

ΦΥΣ 145 –Υπολογιστικές Μέθοδοι στη Φυσική

4^η Εργασία

Επιστροφή: 25/02/21 πριν τις 17:00

Υπενθύμιση: Οι εργασίες πρέπει να επιστρέφονται με e-mail στο fortis@ucy.ac.cy που θα στέλνεται από το πανεπιστημιακό σας λογαριασμό το αργότερο μέχρι την ημερομηνία που αναγράφεται και πριν το εργαστήριο της συγκεκριμένης ημέρας.

Ως subject του e-mail θα πρέπει να αναγράφεται την εργασία (username_phy145_hmX όπου X ο αριθμός της εργασίας)

Κάθε αρχείο που επισυνάπτετε (attach) στο e-mail σας θα πρέπει να έχει το όνομα στη μορφή username_hmX.tgz όπου username είναι το username του e-mail σας και X ο αριθμός της εργασίας. Επίσης σαν πρώτο σχόλιο μέσα σε κάθε file που περιέχει το πρόγραμμά σας θα πρέπει να αναφέρεται το ονοματεπώνυμό σας. Οι εργασίες είναι ατομικές και πανομοιότυπες εργασίες δε θα βαθμολογούνται. Για να κάνετε ένα tgz file (ουσιαστικά tar zipped file) θα πρέπει να δώσετε στο terminal την εντολή `tar -czvf username_hmX.tgz *.py` όπου py είναι όλα τα py files των προγραμμάτων σας

1. Να γράψετε ένα πρόγραμμα σε Python το οποίο βρίσκει αν 100 ακέραιοι αριθμοί που επιλέγονται τυχαία στο διάστημα [1,123456789] με την συνάρτηση *randint* του module *random* περιέχουν ένα συγκεκριμένο ψηφίο το οποίο δίνεται από το πληκτρολόγιο. Για παράδειγμα αν το επιθυμητό ψηφίο είναι το 4, και δοθεί ο αριθμός 12345678, το πρόγραμμα θα πρέπει να επιλέξει ως επιτυχή τον αριθμό που δόθηκε. Στο πρόγραμμά σας θα πρέπει να περιλαμβάνεται μία συνάρτηση με όνομα *IsSuccessful*, τύπου bool, που θα χαρακτηρίζει αν ο αριθμός περιέχει το επιθυμητό ψηφίο. Η συνάρτηση θα πρέπει να έχει δύο ορίσματα ένα για τον αριθμό που ελέγχεται και ένα για το ψηφίο το οποίο θα πρέπει να έχει ως default τιμή το 0. Θα πρέπει επίσης να υπάρχει μια συνάρτηση, *isSuccessfulStr*, η οποία ελέγχει αν ο αριθμός που δίνεται σε string μορφή περιέχει το επιθυμητό ψηφίο σε string μορφή. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να γράφει τους αριθμούς που περιέχουν το επιθυμητό ψηφίο σε κάποιο αρχείο με όνομα *SelectedNumbers.dat*.

2. Να γράψετε ένα πρόγραμμα σε Python το οποίο παίρνει έναν αριθμό στο δεκαεξαδικό σύστημα σε μορφή string, και επιστρέφει τον ισοδύναμο αριθμό στο δεκαδικό σύστημα. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να κάνει χρήση ενός dictionary για τα ψηφία του δεκαεξαδικού συστήματος στο διάστημα [10 – 15]. Υπόδειξη: Το δεκαεξαδικό σύστημα έχει βάση το 16 και τα ψηφία μιας δύναμης για το σύστημα αυτό είναι [1-9] και για τα ψηφία 10, 11, 12, 13, 14 και 15 χρησιμοποιούνται τα γράμματα A, B, C, D, E, F αντίστοιχα. Ο τύπος μετασχηματισμού από το δεκαεξαδικό στο δεκαδικό στηρίζεται στην ακόλουθη σχέση: έστω ένας *n*-ψήφιος αριθμός στο δεκαεξαδικό σύστημα: $h_{n-1}h_{n-2}h_{n-3}...h_2h_1h_0$. Ο αριθμός μετατρέπεται στο δεκαδικό σύστημα ως εξής: $h_{n-1} \times 16^{n-1} + h_{n-2} \times 16^{n-2} + \dots + h_2 \times 16^2 + h_1 \times 16^1 + h_0 \times 16^0$.

Να γράψετε το αντίστοιχο τμήμα κώδικα για την μετατροπή ενός αριθμού από το δεκαδικό σύστημα στο δεκαεξαδικό. Θα πρέπει να έχετε και τα δύο τμήματα στο ίδιο πρόγραμμα.

3. Θεωρήστε δύο αριθμούς *p* και *q* που βρίσκονται στο διάστημα $p \in [a, b]$ και $q \in [c, d]$. Το άθροισμα $p+q$ των δύο αριθμών θα περιέχεται στο διάστημα $[a + c, b + d]$. Παρακάτω αναφέρουμε τους κανόνες της άλγεβρας των διαστημάτων, π.χ. οι κανόνες πρόσθεσης, αφαίρεσης, πολλαπλασιασμού και διαίρεσης μεταξύ δύο διαστημάτων είναι:

- $p + q = [a+c, b+d]$
- $p - q = [a-c, b-d]$

- $pq = [\min(ac, ad, bc, bd), \max(ac, ad, bc, bd)]$
- $p/q = [\min(a/c, a/d, b/c, b/d), \max(a/c, a/d, b/c, b/d)]$

Για να κάνουμε τους υπολογισμούς σε ένα πρόγραμμα θα πρέπει φυσιολογικά να έχουμε έναν νέο τύπο αντικειμένων που αναφέρονται σε ποσότητες που προσδιορίζονται από τα διαστήματα. Για τον νέο αυτό τύπο θα πρέπει να υποστηρίζονται οι τελεστές *, -, /, +, σύμφωνα με τους παραπάνω κανόνες. Θα πρέπει για το σκοπό αυτό να κατασκευάσετε μια κλάση για άλγεβρα διαστημάτων με ιδιαίτερες μεθόδους για τις δράσεις των τελεστών της άλγεβρας που καθορίστηκαν παραπάνω. Χρησιμοποιώντας την κλάση αυτή, μπορείτε να προσδιορίσετε την αβεβαιότητα (σφάλμα) ενός μεγέθους η τιμή του οποίου εξάγεται από άλλα μεγέθη που μετρούνται με κάποια αβεβαιότητα. Δηλαδή η τιμή τους βρίσκεται σε κάποιο διάστημα τιμών ως προς τη μέση τιμή και το εύρος του διαστήματος καθορίζεται από το σφάλμα της μέτρησης. Στη συγκεκριμένη περίπτωση θα πρέπει να υπολογίσετε την αβεβαιότητα:

(α) Της επιτάχυνσης της βαρύτητας g που δίνεται από τη σχέση: $g = 2y_0 t^{-2}$. Θεωρήστε ότι ο χρόνος έχει αβεβαιότητα 10% στο διάστημα: $T = [T_m \cdot 0.95, T_m \cdot 1.05]$ για $T_m = 0.45$ και η θέση έχει 2% αβεβαιότητα στο y_0 στο διάστημα $y_0 = [0.99, 1.01]$.

(β) Του όγκου της σφαίρας, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, θεωρώντας 20% αβεβαιότητα στην μέτρηση της ακτίνας R , όπου R είναι στο διάστημα $[0.9R_m, 1.1R_m]$ με $R_m = 6$.

4. Στην άσκηση αυτή θα πρέπει να δημιουργήσετε την κλάση *Polynomial*. Οι συντελεστές του πολυωνύμου (οι σταθερές που πολλαπλασιάζουν τα x) μπορούν να δοθούν στον constructor της κλάσης ως μια list. Ο δείκτης θέσης στη λίστα αυτή αντιστοιχεί στον εκθέτη του x^i όρου του πολυωνύμου. Γράφοντας επομένως *Polynomial([1,0,-1,2])* ορίζεται το πολυώνυμο: $1 \cdot x^0 + 0 \cdot x - 1 \cdot x^1 + 2 \cdot x^2$. Θα πρέπει να ορίσετε μια μέθοδο, `__add__`, για την κλάση αυτή που προσθέτει δύο πολυώνυμα. Η πρόσθεση ορίζεται ως η πράξη όπου προσθέτουμε τους συντελεστές των ίδιων των πολυωνύμων. Χρειάζεται επίσης να υπάρχει μια μέθοδος, `__call__` για τον υπολογισμό της τιμής του πολυωνύμου όταν δοθεί κάποια τιμή στο x . Ανάλογα, θα χρειαστεί να οριστεί η κλάση `__mul__` για τον πολλαπλασιασμό δύο πολυωνύμων. Αν για παράδειγμα έχουμε το πολυώνυμο $p(x) = \sum_{i=0}^M c_i x^i$ και ένα πολυώνυμο $q(x) = \sum_{j=0}^N d_j x^j$, το γινόμενο τους είναι:

$$\left(\sum_{i=0}^M c_i x^i\right) \left(\sum_{j=0}^N d_j x^j\right) = \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N c_i d_j x^{i+j}$$

Θα πρέπει να συμπληρώσετε την κλάση με 3 ακόμα μεθόδους. Την μέθοδο `__sub__` για την αφαίρεση και την μέθοδο της διαίρεσης, `__truediv__`, μεταξύ δύο πολυωνύμων. Τέλος θα πρέπει να υπάρχει μία μέθοδος, `__deriv__`, που να επιστρέφει την παράγωγο ενός πολυωνύμου που είναι επίσης ένα πολυώνυμο. Τέλος θα πρέπει να υπάρχει μια μέθοδος, `__str__`, για την εκτύπωση του πολυωνύμου που ορίζεται. Το πολυώνυμο θα εκτυπώνεται ως string. Για παράδειγμα, αν δοθεί πολυώνυμο με συντελεστές $[1,0,0,-1,-6]$ θα πρέπει να εκτυπωθεί με τη μορφή: $+1*x^0 + 0*x^1 + 0*x^2 + -1*x^3 + -6*x^4$. Ωστόσο θα πρέπει να φροντίσετε ώστε όταν ο συντελεστής είναι 0 τότε ο όρος να μην εκτυπώνεται και όταν υπάρχει όρος της μορφής $+ -$ να εκτυπώνεται μόνο το $-$ ακολουθούμενο από τον συντελεστή. Επίσης όταν ο συντελεστής είναι 1 να παραλείπεται ενώ για τον όρο x^0 να γράφεται μόνο ο συντελεστής. Στην παραπάνω περίπτωση θα έχουμε: $1 - x^3 - 6*x^4$. Για να το κάνετε θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε την μέθοδο `replace` της κλάσης string.