

ΦΥΣ 112 - ΓΕΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ II

Φροντιστήριο 1

Διδάσκων: Καθηγητής Φώτιος Πτωχός

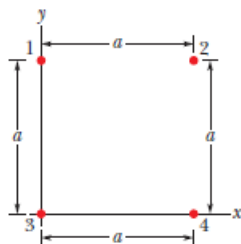
Βοηθοί Διδασκαλίας: Ευτύχιος Καϊμακκάμης - Γιάννος Χαρίτου

Σεπτέμβριος 14, 2022



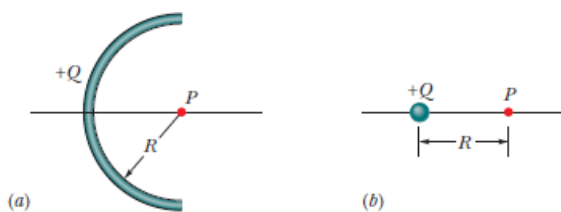
Τμήμα Φυσικής
Πανεπιστήμιο Κύπρου
2022

21.10) Στο παρακάτω σχήμα, τα τέσσερα φορτία σχηματίζουν τετράγωνο. Τα φορτία είναι $q_1 = q_4 = Q$ και $q_2 = q_3 = q$. (α) Ποιος είναι ο λόγος Q/q αν η συνολική δύναμη στα φορτία 1 και 4 είναι 0; (β) Υπάρχει τιμή του q για την οποία η συνολική δύναμη να είναι μηδέν για όλα τα σωματίδια; Εξηγήστε.



22.11) Δύο σωματίδια είναι τοποθετημένα στο άξονα x . Το σωματίδιο 1 με φορτίο $q_1 = 2.1 \times 10^{-8} C$ είναι στη θέση $x = 20 cm$, και το σωματίδιο 2 με φορτίο $q_2 = -4.00 q_1$ είναι στη θέση $x = 70 cm$. Σε ποια θέση στον άξονα αυτό (πέραν του απείρου) το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο που προέρχεται από τα δύο σωματίδια είναι 0;

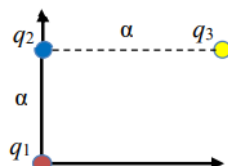
22.29) Το παρακάτω σχήμα (α) δείχνει μία μη αγώγιμη (μονωτική) ράβδο με ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο $+Q$. Η ράβδος σχηματίζει ημικύκλιο ακτίνας R και παράγει ηλεκτρικό πεδίο μεγέθους E_{arc} στο κέντρο καμπυλότητάς του P . Αν η ράβδος κατέρρεε σε ένα σημειακό φορτίο σε απόσταση R από το P όπως φαίνεται στο (b), κατά τι πολλαπλασιαστικό παράγοντα θα διέφερε το μέγεθος του νέου ηλεκτρικού πεδίου;



22.59) Πόσο έργο χρειάζεται για να στραφεί ένα ηλεκτρικό δίπολο κατά 180 μοίρες σε ομοιόμορφο ηλεκτρικό πεδίο μεγέθους $E = 46.0 N/C$ αν η διπολική ροπή έχει μέγεθος $p = 3.02 \times 10^{-25} C \cdot m$ και η αρχική γωνία είναι 64 μοίρες;

22.61) Βρείτε μία έκφραση για την συχνότητα ταλάντωσης ενός ηλεκτρικού διπόλου διπολικής ροπής \vec{p} και ροπή αδράνειας I για μικρά πλάτη ταλάντωσης γύρω από το σημείο ισορροπίας εντός ομοιόμορφου ηλεκτρικού πεδίου μεγέθους E .

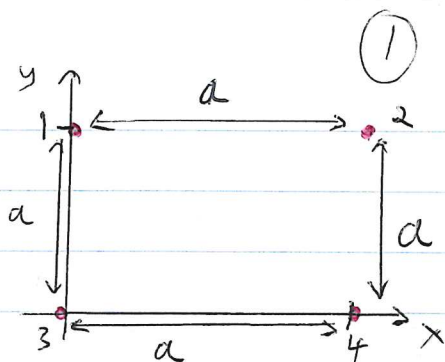
006) Τρία φορτία βρίσκονται στην διάταξη που φαίνεται στο σχήμα. Να βρεθεί η δύναμη στο φορτίο q_3 . Δίνονται $q_1 = 6.0 \times 10^{-6} C$, $q_2 = -q_1 = -6.0 \times 10^{-6} C$, $q_3 = 3.0 \times 10^{-6} C$ και $a = 2.0 cm$



007) Το ποζιτρόνιο είναι το αντισωματίδιο του ηλεκτρονίου. Έχουν την ίδια μάζα αλλά αντίθετο φορτίο με του ηλεκτρονίου. Ένα ηλεκτρόνιο και ένα ποζιτρόνιο μπορούν να δημιουργήσουν μια δέσμη κατάσταση και να περιστρέφονται ως προς το κέντρο μάζας τους σαν να είναι ένας περιστροφέας και η «ράβδος» που τα συνδέει να έχει μηδενική μάζα. Υπολογίστε τη συχνότητα περιστροφής ενός ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου που βρίσκονται σε απόσταση $1nm$ μεταξύ τους.

Problem 21.10)

Ευέλκως Καίραυαδης



$$\rightarrow q_1 = q_4 = Q$$
$$\rightarrow q_2 = q_3 = q$$

(a) $\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = -k_e \frac{q_1 q_2}{a^2} \hat{i}$, $\vec{F}_{4 \rightarrow 1} = k_e \frac{q^2}{2a^2} (-\hat{i}, \hat{j}) \cos 45^\circ$

$$\vec{F}_{3 \rightarrow 1} = k_e \frac{q_1 q_2}{a^2} \hat{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_1 = k_e \frac{Q}{a^2} \left(-\frac{2\sqrt{2}q+Q}{2\sqrt{2}} \hat{i}, \frac{2\sqrt{2}q+Q}{2\sqrt{2}} \hat{j} \right) = 0$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{2}y + Q = 0 \Rightarrow Q = -2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{q} = -2\sqrt{2}$$

$$\vec{F}_{2 \rightarrow 4} = -k_e \frac{Q_2}{a^2} \hat{j}$$

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 4} = k_e \frac{Q^2}{2a^2} (\hat{i}, -\hat{j}) \cos 45^\circ$$

$$\vec{F}_{3 \rightarrow 4} = k_e \frac{Q_3 Q_4}{a^2} \hat{i}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_4 = k_e \frac{q}{a^2} \left(\frac{\sqrt{2}q + Q}{2\sqrt{2}} \hat{i} - \frac{\sqrt{2}q + Q}{2\sqrt{2}} \hat{j} \right) = 0$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{2}q + Q = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{Q}{q} = -2\sqrt{2}}$$

$$(b) \vec{F}_{1 \rightarrow 3} = -k_e \frac{Q_1 Q_3}{a^2} \hat{j}$$

$$\vec{F}_{2 \rightarrow 3} = k_e \frac{q^2}{2a^2} (-\hat{i} - \hat{j}) \cos 45^\circ$$

$$\vec{F}_{4 \rightarrow 3} = -k_c \frac{q_4}{a^2} \hat{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_s = -k_e \frac{q}{a^2} \left(\frac{q + 2\sqrt{2}Q}{2\sqrt{2}} \hat{i}, \frac{q + 2\sqrt{2}Q}{2\sqrt{2}} \hat{j} \right)$$

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = k_e \frac{Q_1 Q_2}{a^2} \hat{i}$$

$$\vec{F}_{3 \rightarrow 2} = k_e \frac{q^2}{2a^2} (\hat{i}, \hat{j}) \cos 45^\circ$$

$$\vec{F}_{4 \rightarrow 2} = k_e \frac{q_1 q_2}{a^2} \hat{j}$$

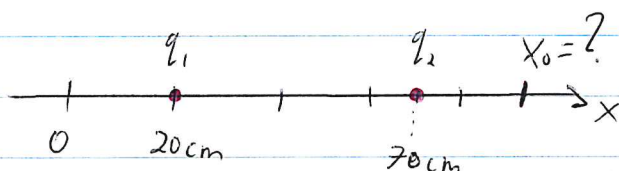
$$\Rightarrow \vec{F}_2 = k_e \frac{q}{a^2} \left(\frac{q+2\sqrt{2}Q}{2\sqrt{2}} \hat{i}, \frac{q+2\sqrt{2}Q}{2\sqrt{2}} \hat{j} \right)$$

(2)

$$\rightarrow \vec{F}_1^{\text{net}} = \vec{F}_2^{\text{net}} = \vec{F}_3^{\text{net}} = \vec{F}_4^{\text{net}} = 0$$

$$\left. \begin{aligned} \Rightarrow q &= -2\sqrt{2}Q \quad (\text{ans } 3+2) \\ \Rightarrow Q &= -2\sqrt{2}q \quad (\text{ans } 1+4) \end{aligned} \right\} \text{Answer} \Rightarrow \begin{cases} \text{Kapla 2pm to} \\ q \text{ dir to Zmri} \end{cases}$$

Problem 22.11)



$$\rightarrow q_1 = 2.1 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

$$\rightarrow q_2 = -4.00 \cdot q_1 = -8.4 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

$$\vec{E}_{\text{net}}(x_0) = 0$$

$$\hookrightarrow \vec{E}_{\text{net}} = k_e \left[\frac{q_1}{|x_0 - 0.20|^2} + \frac{q_2}{|x_0 - 0.70|^2} \right] = 0$$

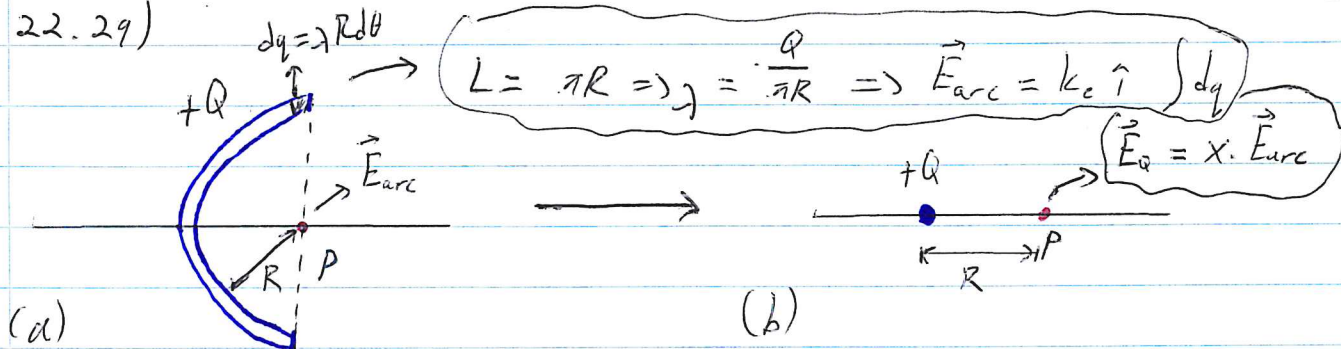
$$\Rightarrow q_1 |x_0 - 0.20|^2 = -q_2 |x_0 - 0.70|^2$$

$$\Rightarrow |x_0 - 0.70|^2 = 4 \cdot |x_0 - 0.20|^2$$

$$\Rightarrow |x_0 - 0.70| = 2 |x_0 - 0.20|$$

$$\Rightarrow \boxed{x_0 = -0.3 \text{ m}}$$

Problem 22.29)



$$\vec{E}_{\text{arc}} = k_e \hat{i} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{R^2} \cos \theta R d\theta = k_e \frac{Q}{\pi R^2} \sin \theta \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = k_e \frac{2Q}{\pi R^2} \hat{i}$$

$$\vec{E}_q = k_e \frac{Q}{R^2} \hat{i}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{2}}$$

(3)

Problem

22.59) $\theta_0 = 64^\circ$

$E = 46,0 \frac{N}{C}$

$p = 3,02 \cdot 10^{-25} \text{ C}\cdot\text{m}$

$\Delta\theta = 180^\circ \Rightarrow \theta_f = 244^\circ \text{ (ή) } \theta_f = -116^\circ$

$\rightarrow U_0 = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE \cos\theta_0 = -6,09 \cdot 10^{-24} \text{ J}$

$\rightarrow U_f = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE \cos\theta_f = 6,09 \cdot 10^{-24} \text{ J}$

$$\left. \begin{array}{l} U_0 = -U_f \\ \Rightarrow W = U_f - U_0 \\ = 2U_f \\ = 1,22 \cdot 10^{-23} \text{ J} \end{array} \right\}$$

Problem

22.61

 \vec{p} : διπολική ροπή I : ροπή αδράνειας E : ομοιόμορφο ηλεκτρικό πεδίο

\rightarrow Μικρός γωνίας ταλαντώσεως
 \Leftrightarrow Μικρή γωνία διώγει σε
 ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές

$$\rightarrow \vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \Rightarrow \tau = -pE \sin\theta \xrightarrow{\theta \text{ μικρό}} \tau \approx -pE\theta$$

$$\rightarrow I\omega^2\theta = |\tau| \Rightarrow \omega^2 = \frac{pE}{I} \Rightarrow \boxed{f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{pE}{I}}}$$

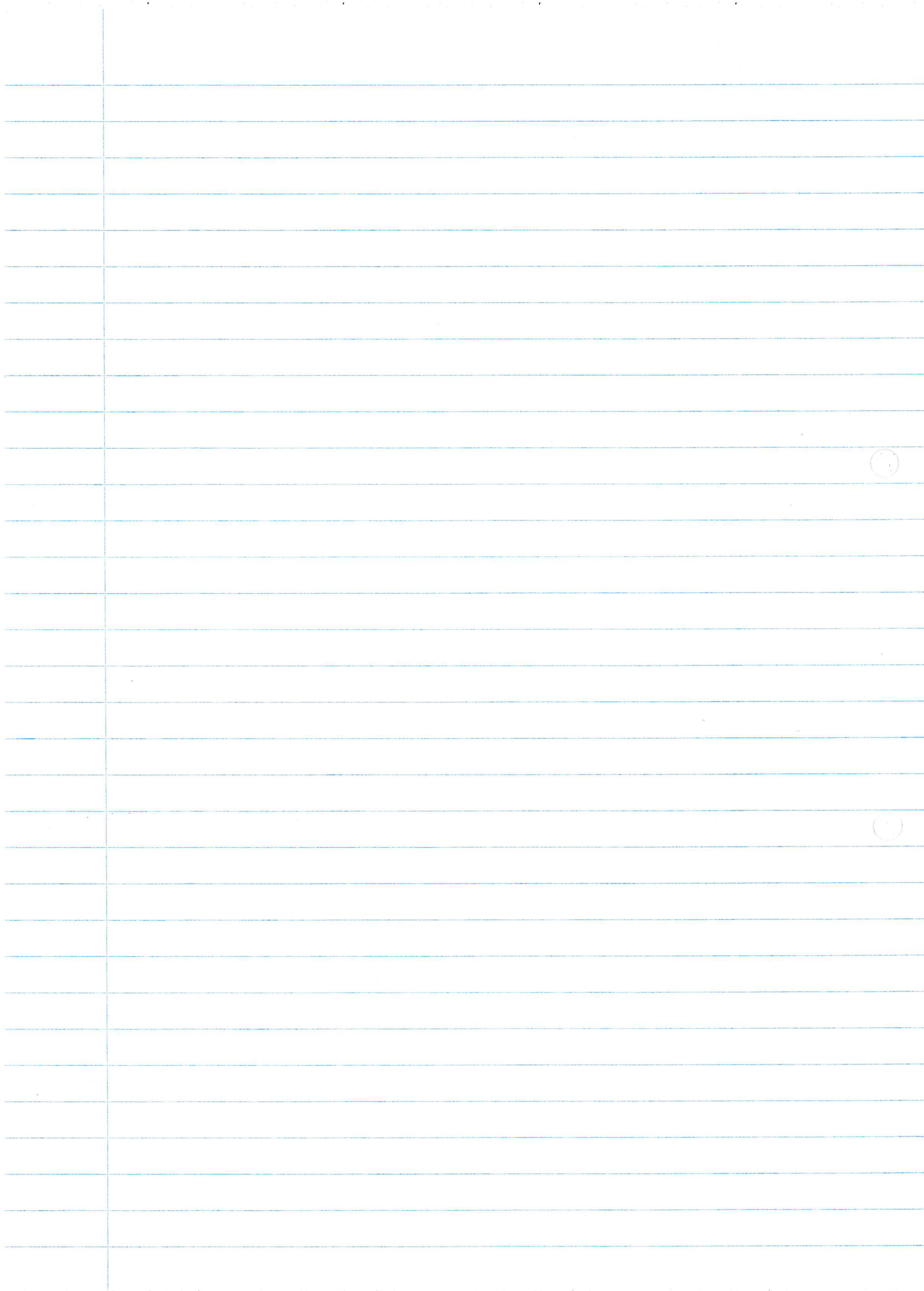
(ταλαντώσεις από εξαναγκασμένη ροπή)

$$\hookrightarrow \tau = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{pE\theta}{I}$$

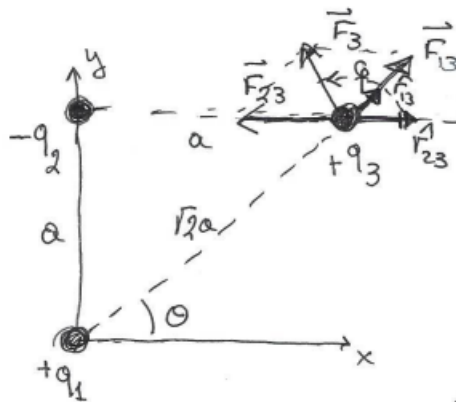
$$\rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{pE}{I}\theta = 0$$

$$\rightarrow \theta = \theta_0 \cos(\omega t)$$

$$\omega^2 = \frac{pE}{I} \text{ (Helmholtz)}$$



(006)



Η συνισταμένη δύναμη στο φορτίο q_3

Οα είναι: $\vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \hat{r}_{13} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} \hat{r}_{23} \right) \quad (1)$$

Ο 2ος όρος είναι αρνητικός αλγεβρικά γιατί $q_2 < 0$

Υπολογίζουμε τα μοναδιαία διανύσματα \hat{r}_{13} και \hat{r}_{23}

$$\hat{r}_{13} = \cos\theta \hat{i} + \sin\theta \hat{j} \Rightarrow \left[\hat{r}_{13} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\hat{i} + \hat{j}) \right] \quad (2)$$

Παρόμοια για το μοναδιαίο διάνυσμα \hat{r}_{23} θα έχουμε $\left[\hat{r}_{23} = \hat{i} \right] \quad (3)$
 από το q_2 στο q_3 .

$$\text{Επομένως η (1) γίνεται: } \vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 q_3}{(\sqrt{2} a)^2} \frac{\sqrt{2}}{2} (\hat{i} + \hat{j}) + \frac{(-q_2) q_3}{a^2} \hat{i} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{a^2} \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{4} - 1 \right) \hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{4} \hat{j} \right]$$

$$\text{Το μέτρο της δύναμης είναι: } F_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{a^2} \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{4} - 1 \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{4} \right)^2 \right]^{1/2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_3 = \left(9.0 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C} \right) \frac{(6 \cdot 10^{-6} \text{ C})(3 \cdot 10^{-6} \text{ C})}{(2 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 (0.74)} \Rightarrow F_3 = 3 \text{ N}$$

Η γωνία που σχηματίζει \vec{F}_3 με τον x-άξονα: $\phi = \tan^{-1} \left(\frac{F_3^y}{F_3^x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{2}/4}{-1+\sqrt{2}/4} \right) \Rightarrow$
 $\Rightarrow \left[\phi = 151.3^\circ \right]$ ή $\phi = -28.7^\circ$ που απορρίπτεται γιατί θα ισοδυναμούσε
 με $F_3^x > 0$ και $F_3^y < 0$ που δεν ισχύει

(007)



Τα δύο σωματίδια έχουν το ίδιο φορτίο σε απόλυτη επίση αλλά αντίθετο, και την ίδια μάζα. Τα σωματίδια εφοσον

περιφέρονται ως προς το CM, ακολουθεί πάνω τους κεντρομόλος δύναμη που προέρχεται από την ηλεκτρική δύναμη:

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_e||q_{e^+}|}{(2r)^2} = F_{κα} = \frac{m_e v^2}{r} = \frac{m_e \omega^2 r^2}{r} = \frac{m \omega^2 r^2}{r} = m(2\pi f)^2 = 4\pi^2 m f^2$$

Λύνοντας ως προς τη συχνότητα f θα έχουμε: $f = \sqrt{\frac{|q_e||q_{e^+}|}{64\pi^3 \epsilon_0 m r^2}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow f = \sqrt{\frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2 \cdot (9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2)}{(9 \times 10^{-31} \text{ kg}) 16\pi^2 (0.5 \times 10^{-9} \text{ m})^3}} \Rightarrow \boxed{f = 1.13 \times 10^{14} \text{ Hz}}$$