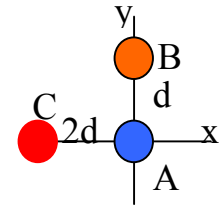


ΦΥΣ. 131
ΕΡΓΑΣΙΑ # 10

1. Τρία αντικείμενα A, B και C με μάζα m , $2m$ και $8m$ αντίστοιχα βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και στις θέσεις που φαίνονται στο σχήμα. Σε ποια θέση (x,y) πρέπει να τοποθετεί ένα τέταρτο σώμα D, μάζας $8m$ ώστε η συνολική βαρυτική δύναμη στο σώμα A να είναι μηδέν;



2. Αστέρες νετρονίων είναι αστέρες με υπερβολικά μεγάλη πυκνότητα μάζας και δημιουργούνται μετά την έκρηξη ενός supernova. Πολλοί από τους αστέρες αυτούς περιστρέφονται πολύ γρήγορα. Υποθέστε ότι η μάζα ενός συγκεκριμένου σφαιρικού άστρου νετρονίων είναι διπλάσια από τη μάζα του ήλιου και η ακτίνα του μόλις 10Km . Υπολογίστε την μεγαλύτερη δυνατή γωνιακή ταχύτητα που μπορεί να έχει έτσι ώστε η ύλη στην επιφάνεια του αστέρα στον ισημερινό του να κρατιέται σε τροχιά από την βαρυτική δύναμη
3. Θεωρήστε ένα σύστημα το οποίο αποτελείται από δύο σωματίδια μάζας M και m και τα οποία βρίσκονται σε μια τεράστια απόσταση το ένα από το άλλο. Παρ' όλο που τα σώματα έχουν πολύ μεγάλη απόσταση μεταξύ τους αλληλεπιδρούν εξαιτίας της βαρυτικής δύναμης και επομένως όταν αφήνονται ελεύθερα έλκονται και κινούνται το ένα προς το άλλο. (α) Έστω οι ταχύτητες των σωματιδίων σε κάποια ορισμένη χρονική στιγμή είναι v_M και v_m . Βρείτε μια σχέση για την ταχύτητα v_M συναρτήσει των M , m και v_m . Υπόδειξη: Δεν υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις στο σύστημα. Προσέξτε ότι τα σωματίδια κινούνται προς το μέρος του άλλου και επομένως οι ταχύτητες έχουν αντίθετες διευθύνσεις. (β) Έστω d παριστάνει την απόσταση μεταξύ των δύο μαζών σε κάποια δεδομένη χρονική στιγμή. Γράψτε μια εξίσωση που να σχετίζει τις μάζες των σωματιδίων, m και M , τις ταχύτητες τους, v_m και v_M , τη δεδομένη χρονική στιγμή και την απόσταση d . Υπόδειξη: Από τη στιγμή που τα σωματίδια έχουν αρχικά μεγάλη απόσταση, μπορείτε να υποθέσετε ότι η ολική αρχική βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι ίση με μηδέν. (γ) Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα από τα ερωτήματα (α) και (β) δείξτε ότι η ταχύτητα οποιουδήποτε από τα σωματίδια σχετικά με το άλλο σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή δίνεται από την ακόλουθη εξίσωση (d η απόστασή τους την δεδομένη χρονική στιγμή)
4. Το διαστημόπλοιο Ήλιος B, το οποίο σχεδιάστηκε για να τεθεί σε τροχιά γύρω από τον ήλιο είχε ταχύτητα $v=71.0\text{km/s}$ όταν η απόστασή του από τον ήλιο ήταν 43 εκατομύρια χιλιόμετρα. (α) Αποδείξτε ότι η τροχιά του διαστημόπλοιου δεν ήταν κυκλική. (β) Αποδείξτε ότι η τροχιά του διαστημόπλοιου ήταν ελλειπτική
5. Δύο πλανήτες μάζας M και ακτίνας R και οι δυο βρίσκονται στο διάστημα ακίνητοι και τα κέντρα τους απέχουν απόσταση $4R$. Θέλετε να εκτοξεύσετε ένα βλήμα από την επιφάνεια του ενός πλανήτη προς τον άλλο πλανήτη. Ποια είναι η ελάχιστη αρχική ταχύτητα που πρέπει να δώσετε ώστε να πραγματοποιηθεί το εγχείρημα αυτό;
6. Κάποια συστοιχία αστέρων αποτελείται από 4 αστέρες. Τρεις από τους αστέρες, ο καθένας με μάζα m , κινούνται στην ίδια κυκλική τροχιά ακτίνας R γύρω από κάποιον κεντρικό

αστέρα μάζας M . Οι 3 αστέρες περιστρέφονται με την ίδια φορά και βρίσκονται σε θέσεις που απέχουν $1/3$ περιστροφής το ένα από το άλλο. Δείξτε ότι η περίοδος κάθε αστέρα

δίνεται από την σχέση:
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G(M + m/\sqrt{3})}}.$$

7. Ένα αντικείμενο μάζας 2.00kg εξαρτάται από ένα ελατήριο και βρίσκεται πάνω σε οριζόντια λεία επιφάνεια. Μια οριζόντια δύναμη 20.0N απαιτείται ώστε να κρατά το σώμα σε ηρεμία όταν τραβιέται κατά 0.200m από την θέση ισορροπίας του (αρχή του x -άξονα συντεταγμένων). Το αντικείμενο κατόπιν αφήνεται από την θέση ηρεμίας του (αρχική απομάκρυνση $x_i=0.200\text{m}$) και αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. (α) Βρείτε τη σταθερά του ελατηρίου. (β) Βρείτε την συχνότητα ταλαντώσεων και (γ) βρείτε την μέγιστη ταχύτητα του αντικειμένου. Που παρουσιάζεται η μέγιστη ταχύτητα; (δ) Βρείτε τη μέγιστη επιτάχυνση του αντικειμένου και τη θέση στην οποία παρουσιάζεται. (ε) Βρείτε την ολική ενέργεια του ταλαντευόμενου συστήματος. Τέλος (στ) να βρεθούν η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος όταν η θέση του είναι ίση με το $1/3$ της μέγιστης τιμής.
8. (α) Ένα ελατήριο κρέμεται από μία οροφή. Το ελατήριο επιμηκύνεται κατά 35cm όταν ένα σώμα μάζας 450g εξαρτηθεί από το ελεύθερο άκρο του όταν βρίσκεται σε ηρεμία. Στην κατάσταση αυτή ορίζουμε την θέση του σαν $x=0$. Το σώμα τραβιέται προς τα κάτω 18.0cm επιπλέον και αφήνεται από την ηρεμία να εκτελέσει ταλάντωση χωρίς αντίσταση. Ποια είναι η θέση του x , 84.4sec αργότερα.
 - (β) Τι θα συμβεί; Ένα κρεμάμενο ελατήριο επιμηκύνεται κατά 35.5cm όταν ένα σώμα μάζας 440g εξαρτηθεί από το ελεύθερο άκρο του σε ηρεμία. Ορίζουμε τη νέα θέση του σαν $x=0$. Το σώμα αυτό τραβιέται προς τα κάτω ακόμα 18.0cm και αφήνεται από την κατάσταση ηρεμίας να εκτελέσει ταλάντωση χωρίς αντίσταση. Βρείτε τη θέση του 84.4sec αργότερα.
 - (γ) Γιατί οι απαντήσεις (α) και (β) διαφέρουν τόσο πολύ όταν τα δεδομένα είναι τόσο παρόμοια; Μήπως αυτή η κατάσταση αποκαλύπτει μια θεμελιώδη δυσκολία στο να υπολογίζουμε το μέλλον;
 - (δ) Βρείτε την απόσταση που κάλυψε το ταλαντευόμενο σώμα στο (α) υποερώτημα.
 - (ε) Βρείτε την απόσταση που κάλυψε το ταλαντευόμενο σώμα στο (β) υποερώτημα.
9. Μια bungee jumper μάζας 65Kgr πηδά από μια γέφυρα με ένα ελαφρύ bungee σχοινί στερεωμένο πάνω της ενώ το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο στην γέφυρα. Το φυσικό μήκος του σχοινιού είναι 11.0m . Η κοπέλα φθάνει στο κατώτερο σημείο της κίνησής της 36.0m κάτω από το ύψος της γέφυρας πριν αναπηδήσει προς τα πάνω. Η κίνησή της μπορεί να αναλυθεί σε μια ελεύθερη πτώση ύψους 11.0m και σε ένα τμήμα 25m μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης.
 - (α) Για πόσο χρονικό διάστημα εκτελεί ελεύθερη πτώση;
 - (β) Χρησιμοποιώντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας βρείτε την σταθερά ελατηρίου του σχοινιού bungee.
 - (γ) Ποια είναι η θέση του σημείου ισορροπίας όπου η δύναμη του ελατηρίου αντισταθμίζει την βαρυτική δύναμη που ενεργεί στην κοπέλα? Σημειώστε ότι το σημείο αυτό λαμβάνεται σαν η αρχή του συστήματος συντεταγμένων στη μαθηματική περιγραφή της απλής αρμονικής ταλάντωσης.

- (δ) Ποια είναι η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης;
(ε) Τι χρονικό διάστημα χρειάζεται ώστε το σχοινί να επιμηκυνθεί 25.0m;

10. Ένα αντικείμενο 10.6kg ταλαντώνεται στο άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου το οποίο έχει σταθερά $k = 2.05 \times 10^4 \text{ N/m}$. Το αποτέλεσμα της αντίστασης του αέρα αντιπροσωπεύεται από την σταθερά απόσβεσης $\beta = 3.00 \text{ N} \cdot \text{sec/m}$. (α) Υπολογίστε την συχνότητα της φθίνουσας ταλάντωσης, (β) Κατά ποιο ποσοστό το πλάτος της ταλάντωσης ελαττώνεται σε κάθε πλήρη ταλάντωση; (γ) Βρείτε τα χρονικά διαστήματα που απαιτείται ώστε η ενέργεια του συστήματος να γίνει 5% της αρχικής ενέργειας.
11. Μια πολύ ελαφριά συμπαγής ράβδος μήκους 0.500m προεκτείνει μια ράβδο μήκους 1.0m. Η ράβδος των 0.5m κρέμεται από το άλλο άκρο της από ένα καρφί και τίθεται σε ταλάντωση. (α) Προσδιορίστε την περίοδο των ταλαντώσεων. (β) Πόσο τοις εκατό διαφέρει η περίοδος της ταλάντωσης από ένα φυσικό εκκρεμές μήκους 1.00m;
12. Μια ξύλινη ράβδος μάζας m και μήκους L μπορεί να περιστραφεί γύρω από ένα σημείο το οποίο βρίσκεται απόσταση d από το κέντρο της και είναι ελεύθερη να κινηθεί μόνο στο κατακόρυφο επίπεδο. Για ποια τιμή της απόστασης d η περίοδος των ταλαντώσεων που αντιστοιχούν σε πολύ μικρή γωνία απόκλισης από τη θέση ισορροπίας (μικρές ταλαντώσεις) είναι μέγιστη.
13. Ο άξονας ενός κυλίνδρου μάζας M και ακτίνας R συνδέεται σε ένα ελατήριο σταθεράς k , όπως στο παρακάτω σχήμα. Αν ο κύλινδρος κυλά χωρίς ολίσθηση ποια είναι η συχνότητα των ταλαντώσεων.

