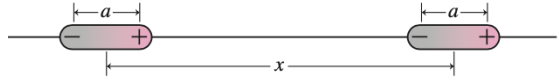


ΦΥΣ. 112

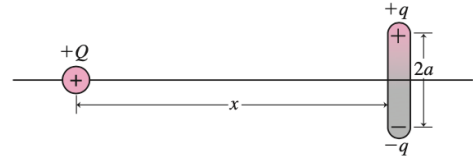
1^ο ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Επιστροφή 29.09.2023

1. Δύο πανομοιότυπα δίπολα το καθένα με φορτίο q και απόσταση μεταξύ των φορτίων a , βρίσκονται σε απόσταση x , μεταξύ τους όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. (α) Θεωρώντας τις δυνάμεις μεταξύ ζευγών φορτίων από διαφορετικά δίπολα, υπολογίστε την δύναμη μεταξύ των δίπολων και δείξτε ότι στο όριο $a \ll x$, η δύναμη αυτή έχει μέτρο $6kp^2/x^4$, όπου $p = qa$ η διπολική ροπή του δίπολου και k η σταθερά Coulomb. (β) Προσδιορίστε κατά πόσο η δύναμη αυτή είναι ελκτική ή απωστική.



2. Ένα δίπολο με φορτία $\pm q$ και απόσταση μεταξύ τους $2a$ είναι τοποθετημένο σε απόσταση x από ένα σημειακό φορτίο $+Q$ όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Βρείτε τις εξισώσεις που δίνουν τα μέτρα (α) της συνισταμένης ροπής που ασκείται στο δίπολο και (β) συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο δίπολο στο όριο $a \ll x$. (γ) Προσδιορίστε την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης;

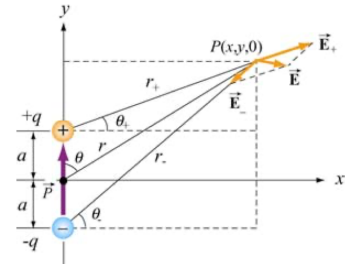


3. Θεωρήστε το ηλεκτρικό δίπολο του σχήματος.

(α) Δείξτε ότι οι δύο συνιστώσες E_x και E_y του ηλεκτρικού πεδίου του διπόλου στο όριο που $r \gg a$ δίνονται από τις σχέσεις:

$$E_x = \frac{3p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sin\theta \cos\theta \quad E_y = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} (3\cos^2\theta - 1)$$

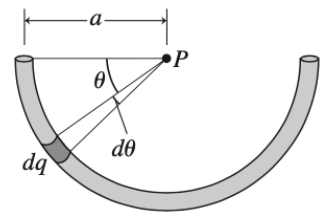
όπου $\sin\theta = x/r$ και $\cos\theta = y/r$.



(β) Δείξτε ότι οι δύο παραπάνω σχέσεις για τις συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου μπορούν να γραφούν σε πολικές συντεταγμένες με την μορφή: $\vec{E}(r, \theta) = E_r \hat{r} + E_\theta \hat{\theta}$, όπου:

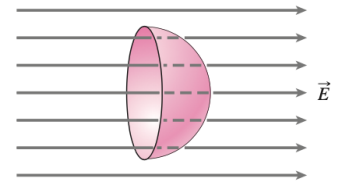
$$E_r = \frac{2p\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad E_\theta = \frac{p\sin\theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

4. Ένας ημικυκλικός βρόχος ακτίνας a είναι φορτισμένος με φορτίο Q που είναι ομοιόμορφα καταναμημένο σε όλο το μήκος του. Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο E , στο κέντρο του βρόχου (σημείο P του διπλανού σχήματος). Υπόδειξη: Θα πρέπει να χωρίσετε το βρόχο σε μικρά τμήματα με φορτίο dq όπως φαίνεται στο σχήμα, και να γράψετε κατόπιν το dq συναρτήσει της γωνίας $d\theta$ και να ολοκληρώσετε.



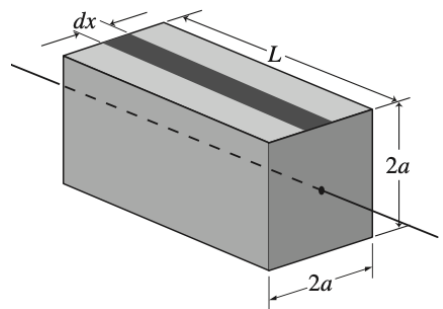
5. Μια λεπτή ράβδος βρίσκεται κατά μήκος του x -άξονα και έχει μήκος $2L$. Το μέσο της ράβδου βρίσκεται στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Η ράβδος έχει γραμμική πυκνότητα φορτίου $\lambda = \lambda_0(x/L)$, όπου λ_0 σταθερά. (α) Βρείτε την εξίσωση του ηλεκτρικού πεδίου σε σημεία στον x -άξονα για $x > L$. (β) Δείξτε ότι για $x \gg L$ το αποτέλεσμα σας παρουσιάζει την εξάρτηση του $1/x^3$ που παρουσιάζει το πεδίο ενός ηλεκτρικού διπόλου και προσδιορίστε την διπολική ροπή της ράβδου.

6. Προσδιορίστε την ηλεκτρική ροή διαμέσω του ημισφαιρικού κελύφους ακτίνας R του διπλανού σχήματος που βρίσκεται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο E . Υπόδειξη: Δεν χρειάζεται να κάνετε κάποιο πολύπλοκο ολοκλήρωμα.



7. Ένας χοντρός σφαιρικός φλοιός εσωτερικής ακτίνας a και εξωτερικής ακτίνας b είναι φορτισμένος με ομοιόμορφη χωρική πυκνότητα φορτίου ρ . Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στην περιοχή στο εσωτερικό του σφαιρικού φλοιού ($a < r < b$) και δείξτε ότι το αποτέλεσμά σας είναι συμβατό με αυτό μιας φορτισμένης σφαίρας με χωρική πυκνότητα φορτίου ρ , και ακτίνας b . (Στην περίπτωση αυτή $a = 0$).
8. Η χωρική πυκνότητα φορτίου μιας συμπαγούς μη αγώγιμης σφαίρας ακτίνας a δίνεται από την σχέση $\rho = \frac{\rho_0 r}{a}$, όπου ρ_0 είναι σταθερά. (α) Βρείτε το ολικό φορτίο της σφαίρας και (β) την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο εσωτερικό της σφαίρας συναρτήσει της απόστασης r από το κέντρο της σφαίρας.

9. Το διπλανό σχήμα δείχνει ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με πλευρές $2a$ και μήκος L που περιβάλλει έναν ευθύγραμμο αγωγό που είναι φορτισμένος ομοιόμορφα με γραμμική πυκνότητα φορτίου λ . Ο ευθύγραμμος αγωγός περνά από το κέντρο των δύο βάσεων του παραλληλεπιπέδου όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ολοκληρώστε το πεδίο της γραμμικής κατανομής φορτίου χρησιμοποιώντας λωρίδες στοιχειώδους πάχους dx όπως φαίνεται στο σχήμα ώστε να βρείτε την στοιχειώδη ηλεκτρική ροή διαμέσω μιας πλευράς του παραλληλεπιπέδου. Βρείτε την ολική ροή και δείξτε ότι το αποτέλεσμα σας είναι συμβατό με τον νόμο του Gauss.



10. Μια συμπαγής μη αγώγιμη σφαίρα ακτίνας R είναι ομοιόμορφα φορτισμένη με χωρική πυκνότητα φορτίου ρ . Στη σφαίρα υπάρχει μια σφαιρική τρύπα το κέντρο της οποίας βρίσκεται σε απόσταση $R/2$ από το κέντρο της αρχικής σφαίρας, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Δείξτε ότι το ηλεκτρικό πεδίο παντού στο χώρο της τρύπας έχει οριζόντια διεύθυνση και μέτρο ίσο με $\rho R/6\epsilon_0$. Υπόδειξη: Θα μπορούσατε να θεωρήσετε ότι η τρύπα συμπεριφέρεται σαν η υπέρθεση δύο ομοιόμορφα φορτισμένων σφαιρών με αντίθετα φορτία.

