

Δυναμική



- **F**(δύναμη), **m**(μάζα), **E**(ενέργεια), **p**(ορμή),...
- Πως ένα σώμα αλληλεπιδρά με το περιβάλλον του
- Γιατί σώματα κινούνται με το τρόπο που κινούνται
- ❑ Θεμελιώδεις νόμοι της μηχανικής: **Οι τρεις νόμοι του Newton**

Δυνάμεις

- ❑ Δύναμη είναι η αιτία που προκαλεί αλλαγές στη ταχύτητα ενός σώματος.
Η δύναμη είναι ότι προκαλεί την επιτάχυνση
- ❑ Η δύναμη είναι διανυσματικό μέγεθος (έχει διεύθυνση και μέτρο)
- ❑ Το διανυσματικό άθροισμα όλων των δυνάμεων (συνισταμένη δύναμη) που ασκούνται σε ένα σώμα προκαλεί μεταβολές στη κινητική του κατάσταση
- Ισορροπία επέρχεται όταν η ενεργός συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν
 - Αν κινούνταν θα συνεχίσει να κινείται με την σταθερή ταχύτητα
 - Αν βρισκόταν σε ηρεμία θα συνεχίσει να βρίσκεται σε ηρεμία

Κατηγορίες δυνάμεων

Δυνάμεις επαφής προϋποθέτουν φυσική επαφή μεταξύ των σωμάτων

- ➔ Κάθετη δύναμη
- ➔ Τριβή: παράλληλη στην επιφάνεια
- ➔ Τάση νήματος, δύναμη ελατηρίου

Δυνάμεις πεδίου διαδίδονται στο χώρο και δεν προϋποθέτουν επαφή μεταξύ σωμάτων

Βαρύτητα: $F = G \frac{Mm}{R^2}$

$$G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / (\text{kg s}^2)$$

$$M_{\gamma} = 6 \times 10^{24} \text{ kg} \text{ και } R_{\gamma} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

Οι θεμελιώδεις δυνάμεις της Φύσης

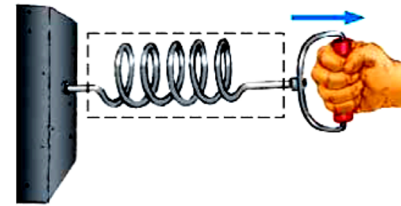
Βαρυτικές: μεταξύ μαζών

Ηλεκτρομαγνητικές: μεταξύ φορτίων

Ισχυρές: μεταξύ στοιχειωδών σωματιδίων

Ασθενείς: εμφανίζονται σε ορισμένες ραδιενεργές διασπάσεις

Δυνάμεις επαφής



(a)

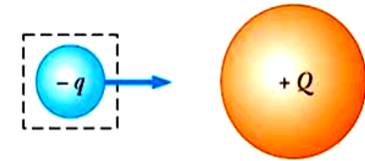
Δυνάμεις πεδίου



(d)



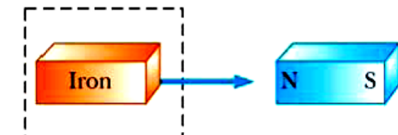
(b)



(e)



(c)



(f)

Οι νόμοι του Newton

1. Αν το άθροισμα όλων των εξωτερικών δυνάμεων (συνισταμένη δύναμη) που ενεργούν σε ένα σώμα είναι μηδέν τότε η κίνησή του (ταχύτητα και η διεύθυνση) δεν θα αλλάξει

Δηλαδή: $\sum \vec{f} = \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{σταθ.}$ και επομένως: $\Delta \vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0$

2. Αν η συνισταμένη δύναμη που ενεργεί σε ένα σώμα δεν είναι μηδέν τότε το σώμα θα αλλάξει κινητική κατάσταση

Δηλαδή: $\sum \vec{f} = \vec{F} = m\vec{a}$

3. Αν δυο σώματα αλληλεπιδρούν (εξ'επαφής ή δια αποστάσεως) τότε οι δυνάμεις που ασκεί το κάθε σώμα στο άλλο είναι ίσες σε μέτρο και αντίθετες σε διεύθυνση

1^{ος} νόμος του Newton – Αδρανειακά συστήματα

❑ Ο νόμος λέει ότι αν ένα ελεύθερο σώμα κινείται σε ένα σύστημα με σταθερή ταχύτητα τότε αν αντικαταστήσουμε το σώμα αυτό με ένα άλλο ελεύθερο σώμα, τότε και αυτό θα κινείται με σταθερή ταχύτητα.

❑ Αυτή η πρόταση έχει φυσική σημασία!!

❑ Ποια είναι αδρανειακά συστήματα;

Συνήθως θα θεωρήσουμε την επιφάνεια της γης.

Γιατί?

Η γη γυρνά γύρω από τον άξονά της με σταθερή επιτάχυνση

$\alpha = 3.4 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$ και γύρω από τον ήλιο με επιτάχυνση $\alpha = 4.4 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$

Οι οποίες είναι αμελητέες ως προς την βαρυτική επιτάχυνση $g = 9.8 \text{ m/s}^2$.

➤ Ο Αριστοτέλης πίστευε ότι για την κίνηση ενός σώματος χρειάζεται μια δύναμη (F ανάλογη της ταχύτητας v).

Λάθος: Η φυσική κατάσταση είναι «οτιδήποτε το σώμα έκανε» όχι

απαραίτητα σε ηρεμία

1^{ος} Νόμος του Newton – Αδρανειακή μάζα

- Ένα σώμα αντιστέκεται στην αλλαγή της κίνησής του

➡ Αδράνεια

- **Μάζα** είναι ο όρος που χρησιμοποιούμε για να περιγράψουμε/μετρήσουμε την αδράνεια ενός σώματος.

Μάζα και βάρος είναι δυο διαφορετικές ποσότητες:

Βάρος είναι η δύναμη της βαρύτητας πάνω στο σώμα

Μάζα είναι ιδιότητα του σώματος και σταθερή παντού

- Η μάζα είναι μια βαθμωτή ιδιότητα κάθε σώματος και μόνο και ανεξάρτητη από το περιβάλλον του σώματος

2^{ος} νόμος του Newton $\vec{F} = m\vec{a}$

□ Ο νόμος αυτός δίνει την έννοια της **μή** μηδενικής δύναμης.

➤ Ισχύει μόνο σε αδρανειακά συστήματα! Εκεί που ορίζεται ο 1^{ος} νόμος

Η φυσική έννοια του νόμου εισέρχεται αν σκεφτούμε ότι **ισχύει για όλα τα σώματα**.

➤ Αν η ίδια δύναμη ενεργήσει πάνω σε 2 σώματα τότε οι μάζες και οι αντίστοιχες επιταχύνσεις τους συνδέονται με τη σχέση:

$$\frac{m_1}{m_2} \equiv \frac{a_2}{a_1}$$

Μετρώντας τη σχετική μάζα 2 σωμάτων με μια γνωστή δύναμη, μπορούμε να βρούμε το λόγο των επιταχύνσεων για άλλη δύναμη

Μονάδα δύναμης: $1\text{N} = \text{Kgr} \cdot \text{m/s}^2$


2^{ος} νόμος του Newton: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

Υπάρχει κάτι ακόμα ουσιαστικό στο 2^ο νόμο:

Η δύναμη ανάλογη της επιτάχυνσης $\vec{F} = m\vec{a}$

Και όχι $\vec{F} = m\vec{v}$ ή $\vec{F} = m \frac{d^3 \vec{r}}{dt^3}$ **Γιατί?** Εξαιτίας του 1^{ου} νόμου.

 $\vec{F} = m\vec{v}$ από 1^ο νόμο ξέρουμε ότι μπορούμε να 'χουμε ταχύτητα χωρίς δύναμη

 $\vec{F} = m \frac{d^3 \vec{r}}{dt^3}$ ο 1^{ος} νόμος θα 'ταν λάθος: θα έλεγε ότι το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση όταν δεν ενεργεί καμιά δύναμη πάνω του.

□ Η μάζα δεν εξαρτάται από v (αυτό παύει να ισχύει για $v > c/10$)

Αξιοσημείωτο

Η $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ είναι μια διανυσματική εξίσωση

Ανάλογα με τις διαστάσεις του συστήματος (1, 2 ή 3) ορίζονται και οι αντίστοιχες εξισώσεις της F που ικανοποιούν το 2^ο νόμο:

$$\sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y \quad \sum F_z = ma_z$$

3^{ος} νόμος του Newton

Οι δυνάμεις εμφανίζονται σε ζεύγη $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Για κάθε δράση (δύναμη ασκούμενη από σώμα 1 σε σώμα 2)
υπάρχει μια ίση και αντίθετη αντί-δραση (από το σώμα 2 στο σώμα 1)

□ Οι δυνάμεις F_{12} και F_{21} δρουν πάνω σε διαφορετικά σώματα

(Πληροφοριακά: Ο νόμος δεν ισχύει για τις μαγνητικές δυνάμεις...
Με ότι ασχοληθούμε στο μάθημα αυτό ο 3^{ος} νόμος θα ισχύει πάντα)

➤ Ο νόμος αυτός εισάγει την έννοια της διατήρησης της ορμής
(θα τον δούμε σε μερικές διαλέξεις αργότερα)

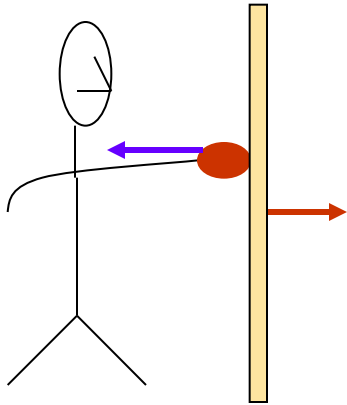
➤ Σε γενικές γραμμές τι λέει ο νόμος αυτός;

«Όταν στέκεσαι στο έδαφος, εξασκείς την ίδια βαρυτική δύναμη
στη γη όπως αυτή που ασκεί η γη πάνω σου» (δύναμη εξ 'επαφής)

«Όταν πηδάς από κάποιο ύψος τότε πέφτεις επειδή η βαρύτητα σε
τραβά προς τη γη αλλά και η βαρύτητα λόγω της μάζας σου έλκει
τη γη προς το μέρος σου» (δύναμη εξ 'αποστάσεως)

3^{ος} νόμος του Newton - Παραδείγματα

Δύναμη επαφής:



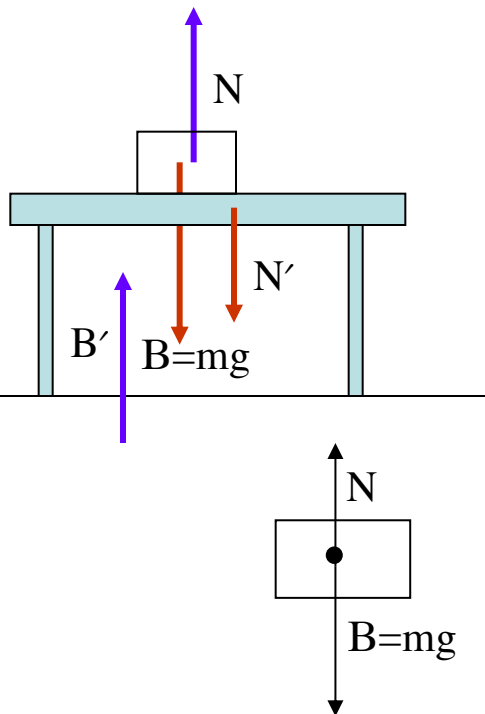
Ο Α πιέζει τον τοίχο. Ο τοίχος πιέζει τον Α
 Ο τοίχος παραμορφώνεται κάποιο ποσοστό της ακτίνας του ατόμου
 Ο Α παραμορφώνεται μέχρι και μερικά χιλιοστά

Ένα τούβλο βρίσκεται ακίνητο πάνω σε τραπέζι

- Η γη ασκεί μια δύναμη B πάνω στο σώμα που δεν είναι άλλη από το βάρος του σώματος
- Το τούβλο αντιδρά στη δύναμη αυτή ασκώντας μια δύναμη B' πάνω στη γη
- Το τραπέζι με τη σειρά του ασκεί μια δύναμη N πάνω στο τούβλο με κατεύθυνση προς τα πάνω επειδή το τούβλο είναι ακίνητο πάνω στο τραπέζι
- Το τούβλο ασκεί μια αντίδραση N' στο τραπέζι

Το τούβλο είναι ακίνητο ($u=0$) – ισορροπία:

από 1^ο νόμο: $\Sigma F = 0$ που σημαίνει ότι $B = N = mg$



Παράδειγμα

☐ Φορτηγό συγκρούεται με mini!

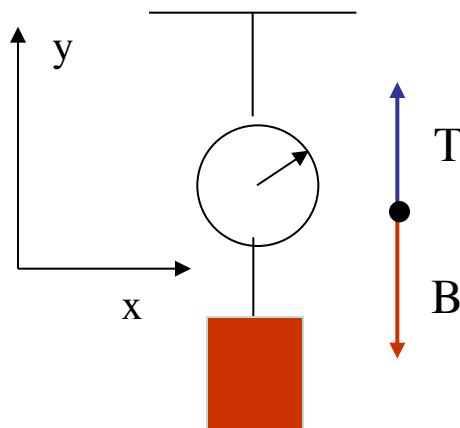
➔ Ποιο από τα 2 οχήματα θα δεχθεί μεγαλύτερη δύναμη?

$$3^{\text{o}} \text{ νόμος: } \vec{F}_{\text{mini}} = -\vec{F}_{\text{φορτηγο}}$$

➔ Ποιο από τα 2 οχήματα θα έχει μεγαλύτερη επιτάχυνση?

$$2^{\text{o}} \text{ νόμος: } \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{και τα 2 σώματα δέχονται την ίδια δύναμη}$$

αφού $M_{\text{mini}} \ll M_{\text{φορτηγο}} \quad \text{τότε } a_{\text{mini}} \gg a_{\text{φορτηγο}}$



☐ Κιβώτιο ισορροπεί κρεμασμένο από τη ζυγαριά

➤ Η δύναμη λόγω της βαρυτικής έλξης (βάρος)

$$\vec{B} = m\vec{g} = -mg\hat{j} \quad \text{με } g=9.8\text{m/s}^2$$

➤ Η δύναμη από το σχοινί, T (το κιβώτιο «τραβά» το σχοινί)

➤ Αφού το κιβώτιο ισορροπεί θα έχουμε:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{T} + \vec{B} = \vec{0} \Rightarrow \vec{T} = -\vec{B} = -m\vec{g} \Rightarrow T = -m(-g) = mg$$

➤ Αν τραβήξω το κιβώτιο προς τα κάτω τότε

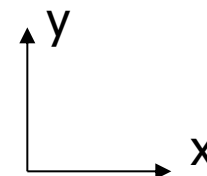
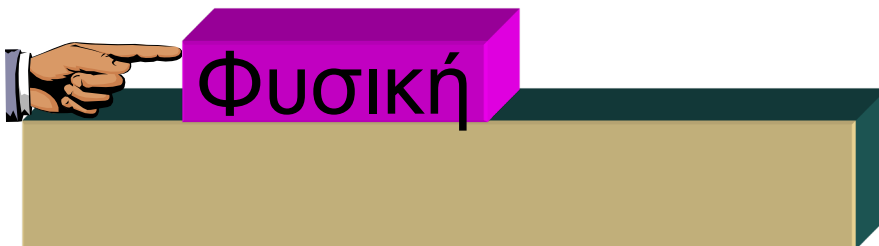
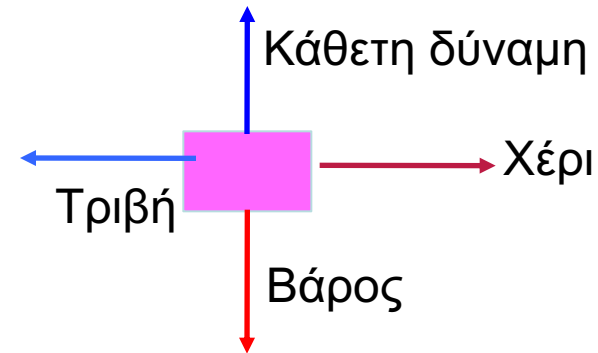
$$\sum \vec{F}_y = \vec{T} + \vec{B} + \vec{FF} = \vec{0} \Rightarrow \vec{T} = -\vec{B} - \vec{FF} \Rightarrow T = -m(-g) - (-FF) = mg + FF > mg$$

➤ Αν τραβήξω το κιβώτιο προς τα πάνω τότε

$$\sum \vec{F}_y = \vec{T} + \vec{B} + \vec{FF} = \vec{0} \Rightarrow \vec{T} = -\vec{B} - \vec{FF} \Rightarrow T = -m(-g) - (FF) = mg - FF < mg$$

Διάγραμμα απελευθερωμένου σώματος

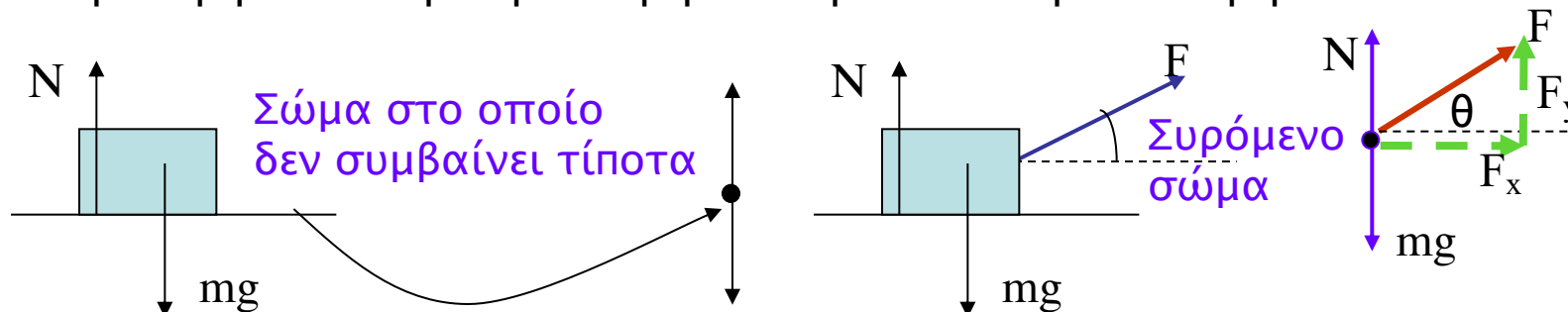
- Διαλέγουμε το σώμα του οποίου τη κίνηση θέλουμε να μελετήσουμε (βιβλίο)
- Διαλέγουμε κατάλληλο σύστημα συντεταγμένων
- Υποθέτουμε ότι τα σώματα μπορούν να αναπαρασταθούν σαν υλικά σημεία
- Βρίσκουμε όλες τις **εξωτερικές δυνάμεις** που ενεργούν πάνω στο σώμα
Σαν να ήταν απομονωμένο από το υπόλοιπο σύστημα μας.
 - Κάθετη δύναμη από το τραπέζι
 - Βάρος του σώματος
 - Δύναμη του χεριού
 - Τριβή (**αντίθετη με τη φορά κίνησης**)
- Αν υπάρχουν τροχαλίες ή σχοινιά, υποθέτουμε αμελητέες τις μάζες τους



Δυνάμεις σε σώματα

Σώμα που έχει επιτάχυνση $= 0$ βρίσκεται σε ισορροπία.

Δηλαδή η συνισταμένη δύναμη που δρα στο σώμα είναι μηδέν



$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} = \vec{N} + \vec{B} = \vec{0} \Rightarrow \vec{N} = -\vec{B}$$

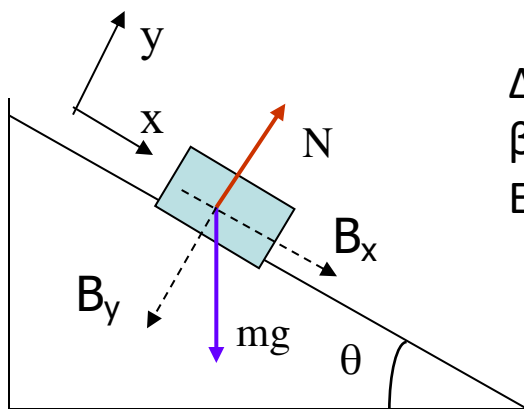
$$\Rightarrow N = -m(-g)$$

$$\sum \vec{F}_x = \vec{F}_x \Rightarrow \sum F_x = F \cos \theta = ma_x$$

$$\sum \vec{F}_y = \vec{N} + \vec{B} + \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow \sum F_y = N + m(-g) + F \sin \theta = 0$$

$$\Rightarrow N = mg - F \sin \theta \Rightarrow N < B$$

Κεκλιμένο επίπεδο



Διαλέγουμε πάντα ένα σύστημα συντεταγμένων βολικό για να αναλύσουμε τις δυνάμεις.

Εξετάζουμε το άθροισμα των συνιστωσών δυνάμεων

$$\sum \vec{F}_x = \vec{B}_x = m\vec{a}_x \Rightarrow mg \sin \theta = ma_x$$

$$\sum \vec{F}_y = \vec{N} + \vec{B}_y = \vec{0} \Rightarrow N + B_y = 0 \Rightarrow N - mg \cos \theta = ma_y = 0$$

$$\Rightarrow N = mg \cos \theta \leq mg$$

Ισορροπία – Παράδειγμα

Δεν υπάρχει κίνηση στο σηματοδότη οπότε βρίσκεται σε ισορροπία και η επιτάχυνση είναι μηδέν.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = 0 \rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_x = \vec{0} \\ \sum \vec{F}_y = \vec{0} \end{cases}$$

Ανάλυση του προβλήματος

2 σώματα (σηματοδότης – σημείο ένωσης σχοινιών)

2 διαγράμματα απελευθερωμένου σώματος

➡ Συνθήκη ισορροπίας στο σηματοδότη

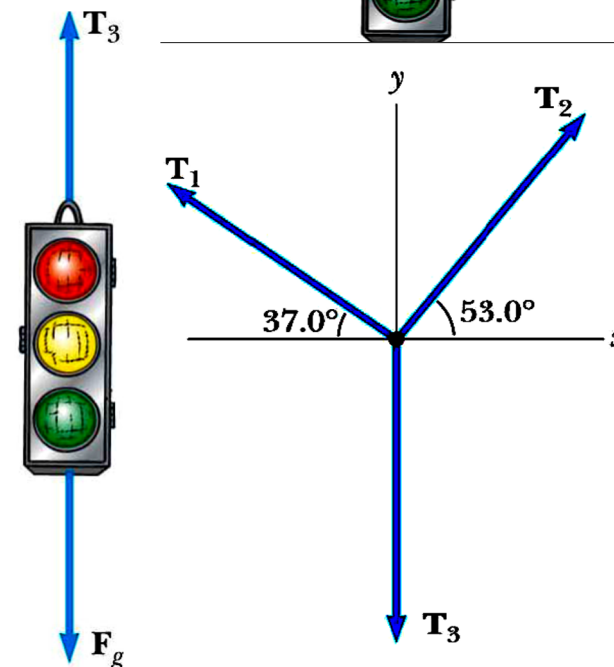
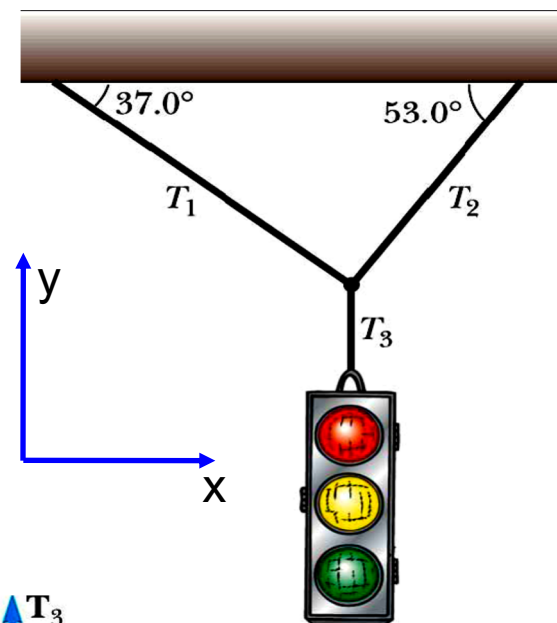
$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow \vec{T}_3 + \vec{F}_g = \vec{0} \Rightarrow \vec{T}_3 = -\vec{F}_g \Rightarrow T_3 = F_g \quad (1)$$

➡ Συνθήκη ισορροπίας στο κόμμο

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_x = \vec{0} &\Rightarrow T_2 \cos(53^\circ) - T_1 \cos(37^\circ) = 0 \\ &\Rightarrow T_2 \cos(53^\circ) = T_1 \cos(37^\circ) \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_y = 0 &\Rightarrow T_1 \sin(37^\circ) + T_2 \sin(53^\circ) - T_3 = 0 \\ &\Rightarrow T_1 \sin(37^\circ) + T_2 \sin(53^\circ) = T_3 = F_g \quad (3) \end{aligned}$$

Σύστημα 2 εξισώσεων (2,3) με 2 αγνώστους



Τάση νήματος - τροχαλία

□ Δυο σώματα συνδέονται μεταξύ τους με σχοινί μέσω μιας τροχαλίας αμελητέας μάζας. Τα δυο σώματα είναι σε ισορροπία όπως στο σχήμα.

➔ Συγκρίνετε τις μάζες των 2 σωμάτων

(Α) $M_1 > M_2$ (Β) $M_1 < M_2$ (Γ) $M_1 = M_2$

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ισορροπία}$$

$$\vec{T}_1 + \vec{B}_1 = \vec{0} \Rightarrow \vec{T}_1 = -m_1 \vec{g} \Rightarrow T_1 = -m_1(-g) = m_1 g$$

$$\vec{T}_2 + \vec{B}_2 = \vec{0} \Rightarrow \vec{T}_2 = -m_2 \vec{g} \Rightarrow T_2 = -m_2(-g) = m_2 g$$

Η τάση του νήματος είναι ίδια σε όλο το μήκος του σχοινιού

$$T_1 = T_2$$

Επομένως: $m_1 = m_2$

