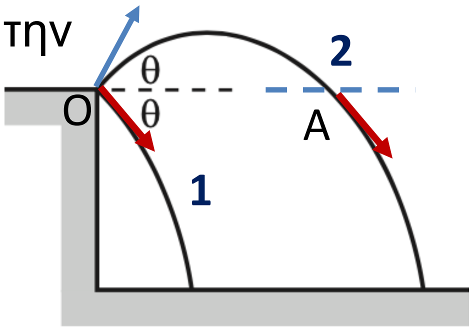
6^o Quiz – 5 - λεπτά

- Δύο μπάλες 1 και 2 ρίχνονται με ταχύτητα ίδιου μέτρου υ_o από την κορυφή ενός λόφου, όπως στο σχήμα. Οι γωνίες που σχηματίζουν τα διανύσματα των αρχικών ταχυτήτων τους είναι θ πάνω και κάτω από την οριζόντια διεύθυνση. Πόσο πιο μακριά είναι το σημείο προσγείωσης της μπάλας 2 από το σημείο προσγείωσης της μπάλας 1; (**Εξηγήστε**)



(α) $2\upsilon_o^2/g$ (β) $2\upsilon_o^2 sin\theta/g$ (γ) $2\upsilon_o^2 cos\theta/g$ (δ) $2\upsilon_o^2 sin\theta cos\theta/g$ (ε) $2\upsilon_o^2 sin^2\theta cos^2\theta/g$

(α) Η μπάλα 2 εκτελεί πλάγια βολή με αρχική γωνία θ.

(β) Όταν επιστρέφει στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο από το οποίο εκτοξεύθηκε έχει ταχύτητα ίδιου μέτρου με την αρχική και η κατεύθυνσή της είναι προς τα κάτω και σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση

(γ) Από το σημείο αυτό και μετά η μπάλα 2 εκτελεί πλάγια βολή ακριβώς όμοια με αυτή που εκτελεί η μπάλα 1 και το βεληνεκές θα είναι ίδιο με αυτό της μπάλας 1.

(δ) Η διαφορά στην οριζόντια μετατόπιση των δύο μπαλών είναι η το βεληνεκές της βολής της μπάλα 2 από το σημείο ρίψης, Ο στο σημείο Α.

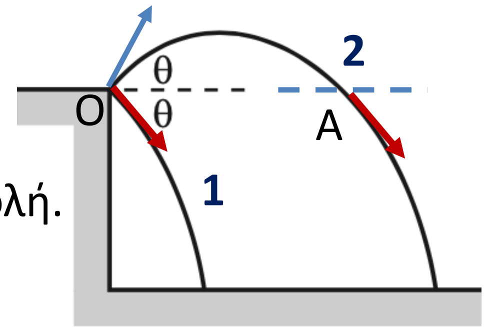
(ε) Το οριζόντιο τμήμα ΟΑ είναι το βεληνεκές της βολής της μπάλας 2 που δίνεται από:

$$\mathrm{S} = \mathrm{OA} = 2\upsilon_o^2 sin\theta cos\theta/g = \upsilon_o^2 sin2\theta/g$$

(στ) Οι 3 πρώτες απαντήσεις απορρίπτονται παίρνοντας οριακές συνθήκες: για $\theta=90^o$ ή $\theta=0^o$ δεν μπορεί να υπάρχει διαφορά στο σημείο προσγείωσης για τις μπάλες γιατί εκτελούν είτε οριζόντια ή κατακόρυφη βολή και επομένως προσγειώνονται στο ίδιο σημείο.

6ο Quiz – συνέχεια

Μπορούμε να καταλήξουμε στο ίδιο αποτέλεσμα με πράξεις:
Έστω ο χρόνος πτήσης των δύο σωμάτων t_1 και t_2.
Σημειώστε ότι η ταχύτητα του σώματος 1 στη *y*-διεύθυνση δεν μηδενίζεται για να βρεθεί ο χρόνος πτήσης όπως στη πλάγια βολή.



Σώμα 1:

$\upsilon_{oy} = \upsilon_0 \, sin(-\theta) = -\upsilon_0 sin\theta$ και $\upsilon_{ox} = \upsilon_0 \, cos(-\theta) = \upsilon_0 cos\theta$

Όταν το σώμα φθάνει στο έδαφος *y*=0, οπότε: $0 = h + \upsilon_{oy} t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = h - \upsilon_0 sin\theta t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$

$\Longrightarrow h = \upsilon_0 sin\theta t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2$ (1)

Η οριζόντια μετατόπιση του σώματος θα είναι: $x_1 = \upsilon_0 cos\theta t_1$ (2)

Σώμα 2:

$\upsilon_{oy} = \upsilon_0 \, sin(\theta) = \upsilon_0 sin\theta$ και $\upsilon_{ox} = \upsilon_0 \, cos(\theta) = \upsilon_0 cos\theta$

Όταν το σώμα φθάνει στο έδαφος *y*=0, οπότε: $0 = h + \upsilon_{oy} t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 = h + \upsilon_0 sin\theta t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2$

$\Longrightarrow h = -\upsilon_0 sin\theta t_2 + \frac{1}{2} g t_2^2$ (3)

Η οριζόντια μετατόπιση του σώματος θα είναι: $x_2 = \upsilon_0 cos\theta t_2$ (4)

Από τις εξισώσεις (1) και (3) έχουμε: $\upsilon_0 sin\theta t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2 = -\upsilon_0 sin\theta t_2 + \frac{1}{2} g t_2^2$

$\Rightarrow 2\upsilon_0 \, sin\theta (t_1 + t_2) = g(t_2^2 - t_1^2) \Rightarrow 2\upsilon_0 \, sin\theta (t_1 + t_2) = g(t_1 + t_2)(t_2 - t_1)$

$\Rightarrow 2\upsilon_0 \, sin\theta = g(t_2 - t_1) \Rightarrow (t_2 - t_1) = 2\upsilon_o sin\theta / g$ (5)

Η διαφορά στη *x*-μετατόπιση από (4) και (2) είναι: $x_2 - x_1 = \upsilon_0 cos\theta (t_2 - t_1)$

Αντικατάσταση της (5) στην τελευταία δίνει: $x_2 - x_1 = 2\upsilon_o^2 cos\theta sin\theta / g$