική φορά) και το βάρος, προς τη φορά των δεικτών. Από (2) $\Rightarrow N_1 \cdot \frac{2L}{3} - W \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow N_1 = \frac{3W}{4}$

Ερώτηση 20

Ένα κιβώτιο τοποθετείται στο δεξί άκρο της δοκού. Ποιο είναι το μέγιστο βάρος του κιβωτίου ώστε η δοκός να μην ανατρέπεται;

(α) W/4

(β) W/2

(γ) W

(δ) 2W

(ε) 4W

Για να βρούμε το μέγιστο βάρος που μπορούμε να βάλουμε πρέπει να σκεφτούμε ότι θα είναι τόσο ώστε η N_2 να γίνει $\emptyset$.
Γιατί τότε η δοκός είναι έτοιμη να ανατραπεί περιστρεφόμενη ως προς το Q υποστήριγμα.
Για την οριακή αυτή περίπτωση ($N_2=0$) και ενώ είναι ακόμα σε στατική ισορροπία, θεωρούμε τις ροπές ως προς το σημείο Q

$\Sigma\vec{\tau}=0 \Rightarrow \cancel{\vec{\tau}_{N_2}}^{0}+\vec{\tau}_B+\cancel{\vec{\tau}_{N_1}}^{0}+\vec{\tau}_{B_m}=0 \Rightarrow W\frac{\ell}{6} - B_m \cdot \frac{\ell}{3}=0 \Rightarrow B_M=\frac{3}{6}W=\frac{1}{2}W$

Ερώτηση 21

Ένας γερανός καταναλώνει μια συγκεκριμένη ποσότητα έργου για να σηκώσει ένα φορτίο από το έδαφος σε ύψος 3m μέσα σε χρόνο 5sec. Αν σηκώσει το φορτίο σε χρόνο 15 sec, το έργο που καταναλώνει ο γερανός θα είναι

(α) το ίδιο

(β) περισσότερο

(γ) λιγότερο

Το έργο του γερανού πρέπει να καταναλωθεί για να υπερνικήσει το έργο της βαρύτητας πού είναι συντηρητική δύναμη.
Το έργο της βαρύτητας είναι $W=mgh$ και εξαρτάται μόνο από την αρχική κ τελική θέση και όχι από το χρόνο. Άρα ίδιο έργο θα καταναλωθεί.

Ερώτηση 22

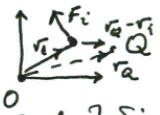
Ένα σώμα περιστρέφεται γύρω από κάποιο σημείο. Αν η στροφορμή του σώματος διατηρείται τότε:.

(α) Θα διατηρείται και ως προς οποιοδήποτε άλλο σημείο

(β) Θα διατηρείται μόνο ως προς το συγκεκριμένο σημείο

(γ) Αφού το σώμα περιστρέφεται η στροφορμή του δεν μπορεί να διατηρείται

Έστω η στροφορμή ως προς το σημείο O

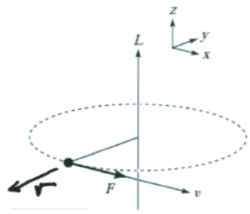


Αφού η στροφορμή διατηρείται ως προς το O ⇒ $\Sigma\vec{\tau}=0$ ως προς το O. Δηλαδή: $\Sigma\vec{\tau}=\Sigma\vec{r}_i\times\vec{F}_i=0$. Έστω η στροφορμή ως προς το Q. Τότε οι ροπές θα είναι:

$$\Sigma\vec{\tau}=\Sigma(\vec{r}_Q-\vec{r}_i)\times\vec{F}_i=\Sigma\vec{r}_Q\times\vec{F}_i-\underbrace{\cancel{\Sigma\vec{r}_i\times\vec{F}_i}}_{0}=\Sigma\vec{r}_Q\times\vec{F}_i\neq0\Rightarrow\frac{dL}{dt}\neq0$$

Ερώτηση 23

Ένα άτομο περιστρέφει μια μπάλα του tennis η οποία είναι εξαρτημένη από ένα νήμα σε οριζόντιο κύκλο (ο άξονας περιστροφής είναι κατακόρυφος). Στο σημείο το οποίο φαίνεται στο διπλανό σχήμα, η μπάλα δέχεται την επίδραση μια δύναμης η οποία δρα στην οριζόντια διεύθυνση και με κατεύθυνση της κίνησης της μπάλας. Η δύναμη δρα για πολύ μικρό χρονικό διάστημα.



Αυτό προκαλεί αλλαγή στην στροφορμή της μπάλας στη

(α) διεύθυνση κίνησης της μπάλας

(β) –y διεύθυνση

(γ) +y διεύθυνση

(δ) –z διεύθυνση

(ε) +z διεύθυνση

Από το κανόνα του δεξιού χεριού η ροπή θα έχει τη διεύθυνση του άξονα +Z και το σώμα επομένως θα επιταχύνεται παραμένοντας στο ίδιο επίπεδο κίνησης που είχε.

Ερώτηση 24

Θεωρήστε δυο βαγονάκια πάνω σε μια αεροτροχιά. Το ένα βαγονάκι έχει μάζα M_1, ενώ το δεύτερο βαγονάκι έχει μάζα $M_2 = 2M_1$. Μια δύναμη F ασκείται στο πρώτο βαγονάκι για 3sec και κατόπιν η ίδια δύναμη ασκείται για τον ίδιο χρόνο στο δεύτερο βαγονάκι. Αν συγκρίνουμε τις ορμές των δυο βαγονιών τότε:

(α) $P_1 = 4P_2$

(β) $P_1 = 2P_2$

(γ) $P_1 = P_2$

(δ) $P_1 = P_2/2$

(ε) $P_1 = P_2/4$

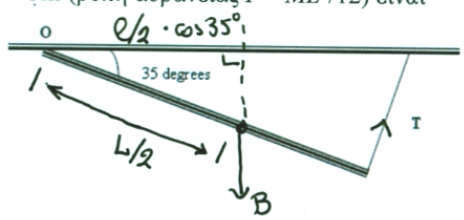
Από ώθηση έχουμε: $\vec{F}\cdot\Delta t=\Delta\vec{p}$

Εφόσον η δύναμη, F, και το χρονικό διάστημα, Δt είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις, η μεταβολή της ορμής των δύο σωμάτων θα είναι ίδια και άρα $P_1=P_2$

Ερώτηση 25

Αυτή όπως και οι επόμενες δυο ερωτήσεις αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση

Μια ομοιόμορφη ράβδος μάζας M = 2kg και μήκους L = 3m (ροπή αδράνειας $I = ML^2/12$) είναι εξαρτημένη με γωνία 35° κάτω από την οριζόντια οροφή, όπως στο σχήμα. Το νήμα που συγκρατεί το δεξί άκρο της είναι αβαρές και σχηματίζει γωνία 90° με τη ράβδο. Το σημείο περιστροφής O είναι λείο.



Το μέτρο της τάσης, T, του νήματος είναι

(α) μεγαλύτερο από το βάρος της ράβδου, Mg

(β) το ίδιο με το βάρος της ράβδου, Mg

(γ) μικρότερο από το βάρος της ράβδου, Mg

Η ράβδος ισορροπεί, οπότε $\Sigma F = 0$ και $\Sigma \vec{\tau} = 0 \Rightarrow \vec{\tau}_B + \vec{\tau}_T = 0$ (ως προς το O)

$\Rightarrow Mg\cdot\frac{\cancel{L}}{2}\cos35 - T\cdot\cancel{L} = 0 \Rightarrow T = \frac{Mg}{2}\cos35° \Rightarrow$

$\Rightarrow T = 0.4\cdot Mg < Mg$

Ερώτηση 26

Ποιο είναι το μέγεθος της ροπής, τ, εξαιτίας του βάρους της ράβδου ως προς το σημείο περιστροφής;

(α) |τ| = 24.1 Nm

(β) |τ| = 48.2 Nm

(γ) |τ| = 58.9 Nm

(δ) |τ| = 77.3 Nm

(ε) |τ| = 117.7 Nm

Η ροπή του βάρους της ράβδου είναι:

$$\tau_B = Mg\frac{L}{2}\cos35 = \cancel{2}\cdot 9.8\cdot\frac{3}{\cancel{2}}0.82 \Rightarrow$$

$$\tau_B = 24.1 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Ερώτηση 27

Το νήμα κόβεται και η ράβδος πέφτει από την κατάσταση της ηρεμίας. Αμέσως μετά που κόπηκε το σχοινί, ποια η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου σε μονάδες rad/s² (τ είναι η ροπή του βάρους της ράβδου ως προς το σημείο περιστροφής όπως στο προηγούμενο ερώτημα)

(α) $\alpha = \tau/\left(6kgm^2\right)$

(β) $\alpha = \tau/\left(12kgm^2\right)$

(γ) $\alpha = \tau/\left(15kgm^2\right)$

(δ) $\alpha = \tau/\left(24kgm^2\right)$

(ε) $\alpha = \tau/\left(30kgm^2\right)$

Αφού κόβεται το σχοινί, η T=0. Επομένως η ράβδος περιστρέφεται εξαιτίας της ροπής που προκαλεί το βάρος της:

$$\tau = Mg\frac{L}{2}\cos35° = I_p^O\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{MgL\cos35}{2I_p^O} \quad (1)$$

Αλλά η ροπή της ράβδου ως προς το σημείο O θα είναι:

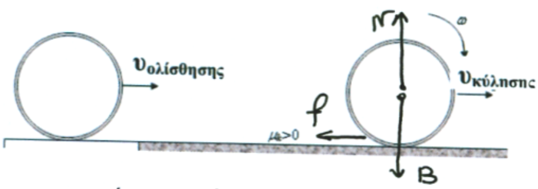
$$I_p^O = I_{cm}^p + M\cdot\left(\frac{L}{2}\right)^2 \quad \text{(θεώρημα παρ/λων αξόνων)}$$

$$I_p^O = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{ML^2}{4} = \frac{\cancel{4}}{\cancel{12}_3}ML^2 \Rightarrow I_p^O = \frac{1}{3}ML^2 \quad (2) =$$

Από (1)∧(2) $\Rightarrow \alpha = \frac{\cancel{M}g\cancel{L}\cos35}{2\cancel{M}L^{\cancel{2}}/3} = \frac{3g\cos35°}{2L} \Rightarrow \alpha = \frac{\tau}{6} = \frac{\tau}{\frac{ML^2}{3}}$

Ερώτηση 28

Ένα παιδί στέλνει ένα στεφάνι (ροπή αδράνειας $I = MR^2$) να γλυστρήσει χωρίς να κυλά κατά μήκος μιας λείας επιφάνειας. Το στεφάνι έχει αρχική ταχύτητα $\upsilon_{ολίσθησης}$. Κατόπιν το στεφάνι συναντά μια τραχιά επιφάνεια με συντελεστή κινητικής τριβής μεταξύ του στεφανιού και της επιφάνειας μ_κ. Αφού κινηθεί κάποια απόσταση το στεφάνι αρχίζει να κυλά χωρίς να ολισθαίνει, και η μεταφορική του ταχύτητα είναι τώρα $\upsilon_{κύλισης}$. Ποιος ο λόγος των ταχυτήτων, $\upsilon_{κύλισης}/\upsilon_{ολίσθησης}$;



(α) 3/4

(β) 5/7

(γ) 5/6

(δ) 1/2

(ε) 2/3

Η δύναμη της τριβής αρχίζει να περιστρέφει το στεφάνι μέχρι να αρχίσει να εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση, οπότε $\upsilon_{CM}^f = \omega_f R \Rightarrow \omega_f = \frac{\upsilon_{CM}^f}{R}$ (1)

Η περιστροφή γίνεται εξαιτίας της ροπής της τριβής: $f \cdot R = I\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \mu_\kappa N \cdot R = I\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\mu_\kappa m g R}{I} = \frac{\mu_\kappa \cancel{m} g R}{K \cancel{m} R^2} \Rightarrow \alpha = \frac{\mu_\kappa g}{KR}$

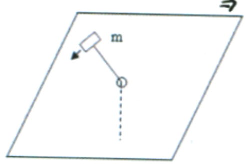
$\omega_f = \alpha t \Rightarrow \omega_f = \frac{\mu_\kappa g}{KR} t \overset{(1)}{\Rightarrow} \frac{\upsilon_{CM}^f}{\cancel{R}} = \frac{\mu_\kappa g}{K\cancel{R}} t \Rightarrow \upsilon_{CM}^f = \frac{\mu_\kappa g}{k} t$ (2)

$\left.\begin{array}{l} \upsilon_f^{CM} = \upsilon_i^{CM} - a_{CM} \cdot t \\ m a_{CM} = f = \mu_\kappa m g \end{array}\right\} \Rightarrow \upsilon_{CM}^f = \upsilon_{CM}^i - \mu_\kappa g \cdot t \overset{(2)}{\Rightarrow} \upsilon_{CM}^f = \upsilon_{CM}^i - \cancel{\mu_\kappa g} \frac{k \cdot \upsilon_{CM}^f}{\cancel{\mu_\kappa g}} \Rightarrow (1+k)\upsilon_{CM}^f = \upsilon_{C}$

$\Rightarrow \frac{\upsilon_{CM}^f}{\upsilon_{CM}^i} = \frac{1}{1+K}, k=$

Ερώτηση 29

Ένα τούβλο μάζας m = 0.8kg γλιστρά αρχικά χωρίς τριβές στην οριζόντια επιφάνεια τραπεζιού με στροφορμή L_i = 5kgm/s² όπως φαίνεται στο σχήμα. Η αρχική ακτίνα της τροχιάς είναι r_i = 0.34m. Το νήμα αρχίζει να τραβιέται προς τα κάτω ελατώνοντας την ακτίνα της τροχιάς σε r_f = 0.21m. Πόσο έργο, W, παράγεται κατά τη διαδικασία αυτή;



(α) W = 96.1J

(β) W = 127J

(γ) W = 140J

(δ) W = 187J

(ε) W = 246J

Η δύναμη που τραβά τη μάζα προς τη τρύπα, ελαττώνοντας την ακτίνα της τροχιάς δεν προκαλεί ροπή αφού είναι κεντρική

Επομένως $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = 0 \Rightarrow \frac{dL}{dt} = 0 \Rightarrow L = σταθ.$

$L_i = L_f \Rightarrow I_i \omega_i = I_f \omega_f \Rightarrow \omega_f = \frac{L_i}{I_f} = \frac{L_i}{m r_f^2}$ (1)

$L_i = I_i \omega_i \Rightarrow \omega_i = \frac{L_i}{I_i} = \frac{L_i}{m r_i^2}$ (2)

$\Delta E_{κιν} = E_{κιν}^f - E_{κιν}^i = W \Rightarrow W = \frac{1}{2} I_f \omega_f^2 - \frac{1}{2} I_i \omega_i^2 = \frac{1}{2}\left(L_f \omega_f - L_i \omega_i\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow W = \frac{1}{2} L_i (\omega_f - \omega_i) \overset{(1)\wedge(2)}{\Rightarrow} W = \frac{1}{2m} L_i^2 \left(\frac{1}{r_f^2} - \frac{1}{r_i^2}\right) = 246\ J$

Ερώτηση 30

Ένα καρούλι με κατάλληλη αύλακα έχει γύρω του τυλιγμένο ένα νήμα και τραβιέται με μια δύναμη T = 30N, όπως στο σχήμα. Η ολική ροπή αδράνειας είναι I = 1.25kgm^2, η μάζα του καρουλιού είναι M = 10kg και η εξωτερική του ακτίνα R=0.5m ενώ η εσωτερική του ακτίνα είναι r = 0.1m. Το καρούλι κυλά χωρίς να ολισθαίνει και ξεκινά από την ηρεμία.

Ποια η γωνιακή επιτάχυνση του καρουλιού;

(α) $\alpha = 1.60\,\text{rad/s}^2$

(β) $\alpha = 2.28\,\text{rad/s}^2$

(γ) $\alpha = 2.95\,\text{rad/s}^2$

(δ) $\alpha = 3.32\,\text{rad/s}^2$

(ε) $\alpha = 4.80\,\text{rad/s}^2$

Από το 2ο νόμο του Newton:

$$T - f = ma_{CM} \Rightarrow f = T - ma_{CM} \quad (1)$$

Οι ροπές των δύο δυνάμεων :

$$\Sigma\vec{\tau} = \vec{\tau}_T + \vec{\tau}_f = T\cdot r + f\cdot R = I\alpha \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow T\cdot r + (T - ma_{CM})R = I\alpha \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow T(r+R) - ma_{CM}R = I\alpha \\ \text{Για κύλιση χωρίς ολίσθηση } a_{CM} = \alpha R \end{array}\right\} \Rightarrow T(r+R) = (I + mR^2)\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{T(r+R)}{I + mR^2} = \frac{30(0.5+1)}{1.25 + 10\cdot 0.5^2} \Rightarrow \alpha = 4.8\,\text{rad/s}^2$$