

ΠΕΙΡΑΜΑ 6

Διατήρηση της Μηχανικής Ενέργειας

Σκοπός του πειράματος

Σκοπός του πειράματος είναι η μελέτη του Νόμου διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας ενός συστήματος μέσα από τη μετατροπή της Δυναμικής Ενέργειας σε Κινητική Ενέργεια και αντίστροφα. Έννοιες όπως η μεταφορική ενέργεια, η περιστροφική ενέργεια, οι αντίστοιχες (μεταφορική και γωνιακή) στιγμιαίες ταχύτητες, η ροπή αδρανείας κλπ. εξετάζονται μέσα από την μελέτη του συστήματος.

Αρχή λειτουργίας του πειράματος

Ένας δίσκος (δίσκος του Maxwell) ξετυλίγεται μέσα στο πεδίο βαρύτητας με τον άξονά του συνδεδεμένο με δύο σκοινιά. Η δυναμική ενέργεια του δίσκου μετατρέπεται σε κινητική (μεταφορική και περιστροφική) ενέργεια και μελετώνται ως συνάρτηση του χρόνου.

Στοιχεία από τη Θεωρία

Η ολική ενέργεια του δίσκου του Maxwell με μάζα m και ροπή αδρανείας I_p γύρω από τον άξονα περιστροφής αποτελείται από τη Δυναμική Ενέργεια E_P , τη Μεταφορική Ενέργεια E_T και την Περιστροφική Ενέργεια E_R :

$$E_{tot} = E_P + E_T + E_R = m \vec{g} \cdot \vec{s} + \frac{m}{2} \vec{v}^2 + \frac{I_z}{2} \vec{\omega}^2 \quad (1)$$

όπου ω είναι η γωνιακή ταχύτητα, v η μεταφορική ταχύτητα, g η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας και s το ύψος όπου βρίσκεται το υπό μελέτη σώμα, στην προκειμένη περίπτωση ο δίσκος.

Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε τις γνωστές σχέσεις από την κινηματική:

$$d\vec{s} = d\vec{\phi} \times \vec{r} \quad (2)$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{d\vec{\phi}}{dt} \times \vec{r} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (3)$$

όπου r είναι η ακτίνα. Σ' αυτή την περίπτωση το g είναι παράλληλο με το s και το ω είναι κάθετο στην ακτίνα r . Επομένως

$$E = -mgs(t) + \frac{I}{2} \left(m + \frac{I_z}{r^2}\right) v(t)^2 \quad (4)$$

Εφόσον η ολική ενέργεια E παραμένει σταθερή με το χρόνο, η διαφορίση της εξίσωσης (4) δίνει

$$0 = -mgv(t) + \left(m + \frac{I_z}{r^2}\right) v(t) \frac{dv(t)}{dt} \quad (5)$$

Για $s(t=0) = 0$ και $v(t=0) = 0$ φθάνει κανείς στις σχέσεις

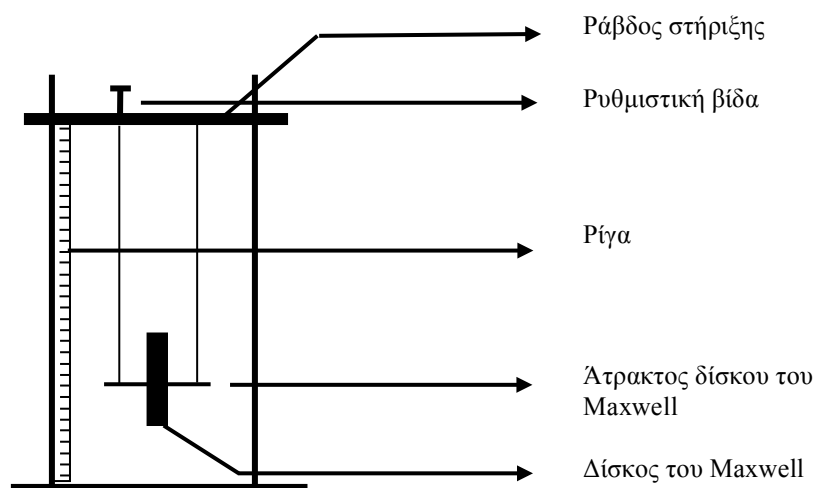
$$s(t) = \frac{I}{2} \frac{mg}{m + \frac{I_z}{r^2}} t^2 \quad (6)$$

$$v(t) = \frac{ds}{dt} = \frac{mg}{m + \frac{I_z}{r^2}} t \quad (7)$$

Πειραματική διαδικασία

Γενικά στοιχεία

Η πειραματική διάταξη φαίνεται στο Σχήμα α.



Σχήμα α

Η σωστή περιστροφή του δίσκου του Maxwell μπορεί να επιτευχθεί ως εξής:

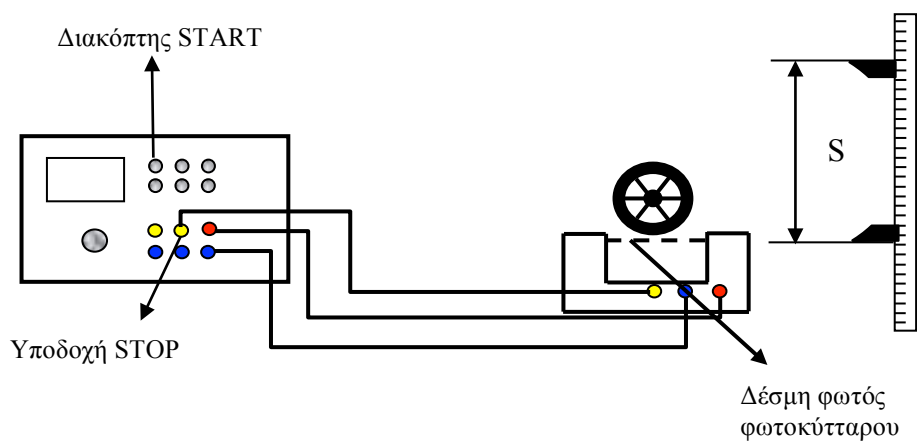
- Ευθυγραμμίστε οριζόντια το δίσκο του Maxwell χρησιμοποιώντας τη ρυθμιστική βίδα, η οποία βρίσκεται πάνω στη ράβδο στήριξης. Η ρύθμιση θα πρέπει να γίνει όταν ο δίσκος βρίσκεται σε ξετυλιγμένη κατάσταση.
- Καθώς ο δίσκος τυλίγεται προς τα πάνω, τα τυλίγματα πρέπει να κατευθύνονται προς τα μέσα.
- Η πυκνότητα των περιτυλίξεων πρέπει να είναι περίπου ίση και στις δύο πλευρές. Είναι αναγκαίο γι' αυτό να παρακολουθεί κανείς τις πρώτες κινήσεις του δίσκου, επειδή τυχόν αντικανονικά περιτυλίγματα (προς τα έξω ή διασταυρωμένα) θα απελευθερώσουν το γυροσκόπιο.

Εκτέλεση

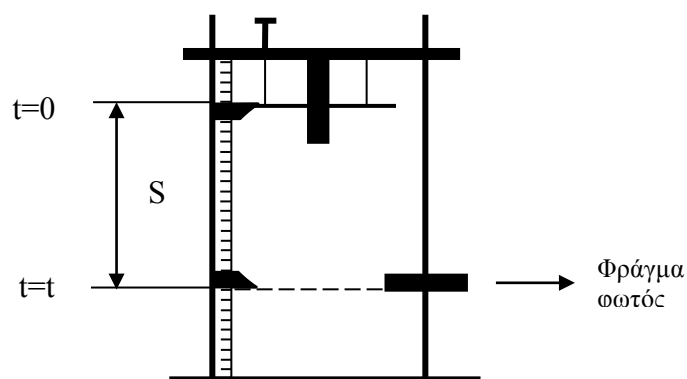
Προσοχή! Η πειραματική διάταξη πρέπει να ελεγχθεί από τους υπεύθυνους του εργαστηρίου πριν την εκτέλεση της άσκησης.

1. Να γίνει η γραφική παράσταση της απόστασης που διανύεται από το κέντρο βάρους του δίσκου του Maxwell σαν συνάρτηση του χρόνου. Από την κλίση της γραφικής παράστασης να εξαχθεί η ροπή αδρανείας του δίσκου.

Η πειραματική διάταξη φαίνεται στα Σχήματα β και γ.



Σχήμα β



Σχήμα γ

Για να μετρήσουμε το χρόνο που καλύπτει ο δίσκος μια απόσταση S :

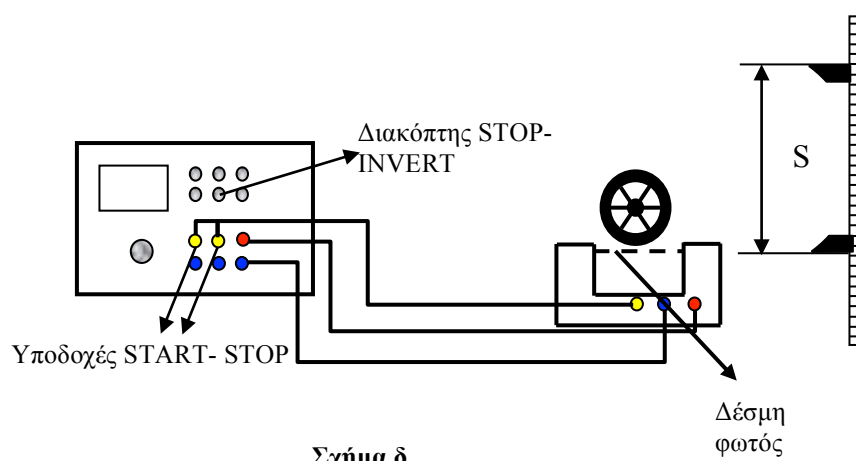
- Ενώστε το σήμα του φωτοκύτταρου (κίτρινη εισδοχή) με την υποδοχή *STOP* του μετρητή (Σχήμα β). Μ' αυτήν τη συνδεσμολογία το φράγμα φωτός χρησιμοποιείται για να σταματήσει τον μετρητή.
- Τυλίξτε το δίσκο στην καθορισμένη απόσταση S από το φωτοκύτταρο (Σχήμα γ).
- Ελευθερώστε το δίσκο θέτοντας συγχρόνως σε λειτουργία το μετρητή πιέζοντας το κουμπί *START*. (Σχήμα β).

Με την πιο πάνω διαδικασία η μέτρηση ξεκινά όταν πιεστεί ο διακόπτης *START* και σταματά όταν ο άξονας του δίσκου διακόψει τη δέσμη φωτός του φωτοκύτταρου.

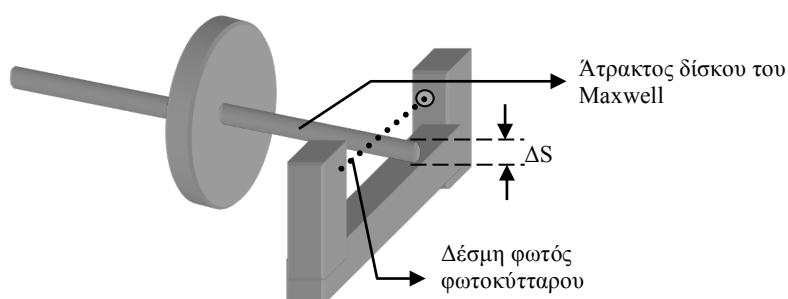
Πάρτε μετρήσεις χρόνου για 10 διαφορετικές αποστάσεις S . Για κάθε απόσταση πάρτε 6 μετρήσεις του χρόνου. Στη γραφική παράσταση να τοποθετηθεί ο μέσος όρος της κάθε μέτρησης καθώς και το αντίστοιχο σφάλμα.

2. Να γίνει η γραφική παράσταση της ταχύτητας του κέντρου βάρους του δίσκου του Maxwell σαν συνάρτηση του χρόνου.

Η συνδεσμολογία φαίνεται στα Σχήματα (δ και ε).



Σχήμα δ



Σχήμα ε

- Βραχυκυκλώστε τις υποδοχές *START-STOP* του μετρητή (Σχήμα δ).
- Πιέστε το διακόπτη *STOP-INVERT*

Μ' αυτό τον τρόπο το φωτοκύτταρο δίνει σήμα στο μετρητή τόσο να ξεκινήσει όσο και να σταματήσει τη μέτρηση. Η μέτρηση αρχίζει όταν η άτρακτος του δίσκου διακόψει τη δέσμη φωτός στο φωτοκύτταρο και σταματά όταν η δέσμη επανέλθει. Έτσι ο μετρητής μετρά το χρόνο που η άτρακτος χρειάζεται να περάσει μέσα από το φωτοκύτταρο, το διαφορικό χρόνο Δt .

Για να υπολογίσετε την στιγμιαία ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t=t_s$ (βλέπε Σχήμα β) μετράτε το χρόνο που χρειάζεται η άτρακτος του δίσκου να περάσει από το φράγμα (διαφορικός χρόνος Δt), για απόσταση S .

Αν ΔS είναι η διάμετρος της ατράκτου του δίσκου τότε η στιγμιαία ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t=t_s$ είναι

$$u_{t=t_S} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

όπου t_S είναι ο χρόνος από την έναρξη μέχρις ότου ο δίσκος καλύψει την απόσταση S (μέχρι το φωτοκύτταρο) και Δt ο χρόνος που καλύφθηκε η απόσταση της ατράκτου ΔS .

Υπολογίστε τη στιγμιαία ταχύτητα για 6 διαφορετικές αποστάσεις S (για ευκολία μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τις ίδιες αποστάσεις με το πρώτο ερώτημα). Για κάθε απόσταση πάρτε 3 μετρήσεις της ταχύτητας. Στη γραφική παράσταση να τοποθετηθεί ο μέσος όρος της κάθε μέτρησης καθώς και το αντίστοιχο σφάλμα.

Προσοχή!! Το σχοινί πρέπει να τυλίγεται κατά την ίδια φορά κάθε φορά που επαναλαμβάνεται η μέτρηση.

Εφόσον η απόσταση και ο χρόνος μπορούν να μετρηθούν με σχετικά μεγάλη ακρίβεια, ανεξάρτητα το ένα από το άλλο, η εξίσωση $\mathbf{s(t)}$ είναι η πλέον κατάλληλη για να προσδιοριστεί η ροπή αδρανείας. Οι χρόνοι που μετρούνται με το κύκλωμα πύλης έχουν μόνο δύο σημαντικά ψηφία. Επομένως, δεν μπορεί να εξαχθεί επιπλέον πληροφορία (π.χ. το $\mathbf{I_z}$ από την εξίσωση $\mathbf{v(t)}$) από τα δεδομένα αυτά. Εντούτοις είναι χρήσιμο για να ελέγξει κανείς τις τιμές της ενέργειας που εξάγονται από τις μετρήσεις αποστάσεως-χρόνου.

3. Χρησιμοποιώντας το δίσκο του Maxwell να προσδιοριστούν σαν συνάρτηση του χρόνου τα ακόλουθα μεγέθη και έπειτα να γίνουν οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις:

- (α) η δυναμική ενέργεια
- (β) η μεταφορική ενέργεια
- (γ) η περιστροφική ενέργεια

Σχολιάστε την μορφή των πιο πάνω γραφικών παραστάσεων και αναφέρετε τα συμπεράσματά σας για τη διατήρηση της μηχανικής Ενέργειας.

Σημείωση: Μάζα του δίσκου του Maxwell: $m=0.436\text{Kg}$,

Ακτίνα της ατράκτου του δίσκου: Να μετρηθεί με το βερνιέρο.