

**ΦΥΣ. 211**  
**2<sup>η</sup> ΠΡΟΟΔΟΣ 2-Απρίλη-2016**

Πριν ξεκινήσετε συμπληρώστε τα στοιχεία σας (ονοματεπώνυμο, αριθμό ταυτότητας) στο πάνω μέρος της σελίδας αυτής.

Για τις λύσεις των ασκήσεων θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε μόνο τις σελίδες που σας δίνονται. Μην κόψετε καμιά από τις σελίδες που σας δίνονται.

Προσπαθήστε να δείξετε τη σκέψη σας και να γράψετε καθαρές εξισώσεις. Για πλήρη ή μερική βαθμολόγηση θα πρέπει να φαίνεται καθαρά το τι προσπαθείτε να δείξετε.

Σας δίνονται 7 ασκήσεις και πρέπει να απαντήσετε σε όλες. Σύνολο μονάδων 100.

Διαβάστε πρώτα όλες τις ασκήσεις και προσπαθήστε να σκεφτείτε τι περίπου χρειάζεται να κάνετε. Η σειρά των προβλημάτων δεν είναι ενδεικτική της δυσκολία τους.

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 180 λεπτά.

**Καλή επιτυχία.**

**1. [10μ]**

Ένα σώμα μάζας  $M$ , κινείται σε μια διάσταση μέσα σε δυναμικό της μορφής  $U(x) = ax^3 - bx^2$  όπου  $a$  και  $b$  θετικές σταθερές.

(α) Σχεδιάστε το δυναμικό. [2μ]

(β) Βρείτε τα χαρακτηριστικά σημεία της κίνησης. [2μ]

(γ) Βρείτε η συχνότητα ταλαντώσεων ως προς το σημείο ευσταθούς ισορροπίας. [3μ]

(δ) Σχεδιάστε το διάγραμμα φάσης για την κίνηση του σώματος. [3μ]

2. [10μ]

Θεωρήστε έναν μονοδιάστατο αρμονικό ταλαντωτή με μικρή απόσβεση, πάνω στον οποίο δρα μια αποσβένουσα δύναμη  $F_d = 2m\beta\dot{x}$  και μια διεγείρουσα δύναμη της μορφής  $F(t) = amt$ .

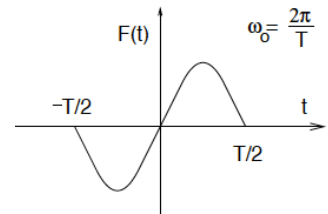
(α) Γράψτε την εξίσωση κίνησης και προσδιορίστε πλήρως μια ειδική λύση. Υπόδειξη: μια ειδική λύση έχει την μορφή  $x_{\text{ειδ.}}(t) = At + B$ . [3μ]

(β) Αν ένα σώμα την χρονική στιγμή  $t = 0$  βρίσκεται στη θέση ισορροπίας,  $x = 0$ , στην κατάσταση ισορροπίας, να βρεθεί η θέση του σώματος,  $x(t)$  σε μια μετέπειτα χρονική στιγμή. [7μ]

3. [10μ]

Ένας μη αποσβένων ταλαντωτής ο οποίος έχει γωνιακή συχνότητα  $\omega_0 = 2\pi/T$ , διεγείρεται από μια εξωτερική δύναμη η οποία έχει την μορφή:

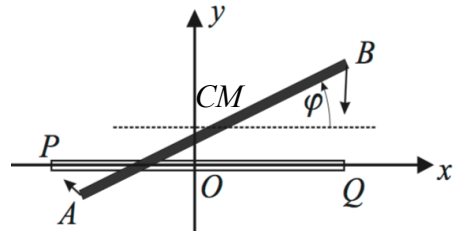
$$F(t) = \begin{cases} 0 & t < -T/2 \\ F_0 \sin(\omega_0 t) & -T/2 < t < T/2 \\ 0 & t > T/2 \end{cases}$$



Χρησιμοποιήστε την μέθοδο των συναρτήσεων Green και υπολογίστε την μετατόπιση του ταλαντωτή για χρονικές στιγμές  $t > T/2$ . [10μ]

4. [15μ]

Μια ράβδος AB μάζας  $m$  και μήκους  $2a$ , μπορεί να κινείται πάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια. Τα άκρα της ράβδου είναι δεμένα σε λαστιχάκια με τέτοιο τρόπο ώστε στην θέση ισορροπίας, η ράβδος να βρίσκεται μεταξύ των σημείων  $P$  και  $Q$  τα οποία βρίσκονται σε απόσταση  $2a$ , και τότε οι δυνάμεις στη ράβδο είναι μηδέν. Όταν η ράβδος μετατοπίζεται στο επίπεδο, οι δυνάμεις στα δύο άκρα της  $A$  και  $B$  την αναγκάζουν να κινηθεί προς τα σημεία  $P$  και  $Q$ . Τα μέτρα των δυνάμεων αυτών είναι ανάλογα των αποστάσεων, δηλαδή  $|\vec{F}_A| = k|AP|$  και  $|\vec{F}_B| = k|BQ|$ .



(α) Βρείτε την κινητική ενέργεια της ράβδου. [2μ]

(β) Βρείτε τη δυναμική ενέργεια της ράβδου. [7μ]

(γ) Βρείτε τις εξισώσεις κίνησης της ράβδου. [3μ]

(δ) Ποιες είναι οι γωνιακές συχνότητες για μετατοπίσεις μικρού πλάτους. [4μ]

Χρησιμοποιήστε σαν γενικευμένες συντεταγμένες τις  $x$ ,  $y$  και  $\varphi$  του κέντρου μάζας.

Υπόδειξη: η δυναμική ενέργεια της δύναμης  $F_A$  είναι της μορφής  $V_A = k(\vec{r}_A - \vec{r}_P)^2/2$

5. [15μ]

Θεωρήστε φορτισμένο σωματίδιο (θετικού ή αρνητικού φορτίου) με κινητική ενέργεια  $T$ , την οποία μπορείτε να θεωρήσετε ως μη σχετικιστική. Θεωρήστε επίσης ένα βαρύ πυρήνα με φορτίο  $Ze$  και φαινομενική ακτίνα  $b$ . Φανταστείτε ότι το φορτισμένο σωματίδιο «χτυπά» τον πυρήνα όταν το σημείο της εγγύτερης προσέγγισής του βρίσκεται σε απόσταση  $b$  ή λιγότερο από τον πυρήνα. Αγνοώντας την ανάκρουση του πυρήνα όπως και οποιαδήποτε άλλα αποτελέσματα από ατομική αλληλεπιδράσεων, δείξτε ότι η ενεργός διατομή σκέδασης για το φορτισμένο αυτό σωματίδιο, είναι:

$\sigma = \pi b^2 (T - V)/T$  για θετικά φορτισμένα σωματίδια, και  $\sigma = \pi b^2 (T + V)/T$  για αρνητικά φορτισμένα σωματίδια, όπου  $V = Ze^2/b$ . [15μ]

6. [20μ]

Θεωρήστε το σύστημα του διπλανού σχήματος όπου μια ράβδος μάζας  $m$ , τοποθετείται πάνω σε δύο πανομοιότυπα ελατήρια σταθεράς  $k$ .

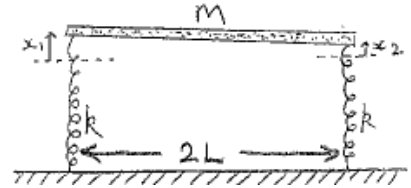
(α) Να βρεθεί η Lagrangian του συστήματος. [5μ]

(β) Να βρεθούν οι πίνακες του δυναμικού  $[V]$  και κινητικής ενέργειας  $[T]$ . [2μ]

(γ) Να βρεθούν οι ιδιοσυχνότητες. [5μ]

(δ) Να βρεθούν τα κανονικοποιημένα ιδιοδιανύσματα. [5μ]

(ε) Να γραφεί η απομάκρυνση του συστήματος την χρονική στιγμή  $t$ . [3μ]



7. [20μ]

Ένας λεπτός δίσκος μάζας  $M$  και ακτίνας  $A$  συνδέεται με ακίνητα σημεία μέσω δύο ελατηρίων σταθεράς  $k$  εκατέρωθεν αυτού. Ο δίσκος βρίσκεται πάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια. Ο δίσκος μπορεί να περιστρέφεται αλλά είναι περιορισμένος να κινείται σε ένα επίπεδο. Κάθε ελατήριο έχει φυσικό μήκος  $l_0$ . Αρχικά όταν το σύστημα βρίσκεται στην θέση ισορροπίας, η επιμήκυνση και τα δύο ελατηρίων είναι  $l > l_0$  όπως φαίνεται στο σχήμα.



(α) Ποιες οι συχνότητες των κανονικών τρόπων ταλάντωσης για μικρές μετατοπίσεις από την θέση ισορροπίας; [7μ]

(β) Ποια τα κανονικοποιημένα ιδιοδιανύσματα; [6μ]

(γ) Ποιες είναι οι κανονικές συντεταγμένες; [4μ]

(δ) Σχεδιάστε την κίνηση κάθε τρόπου ταλάντωσης. [3μ]