# Φυσικό σύστημα μονάδων

Τα βασικά μεγέθη τα οποία χρησιμοποιούμε στη Φυσική περιλαμβάνουν την μάζα [M], το χρόνο [T] και το μήκος [L].

Ωστόσο οι μονάδες του συστήματος SI είναι άβολες για την τομέα της φυσικής των στοιχειωδών σωματιδίων

- Μονάδα ενέργειας χρησιμοποιείται το **eV** και πολλαπλάσιά του:

| eV, | keV, | MeV, | GeV, | TeV, | PeV |
|---|---|---|---|---|---|
| | **$10^3$** | **$10^6$** | **$10^9$** | **$10^{12}$** | **$10^{15}$** |

**1 eV** είναι η ενέργεια που αποκτά ένα ηλεκτρόνιο όταν επιταχύνεται μεταξύ διαφοράς δυναμικού 1Volt.

$$E = q\Delta V \quad q = 1.6\times 10^{-19} C \Rightarrow 1eV = 1.6\times 10^{-19} CV = 1.6\times 10^{-19} J$$

LHC είναι ο μεγαλύτερος σε ενέργεια επιταχυντής σήμερα, με ενέργεια δέσμης

$$E = 6.5TeV = 6.5\times 10^{12}\times 1.6\times 10^{-19} J \sim 1\mu J$$

- Μονάδες μέτρησης της μάζας είναι: $E = mc^2 \quad [E] = [m][\upsilon]^2$

Στο φυσικό σύστημα μονάδων, η ταχύτητα είναι αδιάστατη γιατί: $[\upsilon] = \dfrac{[L]}{[T]}$

Αλλά στην σχετικότητα το μήκος και ο χρόνος διαχειρίζονται ισότιμα: $[L] = [T]$

# Φυσικό σύστημα μονάδων

Στο φυσικό σύστημα μονάδων, χρησιμοποιούμε σαν διαστάσεις τη μάζα [M], την ταχύτητα [υ]=[LT$^{-1}$] και την στροφορμή [J] = [MυL]=[ML$^2$T$^{-1}$] ή ισοδύναμα τη δράση [S] = [ET]=[ML$^2$T$^{-1}$]

Η τυπική ταχύτητα είναι αυτή του φωτός που την θέτουμε ίση με 1 $\rightarrow c = 1$

Επομένως έχουμε: $\left[M\right] = \left[E\right] = GeV$ ή $MeV$

Μερικές φορές χρησιμοποιούμε τις μονάδες: $\left[M\right] = GeV/c^2$ ή $MeV/c^2$

- Μονάδες μέτρησης της ορμής: $\left[p\right] = \left[m\right]\left[\cancel{\upsilon}\right] \Rightarrow \left[p\right] = \left[m\right] = \left[E\right] = GeV$

  αδιάστατο

- Μονάδες μέτρησης της στροφορμής: $\left[J\right] = \left[L\right]\left[p\right] = \left[L\right]\left[E\right]$

  αλλά στη φυσική κλίμακα, η στροφορμή των σωματιδίων είναι κβαντισμένη ίση $\hbar$
  Στο φυσικό σύστημα μονάδων $\hbar = 1$

  Επομένως η στροφορμή στο φυσικό σύστημα μονάδων είναι αδιάστατο μέγεθος

  $$\left[L\right] = \left[T\right] = \left[E\right]^{-1} \Rightarrow \left[J\right] = \left[E\right]\left[E\right]^{-1} = 1$$

  Θυμηθείτε ακόμα ότι: $\hbar = 1\times 10^{-34} J\sec = 6.6\times 10^{-22}\ MeV/s$

# Φυσικό σύστημα μονάδων

- Μονάδες φορτίου:

Η δύναμη Coulomb δίνεται από την σχέση: $F \propto \frac{Q^2}{r^2} \Rightarrow [Q] = \sqrt{[F][L]^2}$

$$\Rightarrow [Q] = \sqrt{[M]\frac{[L]}{[T]^2}[L]^2} \Rightarrow [Q] = \sqrt{[M][L]} = \sqrt{[E][L]} = 1$$

Το ηλεκτρικό φορτίο επομένως στο φυσικό σύστημα μονάδων είναι αδιάστατο μέγεθος

Αν χρησιμοποιούσαμε το σύστημα Gauss-CGS τότε:

$$|F| = \frac{Q^2}{r^2} \Rightarrow Q = \sqrt{|F|r^2} \Rightarrow [Q] = [M]^{1/2}[L]^{3/2}[T]^{-1}$$

Στο CGS η μονάδα φορτίου είναι το *esu* και επομένως θα έχουμε:

$$Q^2 = Fr^2 \Rightarrow 1\ esu^2 = dyn \cdot cm^2 = 10^{-5} N \cdot 10^{-4} m^2 \Rightarrow 1\ esu^2 = 10^{-9} N \cdot m^2$$

Στο σύστημα SI, γράφοντας το νόμο του Coulomb σαν: $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{r^2}$

$\Rightarrow \varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi F}\frac{Q^2}{r^2}$ σημείωση ότι: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$

Αντικαθιστώντας τις διαστάσεις για δύναμη, Q και *r* έχουμε: $[\varepsilon_0] = [C^2 M^{-1} L^{-3} T^2]$

# Φυσικό σύστημα μονάδων

Μερικές ενδιαφέρουσες μετατροπές και ισοδυναμίες μονάδων στο φυσικό σύστημα:

Επειδή: $$\left.\begin{aligned} c &\approx 3\times 10^{8}\, m\cdot s^{-1} \\ \hbar &\approx 6.6\times 10^{-22}\, MeV\cdot s \end{aligned}\right\} \Rightarrow \hbar c \approx 200\, MeV\cdot fm$$

Προκύπτει: $$1s \approx 3\times 10^{8}\, m$$

$$1\, MeV \approx (1/6.6)\times 10^{22}\, s^{-1}$$

$$1\, fm \approx (1/200)\, MeV^{-1} = 5 GeV^{-1}$$

Η βασική μονάδα μάζας είναι αυτή του πρωτονίου: $m_p \left(= m_p c^2\right) \approx 938\, MeV$

Η βασική μονάδα μήκους είναι: $\lambda_p = \dfrac{1}{m_p}\left(= \dfrac{\hbar}{m_p c}\right)\left(= \dfrac{\hbar c}{m_p c^2} = \dfrac{200\, MeV\cdot fm}{938\, MeV}\right) \approx 0.21\, fm$

Η βασική μονάδα χρόνου: $t_p = \dfrac{1}{m_p}\left(= \dfrac{\hbar}{m_p c^2}\right)\left(= \dfrac{6.6\times 10^{-22}\, MeV\cdot s}{938\, MeV}\right) \approx 7\times 10^{-25} s$

Χρησιμοποιώντας τη φυσική μονάδα μήκους και τον ορισμό της μονάδας ενεργού διατομής θα έχουμε:

$$1mb = 10^{-27}\, cm^2 = 0.1\, fm^2 \;\Rightarrow 1mb \approx 0.1\times 5^2\, GeV^{-2} \;\Rightarrow 1GeV^{-2} \approx 0.4mb$$

# Φυσικό σύστημα μονάδων

Συνοψίζοντας, για το φυσικό σύστημα μονάδων έχουμε: $c = \hbar = 1$

| Μέγεθος | Μονάδες | Μετατροπή σε SI |
|---|---|---|
| *E* | $GeV$ | $1GeV = 1.6 \times 10^{-10} J$ |
| *p* | $GeV$ | $1/c$ |
| *m* | $GeV$ | $1/c^2$ |
| *L* | $1/GeV$ | $\hbar c = 0.197 GeV \cdot fm$ |
| *T* | $1/GeV$ | $\hbar = 6.6 \times 10^{-22} MeV \cdot \sec$ |
| *J* | αδιάστατο | $\hbar$ |
| *Q* | αδιάστατο | |

# Εξισώσεις ηλεκτροδυναμικής

Οι εξισώσεις της ηλεκτροδυναμικής χρησιμοποιούνται στη φυσική στοιχειωδών σωματιδίων μπορούν να γραφούν σε μια γενική μορφή επιτρέποντας την εύκολη μετατροπή τους από το ένα σύστημα μονάδων σε κάποιο άλλο

Θα έχουμε:

Δυναμικό Coulomb: $V = k_e \dfrac{q_1 q_2}{r}$

Δύναμη Lorentz: $\vec{F} = q\left(\vec{E} + k_f \vec{\upsilon} \times \vec{B}\right)$

Εξισώσεις Maxwell:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi k_e \rho \qquad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -k_e \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \qquad \vec{\nabla} \times \vec{B} = 4\pi k_m \vec{j} + \frac{k_m}{k_e} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Πεδία: $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \qquad \vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi - k_f \dfrac{\partial \vec{A}}{\partial t}$

Οι τιμές των σταθερών στα διάφορα συστήματα είναι:

| Σταθερά | Gauss-CGS | SI | Φυσικό (Heaviside) |
|---|---|---|---|
| $k_e$ | $1$ | $1/4\pi\varepsilon_0$ | $1/4\pi$ |
| $k_f$ | $1/c$ | $1$ | $1/c$ |
| $k_m$ | $1/c$ | $\mu_0/4\pi$ | $1/4\pi c$ |
| $k_m/k_e$ | $1/c$ | $\mu_0\varepsilon_0 = 1/c^2$ | $1/c$ |

# Σταθερά λεπτής υφής

- Η ισχύς των ηλεκτρομαγνητικών δυνάμεων εκφράζεται από την σταθερά της λεπτής υφής που ορίζεται σαν η αδιάστατη ποσότητα που προκύπτει από τον λόγο της ηλεκτροστατικής ενέργειας άπωσης μεταξύ δύο ηλεκτρονίων που βρίσκονται σε απόσταση ίση με το μήκος κύματος Compton του ηλεκτρονίου, προς την ενέργεια της μάζας ηρεμίας του ηλεκτρονίου

$$a = \frac{e^2 / \lambda_c^e}{m_e c^2} = \frac{e^2 / (\hbar / m_e c)}{m_e c^2} \Rightarrow a = \frac{e^2}{\hbar c}$$ σύστημα Gauss-CGS

$$a = \frac{e^2 / 4\pi\varepsilon_0 (\hbar / m_e c)}{m_e c^2} \Rightarrow a = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c}$$ σύστημα SI

$$a = \frac{e^2 / 4\pi (\hbar / m_e c)}{m_e c^2} \Rightarrow a = \frac{e^2}{4\pi \hbar c} \Rightarrow a = \frac{e^2}{4\pi}$$ σύστημα Lorentz-Heaviside

Σε όλα τα συστήματα η σταθερά της λεπτής υφής ισούται με $a \approx \frac{1}{137}$ και είναι αδιάστατη

- Για παράδειγμα στο σύστημα CGS:

$$[e] = [M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}] \Rightarrow [e]^2 = [M L^3 T^{-2}]$$

$$[\hbar] = [M L^2 T^{-1}] \text{ και } [c] = [L T^{-1}] \Rightarrow [\hbar c] = [M L^3 T^{-2}]$$

$\Rightarrow$ $[e]^2 = [\hbar c]$ και άρα αδιάστατη

# Σταθερά λεπτής υφής

- Αριθμητικά θα έχουμε:

$$\left.\begin{aligned} e &= 4.802\times 10^{-10}\, esu \\ \hbar &= 1.504\times 10^{-27}\, erg\cdot s \\ c &= 2.997\times 10^{10}\, cm\cdot s^{-1} \end{aligned}\right\} \Rightarrow a \approx \frac{1}{137}$$