

ΦΥΣ. 133
1^η ΠΡΟΟΔΟΣ 13-Μάρτη-2006

Πριν ξεκινήσετε συμπληρώστε τα στοιχεία σας (ονοματεπώνυμο, αριθμό ταυτότητας) στο πάνω μέρος της σελίδας αυτής.

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τις σημειώσεις από τις διαλέξεις καθώς και τις λύσεις των ασκήσεων από τα homeworks και τα φροντιστήρια και μόνο αυτά.

Ανταλλαγή σημειώσεων, ιδεών και οποιαδήποτε μορφή συζήτησης απαγορεύεται. Για τις λύσεις των ασκήσεων θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε μόνο τις σελίδες που σας δίνονται.

Προσπαθήστε να δείξετε τη σκέψη σας και να γράψετε καθαρές εξισώσεις. Για πλήρη ή μερική βαθμολόγηση θα πρέπει να φαίνεται καθαρά το τι προσπαθείτε να δείξετε.

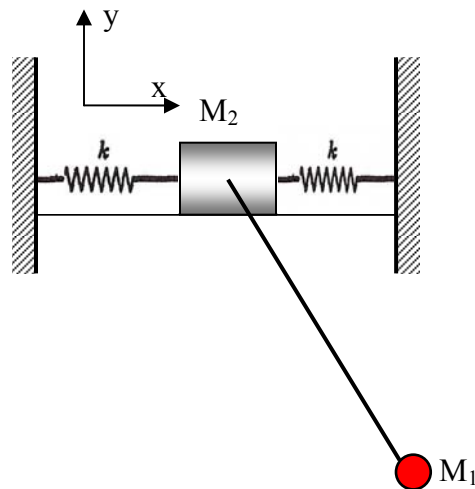
Σας δίνονται 3 ασκήσεις και πρέπει να απαντήσετε σε όλες. Σύνολο μονάδων 40.

Διαβάστε πρώτα όλες τις ασκήσεις και προσπαθήστε να σκεφτείτε τι περίπου χρειάζεται να κάνετε. Η σειρά των προβλημάτων είναι ενδεικτική και δεν αντικατοπτρίζει τη δυσκολία τους.

Η διάρκεια της εξέτασης είναι ακριβώς 90 λεπτά.

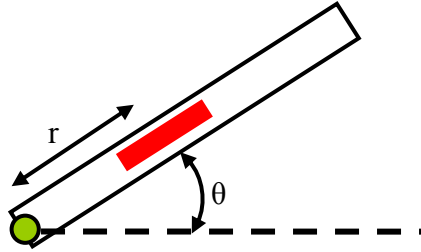
Καλή επιτυχία.

1. Υπάρχει ένα εκκρεμές με μάζα M_1 στο πιο απομακρυσμένο άκρο μια αβαρούς ράβδου το άλλο άκρο της οποίας εξαρτάται από μια άλλη μάζα M_2 η οποία βρίσκεται στην επιφάνεια ενός τραπεζιού. Η μάζα M_2 συνδέεται με 2 όμοια ελατήρια σταθερής ελατηρίου K . Τα ελατήρια βρίσκονται εκατέρωθεν της μάζας M_2 όπως δείχνει το παρακάτω σχήμα. Υποθέστε ότι τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος όταν η μάζα M_2 είναι στο μέσο.



- (α) Να γραφεί η Lagrangian συναρτήσσει των x_1 , y_1 , x_2 και y_2 , συντεταγμένων των δύο μαζών M_1 και M_2 αντίστοιχα. **(5 β)**
 (β) Πόσοι δεσμοί υπάρχουν μεταξύ των τεσσάρων αυτών συντεταγμένων; Να γραφούν οι εξισώσεις του (των) δεσμών. **(3 β)**
 (γ) Τι είδους είναι οι δεσμοί αυτοί; **(1 β)**
 (δ) Αν θέλαμε να βρούμε πόσο ισχυρή πρέπει να κατασκευάσουμε τη ράβδο του εκκρεμούς έτσι ώστε να μη σπάει τι μέθοδο θα χρησιμοποιούσαμε για να βρούμε την απάντηση; (Δεν χρειάζεται να εφαρμόσετε τη μέθοδο για την απάντηση στο ερώτημα αυτό). **(1 β)**

2. Ένας ευθύγραμμος σωλήνας αμελητέας μάζας μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το ένα άκρο του σε ένα ορισμένο επίπεδο. Μέσα στο σωλήνα υπάρχει μια ομοιόμορφη ράβδος μάζας m και μήκους L και η οποία μπορεί να γλιστρά ελεύθερα μέσα στο σωλήνα. Θεωρήστε τη ράβδο εξαιρετικά λεπτή και αγνοήστε την βαρύτητα.



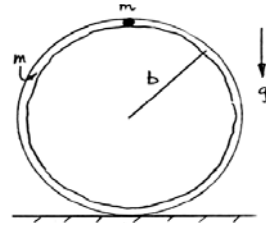
(α) Να βρεθεί η Lagrangian του συστήματος. (5 β)

(β) Δείξτε ότι αν (r) είναι η απόσταση του κέντρου της ράβδου από το άκρο περιστροφής του σωλήνα, τότε $r(t)$ ικανοποιεί την ακόλουθη εξίσωση:

$$\ddot{r} = \frac{l^2 r}{m^2 (r^2 + L^2 / 12)^2}$$

όπου l είναι σταθερά. Σημειώτεων ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο της είναι $I = mL^2/12$. (10 β)

3. Μια χάντρα μάζας m κινείται μέσα σε ένα λεπτό σωλήνα που έχει τη μορφή ενός στεφανιού ακτίνας b και μάζας επίσης m . Ο σωλήνας είναι στο εσωτερικό του λείος ώστε η χάντρα να μπορεί να κινείται ελεύθερα στην περιφέρεια του στεφανιού. Θα μελετήσουμε την κίνηση του συστήματος για 2 περιπτώσεις ως προς τη σχέση του στεφανιού και του εδάφους:



(α) Μη παρουσία τριβής μεταξύ σωλήνα και εδάφους. (7.5 β)

(β) Ένα συντελεστή τριβής μεταξύ σωλήνα και εδάφους αρκετά μεγάλο ώστε ο σωλήνας κυλά στο έδαφος χωρίς ολίσθηση. (7.5 β)

Η χάντρα αφήνεται από την κατάσταση ηρεμίας και το υψηλότερο σημείο της περιφέρειας του σωλήνα να κυλήσει προς τη μια πλευρά του σωλήνα. Όταν η χάντρα έχει πέσει κατά τη μισή απόσταση προς το έδαφος πόσο έχει κινηθεί το στεφάνι οριζόντια πάνω στο έδαφος για τις δύο περιπτώσεις που προαναφέρθηκαν; [Υπόδειξη: Μπορείτε να βρείτε την απάντηση βασισόμενη σε απλή φυσική χωρίς να βρείτε τις εξισώσεις κίνησης. Αλλά μπορείτε να το κάνετε και με τις εξισώσεις κίνησης]