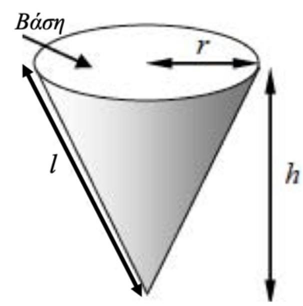
ΦΥΣ 140 – Εισαγωγή στην Επιστημονική Χρήση Υπολογιστών

6η Εργασία **Επιστροφή: 18/11/2023**

<u>Υπενθύμιση:</u> Οι εργασίες πρέπει να επιστρέφονται με e-mail στο fotis@ucy.ac.cy που θα στέλνετε από το πανεπιστημιακό σας λογαριασμό το αργότερο μέχρι την ημερομηνία που αναγράφεται.
Ως subject του e-mail θα πρέπει να αναγράφεται την εργασία (username_phy140_hmX όπου X ο αριθμός της εργασίας)
Κάθε αρχείο που επισυνάπτετε (attach) στο e-mail σας θα πρέπει να έχει το όνομα στη μορφή username_hmX.tgz όπου username είναι το username του e-mail σας και X ο αριθμός της εργασίας. Επίσης σαν πρώτο σχόλιο μέσα σε κάθε file που περιέχει το πρόγραμμά σας θα πρέπει να αναφέρεται το ονοματεπώνυμό σας. Οι εργασίες είναι ατομικές και πανομοιότυπες εργασίες δε θα βαθμολογούνται. Για να κάνετε ένα tgz file (ουσιαστικά tar zipped file) θα πρέπει να δώσετε στο terminal την εντολή tar -czvf username_hmX.tgz *.py όπου py είναι όλα τα py files των προγραμμάτων σας.

1. Σχεδιάστε το μικρότερο κωνικό δοχείο (αμελητέου πάχους τοιχωμάτων) το οποίο θα πρέπει να αποθηκεύει $48cm^3$ νερού. Θα πρέπει να βρείτε τις τιμές της ακτίνας, r, της βάσης και του ύψους, h, του κώνου για τις οποίες ελαχιστοποιούνται οι επιφάνειες της βάσης και πλευράς του.
(α) Βρείτε τις τιμές αναλυτικά.
(β) Γράψτε ένα πρόγραμμα το οποίο υπολογίζει τις τιμές αυτές αριθμητικά.
<u>Υπενθύμιση:</u> Ο όγκος, V, και η παράπλευρη επιφάνεια, S, ενός κώνου δίνονται από τις σχέσεις: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ και $S = \pi r l$ όπου l το μήκος της ακμής του κώνου όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



2. Υποθέστε ότι έχετε ένα βλήμα το οποίο εκτοξεύεται με κάποια γωνία θ_0, ως προς την οριζόντια διεύθυνση με αρχική ταχύτητα υ_0. Υποθέστε επίσης ότι το βλήμα κινείται κάτω από την επίδραση της δύναμης λόγω της αντίστασης του αέρα η οποία είναι ανάλογη της ταχύτητας του βλήματος. Σύμφωνα με τις συνθήκες αυτές, οι εξισώσεις κίνησης περιγράφονται από:

$$y = f(t) = \left(C\upsilon_y + gC^2\right)\left(1 - e^{-t/C}\right) - gCt \quad \text{και}$$

$$x = r(t) = C\upsilon_x\left(1 - e^{-t/C}\right) \quad \text{όπου}$$

C = m/k με k τον συντελεστή αντίστασης του αέρα, και m τη μάζα του βλήματος. g η επιτάχυνση της βαρύτητας ($g = 9.8m/s^2$), ενώ $\upsilon_x = \upsilon_0 \cos(\theta_0)$ και $\upsilon_y = \upsilon_0 \sin(\theta_0)$. Μια μεγάλη τιμή του C θα είχε σαν αποτέλεσμα μεγαλύτερο μέγιστο ύψος και μεγαλύτερο βεληνεκές. Θεωρήστε ότι η αρχική ταχύτητα του βλήματος είναι υ_0=49m/s και η σταθερά C = 10 ενώ η αρχική γωνία του βλήματος είναι $\theta_0 = 45^o$. Να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο:

(**α**) Υπολογίζει τον χρόνο πτήσης του βλήματος (δηλαδή τον χρόνο μέχρι να επιστρέψει στο έδαφος) καθώς και το βεληνεκές του με ακρίβεια 8 δεκαδικών ψηφίων.

(**β**) Για την ίδια ταχύτητα εκτόξευσης να βρεθούν τα αντίστοιχα βεληνεκή για γωνίες από 10^o έως 80^o με βήμα 10^o. Τα αποτελέσματά σας θα πρέπει να τα γράψετε σε ένα αρχείο *ranges.dat* το οποίο θα πρέπει να περιέχει την γωνία και το αντίστοιχο βεληνεκές που βρίσκετε.

(**γ**) Χρησιμοποιώντας τις δυο παραπάνω εξισώσεις κίνησης και το αποτέλεσμα του (α) ερωτήματος θα πρέπει το πρόγραμμά σας να υπολογίσει τις συντεταγμένες κάθε σημείου της τροχιάς του βλήματος από το σημείο εκτόξευσης μέχρι το σημείο που επιστρέφει στο έδαφος χρησιμοποιώντας σαν χρονικό βήμα *dt* = 0.1sec. Τα αποτελέσματά σας θα πρέπει να τα γράψετε σε ένα αρχείο με όνομα *projectile.dat*.

(**δ**) Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του αρχείου *projectile.dat* να κάνετε την γραφική παράσταση της τροχιάς του βλήματος την οποία θα πρέπει να αποθηκεύσετε σε ένα αρχείο με όνομα *projectile.pdf*. Θα πρέπει επίσης να κάνετε την γραφική παράσταση που αντιστοιχεί στο αρχείο *ranges.dat* το οποίο δημιουργήσατε στο (β) ερώτημα και να την αποθηκεύσετε στο αρχείο *ranges.pdf*.

3. Μια σφαίρα βρίσκεται σε θερμοκρασία 1200^oK και την αφήνουμε να κρυώσει μέχρι τη θερμοκρασία δωματίου (300^oK). Υποθέστε ότι θερμότητα χάνεται μόνο μέσω ακτινοβολίας και επομένως η διαφορική εξίσωση που περιγράφει τη μεταβολή της θερμοκρασίας της σφαίρας δίνεται από:

$$\frac{d\theta}{dt} = -2.2067 \times 10^{-12}(\theta^4 - 81 \times 10^8),$$

όπου θ η θερμοκρασία του σώματος σε βαθμούς Kelvin (K) και ο χρόνος t σε sec.

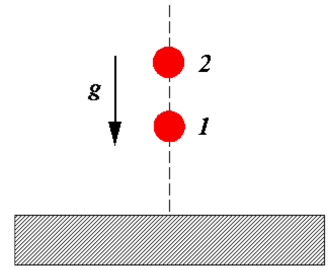
(α) Να βρεθεί η θερμοκρασία της σφαίρας τη χρονική στιγμή $t = 480$*sec* χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Euler-Cromer. Υποθέστε χρονικό βήμα 30*sec*.

(β) Να βρεθεί η χρονική στιγμή στην οποία η θερμοκρασία της σφαίρας είναι 320^oK.

(γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της θερμοκρασίας που υπολογίζετε για τη χρονική στιγμή $t = 480$*sec* συναρτήσει του χρονικού βήματος που χρησιμοποιείται για βήματα *dt* = 15, 30, 60, 120, 240 και 480 *sec*.

4. Μια μπίλια μάζας *m* = 10*gr* αρχίζει τη χρονική στιγμή *t* = 0 να κινείται κατακόρυφα μέσα σε λάδι ξεκινώντας από την κατάσταση της ηρεμίας (θεωρήστε σα θετική τη φορά προς τα κάτω). Ο συντελεστής αντίστασης που παρουσιάζει η μπίλια καθώς κινείται στο λάδι είναι b = 0.1 Ns/m. Να βρεθεί η αναλυτική λύση για την ταχύτητα της μπίλιας συναρτήσει του χρόνου. Να γράψετε ένα πρόγραμμα που χρησιμοποιεί τις μεθόδους Euler και Euler-Cromer το οποίο να λύνει την εξίσωση για την ταχύτητα αριθμητικά και να κάνετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας που υπολογίζετε αναλυτικά και αριθμητικά συναρτήσει του χρόνου για συνολικό χρονικό διάστημα 0.1 *sec* από την στιγμή που ξεκίνησε να κινείται η μπίλια. (Θα πρέπει να κρατήσετε την γραφική παράσταση σε ένα pdf file). Πως αλλάζει η διαφορά μεταξύ θεωρητικής και αριθμητικής τιμής αν χρησιμοποιήσετε ένα μικρότερο χρονικό βήμα;

5. Θεωρήστε ότι έχετε 2 μπάλες μάζας m_1 και m_2 με ακτίνες r_1 και r_2 αντίστοιχα. Οι 2 μπάλες αφήνονται από την κατάσταση της ηρεμίας να πέσουν στο έδαφος υπό την επίδραση της βαρύτητας (δεν υπάρχει αντίσταση από τον αέρα). Υποθέστε ότι οι μπάλες μπορούν να κινηθούν κατακόρυφα, έτσι ώστε να συγκρούονται κεντρικά είτε μεταξύ τους ή με το έδαφος (μόνο η μπάλα 1). Αν υποθέσουμε τέλεια ελαστικές συγκρούσεις οι 2 μπάλες θα συνεχίσουν να συγκρούονται μεταξύ τους επ΄ άπειρον.



Η κίνηση της κάθε μπάλας επομένως καθορίζεται από την επιτάχυνση της βαρύτητας και το αποτέλεσμα της σύγκρουσής της με την άλλη μπάλα ή το έδαφος. Όταν η μπάλα 1 χτυπά στο έδαφος, η ταχύτητά της αντιστρέφεται, $\upsilon_1' = -\upsilon_1$. Στην περίπτωση της σύγκρουσης μεταξύ των 2 μπαλών ξέρουμε από την εισαγωγική φυσική ότι για τέλεια ελαστικές κρούσεις οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση ως προς τις ταχύτητές πριν την κρούση δίνονται από τις σχέσεις:

$$\upsilon_1' = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)\upsilon_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)\upsilon_2$$
$$\upsilon_2' = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)\upsilon_1 + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)\upsilon_2$$

Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο Euler-Cromer για να περιγράψετε την κίνηση των δύο σωμάτων.

Για την περίπτωση της κρούσης, ο απλούστερος τρόπος είναι να ελέγχετε σε κάθε χρονικό βήμα τις θέσεις των δύο σωμάτων. Αν στην αντίστοιχη χρονική στιγμή έχει συμβεί κάποια σύγκρουση τότε θα πρέπει να τροποποιήσετε κατάλληλα τις αντίστοιχες ταχύτητες σύμφωνα με τους παραπάνω τύπους και να συνεχίσετε την χρονική εξέλιξη της κίνησης των σωμάτων. Για παράδειγμα για την περίπτωση της κρούσης της μπάλας 1 με το έδαφος αρκεί να ελέγξετε αν $x_1 < r_1$ όπου r_1 είναι η ακτίνα της μπάλας 1. Αν η συνθήκη ισχύει τότε μπορούμε να αντιστρέψουμε την ταχύτητα.

Η απλή αυτή προσέγγιση ωστόσο οδηγεί σε κάποια σφάλματα γιατί κάποιο ποσοστό του χρόνου *dt* η μπάλα 1 θα μπορούσε να βρεθεί σε αρνητική θέση. Ανάλογα ισχύουν και στην κρούση των δυο μπαλών. Επομένως θα πρέπει στις περιπτώσεις αυτές να χρησιμοποιήσετε γραμμική παρεμβολή για να βρείτε τόσο την ταχύτητα που αντιστοιχεί στο σημείο της κρούσης όσο και το χρόνο της κρούσης. Αυτός ο χρόνος θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί και για τις 2 μπάλες για να συνεχίσετε την εξέλιξη του συστήματός σας.

Θεωρείστε για το πρόβλημά σας ότι $m_1 = 1kg$, $m_2 = 1kg$, $x_1 = 1m$, $x_2 = 3m$, $g = 9.81m/s^2$, $\upsilon_1 = \upsilon_2 = 0m/s$, $r_1 = r_2 = 0.1m$ και $dt = 0.003s$.

(**α**) Να γράψετε το πρόγραμμα που περιγράφει την κίνηση των 2 σωμάτων.

(**β**) Να κάνετε τη γραφική παράσταση των x_1 και x_2 ως προς το χρόνο για $t_{max} = 100s$. Το γράφημα αυτό να το ονομάσετε *collision_graph*1*.pdf.*

(**γ**) Τρέξτε και πάλι το πρόγραμμά σας για λόγο μαζών $m_1/m_2 = 2$ και κάντε και πάλι το ίδιο γράφημα με το ερώτημα (**β**). Ονομάστε το γράφημα *collision_graph2.pdf*. Τι παρατηρείτε σε σχέση με την προηγούμενη περίπτωση;