# Εναλλασσόμενα ρεύματα

# Συντονισμός – RLC κύκλωμα

Είδαμε ότι το ρεύμα συναρτήσει της εμπέδησης, γράφεται με την μορφή:

$$I = \frac{V_0}{Z} sin(\omega t - \varphi)$$

Επομένως το ρεύμα γίνεται μέγιστο όταν η εμπέδιση γίνεται ελάχιστη.

Η εμπέδηση είναι: $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ και γίνεται ελάχιστη όταν: $(X_L - X_C) = 0$

Από την σχέση $(X_L - X_C) = 0$ θα έχουμε: $X_L = X_C \Rightarrow L\omega = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Η γωνιακή αυτή συχνότητα είναι χαρακτηριστική του συγκεκριμένου κυκλώματος εφόσον εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του και ονομάζεται ιδιοσυχνότητα και συμβολίζεται με $\omega_0$.

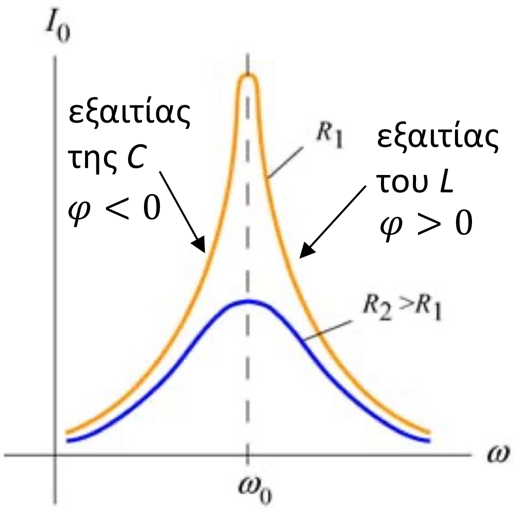
Το φαινόμενο στο οποίο το ρεύμα $I_0$ γίνεται μέγιστο ονομάζεται συντονισμός και η χαρακτηριστική συχνότητα $\omega_0$ ονομάζεται συχνότητα συντονισμού.

Στη συχνότητα συντονισμού, η εμπέδηση γίνεται καθαρά ωμική, $Z=R$ ενώ το πλάτος του ρεύματος θα είναι:

$I_0 = \frac{V_0}{R}$ και η φάση είναι: φ=0 αφού $\frac{(X_L - X_C)}{R} = tan\varphi \Rightarrow \varphi = 0$

# Συντονισμός – RLC κύκλωμα

Ποιοτικά, η συμπεριφορά του ρεύματος συναρτήσει της συχνότητας της πηγής δυναμικού φαίνεται στο σχήμα.




Είδαμε ότι: $tan\varphi = \dfrac{X_L - X_C}{R} = \dfrac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$

Όταν $\omega L - \frac{1}{\omega C} > 0$ τότε η γωνία φ>0 οπότε η τάση προηγείται του ρεύματος

Όταν $\omega L - \frac{1}{\omega C} < 0$ τότε η γωνία φ<0 οπότε το ρεύμα προηγείται της τάσης

Το ρεύμα είναι $I = \dfrac{V_0}{Z} sin(\omega t - \varphi) = I_0 sin(\omega t - \varphi) \Rightarrow I_0 = \dfrac{V_0}{Z}$

Η μέγιστη τιμή του ρεύματος είναι: $I_0 = \dfrac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$ και εξαρτάται από το ω

- Εξετάζουμε διάφορες τιμές του ω και διερευνούμε τη συμπεριφορά της εμπέδησης $Z$ και επομένως του ρεύματος $I_0$:

Για $\omega \rightarrow 0$ $\tau \acute{o} \tau \varepsilon$ $\mathrm{Z} \rightarrow \infty$: και το ρεύμα $I_0 \rightarrow 0$: Αυτό οφείλεται στην χωρητική αντίσταση

Για $\omega \rightarrow \infty$ $\tau \acute{o} \tau \varepsilon$ $\mathrm{Z} \rightarrow \infty$: και το ρεύμα $I_0 \rightarrow 0$: Αυτό οφείλεται στην επαγωγική αντίσταση

# Ισχύς σε ένα AC κύκλωμα

Η ισχύς που προσφέρεται σε ένα RLC κύκλωμα δίνεται από τη σχέση:

$$P(t) = I(t)V(t) = \frac{V_0}{Z} sin(\omega t - \varphi) V_0 sin(\omega t) = \frac{V_0^2}{Z} sin(\omega t - \varphi) sin(\omega t)$$

Από την τριγωνομετρική ταυτότητα: $sin(\omega t - \varphi) = sin(\omega t) cos\varphi - cos(\omega t) sin\varphi$

$$P(t) = \frac{V_0^2}{Z} [\sin^2(\omega t) cos\varphi - sin(\omega t) cos(\omega t) sin\varphi]$$

Η μέση ισχύς ως προς τον χρόνο θα είναι:

$$\langle P(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{V_0^2}{Z} [\sin^2(\omega t) cos\varphi - sin(\omega t) cos(\omega t) sin\varphi] dt =$$

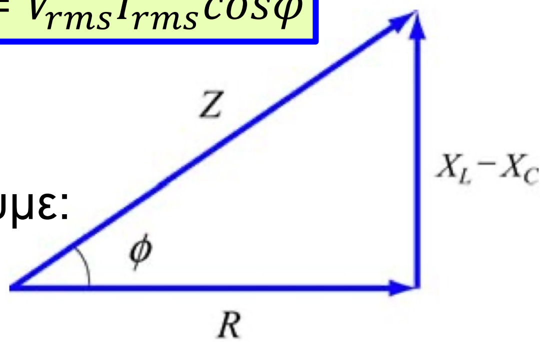
$$\langle P(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{V_0^2}{Z} [\sin^2(\omega t) cos\varphi] dt - \frac{1}{T} \int_0^T \frac{V_0^2}{T} sin(\omega t) cos(\omega t) sin\varphi dt \Rightarrow$$

$$\langle P(t) \rangle = \frac{V_0^2}{Z} cos\varphi \langle \sin^2(\omega t) \rangle - \frac{V_0^2}{Z} sin\varphi \cancelto{0}{\langle sin(\omega t) cos(\omega t) \rangle} \Rightarrow \boxed{\langle P(t) \rangle = \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{Z} cos\varphi}$$

# Ισχύς σε ένα AC κύκλωμα

Χρησιμοποιώντας τις ενεργές τιμές της τάσης και ρεύματος:

$$\langle P(t)\rangle = \frac{1}{2}\frac{V_0^2}{Z}cos\varphi = \frac{V_{rms}^2}{Z}cos\varphi = V_{rms}\frac{V_{rms}}{Z}cos\varphi \Rightarrow \boxed{\langle P(t)\rangle = V_{rms}I_{rms}cos\varphi}$$




Η ποσότητα $cos\varphi$ ονομάζεται παράγοντας ισχύος

Από την διανυσματική αναπαράσταση των αντιστάσεων έχουμε:

$cos\varphi = \frac{R}{Z}$ οπότε γράφουμε για την ισχύ:

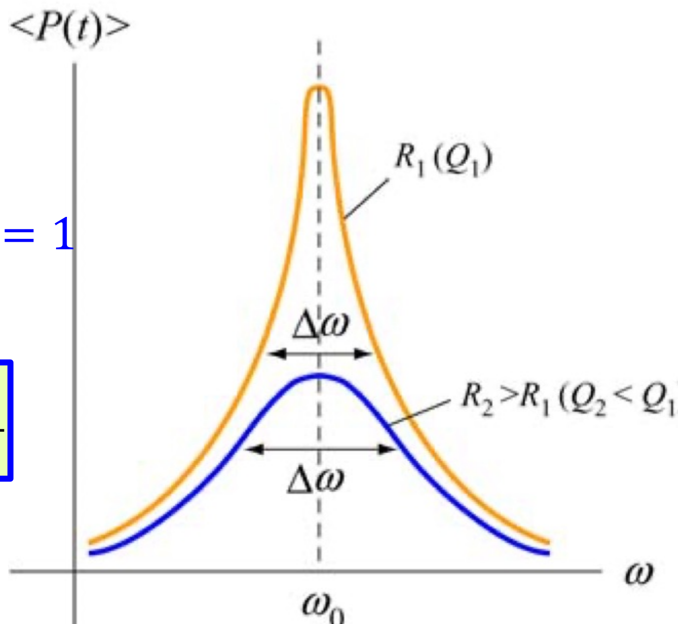
$$\langle P(t)\rangle = V_{rms}I_{rms}cos\varphi \Rightarrow \langle P(t)\rangle = V_{rms}I_{rms}\frac{R}{Z} = I_{rms}\frac{V_{rms}}{Z}R \Rightarrow \boxed{\langle P(t)\rangle = I_{rms}^2 R}$$

Η μέση ισχύς συναρτήσει της συχνότητας, ω, της διεγείρουσας τάσης

Η μέση ισχύς αποκτά μέγιστο όταν $\omega = \omega_0$

Στην περίπτωση αυτή $X_C = X_L$ οπότε $Z = R$ και $cos\varphi = 1$

που αποτελεί τη συνθήκη για συντονισμό




- Στον συντονισμό έχουμε: $\boxed{\langle P(t)\rangle = V_{rms}I_{rms}} \boxed{= \frac{V_{rms}^2}{R}}$

# Εύρος της καμπύλης συντονισμού

Η κορυφή του συντονισμού έχει κάποιο εύρος το οποίο περιγράφουμε ορίζοντας την ποσότητα: $\Delta\omega = \omega_{+} - \omega_{-}$

όπου $\omega_{\pm}$ είναι οι τιμές της διεγείρουσας συχνότητας τέτοιες ώστε η μέση ισχύς να ισούται με το μισό της μέγιστης τιμής της στον συντονισμό.

Οι συχνότητες $\omega_{\pm}$ αντιστοιχούν σε ρεύμα ίσο με 70% του ρεύματος σε συντονισμό

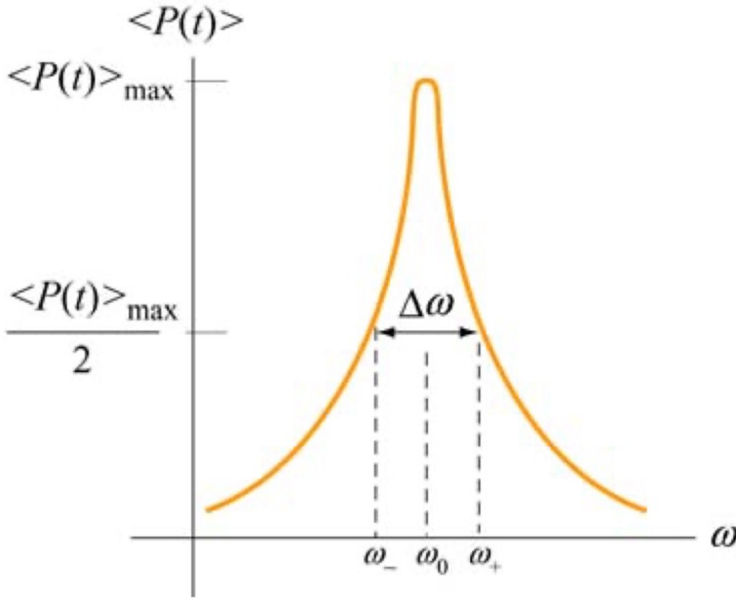
Το εύρος αυτό ονομάζεται *full width at half maximum* όπως φαίνεται στο σχήμα

- Το εύρος $\Delta\omega$ αυξάνει με την αντίσταση $R$.

Για να βρούμε το $\Delta\omega$, γράφουμε και πάλι την εξίσωση της ισχύος ως:

$$\langle P(t)\rangle = \frac{1}{2}\frac{V_0^2}{Z}cos\varphi = \frac{1}{2}\frac{V_0^2 R}{Z^2} = \frac{1}{2}\frac{V_0^2 R}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \Rightarrow$$

$$\langle P(t)\rangle = \frac{1}{2}\frac{V_0^2 R\omega^2}{\omega^2 R^2 + L^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2} \Rightarrow \langle P(t)\rangle_{max} = \frac{V_0^2}{2R}$$




Η συνθήκη για να βρούμε τις τιμές $\omega_{\pm}$ είναι:

$$\frac{1}{2}\langle P(t)\rangle_{max} = \langle P(t)\rangle\Big|_{\omega_{\pm}} \Rightarrow \frac{V_0^2}{4R} = \frac{1}{2}\frac{V_0^2 R\omega^2}{\omega^2 R^2 + L^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2}\Bigg|_{\omega_{\pm}} \Rightarrow (\omega^2 - \omega_0^2)^2 = \left(\frac{R\omega}{L}\right)^2$$

# Εύρος της καμπύλης συντονισμού

Βρήκαμε ότι: $(\omega^2-\omega_0^2)^2=\left(\frac{R\omega}{L}\right)^2$ από την οποία προκύπτουν οι δύο λύσεις για $\omega_\pm$

**Περίπτωση 1:** Θετική λύση: $\omega_+^2-\omega_0^2=+\frac{R\omega_+}{L}$

Λύνουμε την δευτεροβάθμια εξίσωση και κρατώντας την θετική λύση θα έχουμε:

$$\omega_+=\frac{R}{2L}+\sqrt{\left(\frac{R}{4L}\right)^2+\omega_0^2}$$

**Περίπτωση 2:** Αρνητική λύση: $\omega_-^2-\omega_0^2=-\frac{R\omega_-}{L}$

Λύνουμε την δευτεροβάθμια εξίσωση και κρατώντας την θετική λύση θα έχουμε:

$$\omega_-=-\frac{R}{2L}+\sqrt{\left(\frac{R}{4L}\right)^2+\omega_0^2}$$

Το εύρος στο μισό της μέγιστης τιμής θα είναι: $\Delta\omega=\omega_+-\omega_-$ και με αντικατάσταση

$\Delta\omega=\omega_+-\omega_-\Rightarrow\boxed{\Delta\omega=\frac{R}{L}}$ και, ο παράγοντας ποιότητας Q δίνεται από: $\boxed{\mathrm{Q}=\frac{\omega_0}{\Delta\omega}=\frac{\omega_0 L}{R}}$

Συγκρίνοντας με τον παράγοντα ποιότητας στη φθίνουσα ταλάντωση: $\mathrm{Q}=\frac{\omega' L}{R}=$

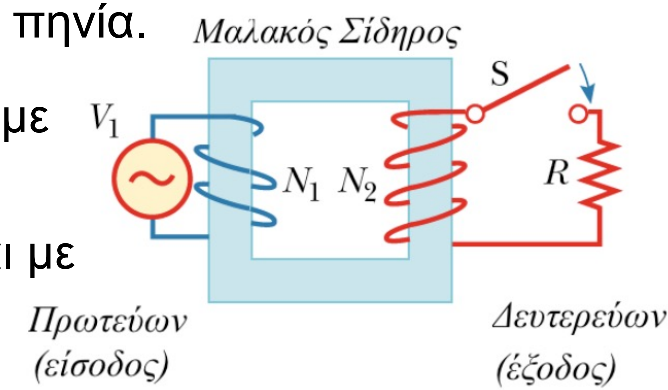
όπου $\omega'=\sqrt{\omega_0^2-(R/2L)^2}\approx\omega_0$ βλέπουμε ότι συνάδουν για μικρές τιμές της $R$

# Μετασχηματιστές
# Επίλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων

# Μετασχηματιστές

Ο μετασχηματιστής είναι μια διάταξη που χρησιμοποιείται για να αυξήσει ή να μειώσει την AC τάση σε ένα κύκλωμα χωρίς να μεταβάλει ιδιαίτερα το γινόμενο $IV$ την ισχύ στο κύκλωμα.

Ο μετασχηματιστής αποτελείται από 2 πηνία, ένα πρωτεύον και ένα δευτερεύον, τα οποία είναι τυλιγμένα γύρω από έναν κλειστό πυρήνα σιδήρου, που εξασφαλίζει την ίδια μαγνητική ροή (μαγνητική σύζευξη) και στα δύο πηνία.




Το πρωτεύον πηνίο το οποίο έχει $N_1$ σπείρες συνδέεται με την πηγή της εναλλασσόμενης τάσης $V_1(t)$.

Το δευτερεύον πηνίο το οποίο έχει $N_2$ σπείρες συνδέεται με ωμικό φορτίο *R*.

Η αρχή λειτουργίας του μετασχηματιστή στηρίζεται στην αρχή ότι ένα εναλλασσόμενο ρεύμα στο πρωτεύον πηνίο θα προκαλέσει ΗΕΔ επαγωγής στο δευτερεύον πηνίο εξαιτίας της αμοιβαίας επαγωγής τους.

Στο πρωτεύον κύκλωμα, και αγνοώντας την μικρή ωμική του αντίσταση θα έχουμε από τον νόμο του *Faraday*

$$\boxed{V_1 = -N_1 d\Phi_m/dt}$$

όπου $\Phi_m$ η ροή που περνά από μια σπείρα του πρωτεύοντος

# Μετασχηματιστές

Ο πυρήνας του σιδήρου χρησιμεύει στο να αυξηθεί το μαγνητικό πεδίο το οποίο παράγει το ρεύμα στο πρωτεύον πηνίο και η μαγνητική ροή περνά από το πρωτεύον στο δευτερεύον πηνίο

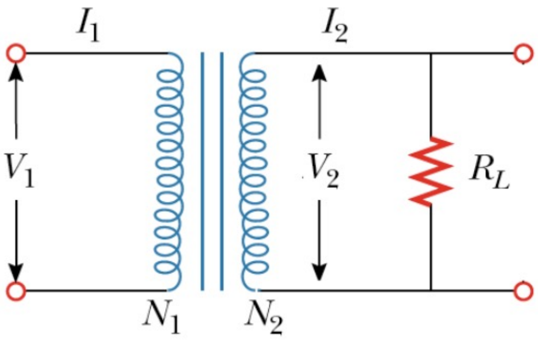
Η ΗΕΔ επαγωγής στο δευτερεύον πηνίο θα είναι: $\boxed{V_2 = -N_2 d\Phi_m/dt}$

Θεωρώντας ότι έχουμε ιδανικό μετασχηματιστή, απώλειες ισχύος εξαιτίας της θέρμανσης Joule μπορεί να αγνοηθεί και επομένως η ισχύς από το πρωτεύον πηνίο μεταφέρεται στο δευτερεύον:

$$I_2 V_2 = I_1 V_1 \Rightarrow I_1\ N_1 d\Phi_m/dt = I_2 N_2 d\Phi_m/dt \Rightarrow I_1\ N_1 = I_2 N_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}}$$

Η τελευταία σχέση αποτελεί την εξίσωση του μετασχηματιστή: $\boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{V_2}{V_1}}$

Έστω ότι το δευτερεύον συνδέεται με αντίσταση φόρτου $R_L$




Στην περίπτωση αυτή το ρεύμα που διαρρέει το πρωτεύον πρέπει να είναι:

$$I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2 = \frac{N_2}{N_1}\frac{V_2}{R_L} = \frac{N_2}{N_1}\frac{\frac{N_2 V_1}{N_1}}{R_L} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \frac{V_1}{R_L}$$

Αλλά: $I_1 = \frac{V_1}{R_{eq}}$ οπότε: $\boxed{R_{eq} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_L}$ Θεωρούμε ότι το κύκλωμα του πρωτεύοντος έχει αντίσταση $R_{eq}$

# Επίλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων που εμπλέκουν εναλλασσόμενα ρεύμα

# Επίλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων

Επίλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων σημαίνει εύρεση των ρευμάτων, των τάσεων και των διαφόρων φάσεων στους διάφορους κλάδους του κυκλώματος.

Τρεις μέθοδοι για την επίλυση: η αλγεβρική, η γεωμετρική και η μέθοδος των μιγαδικών μεγεθών.

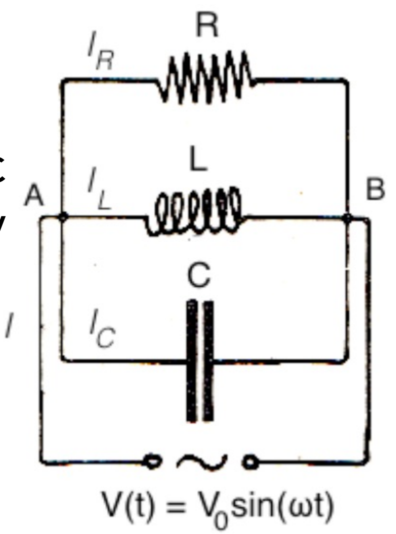
- Η αλγεβρική μέθοδος:

Χρησιμοποιούμε τις τιμές των στιγμιαίων ρευμάτων και τάσεων.

Αν το συνολικό ρεύμα είναι $I = I_0 \sin(\omega t)$, τότε για την τάση γράφουμε $V = V_0 \sin(\omega t + \varphi)$ και αντίστροφα.

Για τις στιγμιαίες τιμές εφαρμόζουμε τους κανόνες του Kirchhoff και τα ζητούμενα μεγέθη προκύπτουν από τις αλγεβρικές εξισώσεις που προκύπτουν

# Αλγεβρική μέθοδος - Παράδειγμα




Έστω το κύκλωμα RLC σε παράλληλη συνδεσμολογία. Έστω ότι $V = V_0\sin(\omega t)$. Θα βρούμε την ένταση του ρεύματος σε κάθε κλάδο, το συνολικό ρεύμα, την εμπέδηση του κυκλώματος και την διαφορά φάσης του συνολικού ρεύματος με την τάση.

Έστω ότι το συνολικό ρεύμα είναι: *I* και τα ρεύματα που διαρρέουν το *R, L, C,* είναι $I_R$ , $I_L$ και $I_C$ αντίστοιχα.

Θα έχουμε επομένως: $I = I_R + I_L + I_C$ (1)

Στους 3 κλάδους έχουμε την ίδια τάση, οπότε: $I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{V_0}{R}\sin(\omega t)$ (2)

Για τον πυκνωτή: $I_C = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}(CV) = CV_0\frac{d}{dt}\sin(\omega t) \Rightarrow I_C = \omega C V_0\cos(\omega t)$ (3)

Για το πηνίο, εφαρμόζουμε τον τροποποιημένο 2ο νόμο του Kirchhoff:

$$V(t) - L\frac{dI_L}{dt} = 0 \Rightarrow L\frac{dI_L}{dt} = V(t) \Rightarrow dI_L = \frac{V(t)}{L}dt = \frac{V_0}{L}\sin(\omega t)\,dt \Rightarrow$$

$$\int dI_L = \frac{V_0}{L}\int \sin(\omega t)\,dt \Rightarrow I_L = -\frac{V_0}{L\omega}\cos(\omega t) \qquad (4)$$

Αντικαθιστούμε τις (2),(3) και (4) στην (1) οπότε: $I = \frac{V_0}{R}\sin(\omega t) + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)V_0\cos(\omega t)$

# Αλγεβρική μέθοδος - Παράδειγμα

Βρήκαμε ότι το συνολικό ρεύμα είναι: $I = \frac{V_0}{R}\sin(\omega t) + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) V_0 \cos(\omega t)$ (5)

Μπορούμε να το γράψουμε με την μορφή: $I = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$ (6)

Θα πρέπει να προσδιορίσουμε τις σταθερές $I_0$ και $\varphi$.

Γράφουμε την (6) με την μορφή: $I_0 \sin(\omega t)\, cos\varphi + I_0 \cos(\omega t) sin\varphi$ (7)

Για να είναι η (5) και η (7) ίσες, θα πρέπει οι συντελεστές των $\sin(\omega t)$ και $\cos(\omega t)$ να είναι ίσοι. Επομένως:

$$I_0 cos\varphi = \frac{V_0}{R} \quad (8)$$

$$I_0 sin\varphi = \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) V_0 \quad (9)$$

$$\Rightarrow I_0^2 (\cos^2\varphi + \sin^2\varphi) = V_0^2 \left[\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega \mathrm{L}}\right)^2\right] \Rightarrow$$

$$I_0 = V_0 \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega \mathrm{L}}\right)^2}$$

Η εμπέδηση του κυκλώματος θα είναι: $Z = \frac{V_0}{I_0}$

$$\Rightarrow Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega \mathrm{L}}\right)^2}}$$

Η εφαπτομένη της διαφοράς φάσης προκύπτει από τις (8) και (9)

$$tan\varphi = \frac{(\omega C - 1/\omega L)}{1/R} \Rightarrow tan\varphi = R\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

# Γεωμετρική μέθοδος

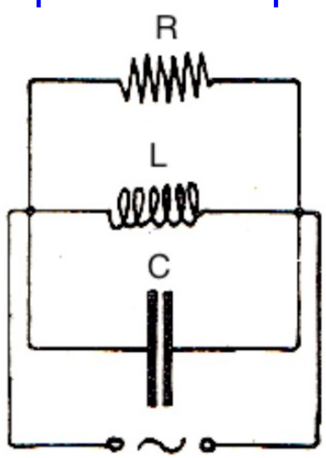
Για την εφαρμογή της γεωμετρικής μεθόδου θα πρέπει να κατασκευάσουμε το κατάλληλο διανυσματικό διάγραμμα.

Για τα στοιχεία του κυκλώματος που είναι συνδεδεμένα σε σειρά ή παράλληλα, το μέγεθος αναφοράς είναι το πλάτος του ρεύματος ή της τάσης. Επομένως:

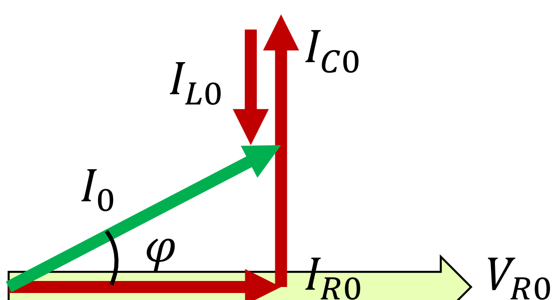
**Αναφορικά με την τάση**

Κύκλωμα RLC παράλληλα:

$I(t) = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$

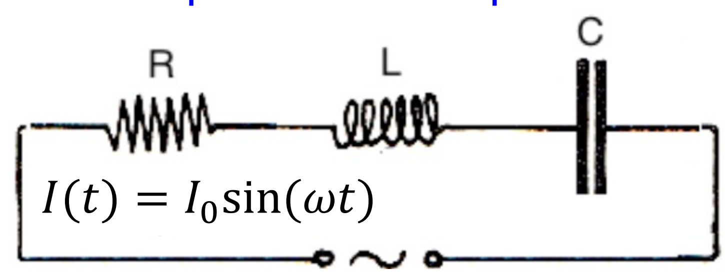



$V(t) = V_0 \sin(\omega t)$



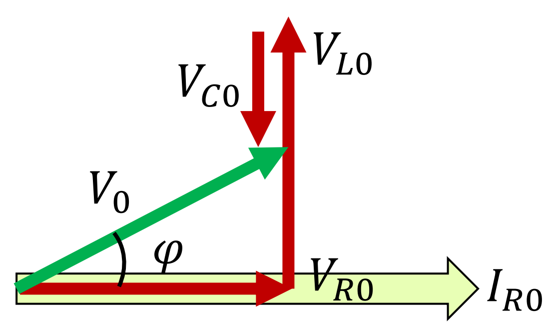

**Αναφορικά με το ρεύμα**

Κύκλωμα RLC σε σειρά:



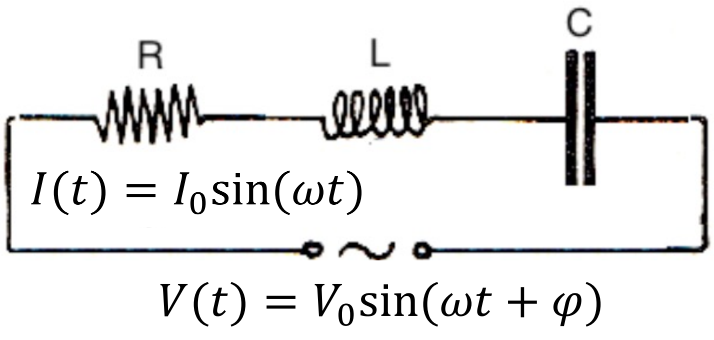

$I(t) = I_0 \sin(\omega t)$

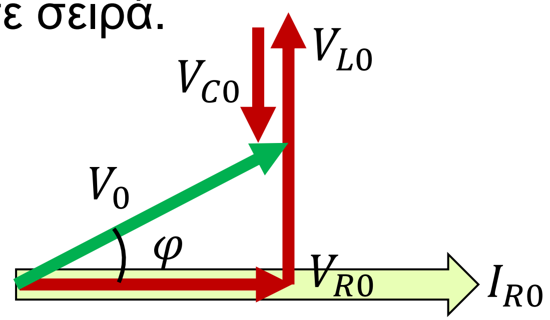
$V(t) = V_0 \sin(\omega t + \varphi)$



# Γεωμετρική μέθοδος – RLC συνδεσμολογία σε σειρά

Εξετάζουμε την περίπτωση ενός RLC κυκλώματος σε σειρά.




Στην περίπτωση αυτή, τα διάφορα στοιχεία (*R*, *L*, *C*) διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα, $I = I_0 \sin(\omega t)$ ενώ η τάση θα είναι $V = V_0 \sin(\omega t + \varphi)$.

Ξέρουμε ότι: $Z = \frac{V_0}{I_0}$

Από το διανυσματικό διάγραμμα έχουμε: $V_0 = \sqrt{V_R^2 + (V_{L0} - V_{C0})^2} \Rightarrow$

$$V_0 = \sqrt{I_0^2 Z_R^2 + (I_0 Z_L - I_0 Z_C)^2} \Rightarrow V_0 = I_0 \sqrt{Z_R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Rightarrow \frac{V_0}{I_0} = \sqrt{Z_R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

Επομένως: $Z = \sqrt{Z_R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$

Η διαφορά φάσης θα είναι: $tan\varphi = \frac{(V_L - V_C)}{V_R} = \frac{I_0(\omega L - 1/\omega C)}{I_0 R} \Rightarrow tan\varphi = \frac{(\omega L - 1/\omega C)}{R}$

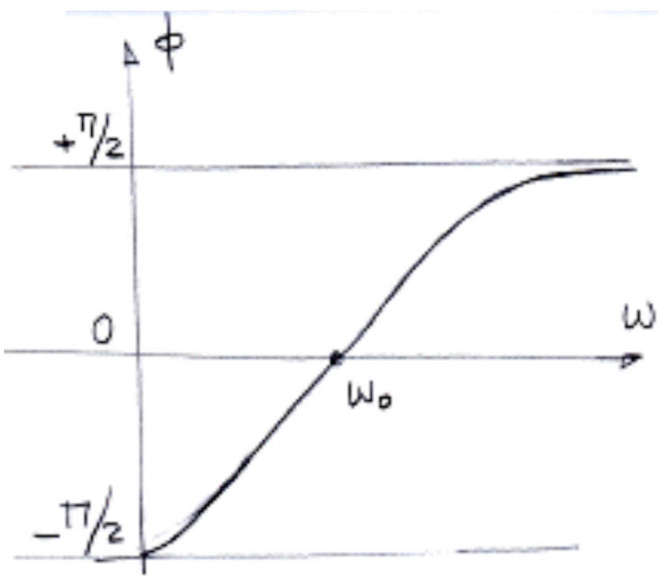
# Γεωμετρική μέθοδος – RLC συνδεσμολογία σε σειρά

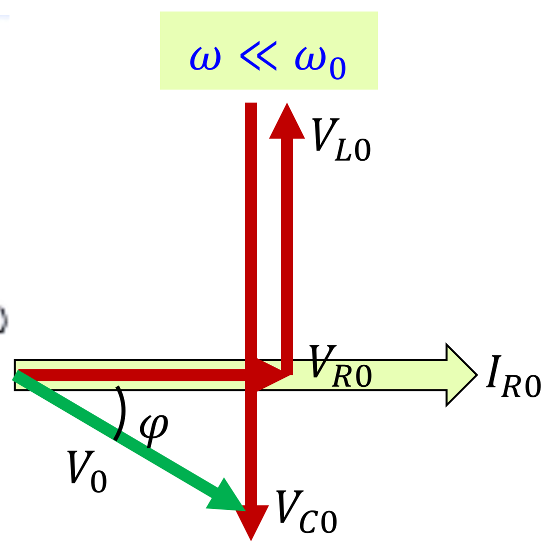
Η διαφορά φάσης είναι: $tan\varphi = \dfrac{(\omega L - 1/\omega C)}{R}$

Όταν $\omega L - 1/\omega C < 0$ τότε $\omega < \dfrac{1}{LC} = \omega_0$ και $\varphi < 0$ χωρητική για $\omega \ll \omega_0, \varphi \rightarrow -\dfrac{\pi}{2}$

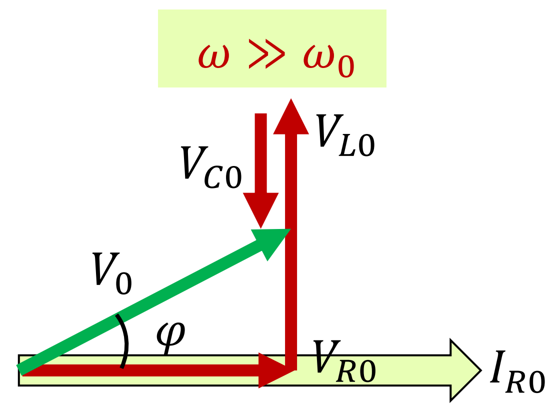
Όταν $\omega L - 1/\omega C = 0$ τότε $\omega = \dfrac{1}{LC} = \omega_0$ και $\varphi = 0$ συντονισμός

Όταν $\omega L - 1/\omega C > 0$ τότε $\omega > \dfrac{1}{LC} = \omega_0$ και $\varphi > 0$ επαγωγική για $\omega \rightarrow \infty, \varphi \rightarrow \dfrac{\pi}{2}$



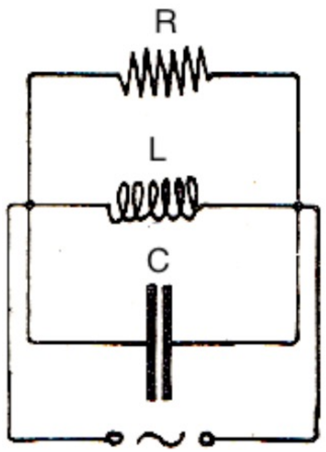

χωρητική συμπεριφορά

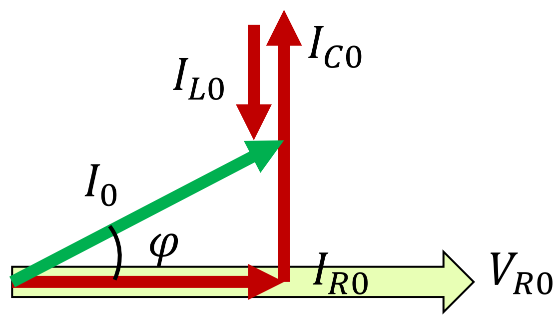



επαγωγική συμπεριφορά

# Γεωμετρική μέθοδος – RLC παράλληλη συνδεσμολογία

Εφαρμόζουμε τη γεωμετρική μέθοδο για την παράλληλη συνδεσμολογία *RLC*




Επιλέγουμε το διάνυσμα της τάσης, ως διάνυσμα αναφοράς

Το πλάτος του ρεύματος που διέρχεται από την αντίσταση, $I_{R0}$, είναι σε φάση με το $V_0$.

Σε σχέση με το $V_0$ το $I_{C0}$ προηγείται κατά π/2 ενώ το $I_{L0}$ έπεται κατά π/2 της $V_0$.

Το πλάτος του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι η συνισταμένη των διανυσμάτων $I_{R0}, I_{C0}, I_{L0}$ και έχει μέτρο:

$$I_0 = \sqrt{I_{R0}^2 + (I_{C0} - I_{L0})^2} = \sqrt{\left(\frac{V_{R0}}{Z_R}\right)^2 + \left(\frac{V_{C0}}{Z_C} - \frac{V_{L0}}{Z_L}\right)^2} = V_{R0}\sqrt{\left(\frac{1}{Z_R}\right)^2 + \left(\frac{1}{Z_C} - \frac{1}{Z_L}\right)^2}$$

$$\Rightarrow I_0 = V_{R0}\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)^2}$$ Δεδομένου ότι: $Z = \frac{V_0}{I_0} \Rightarrow$ $$\boxed{\frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)^2}}$$

# Γεωμετρική μέθοδος – RLC παράλληλη συνδεσμολογία

Βρήκαμε ότι η εμπέδιση είναι: $\frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)^2}$

Το $1/Z$ γίνεται ελάχιστο στην κυκλική συχνότητα του συντονισμού, όπου $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Στην περίπτωση αυτή $Z = R$