

## ΦΥΣ 112

### Τελική Εξέταση: 10-Δεκεμβρίου-2024

Πριν αρχίσετε συμπληρώστε τα στοιχεία σας (ονοματεπώνυμο και αριθμό ταυτότητας).

Ονοματεπώνυμο	Αριθμός Ταυτότητας
---------------	--------------------

**Απενεργοποιήστε τα κινητά σας.**

Το δοκίμιο περιέχει 6 προβλήματα της ίδιας βαρύτητας. Προσπαθήστε να απαντήσετε σε όλα τα προβλήματα όσο καλύτερα μπορείτε. Θα βαθμολογηθούν όλα τα προβλήματα και θα αφαιρεθεί αυτό με την χαμηλότερη βαθμολογία. Η μέγιστη βαθμολογία της εξέτασης είναι 150 μονάδες (30 μονάδες x 5 ασκήσεις).

ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΣΤΕ ΜΟΝΟ ΤΙΣ ΣΕΛΙΔΕΣ ΠΟΥ ΣΑΣ ΔΙΝΟΝΤΑΙ ΚΑΙ ΜΗΝ ΚΟΨΕΤΕ ΟΠΟΙΑΔΗΠΟΤΕ ΣΕΛΙΔΑ

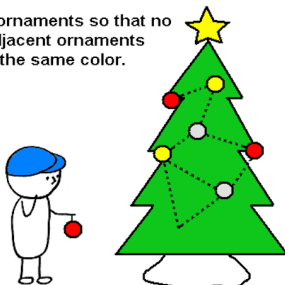
**Η διάρκεια της εξέτασης είναι 3-ώρες. Καλή Επιτυχία !**



**Καλές Γιορτές**

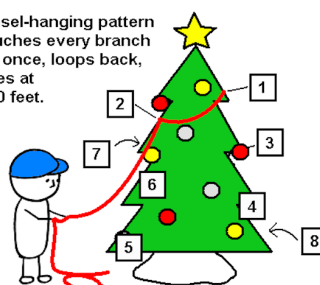
Gold, silver, and red Christmas tree ornaments.

Hang ornaments so that no two adjacent ornaments share the same color.

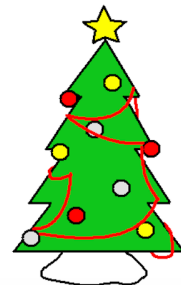


30 feet of tinsel.

Find tinsel-hanging pattern that touches every branch exactly once, loops back, and uses at most 30 feet.



Nailed it.



<b>Άσκηση</b>	<b>Βαθμός</b>
1 <sup>η</sup> (25μ)	
2 <sup>η</sup> (25μ)	
3 <sup>η</sup> (25μ)	
4 <sup>η</sup> (25μ)	
5 <sup>η</sup> (25μ)	
6 <sup>η</sup> (25μ)	
<b>Σύνολο</b>	

## Τύποι που μπορούν να φανούν χρήσιμοι

### Ηλεκτροστατική:

$$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad V = \frac{U}{q_0} \quad \text{σημειακό φορτίο: } \vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}, \quad V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\text{διπολική ροπή: } \vec{p} = q\vec{L} \quad \text{ροπή σε δίπολο: } \vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \quad \text{δυν. ενέργεια: } U = -\vec{p} \cdot \vec{E} + U_0$$

$$U_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad W_E = -\Delta U = -W_{E\xi}. \quad \text{συνεχής κατανομή: } E = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

$$\phi = \int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA \quad \phi_{tot} = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \frac{Q_{\epsilon\sigma}}{\epsilon_0} \quad \text{ασυνέχεια: } E_{n+} - E_{n-} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\text{Πεδίο άπειρης γραμμικής κατανομής: } E_R = \frac{2k\lambda}{R} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{R}$$

$$\text{Πεδίο στον άξονα φορτισμένου δακτυλίου: } E_z = \frac{kQz}{(z^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$\text{Πεδίο στον άξονα φορτισμένου δίσκου: } E_z = \text{sign}(z) \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{R^2}{z^2} \right)^{1/2} \right]$$

$$\text{Πεδίο επιπέδου άπειρων διαστάσεων: } E_z = \text{sign}(z) \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\text{Πεδίο λεπτού σφαιρικού κελύφους: } \begin{aligned} E_r &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} & r > R \\ E_r &= 0 & r < R \end{aligned}$$

$$\text{Διαφορά δυναμικού: } \Delta V = V_b - V_a = \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

### Χωρητικότητα:

$$C = \frac{Q}{V} \quad \text{Επίπεδος Πυκνωτής: } C = \frac{\epsilon_0 A}{d}, \quad V = Ed \quad U_C = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$\text{Συνδεσμολογία: παράλληλη: } C_P = C_1 + C_2 + \dots \quad \text{Σε σειρά: } \frac{1}{C_S} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

$$\text{Χωρητικότητα σφαιρικού αγωγού: } C = 4\pi\epsilon_0 R \quad \text{κυλινδρικού: } C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(R_2/R_1)}$$

$$\text{Διηλεκτρικά: } C_k = kC_0 \quad \text{διαπερατότητα: } \epsilon = k\epsilon_0 \quad \text{ηλεκτρικό πεδίο: } E = \frac{E_0}{k}$$

### Αντίσταση:

$$R = \frac{V}{I} \quad I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad R = \frac{\rho L}{A} \quad I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = qnAv_d \quad \vec{J} = qn\vec{v}_d$$

$$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

Συνδεσμολογία: παράλληλη:  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$  σειρά:  $R = R_1 + R_2 + \dots$

### Κυκλώματα:

$$\sum \Delta V = 0 \quad \sum I_{\epsilon\iota\sigma.} = \sum I_{\epsilon\xi.}$$

$$q(t) = q_{\infty}(1 - e^{-t/\tau}) \quad q(t) = q_0 e^{-t/\tau} \quad I(t) = I_0 e^{-t/\tau} \quad \tau = RC$$

### Μαγνητισμός

Μαγνητική δύναμη: σε φορτίο:  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$  σε στοιχείο ρεύματος:  $\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$

Μαγνητική διπολική ροπή βρόχου:  $\vec{\mu} = NIA\hat{n}$ , ροπή:  $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

Δυναμική ενέργεια μαγνητικού διπόλου:  $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

Μαγνητικό πεδίο φορτίου:  $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$  Νόμος Biot-Savart:  $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$

Μαγνητικό πεδίο στον άξονα βρόχου ρεύματος:  $B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$

Μαγνητικό πεδίο ευθύγραμμου αγωγού:  $B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} (\sin\theta_1 - \sin\theta_2)$

Μαγνητικό πεδίο τοροειδούς:  $B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$

Νόμος Gauss στον μαγνητισμό:  $\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot \hat{n} dA = \oint_S B_n dA = 0$

Νόμος του Ampere:  $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_C B_t dl = \mu_0 I_{encl.}$

Μαγνητική ροή:  $\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dA$

Μαγνητική ροή από ρεύμα σε κύκλωμα:  $\Phi_m = LI$

Μαγνητική ροή από δύο ρεύματα σε κύκλωμα:  $\Phi_{m_1} = L_1 I_1 + M I_2$  και  $\Phi_{m_2} = L_2 I_2 + M I_1$

Νόμος του Faraday:  $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$  και  $\mathcal{E} = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l}$  ράβδος:  $|\mathcal{E}| = Bvl$

Αυτεπαγωγή:  $\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$  συντελεστής αυτεπαγωγής:  $L = \frac{\Phi_m}{I}$  πηνίου:  $\mu_0 n^2 Al$

Αμοιβαία επαγωγή:  $M = \frac{\Phi_{m21}}{I_1} = \frac{\Phi_{m12}}{I_2}$

Μαγνητική ενέργεια σε πηνίο:  $U_L = \frac{1}{2} LI^2$  και πυκνότητα ενέργειας:  $u_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$

### Σταθερές και μετατροπές μονάδων:

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{Nm}^2 \quad K_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \text{ C} / \text{Nm}^2$$

$$e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C} \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A} = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N} / \text{A}^2$$

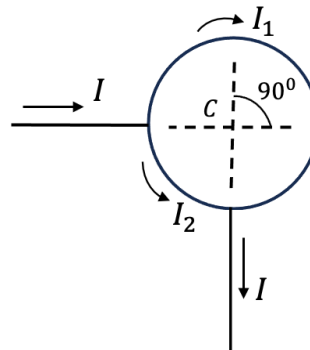
**Αναλυτικά προβλήματα – Σύνολο 150 μονάδες**

**Άσκηση 1** [30μ]

Ένα ομογενές σύρμα είναι λυγισμένο σε σχήμα κυκλικού βρόχου ακτίνας  $R$ . Δύο μακριά ευθύγραμμα σύρματα είναι συνδεδεμένα με το βρόχο όπως στο σχήμα.

(Α) Αν το συνολικό ρεύμα το οποίο διαρρέει τα δύο ευθύγραμμα σύρματα είναι  $I$  και με την διεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα, προσδιορίστε τον λόγο  $I_1/I_2$  των ρευμάτων στα δύο τμήματα του βρόχου. [12μ]

(Β) Προσδιορίστε το διάνυσμα του συνολικού μαγνητικού πεδίου που παράγεται από τα ρεύματα στο κέντρο  $C$  του βρόχου. [18μ]



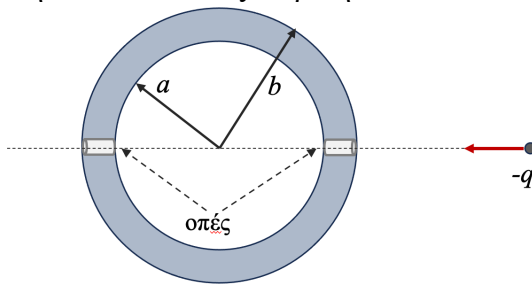
## Άσκηση 2 [30μ]

Ένα σφαιρικό κέλυφος από αγώγιμο υλικό έχει εσωτερική ακτίνα  $a$  και εξωτερική ακτίνα  $b$ . Το κέλυφος έχει συνολικό φορτίο  $+Q$ . Η συντεταγμένη  $r$  μετρά την απόσταση από το κέντρο του κελύφους.

(Α) Προσδιορίστε το ηλεκτρικό πεδίο  $\vec{E}$ , παντού στο χώρο. Σχεδιάστε το  $\vec{E}(r)$  συναρτήσει της  $r$ . [5μ]

(Β) Προσδιορίστε το ηλεκτροστατικό δυναμικό  $V$ , παντού στο χώρο. Σχεδιάστε το  $V(r)$  συναρτήσει της  $r$ . [5μ]

(Γ) Προσδιορίστε την ηλεκτροστατική πυκνότητα ενέργειας,  $u_E$ , παντού στο χώρο. Ολοκληρώστε την ηλεκτροστατική πυκνότητα ενέργειας,  $u_E$ , ως προς όλο το χώρο και προσδιορίστε την ολική ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στο ηλεκτρικό πεδίο. [8μ]



Υποθέστε τώρα ότι ανοίγουμε δύο μικρές οπές στο κέλυφος κατά μήκος της οριζόντιας διαμέτρου του. Οι τρύπες είναι αρκετά μικρές ώστε το ηλεκτρικό πεδίο να μην αλλάζει ιδιαίτερα. Ένα μικρό αρνητικό φορτίο  $-q$  αφήνεται από την ηρεμία και απόσταση  $2b$  από το κέντρο του κελύφους να κινηθεί προς το κέλυφος. Το φορτίο  $-q$  περνά από τη μία οπή, το κέντρο του κελύφους και την άλλη οπή και εξέρχεται από την άλλη πλευρά.

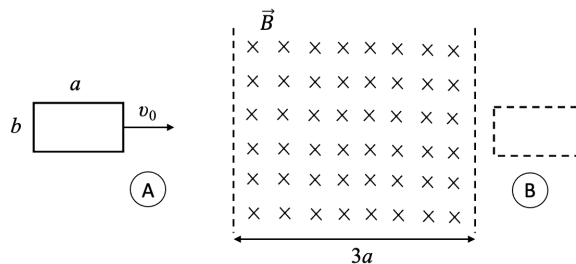
(Δ) Προσδιορίστε την ταχύτητα με την οποία κινείται το φορτίο  $-q$  όταν φθάνει στην επιφάνεια του κελύφους στη θέση  $r = b$ . [7μ]

(Ε) Τι επιτάχυνση ασκείται στο φορτίο  $-q$  στην περιοχή  $r < b$ ; Ποια είναι η ταχύτητά του όταν εξέρχεται από την άλλη πλευρά του κελύφους; [2μ]

(ΣΤ) Περιγράψτε ποιοτικά την κίνηση που θα εκτελέσει το φορτίο  $-q$  όταν θα εξέλθει από την άλλη πλευρά του κελύφους. [4μ]

### Άσκηση 3 [30μ]

Ένα επίπεδο ορθογώνιο συρμάτινο πλαίσιο έχει συνολική μάζα  $m$  και μήκη πλευρών  $a$  και  $b$  όπως στο σχήμα. Η συνολική αντίσταση του πλαισίου είναι  $R$ . Το πλαίσιο κινείται πάνω σε λεία επιφάνεια (το επίπεδο της σελίδας) προς μια περιοχή πλάτους  $3a$  που περιέχει ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο  $B$  το οποίο έχει κατεύθυνση προς το εσωτερικό της σελίδας. Το πλαίσιο εισέρχεται στην περιοχή του μαγνητικού πεδίου με αρχική ταχύτητα  $v_0$ . Περνά από την περιοχή του μαγνητικού πεδίου και εξέρχεται από την άλλη πλευρά.



(Α) Εξηγήστε αναλυτικά, αν το πλαίσιο επιταχύνεται ή επιβραδύνεται καθώς εισέρχεται στην περιοχή του μαγνητικού πεδίου. [5μ]

(Β) Προσδιορίστε την αρχική επιτάχυνση του βρόχου καθώς εισέρχεται στο μαγνητικό πεδίο. Η επιτάχυνση αυτή είναι σταθερή καθώς το πλαίσιο κινείται προς το εσωτερικό του μαγνητικού πεδίου; Εξηγήστε. [6μ]

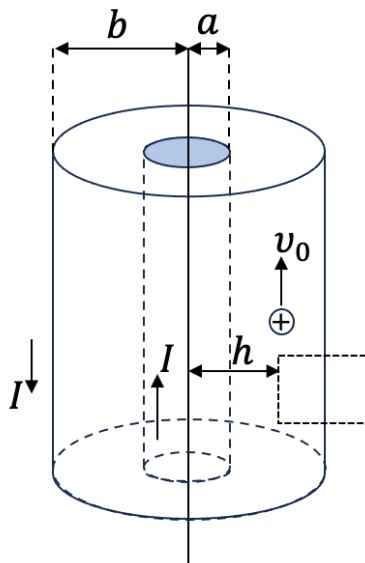
(Γ) Ο βρόχος επιταχύνεται ή επιβραδύνεται καθώς αρχίζει να εξέρχεται από την περιοχή του μαγνητικού πεδίου; Εξηγήστε αναλυτικά. [5μ]

(Δ) Σχεδιάστε ποιοτικά την ταχύτητα του πλαισίου συναρτήσει του χρόνου καθώς ο βρόχος κινείται από τη θέση Α στη θέση Β που φαίνονται στο σχήμα. [7μ]

(Ε) Προσδιορίστε το συνολικό φορτίο  $Q$  το οποίο διέρχεται από ένα σημείο στο σύρμα του πλαισίου από τη στιγμή που το πλαίσιο αρχίζει να εισέρχεται στην περιοχή του μαγνητικού πεδίου έως ότου βρίσκεται πλήρως στο χώρο του πεδίου. [7μ]

#### Άσκηση 4 [30μ].

Θεωρήστε ένα μακρύ ομοαξονικό καλώδιο, το οποίο αποτελείται από ένα μακρύ ευθύγραμμο κυλινδρικό σύρμα αμελητέας αντίστασης και ακτίνας  $a$ , και από ένα εξωτερικό κυλινδρικό αγωγό ακτίνας  $b$ , αμελητέας αντίστασης, και αμελητέου πάχους. Ο εσωτερικός αγωγός διαρρέεται από σταθερό ρεύμα έντασης  $I$  με κατεύθυνση όπως φαίνεται στο σχήμα (προς τα πάνω), και είναι κατανεμημένο ομοιόμορφα σε όλη τη διατομή του. Ο εξωτερικός αγωγός διαρρέεται επίσης από ρεύμα της ίδιας έντασης  $I$  αλλά αντίθετης κατεύθυνσης όπως φαίνεται στο σχήμα (προς τα κάτω) το οποίο είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο στην περιφέρειά του.



(Α) Προσδιορίστε το μέτρο και τη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου συναρτήσει της ακτινικής απόστασης,  $r$ , από τον άξονα του καλωδίου. Σχεδιάστε το μέτρο του μαγνητικού πεδίου συναρτήσει του  $r$  για  $0 < r < 2b$ . Περιγράψτε αναλυτικά τη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου. [8 μ]

(Β) Αν ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο κινείται αρχικά παράλληλα προς το σύρμα με ταχύτητα  $v_0$  και κατά την κατεύθυνση του ρεύματος στο σύρμα, σχεδιάστε ποιοτικά την τροχιά που θα διαγράψει το σωματίδιο, υποθέτοντας ότι η ταχύτητα  $v_0$  είναι αρκετά μικρή ώστε το σωματίδιο να μη χτυπήσει ούτε στον εσωτερικό ή στον εξωτερικό αγωγό. Περιγράψτε την κίνηση ποιοτικά και εξηγήστε την απάντησή σας. [8μ]

(Γ) Αν αντί για σταθερή ένταση ρεύματος, η ένταση του ρεύματος  $I$  αύξανε με τον χρόνο έτσι ώστε  $dI/dt = K$  (όπου  $K$  θετική σταθερά), προσδιορίστε το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου (κατεύθυνση και μέτρο) στο σημείο  $P$ , το οποίο βρίσκεται σε απόσταση  $h$  από τον άξονα του καλωδίου. (Υπόδειξη: θεωρήστε τη ροή του μαγνητικού πεδίου που διαπερνά την επιφάνεια που ορίζεται από την διακεκομμένη διαδρομή που φαίνεται στο σχήμα). [14μ]



### Άσκηση 5 [30μ]

#### (Κύκλωμα Ι)

Στο κύκλωμα του διπλανού σχήματος, ο διακόπτης ήταν ανοικτός για πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ο διακόπτης κλείνει και ανοίγει και πάλι μετά από  $2s$ .

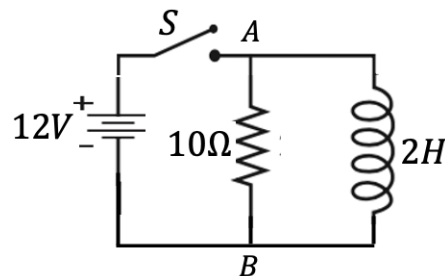
(Α) Σχεδιάστε το γράφημα της του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη  $R$  και του ρεύματος που διαρρέει την επαγωγή  $L$  ως προς τον χρόνο  $t$  για το χρονικό διάστημα  $0 < t < 2s$ .

Σημειώστε στους άξονες  $x$  και  $y$  κατάλληλα σημεία έτσι ώστε τα γραφήματά σας να είναι ποσοτικά. [6μ]

(Β) Γράψτε μια εξίσωση για την ισχύ που προσφέρει η μπαταρία συναρτήσει του χρόνου στο χρονικό διάστημα  $0 < t < 2s$ . [3μ]

(Γ) Προσδιορίστε τη διαφορά δυναμικού ( $V_A - V_B$ ) αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη τη χρονική στιγμή  $t = 2s$ . Εξηγήστε το πρόσημο της απάντησής σας. [4μ]

(Δ) Κάντε το γράφημα του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη ακριβώς μετά το άνοιγμα του διακόπτη τη χρονική στιγμή  $t = 2s$ . [2μ]



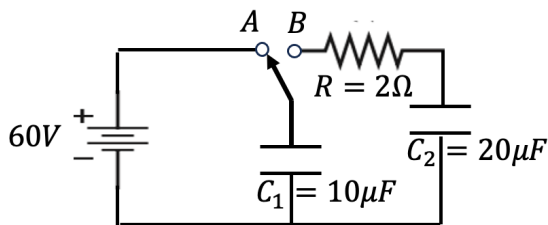
#### (Κύκλωμα ΙΙ)

Στο κύκλωμα του διπλανού σχήματος, ο διακόπτης  $S$  βρίσκεται στη θέση  $A$  για μεγάλο χρονικό διάστημα πριν μετακινηθεί στην θέση  $B$  τη χρονική στιγμή  $t = 0$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ο πυκνωτής  $C_2$  είναι αφόρτιστος.

(Α) Προσδιορίστε το φορτίο στον πυκνωτή  $C_1$  πριν τη χρονική στιγμή  $t = 0$ . [3μ]

(Β) Προσδιορίστε το φορτίο σε κάθε πυκνωτή πολύ αργότερα αφού ο διακόπτης έχει μετακινηθεί στη θέση  $B$  ( $t = +\infty$ ). [6μ]

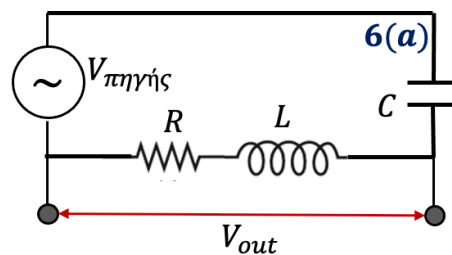
(Γ) Προσδιορίστε την ενέργεια που καταναλώθηκε στην αντίσταση κατά την ανακατανομή των φορτίων μεταξύ του πυκνωτή  $C_1$  και  $C_2$ . [6μ]



### Άσκηση 6 [30μ]

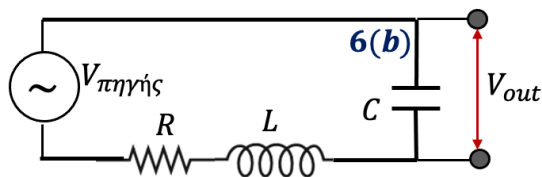
Το διπλανό σχήμα δείχνει ένα κύκλωμα φίλτρου συχνοτήτων. Η τάση εξόδου του φίλτρου λαμβάνεται από τα άκρα της συνδυασμού των στοιχείων  $L - R$  όπως φαίνεται στο σχήμα.

(Α) Βρείτε μια σχέση για  $V_{out}/V_{πηγής}$ , τον λόγο του πλάτους της τάσης εξόδου προς το πλάτος της τάσης της πηγής, συναρτήσει της γωνιακής συχνότητας  $\omega$  της πηγής. [8μ]



(Β) Δείξτε ότι όταν η γωνιακή συχνότητα  $\omega$ , είναι μικρή ο λόγος αυτός των τάσεων είναι ανάλογος της γωνιακής συχνότητας  $\omega$  και επομένως ο λόγος είναι μικρός και όταν  $\omega \rightarrow \infty$  τότε ο λόγος των τάσεων προσεγγίζει τη μονάδα, δηλαδή  $\frac{V_{out}}{V_{πηγής}} \rightarrow 1.0$ . [9μ]

(Γ) Υποθέστε τώρα ότι παίρνετε την τάση εξόδου από τα άκρα του πυκνωτή  $C$  όπως φαίνεται στο Σχήμα 6β. Βρείτε και πάλι μια σχέση για τον λόγο του πλάτους της τάσης εξόδου προς το πλάτος της τάσης της πηγής,  $V_{out}/V_{πηγής}$ , συναρτήσει και πάλι



της γωνιακής συχνότητας  $\omega$  της τάσης της πηγής. Δείξτε ότι όταν η γωνιακή συχνότητα  $\omega$  είναι μεγάλη, ο λόγος αυτός είναι πολλαπλάσιο του  $1/\omega^2$  και επομένως ο λόγος των τάσεων είναι πολύ μικρός. [9μ]

(Δ) Δείξτε ότι για το κύκλωμα όπως τροποποιήθηκε σύμφωνα με το Σχήμα 6β, ο λόγος των τάσεων  $\frac{V_{out}}{V_{πηγής}} \rightarrow 1$  καθώς  $\omega \rightarrow 0$ . Όπως θα έχετε ανακαλύψει, το κύκλωμα του Σχήματος 6α επιτρέπει να περάσουν οι υψηλές συχνότητες ενώ το κύκλωμα του Σχήματος 6β επιτρέπει να περάσουν οι χαμηλές συχνότητες. [6μ]