

Φροντιστήριο 8 ΦΥΣ112

20/11/2024

30.39) Το μαγνητικό πεδίο ενός κυλινδρικού μαγνήτη που έχει διάμετρο πόλου 3.3 cm κυμαίνεται ημιτονοειδώς μεταξύ 29.6 T και 30.0 T με συχνότητα 15 Hz . (Σημείωση: Το ρεύμα σε ένα καλώδιο τυλιγμένο γύρω από μόνιμο μαγνήτη κυμαίνεται για να δώσει αυτή την διακύμανση στο συνολικό πεδίο.) Σε ακτινική απόσταση 1.6 cm , ποιο είναι το μέτρο του επαγόμενου ηλεκτρικού πεδίου από αυτή την διακύμανση;

30.43) Δύο πανομοιότυπα μακριά καλώδια ακτίνας $a = 1.53\text{ mm}$ είναι παράλληλα μεταξύ τους και φέρουν πανομοιότυπο ρεύμα σε αντίθετες κατευθύνσεις. Η απόσταση μεταξύ των εγχάρσιων αξόνων τους είναι $d = 14.2\text{ cm}$. Αγνοώντας την ροή εντός των καλωδίων, αλλά λαμβάνοντας υπόψιν την ροή στην ενδιάμεση τους περιοχή, ποια είναι η επαγωγή ανά μονάδα μήκους των καλωδίων;

30.47) Δύο επαγωγές L_1 και L_2 είναι συνδεδεμένες σε σειρά και είναι σε αρκετά μεγάλη απόσταση ώστε το μαγνητικό πεδίο της μιας να μην επηρεάζει την άλλη. (a) Δείξτε ότι η ισοδύναμη επαγωγή είναι:

$$L_{eq} = L_1 + L_2 \quad (1)$$

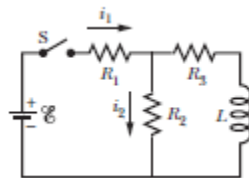
(b) Ποια είναι η γενίκευση του πιο πάνω αποτελέσματος για N επαγωγές σε σειρά;

30.48) Δύο επαγωγές L_1 και L_2 είναι συνδεδεμένες παράλληλα και είναι σε αρκετά μεγάλη απόσταση ώστε το μαγνητικό πεδίο της μιας να μην επηρεάζει την άλλη. (a) Δείξτε ότι η ισοδύναμη επαγωγή είναι:

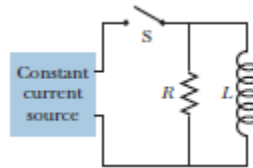
$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \quad (2)$$

(b) Ποια είναι η γενίκευση του πιο πάνω αποτελέσματος για N παράλληλες επαγωγές;

30.54) Στο πιο κάτω σχήμα έχουμε $\mathcal{E} = 100\text{ V}$, $R_1 = 10.0\ \Omega$, $R_2 = 20.0\ \Omega$, $R_3 = 30.0\ \Omega$ και $L = 2.00\text{ H}$. Αμέσως μόλις κλείσει ο διακόπτης S πόσο είναι (a) το I_1 και (b) το I_2 ; (Έστω ότι το θετικό πρόσημο αντιστοιχεί στις απεικονιζόμενες κατευθύνσεις και το αρνητικό πρόσημο στις αντίθετες.) Μετά από πολύ χρόνο, πόσο είναι (c) το I_1 και (d) το I_2 ; Έπειτα ανοίγουμε τον διακόπτη ξανά. Τότε πόσο είναι (e) το I_1 και (f) το I_2 ; Όταν πάλι αφήσουμε το κύκλωμα για πολύ χρόνο, πόσο είναι (g) το I_1 και (h) το I_2 ;



30.59) Στο σχήμα που ακολουθεί, αφότου ο διακόπτης S κλείσει την χρονική στιγμή $t = 0$, η ΗΕΔ της πηγής προσαρμόζεται αυτόματα για να διατηρήσει σταθερό I διαμέσου του S . (a) Βρείτε το ρεύμα που διαρρέει την επαγωγή συναρτήσει του χρόνου. (b) Σε πόσο χρόνο το ρεύμα που διαρρέει τον αντιστάτη θα ισούται με αυτό που διαρρέει την επαγωγή;



(1)

Ευθύς Καίµενος

Problem

$$30.39) B = B_0 + B_1 \sin \omega t, \quad \omega = 2\pi f = 2\pi (15 \text{ Hz})$$

$$\begin{aligned} \rightarrow B_{\max} &= B_0 + B_1 = 30,0 \text{ T} \\ \rightarrow B_{\min} &= B_0 - B_1 = 29,6 \text{ T} \end{aligned} \Rightarrow B_0 = 29,8 \text{ T} \\ \Rightarrow B_1 = 0,2 \text{ T}$$

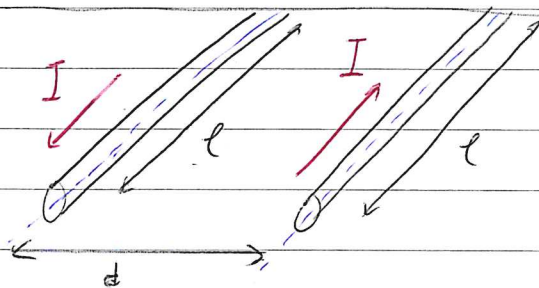
$$\rightarrow E = \frac{1}{2} \frac{dB}{dt} \cdot r, \quad r = 1,6 \text{ cm}$$

$$= \frac{1}{2} B_1 (2\pi f) \cos(2\pi f t) \cdot r$$

$$\Rightarrow E_{\max} = \frac{1}{2} B_1 (2\pi f) r = 0,15 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Problem

30.43)



$$a = 1,53 \text{ mm}$$

$$l \rightarrow \infty$$

$$d = 14,2 \text{ cm}$$

Καθώς δέξω χείρι: Αντίρροπα ρεύματα \Rightarrow Οµόρροπα B

Καθώς 1: Ampère: $B_1 \cdot 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Καθώς 2: Ampère: $B_2 \cdot 2\pi(d-r) = \mu_0 I \Rightarrow B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(d-r)}$

Αγρούρε χώρο εντός καλωδίων:

$$\begin{aligned} \rightarrow \Phi &= \int \vec{B}_{\text{ολ}} \cdot d\vec{A} = l \int_a^{d-a} B_{\text{ολ}} \cdot dr = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \int_a^{d-a} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{d-r} \right) dr \\ &= \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{d-a}{a}\right) - \ln\left(\frac{a}{d-a}\right) \right] \\ &= \frac{\mu_0 I l}{\pi} \ln\left(\frac{d-a}{a}\right) \end{aligned}$$

$$\rightarrow L = \frac{\Phi}{I} \quad (N=1)$$

$$\Rightarrow L = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln\left(\frac{d-a}{a}\right) \Rightarrow \frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln\left(\frac{d-a}{a}\right) = 1,8 \cdot 10^{-6} \frac{\text{H}}{\text{m}}$$

(2)

Problem30.47) (a) $L_{eq} = L_1 + L_2$ (σε σειρά)

$$\rightarrow \mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= -L_1 \frac{dI}{dt} \\ \mathcal{E}_2 &= -L_2 \frac{dI}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_{eq}$$

$$\rightarrow \mathcal{E}_{eq} = -L_{eq} \frac{dI}{dt}$$

$$\Rightarrow -(L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} = -L_{eq} \frac{dI}{dt}$$

$$\Rightarrow \boxed{L_1 + L_2 = L_{eq}}$$

(b) Για N διαδοχικές επαγωγές: $\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \dots + \mathcal{E}_N = \mathcal{E}_{eq}$

$$\Rightarrow L_1 + L_2 + \dots + L_N = L_{eq}$$

$$\Rightarrow \boxed{L_{eq} = \sum_{i=1}^N L_i}$$

Problem30.48) (a) $\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$ (παράλληλα)

$$\rightarrow \mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= -L_1 \frac{dI_1}{dt} \\ \mathcal{E}_2 &= -L_2 \frac{dI_2}{dt} \\ \mathcal{E}_1 &= \mathcal{E}_2 \text{ (παράλληλα)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} L_1 \frac{dI_1}{dt} &= L_2 \frac{dI_2}{dt} \\ \frac{dI_2}{dt} &= \frac{L_1}{L_2} \frac{dI_1}{dt} \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow \mathcal{E} = -L_{eq} \frac{dI_{eq}}{dt} = -L_{eq} \frac{d(I_1 + I_2)}{dt}$$

$$\Rightarrow L_{eq} \left(\frac{dI_1}{dt} + \frac{L_1}{L_2} \frac{dI_1}{dt} \right) = L_1 \frac{dI_1}{dt}$$

$$\Rightarrow L_{eq} \left(1 + \frac{L_1}{L_2} \right) = L_1$$

$$\Rightarrow L_{eq} \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right) = 1 \Rightarrow \boxed{\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}}$$

(b) Για N διαδοχικές επαγωγές: $I_1 + I_2 + \dots + I_N = I$

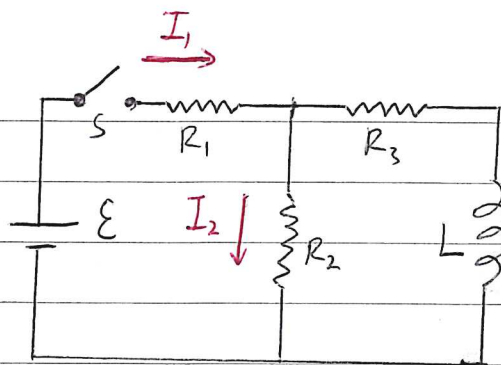
$$\Rightarrow L_{eq} \left(\frac{dI_1}{dt} + \frac{L_1}{L_2} \frac{dI_1}{dt} + \dots + \frac{L_1}{L_N} \frac{dI_1}{dt} \right) = L_1 \frac{dI_1}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_N} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{L_i}}$$

Problem

(8)

30.54)



$$R_1 = 10,0 \, \Omega$$

$$R_2 = 20,0 \, \Omega$$

$$R_3 = 30,0 \, \Omega$$

$$\mathcal{E} = 100 \, \text{V}$$

$$L = 2,00 \, \text{H}$$

(a) $t=0$: $I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2}$ (Σζεύς \mathcal{E} και R_1 και R_2 από πριν
από την L)

$$\Rightarrow I_1 = \frac{10}{3} \, \text{A} = 3,33 \, \text{A}$$

$$(b) I_2 = I_1 = 3,33 \, \text{A}$$

(c) $t \rightarrow \infty$: Στάθμη κατάσταση στο $L \Rightarrow L \frac{dI}{dt} = 0$

$$\begin{aligned} \rightarrow \text{Kirchhoff: } \mathcal{E} - I_1 R_1 - I_2 R_2 &= 0 \quad (\text{από το } \mathcal{E} \text{ και } R_1 \text{ και } R_2) \\ + I_2 R_2 - I_3 R_3 &= 0 \quad (\text{Σζεύς } R_2 \text{ και } R_3) \\ I_1 &= I_2 + I_3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow I_2 R_2 - (I_1 - I_2) R_3 = 0$$

$$\Rightarrow I_2 (R_2 + R_3) = I_1 R_3 \Rightarrow I_2 = I_1 \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} - I_1 R_1 - I_1 \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 0$$

$$\Rightarrow I_1 = \mathcal{E} \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_1 (R_2 + R_3) + R_2 R_3} = 4,55 \, \text{A}$$

$$(d) I_2 = \mathcal{E} \frac{R_3}{R_1 (R_2 + R_3) + R_2 R_3} = 2,73 \, \text{A}$$

(e) Ανοίγει ο $S \Rightarrow$ ανοικτός από το \mathcal{E} $\Rightarrow I_1 = 0$

(f) Λόγω L , το πείρα στο εξαναγκάζεται από τον όλο \mathcal{E} $\Rightarrow I_3$ το ίδιο με πριν $\Rightarrow I_3 = 1,82 \, \text{A}$

$$\hookrightarrow I_1 = 0 \Rightarrow I_2 + I_3 = 0 \Rightarrow I_2 = -1,82 \, \text{A}$$

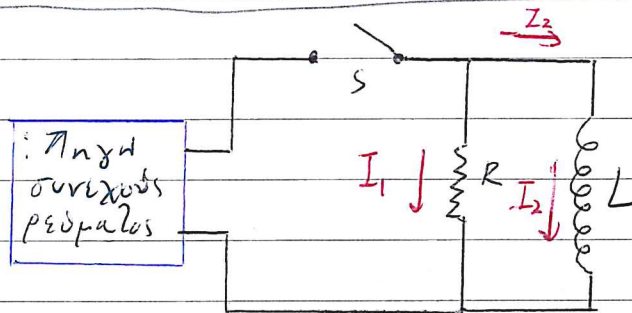
(4)

(g), (h) Μετά από πολύ χρόνο η L είναι σε ολόκληρη κατάσταση \Rightarrow Ανοχή ενέργειας είναι

$$\Rightarrow I_1 = I_2 = 0$$

Problem

30.59)



$$I_0 = \sigma I_a \theta_{sp0}$$

$t=0$: Κλείνει ο S

$$(a) \rightarrow I_0 = \sigma I_a \theta_{sp0} \Rightarrow \frac{dI_0}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt} = 0$$

$$\rightarrow \text{Kirchhoff: } -L \frac{dI_2}{dt} - (-I_1 R) = 0 \quad (\text{Σε ζεύγος βρόχων})$$

$$\Rightarrow L \frac{dI_1}{dt} + I_1 R = 0 \Rightarrow \frac{dI_1}{dt} = -\frac{R}{L} I_1$$

$$\Rightarrow \frac{dI_1}{I_1} = -\frac{R}{L} dt \Rightarrow \ln I_1 = -\frac{R}{L} t + C \Rightarrow I_1 = \underbrace{e^C}_{I_0} e^{-\frac{R}{L} t}$$

$$\Rightarrow I_2 = I_0 - I_1 = I_0 (1 - e^{-\frac{R}{L} t})$$

$$(b) I_1 = I_2 \Rightarrow e^{-\frac{R t_0}{L}} = 1 - e^{-\frac{R t_0}{L}}$$

$$\Rightarrow e^{-\frac{R t_0}{L}} = \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{R t_0}{L} = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 2$$

$$\Rightarrow t_0 = \frac{L}{R} \ln 2$$