

ΦΥΣ 140 – Εισαγωγή στην Επιστημονική Χρήση Υπολογιστών

5^η Εργασία

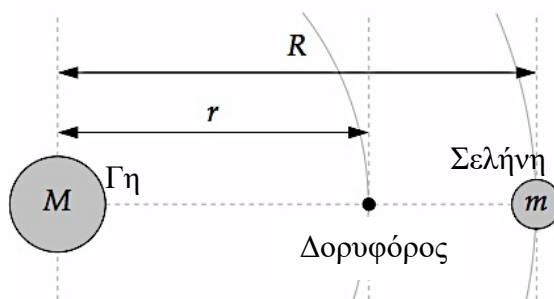
Επιστροφή: 12/11/2023

Υπενθύμιση: Οι εργασίες πρέπει να επιστρέφονται με e-mail στο fotis@ucy.ac.cy που θα στέλνεται από το πανεπιστημιακό σας λογαριασμό το αργότερο μέχρι την ημερομηνία που αναγράφεται.

Ως subject του e-mail θα πρέπει να αναγράφεται την εργασία (username_phy140_hmX όπου X ο αριθμός της εργασίας)

Κάθε αρχείο που επισυνάπτετε (attach) στο e-mail σας θα πρέπει να έχει το όνομα στη μορφή username_hmX.tgz όπου username είναι το username του e-mail σας και X ο αριθμός της εργασίας. Επίσης σαν πρώτο σχόλιο μέσα σε κάθε file που περιέχει το πρόγραμμά σας θα πρέπει να αναφέρεται το ονοματεπώνυμό σας. Οι εργασίες είναι ατομικές και πανομοιότυπες εργασίες δε θα βαθμολογούνται. Για να κάνετε ένα tgz file (ουσιαστικά tar zipped file) θα πρέπει να δώσετε στο terminal την εντολή `tar -czvf username_hmX.tgz *.py` όπου py είναι όλα τα py files των προγραμμάτων σας.

1. Βρείτε την τετραγωνική ρίζα του αριθμού 129 με ακρίβεια 15 ψηφίων χωρίς να χρησιμοποιήσετε την συνάρτηση βιβλιοθήκης `sqrt()`.
2. Σχεδιάστε τη συνάρτηση $f(x) = 6 \cos(x) + x^2 - 4$. Προσδιορίστε τις δύο θετικές λύσεις της με ακρίβεια 4 δεκαδικών ψηφίων χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της διχοτόμησης. Θα πρέπει πρώτα να βρείτε το διάστημα που περιέχει κάθε λύση. Προσδιορίστε επίσης το μέγιστο της συνάρτησης με την μέθοδο Newton-Raphson.
3. Χρησιμοποιήστε μόνο το πακέτο *simpy* της *python* για να βρείτε τα μέγιστα και ελάχιστα της συνάρτησης $f(x) = \sqrt[5]{x^4}(x-4)^2 = x^{4/5}(x-4)^2$ για x στο διάστημα $[-1,6]$. Συγκρίνετε τα αποτελέσματα που βρήκατε με αυτά που θα πάρετε αν χρησιμοποιήσετε την μέθοδο Newton-Raphson.
4. Το σημείο Lagrange είναι ένα σημείο μεταξύ Γης και Σελήνης στο οποίο όταν βρεθεί ένας δορυφόρος τότε μπορεί να περιφέρεται γύρω από την Γη σε πλήρη συγχρονισμό με την Σελήνη, παραμένοντας πάντοτε ανάμεσα στην Γη και την Σελήνη. Αυτό συμβαίνει γιατί η βαρυτική έλξη που ασκεί η Γη και η βαρυτική έλξη που ασκεί η Σελήνη πάνω στο δορυφόρο δημιουργούν την απαραίτητη κεντρομόλο δύναμη ώστε ο δορυφόρος να παραμένει στην τροχιά του, όπως στο διπλανό σχήμα.



Υποθέτοντας κυκλικές τροχιές μπορεί ναδειχθεί ότι η απόσταση του σημείου Lagrange, r , από το κέντρο της Γης ικανοποιεί την εξίσωση:

$$\frac{GM_{\Gamma}}{r^2} - \frac{Gm_{\Sigma}}{(R-r)^2} = \omega^2 r$$

όπου M_{Γ} και m_{Σ} η μάζα της Γης και Σελήνης αντίστοιχα, G η σταθερά της παγκόσμιας έλξης, R η απόσταση μεταξύ Γης-Σελήνης και ω η κοινή γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου και της

Σελήνης. Θεωρείστε ότι $G = 6.674 \times 10^{-11} \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$, $M_\Gamma = 5.974 \times 10^{24} \text{kg}$, $m_\Sigma = 7.348 \times 10^{22} \text{kg}$, $\omega = 2.662 \times 10^{-6} \text{s}^{-1}$ και $R = 3.844 \times 10^8 \text{m}$.

Να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο υπολογίζει την απόσταση του σημείου Lagrange από την Γη με ακρίβεια 4 δεκαδικών ψηφίων.

5. Στην άσκηση αυτή θα πρέπει να γράψετε ένα πρόγραμμα που συνδυάζει την μέθοδο bisection με τη μέθοδο Newton-Raphson για την εύρεση της λύσης μιας μη γραμμικής εξίσωσης. Η μέθοδος bisection θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί αρχικά για να βρεθεί το διάστημα που περιέχει τη λύση και κατόπιν θα πρέπει να καλείται η μέθοδος Newton-Raphson για την γρηγορότερη εύρεση της λύσης. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να δέχεται αρχικά ένα διάστημα που πιθανόν περιέχει τη λύση. Να χωρίζει το διάστημα αυτό σε μικρότερα υποδιαστήματα και να εξετάζει αν υπάρχει λύση σε κάποιο από αυτά. Αν αυτό δεν είναι εφικτό να αυξάνει το αρχικό διάστημα έως ότου βρεθεί το κατάλληλο διάστημα που θα περιέχει τη/τις λύσεις. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει επίσης να ελέγχει αν η λύση με τη μέθοδο Newton συγκλίνει πολύ αργά ή δίνει λύση έξω από το αρχικό διάστημα.

Μπορείτε να εφαρμόσετε το πρόγραμμά σας στην εύρεση του σημείου τομής των συναρτήσεων $y_1(x) = 4e^{-2x}$ και $y_2(x) = 0.5x^2$ με ακρίβεια 5 δεκαδικών ψηφίων. Θα πρέπει επίσης να κάνετε την γραφική παράσταση τόσο των δύο συναρτήσεων όσο και της συνάρτησης που προκύπτει από τον συνδυασμό των δύο αρχικών συναρτήσεων στο διάστημα $[-3,3]$.