ΦΥΣ 140 – Εισαγωγή στην Επιστημονική Χρήση των Υπολογιστών

9 Δεκέμβρη 2020 - GroupB

Συμπληρώστε τα στοιχεία σας στο παρακάτω πίνακα τώρα

Ονοματεπώνυμο	
Αρ. Ταυτότητας	

Δημιουργήστε ένα φάκελο στο home directory σας με το όνομα **Final** (όχι άλλα ονόματα). Θα πρέπει να δουλέψετε όλα τα προβλήματα της εξέτασης στο φάκελο αυτό και πουθενά αλλού. Στο τέλος της εξέτασης τα αρχεία σας θα παρθούν από το φάκελο αυτό.

Σας δίνονται 4 προβλήματα και θα πρέπει να απαντήσετε σε όλα. Συνολική βαθμολογία 100 μονάδες. Διαβάστε όλα τα προβλήματα και αρχίστε να δουλεύετε πρώτα με αυτά που αισθάνεστε ότι δεν θα σας πάρει πολύ χρόνο για να λύσετε. Η σειρά των προβλημάτων δεν είναι ενδεικτική της δυσκολίας τους.

Όλα τα προγράμματα σας θα πρέπει να ονομάζονται ανάλογα με την άσκηση (π.χ. *askisi1.py*) και για να βαθμολογηθούν θα πρέπει να κάνουν τουλάχιστον compile.

Ο χρόνος εξέτασης είναι 180 λεπτά.

Επιτρέπεται: η χρήση του υλικού των ιστοσελίδων και μόνο του μαθήματος, καθώς και οι ασκήσεις/λύσεις των εργαστηρίων και homeworks που έχετε δώσει και σας έχουν δοθεί. ***Απαγορεύονται:*** η συνεργασία/συζήτηση και οποιαδήποτε ανταλλαγή αρχείων, η χρήση e-mail καθώς και η χρήση κινητών τηλεφώνων τα οποία θα πρέπει να απενεργοποιηθούν τώρα.

Στο τέλος της εξέτασης θα πρέπει να κάνετε tar ολόκληρο τον directory *final* στον οποίο δουλεύατε και να στείλετε το *tar* file με e-mail στο *fotis@ucy.ac.cy*

Καλή επιτυχία

<u>ΑΣΚΗΣΕΙΣ</u>

1. [**20μ**] Να γράψετε τα προγράμματα που περιγράφονται στα παρακάτω 4 προβλήματα. Θα πρέπει να ονοματίσετε τα αρχεία σας ως *askisi1a.py, askisi1b.py, askisi1c.py* και *askisi1d.py*

(Α) Να γραφεί το τμήμα του κώδικα το οποίο υπολογίζει το άθροισμα των πρώτων 10 όρων της παρακάτω σειράς:

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{16}+\frac{1}{32}-\cdots$$

(**Β**) Το πολυώνυμο Taylor, $P_N(x)$ για τη συνάρτηση $f(x) = ln(x)$ που αναπτύσσεται ως προς $x_0 = 1$ είναι:

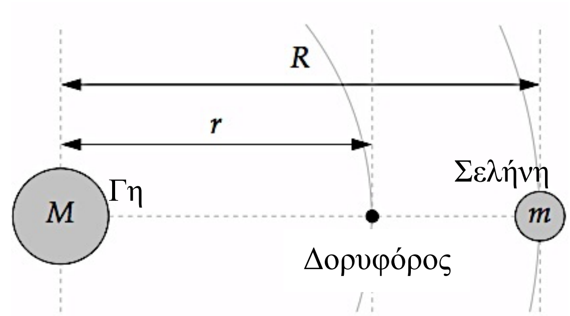
$$P_N(x)=\sum_{i=1}^{N}\frac{(-1)^{i+1}}{i}(x-1)^i$$

Γράψτε το τμήμα του κώδικα το οποίο υπολογίζει και τυπώνει την αντίστοιχη τιμή $P_N(x)$ για τις περιπτώσεις που το $N = \{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20\}$. Για κάθε περίπτωση τιμής του N, συγκρίνετε το αποτέλεσμά σας με την τιμή που $ln(x)$. Θεωρήστε ότι το x έχει κάποια τιμή κοντά στο x_0.

(**Γ**) Να γράψετε μια *function* η να επιστρέφει μια τιμή για την *yinterp* δεδομένης μιας τιμής x και η οποία αντιστοιχεί στο αποτέλεσμα της γραμμικής παρεμβολής μεταξύ δυο σημείων (x_{low}, y_{low}) και (x_{high}, y_{high}). Η συνάρτησή σας θα πρέπει να τυπώνει ένα κατάλληλο μήνυμα σε περίπτωση σφάλματος και να επιστρέφει την τιμή -1.11E+11 αν η τιμή x δεν είναι μεταξύ των x_{low} και x_{high}.

(**Δ**) Να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο υπολογίζει την ακόλουθη σειρά $\sum_{k=1}^{200}(-1)^k\frac{5k}{k+1}$. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να τυπώνει το αποτέλεσμα στην οθόνη με κατάλληλο format.

2. [**20μ**] Το σημείο Lagrange είναι ένα σημείο μεταξύ Γης και Σελήνης στο οποίο όταν βρεθεί ένας δορυφόρος τότε μπορεί να περιφέρεται γύρω από την Γη σε πλήρη συγχρονισμό με την Σελήνη, παραμένοντας πάντοτε ανάμεσα στην Γη και την Σελήνη. Αυτό συμβαίνει γιατί η βαρυτική έλξη που ασκεί η Γη και η βαρυτική έλξη που ασκεί η Σελήνη πάνω στο δορυφόρο δημιουργούν την απαραίτητη κεντρομόλο δύναμη ώστε ο δορυφόρος να παραμένει στην τροχιά του, όπως στο διπλανό σχήμα.



Υποθέτοντας κυκλικές τροχιές μπορεί να δειχθεί ότι η απόσταση του σημείου Lagrange, r, από το κέντρο της Γης ικανοποιεί την εξίσωση:

$$\frac{GM_{\Gamma}}{r^2} - \frac{Gm_{\Sigma}}{(R-r)^2} = \omega^2 r \,,$$

όπου M_{Γ} και m_{Σ} η μάζα της Γης και Σελήνης αντίστοιχα, G η σταθερά της παγκόσμιας έλξης, R η απόσταση μεταξύ Γης-Σελήνης και ω η κοινή γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου και της Σελήνης. Θεωρείστε ότι $G = 6.674x10^{-11}m^3kg^{-1}s^{-2}$, $M_{\Gamma} = 5.974x10^{24}kgr$, $m_{\Sigma} = 7.348x10^{22}kgr$, $\omega = 2.662x10^{-6}s^{-1}$ και $R = 3.844x10^8m$.

Να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο υπολογίζει την απόσταση του σημείου Lagrange από την Γη με ακρίβεια 4 δεκαδικών ψηφίων.

3. [**20μ**] Ένα σώμα κινείται σε οριζόντια διεύθυνση με σταθερή επιτάχυνση $\alpha = 4.0 \mathrm{m/s^2}$ και δέχεται την επίδραση μιας δύναμης αντίστασης η οποία παρουσιάζει γραμμική εξάρτηση από την ταχύτητα, υ, του σώματος. Η δύναμη της αντίστασης είναι τέτοια ώστε οι διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση του σώματος είναι:

$$\frac{dx}{dt} = \upsilon \text{ και } \frac{d\upsilon}{dt} = 4.0 - 0.5\upsilon$$

(α) Λύστε αριθμητικά τις δυο αυτές εξισώσεις κίνησης χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Euler-Cromer. Θα πρέπει να βρείτε ότι η τιμή της ταχύτητα πλησιάζει ένα ανώτερο όριο.[**12μ**]

(β) Κάντε τα γραφήματα της ταχύτητας, υ(t) και θέσης, x(t) ως προς το χρόνο t για το χρονικό διάστημα $t = 0$ ως τη χρονική στιγμή t που το σώμα αποκτά ταχύτητα τουλάχιστον ίση με το 99% της ανώτατης τιμής που μπορεί να λάβει. Το γράφημά σας θα πρέπει να έχει κατάλληλα ονοματισμένους άξονες. Αποθηκεύστε το file αυτό με το όνομα *AirResistance_plot1.pdf.* [**4μ**]

(γ) Να κάνετε ένα ακόμα ζευγάρι γραφημάτων που να δείχνει το ποσοστιαίο σφάλμα της αριθμητικής σας λύσης ως προς την θεωρητικά αναμενόμενη τιμή της θέσης, $x(t)$, και της ταχύτητας, $\upsilon(t)$, του σώματος για το ίδιο χρονικό διάστημα. Αποθηκεύστε το γράφημα αυτό στο file με όνομα *AirResistance_plot2.pdf.* [**4μ**]

Θεωρήστε ότι στο πρόβλημα αυτό η επίδραση της βαρύτητας είναι αμελητέα.

4. [**20μ**] Η συνάρτηση Gauss, $G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$, εμφανίζεται πάρα πολύ στη φυσική. Το εμβαδό της συνάρτησης αυτής είναι ίσο με τη μονάδα: $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2/2}\, dx = 1$.

Να βρεθεί η τιμή του α με ακρίβεια 5 δεκαδικών ψηφίων τέτοια ώστε το ολοκλήρωμα: $A = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-a}^{+a} e^{-x^2/2}\, dx = \frac{1}{2}$

Εκ πρώτης όψεως αυτό που ζητά η άσκηση μοιάζει περίεργο. Ωστόσο είναι αρκετά απλό αρκεί να προσέξετε ότι χρειάζεται να βρείτε τη λύση της εξίσωσης Α – ½ = 0. Επομένως αυτό που χρειάζεται να κάνετε είναι να χρησιμοποιήσετε μια μέθοδο ολοκλήρωσης (τραπεζίου για απλούστευση) που υπολογίζει το ολοκλήρωμα συναρτήσει διαφόρων τιμών του α, F(α), και η οποία καλείται κατόπιν από μια μέθοδο εύρεσης λύσης εξίσωσης όπως η μέθοδος της διχοτόμησης. Σαν επιπλέον βοήθημα η τιμή του α βρίσκεται στο διάστημα 0.5 - 1.0 όπως μπορείτε να βρείτε υπολογίζοντας το ολοκλήρωμα Α για τις δύο αυτές τιμές του α. Σημειώστε ότι εφόσον η συνάρτηση είναι συμμετρική αρκεί να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα με κάτω όριο το 0 και να το διπλασιάσετε.

Θα πρέπει να γυρίσετε με το κώδικά σας τη τιμή του α που βρήκατε σα σχόλιο.

5. [**20μ**] Ένα κουτί περιέχει 100 μπάλες αριθμημένες από 1 έως 100. Τυχαία επιλέγετε Μ από τις μπάλες αυτές ($1 < M < 100$) και αθροίζετε τα νούμερα που αντιστοιχούν στις Μ αυτές μπάλες. Να βρεθεί η πιθανότητα το άθροισμα τους να είναι μεγαλύτερο από 500. Θα πρέπει να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο δέχεται σαν παράμετρο εισόδου τον αριθμό των μπαλών Μ που θα επιλέξετε, και τον αριθμό των πειραμάτων που θα προσομοιώσετε. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να τυπώνει σαν αποτέλεσμα την πιθανότητα το άθροισμα να είναι μεγαλύτερο από το επιθυμητό αποτέλεσμα. Το πρόγραμμα θα πρέπει να τυπώνει ένα μήνυμα στην περίπτωση που κάποια εισαγωγή στοιχείων δεν είναι σωστή.

Προσέξτε ότι σε κάθε πείραμα επιλέγετε M μπάλες ταυτόχρονα. Το αποτέλεσμα θα ήταν διαφορετικό αν επιλέγατε τις μπάλες μια προς μια και μετά τις τοποθετούσατε και πάλι στο κουτί. Επομένως κάθε νούμερο επιλέγεται μια και μόνο φορά.