# Έργο – Κινητική Ενέργεια

# Ενέργεια

Η ενέργεια διατηρείται: δεν μπορεί να δημιουργηθεί ούτε να καταστραφεί

- Μπορεί να αλλάξει μορφή
- Μπορεί να μεταφερθεί

Η ολική ενέργεια δεν αλλάζει με το χρόνο

- Αυτό είναι πολύ σημαντικό

Μορφές Ενέργειας:

Κινητική Ενέργεια: Κίνηση

Δυναμική Ενέργεια: Σχετική θέση σωμάτων συστήματος

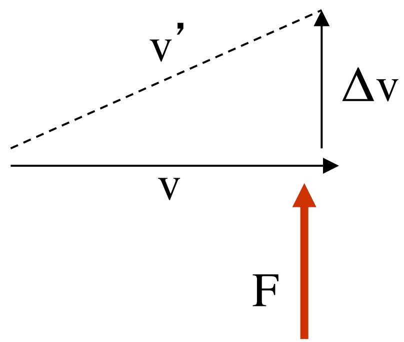
Θερμότητα:

$E=mc^2$

Μονάδες μέτρησης: Joules = $Kg\ m^2/s^2$

# Έργο

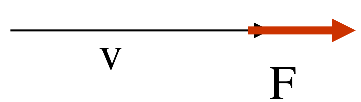
- Θεωρήστε ότι ασκείτε μια δύναμη F σε κάποιο σώμα που κινείται με ταχύτητα v.




$$\Delta v = F\frac{\Delta t}{m} \quad \left( a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \right)$$

|v| δεν αλλάζει αλλά η διεύθυνση της αλλάζει

- Θεωρήστε ότι η δύναμη F δρα στο σώμα κατά την διεύθυνση της κίνησής του (παράλληλα προς v).




|v| αλλάζει αλλά όχι η διεύθυνση

Και στις 2 περιπτώσεις η δύναμη F παράγει έργο όταν ασκείται σε ένα σώμα που κινείται από μια θέση A σε μια άλλη B.

Ορισμός έργου: $W \equiv \vec{F}\cdot\vec{d} \; = Fd\cos\theta$

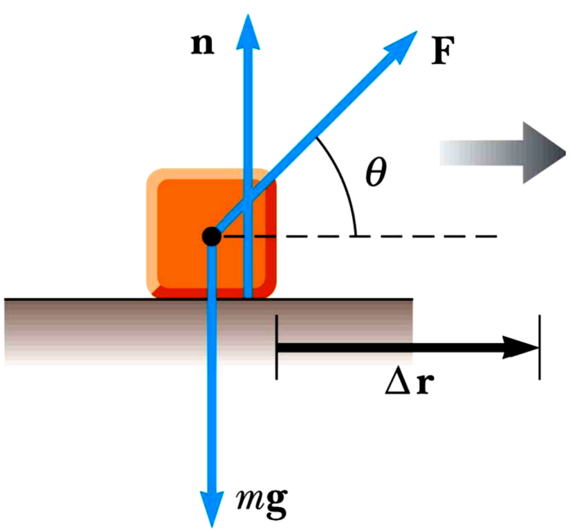
**Μονάδα μέτρησης**
**Joule=1Nt•m**

# Έργο $W \equiv \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd\cos\theta = F_x d_x + F_y d_y + F_z d_z$

Η μετατόπιση d είναι αυτή του σημείου εφαρμογής της δύναμης F.

- Η δύναμη δεν παράγει έργο στο σώμα ή το σύστημα (σύνολο σωμάτων) αν η μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της είναι κάθετη στη διεύθυνση της δύναμης.

- Η δύναμη δεν παράγει έργο στο σώμα αν το σημείο εφαρμογής της στο σώμα δεν κινείται μέσω μιας μετατόπισης




Η κάθετη αντίδραση n και η βαρυτική δύναμη δεν παράγουν έργο επειδή είναι κάθετες στη μετατόπιση του σώματος

Η δύναμη F παράγει έργο

# Έργο

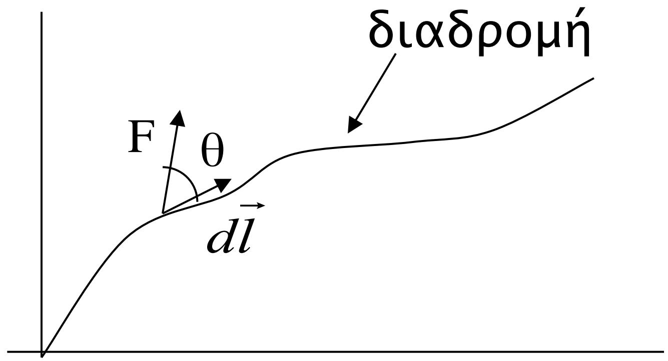
- Το σύστημα και το περιβάλλον του συστήματος (ότι βρίσκεται έξω από τις οριακές συνθήκες του συστήματος) πρέπει να προσδιορίζονται όταν δουλεύουμε με την έννοια του έργου.
  - Το περιβάλλον εκτελεί έργο στο σύστημα
- Το έργο μπορεί να 'ναι θετικό, αρνητικό ή μηδέν.
  - Εξαρτάται από την διεύθυνση της δύναμης ως προς την διεύθυνση κίνησης
- Το έργο είναι θετικό όταν η δύναμη έχει διεύθυνση προς τη μετατόπιση του συστήματος.
  - Αν έργο εκτελείται στο σύστημα και το έργο είναι θετικό τότε μεταφέρεται ενέργεια στο σύστημα.
- Το έργο είναι αρνητικό όταν η δύναμη έχει φορά αντίθετη προς τη μετατόπιση του συστήματος.
  - Αν έργο εκτελείται στο σύστημα και το έργο είναι αρνητικό τότε μεταφέρεται ενέργεια από το σύστημα
- Αν ένα σύστημα αλληλεπιδρά με το περιβάλλον τότε αυτή η αλληλεπίδραση μπορεί να χαρακτηριστεί σαν μεταφορά ενέργειας

# Γενικός ορισμός έργου

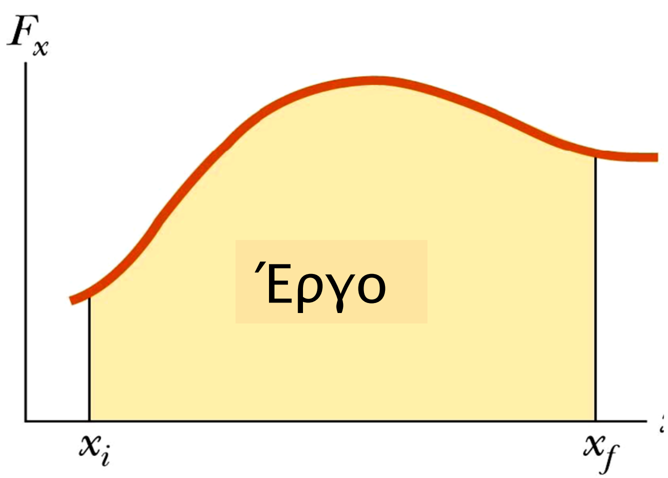
$$W = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$a$: αρχική θέση του σώματος

$b$: τελική θέση του σώματος




Κάθε τμήμα της διαδρομής προσθέτει στοιχειώδες έργο F cosθ d$l$




Εμβαδό = Έργο καταβαλλόμενο από την F κατά μήκους της $l$

# Έργο από πολλές δυνάμεις

- Αν περισσότερες από μια δυνάμεις ασκούνται σε ένα σύστημα και το σύστημα μπορεί να περιγραφεί σαν υλικό σημείο τότε το ολικό έργο στο σύστημα είναι ίσο με το έργο της συνισταμένης δύναμης

$$\sum W = W_{\kappa\alpha\theta} = \int_{x_i}^{x_f} \left( \sum_i F_x^i \right) dx$$

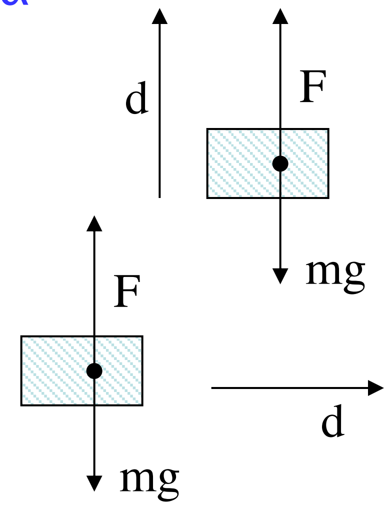
$F_{\text{συνισταμένη}}$

- Αν το σύστημα δεν μπορεί να περιγραφεί σαν υλικό σημείο τότε το ολικό έργο είναι το αλγεβρικό άθροισμα των έργων που ασκούνται στο σύστημα από κάθε δύναμη που ασκείται στο σύστημα.

$$W_{\kappa\alpha\theta} = \sum_i W_i$$

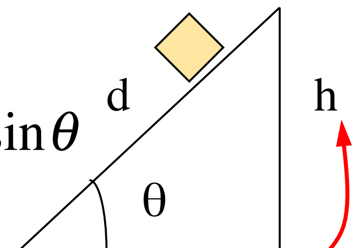
# Παραδείγματα

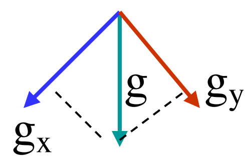
- Θέλετε να σηκώσετε ένα βιβλίο με σταθερή ταχύτητα
  - Η δύναμη F παράγει έργο $W = F \cdot d > 0 \Rightarrow W = m\alpha d > 0$
  - Η βαρύτητα παράγει έργο $-mgd < 0$
  - Αφού v=σταθ, F= mg και επομένως $W_{tot} = 0$
- Θέλετε να μεταφέρετε το βιβλίο οριζόντια
  - Συνολικό έργο και πάλι μηδέν αφού $F \perp d$



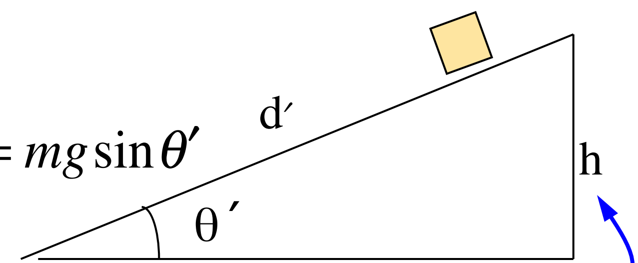

- Πότε καταναλώνεται περισσότερο έργο;

$F = mg\sin\theta$




$F = mg\sin\theta'$

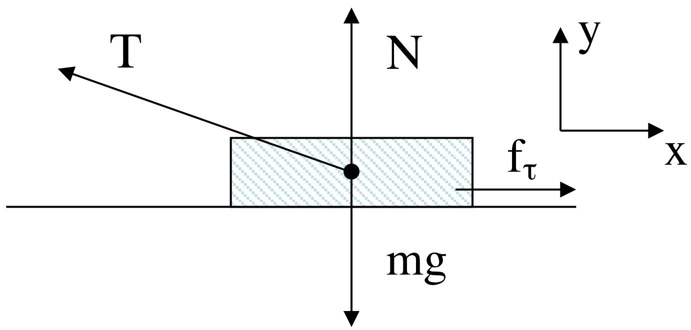



$$W_a = \vec{F}\cdot\vec{d} = mg\sin\theta\; d = \int_0^d \vec{F}\cdot d\vec{l} = mgh$$

$$W_b = \vec{F}\cdot\vec{d}' = mg\sin\theta'\; d' = mgh$$

$$W_a = W_b$$

# Παραδείγματα




Πόσο έργο πρέπει να δαπανήσουμε για να μετακινήσουμε το κιβώτιο με γωνία 10° σε απόσταση 250m με σταθερή ταχύτητα

$$\sum F_y = N + T\sin\theta - mg = 0$$

$$\sum F_x = T\cos\theta - f_{\tau\rho} = 0$$

$$f_{\tau\rho} = \mu_s N \Rightarrow N = \frac{f_{\tau\rho}}{\mu_s} = \frac{T\cos\theta}{\mu_s}$$

$$\frac{T\cos\theta}{\mu_s} + T\sin\theta - mg = 0 \Rightarrow$$

$$T = \frac{mg\mu_s}{\cos\theta + \mu_s \sin\theta}$$

Επομένως το έργο που πρέπει να δαπανήσουμε είναι

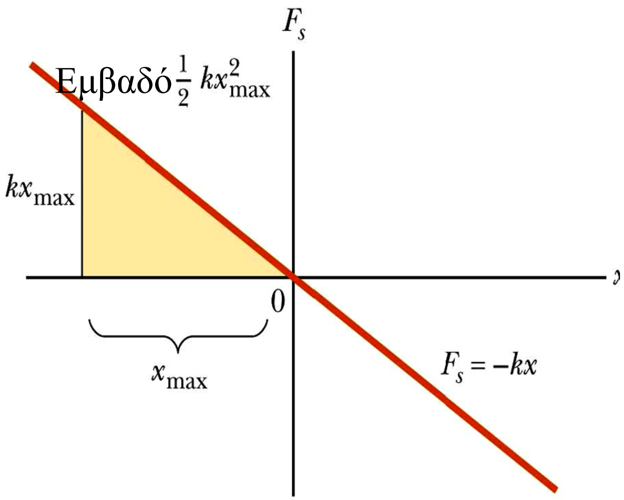
$$W = \vec{T}\cdot\vec{d} = Td\cos\theta = \frac{\mu_s mgd\cos\theta}{\cos\theta + \mu_s\sin\theta}$$

Πόσο έργο παράγει η βαρύτητα? μηδέν

Πόσο έργο παράγει η τριβή? $W = \vec{f}\cdot\vec{d} = -\mu_s Nd = -\frac{\mu_s Td\cos\theta}{\mu_s} = -Td\cos\theta$

Ολικό έργο = $W_{\tau\rho} + W_o = 0$

# Ελατήρια - Έργο




- Διαλέγουμε το σώμα που εξαρτάται από το ελατήριο σα το σύστημά μας.
- Θεωρούμε ότι $x_{ισορ.}=0$ οπότε $\Delta s=x$
- Υπολογίζουμε το έργο καθώς το σώμα κινείται από τη θέση $x_i = -x_{max}$ στη θέση x = 0.

$$W_{ελ} = \int_i^f F_x dx = \int_{-x_{max}}^0 (-kx)dx \quad \boxed{\Rightarrow W_{ελ} = \frac{1}{2}kx^2}$$

- Το ολικό έργο που παράγεται κατά τη μετακίνηση του σώματος από τη θέση $x=-x_{max}$ στη θέση $x=+x_{max}$ είναι μηδέν

- Αν θεωρούσαμε τη δύναμη επαναφοράς ως $F = -k\Delta s = -k\left(s - s_{ισορ.}\right)$ τότε:

$$W_{ελ} = \int_{x_i}^{x_f} (-k\Delta x)dx = -k\int_{x_i}^{x_f}\left(x - x_{ισορ.}\right)dx$$

αλλάζοντας μεταβλητές: $u = x - x_{ισορ.} \Rightarrow du = dx$

και όρια ολοκλήρωσης: $u_i = x_i - x_{ισορ.}$ και $u_f = x_f - x_{ισορ.}$

$$W_{ελ} = -k\int_{u_i}^{u_f} u\,du$$

$$\Rightarrow W_{ελ} = -\frac{1}{2}ku^2\Big|_{u_f}^{u_i}$$

$$\Rightarrow W_{ελ} = -\frac{1}{2}ku_f^2 + \frac{1}{2}ku_i^2 \quad \boxed{\Rightarrow W_{ελ} = -\frac{1}{2}k\left(\Delta x_f\right)^2 + \frac{1}{2}k\left(\Delta x_i\right)^2}$$

για το παράδειγμα $\Delta x_f = 0$ οπότε καταλήγουμε στο ίδιο αποτέλεσμα