

## ΦΥΣ. 131

### Τελική Εξέταση: 10-Δεκεμβρίου-2012

Πριν αρχίσετε συμπληρώστε τα στοιχεία σας (ονοματεπώνυμο και αριθμό ταυτότητας).

<b>Ονοματεπώνυμο</b>	<b>Αριθμός ταυτότητας</b>

**Απενεργοποιήστε τα κινητά σας.**

Σας δίνονται 9 ασκήσεις. **Σημειώστε καθαρά τις απαντήσεις σας σε κάθε ερώτηση.**

**Η μέγιστη συνολική βαθμολογία είναι 200 μονάδες.**

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μόνο το τυπολόγιο που σας δίνεται και απαγορεύεται η χρήση οποιοδήποτε σημειώσεων, βιβλίων, κινητών.

**ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΣΤΕ ΜΟΝΟ ΤΙΣ ΣΕΛΙΔΕΣ ΠΟΥ ΣΑΣ ΔΙΝΟΝΤΑΙ ΚΑΙ ΜΗΝ ΚΟΨΕΤΕ ΟΠΟΙΑΔΗΠΟΤΕ ΣΕΛΙΔΑ**

**Η διάρκεια της εξέτασης είναι 200 λεπτά. Καλή Επιτυχία!**

#### Βαθμολογία ερωτήσεων

Άσκηση	Βαθμός	Άσκηση	Βαθμός
1 (15μ)		6 (25μ)	
2 (15μ)		7 (25μ)	
3 (20μ)		8 (30μ)	
4 (20μ)		9 (30μ)	
5 (20μ)			
Σύνολο 90		Σύνολο 110	
Βαθμός			

## Τύποι που μπορεί να φανούν χρήσιμοι

### Γραμμική κίνηση:

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

### Στροφική κίνηση:

$$1 \text{ περιστροφή} = 360^\circ = 2\pi \text{ ακτίνια}$$

$$\theta = \frac{s}{r}$$

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}, \quad \bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

$$v_{\varepsilon\varphi} = \bar{\omega} \times \vec{r} \quad v_{\varepsilon\varphi} = \omega r$$

$$\vec{\alpha}_{\gamma\omega v} = \frac{d\bar{\omega}}{dt} \quad \vec{a}_{\varepsilon\varphi} = \vec{\alpha} \times \vec{r} \Rightarrow |\vec{a}_{\varepsilon\varphi}| = |\alpha||r|$$

$$\vec{a}_{\kappa\epsilon\nu\tau\varphi} = \bar{\omega} \times \vec{r} \Rightarrow |\vec{a}_{\kappa\epsilon\nu\tau\varphi}| = \frac{v_{\varepsilon\varphi}^2}{r} = \omega^2 r$$

$$\vec{a}_{\gamma\rho\alpha\mu} = \vec{a}_{\kappa\epsilon\nu\tau\varphi} + \vec{a}_{\varepsilon\varphi} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \bar{\omega} \times \vec{v}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{v_{\varepsilon\varphi}}$$

### Περιστροφή σώματος:

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

$$E_{\kappa\iota\nu}^{περ} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = I \alpha$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = I \bar{\omega}$$

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

$$\text{Απομονωμένο σύστημα: } L_i = L_f$$

$$\text{μετάπτωση γυροσκοπίου } \omega_\mu = \frac{\tau}{I \omega_{περ}}$$

### Συνθήκες στατικής ισορροπίας:

$$\sum \vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0 \quad \text{και} \quad \sum \vec{\tau}_{\varepsilon\xi} = 0$$

### Έργο – Ενέργεια:

$$\text{Έργο σταθερής δύναμης: } W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

$$\text{Έργο μεταβαλλόμενης δύναμης: } W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$\vec{F} = -\frac{dU}{d\vec{r}}$$

$$\Delta U = -\int_{r_i}^{r_f} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} kx^2$$

$$U_g = mgh \quad (h \ll R_{\gamma\eta\varsigma})$$

$$W = \Delta E_{\kappa\iota\nu}$$

$$W = -\Delta U \quad (\text{για συντηρητικές δυνάμεις})$$

$$E_{\mu\eta\chi} = E_{\kappa\iota\nu} + U$$

$$E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} mv^2$$

$$W = \Delta E_{\mu\eta\chi} \quad (\text{για μη συντηρητικές δυνάμεις})$$

$$\vec{F}_{\varepsilon\lambda} = -k\vec{x}$$

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

### Ορμή – Ώθηση - Κρούσεις:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$\text{Ώθηση: } \vec{I} = \int F dt = \Delta \vec{p}$$

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

$$\text{Απομονωμένο σύστημα: } \vec{p}_i = \vec{p}_f$$

$$\text{Ελαστική κρούση: } \Delta \vec{p} = 0, \Delta E = 0$$

$$\text{Μη ελαστική κρούση: } \Delta \vec{p} = 0, \Delta E \neq 0$$

$$\text{Ελαστική κρούση σε 1-Δ: } \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = -(\vec{v}'_1 - \vec{v}'_2)$$

$$x_{CM} = \frac{1}{M_{ολ}} \sum_i m x_i$$

$$\vec{v}_{CM} = \frac{1}{M_{ολ}} \sum_i m \vec{v}_i$$

$$\sum \vec{F}_{\varepsilon\xi} = M \vec{a}_{CM}$$

### Βαρυντική έλξη:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$$

$$U_g = -G \frac{m_1 m_2}{r}$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{m_1 m_2}{r}$$

$$v_{\text{δορυφ.}} = \sqrt{\frac{2GM_{\gamma}}{R_{\gamma}}}$$

$$T^2 = \left( \frac{4\pi^2}{GM_H} \right) r^3$$

$$R_{\gamma} = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$$

$$M_{\gamma} = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$$

### Ταλαντώσεις:

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

Λύσεις εξίσωσης αρμονικού ταλαντωτή:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$x(t) = B \sin(\omega t + \psi)$$

$$x(t) = C \cos(\omega t) + D \sin(\omega t)$$

$$x(t) = E e^{i\omega t} + F e^{-i\omega t}$$

$$v(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$a(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$E = U + E_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k A^2$$

$$v = \pm \omega \sqrt{(A^2 - x^2)}$$

### Φθίνουσες ταλαντώσεις:

$$\ddot{x} + 2\gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad \gamma = \frac{b}{2m}, \quad \omega_0 = \frac{k}{m}$$

Μικρή απόσβεση:

$$x(t) = D e^{-\gamma t} \cos(\Omega t + \varphi), \quad \Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$

Μεγάλη απόσβεση:

$$x(t) = A e^{-(\gamma+\Omega)t} + B e^{-(\gamma-\Omega)t}, \quad \Omega = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$$

Κριτική απόσβεση: ( $\gamma = \omega_0$ )

$$x(t) = e^{-\gamma t} (A + Bt)$$

### Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις:

$$\ddot{x} + 2\gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = f \cos \omega_d t$$

$$\text{Λύση: } x(t) = \frac{f}{R} \cos(\omega_d t - \theta), \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_d^2)^2 + (2\gamma\omega_d)^2}}$$

### Κυματική:

$$y(t) = A \sin[2\pi(x - vt)]$$

$$y(t) = A \sin(kx - \omega t), \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v$$

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad (\text{υγρά}) \quad v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \quad (\text{στερεά}) \quad v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (\text{χορδή})$$

$$s(x, t) = s_{\text{max}} \cos(kx - \omega t)$$

$$\Delta P = \Delta P_{\text{max}} \sin(kx - \omega t)$$

$$\Delta P_{\text{max}} = \rho v \omega s_{\text{max}}$$

$$I = \frac{1}{2} \rho v (\omega s_{\text{max}})^2$$

$$\beta = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right)$$

$$\text{Doppler } f' = \left( \frac{v \pm v_{\text{παρ.}}}{v \mp v_{\text{πηγ.}}} \right) f$$

### Στάσιμα κύματα:

$$y(t) = (2A \sin kx) \cos \omega t$$

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad n=1,2,3,\dots$$

$$f_n = \frac{n}{2L} v \quad n=1,2,3,\dots \quad (\text{για δύο άκρα ανοικτά ή κλειστά})$$

$$f_n = \frac{n}{4L} v \quad n=1,3,5,\dots \quad (\text{για άκρο κλειστό και άκρο ανοικτό})$$

$$\text{Απλό εκκρεμές: } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\text{Φυσικό εκκρεμές: } T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}$$

### Ροπές αδράνειας

$$\text{Δίσκος: } I_{CM} = MR^2/2$$

$$\text{Συμπαγής σφαίρα: } I_{CM} = 2MR^2/5$$

$$\text{Κοίλη σφαίρα: } I_{CM} = 2MR^2/3$$

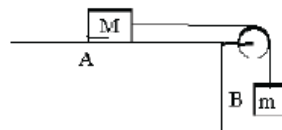
$$\text{Συμπαγής κύλινδρος: } I_{CM} = MR^2/2$$

$$\text{Κυλινδρικός φλοιός/στεφάνι: } I_{CM} = MR^2$$

$$\text{Ράβδος: } I_{CM} = ML^2/12$$

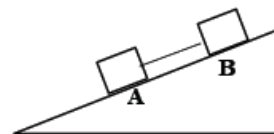
### Άσκηση 1 [15μ]

(α) Θεωρήστε δυο κιβώτια  $A$  και  $B$  με μάζες  $m_A = M$  και  $m_B = M/3$  αντίστοιχα. Τα δυο κιβώτια συνδέονται μεταξύ τους με αβαρές νήμα το οποίο περνά από μια λεία και αβαρή τροχαλία. Το κιβώτιο  $A$  βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο τραπέζι και ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ του κιβωτίου και της επιφάνειας του τραπεζιού είναι  $\mu_s = 3/5$ . Θεωρήστε ότι οι μάζες είναι ακίνητες.



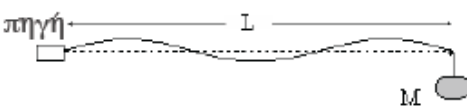
Ποια είναι η δύναμη της τριβής που αναπτύσσεται στο κιβώτιο  $A$  από το τραπέζι; [5μ]

(β) Θεωρήστε τώρα ότι τα δυο κιβώτια τοποθετούνται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσης  $30^\circ$  με την οριζόντια διεύθυνση με το κιβώτιο  $A$  στην χαμηλότερη θέση. Τα κιβώτια συνδέονται μεταξύ τους με αβαρές και μη εκτατό νήμα. Αρχικά το νήμα είναι τεντωμένο και τα κιβώτια ακίνητα. Το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί. Ποια είναι η τάση του νήματος. [5μ]



(γ) Ένα ε κρεμές κρέμεται από την οροφή ενός ανελκυστήρα. Όταν ο ανελκυστήρας είναι ακίνητος, η περίοδος του εκκρεμούς για μικρές γωνίες εκτροπής είναι  $T$ . Επιταχύνουμε τώρα τον ανελκυστήρα προς τα κάτω με επιτάχυνση  $5m/s^2$ . Ποια είναι η νέα περίοδος του εκκρεμούς; [5μ]

## Άσκηση 2 [15μ]

(α) Μια ομοιογενής χορδή τεντώνεται μεταξύ μιας πηγής κυμάτων και ενός λείου καρφιού με την βοήθεια ενός βαριδίου μάζας  $M$  που κρέμεται από το 

της πηγής και του καρφιού είναι  $L$ . Ο αριθμός των δεσμών που φαίνονται στο σχήμα είναι 4 (συμπεριλαμβανομένων των δυο άκρων της χορδής). Θεωρείστε ότι αλλάζετε το βαρίδιο με κάποιο άλλο μάζας  $m$ , ενώ διατηρείτε σταθερή την συχνότητα της πηγής. Αυτή η αλλαγή προκαλεί στάσιμο κύμα στην χορδή με 3 δεσμούς (συμπεριλαμβανομένων των δυο άκρων της χορδής). Να βρεθεί η μάζα του δεύτερου βαριδίου. [5μ]

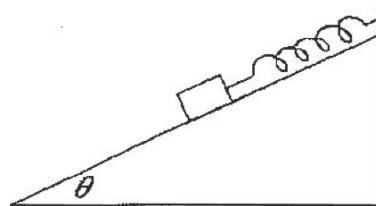
(β) Ένα σώμα κινείται σε μια διάσταση και η θέση του συναρτήσει του χρόνου δίνεται από την εξίσωση  $x = -0.3\sin(2t + \pi/4)$ , όπου  $x$  μετράται σε μέτρα και  $t$  σε δευτερόλεπτα. Να βρεθούν:

(1) Η συχνότητα (σε  $\text{Hz}$ ) αυτής της αρμονικής ταλάντωσης [5μ]

(2) Οι χρόνοι για τους οποίους η ταχύτητα του σώματος γίνεται μέγιστη. [5μ]

### Άσκηση 3 [20μ]

Ένα κιβώτιο μάζας  $m$  βρίσκεται ακίνητο πάνω σε κεκλιμένη επιφάνεια που σχηματίζει γωνία  $\theta$  με την οριζόντια διεύθυνση. Υπάρχει τριβή μεταξύ του κιβωτίου και της κεκλιμένης επιφάνειας και ο συντελεστής στατικής τριβής,  $\mu_s$ , είναι μεγαλύτερος από τον συντελεστή της κινητικής τριβής,  $\mu_k$ . Το κιβώτιο είναι στερεωμένο σε ελατήριο αμελητέας μάζας και σταθεράς  $k$ . Απουσία οποιασδήποτε δύναμης στο ελατήριο, το φυσικό του μήκος είναι  $l$ .



(α) Τραβάμε το κιβώτιο προκαλώντας επιμήκυνση του ελατηρίου κατά  $l+x$ . Ποια είναι η μέγιστη επιμήκυνση στο ελατήριο,  $x_{max}$ , για την οποία το κιβώτιο θα παραμείνει ακίνητο όταν αφαιρεθεί ελεύθερο; [3μ]

(β) Για την θέση αυτή σχεδιάστε το διάγραμμα απελευθερωμένου σώματος για το κιβώτιο. Σημειώστε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται και δώστε το μέτρο τους. [2μ]

(γ) Καθώς το κιβώτιο βρίσκεται στην θέση  $x_{max}$ , του δίνουμε μια μικρή ώθηση (θεωρείστε ότι αυτός είναι ο χρόνος  $t_0 = 0$ ) και αυτό αρχίζει να κινείται. Για ποια τιμή του  $x$  το κιβώτιο θα αποκτήσει την μέγιστη ταχύτητά του; [5μ]

(δ) Καθώς το κιβώτιο κινείται, το ελατήριο συσπείρώνεται και σε κάποια χρονική στιγμή,  $t_f$ , θα έχει απομάκρυνση από το φυσικό του μήκος,  $x$ . Ποιο είναι το έργο της δύναμης της βαρύτητας, της δύναμης του ελατηρίου και της δύναμης της τριβής στο διάστημα μεταξύ  $t_0$  και  $t_f$ ; [5μ]

(ε) Καθώς το κιβώτιο κινείται προς την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου το ελατήριο συσπείρώνεται. Ποια είναι η απαραίτητη προϋπόθεση ώστε το ελατήριο να συσπειρωθεί και να επανέλθει στο φυσικό του μήκος,  $l$ ; [5μ]

#### Άσκηση 4 [20μ]

Ένα σύστημα δυο αστερών μάζας  $M_1$  και  $M_2$  περιστρέφονται το ένα γύρω από το άλλο. Οι τροχιές τους είναι κυκλικές με ακτίνες  $R_1$  και  $R_2$  με κέντρο το κέντρο μάζας του συστήματος.

(α) Κάντε το γράφημα των δυο τροχιών. Σημειώστε την θέση του κέντρου μάζας και τους δυο αστέρες  $M_1$  και  $M_2$ , τις ακτίνες  $R_1$  και  $R_2$  και τη φορά περιστροφής των δυο αστερών. [4μ]

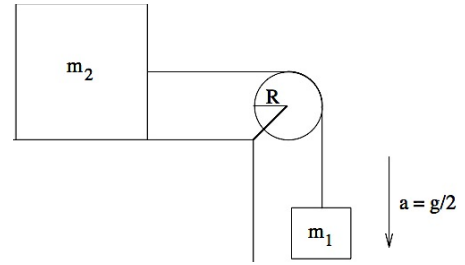
(β) Ποιο είναι το μέτρο της βαρυτικής δύναμης που ο αστέρας  $M_1$  ασκεί στον αστέρα  $M_2$ ; [3μ]

(γ) Ποιο είναι το μέτρο της επιτάχυνσης του αστέρα  $M_1$  και του αστέρα  $M_2$ ; [3μ]

(δ) Βρείτε την περίοδο περιστροφής αυτού του συστήματος των αστερών. Η απάντησή σας θα πρέπει να εκφραστεί συναρτήσει των μεγεθών  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $M_1$  και  $M_2$  και της σταθεράς της παγκόσμιας έλξης  $G$ . [10μ]

### Άσκηση 5 [20μ]

Μια άγνωστη μάζα,  $m_1$ , κρέμεται από ένα αβαρές νήμα και κατεβαίνει με επιτάχυνση  $g/2$ . Το άλλο άκρο του νήματος είναι δεμένο σε σώμα μάζας  $m_2$  το οποίο γλυστρά σε λεία οριζόντια επιφάνεια. Το νήμα περνά από ένα ομοιογενή κύλινδρο μάζας  $m_2/2$  και ακτίνας  $R$ . Ο κύλινδρος περιστρέφεται ως προς λείο οριζόντιο άξονα και το νήμα δεν γλυστρά πάνω στον κύλινδρο. Εκφράστε τις απαντήσεις σας στα παρακάτω ερωτήματα συναρτήσει των  $m_2$ ,  $R$  και  $g$ .



(α) Σχεδιάστε διαγράμματα απελευθερωμένου σώματος για τον κύλινδρο και τις δυο μάζες. [5μ]

(β) Ποια είναι η τάση στο οριζόντιο τμήμα του νήματος; [5μ]

(γ) Ποια είναι η τάση στο κατακόρυφο τμήμα του νήματος; [5μ]

(δ) Πόση είναι η άγνωστη μάζα  $m_1$ ; [5μ]



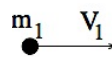
### Άσκηση 6 [25μ]

Μια σφαίρα μάζας  $m_1$  εκτοξεύεται προς ένα εκκρεμές μάζας  $m_2$  και μήκους  $L$ . Η ταχύτητα της σφαίρας καθώς έρχεται σε σύγκρουση με την μάζα  $m_2$  είναι  $V_1$ .

Υποθέστε αρχικά ότι η κρούση είναι τέλεια ελαστική και  $m_1 < m_2$ .

(α) Αν το εκκρεμές είναι αρχικά ακίνητο, ποια είναι η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση; [4μ]

(β) Υποθέστε τώρα ότι το εκκρεμές, στο χαμηλότερο σημείο της κίνησής του, έχει ταχύτητα  $V_2$  προς τα αριστερά. Ποια θα είναι στην περίπτωση αυτή η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση; [7μ]



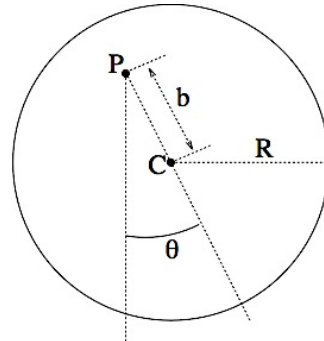
Υποθέστε τώρα ότι η κρούση είναι πλαστική. Το εκκρεμές είναι ακίνητο πριν την κρούση και ότι  $m_1 < m_2$ , αλλά η ταχύτητα της σφαίρας,  $V_1$ , πριν την κρούση είναι άγνωστη.

(γ) Μετά την κρούση το εκκρεμές κινείται προς τα δεξιά και σταματά όταν το νήμα σχηματίζει μια γωνία  $\theta_{max}$  με την κατακόρυφο διεύθυνση. Ποια ήταν η αρχική ταχύτητα της σφαίρας; Αντικαταστήστε στην απάντησή σας  $\theta_{max} = 0^\circ$ . Η απάντησή σας έχει νόημα; [7μ]

(δ) Θα μπορούσε η γωνία  $\theta_{max}$  να είναι  $90^\circ$ ; Εξηγήστε την απάντησή σας. [7μ]

### Άσκηση 7 [25μ]

Ένας ομοιογενής συμπαγής δίσκος μάζας  $M$  και ακτίνας  $R$  ταλαντώνεται ως προς ένα άξονα που περνά από το σημείο  $P$ . Ο άξονας είναι κάθετος στο επίπεδο του δίσκου. Θεωρήστε ότι δεν υπάρχει τριβή μεταξύ του δίσκου και του άξονα. Η απόσταση του σημείου  $P$  από το κέντρο του δίσκου,  $C$ , είναι  $b$ . Η βαρυτική επιτάχυνση είναι  $g$ .



(α) Όταν η γωνιακή μετατόπιση είναι  $\theta$ , ποια είναι η ροπή ως προς το σημείο  $P$ ; [3μ]

(β) Ποια είναι η ροπή αδράνειας για περιστροφή ως προς άξονα που περνά από το σημείο  $P$ ; [3μ]

(γ) Η ροπή προκαλεί γωνιακή επιτάχυνση ως προς άξονα που περνά από το  $P$ . Γράψτε την εξίσωση κίνησης συναρτήσει της γωνίας  $\theta$  και της γωνιακής επιτάχυνσης. [6μ]

Καθώς ο δίσκος ταλαντώνεται, η μέγιστη γωνιακή μετατόπιση,  $\theta_{max}$ , είναι πολύ μικρή και η κίνηση του δίσκου αντιστοιχεί σε αρμονική ταλάντωση.

(δ) Ποια είναι η περίοδος των ταλαντώσεων; [6μ]

(ε) Καθώς ο δίσκος ταλαντώνεται, υπάρχει κάποια δύναμη που ο άξονας ασκεί στον δίσκο; Εξηγήστε την απάντησή σας. [7μ]

**Άσκηση 8 [30μ]**

Ένας φοιτητής αφήνει να πέσει μια ηχητική πηγή η οποία εκπέμπει κύματα συχνότητας  $440\text{Hz}$  στο φρεάτιο του ανελκυστήρα ενός υψηλού κτιρίου. Όταν ο φοιτητής αντιλαμβάνεται την συχνότητα των ηχητικών κυμάτων από την πηγή να είναι  $400\text{Hz}$ , πόσο είναι το ύψος που έχει πέσει η πηγή στο φρεάτιο;

### Άσκηση 9 [30μ]

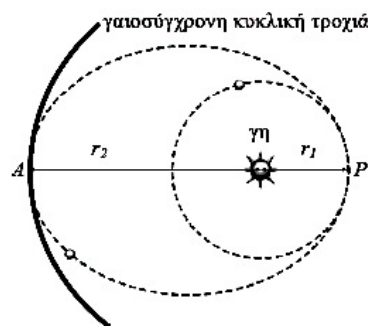
Γαιοσύγχρονη τροχιά ονομάζουμε την τροχιά στην οποία ένας δορυφόρος περιστρέφεται γύρω από την γη με περίοδο  $24h$ , έτσι ώστε η θέση του να παραμένει πάντοτε πάνω από το ίδιο γεωγραφικό σημείο του ισημερινού της γης. Για τα επόμενα ερωτήματα θεωρείστε τα ακόλουθα μεγέθη:  $R_T = 6 \times 10^6 m$ ,  $M_T = 6 \times 10^{24} kg$ ,  $G = 6.67 \times 10^{-11} kg^{-1} s^{-2} m^3$ .

(α) Για μια κυκλική γαιοσύγχρονη τροχιά, ποια είναι η απόσταση από το κέντρο της γης; [7μ]

(β) Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου που εκτελεί γαιοσύγχρονη τροχιά; [3μ]

(γ) Ένας δορυφόρος εκτοξεύεται αρχικά σε κυκλική τροχιά σε απόσταση  $r_1 = 160 km$  πάνω από την επιφάνεια της γης. Ποια είναι η ταχύτητά του ενώ βρίσκεται σε αυτή την τροχιά; [4μ]

(δ) Θεωρείστε ότι δίνεται στον δορυφόρο του ερωτήματος (γ) αρκετή ώθηση στην διεύθυνση εφαπτομενικά της τροχιάς του, αλλάζοντας την ταχύτητά του. Σαν αποτέλεσμα, ο δορυφόρος εκτελεί πλέον ελλειπτική τροχιά, το περιήγειο,  $P$ , της οποίας συμπίπτει με την ακτίνα της αρχικής κυκλικής τροχιάς του. Ποια πρέπει να είναι η ταχύτητα  $\tau$  του δορυφόρου ώστε στην πιο απομακρυσμένη θέση,  $A$ , από την γη (απόγειο,  $r_2$ ) στην νέα αυτή ελλειπτική τροχιά, να βρίσκεται στην απαιτούμενη απόσταση που αντιστοιχεί σε γαιοσύγχρονη κυκλική τροχιά; [12μ]



(ε) Θα πρέπει το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου να αυξηθεί ή να ελαττωθεί έτσι ώστε να αρχίσει να εκτελεί κυκλική γαιοσύγχρονη τροχιά ακτίνας ίση με την απόσταση του πιο απομακρυσμένου σημείου της ελλειπτικής τροχιάς που περιγράφηκε στο ερώτημα (δ); [4μ]