GROUP A – 2η ΠΡΟΟΔΟΣ – ΝΟΕΜ 2009

Ερώτηση 1

Αυτή όπως και η επόμενη ερώτηση αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση:

Ένα κιβώτιο σύρεται κατά μήκος μιας οριζόντιας επιφάνειας με σταθερή ταχύτητα με τη βοήθεια ενός σχοινιού η τάση του οποίου είναι 30N. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του κιβωτίου και της επιφάνειας είναι $\mu_\kappa = 0.05$.

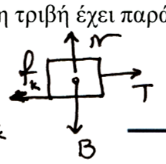
Όταν το κιβώτιο έχει διανύσει 4m προς τα δεξιά η τριβή έχει παράξει έργο:

(α) -120J

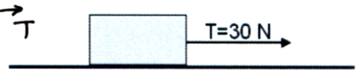
(β) -30J

(γ) -1.5J

$\upsilon = σταθ \Rightarrow \Sigma F = 0 \Rightarrow$



$\Rightarrow T - f_k = 0 \Rightarrow T = f_k$



$f_k = \mu_k mg = \mu_k N$

$W_f = -f_k \cdot s = -T \cdot s = -30 \cdot 4 = -120J$

Ερώτηση 2

Ποια είναι η μάζα του κιβωτίου;

(α) 25 kg

(β) 27.5 kg

(γ) 31 kg

(δ) 61 kg

(ε) 121 kg

$f_k = \mu_k N = \mu_k mg \Rightarrow m = \frac{f_k}{\mu_k g} = \frac{30}{0.05 \cdot 9.8} \Rightarrow m = 61\ kg$

Ερώτηση 3

Όταν ένας χορευτής επί πάγου φέρνει τα ανοιχτά χέρια του πιο κοντά στο σώμα του, βλέπουμε ότι η γωνιακή του ταχύτητα αυξάνει. Αυτό συμβαίνει επειδή:

(α) Η ροπή αδράνειάς του γίνεται μικρότερη ενώ η ενέργεια περιστροφής του διατηρείται

(β) Η ροπή αδράνειάς του γίνεται μικρότερη ενώ η ενέργεια περιστροφής και η στροφορμή διατηρούνται

(γ) Η ροπή αδράνειας του γίνεται μικρότερη ενώ η στροφορμή του διατηρείται

(δ) Η ροπή αδράνειάς του και η ενέργεια περιστροφής διατηρούνται

(ε) Η ροπή αδράνειάς του και η στροφορμή του διατηρούνται

Η ενέργεια αυξάνει αφού

$E_k^{περ} = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2}(I\omega)\omega \Rightarrow$

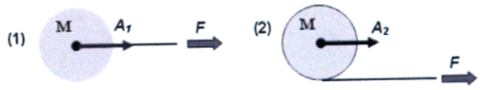
$E_k^{περ} = \frac{1}{2} L\omega$

Η στροφορμή L παραμένει σταθερή αλλά ω αυξάνει οπότε $E_k^{περ}$ αυξάνει

Ερώτηση 4

Αυτή όπως και η επόμενη ερώτηση αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση:

Δυο πανομοιότυποι δίσκοι μάζας M βρίσκονται πάνω σε λεία οριζόντιο τραπέζι. Η επιφάνεια των δίσκων είναι παράλληλη με το τραπέζι, όπως στο σχήμα. Για το δίσκο 1, ένα νήμα είναι συνδεδεμένο στο κέντρο μάζας του, ενώ για το δίσκο 2 ένα νήμα είναι τυλιγμένο γύρω από την περιφέρειά του. Κάθε νήμα τραβιέται με δύναμη F που έχει το ίδιο μέτρο και φορά και στις δυο περιπτώσεις. Το κέντρο μάζας του δίσκου 1 έχει επιτάχυνση A_1 και το κέντρο μάζας του δίσκου 2 έχει επιτάχυνση A_2.



Πως συγκρίνονται οι δυό επιταχύνσεις A_1 και A_2;

(α) $A_1 > A_2$

(β) $A_1 = A_2$

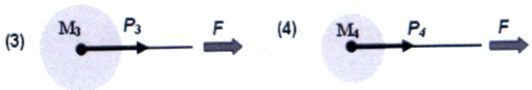
(γ) $A_1 < A_2$

Στο σώμα M ασκείται και στις 2 περιπτώσεις η ίδια δύναμη
η οποία είναι και η μόνη δύναμη που υπάρχει
Από το 2° νόμο του Newton: $F = m a_{CM}$ οπότε οι
επιταχύνσεις είναι ίδιες $a^1_{CM} = a^2_{CM}$

Ο δίσκος στη (2) περίπτωση αποκτά γωνιακή επιτάχυνση εξαιτίας της ροπής της δύναμης $F \cdot R = I\alpha$ $\Rightarrow \alpha = \frac{F \cdot R}{I}$

Ερώτηση 5

Σε κάπως διαφορετική διάταξη, οι δυο δίσκοι έχουν διαφορετική μάζα $M_3 > M_4$. Στην περίπτωση αυτή τα νήματα είναι συνδεδεμένα με το κέντρο μάζας των δυο δίσκων και αρχικά οι δίσκοι είναι σε ηρεμία. Κάθε νήμα τραβιέται με μια δύναμη F που έχει το ίδιο μέτρο και διεύθυνση και στις δυο περιπτώσεις. Κάποια χρονική στιγμή αργότερα οι δυο δίσκοι έχουν ορμή P_3 και P_4:



(α) $P_3 > P_4$

(β) $P_3 = P_4$

(γ) $P_3 < P_4$

Ξέρουμε ότι $\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{P} = \vec{P}_{τελ} - \vec{P}_{αρχ}$
Η ίδια δύναμη F, ασκείται το ίδιο χρονικό διάστημα Δt
και στις 2 περιπτώσεις. Τα σώματα είναι αρχικά ακίνητα
οπότε $\vec{P}_{αρχ} = 0$. Οπότε $P_{τελ}$ θα είναι ίδιο και για τα
δυο σώματα. Φυσικά οι ταχύτητές τους δε θα είναι ίδιες

Ερώτηση 6

Ένα αυτοκίνητο μάζας 1000 kg μπορεί να επιταχύνει με σταθερή επιτάχυνση από 0 σε 60m/s μέσα σε 8sec χωρίς οι τροχοί του να γλιστρούν στο οδόστρωμα. Το αυτοκίνητο έχει κίνηση στους δυο μπροστινούς τροχούς οι οποίοι συμμετέχουν στην επιτάχυνση του αυτοκινήτου. Οι δυο μπροστινοί τροχοί έχουν αμελητέα μάζα σχετικά με τη μάζα του αυτοκινήτου και ακτίνα 0.4m.

Ποιο είναι το μέτρο της ροπής που ασκεί η μηχανή του αυτοκινήτου σε <u>κάθε ένα</u> από τους δυο τροχούς;

(α) 0 Nm

(β) 440 Nm

(γ) 1050 Nm

(δ) 1500 Nm

(ε) 1700 Nm

Η μηχανή του αυτοκινήτου περιστρέφει τους τροχούς, αλλά η τριβή είναι αυτή που προκαλεί ροπή και άρα γωνιακή επιτάχυνση που τους επιβραδύνει ώστε τελικά η γωνιακή ταχύτητα να πάρει τιμή που να ικανοποιεί τη συνθήκη της κύλισης χωρίς ολίσθηση: $\upsilon_{CM} = \omega R$.

Η τριβή f είναι η μόνη δύναμη που προκαλεί επιτάχυνση: $F = ma = m\frac{\upsilon_f - \upsilon_i}{\Delta t}$, αλλά $F = 2f$

Η ροπή της f είναι: $\tau = f \cdot R \Rightarrow \tau = \frac{F}{2}R = \frac{m\upsilon_f}{2 \cdot \Delta t}R$

Ερώτηση 7

Μια συμπαγής ομοιόμορφη σφαίρα ($I = 2MR^2/5$) ακτίνας R = 0.4m κυλά χωρίς να ολισθαίνει προς το πάνω μέρος ενός κεκλιμένου επιπέδου το οποίο έχει ύψος 3m. Πόση αρχική γωνιακή ταχύτητα θα πρέπει να έχει η σφαίρα ώστε μόλις και να καταφέρει να φθάσει στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου;

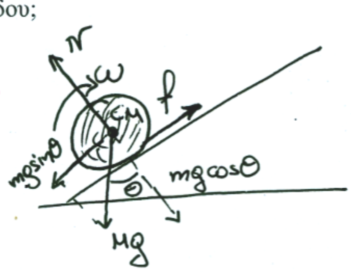
(α) 12.8 rad/sec

(β) 16.2 rad/sec

(γ) 19.2 rad/sec

(δ) 27.1 rad/sec

(ε) 30.3 rad/sec



Αφού έχουμε κύλιση χωρίς ολίσθηση, το σημείο επαφής είναι ακίνητο, και η τριβή δεν παράγει έργο. Επομένως η μηχανική ενέργεια διατηρείται.

Η σφαίρα εκτελεί μεταφορική κίνηση και περιστροφική γύρω από άξονα που περνά από το CM. Επομένως:

$$\Delta E_{\mu\eta\chi} = 0 \Rightarrow \Delta(E_\kappa + U_{\beta\alpha\rho}) = 0 \Rightarrow \Delta E_{\kappa\iota\nu} = -\Delta U_{\beta\alpha\rho} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_{CM}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 = mg\Delta h$$

Αφού κυλά χωρίς ολίσθηση: $\upsilon_{CM} = \omega R \Rightarrow \omega = \upsilon_{CM}/R$

$$\frac{1}{2}m\omega^2R^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 = mg\Delta h \Rightarrow \omega^2 = \frac{2mg\Delta h}{mR^2 + I_{CM}} = \frac{2\cancel{m}g\Delta h}{\cancel{m}R^2 + 2\cancel{m}R^2/5} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{10g\Delta h}{7R^2}}$$

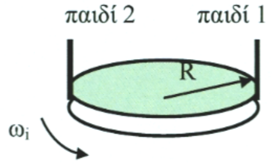
Κάποιος θα μπορούσε να θεωρήσει τη ροπή αδράνειας ως προς το σημείο επαφής: $I_P = I_{CM} + mR^2$

Οπότε τότε $\frac{1}{2}I_P\omega^2 = mg\Delta h$ γιατί τότε το σώμα απλά περιστρέφεται. (το P είναι ακίνητο)

Ερώτηση 8

Αυτή όπως και οι επόμενες δυο ερωτήσεις αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση

Ένας περιστρεφόμενος δίσκος μιας παιδικής χαράς (merry-go-round) έχει μάζα, M = 150 kg, ακτίνα, R = 2m, και ροπή αδράνειας, $I = MR^2/2$. Ο δίσκος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο λείο άξονα που περνά από το κέντρο του. Δυό παιδιά, το καθένα μάζας m = 50 kg, βρίσκονται πάνω στο δίσκο σε απόσταση, d = 2m, από το κέντρο του δίσκου όπως στο σχήμα. Το σύστημα αρχικά περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω = 3 rad/s.



Ποια είναι η κινητική ενέργεια του συστήματος παιδιά – δίσκος;

(α) 2.25×10^3 J

(β) 5.50×10^3 J

(γ) 1.20×10^4 J

(δ) 3.15×10^3 J

(ε) 7.00×10^2 J

Η κινητική ενέργεια είναι η ενέργεια περιστροφής του συστήματος δίσκου-παιδιά.

$$E_{κιν} = \frac{1}{2} I_{ολ} \omega^2$$

$$I_{ολ} = I^{CM}_{δισκ} + I^1_{παιδ} + I^2_{παιδ} = \frac{MR^2}{2} + mR^2 + mR^2 = \left(\frac{M}{2} + 2m\right)R^2 \Rightarrow$$

Η απόσταση του d είναι ίση με R

$$E_{κιν} = \frac{4m+M}{2} R^2 \omega^2 = 3.15 \cdot 10^3 J$$

Ερώτηση 9

Στην προηγούμενη κατάσταση τα παιδιά κινούνται στο κέντρο του δίσκου. Ποια η τελική γωνιακή ταχύτητα, ω_f, του συστήματος;

(α) $\omega_f = 7.0$ rad/s

(β) $\omega_f = 9.2$ rad/s

(γ) $\omega_f = 8.6$ rad/s

(δ) $\omega_f = 10.0$ rad/s

(ε) $\omega_f = 11.0$ rad/s

Στο σύστημα δεν υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις που να προκαλούν ροπές και επομένως η στροφορμή διατηρείται

$$L_i = L_f \Rightarrow I^i_{ολ}\omega_i = I^f_{ολ}\omega_f$$

Όταν τα παιδιά κινούνται στο κέντρο του δίσκου η ροπή αδράνειάς τους είναι μηδέν, αφού η απόστασή τους από τον άξονα περιστροφής γίνεται μηδέν. Οπότε:

$$\left(\frac{M}{2} + 2m\right)\cancel{R^2}\omega_i = \frac{M}{2}\cancel{R^2}\omega_f \Rightarrow \omega_f = \frac{M+4m}{M}\omega_i = \frac{350}{150}3 \Rightarrow \omega_f = 7 r/s$$

Ερώτηση 10

Καθώς τα παιδιά κινούνται προς το κέντρο του δίσκου, η κινητική ενέργεια του συστήματος

(α) αυξάνει

(β) ελαττώνεται

(γ) παραμένει η ίδια με την αρχική

$$E_{κιν} = \frac{1}{2} I_{CM}\omega^2 = \frac{1}{2}(I\omega)\omega = \frac{1}{2}L\omega$$

Η στροφορμή διατηρείται αφού δεν υπάρχουν εξωτερικές ροπές, $\Sigma\vec{\tau} = 0$ οπότε αφού ω_f αυξάνει αυξάνει και η $E_{κιν}$.

Ερώτηση 11

Μια λεπτή άδεια σφαίρα μάζας m και ακτίνας R γεμίζει με ένα υγρό μάζας m/2. Η γεμισμένη σφαίρα περιστρέφεται ελεύθερα χωρίς τριβές με γωνιακή ταχύτητα ω_0 γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της σφαίρας. Η άδεια σφαίρα και το υγρό έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα ω_0. Δυστυχώς εξαιτίας μιας διαρροής που αναπτύχθηκε κατά μήκος του άξονα περιστροφής και στο κάτω μέρος της σφαίρας, το υγρό αρχίζει να χάνεται. Ποια η γωνιακή ταχύτητα, ω_f, της σφαίρας όταν όλο το υγρό έχει χυθεί έξω από τη σφαίρα; (Η ροπή αδράνειας μια κοίλης σφαίρας είναι $I = 2MR^2/3$ ενώ μιας συμπαγούς σφαίρας είναι $I = 2MR^2/5$)

(α) $\omega_f = \omega_0$

(β) $\omega_f = \dfrac{26}{35}\omega_0$

(γ) $\omega_f = \dfrac{16}{10}\omega_0$

(δ) $\omega_f = \dfrac{13}{10}\omega_0$

(ε) $\omega_f = 0\,\text{rad/s}$

Όταν η σφαίρα είναι γεμάτη με νερό το σύστημά μας αποτελείται από την κοίλη σφαίρα με ροπή αδράνειας $I_{CM}^{σφ} = \frac{2}{3}MR^2$

και από το νερό που έχει τη μορφή μιας συμπαγούς σφαίρας αφού καταλαμβάνει το εσωτερικό της κοίλης σφαίρας $I_{νερ} = \frac{2}{5}MR^2$.

Όταν το νερό φεύγει δεν έχει στροφορμή αφού η ταχύτητά του περνά από τον άξονα περιστροφής $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = 0$.

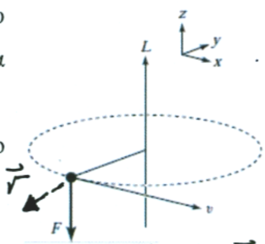
Από διατήρηση της στροφορμής ($\Sigma\vec{\tau}=0$) θα έχουμε:

$$I_i\omega_i = I_f\omega_f \Rightarrow \omega_f = \frac{I_i}{I_f}\omega_i = \frac{\frac{2}{3}\cancel{m}R^2 + \frac{2}{5}\frac{\cancel{m}}{2}\cancel{R^2}}{\frac{2}{3}\cancel{m}\cancel{R^2}}\omega_i \Rightarrow \omega_f = \frac{13}{10}\omega_i$$

Ερώτηση 12

Ένα άτομο περιστρέφει μια μπάλα του tennis σε οριζόντιο κύκλο χρησιμοποιόντας ένα αβαρές σχοινί. Ο άξονας περιστροφής είναι κατακόρυφος. Στο σημείο που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, η μπάλα δέχεται ένα γρήγορο χτύπημα στην κατακόρυφο διεύθυνση και με φορά προς τα κάτω.

Προς ποια κατεύθυνση θα στραφεί ο άξονας περιστροφής μετά το χτύπημα;



(α) Παραμένει αμετάβλητος

(β) –x διεύθυνση

(γ) –y διεύθυνση

(δ) +x διεύθυνση

(ε) +y διεύθυνση

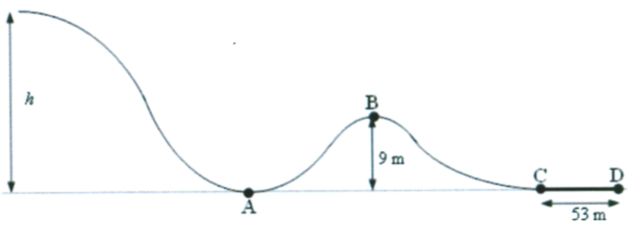
Σύμφωνα με τον ορισμό της ροπής: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

Με βάση το κανόνα του δεξιού χεριού, η ροπή θα έχει διεύθυνση στον άξονα x και φορά προς τα θετικά x (αν θεωρήσαμε ότι τη στιγμή εφαρμογής της δύναμης η ταχύτητα υ είχε τη διεύθυνση των +x τότε η ροπή θα είναι σ'αυτή τη διεύθυνση). Αλλά $\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ οπότε η μεταβολή της στροφορμής L (+z) θα είναι στον άξονα +x. Ο άξονας θα στραφεί προς τα +x και το σώμα θα θέλει να εκτελεί κατακόρυφη τροχιά

Ερώτηση 13

Αυτή όπως και οι επόμενες δυο ερωτήσεις αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση

Μια σκιέρ ξεκινά από την κορυφή ενός λόφου ύψους h ως προς το έδαφος. Η σκιέρ γλιστρά προς το σημείο A στη βάση του λόφου και συνεχίζει κατόπιν σε ένα δεύτερο λόφο ύψους 9m και κατόπιν κατεβαίνει και πάλι προς τα κάτω στην άλλη πλευρά του λόφου. Όλη η διαδρομή της μέχρι το σημείο C γίνεται σε λεία επιφάνεια. Μετά το σημείο C συναντά μια τραχιά επιφάνεια με αποτέλεσμα να σταματήσει στο σημείο D, σε απόσταση 53m από το σημείο C.



Ποια είναι η μικρότερη τιμή που μπορεί να έχει το ύψος, h, του πρώτου λόφου ώστε να φθάσει στο σημείο C;

(α) 5m

(β) 10m

(γ) 15m

Εφόσον το ύψος του 2ου λόφου είναι 9m, και δεν υπάρχουν απώλειες λόγω τριβών, η μηχανική ενέργεια διατηρείται, και αν αρχικά ήμασταν σε ύψος h=9m θα έπρεπε να φθάσει το σώμα στο B με μηδενική ταχύτητα: $\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}\upsilon_B^2 + \cancel{m}gh_B \Rightarrow$ $2gh = \upsilon_B^2 + 2gh_B \Rightarrow \upsilon_B^2 = 2g(h-h_B) > 0$ άρα για $h > h_B \Rightarrow h > 9m$

Ερώτηση 14

Αν το ύψος του πρώτου λόφου είναι h = 22m, ποια είναι η ταχύτητα της σκιέρ στο σημείο A;

(α) υ = 4.0m/s

(β) υ = 13.0m/s

(γ) υ = 21.0m/s

(δ) υ = 35.0m/s

(ε) υ = 44.0m/s

Από διατήρηση μηχανικής ενέργειας:

$\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}\upsilon_A^2$ (θεωρούμε επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το επίπεδο που περνά από το A)

$\Rightarrow \upsilon_A^2 = 2gh \Rightarrow \upsilon_A = \sqrt{2gh} \Rightarrow \upsilon_A = \sqrt{2\cdot 9.8\cdot 22} \Rightarrow \upsilon_A = 21.0m/s$

Ερώτηση 15

Αν το ύψος του πρώτου λόφου είναι, h = 22m, ποιος ο συντελεστής τριβής μεταξύ της σκιέρ και του εδάφους μετά το σημείο C;

(α) 0.1

(β) 0.2

(γ) 0.3

(δ) 0.4

(ε) 0.5

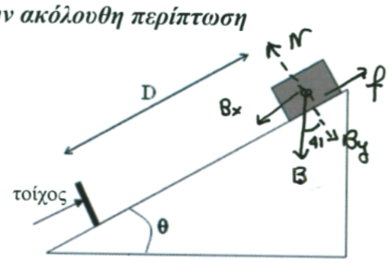
Από το σημείο εκκίνησης της σκιέρ (h=22m) μέχρι το σημείο C δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας. Επομένως στο σημείο C η σκιέρ θα έχει μόνο κινητική ενέργεια, και ταχύτητα ίδια με αυτή που είχε στο σημείο A. (προηγούμενη ερώτηση). Η τριβή από το C στο D παράγει έργο και η $E_{κιν}^{f} = 0$. Οπότε:

$\Delta E_{κιν} = W_f \Rightarrow E_{κιν}^{f} - E_{κιν}^{i} = f\cdot S \Rightarrow -\frac{1}{2}m\upsilon_A^2 = -fS \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}\upsilon_A^2 = \mu_k \cancel{m}g S \Rightarrow$

$\Rightarrow \mu_k = \frac{\upsilon_A^2}{2gS} = \frac{\cancel{2g}h}{\cancel{2g}S} \Rightarrow \mu_k = \frac{h}{S} = \frac{22}{53} = 0.4$

Ερώτηση 16

Αυτή όπως και οι επόμενες δυο ερωτήσεις αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση



Ένα κιβώτιο 2.0kg αφήνεται από την ηρεμία να γλιστρήσει προς τη βάση ενός κεκλιμένου επιπέδου κλίσης 41° με την οριζόντια διεύθυνση. Ο συντελεστής κινητικής τριβής μεταξύ του κιβωτίου και του κεκλιμένου επιπέδου είναι μ_κ = 0.27. Το κιβώτιο κατεβαίνει κατά μια απόσταση D κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου όπου χτυπά σε ακλόνητο τοίχο και ανακλάται. Ακριβώς πριν χτυπήσει στο τοίχο, το κιβώτιο είχε αποκτήσει ταχύτητα υ = 3.0m/s

Ποια είναι απόσταση D διήνυσε το κιβώτιο πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο καθώς κατέβαινε;

(α) 1m

(β) 2m

(γ) 3m

(δ) 4m

(ε) 5m

Θεωρούμε σαν επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το σημείο που βρίσκεται ο τοίχος.

Από το θεώρημα έργου-κινητικής ενέργειας: $\Delta E_{\kappa\iota\nu} = W_{B_x} - W_f \Rightarrow$

$$\Rightarrow E^f_{\kappa\iota\nu} - \underbrace{\cancel{E^i_{\kappa\iota\nu}}}_{0} = mg\sin\theta\cdot D - mg\cos\theta\,\mu_\kappa\cdot D \Rightarrow \quad (f=\mu_\kappa N=\mu_\kappa mg\cos\theta)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2 = (\cancel{m}g\sin\theta - \cancel{m}g\cos\theta\,\mu_\kappa)D \Rightarrow D = \frac{v_f^2}{2g(\sin\theta-\mu_\kappa\cos\theta)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D = \frac{3.0^2}{2\cdot 9.8(\sin41° - 0.27\cdot\cos41°)} \Rightarrow D = \frac{9.0}{8.86} \Rightarrow D = 1m$$

Ερώτηση 17

Ποιο έργο εκτελεί η βαρύτητα στο κιβώτιο καθώς αυτό κατεβαίνει;

(α) 3.0J

(β) 5.0J

(γ) 9.0J

(δ) 11.0J

(ε) 13.0J

Το έργο της βαρύτητας είναι: $W_B = B_x\cdot D = mg\sin\theta\cdot D \Rightarrow$

$$\Rightarrow W_B = 2\cdot 9.8\cdot\sin41\cdot 1 \Rightarrow W_B = 13J$$

Διαφορετικά από την αλλαγή της δυναμικής ενέργειας:

$$\Delta U_B = mgh = mgD\cdot\sin\theta$$

Ερώτηση 18

Η σύγκρουση μεταξύ του τοίχου και του κιβωτίου είναι ελαστική και διαρκεί 0.06sec. Ποια είναι η μέση δύναμη που αναπτύσεται στο κιβώτιο από το τοίχο κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης;

(α) 100 N

(β) 200 N

(γ) 300 N

Αφού η κρούση είναι ελαστική το κιβώτιο αναπηδά με ίση και αντίθετη ταχύτητα, οπότε η μεταβολή της ορμής του είναι: (θετική φορά προς τα πάνω)

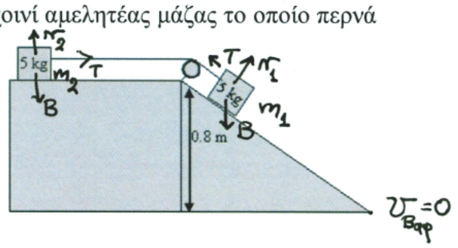
$$\Delta\vec{p} = \vec{p}^f - \vec{p}^i \Rightarrow \Delta\vec{p} = m\vec{v}^f - m\vec{v}^i = mv^f - (-mv^i) = 2mv^i$$

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} = \frac{2m\vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{2\cdot 2\cdot 3}{0.06} \Rightarrow F = 200N$$

Ερώτηση 19

Αυτή όπως και οι επόμενες δυο ερωτήσεις αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση

Δυο κιβώτια μάζας 5.0kg συνδέονται με ένα τεντωμένο σχοινί αμελητέας μάζας το οποίο περνά από μια τροχαλία αμελητέας μάζας. Το πρώτο κιβώτιο βρίσκεται σε οριζόντια λεία επιφάνεια ενώ το δεύτερο κιβώτιο μπορεί να γλιστρήσει σε μια λεία κεκλιμένη επιφάνεια. Τα κιβώτια ξεκινούν από την ηρεμία και ενώ το κιβώτιο στα δεξιά βρίσκεται αρχικά σε ύψος 0.8m.



Να βρεθεί η ταχύτητα του κιβωτίου που βρίσκεται στη κεκλιμένη επιφάνεια όταν φθάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου υποθέτοντας ότι το κιβώτιο στα αριστερά δεν χτυπά τη τροχαλία.

(α) υ = 2.8 m/s

(β) υ = 4.0 m/s

(γ) υ = 4.6 m/s

Δεν υπάρχουν δυνάμεις εξωτερικές που να παράγουν έργο οπότε η μηχανική ενέργεια του συστήματος των 2 σωμάτων διατηρείται

$E^i_{κιν} + U^i_B = E^f_{κιν} + U^f_B \Rightarrow 0 + m_1 g h = \frac{1}{2} m_1 υ_1^2 + \frac{1}{2} m_2 υ_2^2 + 0$

(Θεωρούμε σαν επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας τη βάση του επιπέδου)

Τα σώματα έχουν την ίδια ταχύτητα, $υ_1 = υ_2$, αφού συνδέονται με το σχοινί. Άρα $\cancel{m_1} g h = \cancel{2}\cancel{m_1} \frac{1}{\cancel{2}} υ^2 \Rightarrow υ = \sqrt{gh} \Rightarrow υ = 2.8 m/s$

Ερώτηση 20

Αυτή τη φορά το πείραμα επαναλαμβάνεται με μια νέα τροχαλία μάζας M = 10.0kg και ακτίνας R = 0.15m (ροπή αδράνειας $I = MR^2/2$). Να βρεθεί η ταχύτητα του κιβωτίου στα δεξιά όταν φθάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

(α) υ = 1.1 m/s

(β) υ = 2.1 m/s

(γ) υ = 2.3 m/s

(δ) υ = 2.7 m/s

(ε) υ = 3.2 m/s

Όταν η τροχαλία έχει μάζα, τότε αρχίζει να περιστρέφεται και αποκτά κινητική ενέργεια περιστροφής. Το σύστημά μας είναι τώρα, η τροχαλία και τα 2 σώματα. Όπως και πριν:

$E^i_{κιν} + U^i_B = E^f_{κιν} + U^f_B \Rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2} m υ^2 + \frac{1}{2} m υ^2 + \frac{1}{2} I ω^2 + 0$

Για τη τροχαλία, τα σημεία της περιφέρειάς της έχουν την ίδια εφαπτομενική ταχύτητα με αυτή του σχοινιού, δηλαδή των σωμάτων

Οπότε: $mgh = \frac{1}{2} m υ^2 + \frac{1}{2} m υ^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2} M \cancel{R^2} \frac{υ^2}{\cancel{R^2}} \Rightarrow mgh = \frac{1}{4}(4m+M)υ^2$

Ερώτηση 21

Αν τώρα η τροχαλία στη προηγούμενη ερώτηση αντικατασταθεί με μια τροχαλία διπλάσιας ακτίνας και μισής μάζας από ότι στην προηγούμενη ερώτηση, η ταχύτητα του κιβωτίου στα δεξιά όταν φθάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου θα είναι:

(α) Μεγαλύτερη από αυτή που βρήκατε στη προηγούμενη ερώτηση

(β) Ίση με αυτή που βρήκατε στη προηγούμενη ερώτηση

(γ) Μικρότερη από αυτή που βρήκατε στο προηγούμενη ερώτηση

Βρήκαμε στην παραπάνω ερώτηση ότι $υ = \sqrt{\frac{4mgh}{4m+M}}$

Η ταχύτητα είναι ανεξάρτητη της ακτίνας της τροχαλίας.

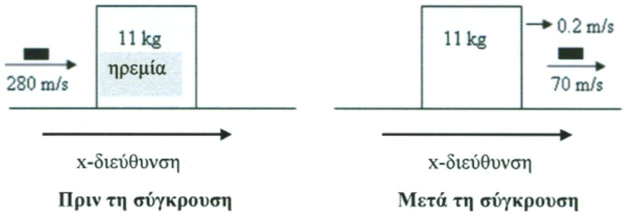
Από τη σχέση, αν η μάζα της τροχαλίας ελαττωθεί, η ταχύτητα θα αυξηθεί.

Για M=0, έχουμε το αποτέλεσμα της ερώτησης 19

Ερώτηση 22

Αυτή όπως και η επόμενη ερώτηση αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση

Μια σφαίρα κινείται με αρχική ταχύτητα 280m/s στην +x διεύθυνση διεισδύει σε ένα ακίνητο τούβλο μάζας 11.0kg και το διεπερνά βγαίνοντας από την άλλη πλευρά του με ταχύτητα 70m/s στη +x διεύθυνση. Η ταχύτητα του τούβλου μετά τη σύγκρουση είναι 0.2m/s επίσης στην +x διεύθυνση. Υποθέστε ότι το κιβώτιο γλιστρά πάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια.



Ποια είναι η μάζα της σφαίρας;

(α) 0.01kg

(β) 0.02kg

(γ) 0.03kg

(δ) 0.04kg

(ε) 0.05kg

Το σύστημα σφαίρας-τούβλου είναι απομονωμένο. Επομένως από διατήρηση ορμής θα έχουμε: $\vec{p}_i = \vec{p}_f$ Η κίνηση είναι μόνο στο x-άξονα οπότε: $p_i = p_f$.

Αρχικά το τούβλο είναι ακίνητο, οπότε $p_i^{\tau} = 0$ kgm/s οπότε:

$$p_i^{\sigma\varphi} + p_i^{\tau} = p_f^{\sigma\varphi} + p_f^{\tau} \Rightarrow m_{\sigma\varphi} v_i^{\sigma\varphi} = m_{\sigma\varphi} v_{\sigma\varphi}^{f} + m_{\tau} v_{\tau}^{f} \Rightarrow m_{\sigma\varphi}(v_i^{\sigma\varphi} - v_f^{\sigma\varphi}) = m_{\tau} v_f^{\tau} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_{\sigma\varphi} = \frac{m_{\tau} v_f^{\tau}}{v_i^{\sigma\varphi} - v_f^{\sigma\varphi}} = \frac{11 \cdot 0.2}{280-70} = \frac{2.2}{210} \Rightarrow m_{\sigma\varphi} = 0.01\,\text{kg}$$

Ερώτηση 23

Αν η σφαίρα έμενε σφηνωμένη στο τούβλο κατά τη διάρκεια της κρούσης, η τελική ταχύτητα του τούβλου θα ήταν

(α) Μικρότερη από 0.2m/s

(β) Ίση με 0.2m/s

(γ) Μεγαλύτερη από 0.2m/s

Αν η σφαίρα έμενε σφηνωμένη στο τούβλο θα είχαμε πλαστική κρούση: $p_i^{\sigma\varphi} = p_f^{\sigma\varphi+\tau} \Rightarrow m_{\sigma\varphi} v_i^{\sigma\varphi} = (m_{\sigma\varphi} + m_{\tau}) v_f^{\tau}$

$$\Rightarrow v_f^{\tau} = \frac{m_{\sigma\varphi} v_i^{\sigma\varphi}}{(m_{\sigma\varphi} + m_{\tau})} = \frac{0.01 \cdot 280}{11 + 0.01} = \frac{2.8}{11.01} = 0.25 > 0.2\,\text{m/s}$$

Διαφορετικά, στη περίπτωση αυτή έχουμε μεγαλύτερη μεταβολή στην ορμή της σφαίρας αφού σταματά. Επομένως η δύναμη που αναπτύσσεται είναι μεγαλύτερη και επομένως η μεταβολή στην ορμή του τούβλου θα είναι μεγαλύτερη.

Ερώτηση 24

Αυτή όπως και η επόμενη ερώτηση αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση

Ένα κιβώτιο μάζας M_1 = 2.0kg γλιστρά χωρίς τριβές κατά μήκος μιας κεκλιμένης επιφάνειας, ξεκινώντας από την ηρεμία και ύψος h_1 = 16m από το έδαφος. Στη βάση της επιφάνειας συναντά ένα δεύτερο κιβώτιο μάζας M_2 = 6.0kg το οποίο είναι σε ηρεμία πριν τη σύγκρουση. Τα δυο κιβώτια κινούνται μετά σαν ένα σώμα και αρχίζουν να ανεβαίνουν χωρίς τριβές προς μια δεύτερη κεκλιμένη επιφάνεια (δείτε το σχήμα) φθάνοντας σε ένα μέγιστο ύψος h_2 πριν αρχίσουν να γλιστρούν και πάλι προς τα κάτω.

Πόση κινητική ενέργεια χάθηκε κατά τη σύγκρουση των δυο κιβωτίων;

(α) $\Delta E_{κιν.}$ = 0.0J

(β) $\Delta E_{κιν.}$ = 45J

(γ) $\Delta E_{κιν.}$ = 125J

(δ) $\Delta E_{κιν.}$ = 235J

(ε) $\Delta E_{κιν.}$ = 270J

Εφόσον έχουμε πλαστική κρούση : $P_i = P_f \Rightarrow m_1 v_1 = (m_1+m_2) v_f \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_f = \frac{m_1}{m_1+m_2} v_1 \quad (1)$$

Η μεταβολή στην κινητική ενέργεια είναι : $\Delta E_{κιν} = E^f_{κιν} - E^i_{κιν} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \Delta E_{κιν} = \frac{1}{2}(m_1+m_2) v_f^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \overset{(1)}{\Longrightarrow} \Delta E_{κιν} = \frac{1}{2}\left[\cancel{(m_1+m_2)} \frac{m_1^2}{(m_1+m_2)^{\cancel{2}}} - m_1\right] v_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta E_{κιν} = \frac{1}{2}\left[\frac{m_1}{m_1+m_2} - 1\right] m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \left[\frac{m_1}{m_1+m_2} - 1\right] \quad (2)$$

Για το σώμα 1 και από διατήρηση της μηχανικής ενέργειας μέχρι τη κρούση με το m_2

$m_1 g h_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$. Αντικατάσταση στη (2) $\Rightarrow \Delta E_{κιν} = m_1 g h_1 \left[\frac{m_1}{m_1+m_2} - 1\right]$

Ερώτηση 25

Ποιο είναι το μέγιστο ύψος, h_2, στην οποία φθάνουν όταν κινούνται στη δεύτερη κεκλιμένη επιφάνεια;

(α) h_2 = 1.0m

(β) h_2 = 2.0m

(γ) h_2 = 4.0m

(δ) h_2 = 9.0m

(ε) h_2 = 16.0m

Μετά τη κρούση τα σώματα κινούνται σε επιφάνεια χωρίς τριβές και δεν έχουμε μεταβολή στη μηχανική ενέργεια.

Επομένως:

$$\frac{1}{2}\cancel{(m_1+m_2)} v_f^2 = \cancel{(m_1+m_2)} g h_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{v_f^2}{2g}$$

Από την (1) της ερώτησης 24

$$\Rightarrow h_2 = \frac{m_1^2}{2(m_1+m_2)^2 g} v_1^2 \Rightarrow$$

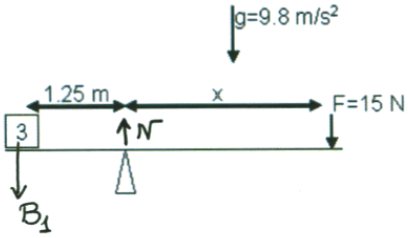
$$h_2 = \frac{m_1^2}{\cancel{2}(m_1+m_2)^2 \cancel{g}} \cancel{2}\cancel{g} h_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_2 = \left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^2 h_1 \Rightarrow h_2 = 1m$$

Ερώτηση 26

Αυτή όπως και οι επόμενες τρεις ερωτήσεις αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση

Μια δοκός αμελητέας μάζας τοποθετείται σε αιχμηρό σημείο ως προς το οποίο μπορεί να περιστρέφεται (δείτε το σχήμα). Ένα κιβώτιο 3.0kg τοποθετείται 1.25m αριστερά του σημείου στήριξης. Μια δύναμη 15N εφαρμόζεται σε άγνωστη απόσταση, x, δεξιά του σημείου στήριξης και στο άκρο της δοκού και σαν αποτέλεσμα η δοκός ισορροπεί.



Ποια είναι η δύναμη που ασκεί το στήριγμα στη δοκό;

(α) 15.0N

(β) 29.0N

(γ) 44.0N

Το σύστημα είναι σε στατική ισορροπία: $\Sigma\vec{\tau}=0$ και $\Sigma\vec{F}=0$

$\Sigma\vec{\tau} = \vec{\tau}_{B_1} + \vec{\tau}_{F_1} = 0$ (1) (θεωρούμε περιστροφή ως προς το υποστήριγμα)

$\Sigma\vec{F}=0 \Rightarrow B_1+F-N=0 \Rightarrow N=B_1+F \Rightarrow N=3\cdot 9.8+15 \Rightarrow N=44N$

Ερώτηση 27

Ποια είναι η απόσταση από το σημείο στήριξης στην οποία εφαρμόζεται η δύναμη F;

(α) x = 1.25m

(β) x = 2.00m

(γ) x = 2.45m

Από την (1) της προηγούμενης ερώτησης και θεωρώντας τη φορά αντίθετη με τη φορά των δεικτών του ρολογιού για τη θετική ροπή που προκαλεί τη περιστροφή της δοκού, η ροπή του B_1 είναι θετική ενώ της F αρνητική:

$$\Sigma\vec{\tau}=0 \Rightarrow B_1\cdot x_1 - F\cdot x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{B_1 x_1}{F} = \frac{m_1 g x_1}{F} \Rightarrow x_2 = \frac{\cancel{3}\cdot 9.8\cdot 1.25}{\cancel{15}\,5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_2 = 2.45m$$

Ερώτηση 28

Υπολογίστε τη ροπή που προκαλεί η μάζα των 3kg ως προς το σημείο στήριξης όταν η ράβδος σχηματίζει γωνία 25^o με την οριζόντια διεύθυνση

(α) 38Nm

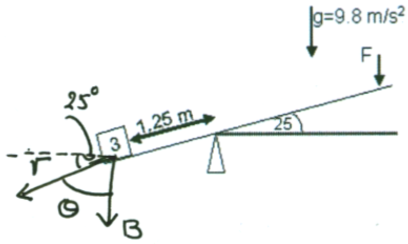
(β) 33Nm

(γ) 16Nm

$|\vec{\tau}|=|\vec{r}\times\vec{B}|=|\vec{r}||\vec{B}|\sin\Theta \Rightarrow$

$|\vec{\tau}|=1.25\cdot 3\cdot 9.8\cdot \sin 65^\circ \Rightarrow$

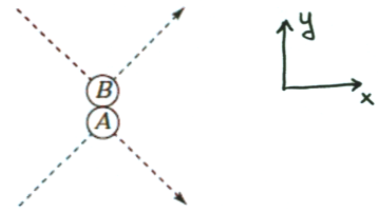
$|\vec{\tau}|= 33\ N\cdot m$



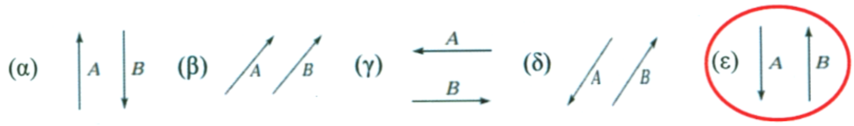
Ερώτηση 29

Αυτή καθώς και η επόμενη ερώτηση αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση

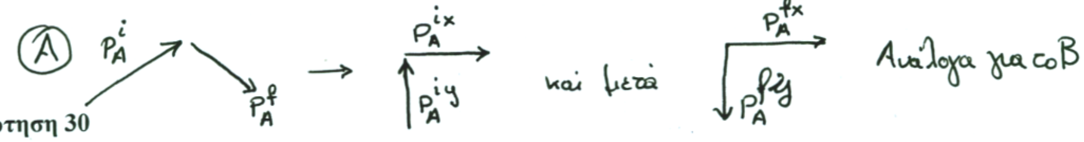
Δυό μεταλλικές σφαίρες Α και Β συγκρούονται μεταξύ τους και το σχήμα δείχνει τη τροχιά τους πριν και μετά τη σύγκρουση.



Ποιο από τα παρακάτω διανύσματα αναπαριστά καλύτερα τη διεύθυνση αλλαγής της ορμής κάθε μπάλας;

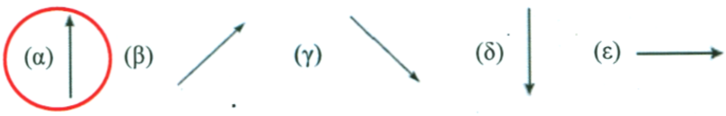


Η μόνη μεταβολή ορμής και για τα δύο σώματα είναι στη y-διεύθυνση ενώ στη x-διεύθυνση η ορμής τους παραμένει αμετάβλητη



Ερώτηση 30

Ποιο από τα διανύσματα αναπαριστά καλύτερα την ώθηση που δέχεται η μπάλα Β από την μπάλα Α κατά τη διάρκεια της σύγκρουσής τους;



Αν θεωρήσουμε σα θετική τη φορά προς τα πάνω τότε η δύναμη που δέχεται η B από τη μπάλα A, θα πρέπει να έχει τη διεύθυνση της μεταβολής της ορμής της: $\vec{F}_{B/A} = \frac{\Delta \vec{p}_B}{\Delta t}$. Αφού $\Delta \vec{p}_B$ είναι προς τα πάνω, τότε και η δύναμη F θα έχει φορά προς τα πάνω