ΦΥΣ 140 **10^o QUIZ - 15 λεπτά** **01/12/2022**

Θεωρήστε την ακόλουθη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x^2 & -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \alpha\lambda\lambda o\acute{\upsilon} \end{cases}$$

(α) Βρείτε την συνάρτηση που πρέπει να χρησιμοποιήσετε ώστε να δημιουργήσετε τυχαίους αριθμούς που κατανέμονται σύμφωνα με την προηγούμενη PDF.
(β) Χρησιμοποιήστε τους ακόλουθους τυχαίους αριθμούς U_i ώστε να δημιουργήσετε τυχαίους αριθμούς σύμφωνα με την παραπάνω PDF. Γράψτε τους νέους αριθμούς που πήρατε σε μορφή ζεύγους με τους αριθμούς Ui και U'_i όπου U'_i οι αριθμοί που παίρνετε με την νέα *PDF.*

U_i = 0.2379 0.7551 0.2989 0.247 0.3237

<u>Απάντηση:</u>

(α) Όπως έχουμε συζητήσει στις διαλέξεις, θα πρέπει να υπολογίσουμε την Cumulative Distribution Function (CDF) ξεκινώντας από την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (PDF), η οποία μας δίνεται στην άσκηση.

Η CDF επομένως θα είναι:

$$CDF = g(x) = y = \begin{cases} 0 & \text{για} \quad x < -1 \\ \int_{-1}^{x} \frac{3}{2}x'^2 dx' = \frac{1}{2}x^3\Big|_{-1}^{x} = \frac{1}{2}(x^3+1) & \text{για} \ -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{για} \quad x > 1 \end{cases}$$

Η συνάρτηση $g(x)$ παίρνει τιμές στο διάστημα 0 και 1, ουσιαστικά τιμές τυχαίων αριθμών της ομοιόμορφης κατανομής.

Λύνουμε την παραπάνω εξίσωση ως προς *x* και θα έχουμε:

$$2y = x^3 + 1 \Rightarrow x^3 = 2y - 1 \Rightarrow x = \sqrt[3]{2y-1}$$

Επομένως θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε την τελευταία εξίσωση με $y \in [0,1)$ για να πάρουμε την κατανομή των τυχαίων αριθμών σύμφωνα με την δεδομένη PDF.

(β) Για τις τιμές που μας δίνονται, θα έχουμε με απλή εφαρμογή:

$$y = 0.2379 \rightarrow x = \sqrt[3]{2 \times (0.2379) - 1} = -0.8063$$

$$y = 0.7551 \rightarrow x = \sqrt[3]{2 \times (0.7551) - 1} = +0.7991$$

$$y = 0.2989 \rightarrow x = \sqrt[3]{2 \times (0.2989) - 1} = -0.7832$$

$$y = 0.2470 \rightarrow x = \sqrt[3]{2 \times (0.2470) - 1} = -0.7969$$

$$y = 0.3237 \rightarrow x = \sqrt[3]{2 \times (0.3237) - 1} = -0.7065$$