

ΦΥΣ. 112

4^ο ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Επιστροφή 03.11.2023

1. Δείξτε ότι η ακτίνα της τροχιάς ενός φορτισμένου σωματιδίου σε ένα κύκλοτρο είναι ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας του αριθμού των περιστροφών που έχει πραγματοποιήσει το σωματίδιο.

Από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε: $qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB} \quad (1)$

Η κινητική ενέργεια του σωματιδίου είναι: $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_{kin}}{m}} \quad (2)$

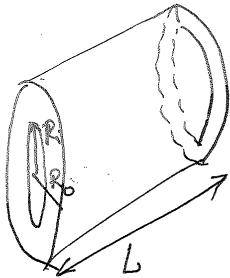
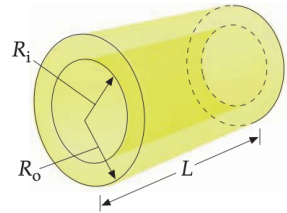
Σε κάθε περιστροφή το σωματίδιο κερδίζει το ίδιο ποσό ενέργειας:

Επομένως η κινητική ενέργεια θα είναι $E_{kin} = N E_{acc} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2N E_{acc}}{m}}$

Αντικαθιστώντας στην (1) θα δώσει: $R = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2N E_{acc}}{m}} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{2Nm E_{acc}}{q^2 B^2}}$

Επομένως: $R = \underbrace{\left(\sqrt{\frac{2m E_{acc}}{q^2 B^2}} \right)}_{const} \sqrt{N} \Rightarrow \underline{\underline{R \propto \sqrt{N}}}$

2. Ένας ομοιόμορφα φορτισμένος μη αγώγιμος κυλινδρικός φλοιός όπως στο διπλανό σχήμα, έχει μήκος L και εσωτερική ακτίνα μήκους R_i και εξωτερική ακτίνα μήκους R_o αντίστοιχα ενώ η πυκνότητα φορτίου είναι ρ . Ο φλοιός περιστρέφεται με γωνιακή συχνότητα ω ως προς τον άξονά του. Βρείτε την μαγνητική ροπή του κυλινδρικού φλοιού.



Θεωρούμε ένα φάσμα των κελυφδών το οποίο έχει φορτίο dq και περιβάλλεται σε πάχος dr .

Η μαγνητική ροπή του φορτίου αυτού θα είναι:

$$d\mu = A dI = \pi r^2 dI \quad (1)$$

Το φορτίο $dq = 2\pi L \rho r dr$ όπου ρ η πυκνότητα φορτίου και $2\pi r dr L$ ο στοιχειώδης όγκος

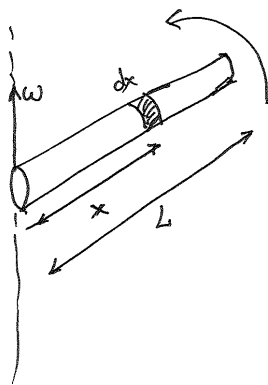
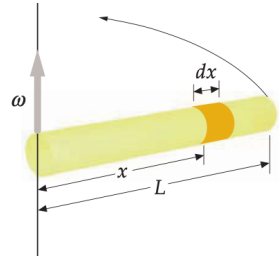
Το ρεύμα που αντιστοιχεί στο φορτίο αυτό θα είναι: $dI = \frac{\omega}{2\pi} dq = \frac{\omega}{2\pi} (2\pi L \rho r dr) \Rightarrow$
 $\Rightarrow dI = L \rho r \omega dr \quad (2)$

Αντικαθιστούμε στην (2) στην (1) θα έχουμε: $d\mu = \pi r^2 L \rho r \omega dr = \pi r^3 L \rho \omega dr$

Ολοκληρώνουμε από R_i έως R_o και θα έχουμε:

$$\mu = L \pi \rho \omega \int_{R_i}^{R_o} r^3 dr \Rightarrow \mu = \frac{1}{4} L \pi \rho \omega (R_o^4 - R_i^4) \Rightarrow \vec{\mu} = \frac{1}{4} L \pi \rho (R_o^4 - R_i^4) \vec{\omega}$$

3. Μία ομογενής μη αγώγιμη ράβδος μάζας m και μήκους L είναι ομοιόμορφα φορτισμένη με πυκνότητα φορτίου λ και περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω ως προς άξονα που περνά από το ένα άκρο της και είναι κάθετος στην ράβδο. (α) Θεωρήστε ένα μικρό τμήμα της ράβδου μήκους dx με φορτίο $dq = \lambda dx$ σε απόσταση r από τον άξονα περιστροφής, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Δείξτε ότι το μέσο ρεύμα που δημιουργείται από αυτό το ευθύγραμμο τμήμα ισούται με $\omega dq / (2\pi)$. Δείξτε επίσης ότι η μαγνητική ροπή αυτού του τμήματος δίνεται από τη σχέση $\frac{1}{2} \lambda \omega r^2 dx$. (β) Χρησιμοποιήστε το αποτέλεσμα αυτό για να δείξετε ότι η ολική μαγνητική ροπή της ράβδου ισούται με $\frac{1}{6} \lambda \omega L^3$. (γ) Δείξτε ότι η μαγνητική ροπή $\vec{\mu}$ και η στροφορμή \vec{L} της ράβδου σχετίζονται με τη σχέση $\vec{\mu} = \frac{1}{2} \frac{Q}{m} \vec{L}$, όπου Q είναι το ολικό φορτίο της ράβδου.



(α) Η μαγνητική ροπή ενός στοιχειώδους περιστρεφόμενου τμήματος θα είναι: $d\mu = A dI$ (1)

Η επιφάνεια που περικλείεται από το περιστρεφόμενο στοιχειώδες τμήμα θα είναι: $A = \pi x^2$ (2)

$$\text{Αλλά το } dI = \frac{dq}{\Delta t} = \frac{\lambda dx}{\Delta t} = \frac{\lambda dx}{T} = \frac{\lambda dx}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{\lambda \omega dx}{2\pi} \quad (3)$$

Αντικαθιστώντας στην (1) της (2) και (3) θα δώσει:

$$d\mu = \pi x^2 \frac{\lambda \omega dx}{2\pi} \Rightarrow d\mu = \frac{\lambda \omega}{2} x^2 dx$$

(β) Ολοκληρώνουμε από $x=0$ έως $x=L$ οπότε:

$$\mu = \int_0^L d\mu = \frac{\lambda \omega}{2} \int_0^L x^2 dx = \frac{\lambda \omega}{2} \frac{L^3}{3} \Rightarrow \mu = \frac{1}{6} \lambda \omega L^3$$

(γ) Η στροφορμή δίνεται από τη σχέση: $L = I \omega$

Η ροπή αδράνειας ράβδου μήκους L που στρέφεται ως προς άξονα που περνά από το ένα άκρο της και είναι κάθετος στη ράβδο, δίνεται από τη σχέση: $I = \frac{m L^2}{3}$

$$\text{Επομένως: } \mu = \frac{1}{2} \lambda \cdot \left(\frac{1}{3} \omega L^2 \right) \cdot L \quad \text{Θα πάρει } L = \frac{m L^2}{3} \Rightarrow$$

$$\text{Αλλά } \lambda L = Q \text{ οπότε θα έχουμε: } \mu = \frac{1}{2} \frac{Q}{m} L \Rightarrow \underline{\underline{\vec{\mu} = \frac{1}{2} \frac{Q}{m} \vec{L}}}$$

4. Ένας μακρόστενος ραβδόμορφος μαγνήτης έχει μαγνητική ροπή $\vec{\mu}$ παράλληλη με τον μακρύ άξονά του και αιωρείται κρεμασμένος από το μέσο του σαν μια μαγνητική βελόνα. Όταν ο μαγνήτης τοποθετείται σε περιοχή με οριζόντιο μαγνητικό πεδίο \vec{B} , τότε ευθυγραμμίζεται με το μαγνητικό πεδίο. Αν ο μαγνήτης εκτραπεί κατά μία γωνία θ , δείξτε ότι θα αρχίσει να ταλαντώνεται ως προς τη θέση ισορροπίας του με συχνότητα $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu B}{I}}$, όπου I είναι η ροπή αδράνειας του μαγνήτη ως προς το σημείο εξάρτησής της.

Η ροπή που ασκείται στον μαγνήτη θα είναι: $\tau = -\mu B \sin \theta$ όπου μ η μαγνητική ροπή και B το μαγνητικό πεδίο, ενώ το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι η ροπή ενεργεί με τέτοιο τρόπο ώστε να ευθυγραμμίζει τον μαγνήτη με το μαγνητικό πεδίο. Ξέρουμε ότι $\tau = I \alpha$ όπου I η ροπή αδράνειας της ράβδου και α η γωνιακή επιτάχυνση, την οποία μπορούμε να γράψουμε: $\alpha = \frac{d^2 \theta}{dt^2}$

Θα έχουμε: $\tau = I \alpha = -\mu B \sin \theta \Rightarrow I \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\mu B \sin \theta$ } $\Rightarrow I \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\mu B \theta$

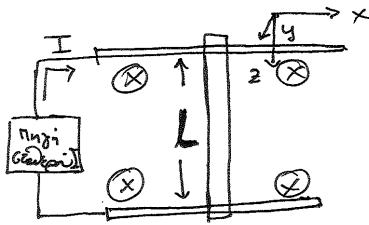
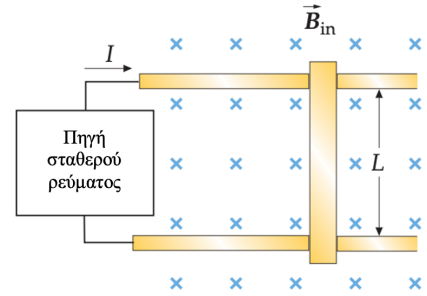
Θεωρώντας μικρή γωνία απόκλισης: $\sin \theta \approx \theta$

Η τελευταία εξίσωση έχει τη μορφή του νόμου του Hook και επομένως μπορούμε

να γράψουμε: $\frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\frac{\mu B}{I} \theta = -\omega^2 \theta$ οπότε η γωνιακή συχνότητα θα είναι:

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu B}{I}} = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu B}{I}}$$

5. Μία μεταλλική ράβδος μάζας m κινείται σε παράλληλες λείες και αγωγίμες ράγες που βρίσκονται σε απόσταση L μεταξύ τους. Οι ράγες συνδέονται με μία πηγή παρέχει σταθερό ρεύμα I στο κύκλωμα όπως φαίνεται στο σχήμα. Το κύκλωμα βρίσκεται σε περιοχή ομογενούς μαγνητικού πεδίου \vec{B} η διεύθυνση του οποίου είναι κατακόρυφα προς τα κάτω (προς το εσωτερικό της σελίδας). Η ράβδος ξεκινά από την κατάσταση της ηρεμίας την χρονική στιγμή $t = 0$. (α) Προς ποια κατεύθυνση θα αρχίσει να κινείται η ράβδος; (β) Δείξτε ότι τη χρονική στιγμή t η ράβδος έχει αποκτήσει ταχύτητα $v = (BIL/m)t$. Υποθέστε τώρα ότι το σύστημα είναι κεκλιμένο προς τα πάνω ώστε να σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση. Η πηγή του ρεύματος είναι συνδεδεμένη με το χαμηλότερο τμήμα των ραγών. Το μαγνητικό πεδίο εξακολουθεί να έχει κατεύθυνση κατακόρυφα προς τα κάτω. (γ) Ποια είναι η ελάχιστη τιμή του μαγνητικού πεδίου ώστε η ράβδος να μην κινηθεί προς το χαμηλότερο τμήμα της διάταξης; (δ) Ποια είναι η επιτάχυνση της ράβδου αν το μαγνητικό πεδίο είναι διπλάσιο της τιμής που βρήκατε στο υποερώτημα (γ);



(α) Εφαρμόζοντας την αρχή που δίνει τη δύναμη που αναπτύσσεται σε ρεύμα σε μαγνητικό πεδίο:

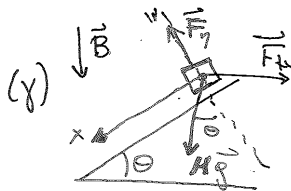
$$\vec{F}_{\text{mag}} = I \vec{\ell} \times \vec{B} \quad \text{η δύναμη θα έχει φορά προς τα δεξιά}$$

Αυτό μπορούμε να το βρούμε αν θεωρήσουμε ότι: $\vec{\ell} = \ell \hat{j}$ και $\vec{B} = B \hat{k}$

$$\text{οπότε: } \vec{F}_{\text{mag}} = I \ell \hat{j} \times B \hat{k} = I \ell B \hat{j} \times \hat{k} \Rightarrow \vec{F}_{\text{mag}} = \underline{\underline{BIL \hat{i}}}$$

(β) Η ράβδος ξεκινά από ηρεμία και κινείται με σταθερή επιτάχυνση προς τα δεξιά

$$\text{Επομένως: } v = v_0 + at \Rightarrow v = at = \frac{F_{\text{mag}}}{m} t \Rightarrow v = \underline{\underline{\frac{BIL}{m} t}}$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow mg \sin \theta - BIL \cos \theta = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = \frac{mg \sin \theta}{I L \cos \theta} = \frac{mg}{I L} \tan \theta \Rightarrow \vec{B} = -\frac{mg}{I L} \tan \theta \hat{i}_v$$

όπου \hat{i}_v : κατακόρυφο
διάνυσμα που
κατακόρυφο δείχνει

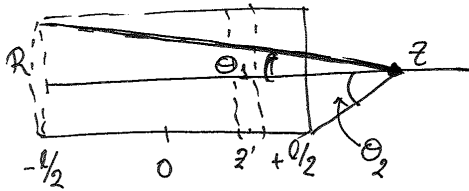
(δ) Από τον 2° νόμο του Νεύτωνα: $B'IL \cos \theta - mg \sin \theta = ma \Rightarrow$

$$\Rightarrow a = \frac{I L B' \cos \theta - mg \sin \theta}{m} \Rightarrow a = \frac{2 I L \frac{mg}{I L} \tan \theta \cos \theta - mg \sin \theta}{m}$$

$$\Rightarrow a = 2g \sin \theta - g \sin \theta \Rightarrow \underline{\underline{a = g \sin \theta}} \quad \text{με διεύθυνση προς τα πάνω}$$

6. Ένα σωληνοειδές έχει n περιελίξεις ανά μονάδα μήκους, ακτίνα R και διαρρέεται από ρεύμα I . Ο άξονάς του συμπίπτει με τον z -άξονα, με το ένα άκρο του στη θέση $z = -l/2$ και το άλλο άκρο του στη θέση $z = +l/2$. Δείξτε ότι το μέτρο του μαγνητικού πεδίου σε ένα σημείο στον z -άξονα δίνεται από τη σχέση $B = \frac{1}{2} \mu_0 n I (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$, όπου οι γωνίες σχετίζονται με τη

γεωμετρία μέσω των $\cos \theta_1 = \frac{(z + \frac{l}{2})}{\sqrt{(z + \frac{l}{2})^2 + R^2}}$ και $\cos \theta_2 = \frac{(z - \frac{l}{2})}{\sqrt{(z - \frac{l}{2})^2 + R^2}}$.



Το πεδίο στο σημείο z έρχο από το σωληνοειδές μπορεί να βρεθεί, αθροίζοντας τα μαγνητικά πεδία που δημιουργούν στοιχειώδη τμήματα του σωληνοειδούς με πάχος dz' στο σημείο z .

Το στοιχειώδες (ολοκληρωμένο) θα είναι από $z = \frac{l}{2}$, $z = -\frac{l}{2}$

Επομένως το στοιχειώδες πεδίο θα είναι:
$$dB = \frac{\mu_0 2\pi R^2 I n}{4\pi [(z-z')^2 + R^2]^{3/2}} dz'$$

$$\Rightarrow \int_{-l/2}^{+l/2} dB = \frac{\mu_0 2\pi R^2 I n}{2} \int_{-l/2}^{+l/2} \frac{dz'}{[(z-z')^2 + R^2]^{3/2}}$$

όπου έχουμε θεωρήσει ότι το τμήμα του σωληνοειδούς στο z' με πάχος dz' είναι ένα σωληνοειδές με πάχος ndz'

Επομένως:
$$B_z = \frac{\mu_0 n R^2 I}{2} \int_{-l/2}^{+l/2} \frac{dz'}{[(z-z')^2 + R^2]^{3/2}} = \frac{\mu_0 n R^2 I}{2} \left[\frac{z+l/2}{R\sqrt{(z+l/2)^2 + R^2}} - \frac{z-l/2}{R\sqrt{(z-l/2)^2 + R^2}} \right]$$

$$\Rightarrow B_z = \frac{\mu_0 n I}{2} \left[\frac{z+l/2}{\sqrt{(z+l/2)^2 + R^2}} - \frac{z-l/2}{\sqrt{(z-l/2)^2 + R^2}} \right] \quad (A)$$

Από το παραπάνω σχήμα έχουμε: $\cos \theta_1 = \frac{z + l/2}{\sqrt{R^2 + (z + l/2)^2}}$ και $\cos \theta_2 = \frac{z - l/2}{\sqrt{R^2 + (z - l/2)^2}}$

Αντικαθιστώντας στην (A) θα δώσει:
$$B_z = \frac{\mu_0 n I}{2} [\cos \theta_1 - \cos \theta_2]$$

7. Ένας μακρύς κυλινδρικός φλοιός έχει εσωτερική ακτίνα a και εξωτερική ακτίνα b και διαρρέεται από ρεύμα I παράλληλο προς τον κεντρικό άξονα. Υποθέστε ότι η πυκνότητα ρεύματος είναι ομοιόμορφα κατανομημένη στο υλικό του φλοιού. Βρείτε την εξίσωση του μαγνητικού πεδίου για (α) $0 < R < a$ (β) $a < R < b$ και (γ) $R > b$.

(α) Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ampere στη κυκλική διαδρομή ακτίνας $R < a$

οπότε θα έχουμε: $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_C = \mu_0 (0) = 0$

(β) Χρησιμοποιούμε το γεγονός ότι το ρεύμα είναι ομοιόμορφα κατανομημένο στην διατομή του κυλίνδρου οπότε θα έχουμε ότι το ρεύμα I' που περιβάλλεται από την κυκλική διαδρομή με ακτίνα $a < R < b$ θα δώσει:

$$\frac{I'}{\pi(R^2 - a^2)} = \frac{I}{\pi(b^2 - a^2)} \Rightarrow I' = I \frac{R^2 - a^2}{b^2 - a^2}$$

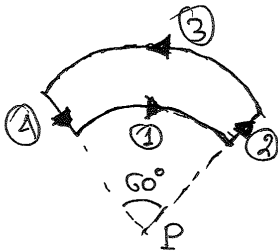
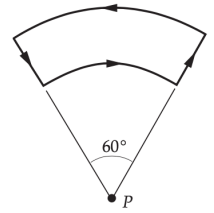
Από τον νόμο του Ampere θα έχουμε $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_C = \mu_0 I' = \mu_0 I \frac{R^2 - a^2}{b^2 - a^2}$

Επομένως $B \cdot 2\pi R = \mu_0 I \frac{R^2 - a^2}{b^2 - a^2} \Rightarrow B_{a < R < b} = \frac{\mu_0 I (R^2 - a^2)}{2\pi R (b^2 - a^2)}$

(γ) Για $R > b$ $I_C = I$ οπότε θα έχουμε: $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \Rightarrow B \cdot 2\pi R = \mu_0 I$

$$\Rightarrow B_{R > b} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

8. Ο βρόχος του διπλανού σχήματος διαρρέεται από ρεύμα $I = 8.0 \text{ A}$ με φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού. Η ακτίνα του εξωτερικού τόξου είναι 0.60 m και η ακτίνα του εσωτερικού τόξου είναι 0.40 m . Βρείτε το μαγνητικό πεδίο στο σημείο P .



Το μαγνητικό πεδίο στο σημείο P είναι η υπέρθεση των μαγνητικών πεδίων από τους 4 αγωγούς που σχηματίζουν την διαδρομή.

$$\vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4$$

Το μαγνητικό πεδίο από τα B_2 και B_4 είναι ϕ γιατί τα ευθύγραμμα αγωγάκια περνάνε από το σημείο P οπότε ο νόμος των Biot-Savard θα δώσει ϕ πεδίο.

Το μαγνητικό πεδίο θα είναι: $\vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_3$ τα οποία θα έχουν φορά προς/απ' το εσωτερικό της σελίδας στο σημείο P . Θεωρούμε τη φορά προς το εσωτερικό της σελίδας ως την θετική z -διεύθυνση:

Τα τμήματα 1 και 3 είναι τμήματα ενός κυκλικού αγωγού που το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί στο κέντρο του είναι: $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ όπου R ακτίνα του κυκλικού αγωγού.

Η γωνία των δύο τόξων είναι 60° οπότε; τα τόξα είναι $\frac{1}{6}$ του κυκλικού αγωγού

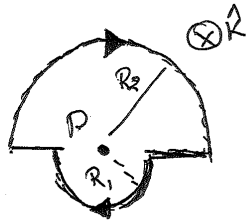
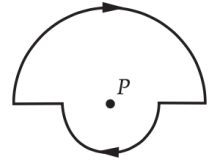
$$\vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_3 = \frac{1}{6} \frac{\mu_0 I}{2R_1} \hat{k} - \frac{1}{6} \frac{\mu_0 I}{2R_2} \hat{k} \Rightarrow \vec{B}_P = \frac{\mu_0 I}{12} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \hat{k} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{B}_P = \frac{\mu_0 I}{12} \left(\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \right) \hat{k} \Rightarrow \vec{B}_P = \frac{4\pi \times 10^{-7} \text{ T/A}^2}{12} \left(\frac{0.60 - 0.40}{0.60 \times 0.40} \right) 8.0 \text{ A} \hat{k}$$

$$\Rightarrow \vec{B}_P = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{3 \times 0.60} \text{ T} \hat{k} \Rightarrow \vec{B}_P = \frac{4\pi}{18} 10^{-6} \text{ T} \hat{k} = \frac{4\pi}{18} \mu\text{T} \hat{k} =$$

$$\Rightarrow \vec{B}_P = 0.698 \mu\text{T} \hat{k} \text{ προς το εσωτερικό της σελίδας}$$

9. Ένα κλειστό κύκλωμα αποτελείται από δύο ημικύκλια ακτίνας 40cm και 20cm αντίστοιχα τα οποία συνδέονται με ευθύγραμμα τμήματα όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ένα ρεύμα έντασης 3.0A διαρρέει το κύκλωμα και έχει φορά αυτή των δεικτών του ρολογιού. Βρείτε το μαγνητικό πεδίο στο σημείο P .



Το μαγνητικό πεδίο στο σημείο P θα είναι η υπέρθεση των μαγνητικών πεδίων από τα 2 κυκλικά τμήματα.

Τα ευθύγραμμα τμήματα που συνδέουν τα δύο ημικυκλικά τμήματα δεν συνεισφέρουν στο μαγνητικό πεδίο γιατί περνούν από το σημείο P . Θυμίζουμε δεξιά φορά προς το εσωτερικό της σελίδας

$$\text{Επομένως: } \vec{B}_P = \vec{B}_{R_1} + \vec{B}_{R_2} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 I}{2R_1} \hat{k} + \frac{1}{2} \frac{\mu_0 I}{2R_2} \hat{k} \Rightarrow$$

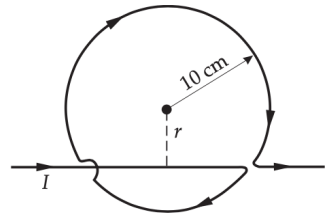
$$\Rightarrow \vec{B}_P = \frac{\mu_0 I}{4} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \hat{k} = \frac{\mu_0 I}{4} \left(\frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2} \right) \hat{k}$$

Το μαγνητικό πεδίο του ημικυκλίου είναι το $\frac{1}{2}$ του μαγνητικού πεδίου ενός κυκλικού αγωγού.

$$\text{Επομένως: } \vec{B}_P = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2)(3.0\text{A})}{4} \left(\frac{1}{20\text{cm}} + \frac{1}{40\text{cm}} \right) \hat{k}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B}_P = 7.1 \mu\text{T } \hat{k}} \quad \text{προς το εσωτερικό της σελίδας}$$

10. Ένα απείρου μήκους ευθύγραμμο σύρμα έχει διαμορφωθεί στη μορφή που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το κυκλικό τμήμα έχει ακτίνα 10.0 cm και το κέντρο του βρίσκεται σε απόσταση r από ευθύγραμμο τμήμα. Βρείτε τη τιμή της απόστασης r ώστε το μαγνητικό πεδίο στο κέντρο του κυκλικού τμήματος να είναι μηδέν.



Το κυκλικό τμήμα έχει ακτίνα $R = 10\text{ cm}$ και απόσταση του κέντρου του από το ευθύγραμμο τμήμα r . Θεωρούμε ότι η διεύθυνση αποτελείται από ένα ευθύγραμμο αγωγό απείρου μήκους και ένα κυκλικό τμήμα.

Μπορούμε να υπολογίσουμε το μαγνητικό πεδίο στο σημείο P και να φτιάξουμε να είναι $\vec{0}$.

$$\text{Επομένως } \vec{B}_P = \vec{B}_{P_{\text{αω}}} + \vec{B}_{P_{\text{κυκ}}} \Rightarrow \vec{0} = \underbrace{\left(-\frac{\mu_0 I}{2R} \hat{k} \right)}_{\text{κυκλικό τμήμα}} + \underbrace{\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{k} \right)}_{\text{ευθύγραμμος αγωγός}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{0} = +\frac{\mu_0 I}{2} \left(\frac{1}{\pi r} - \frac{1}{R} \right) \hat{k} \Rightarrow \vec{0} = \frac{\mu_0 I}{2} \left(\frac{R - \pi r}{\pi R r} \right) \hat{k}$$

$$\text{Από την τελευταία εξίσωση έχουμε: } R - \pi r = 0 \Rightarrow r = \frac{R}{\pi} = \frac{10\text{ cm}}{\pi} \approx 3.18\text{ cm}$$