

ΠΕΙΡΑΜΑ 1

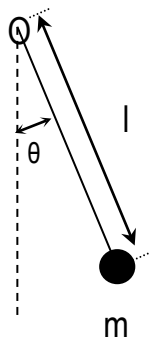
ΑΠΛΟ ΕΚΚΡΕΜΕΣ - ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ ΤΗΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ -g-

Σκοπός του πειράματος

- 1) Να καθοριστεί η περίοδος ταλάντωσης σαν συνάρτηση του μήκους του σχοινιού για μικρές αποκλίσεις και να υπολογιστεί η επιτάχυνση της βαρύτητας.
- 2) Να καθοριστεί η περίοδος της ταλάντωσης σαν συνάρτηση της απόκλισης.

Στοιχεία από τη Θεωρία

Ας θεωρήσουμε μια μεταλλική σφαίρα μάζας m και ακτίνας r , στην άκρη ενός αβαρούς αλλά μη εκτατού νήματος μήκος l . Το σύστημα μπορεί να αιωρείται γύρω από έναν ακλόνητο άξονα O και υποθέτουμε ότι δεν υπόκειται σε τριβές.



Σχήμα 1α

Ας επιλέξουμε την ακτίνα της σφαίρας r να είναι αρκετά μικρότερη από το μήκος του νήματος l ($r \ll l$). Ένα τέτοιο εξιδανικευμένο σύστημα λέγεται μαθηματικό εκκρεμές.

Απομακρύνουμε τη σφαίρα από την κατακόρυφη διεύθυνση και την αφήνουμε ελεύθερη να κάνει στροφική κίνηση γύρω από τον άξονα O . Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης σύμφωνα με τον οποίο όταν ένα στερεό σώμα, στο οποίο ασκείται μια εξωτερική ροπή M κάνει στροφική κίνηση γύρω από ένα ακίνητο άξονα, το σώμα αποκτά γωνιακή επιτάχυνση α :

$$\overline{M} = I \cdot \overline{\alpha} \quad (1)$$

όπου I είναι η ροπή αδρανείας του σώματος ως προς άξονα O .

Στην περίπτωση που εξετάζουμε, πάνω στη σφαίρα ασκείται το βάρος $B=m \cdot g$ και η τάση του νήματος T . Η συνολική ροπή γύρω από τον άξονα έχει μέτρο $M=m \cdot g \cdot l \cdot \sin \theta$ και είναι διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο της σελίδας.

Η ροπή αδρανείας της μικρής σφαίρας είναι $I = m l^2$ και η γωνιακή της επιτάχυνση $\alpha = \frac{d^2 \theta}{dt^2}$.

Με βάση τα πιο πάνω ο νόμος της στροφικής κίνησης γράφεται:

$$m g l \eta \mu \theta = - (m l^2) \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad (2)$$

Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει πως η ροπή τείνει να επαναφέρει τη σφαίρα στη θέση ισορροπίας της $\theta=0$.

Όταν η γωνιά θ είναι μικρή μπορούμε στην παραπάνω σχέση να αντικαταστήσουμε $\eta \mu \theta \approx \theta$. Για παράδειγμα για γωνία 15° έχουμε μόνο διαφορά 1.15%

$$\theta = 15^\circ = 0.2618 \text{ rad}$$

$$\eta \mu 15^\circ = 0.2588$$

Έτσι για γωνίες $\theta < 15^\circ$ η εξίσωση μπορεί να γραφτεί:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \theta = 0 \quad (3)$$

Έχουμε δηλαδή περίπτωση αρμονικής ταλάντωσης με γωνιακή συχνότητα:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (4)$$

και περίοδο

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (5)$$

Η λύση της διαφορικής εξίσωσης (3) είναι:

$$\theta(t) = \theta_0 \eta \mu (\omega t + \phi) \quad (6)$$

Όταν η αρχική απόκλιση είναι μεγαλύτερη των 15° ($\alpha > 15^\circ$), τότε η περίοδος T δίδεται από τη σειρά:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \left[1 + \frac{1}{16} \theta^2 + \frac{11}{3072} \theta^4 + \dots \right] \quad (7)$$

όπου η γωνία θ μετράται σε ακτίνια.

Πειραματική Διαδικασία.

Προσοχή! Η πειραματική διάταξη πρέπει να ελεγχθεί από τους υπεύθυνους του εργαστηρίου πριν την εκτέλεση της άσκησης.

- 1) Να αποδειχθεί πειραματικά ότι η περίοδος του εκκρεμούς είναι ανεξάρτητη της γωνίας εκτροπής για μικρές γωνίες. Θα πρέπει να πάρετε μετρήσεις της περιόδου T της ταλάντωσης για ένα συγκεκριμένο μήκος νήματος l και για διαφορετικές γωνίες εκτροπής θ . Θα πρέπει να καταγράφετε το χρόνο 10 ταλαντώσεων τουλάχιστον. Επαναλάβετε τη μέτρηση για κάθε γωνία τουλάχιστον 10 φορές. Θα πρέπει να βρείτε την περιοχή που η

περίοδος αρχίζει να παρουσιάζει εξάρτηση από τη γωνία εκτροπής και να συγκρίνετε τα αποτελέσματά σας με τα θεωρητικά αναμενόμενα κάνοντας τη γραφική παράσταση της περιόδου συναρτήσει της γωνίας θ .

- 2) Να μετρηθεί η περίοδος T της ταλάντωσης για διάφορα μήκη l του νήματος ξεκινώντας από 30cm μέχρι τα 70cm με βήμα 5cm. Για κάθε μήκος να καταγράφεται ο χρόνος για τουλάχιστον 20 ταλαντώσεις. Κάθε μέτρηση θα πρέπει να εκτελείται τουλάχιστον 10 φορές. Υπολογίστε κατόπιν τη μέση τιμή της περιόδου T . Να γίνει η γραφική παράσταση $T=f(l)$ και να αποδείξετε τη σχέση που συνδέει τα δύο μεγέθη T και l . Επίσης να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας g .
- 3) Θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε τους τρεις διαφορετικούς κυλίνδρους που σας δίνονται και αφού μετρήσετε τη μάζα τους χρησιμοποιήσετε τους σε τη μάζα του εκκρεμούς. Μετρήσετε το χρόνο κίνησης του εκκρεμούς για τουλάχιστον 20 ταλαντώσεις και για τουλάχιστον 10 μετρήσεις για μια συγκεκριμένη γωνία εκτροπής θ και για ένα συγκεκριμένο μήκος νήματος l . Να σχεδιαστεί η περίοδος του εκκρεμούς συναρτήσει των μαζών που χρησιμοποιήσατε.
- 4) Συγκρίνετε τη πειραματική τιμή του g με αυτήν της βιβλιογραφίας. Εξηγήστε κάποιους από τους παράγοντες που επηρεάζουν την πιστότητα της μέτρησής σας. Πως θα μπορούσατε να βελτιώσετε την ακρίβεια της μέτρησης σας. Αν θέλατε να μετρήσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας με ακρίβεια 10^{-4} ;