2^{η} ΟΜΑΔΑ

Σειρά	Θέση

ΦΥΣ. 131
1^{η} Πρόοδος: 11-Οκτωβρίου-2008

Πριν αρχίσετε συμπληρώστε τα στοιχεία σας (ονοματεπώνυμο και αριθμό ταυτότητας).

Ονοματεπώνυμο	Αριθμός ταυτότητας

Σας δίνονται 6 προβλήματα (4 των 15 και 2 των 20 βαθμών) και πρέπει να απαντήσετε σε όλα.

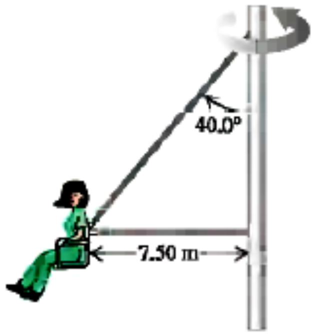
Προσπαθήστε να δείξετε την σκέψη σας και να εξηγήσετε όσο το δυνατόν πιο καθαρά για ποιό λόγο κάνετε ότι γράφετε. Γράψτε καθαρά διαγράμματα με δυνάμεις, ταχύτητες, επιταχύνσεις.

ΑΠΑΓΟΡΕΥΕΤΑΙ ΟΠΟΙΟΔΗΠΟΤΕ ΕΙΔΟΣ ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑΣ ΟΠΩΣ ΕΠΙΣΗΣ ΧΡΗΣΗ ΣΗΜΕΙΩΣΕΩΝ, ΒΙΒΛΙΩΝ, ΚΙΝΗΤΩΝ Η ΟΤΙΔΗΠΟΤΕ ΑΛΛΟ.

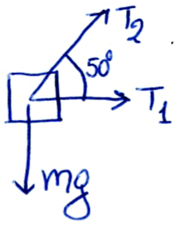
ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΣΤΕ ΜΟΝΟ ΤΙΣ ΣΕΛΙΔΕΣ ΠΟΥ ΣΑΣ ΔΙΝΟΝΤΑΙ ΚΑΙ ΜΗΝ ΚΟΨΕΤΕ ΟΠΟΙΑΔΗΠΟΤΕ ΣΕΛΙΔΑ

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 2 ώρες. Καλή Επιτυχία !

1. Μια κούνια σε ένα πάρκο αναψυχής είναι όπως στο διπλανό σχήμα. Το κάθισμα συνδέεται στον άξονα περιστροφής με δυο αλυσίδες οι οποίες θεωρούνται αμελητέας μάζας. Η μια αλυσίδα συνδέεται σε κάποιο σημείο στον άξονα περιστροφής και σχηματίζει γωνία 40° με την κατακόρυφο ενώ η άλλη αλυσίδα είναι οριζόντια και έχει μήκος 7.50m. Το κάθισμα περιστρέφεται σε οριζόντιο κύκλο με ρυθμό 32 στροφές/λεπτό. Αν το κάθισμα ζυγίζει 255N και ένα άτομο βάρους 825N κάθεται στο κάθισμα (α) να σχεδιαστούν τα διαγράμματα απελευθερωμένου σώματος για το σύστημα κάθισμα-επιβάτης [**5π**] και (β) να βρεθούν οι τάσεις που αναπτύσσονται και στις δυο αλυσίδες [**10π**]. [*Υποθέστε ότι* g=9.8m/s²].



Οι δυνάμεις οι οποίες αναπτύσσονται στο σύστημα επιβάτης-κάθισμα είναι:



Αναλύουμε σε σύστημα συντεταγμένων

οπότε για τις δυνάμεις έχουμε

$\Sigma F_x = T_1 + T_2^x = Ma$ (1)

$\Sigma F_y = -Mg + T_2^y = 0$ (2)

Αλλά $T_2^x = T_2 \cos 50°$ κ $T_2^y = T_2 \sin 50°$ (3)

Αφού το σύστημα περιστρέφεται με σταθερή ταχύτητα σε οριζόντιο κύκλο η επιτάχυνση του συστήματος στο x-άξονα είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση

$$a = a_\kappa = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = (2\pi\nu)^2 R \Rightarrow a_\kappa = \left(2\pi \frac{32}{60}\right)^2 (7.5) \Rightarrow \boxed{a_\kappa = 84.2 m/s^2}$$

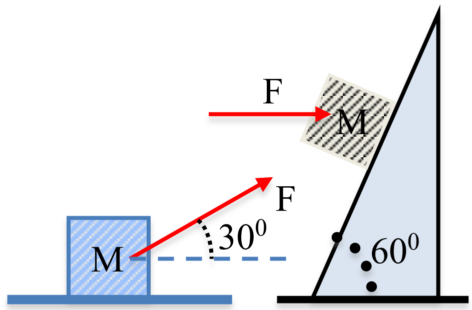
Αντικαθιστούμε στις (1) κ (2) οπότε:

$$T_1 + T_2 \cos 50° = \frac{(255+825)}{g} \cdot 84.2 \Rightarrow T_1 + T_2 \cos 50° = \frac{1080}{9.8} 84.2$$

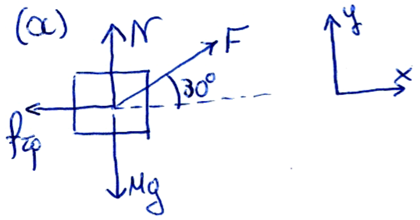
$$T_2^y = Mg \Rightarrow T_2 \sin 50° = 1080 \Rightarrow T_2 = \frac{1080}{\sin 50°} \Rightarrow \boxed{T_2 = 1409.8 N}$$

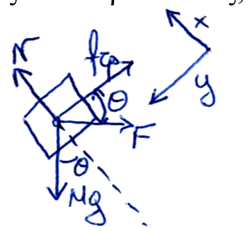
$$\Rightarrow T_1 = -T_2 \cos 50° + 9279.2 \Rightarrow \boxed{T_1 = 8379 N}$$

2. Για κάθε ένα από τα συστήματα του διπλανού σχήματος το τούβλο παραμένει ακίνητο. Και στις δυο περιπτώσεις το μέτρο της δύναμης F είναι Mg/2. (α) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα απελευθερωμένου σώματος για το τούβλο και στις δυο περιπτώσεις. [**4π**] (β) Ποια είναι η κάθετη δύναμη που ασκείται στο τούβλο και στις δυο περιπτώσεις. [**3π**] (γ) Ποια είναι η ελάχιστη τιμή που θα πρέπει να έχει ο συντελεστής στατικής τριβής και στις δυό περιπτώσεις; [**8π**]



(α)





(β) $\Sigma F_x = F\cos 30^\circ - f_{\tau\rho} = 0$ (1)

$\Sigma F_y = N + F\sin 30^\circ - Mg = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow N = Mg - F\sin 30^\circ \Rightarrow$

$N = Mg - \frac{Mg}{2}\frac{1}{2} \Rightarrow$

$N = Mg - \frac{Mg}{4} \Rightarrow \boxed{N = \frac{3Mg}{4}}$ (2)

(γ) Απο την εξίσωση (1) έχουμε

$f_{\tau\rho} = F\cos 30^\circ \Rightarrow f_{\tau\rho} = \frac{Mg}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\Big\}\Rightarrow$

Αλλά $f_{\tau\rho} = \mu_s N \overset{(2)}{\Rightarrow} f_{\tau\rho} = \mu_s \frac{3Mg}{4}$

$\Rightarrow \mu_s \frac{3\cancel{Mg}}{\cancel{4}} = \frac{\cancel{Mg}}{\cancel{2}}\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \Rightarrow \boxed{\mu_s = \frac{\sqrt{3}}{3}}$

$\Sigma F_x = Mg\sin\theta - F\cos\theta - f_{\tau\rho} = 0 \Rightarrow$

$f_{\tau\rho} = Mg\sin\theta - F\cos\theta \Rightarrow$

$f_{\tau\rho} = Mg\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{Mg}{2}\frac{1}{2} \Rightarrow$

$\boxed{f_{\tau\rho} = \frac{2\sqrt{3}-1}{4}Mg}$ (3)

$\Sigma F_y = N - Mg\cos\theta - F\sin\theta = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow N = Mg\cos\theta + F\sin\theta \Rightarrow$

$\Rightarrow N = Mg\cos\theta + \frac{Mg}{2}\sin\theta \Rightarrow$

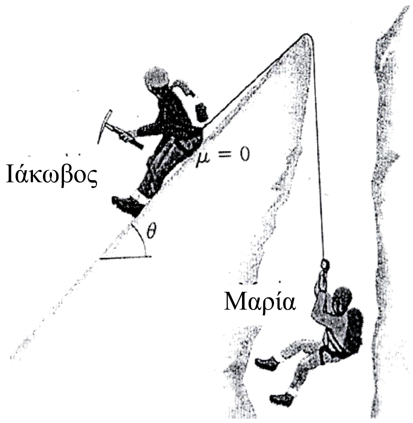
$\Rightarrow N = Mg\frac{1}{2} + \frac{Mg}{2}\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{N = \frac{2+\sqrt{3}}{4}Mg}$ (4)

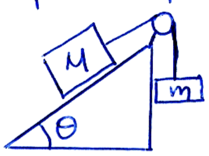
Από την (3) κ (4) και αφού $f_{\tau\rho} = \mu_s N$ έχουμε: $\frac{2\sqrt{3}-1}{\cancel{4}}\cancel{Mg} = \mu_s \frac{2+\sqrt{3}}{\cancel{4}}\cancel{Mg} \Rightarrow$

$\boxed{\mu_s = \frac{2\sqrt{3}-1}{2+\sqrt{3}}}$

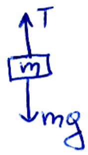
3. Η Μαρία μάζας m και ο Ιάκωβος μάζας M βρίσκονται σε μια δύσκολη κατάσταση. Η Μαρία έχει πέσει μέσα σε μια εσοχή βράχων καθώς προσπαθούσε να κατέβει μια απότομη, παγωμένη και γλυστερή πλαγιά και κρατιέται από το σχοινί το οποίο είναι δεμένο στο φίλο της τον Ιάκωβο. Ο Ιάκωβος αποφασίζει να την τραβήξει επάνω και για να το κάνει γλυστρά προς τα κάτω πάνω στην παγωμένη πλαγιά. Υποθέτοντας ότι τόσο ο Ιάκωβος όσο και το σχοινί γλυστρούν προς τα κάτω χωρίς τριβές να βρείτε την επιτάχυνση με την οποία κινείται ο Ιάκωβος. [**15π**].



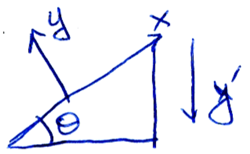
Ουσιαστικά το πρόβλημα είναι ανάλογο με 2 σώματα που συνδέονται με ένα σχοινί που περνά από κάποια τροχαλία:



Τα διαγράμματα των δυνάμεων για κάθε σώμα είναι:



Θεωρούμε σύστημα συντεταγμένων παράλληλο προς το κεκλιμένο επίπεδο & κάθετο προς αυτό



Αναλύουμε τις δυνάμεις στους άξονες αυτούς:

Για το M: $\Sigma F_x = T - Mg\sin\theta = Ma$ (1)

$\Sigma F_y = N - Mg\cos\theta = 0$ (2)

Για τη m: $\Sigma F_{y'} = mg - T = ma \Rightarrow T = m(g-a)$ (3)

Ανακαθιστούμε την (3) στην (1) οπότε:

$$m(g-a) - Mg\sin\theta = Ma \Rightarrow a(M+m) = (m - M\sin\theta)g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{(m - M\sin\theta)}{M+m}g}$$

Το πρόσημο έχει να κάνει με το γεγονός ότι θεωρήσαμε θετική φορά προς τα πάνω. Αν θεωρούσατε την αντίθετη φορά, θα βγάζατε $-a$.

4. Πηγαίνετε σε κάποιο πολυκατάστημα το οποίο χρησιμοποιεί κυλιόμενες σκάλες και θέλετε να επισκεφθήτε το $3^{ο}$ όροφο του καταστήματος. Για κακή σας τύχη η σκάλα από το ισόγειο προς το $1^{ο}$ όροφο είναι χαλασμένη και ακίνητη οπότε αναγκάζεστε να την ανεβείτε κανονικά και σας πέρνει 90sec για να φθάσετε στην κορυφή της. Η σκάλα από το $1^{ο}$ όροφο στο $2^{ο}$ λειτουργεί κανονικά αλλά μια και είστε λίγο κουρασμένοι απλά στέκεστε στο σκαλοπάτι και φθάνετε στη κορυφή της σε 60sec. Όταν φθάνετε στη $3^{ο}$ σκάλα που δουλεύει κανονικά συνειδητοποιείτε ότι έχετε καθυστερήσει λίγο και αποφασίζετε να ανεβείτε τα σκαλοπάτια ενώ η σκάλα κινείται. Πόσο χρόνο θα σας πάρει για να φθάσετε στη κορυφή της; Υποθέστε ότι όλες οι σκάλες κινούνται με την ίδια ταχύτητα και έχουν μήκος 15m. [**15π**]

Ξέρουμε ότι η μέση ταχύτητα δίνεται από τη σχέση $\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

Όταν ανεβαίνουμε τη σκάλα από το ισόγειο στο $1^{ο}$ όροφο, η σκάλα είναι ακίνητη οπότε μετράμε τη ταχύτητά μας ως προς τη σκάλα

$$\bar{V}_{ΠΣ} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{15m}{90s} \Rightarrow \bar{V}_{ΠΣ} = \frac{1}{6} m/s \quad (1)$$

Όταν χρησιμοποιούμε τη σκάλα από το $1^{ο}$ όροφο στο $2^{ο}$ όροφο είμαστε ακίνητοι ως προς τη σκάλα η οποία όμως κινείται με κάποια ταχύτητα ως προς το έδαφος. Η ταχύτητα αυτή είναι:

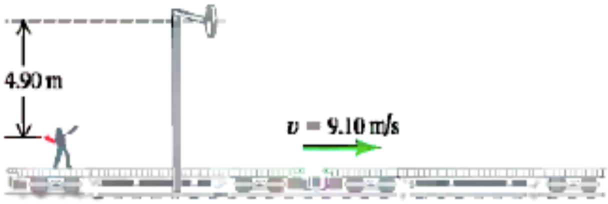
$$\bar{V}_{ΣΕ} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{15m}{60s} \Rightarrow \bar{V}_{ΣΕ} = \frac{1}{4} m/s \quad (2)$$

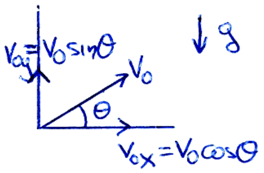
Στη σκάλα μεταξύ του $2^{ου}$ και $3^{ου}$ ορόφου χρειάζεται να υπολογίσουμε τη ταχύτητά μας ως προς το έδαφος αφού και η σκάλα και εμείς κινούμαστε. Οπότε θα έχουμε:

$$\bar{V}_{ΠΕ} = \bar{V}_{ΠΣ} + \bar{V}_{ΣΕ} \xRightarrow{(1),(2)} \bar{V}_{ΠΕ} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} \Rightarrow \bar{V}_{ΠΕ} = \frac{10}{24} \Rightarrow \boxed{\bar{V}_{ΠΕ} = \frac{5}{12} m/s}$$

Αλλά $\bar{V}_{ΠΕ} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{\bar{V}_{ΠΕ}} \Rightarrow \Delta t = \frac{\cancel{15}^{3}}{\cancel{5}/12} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 36sec}$

5. Ένας αθλητής βρίσκεται πάνω σε ένα ανοικτό επίπεδο βαγόνι το οποίο κινείται με ταχύτητα 9.10m/s προς τα δεξιά. Καθώς το βαγόνι πλησιάζει προς μια μπασκέτα που είναι στερεωμένη στο έδαφος αποφασίζει να ρίξει μια μπάλα του μπάσκετ προς στεφάνι το οποίο βρίσκεται σε ύψος 4.90m από το ύψος των χεριών του (δείτε το σχήμα). Υπολογίζει πως πρέπει να ρίξει τη μπάλα ώστε αυτή να κινείται οριζόντια καθώς περνά από το στεφάνι. Ρίχνει τη μπάλα με ταχύτητα 10.8m/s ως προς τον ίδιο. (α) Ποια πρέπει να είναι η κατακόρυφη συνιστώσα της αρχικής ταχύτητας της μπάλας; [**6π**] (β) Πόσα δευτερόλεπτα αφού πετάξει τη μπάλα αυτή θα περάσει από το στεφάνι; [**3π**] (γ) Σε ποια απόσταση από το καλάθι θα πρέπει να πετάξει τη μπάλα; [**7π**] (δ) Όταν η μπάλα φύγει από τα χέρια του αθλητή ποια είναι η διεύθυνση του διανύσματος της ταχύτητάς της ως προς το βαγόνι και ως προς το έδαφος; [**4π**]





(α) Αφού η μπάλα κινείται οριζόντια καθώς περνά από το στεφάνι, σημαίνει ότι βρίσκεται στο μέγιστο ύψος. Στο σημείο αυτό της τροχιάς, η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας μηδενίζεται και άρα:

$$V_y^2 = V_{oy}^2 + 2a\Delta y \Rightarrow 0 = V_{oy}^2 - 2g\Delta y \Rightarrow V_{oy} = \sqrt{2g\Delta y} \Rightarrow V_{oy} = \sqrt{2(9.8)(4.9)} \Rightarrow \boxed{V_{oy} = 9.8\,m/s}$$

(β) Ο χρόνος που χρειάζεται για να φθάσει στο μέγιστο ύψος της τροχιάς είναι:

$$V_y = V_{oy} - gt \Rightarrow V_{oy} = gt \Rightarrow t = \frac{V_{oy}}{g} \Rightarrow t = \frac{9.8}{9.8} \Rightarrow \boxed{t = 1\,sec}$$

(γ) Για να βρούμε την απόσταση από την οποία πρέπει ο αθλητής να ρίξει τη μπάλα πρέπει να υπολογίσουμε πρώτα την οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας. Από το παραπάνω ορθογώνιο τρίγωνο θα έχουμε:

$$V_o^2 = V_{ox}^2 + V_{oy}^2 \Rightarrow V_{ox} = \sqrt{V_o^2 - V_{oy}^2} \Rightarrow V_{ox} = \sqrt{(10.8)^2 - (9.8)^2} \Rightarrow \boxed{V_{ox} = 4.54\,m/s}$$

Αυτή είναι η οριζόντια ταχύτητα της μπάλας ως προς το τρένο, ενώ θα πρέπει να υπολογίσαμε τη ταχύτητα ως προς το έδαφος:

$$V^x_{ME} = V^x_{MT} + V^x_{TE} = 4.54 + 9.10 \Rightarrow \boxed{V^x_{ME} = 13.64\,m/s}$$

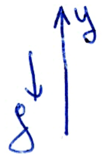
Αφού η μπάλα φθάνει στο μέγιστο ύψος σε 1sec, τον ίδιο χρόνο κινείται και οριζόντια. Άρα θα έχουμε: $x = V^x_{ME} \cdot t \Rightarrow x = 13.64 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{x = 13.64\,m}$

(δ) Από το τρίγωνο και πάλι θα έχουμε:

$$\tan\theta = \frac{V_{oy}}{V_{ox}} = \frac{9.80}{4.54} \Rightarrow \tan\theta = 2.16 \Rightarrow \boxed{\theta = 65.1^\circ}$$ ως προς το βαγόνι

$$\tan\theta = \frac{9.80}{13.64} \Rightarrow \tan\theta = 0.72 \Rightarrow \boxed{\theta = 35.7^\circ}$$ ως προς το έδαφος

6. Μια μπάλα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω από την άκρη της ταράτσας ενός κτιρίου. Μια δεύτερη μπάλα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από την κορυφή της ταράτσας 1 δευτερόλεπτο αργότερα. Αγνοείστε την αντίσταση του αέρα. (α) Αν το ύψος του κτιρίου είναι 20m, ποια πρέπει να είναι η αρχική ταχύτητα της $1^{ης}$ μπάλας αν και οι δυο μπάλες φθάνουν στο έδαφος την ίδια χρονική στιγμή; Σχεδιάστε το γράφημα y-t για τις δυο μπάλες θεωρώντας σαν t=0 τη στιγμή που εκτοξεύτηκε η $1^{η}$ μπάλα. [**8π**] (β) Θεωρήστε την ίδια κατάσταση αλλά τώρα υποθέστε ότι η αρχική ταχύτητα υ_0 της $1^{ης}$ μπάλας είναι γνωστή αλλά το ύψος του κτιρίου είναι άγνωστο. Ποιο θα πρέπει να είναι το ύψος του κτιρίου αν και οι δυο μπάλες φθάνουν στο έδαφος την ίδια χρονική στιγμή και (i) η ταχύτητα υ_0 είναι 6.0m/s και (ii) η ταχύτητα υ_0 είναι 9.5m/s; [**2π**] (γ) Αν η ταχύτητα υ_0 είναι μεγαλύτερη από μια τιμή υ_{max}, υπάρχει μια τιμή του ύψους h του κτιρίου που δεν επιτρέπει τις δυο μπάλες να φθάσουν στο έδαφος ταυτόχρονα. Να βρεθεί η υ_{max}. Η τιμή της υ_{max} έχει μια απλή φυσική ερμηνεία. Ποια είναι η ερμηνεία αυτή; [**5π**] (δ) Αν η τιμή υ_0 είναι μικρότερη από μια τιμή υ_{min} επίσης υπάρχει μια τιμή του ύψους h του κτιρίου που δεν είναι επιτρέπει τις δυο μπάλες να φθάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος. Βρείτε την υ_{min}. Η τιμή της υ_{min} έχει μια απλή φυσική ερμηνεία. Ποια είναι η ερμηνεία αυτή; [**5π**] [*Θεωρήστε ότι* g=9.8m/s^2]



Θεωρούμε τη φορά προς τα πάνω σα τη θετική φορά. Οι εξισώσεις που δίνουν τη θέση των 2 μπαλών συναρτήσει του χρόνου είναι:

1 $y_1 = h + \upsilon_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ όπου h το ύψος της ταράτσας και υ_0 η αρχική ταχύτητα

2 $y_2 = h - \frac{1}{2} g (t - t_0)^2$ όπου t_0 η χρονική στιγμή που ρίχνουμε τη $2^η$ μπάλα και στη συγκεκριμένη περίπτωση $t_0 = 1sec$.

Όταν οι μπάλες φθάνουν στο έδαφος $y_1 = y_2 = 0$ και από τις 2 εξισώσεις

$\cancel{h} + \upsilon_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = \cancel{h} - \frac{1}{2} g (t^2 + t_0^2 - 2 t t_0) \Rightarrow \upsilon_0 t = g t t_0 - \frac{1}{2} g t_0^2$ και λύνουμε ως προς t: $(-\upsilon_0 + g t_0) t = \frac{1}{2} g t_0^2 \Rightarrow \boxed{t = \frac{g t_0^2}{2(g t_0 - \upsilon_0)}}$

Αντικατάσταση στην 1 και θέτοντας $y_1 = 0$ μας δίνει το h:

$$0 = h + \upsilon_0 \frac{g t_0^2}{2(g t_0 - \upsilon_0)} - \frac{1}{2} g \left[\frac{g t_0^2}{2(g t_0 - \upsilon_0)}\right]^2 \Rightarrow h = \frac{g t_0^2}{2(g t_0 - \upsilon_0)} \left[\frac{g^2 t_0^2}{4(g t_0 - \upsilon_0)} - \upsilon_0\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{g t_0^2}{2(g t_0 - \upsilon_0)} \frac{(\frac{1}{2} g t_0)^2 + \upsilon_0^2 - \upsilon_0 g t_0}{(g t_0 - \upsilon_0)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{h = \frac{g t_0^2}{2} \frac{(\frac{1}{2} g t_0 - \upsilon_0)^2}{(g t_0 - \upsilon_0)^2}} \quad (A)$$

Αντικατάσταση των τιμών για h, t_0 και g μας δίνει:

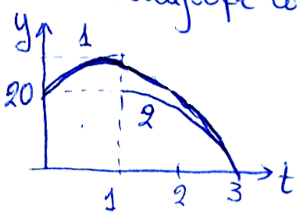
$$20 = \frac{(9.8)(1)}{2}\left(\frac{4.9-\upsilon_0}{9.8-\upsilon_0}\right)^2 \Rightarrow 40 = 9.8\left(\frac{4.9-\upsilon_0}{9.8-\upsilon_0}\right)^2 \Rightarrow \frac{4.9-\upsilon_0}{9.8-\upsilon_0} = \pm\sqrt{\frac{40}{9.8}} = \pm 2.02$$

Παίρνουμε μια δευτεροβάθμια εξίσωση με λύσεις:

"+": $4.9-\upsilon_0 = 19.796 - 2.02\upsilon_0 \Rightarrow 1.02\upsilon_0 = 14.896 \Rightarrow \upsilon_0 = 14.6\ m/s$

"−": $4.9-\upsilon_0 = -19.796 + 2.02\upsilon_0 \Rightarrow 3.02\upsilon_0 = 24.696 \Rightarrow \upsilon_0 = 8.2\ m/s$

Η "+" λύση δεν έχει φυσική σημασία γιατί η 1η μπάλα πηγαίνει προς τα πάνω όταν η 2η μπάλα αφήνεται ελεύθερη όπως βρίσκουμε αν ανακατασκευάσουμε: $V_1 = V_0 - g t_0 \Rightarrow V_1 = 14.6 - 9.8\cdot 1 \Rightarrow V_1 = +4.8\ m/s$
Επομένως είναι αδύνατο να φθάσουν στο έδαφος ταυτόχρονα.
Η "−" λύση δίνει $V_1 = V_0 - g t_0 \Rightarrow V_1 = 8.2 - 9.8 \Rightarrow V_1 = -1.6\ m/s$
Δηλαδή η 1η μπάλα έχει κατεύθυνση προς τα κάτω
Αν κοιτάξουμε το διάγραμμα y-t τότε για τα δύο σώματα έχουμε:



(β) Αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση (A) για $\upsilon_0 = 6.0\ m/s$ βρίσκουμε:

$$h = 4.9\cdot\left(\frac{4.9-6}{9.8-6}\right)^2 \Rightarrow \boxed{h = 0.41\ m}$$

ενώ για $\upsilon_0 = 9.5\ m/s$ έχουμε $h = 4.9\left(\frac{4.9-9.5}{9.8-9.5}\right)^2 \Rightarrow \boxed{h = 1152\ m}$

(γ) Παρατηρούμε από την (A) ότι καθώς η υ_0 γίνεται ίση με g τότε το h πλησιάζει το άπειρο. που σημαίνει ότι η σχετική τους ταχύτητα (μπάλα 1 και 2) είναι σχεδόν μηδέν. Αν υ_0 γίνει μεγαλύτερη από $9.8\ m/s$ η 1η μπάλα δε θα φθάσει ποτέ τη 2η

(δ) Από την (A) πάλι, βλέπουμε ότι όταν $\upsilon_0 = 4.9\ m/s$ τότε το h γίνεται σχεδόν μηδέν. Δηλαδή η 1η μπάλα είναι πολύ κοντά στη ταράτσα καθώς κατεβαίνει. Αν $\upsilon_0 < 4.9\ m/s$ τότε έχει περάσει τη ταράτσα πριν αφήσουμε τη 2η μπάλα