

## Σχετική ταχύτητα – Παράδειγμα

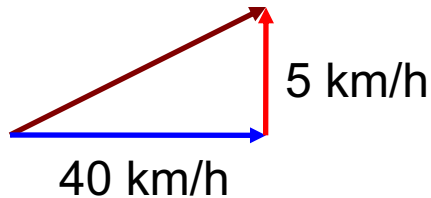
Είστε σε ένα τρένο το οποίο κινείται με ταχύτητα 40km/h προς τα δυτικά. Περπατάτε με ταχύτητα 5km κάθετα προς το μήκος του βαγονιού.

➔ Ποια η σχετική σας ταχύτητα ως προς το έδαφος;

(A) 40 km/h

(B) < 40 km/h

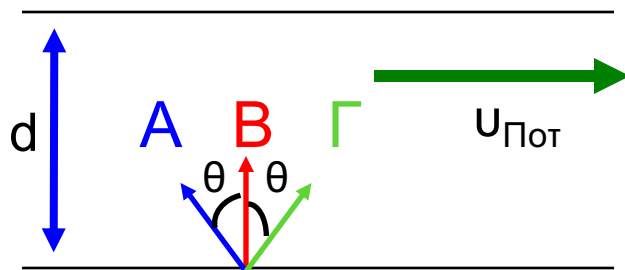
(Γ) > 40 km/h



$$|\vec{V}| = \sqrt{(40 \text{ km/h})^2 + (5 \text{ km/h})^2} \Rightarrow |\vec{V}| \sim 41 > 40 \text{ km/h}$$

Τρεις κολυμβήτριες, η Άντρη, η Βάσω και η Γεωργία είναι σε ένα αγώνα για να διασχίσουν ένα ποτάμι από τη μια όχθη στην απέναντι στο μικρότερο χρόνο. Οι τρεις κολυμβήτριες κολυμβούν με την ίδια ταχύτητα ως προς τη ροή του ποταμού. Στον αγώνα, η Άντρη κολυμπά αντίθετα προς τη ροή του ποταμού, η Βάσω κάθετα και η Γεωργία κολυμπά προς τη ροή του ποταμού.

➔ Ποια απο τις Αντρη ή Γεωργία φθάνει απέναντι στη δεύτερη θέση;



(A) Η Άντρη

(B) Μαζί

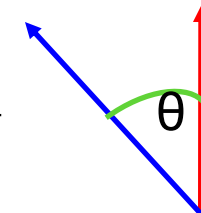
(Γ) Η Γεωργία

Άντρη:  $v_y = V \cos \theta$

Βάσω:  $v_y = V$

Γεωργία:  $v_y = V \cos \theta$

$$t = \frac{d}{v_y}$$

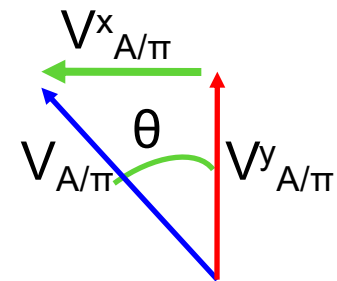


## Σχετική ταχύτητα – Παράδειγμα

Τρεις κολυμβήτριες, η Άντρη, η Βάσω και η Γεωργία είναι σε ένα αγώνα για να διασχίσουν ένα ποτάμι από τη μια όχθη στην απέναντι στο μικρότερο χρόνο. Οι τρεις κολυμβήτριες κολυμβούν με την ίδια ταχύτητα 5km/h ως προς τη ροή του ποταμού τα νερά του οποίου κινούνται με ταχύτητα 3km/h.

➡ Με ποια γωνία θα πρέπει να κολυμπά η Άντρη ώστε να φθάσει στο ακριβώς απέναντι σημείο της απέναντι όχθης;

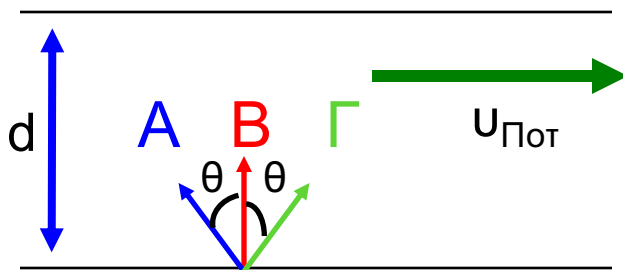
$$\vec{V}_{A/E\delta} = \vec{V}_{A/\pi} + \vec{V}_{\pi/E\delta}$$



Για να φθάσει στο ακριβώς απέναντι σημείο, θα πρέπει η ταχύτητα της Άντρης ως προς το έδαφος στη x-διεύθυνση να είναι μηδέν ( $x = V_x t$ )

**x-διεύθυνση**

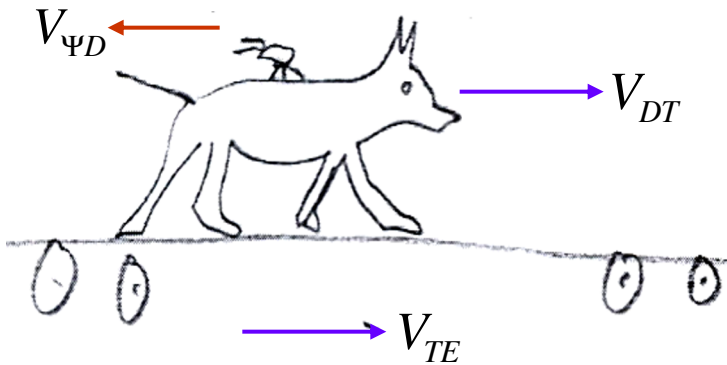
$$V_{A/E\delta}^x = V_{A/\pi}^x + V_{\pi/E\delta}^x \Rightarrow 0 = V_{A/\pi}^x + V_{\pi/E\delta}^x \Rightarrow 0 = (-5\text{km/h})\sin\theta + 3\text{km/h} \Rightarrow 5\sin\theta = 3$$



$$\Rightarrow \sin\theta = 3/5$$

## Σχετική ταχύτητα - Παράδειγμα

Ένας μεγάλος σκύλος περπατά κατά μήκος ενός βαγονιού με ταχύτητα  $5.0 \text{ Km/h}$  – (ανατολικά ως προς το βαγόνι). Το βαγόνι έχει ταχύτητα  $10 \text{ Km/h}$  ανατολικά. Μια ψείρα κινείται στην ράχη του σκυλιού με φορά δυτικά ως προς το σκύλο και ταχύτητα  $0.01 \text{ Km/h}$ . Να βρεθεί η ταχύτητα της ψείρας ως προς το έδαφος



$$\vec{V}_{\Psi D} = 0.01 \text{ Km} / \text{h} - \text{δυτικά}$$

ψείρα ως  
προς σκύλο

$$\vec{V}_{DT} = 5.0 \text{ Km} / \text{h} - \text{ανατολικά}$$

σκύλος ως  
προς τρένο

$$\vec{V}_{TE} = 10.0 \text{ Km} / \text{h} - \text{ανατολικά}$$

τρένο ως  
προς έδαφος

$$\vec{V}_{\Psi E} = \vec{V}_{\Psi D} + \vec{V}_{DT} + \vec{V}_{TE}$$

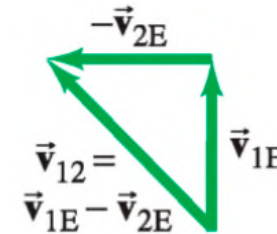
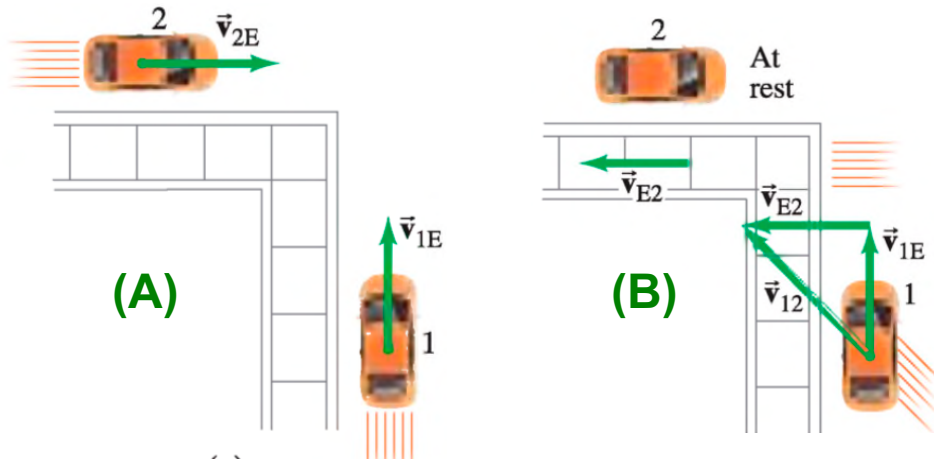
Όπως παρατηρούμε τα D και T απολοίφονται οπότε θα έχουμε:

$$\vec{V}_{\Psi E} = -0.01 \text{ km/h} + 5 \text{ km/h} + 10 \text{ km/h} = 14.99 \text{ Km} / \text{h}$$

(Το “-” επειδή η ψείρα κινείται με φορά προς δυτικά)

## Σχετική ταχύτητα - Παράδειγμα

Δύο αυτοκίνητα πλησιάζουν το ένα το άλλο σε μια διασταύρωση. Και τα δύο κινούνται με ταχύτητα 40km/h (11.11m/s) και σε κάθετες μεταξύ τους διευθύνσεις. Ποιά είναι η σχετική τους ταχύτητα;



Η κατάσταση της κίνησης σύμφωνα με παρατηρητή στο έδαφος είναι στην εικόνα (A)  
 Ως προς το σύστημα αναφοράς του οχήματος 2 (το όχημα έχει ταχύτητα 0) φαίνεται στο σχήμα (B)

Στο σύστημα αυτό αναφοράς, η γη κινείται προς τα αριστερά (προς το όχημα 2) με ταχύτητα  $\vec{V}_{E2}$

Αυτή η ταχύτητα ισούται με την ταχύτητα του οχήματος 2 ως προς τη γη:  $\vec{V}_{2E} = -\vec{V}_{E2}$

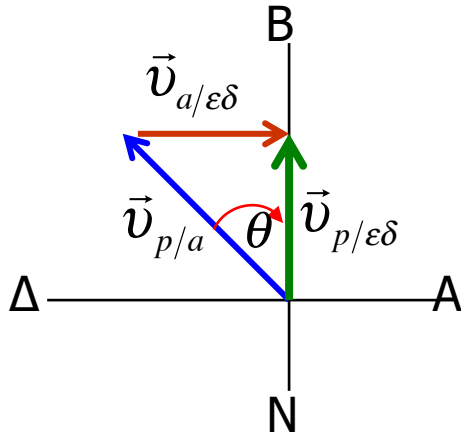
Η ταχύτητα του οχήματος 1 σύμφωνα με παρατηρητή στο όχημα 2 είναι:  $\vec{V}_{12} = \vec{V}_{1E} + \vec{V}_{E2}$

Αλλά:  $\vec{V}_{E2} = -\vec{V}_{2E}$  οπότε  $\vec{V}_{12} = \vec{V}_{1E} - \vec{V}_{2E}$

Η ταχύτητα του οχήματος 1 ως προς το 2 είναι η διαφορά των ταχυτήτων τους όπως μετρούνται από παρατηρητή στο έδαφος:  $\vec{V}_{1E} - \vec{V}_{2E}$

## Σχετική ταχύτητα – 2-διαστάσεις

Ένα αεροπλάνο είναι να πετάξει βόρεια. Η ταχύτητα του αεροπλάνου ως προς τον αέρα είναι 200km/h. Άνεμος φυσά με κατεύθυνση από δυτικά προς τα ανατολικά με ταχύτητα 90km/h. (α) Προς ποια κατεύθυνση θα πρέπει να πετά το αεροπλάνο ώστε να φθάσει στον προορισμό του; (β) Πόσο γρήγορα κινείται το αεροπλάνο ως προς το έδαφος;



Εφόσον ο άνεμος πνέει από δυτικά προς ανατολικά, το αεροπλάνο θα πρέπει να κινηθεί προς τα βόρειο-δυτικά ώστε να φθάσει στον προορισμό του που είναι βόρεια.

Η ταχύτητα του αεροπλάνου ως προς το έδαφος,  $\vec{v}_{p/εδ}$ , θα είναι το διανυσματικό άθροισμα της ταχύτητας του αεροπλάνου ως προς τον αέρα,  $\vec{v}_{p/α}$ , και της ταχύτητας του ανέμου ως προς το έδαφος,  $\vec{v}_{α/εδ}$

$$\vec{v}_{p/εδ} = \vec{v}_{p/α} + \vec{v}_{α/εδ}$$

Από το σχήμα, η κατεύθυνση,  $\theta$ , που θα ακολουθήσει το αεροπλάνο θα είναι:

$$\sin \theta = \frac{v_{α/εδ}}{v_{p/α}} \Rightarrow \sin \theta = \frac{90}{200} = \frac{9}{20} \Rightarrow \sin \theta = 0.45 \Rightarrow \theta = 26.7^\circ$$

Οι ταχύτητες είναι κάθετες μεταξύ τους οπότε από το πυθαγόρειο θεώρημα:

$$\begin{aligned} v_{p/εδ}^2 &= v_{p/α}^2 - v_{α/εδ}^2 \Rightarrow v_{π/εδ}^2 = (200 \text{ km/h})^2 - (90 \text{ km/h})^2 = 31900 \text{ km}^2/\text{h}^2 \\ &\Rightarrow v_{π/εδ} = 179 \text{ km/h} \end{aligned}$$

## Σχετική ταχύτητα – 2 διαστάσεις

Ένα αυτοκίνητο A κινείται ανατολικά με ταχύτητα 20m/s. Καθώς το αυτοκίνητο A διασχίζει την διασταύρωση, ένα δεύτερο αυτοκίνητο B ξεκινά από την ηρεμία και 40m βόρεια από την διασταύρωση και κινείται νότια με επιτάχυνση 2m/s<sup>2</sup>.

- (α) Ποια η θέση του B ως προς το A 6 sec αφού το A έχει διασχίσει την διασταύρωση (βρίσκεται στη θέση A'); (β) Ποια η ταχύτητα του B ως προς το A' μετά από 6 sec; (γ) Ποια η επιτάχυνση του B ως προς το A', όταν  $t = 6\text{sec}$ ;

Διαλέγουμε σύστημα συντεταγμένων με αρχή τη διασταύρωση και θετική φορά του x-άξονα προς τα ανατολικά και θετική φορά του y-άξονα, βόρεια

Η θέση του B ως προς το A, σύμφωνα με το σχήμα, είναι:  $\vec{r}_{B/A} = \vec{r}_{B/A'} + \vec{r}_{A'/A}$

Η ταχύτητα του B ως προς το A' είναι:  $\vec{v}_{B/A'} = d\vec{r}_{B/A'}/dt \Rightarrow \vec{v}_{B/A'} = d(\vec{r}_{B/A} - \vec{r}_{A'/A})/dt$

Η επιτάχυνση του B ως προς το A' είναι:  $\vec{a}_{B/A'} = d\vec{v}_{B/A'}/dt$

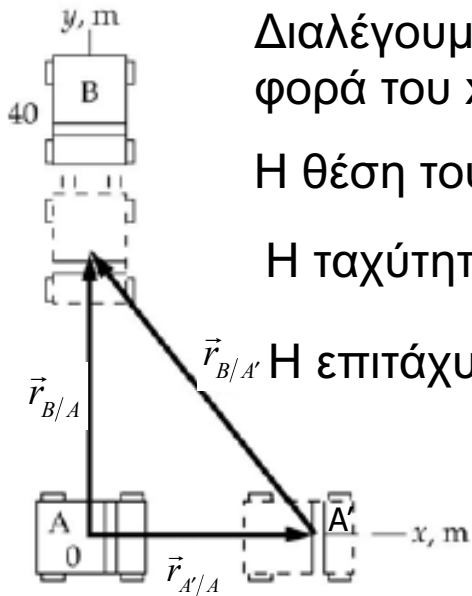
Βρίσκουμε τα  $\vec{r}_{A'/A}$ ,  $\vec{r}_{B/A}$ ,  $\vec{r}_{B/A'}$

$$\vec{r}_{B/A} = \left[ 40 - \frac{1}{2} 2t^2 \right] \hat{j} \quad \vec{r}_{A'/A} = (20t) \hat{i} \quad \text{και} \quad \vec{r}_{B/A'} = (-20t) \hat{i} + \left( 40 - \frac{1}{2} 2t^2 \right) \hat{j}$$

$$\text{Για } t = 6\text{sec: } \vec{r}_{B/A'} = (-120) \hat{i} + (40 - 36) \hat{j} \Rightarrow \vec{r}_{B/A'} = (-120) \hat{i} + (4) \hat{j}$$

$$\text{Η ταχύτητα είναι: } \vec{v}_{B/A'} = (-20) \hat{i} + (-2t) \hat{j} \quad \text{και για } t=6\text{sec: } \vec{v}_{B/A'} = (-20) \hat{i} + (-12) \hat{j}$$

$$\text{Η επιτάχυνση είναι: } \vec{a}_{B/A'} = d\vec{v}_{B/A'}/dt \Rightarrow \vec{a}_{B/A'} = -2 \hat{j} \text{ ανεξάρτητη του χρόνου}$$



## 6<sup>ο</sup> Quiz

- Γράψτε σε μια σελίδα το όνομά σας και τον αριθμό ταυτότητάς σας
- Θα στείλετε τη φωτογραφία της απάντησής σας στο [fotis@ucy.ac.cy](mailto:fotis@ucy.ac.cy)

Έτοιμοι