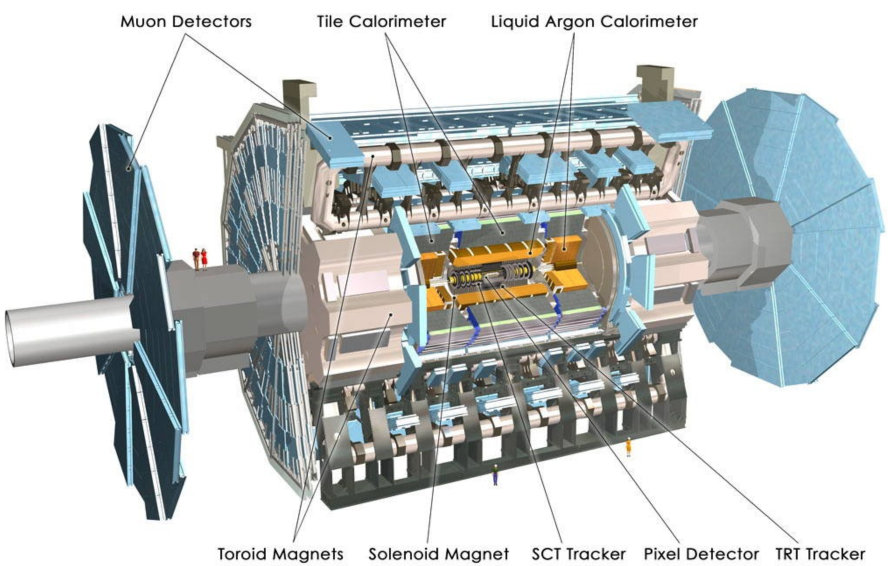
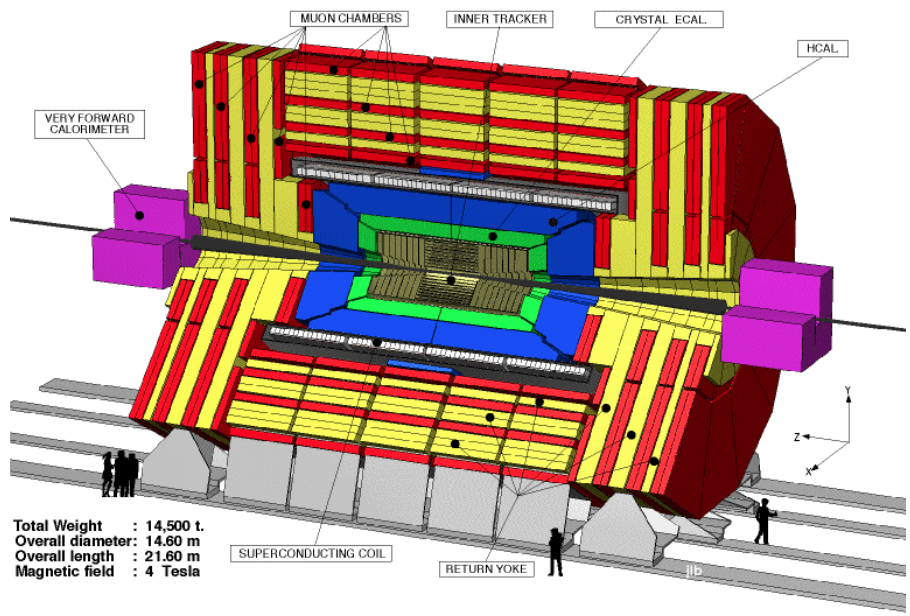
Αλληλεπιδράσεις σωματιδίων με την ύλη

και Ανιχνευτές σωματιδίων





Καλορίμετρο

- Καλορίμετρο στην πυρηνική και σωματιδιακή φυσική, είναι η διάταξη που χρησιμοποιείται για την ανίχνευση σωματιδίων και την μέτρηση των ιδιοτήτων τους μέσω ολικής απορρόφησής τους μέσα σε κάποιο κομμάτι ύλης που αποτελεί την διάταξη.
- Τα περισσότερα καλορίμετρα είναι ευαίσθητα για θέση μετρώντας την ενέργεια ανάλογα της θέσης τους.

- Αρχές λειτουργίας:
  - Το προσπίπτον σωματίδιο ξεκινά μια καταιγίδα σωματιδίων
    - Η σύσταση και το μέγεθος της καταιγίδας εξαρτάται από το είδος του σωματιδίου και το υλικό του ανιχνευτή
  - Η ενέργεια εναποτίθεται σε μορφή: θερμότητας, ιονισμού, διέγερσης ατόμων, ακτινοβολία Cherenkov
    - Διαφορετικά είδη καλοριμέτρων χρησιμοποιούν διαφορετικά είδη από τα παραπάνω σήματα για μέτρηση της ολικής ενέργειας
  - Η διαδικασία είναι καταστρεπτική. Δεν υπάρχει τρόπος ελέγχου των σωματιδίων την στιγμή που εναπόθεσαν την ενέργειά τους.
  - Σημαντικό:
    - Το σήμα είναι ανάλογο της ολικής ενέργειας που εναποτέθηκε
    - Σταθερά αναλογίας καθορίζεται από βαθμονόμηση

Καλορίμετρο σε σωματιδιακή φυσική

- Η τεχνική των καλοριμέτρων είναι διαδεδομένη στη φυσική υψηλών ενεργειών
  - Στόχοι σε πειράματα νετρίνο ή πειράματα για αναζήτηση διάσπασης πρωτονίνω ή μελέτης κοσμικής ακτινοβολίας
  - Μετρητές καταιγίδων
  - Ανιχνευτές στερεάς γωνίας 4π σε πειράματα επιταχυντών
- Η τεχνική των καλοριμέτρων χρησιμοποιεί διάφορους μηχανισμούς ανίχνευσης
  - Σπινθηριστές
  - Ακτινοβολία Cherenkov
  - Ιονισμός
  - Κρυογενή φαινόμενα

Μετατροπή της ενέργειας Ε των προσπίπτοντων σωματιδίων σε απόκριση του ανιχνευτή

$$S \propto E$$

Γιατί χρήση της τεχνικής καλοριμέτρου

- Μέτρηση φορτισμένων και ουδέτερων σωματιδίων
- Η απόδοση των καλοριμέτρων βελτιώνεται με την ενέργεια
  - Είναι σταθερή ως προς 4π
  - Σε αντίθεση με ανιχνευτή τροχιών που παρουσιάζουν ανισοτροπία λόγω Β–πεδίου
  - Καλορίμετρο: διακριτική ικανότητα: $\frac{\sigma_E}{E} \sim \frac{1}{\sqrt{E}}$ ATLAS $\frac{\sigma_E}{E} \approx \frac{0.1}{\sqrt{E}}$
  - Ανιχνευτές αερίων: $\frac{\sigma_p}{p} \sim p$ ATLAS $\frac{\sigma_p}{p} \approx 5\times10^{-4} p_T$ για p=100 GeV $\frac{\sigma_p}{p} \approx 5\%$
- Γρήγορη πρόσβαση σε πληροφορία ενέργειας (<100ns δυνατή)
  - Χρήση σε σκανδαλιστή για επιλογή γεγονότων κατά τη διάρκεια λήψης τους
- Βάθος ανάπτυξης καταιγίδας: $L \sim \ln\frac{E}{E_C}$ E_C: κριτική ενέργεια
  - Τα βάθος ανεξάρτητο σχεδόν της ενέργειας και επομένως μπορεί τα καλορίμετρα να είναι συμπαγή
  - σε αντίθεση με τους ανιχνευτές τροχιών που το μέγεθός τους αυξάνει με το τέτραγωνο της διάστασής τους για διατήρηση της διακριτικής ικανότητας $\sigma_p/p \approx p/L^2$

Ηλεκτρομαγνητικές καταιγίδες

- Κύριες διεργασίες σε υψηλές ενέργειες (E > μερικά MeV)

Φωτόνια: Δίδυμη γέννεση

$$\sigma_{\delta.\gamma.} \approx \frac{7}{9}\left(4\alpha r_e^2 Z^2 \ln\frac{183}{Z^{1/3}}\right)$$

$$\Rightarrow \sigma_{\delta.\gamma.} \approx \frac{7}{9}\frac{A}{N_A X_0}$$

[X_o μήκος ακτινοβολίας]
[σε cm ή gr/cm²]

Παράγοντας απορρόφησης:

$$\mu = n\sigma = \rho\frac{N_A}{A}\sigma_{\delta.\gamma.} = \frac{7}{9}\frac{\rho}{X_0}$$

$$X_0 = \frac{A}{4\alpha N_A Z^2 r_e^2 \ln\frac{183}{Z^{1/3}}}$$

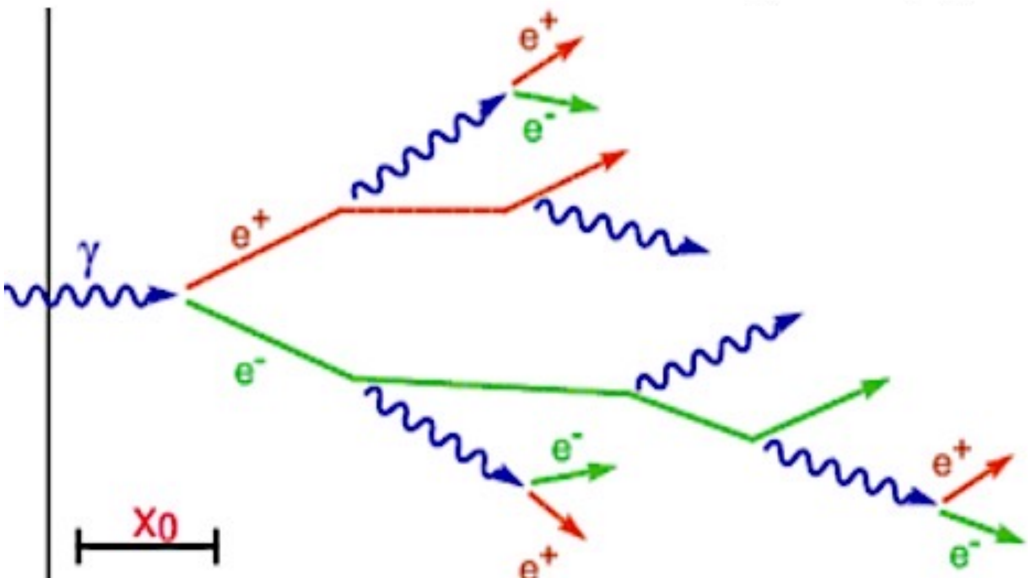
[X_o μήκος ακτινοβολίας σε g/cm²]

Ηλεκτρόνια: Bremsstrahlung

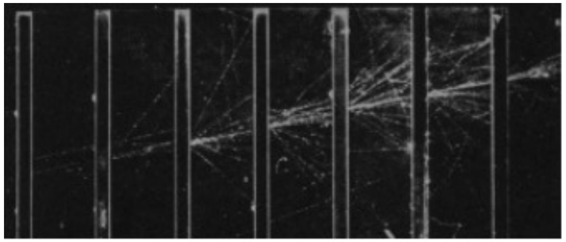
$$\frac{dE}{dx} = 4\alpha N_A \frac{Z^2}{A} r_e^2 E \ln\frac{183}{Z^{1/3}} = \frac{E}{X_0}$$

$$\Rightarrow E = E_0 e^{-x/X_0}$$

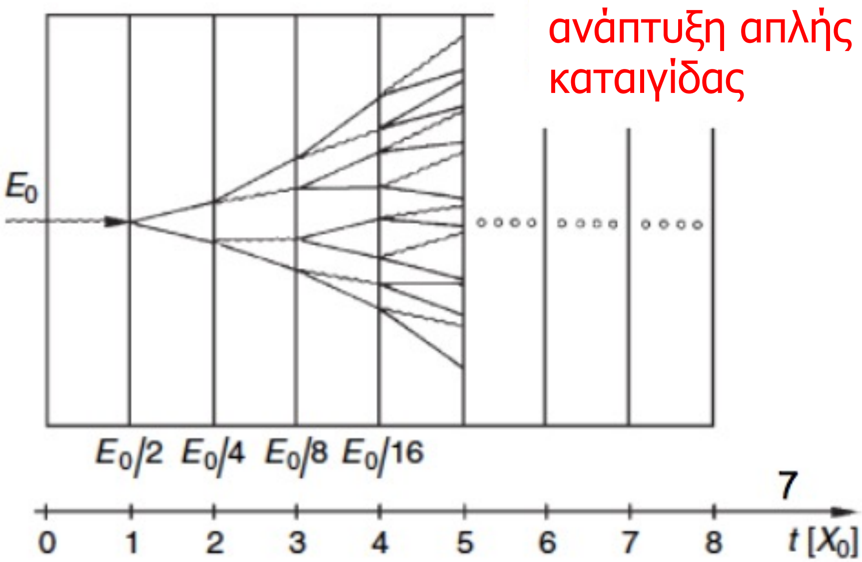
Μετά από ένα μήκος ακτινοβολίας το ηλεκτρόνιο έχει μόνο το 37% της ενέργειάς του



Μοντέλο καταιγίδας



- Το απλό μοντέλο ανάπτυξης καταιγίδας οφείλεται στον Heitler και στηρίζεται στο μήκος ακτινοβολίας X_0.
- Το e^- χάνει $[1-1/e] = 63\%$ της ενέργειας σε $1/X_0$ (Brem)
- Η μέση ελεύθερη διαδρομή ενός φωτονίου (δίδυμη γέννεση) είναι $9/7\ X_0$
- Υποθέτουμε ότι:
  - $E>E_C$: δεν υπάρχει απώλεια ενέργειας από ιονισμό/διέγερση
  - $E<E_C$: απώλεια ενέργειας μόνο μέσω ιονισμού/διέγερσης
- Απλό μοντέλο καταιγίδας:
  - ✓ 2^t σωματίδια μετά από t $[X_0]$
  - ✓ Το κάθε σωματίδιο έχει $E/2^t$ ενέργεια
  - ✓ Το σωματίδιο σταματά αν $E < E_C$
  - ✓ Ο αριθμός των σωματιδίων $N = E/E_C$
  - ✓ Μέγιστο καταιγίδας σε βάθος $t_{\max} \propto \ln\left(E_0/E_C\right)$



Εγκάρσια ανάπτυξη της καταιγίδας

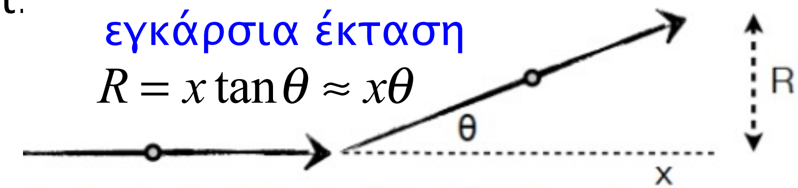
- Γωνία ανοίγματος της καταιγίδας οφείλεται:
  - Bremsstrahlung και δίδυμη γέννεση:

    $$\langle \theta^2 \rangle \simeq (m/E)^2 = 1/\gamma^2$$

    - μικρή συνεισφορά εφόσον $m_e/E_C = 0.05$
  - πολλαπλή σκέδαση Coulomb [Θεωρία Molliere]:

εγκάρσια έκταση

$R = x\tan\theta \approx x\theta$



$$\langle \theta \rangle = \frac{21.2\,MeV}{E_e}\sqrt{\frac{x}{X_0}}$$ Θεωρώντας ότι β=1, c=1 και z=1

$$E_S = \sqrt{\frac{4\pi}{\alpha}}\left(m_e c^2\right) = 21.2\,MeV$$ ενέργεια κλίμακας

- Εγκάρσια κατανομή
  - Κύρια κατανομή από συνεισφορά ηλεκτρονίων χαμηλής ενέργειας καθώς <θ> ~1/E_e. ηλεκτρόνια με $E=E_C$
  - Υποθέτοντας ότι η κατάλληλη εμβέλεια των ηλεκτρονίων είναι X_0 παίρνουμε ότι <θ> = 21MeV/E_e και η εγκάρσια ανάπτυξη της καταγίδας θα είναι R = <θ> X_0.
  - Η **ακτίνα Mollier** δίνεται από: $R_M = \frac{E_S}{E_C}X_0 \approx \frac{21.2\,MeV}{E_e}X_0$

Μερικές χρήσιμες σχέσεις

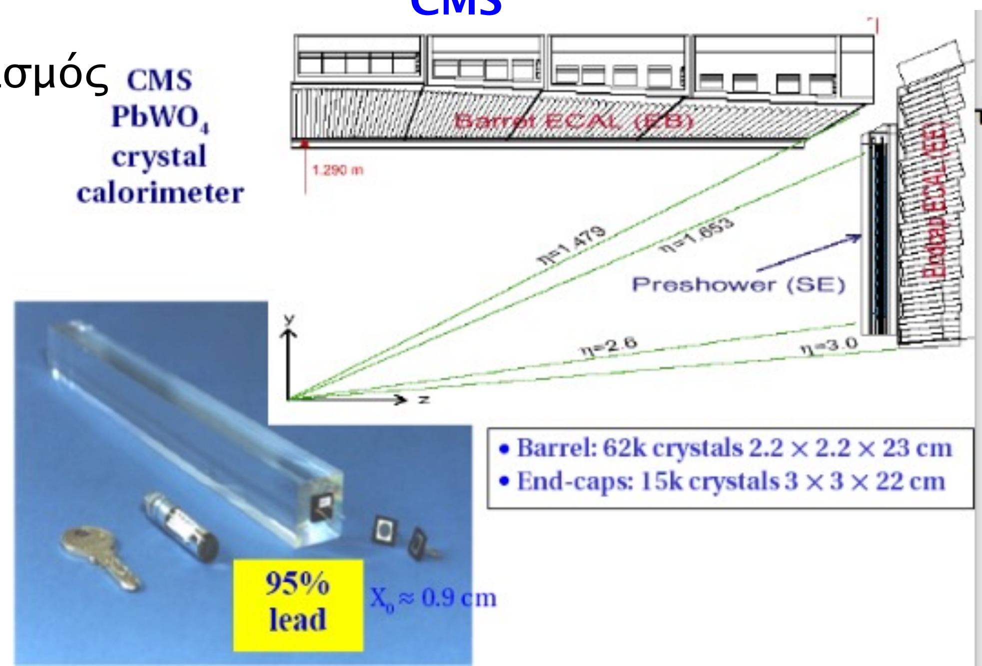
- Μήκος ακτινοβολίας: $$X_0 = \alpha \frac{180A}{Z^2} \frac{g}{cm^2}$$
- Κριτική Ενέργεια: (αλα Rossi) $$E_C = \frac{550\,MeV}{Z}$$
- Βάθος μέγιστου καταιγίδας $$t_{\max} = \ln \frac{E}{E_C} - \begin{cases} 1.0 & \text{ηλεκτρόνια} \\ 0.5 & \text{φωτόνια} \end{cases}$$
- Διαμήκης περιορισμός της καταιγίδας $$L[95\%] = t_{\max} + 0.08Z + 9.6[X_0]$$
- Εγκάρσιος περιορισμός της καταιγίδας $$R[90\%] = R_M$$ $$R[95\%] = 2R_M$$

Ομογενή καλορίμετρα

- Ένα μόνο κομμάτι υλικού παίζει το ρόλο τόσο του απορροφητή όσο και του ενεργού υλικού.
  - Κρύσταλλοι με ιδιότητες σπινθηριστή συνήθως πολύ μεγάλο Z
- **Πλεονεκτήματα**
  - Βλέπουν **όλα** τα σωματίδια μέσα στην καταιγίδα ➡ καλύτερη στατιστική ακρίβεια
  - Ίδια απόκριση από όλες τις θέσεις ➡ καλή γραμμικότητα
- **Μειονεκτήματα**
  - Μεγάλο κόστος των κρυστάλλων
  - Δύσκολος ο λεπτομερής καταμερισμός
- **Παραδείγματα**
  - Πειράματα σε επιταχυντές παραγωγής B-μεσονίων όπου E_γ μικρή
  - CMS ηλεκτρομαγνητικό καλορίμετρο το οποίο έχει βελτιστοποιηθεί για την ανίχνευση του $H^0 \rightarrow \gamma\gamma$

CMS

CMS $PbWO_4$ crystal calorimeter



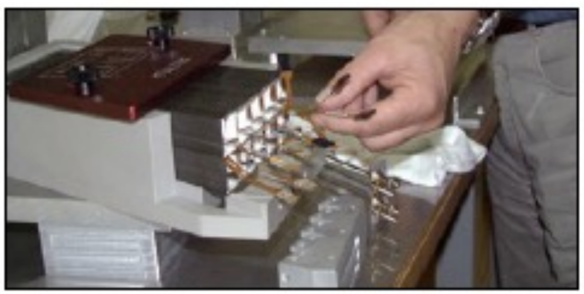
Ομογενή καλορίμετρα - CMS

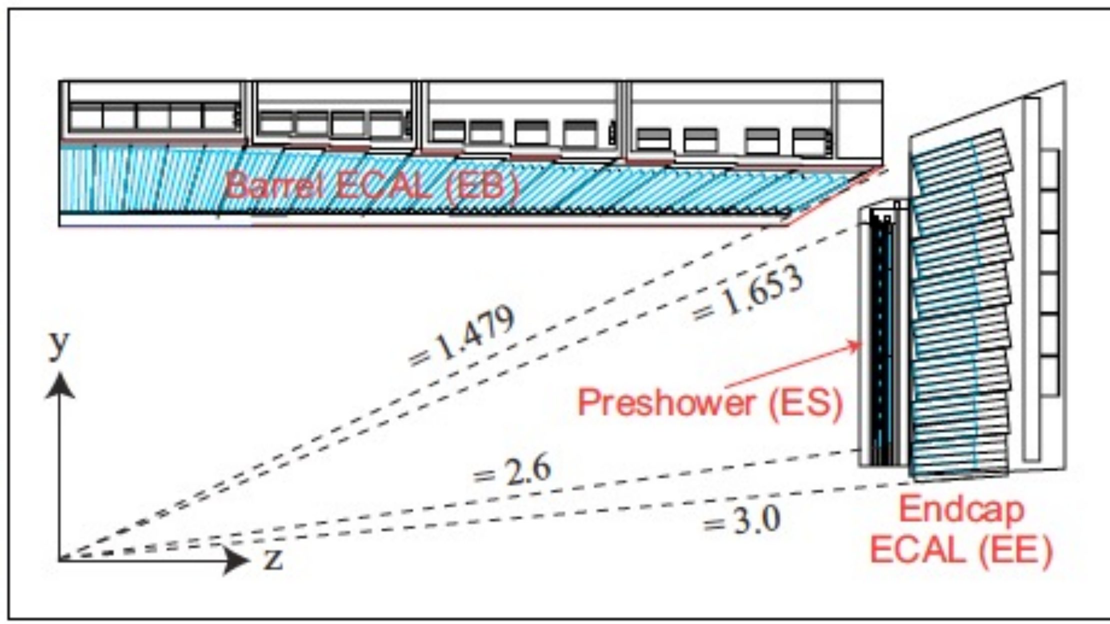
Σπινθηριστής: $PbWO_4$ [lead Tungstate]

Φωτο-Ανιχνευτής: APDs [Φωτοδίοδοι καταιγίδας]

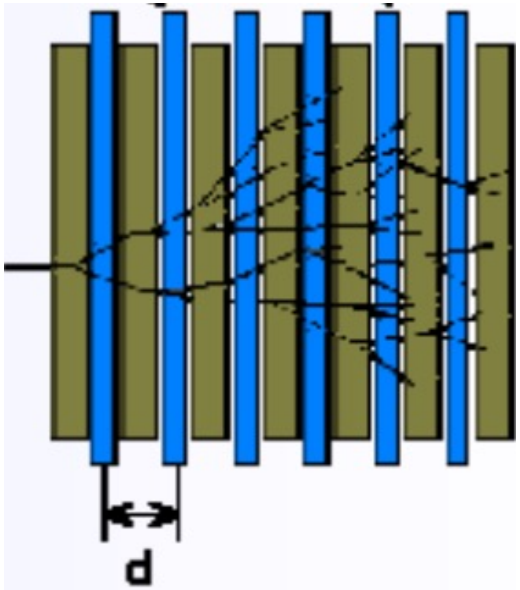
Αριθμός κρυστάλλων: ~70000

Αριθμός φωτονίων: ~4.5 φωτόνια/MeV





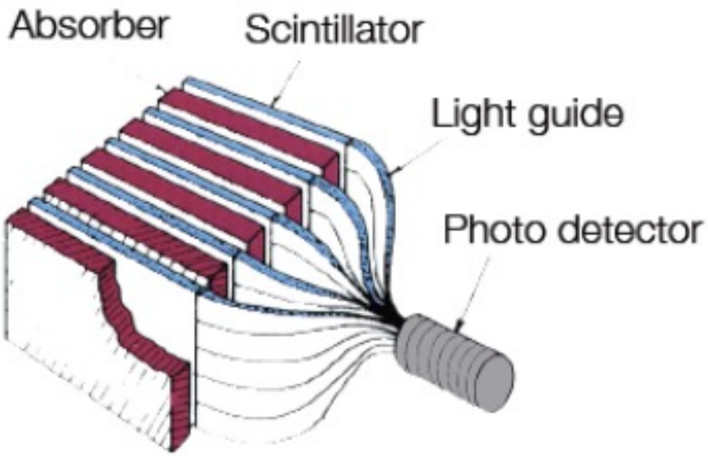
Καλορίμετρο δειγματοληψίας



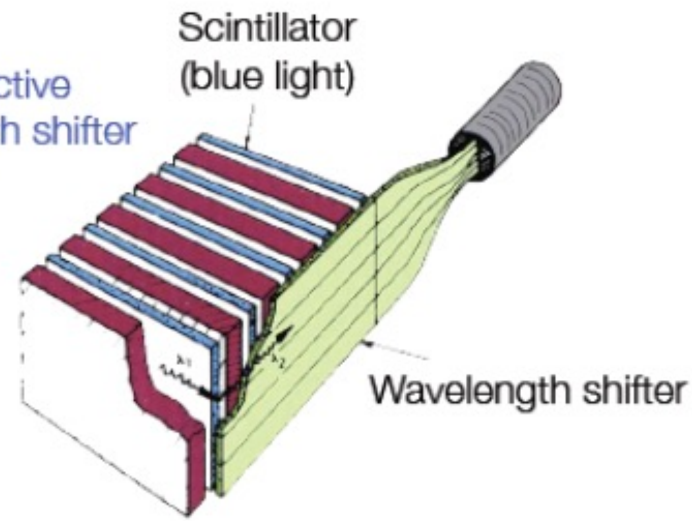
- Χρήση διαφορετικών υλικών μέσων
  - Απορροφητής μεγάλης πυκνότητας
  - Εναλλάσσεται με ενεργά υλικά για οπτική ανάγνωση
  - Η πλέον συνηθισμένη γεωμετρία αυτή του sandwich
  - Αρκετές φορές χρησιμοποιούνται οπτικές ίνες
- Λόγος δειγματοληψίας $f_{sampling} = E_{visible} / E_{deposited}$
- **Πλεονεκτήματα**
  - Χαμηλό κόστος, εγκάρσιος και διαμήκης καταμερισμός
- **Μειονεκτήματα**
  - Μέτρηση μέρους μόνο της ενέργειας της καταιγίδας – χαμηλότερη ακρίβεια
- **Παραδείγματα:**
  - CDF και ATLAS καλορίμετρο
  - Όλα τα αδρονικά καλορίμετρα

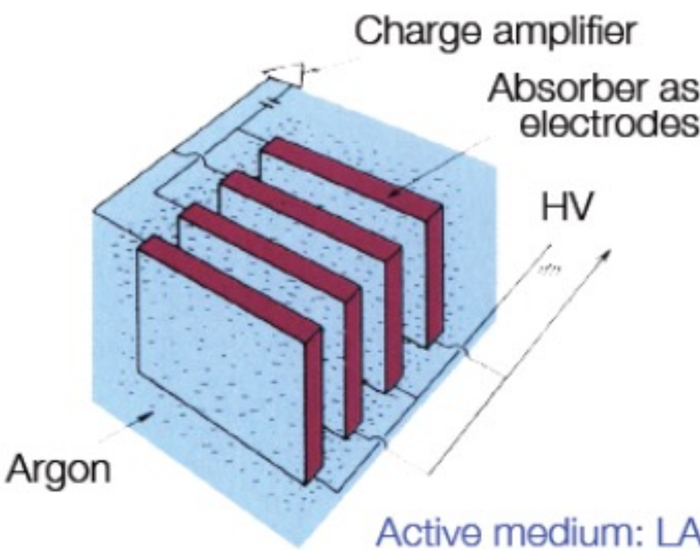
Καλορίμετρα δειγματοληψίας – διάφοροι τύποι

Scintillators as active layer;
signal readout via photo multipliers



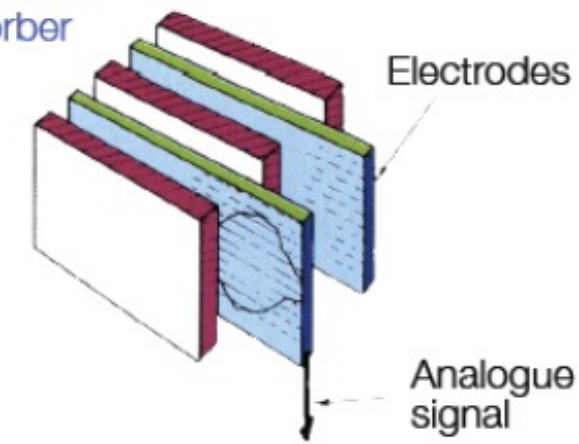
Scintillators as active layer; wave length shifter to convert light





Active medium: LAr; absorber embedded in liquid serve as electrods

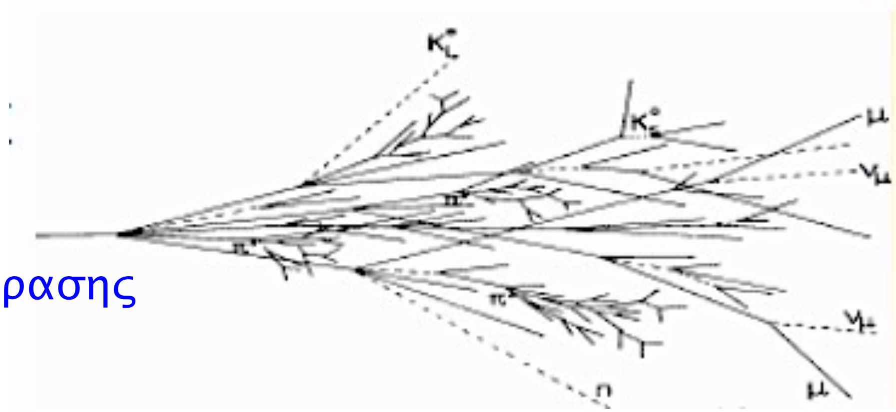
Ionization chambers between absorber plates



Αδρονικά καλορίμετρα

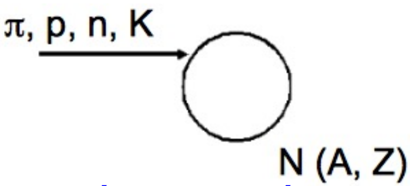
Αδρονικά καλορίμετρα – Αδρονικές καταιγίδες

- Επιπλέον δυσκολία λόγω των **ισχυρών αλληλεπιδράσεων** με το υλικό ανιχνευτή
- Πολύ σημαντική η μέτρηση της ενέργειας του σωματιδίου με καλορίμετρο:
  - Φορτισμένα αδρόνια – συμπληρωματική μέτρηση της ενέργειάς τους.
  - Ουδέτερα αδρόνια – μοναδικός τρόποις μέτρησης της ενέργειάς τους.
- Στις πυρηνικές σκεδάσεις δημιουργείται ένας αριθμός δευτερογενών σωματιδίων
  - Εν μέρει υπάρχουν δευτερεύουσες ή τριτογενείς πυρηνικές αντιδράσεις με αποτέλεσμα την δημιουργία αδρονικής καταιγίδας
  - Σωματίδια που διασπώνται ηλεκτρομαγνητικά (π^0, η^0) προκαλούν ηλεκτρο-μαγνητικές καταιγίδες
  - Μέρος της ενέργειας απορροφάται σαν πυρηνική ενέργεια συνοχής ή για ανάκρουση των πυρήνων του υλικού μέσου (μή μετρήσιμη ενέργεια)
- Η καταιγίδα παρόμοια της ΕΜ αλλά πολύ πιο περίπλοκη
  - Χρειαζόμαστε Monte Carlo εργαλεία
- Διαφορετική κλίμακα και εμβέλεια
  χρήση του μήκους πυρηνικής αλληλεπίδρασης



Αδρονικές αλληλεπιδράσεις

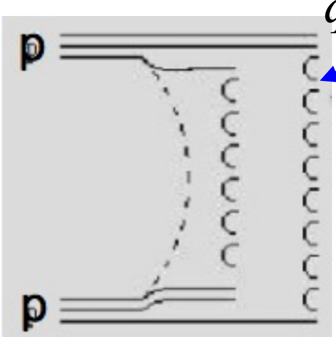
- **1ο στάδιο: Κύρια σκέδαση**
  - Πριν την πρώτη αλληλεπίδραση: τα π's κινούνται 25-50% πιο μακριά από τα p (1/3 του μεγέθους)
  - Ένα π^+ χάνει 100-300MeV λόγω ιονισμού (ανάλογα με το Z του υλικού)



σκέδαση σωματιδίου-πυρήνα σύμφωνα με ενεργό διατομή

- Πολλαπλασιασμός σωματιδίων
  - Μέση ενέργεια για παραγωγή ενός πιονίου 0.7 (1.3) GeV σε χαλκό (Pb)

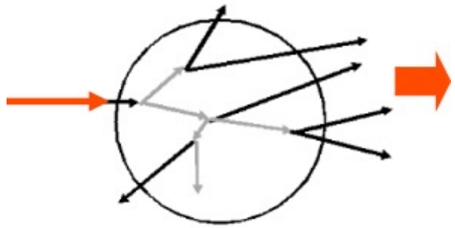
$q\bar{q}$ ζεύγη



Τα νουκλεόνια χωρίζονται σε δι-quarks και δημιουργούνται strings
Αδρονοποίηση τους προσθέτοντας ζεύγη qqbar
Θρυμματισμός του υπόλοιπου πυρήνα

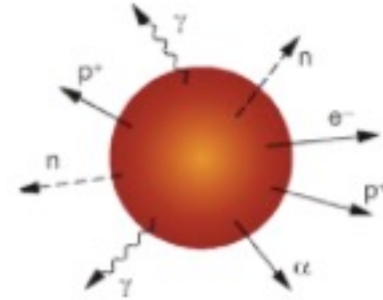
- Πολλαπλότητα των σωματιδίων αυξάνει με την ενέργεια και τύπο σωματιδίων
- 1/3 π^0 διασπώνται σε γγ που παράγονται σε διεργασίες: $\pi^- p \to \pi^0 n / \pi^+ n \to \pi^0 p$
- Επίδραση του 1ου σωματιδίου που ξεκινά την καταιγίδα:
  - Λιγότερα π^0 από p λόγω διατήρησης του βαρυονικού αριθμού

Αδρονικές καταιγίδες



- Ενδοπυρηνικές καταιγίδες
  - Γρήγορα κινούμενα αδρόνια που διαπερνούν τον πυρήνα ελευθερώνουν πρωτόνια και νετρόνια ανάλογα με τον αριθμό τους μέσα στον πυρήνα.
  - Μερικά από αυτά τα n και p μπορούν να διαφύγουν από τον πυρήνα.
  - Για τον $^{208}Pb_{82}$~1.5 φορά περισσότερα n απο p
- Τα εμπλεκόμενα νουκλεόνια στην καταιγίδα μεταφέρουν ενέργεια στον πυρήνα που μεταβαίνει σε διεγερμένη κατάσταση
- Πυρηνική αποδιέγερση
  - Εξάτμιση νουκλεονίων με ενέργεια ~10MeV και α-σωματιδίων
  - +σχάση για κάποιους πυρήνες υλικών
  - Ο αριθμός των νουκλεονίων που ελευθερώνονται εξαρτάται από την ενέργεια συνοχής (7.9 MeV σε Pb, 8.8 MeV στο Fe)
  - Κυρίως νετρόνια ελευθερώνονται κατά την εξαέρωση ενώ τα πρωτόνια εγκλωβίζονται από το φράγμα Coulomb (12 MeV για Pb και μόνο 5MeV στο Fe)

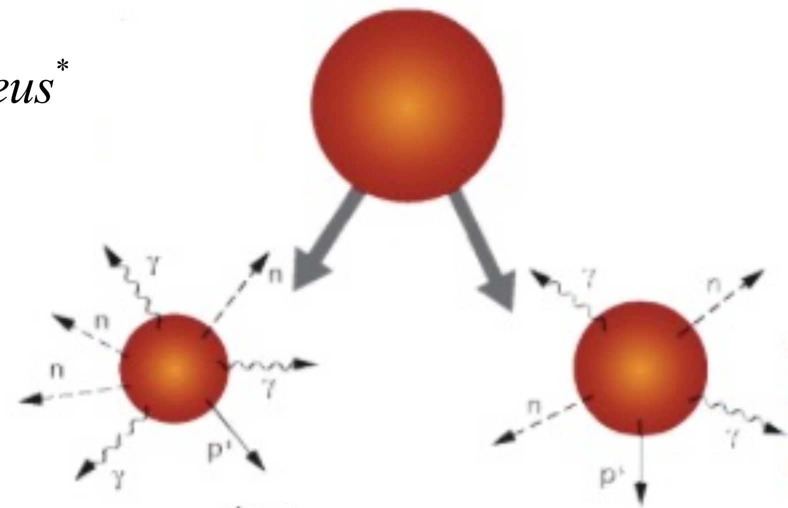
Αδρονικές καταιγίδες

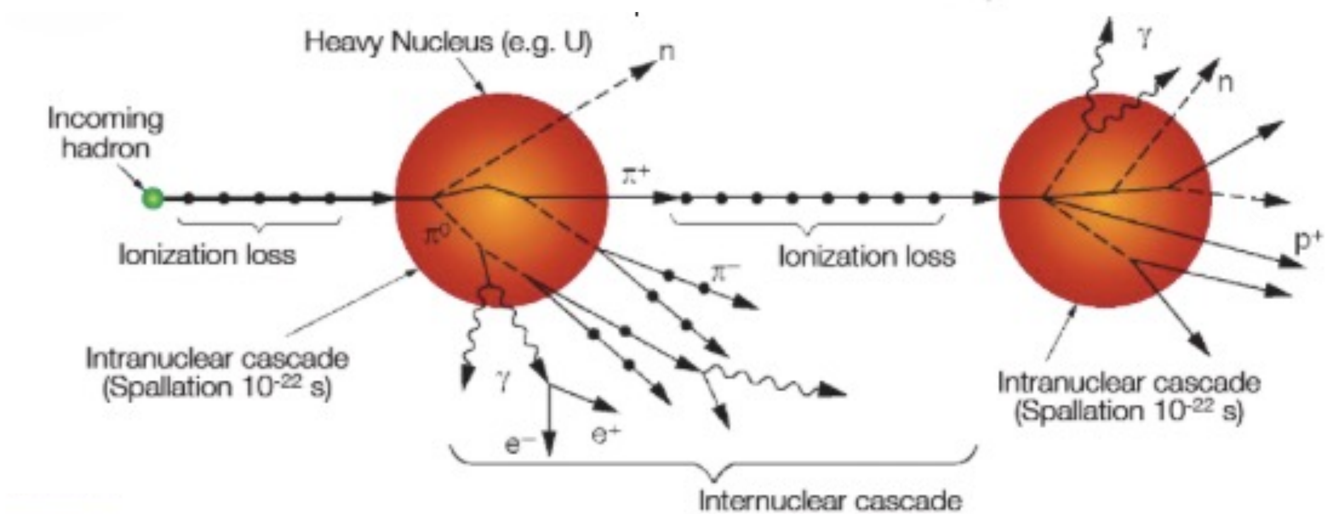


- Αδρονικές αλληλεπιδράσεις
  - ελαστική $p + Nucleus \rightarrow p + Nucleus$
  - ανελαστική

$$p + Nucleus \rightarrow \pi^{+} + \pi^{-} + \pi^{0} + \cdots + Nucleus^{*}$$

$$\begin{aligned} Nucleus^{*} &\rightarrow NucleusA + n, p, a, \cdots \\ &\rightarrow NucleusB + 5p, n, \pi, \cdots \\ &\rightarrow \Sigma\chi\alpha\sigma\eta \end{aligned}$$





Σύγκριση ΕΜ - αδρονικής καταιγίδας

- Αδρονικό vs ηλεκτρομαγνητικό μήκος αλληλεπίδρασης

$$\left.\begin{aligned} X_0 &\sim \frac{A}{Z^2} \\ \lambda_{N.I.} &\sim A^{1/3} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\lambda_{N.I.}}{X_0} \sim A^{4/3} \Rightarrow \lambda_{N.I.} \gg X_0$$

	$\lambda_{N.I.}$(cm)	X_0(cm)
Σπινθηριστής	79.4	42.2
LAr	83.7	14.0
Fe	16.8	1.76
Pb	17.1	0.56
U	10.5	0.32
C	38.1	18.8

- Τυπικές διαστάσεις μιας αδρονικής καταιγίδας:
  - Διαμήκης έκταση [95% περιεκτικότητα]:

    6–9 $\lambda_{N.I.}$ ενώ για ΕΜ 15–20 X_0
  - Εγκάρσια έκταση [95% περιεκτικότητα]:

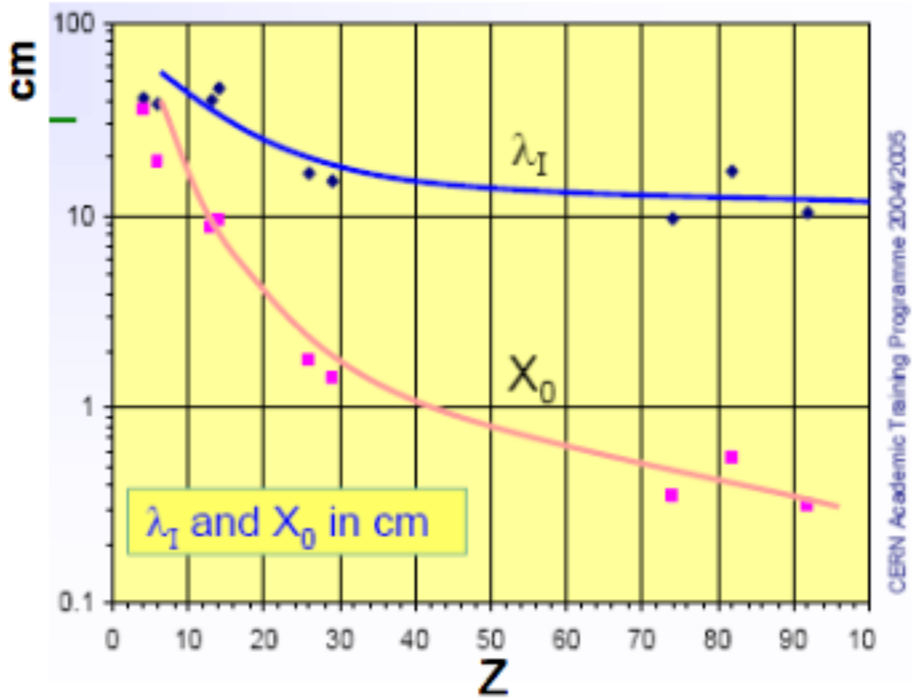
    1 $\lambda_{N.I.}$ ενώ για ΕΜ $2R_M$

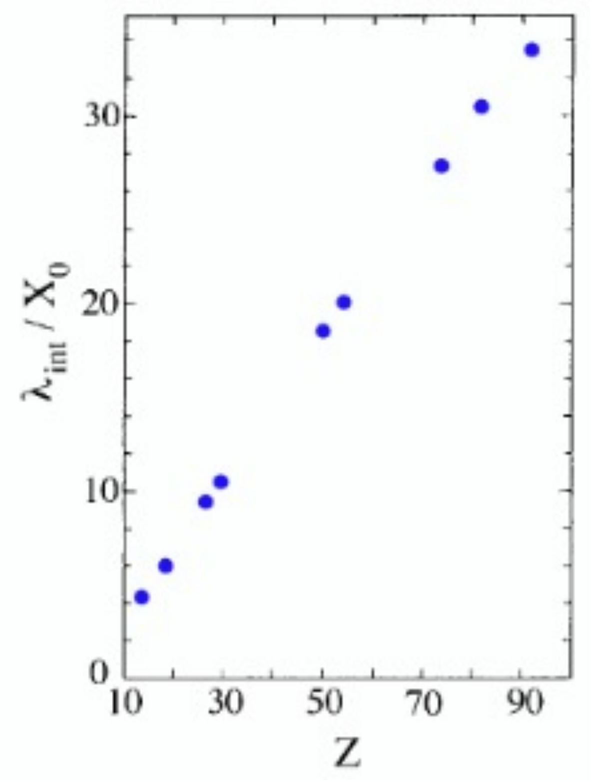
- Αδρονικό καλορίμετρο πολύ μεγαλύτερο του ηλεκτρομαγνητικού

Αδρονική και ΕΜ καταιγίδα – Εξάρτηση από το υλικό

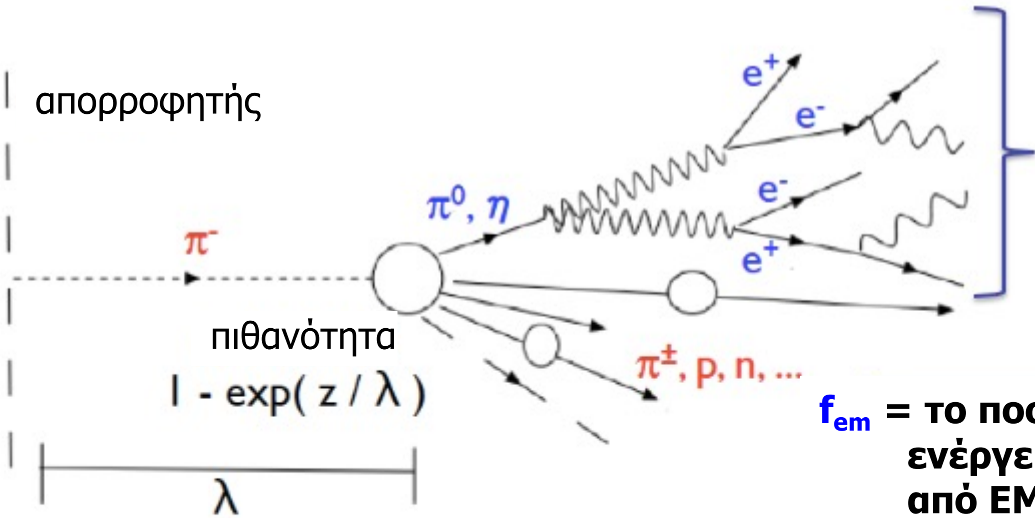
$\lambda_{N.I.}(gr \cdot cm^{-2}) \sim A^{1/3}$ μέση ελεύθερη διαδρομή ανάμεσα σε δυο συγκρούσεις

Οι αδρονικές καταιγίδες είναι πολύ πιο μεγάλες από τις ΕΜ





Αδρονική καταιγίδα



Η ενέργεια των παραγόμενων π^0 εναποτίθεται όλη στο καλορίμετρο μέσω ΕΜ διεργασιών

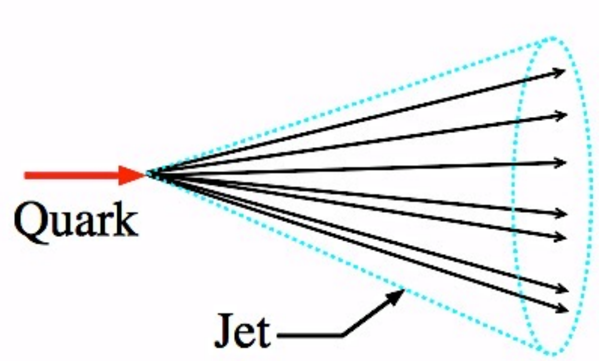
f_{em} = το ποσοστό της αδρονικής ενέργειας που εναποτίθεται από ΕΜ διεργασίες

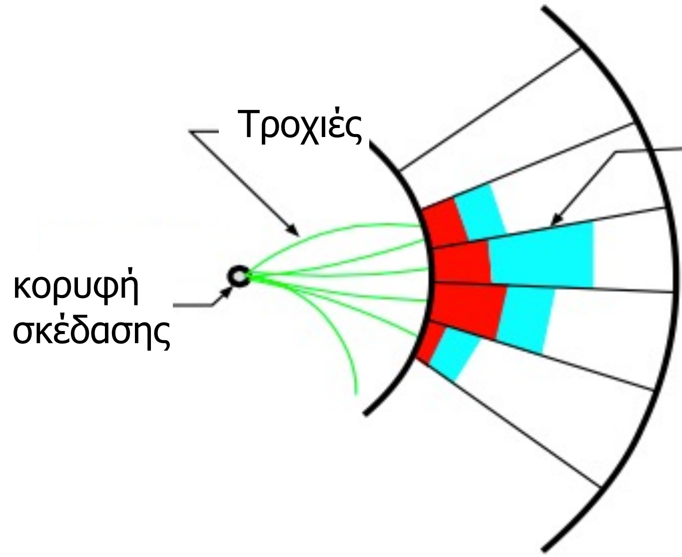
Ηλεκτρομαγνητική: ιονισμός, διέγερση, φωτοηλεκτρικό, σκέδαση (γ)

Αδρονική: ιονισμός ($\pi^\pm$,p)

μη μετρούμενη ενέργεια όπως ενέργεια δέσμιας κατάστασης, ανάδραση

Σχηματισμός πιδάκων (jets) στο καλορίμετρο

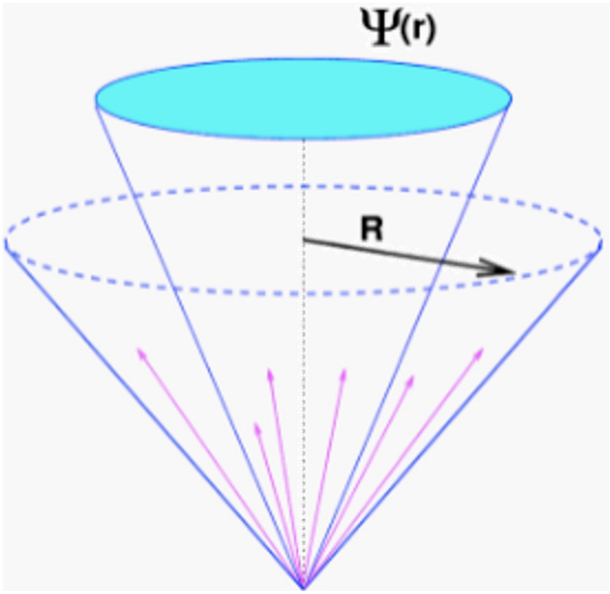




Jet είναι ένας συγκεντρωμένος πίδακας σωματιδίων (αδρονίων) υψηλής ενέργειας

Τα quarks θρυμματίζονται σε πάρα πολλά σωματίδια και δημιουργούν τα jets, εναποθέτοντας ενέργεια τόσο στο ηλεκτρομαγνητικό όσο και στο αδρονικό καλορίμετρο

Το σχήμα των jets είναι πολύ πιο στενό σε υψηλές E_T



Ανιχνευτές μεγάλης ευαισθησίας θέσης

Κίνητρο:

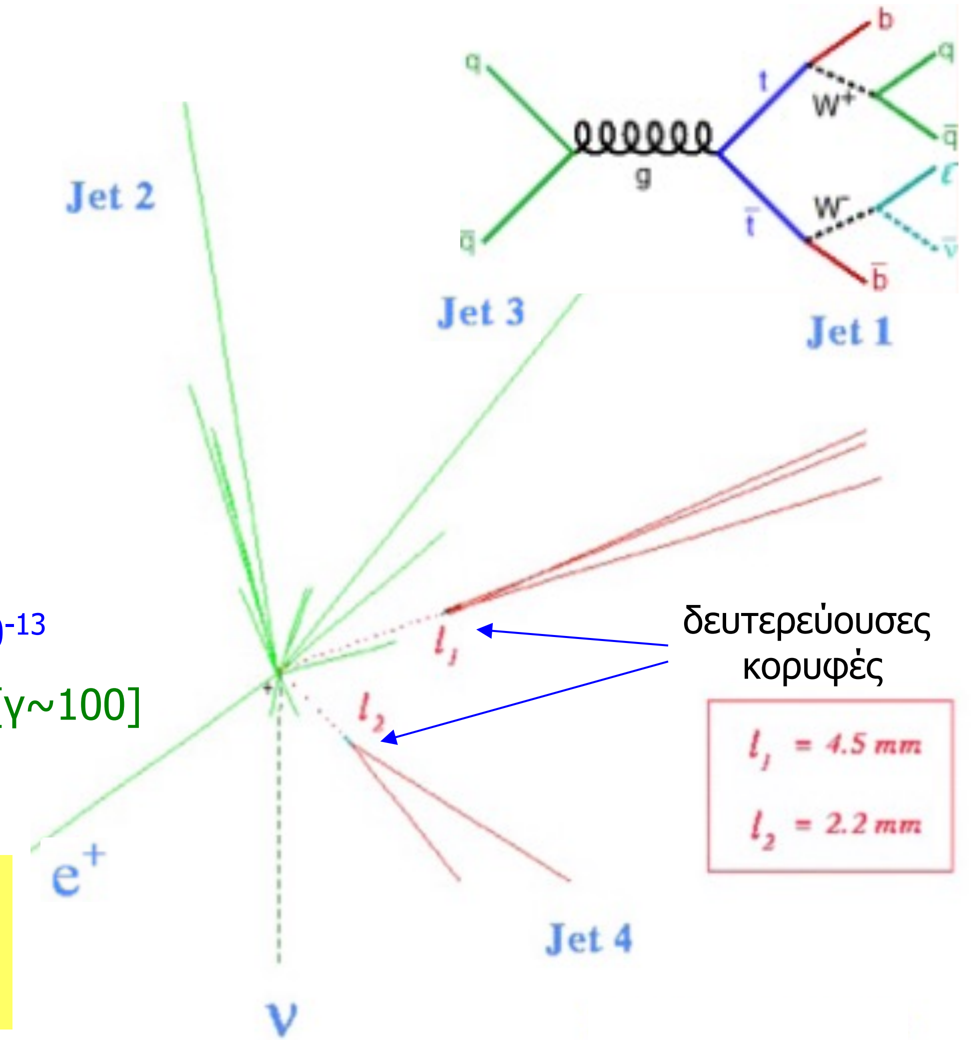
ταυτοποίηση των b-quarks και η μέτρηση του χρόνου ζωής τους μέσω της εύρεσης δευτερεύουσας κορυφής διάσπασης

ανακάλυψη top quark
CDF t-tbar γεγονότα

Για παράδειγμα

$$p\bar{p} \rightarrow t\bar{t} + X \qquad \text{[TeVatron]}$$
$$\hookrightarrow b\bar{b}W^{+}W^{-}$$

$$pp \rightarrow H + X \qquad \text{[LHC]}$$
$$\hookrightarrow b\bar{b}$$



Τυπικοί χρόνοι ζωής: $\tau = 10^{-12} \ldots 10^{-13}$ sec

Διανυόμενο διάστημα: $\gamma c\tau = \gamma \times 3\times10^{8} \times 10^{-13}$

$= \gamma \times 30\mu m$ με $[\gamma\sim100]$

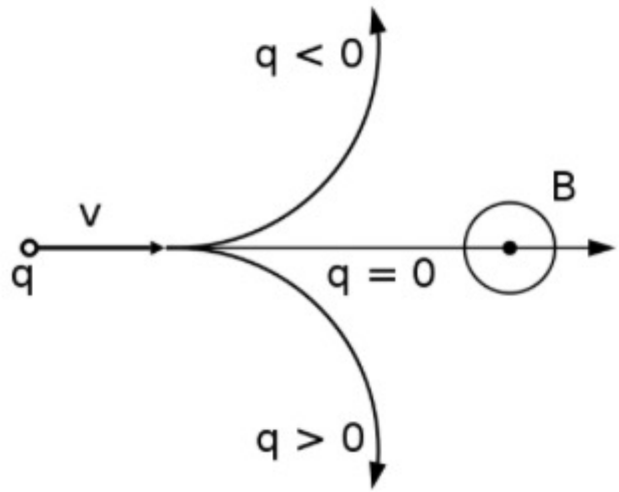
$\gamma c\tau \sim 3mm$

Επομένως:

Για μέτρηση χρόνων ζωής της τάξης του picosecond χρειαζόμαστε χωρική διακριτική ικανότητα της τάξης των 5-30μm

Ανιχνευτές τροχιών

Ο προσδιορισμός της ορμής των φορτισμένων σωματιδίων επιτυγχάνεται μέσω της μέτρησης της καμπύλωσης της τροχιάς ενός σωματιδίου καθώς κινείται σε μαγνητικό πεδίο



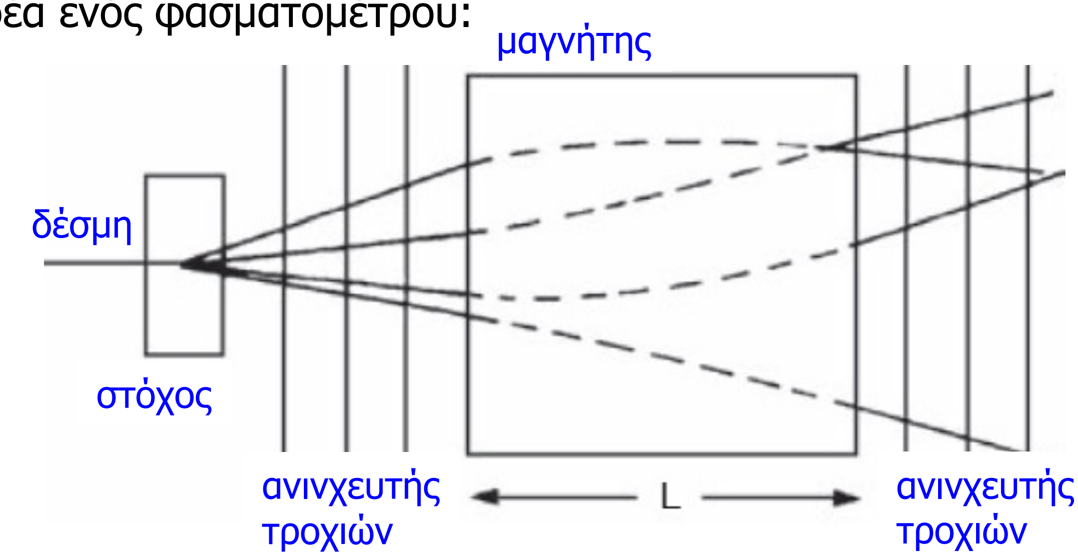
Σε σωματίδιο που κινείται με ταχύτητα u, μέσα σε μαγνητικό πεδίο έντασης B ασκείται η δύναμη Lorentz

$$\vec{F} = q\vec{u} \times \vec{B}$$

Θεωρώντας ότι το σωματίδιο κινείται κάθετα στο μαγνητικό πεδίο, η δύναμη αυτή παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης εφόσον το σωματίδιο αναγκάζεται να κινηθεί σε κυκλική τροχιά

$$m\frac{u^2}{R} = quB$$

Η ιδέα ενός φασματομέτρου:



Πρακτικά:

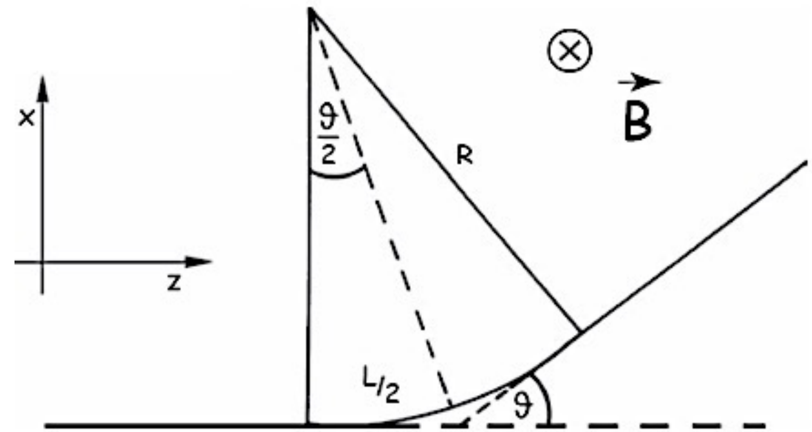
Χρήση στρωμάτων ανιχνευτών με πολύ καλή διακριτική ικανότητα θέσης πριν και μετά ή μέσα σε μαγνητικό πεδίο για να προσδιοριστεί η τροχιά του σωματιδίου

Εύρεση της καμπύλωσης της τροχιάς

Ανιχνευτές τροχιών

Ο προσδιορισμός της ορμής: (σε πειράματα ακίνητου στόχου)

$$m\frac{u^{\cancel{2}}}{R} = q\cancel{u}B \Rightarrow p = qRB \quad \text{ενώ} \quad \theta = \frac{L}{R} \Rightarrow \theta = \frac{L}{p}qB$$

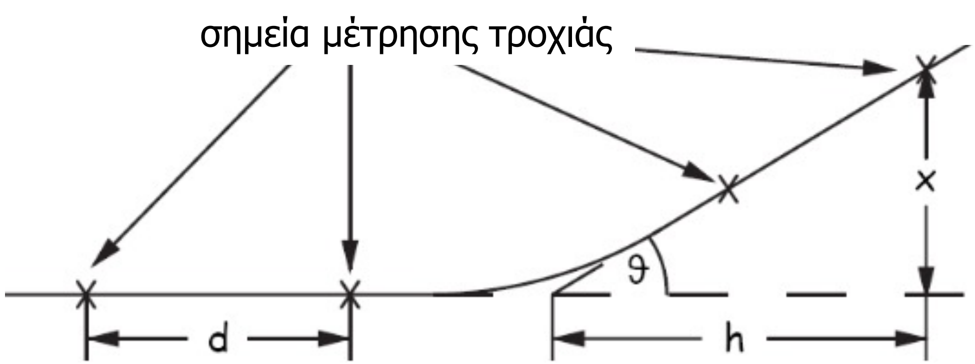


Από τις παραπάνω σχέσεις έχουμε: $p = qB\frac{L}{\theta}$

Η διακριτική ικανότητα επομένως θα είναι:

$$\frac{\sigma p}{p} = \frac{\sigma_\theta}{\theta} \quad \text{ενώ} \quad \sigma_\theta \sim \sigma_x$$

Προσδιορισμός της διακριτικής ικανότητας ορμής



$$\theta = \frac{x}{h} \Rightarrow \sigma_\theta = \frac{\sigma_x}{h}$$

αλλά: $\frac{\sigma p}{p} = \frac{\sigma_\theta}{\theta} \Rightarrow \frac{\sigma p}{p} = \frac{\sigma_x}{h\theta}$

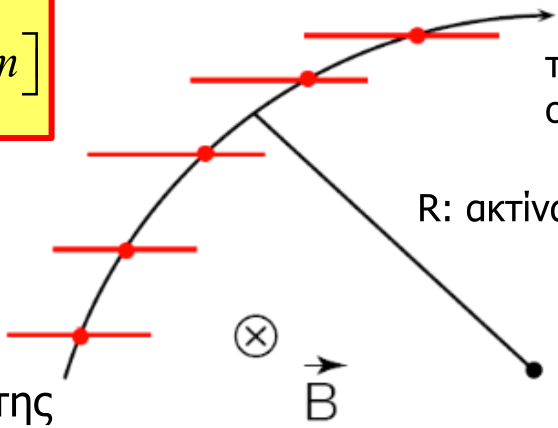
$$\Rightarrow \frac{\sigma p}{p} = \frac{\sigma_x}{h}\frac{p}{qBL}$$

Μεγάλο υπομόχλιο βελτιώνει την διακριτική ικανότητα μέτρησης της ορμής

Ανιχνευτές τροχιών

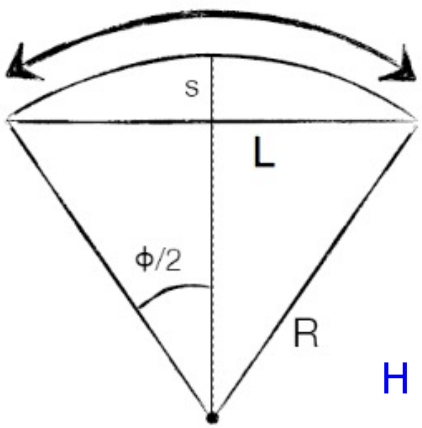
Ο προσδιορισμός της ορμής: (σε κυλινδρικούς θαλάμους ολίσθησης)

$$m\frac{u^2}{R} = quB \quad \Rightarrow p = qBR \boxed{\Rightarrow p\left[\frac{GeV}{c}\right] = 0.3B\left[T\right]R\left[m\right]}$$



Η τροχιά του σωματιδίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο έχει την μορφή της έλικας με την συνιστώσα της ορμής παράλληλη προς το μαγνητικό πεδίο να είναι αμετάβλητη

Η συνιστώσα της ορμής, p_T, κάθετη στην διεύθυνση της κίνησης και στο μαγνητικό πεδίο προκαλεί κυκλική τροχιά στο εγκάρσιο επίπεδο, η ακτίνα R της οποίας προσδιορίζεται πειραματικά από fit των σημείων μέτρησης της τροχιάς



Η sagitta της τροχιάς προσδιορίζεται από: $s = R - R\cos\left(\varphi/2\right)$

$$s = R\left(1-\cos\left(\varphi/2\right)\right) = 2R\sin^2\left(\varphi/4\right) \Rightarrow s \approx 2R\frac{2\left(\varphi/4\right)^2}{2!} \Rightarrow s \approx R\frac{\varphi^2}{8}$$

Αλλά: $\varphi = \dfrac{L}{R}$ οπότε: $s = \dfrac{L^2}{8R} \Rightarrow R = \dfrac{L^2}{8s}$

Η διακριτική ικανότητα ορμής θα είναι: $\dfrac{\sigma_p}{p} = \dfrac{\sigma_R}{R}$ $\boxed{\Rightarrow \dfrac{\sigma_p}{p} = \dfrac{L^2}{8Rs}\dfrac{\sigma_s}{s}}$

Μερικά αριθμητικά παραδείγματα

$$p\left[\frac{GeV}{c}\right] = 0.3B\left[T\right]R\left[m\right] \quad \text{και} \quad s = \frac{L^2}{8R}$$

Αν υποθέσουμε ότι: $L = 4m \quad B = 1T$ και $p = 1TeV$

$$R = \frac{p}{0.3B} = \frac{1000}{0.3} \Rightarrow R = 3300m$$

Επομένως η sagitta θα είναι: $s \approx \frac{16}{8 \times 3300} \Rightarrow s \approx 0.6mm$

Αν θέλουμε να μετρήσουμε την ορμή με ακρίβεια 10% στο 1 TeV τότε:

$$\frac{\sigma_p}{p} \approx \frac{\sigma_s}{s} \approx 10\% \Rightarrow \sigma_s = 0.1s \Rightarrow \sigma_s \approx 60\mu m$$

Διακριτική ικανότητα ορμής

Η αβεβαιότητα στον προσδιορισμό της ορμής είναι: $\left(s = L^2/8R\right)$

$$\frac{\sigma_p}{p} = \frac{L^2}{8Rs}\frac{\sigma_s}{s} \Rightarrow \frac{\sigma_p}{p} = \frac{L^2}{8R}\frac{\sigma_s}{\left(L^2/64R^2\right)} \Rightarrow \frac{\sigma_p}{p} = \frac{\sigma_s}{L^2}8R \Rightarrow \frac{\sigma_p}{p} = \frac{\sigma_s}{L^2}\frac{8p}{qB} \boxed{\Rightarrow \frac{\sigma_p}{p} \approx p\frac{\sigma_s}{L^2 B}}$$

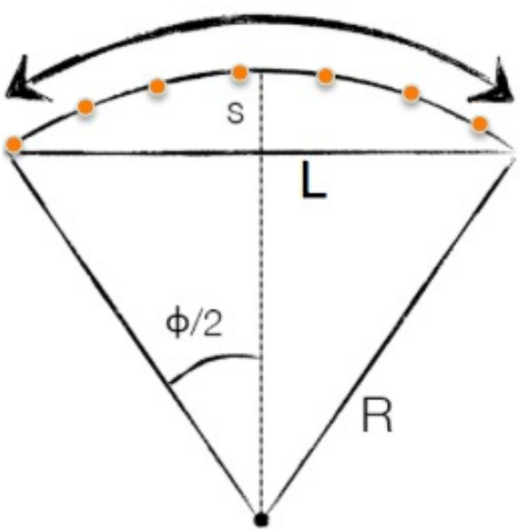
Η αβεβαιότητα, σ_s, στον προσδιορισμό της sagitta εξαρτάται από τον αριθμό και απόσταση των σημείων μέτρησης της τροχιάς.

Για μεγάλο αριθμό σημείων και ίση απόσταση

$$\sigma_s = \frac{\sigma_{r\varphi}}{8}\sqrt{\frac{720}{N+5}}$$

Καλή διακριτική ικανότητα:

- Μεγάλο μήκος διαδρομής
- Μεγάλο μαγνητικό πεδίο
- Καλή μέτρηση sagitta



Για ορμή p, (συνήθως μετράμε την p_T) χρησιμοποιώντας $p = p_T/\tan\theta$

$$\boxed{\left(\frac{\sigma_p}{p}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{p_T}}{p_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\theta}{\sin\theta}\right)^2}$$

Η πολλαπλή Coulomb σκέδαση είναι σταθερή σε p_T

Παραδείγματα:

Argus: $\sigma_{p_T}/p_T = \boxed{0.009^2} + \boxed{\left(0.009\,p_T\right)^2}$

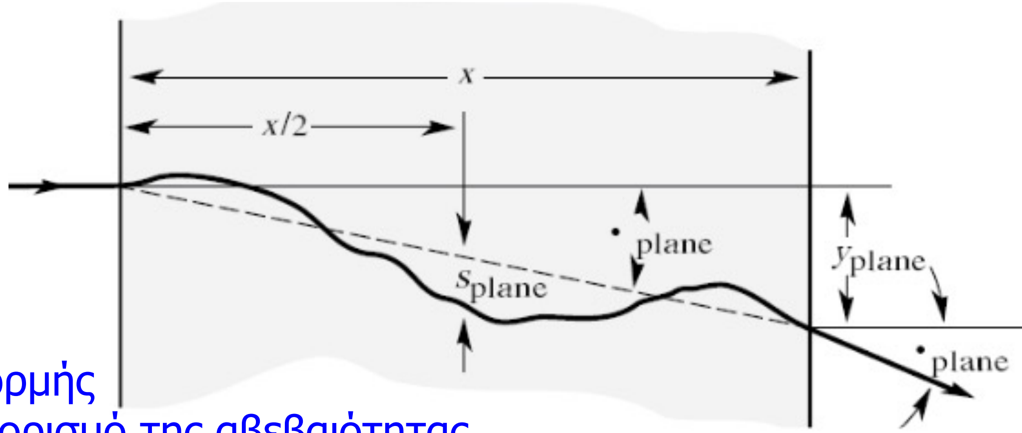
ATLAS: $\sigma_{p_T}/p_T = \boxed{0.001^2} + \boxed{\left(0.0005\,p_T\right)^2}$

Διακριτική ικανότητα ορμής

Η συνεισφορά της πολλαπλής Coulomb σκέδασης στην αβεβαιότητα της ορμής είναι:

$$\sigma_\varphi \approx \frac{14MeV/c}{p}\sqrt{\frac{L}{X_0}}$$

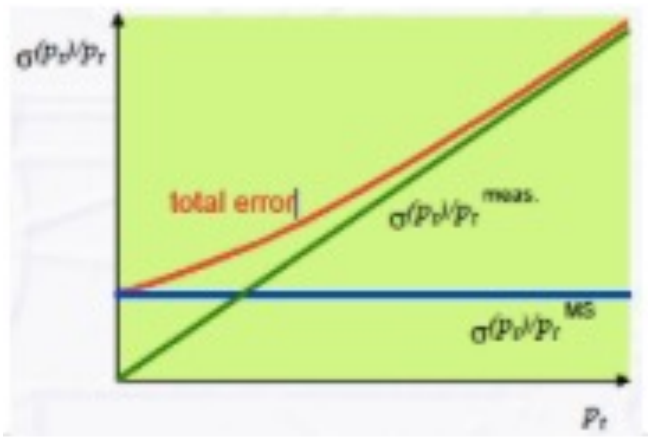
$$\frac{\sigma_p}{p} = \frac{\sigma_R}{R} = \frac{\sigma_\varphi}{\varphi} \quad \text{αφού: } R = \frac{L}{\varphi}$$



Για μικρές τιμές της ορμής
κυριαρχεί τον προσδιορισμό της αβεβαιότητας

$$\frac{\sigma_p}{p} = \frac{\sigma_\varphi}{\varphi} = \frac{14\,MeV/c}{p}\sqrt{\frac{L}{X_0}}\frac{R}{L} \Rightarrow \frac{\sigma_p}{p} = \frac{14\,MeV/c}{p}\sqrt{\frac{1}{LX_0}}\frac{p}{eB} \Rightarrow \frac{\sigma_p}{p} \sim \frac{1}{B\sqrt{LX_0}}$$

ανεξάρτηση της ορμής



$$\boxed{\left(\frac{\sigma_{p_T}}{p_T}\right)^2 = const\left(\frac{p_T}{BL^2}\right)^2 + const\left(\frac{1}{B\sqrt{LX_0}}\right)^2}$$