

ΠΕΙΡΑΜΑ 6

Μελέτη του Νόμου του Hooke

3.2.1 Σκοπός του πειράματος

Σκοπός του πειράματος είναι να μελετηθεί το φαινόμενο της ελαστικότητας μέσα από τις παραμορφώσεις που προκαλούνται σε διάφορα στερεά σώματα κάτω από τη δράση δυνάμεων ή ροπών, καθώς και τους νόμους που το περιγράφουν.

3.2.2 Αρχή λειτουργίας του πειράματος

Επίπεδη ράβδος στηριζόμενη σε 2 σημεία κάμπτεται κάτω από την επίδραση δυνάμεως η οποία δρα στο κέντρο της. Το μέτρο ελαστικότητας προσδιορίζεται από την κάμψη και τα γεωμετρικά στοιχεία της ράβδου: μήκος (l), πλάτος (a) και πάχος (b).

3.2.3 Στοιχεία από τη Θεωρία

Μια παραμόρφωση θεωρείται ελαστική αν μετά την παύση της δύναμης ή ροπής που δρα και παραμορφώνει το σώμα, αυτό επανέρχεται στην κατάσταση που ήταν προηγουμένως. Ανάλογα με το είδος της δύναμης που επιδρά, η ελαστική παραμόρφωση μπορεί να περιγραφεί σαν **έκταση** (ελκυσμός ή θλίψη), **κάμψη** ή **στρέψη**.

(α) Έκταση: αν πάνω σε μία ομογενή και ισοτροπική ράβδο μήκους l και διατομής $q=a \cdot b$ ασκηθεί μία δύναμη K , παράλληλη με τον άξονα της ράβδου, τότε η **ειδική επιμήκυνση** $\varepsilon = \Delta l / l$ είναι ανάλογη με την **ειδική τάση** $\sigma = K / q$.

Επομένως:

$$\varepsilon = \alpha \sigma \quad (1)$$

Η σταθερά αναλογίας α ονομάζεται **σταθερά ελαστικότητας**. Πιο χρήσιμη ποσότητα είναι **το μέτρο ελαστικότητας** $E = 1/\alpha$ που έχει διαστάσεις ειδικής τάσης (δύναμη ανά μονάδα επιφανείας).

Έτσι ο **νόμος του Hooke** που περιγράφει το φαινόμενο διατυπώνεται ως εξής:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \frac{K}{q} \quad (2)$$

Ας σημειωθεί ότι ταυτόχρονα με τον ελκυσμό/θλίψη λαμβάνει χώρα και ένας εκλεπτισμός/πάχυνση του σώματος πάνω στο οποίο δρα η δύναμη. Όπως αποδεικνύεται, η σχετική μεταβολή στη διάσταση b που χαρακτηρίζει τη διατομή του σώματος δίνεται από τη σχέση

$$\varepsilon = \frac{\Delta b}{b} = -m \frac{\Delta l}{l} = -\frac{m K}{E q} \quad (3)$$

όπου ο συντελεστής **m** ονομάζεται **αριθμός Poisson**.

Φυσικά, αν η δύναμη που επιδρά ξεπεράσει ένα ορισμένο όριο, το λεγόμενο 'όριο ελαστικότητας' τότε η σχετική παραμόρφωση $\Delta l / l$ δεν είναι πια ανάλογη με την τάση. Πέρα από το "**όριο ελαστικότητας**", όταν σταματήσει η δύναμη, το σώμα δεν επανέρχεται στην προηγούμενή του κατάσταση.

(β) **Κάμψη**: η κάμψη **s** που υφίσταται μία ράβδος μήκους **l**, η οποία στο ένα της άκρο είναι στερεωμένη και στο άλλο δέχεται την επίδραση δύναμης **K**, είναι ανάλογη της δύναμης **K** και της τρίτης δύναμης του μήκους **l**, και αντιστρόφως ανάλογη του πλάτους **a** και της τρίτης δύναμης του ύψους (πάχους) **b** της ράβδου:

$$s = 4 \frac{l^3 K}{a b^3 E} \quad (4)$$

Στην περίπτωση όπου η ράβδος είναι στερεωμένη και στα δύο άκρα της, ενώ η δύναμη ασκείται στο μέσο της ράβδου, όπως συμβαίνει και στην εκτέλεση του πειράματός μας, η εξίσωση (4) διαμορφώνεται ως εξής:

$$s = \frac{l^3 K}{4 a b^3 E} \quad (5)$$

(γ) **Στρέψη**: αν στρέψει κανείς το ένα άκρο ενός σύρματος μήκους **l** και ακτίνας **R** σε σχέση με το άλλο άκρο κατά μία γωνία **φ**, τότε δημιουργείται μία **ροπή στρέψης** που τείνει να επαναφέρει το σύρμα στην προηγούμενή του κατάσταση. Η ροπή στρέψης περιγράφεται από τη σχέση

$$D = \frac{\pi R^4}{2l} G \quad (6)$$

όπου το μέγεθος **D** καλείται **ροπή κατευθύνσεως** και η σταθερά **G**, η οποία εξαρτάται από το υλικό, **μέτρο στρέψης**.

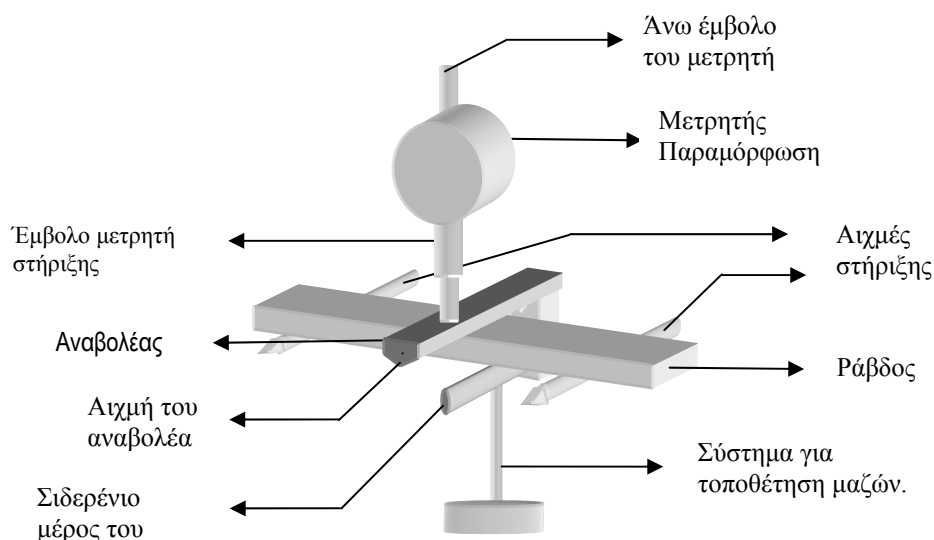
Ανάμεσα στις ελαστικές σταθερές που ορίστηκαν πιο πάνω ισχύει η σχέση

$$E = 2G(1 + m) \quad (7)$$

3.2.4 Πειραματική διαδικασία

Γενικά στοιχεία

Το φαινόμενο που εξετάζεται στο πείραμα αυτό είναι η κάμψη. Η πειραματική διάταξη φαίνεται στο Σχήμα 2.α.

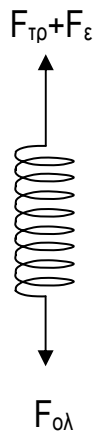


Σχήμα 2.α

- Τοποθετείστε τη ράβδο συμμετρικά πάνω στις 2 αιχμές στήριξης όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.α.
- Τοποθετείστε τον αναβολέα στο κέντρο της ράβδου (η αιχμή του αναβολέα να εφάπτεται στην υπό μελέτη ράβδο).
- Τοποθετείστε το μετρητή παραμόρφωσης (ρολόι υποδιαιρεμένο σε διαβαθμίσεις των 10 μικρομέτρων) πάνω στον αναβολέα. Το έμβολο του μετρητή θα πρέπει να εφάπτεται στο επίπεδο μέρος του αναβολέα.
- Στερεώστε το σύστημα για την τοποθέτηση βαρών πάνω στο σιδερένιο μέρος του αναβολέα.

Καθ' όλη τη διάρκεια της άσκησης θα πρέπει να ληφθεί μέριμνα ώστε τα γεωμετρικά στοιχεία και οι πληροφορίες που αφορούν την εκάστοτε διάταξη και τις ράβδους να καταγράφονται στο Βιβλίο των Ασκήσεων (Logbook) της πειραματικής ομάδας.

Ο μετρητής είναι όργανο το οποίο υπακούει στο νόμο του Hooke και επομένως παρουσιάζει κάποια δύναμη επαναφοράς. Επομένως, θα πρέπει προτού αρχίσουν οι μετρήσεις να προσδιοριστεί η χαρακτηριστική καμπύλη του μετρητή. Η συνολική δύναμη η οποία ασκείται πάνω στο έμβολο του μετρητή καθώς αυτό εκτείνεται δίνεται από τη συνισταμένη των δυνάμεων που δρουν στο ελατήριο όπως φαίνεται στο Σχ.2β.



Σχήμα 2.β

$$F_{o\lambda} = F_{\tau\rho} + F_{\varepsilon\pi} \quad (8)$$

Η στατική δύναμη τριβής $F_{\tau\rho}$ είναι πάντοτε σταθερή και δρα σε αντίθετη κατεύθυνση από την κίνηση, γι' αυτό κατά τη διάρκεια του πειράματος θα πρέπει η κατεύθυνση της επιδρώσας δύναμης να διατηρείται σταθερή. Η δύναμη επαναφοράς $F_{\varepsilon\pi}$ είναι ανάλογη με τη έκταση / συσπείρωση του ελατηρίου.

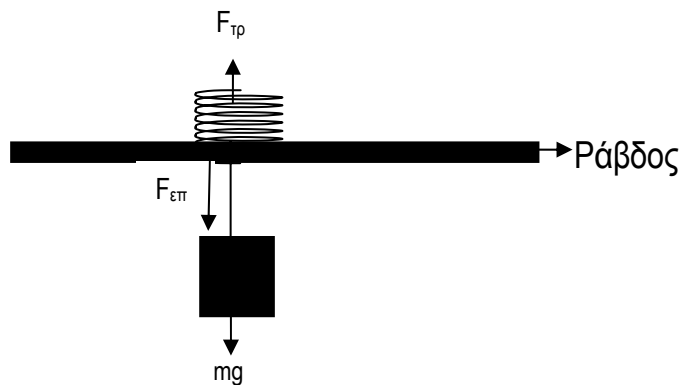
Για τον προσδιορισμό της χαρακτηριστικής καμπύλης του μετρητή ακολουθούμε την πιο κάτω διαδικασία:

- Συνδέουμε το δυναμόμετρο πάνω στο άνω έμβολο του μετρητή.
- Αφού ρυθμίσουμε την ένδειξη του μετρητή στο μηδέν, στη συνέχεια τραβάμε απαλά το δυναμόμετρο, μέχρις ότου το έμβολο αρχίσει να μετακινείται (τότε η ένδειξη του δυναμομέτρου είναι ίση με τη στατική δύναμη τριβής).
- Συνεχίζουμε να τραβάμε το δυναμόμετρο και καταγράφουμε τις ενδείξεις του μετρητή σαν συνάρτηση της δύναμης που δείχνει το δυναμόμετρο.
- Πάρτε μετρήσεις για τρεις διαφορετικές ενδείξεις του δυναμομέτρου. Από τις μετρήσεις να χαράξετε τη γραφική παράσταση της χαρακτηριστικής καμπύλης του μετρητή.

Για τις μετρήσεις της παραμόρφωσης (κάμψης) των ράβδων ακολουθούμε την πιο κάτω διαδικασία:

- Μετακινούμε τη ράβδο μαζί με τον αναβολέα σε κοντινή απόσταση από το μετρητή έτσι ώστε η ένδειξη του να είναι σχεδόν μέγιστη (10mm).
- Τοποθετούμε στον αναβολέα ένα αρχικό βάρος για να ισορροπήσει το σύστημα. Η αντίστοιχη ένδειξη του μετρητή θεωρείται ως η ένδειξη μηδέν.
- Στη συνέχεια τοποθετούμε βάρη πάνω στο σύστημα και καταγράφουμε τις ενδείξεις του μετρητή, δηλ. την κάμψη που υφίσταται η κάθε ράβδος σαν συνάρτηση του βάρους που βάλαμε.

Προσοχή. Για να υπολογίσουμε τη συνολική δύναμη που ασκείται πάνω στη ράβδο θα πρέπει να λάβουμε υπόψη τη διόρθωση λόγω της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από το έμβολο του μετρητή. Αυτό επιβάλλεται να γίνει γιατί πάνω στην ράβδο εξασκούνται η δύναμη από το βάρος, mg , (φορά προς τα κάτω), η δύναμη επαναφοράς του εμβόλου, $F_{επ}$, η οποία είναι προς τα κάτω αφού το ελατήριο είναι συσπειρωμένο και η στατική τριβή, $F_{τρ}$ (φορά προς τα άνω). Σχήμα 2.γ.



Σχήμα 2.γ

Έτσι, λαμβάνοντας υπόψη όλους τους παράγοντες που υπεισέρχονται στο πρόβλημα, βλέπουμε ότι η πραγματική δύναμη που ασκείται στη ράβδο δίνεται από το άθροισμα των επιπλέον βαρών που εφαρμόζονται και της συνολικής δύναμης του δυναμομέτρου δηλ.

$$F_{ραβ.} = m \cdot g + F_{επ} - F_{τρ} \quad (9)$$

Η $F_{επ}$ διαβάζεται από τη χαρακτηριστική καμπύλη του μετρητή για κάθε απόκλισή του.

3.2.5 Εκτέλεση

1. Να παρθούν οι απαιτούμενες μετρήσεις και να χαραχτεί η χαρακτηριστική καμπύλη του μετρητή, δηλαδή, της δύναμη που ασκείται πάνω στο έμβολο του μετρητή από το δυναμόμετρο σαν συνάρτηση της μετατόπισης του εμβόλου.
2. Να παρθούν οι μετρήσεις και να γίνει η γραφική παράσταση της κάμψης **μίας** ράβδου σαν συνάρτηση της **συνολικής** δύναμης που ασκείται στη ράβδο, για 10 τουλάχιστον διαφορετικά

βάρη. Να επαναλάβετε τις μετρήσεις για **3** ράβδους από **διαφορετικά μέταλλα** (χάλυβας, αλουμίνιο και μπρούντζος). Να προσδιορισθεί το μέτρο ελαστικότητας του χάλυβα, του αλουμινίου και του μπρούντζου.

3. Να παρθούν οι μετρήσεις και να γίνει η γραφική παράσταση της κάμψης τριών ράβδων του ίδιου υλικού σαν συνάρτηση του πλάτους υπό **σταθερή δύναμη**. Βεβαιωθείτε ότι οι υπόλοιπες διαστάσεις είναι οι ίδιες για όλες τις ράβδους
4. Να παρθούν οι μετρήσεις και να γίνει η γραφική παράσταση της κάμψης τριών ράβδων του ίδιου υλικού σαν συνάρτηση του πάχους υπό **σταθερή δύναμη**. Βεβαιωθείτε ότι οι υπόλοιπες διαστάσεις είναι οι ίδιες για όλες τις ράβδους
5. Να παρθούν οι μετρήσεις και να γίνει η γραφική παράσταση της κάμψης μιας ράβδου σαν συνάρτηση της **απόστασης** ανάμεσα στα σημεία στήριξης υπό σταθερή δύναμη.
6. Με βάση τα αποτελέσματα σας, σχολιάστε την εξάρτηση της κάμψης, **s**, από τα γεωμετρικά στοιχεία της ράβδου.