9° Quiz - 5 - λεπτά

Σνας πυκνωτής εκφορτίζεται μέσω μιας αντίστασης R. Αν χρειάζεται χρόνος T για το φορτίο του πυκνωτή να μειωθεί στο μισό της αρχικής του τιμής, πόσος χρόνος (συναρτήσει του T) απαιτείται ώστε η αποθηκευμένη ενέργεια του πυκνωτή να γίνει μισή της αρχικής;

(A)
$$t_{U=U_0/2} = \frac{1}{4}T$$
 (B) $t_{U=U_0/2} = \frac{1}{2}T$ (C) $t_{U=U_0/2} = T$ (A) $t_{U=U_0/2} = 2T$ (E) $t_{U=U_0/2} = 4T$

Το φορτίο του πυκνωτή συναρτήσει του χρόνου είναι: $Q=Q_0e^{-t/ au}$

Για
$$Q=1/2$$
 Q_0 : $\frac{1}{2}Q_0 = Q_0e^{-t_{Q=Q_0/2}/\tau} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-t_{Q=Q_0/2}/\tau} \Rightarrow t_{Q=Q_0/2} = \tau \ln(2)$

Η ενέργεια στον πυκνωτή είναι: $U(t) = \frac{1}{2}CV_C^2$

Αλλά:
$$V_C = V_0 e^{-t/\tau}$$
 και η αρχική ενέργεια του πυκνωτή: $U_0 = \frac{1}{2} C V_0$

Αντικατάσταση στην εξίσωση της ενέργειας θα δώσει: $U(t)=\frac{1}{2}~C~\left(V_0e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2=U_0e^{-2t/\mathrm{RC}}$

Για
$$U(t) = \frac{1}{2}U_0$$
 θα έχουμε: $\frac{1}{2}U_0 = U_0e^{-2t_{U=U_0/2}/\text{RC}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-t_{U=U_0/2}/\text{RC}}$

Επομένως ο χρόνος που απαιτείται ώστε η αποθηκεύμενη ενέργεια του πυκνωτή να γίνει η μισή της αρχικής είναι:

$$t_{U=U_0/2} = \frac{1}{2}\tau \ln(2) \Rightarrow t_{U=U_0/2} = \frac{1}{2}t_{Q=Q_0/2}$$