ΦΥΣ 112

Ενδιάμεση Εξέταση: 19-Οκτωβρίου-2023

Πριν αρχίσετε συμπληρώστε τα στοιχεία σας (ονοματεπώνυμο και αριθμό ταυτότητας).

Ονοματεπώνυμο	Αριθμός Ταυτότητας

Απενεργοποιήστε τα κινητά σας.

Το δοκίμιο περιέχει 20 ερωτήσεις πολλαπλών επιλογών (2 μονάδες/ερώτηση) και 2 προβλήματα που θα πρέπει να λύσετε αναλυτικά (30 μονάδες/άσκηση). Η μέγιστη συνολική βαθμολογία της εξέτασης είναι 100 μονάδες.

ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΣΤΕ ΜΟΝΟ ΤΙΣ ΣΕΛΙΔΕΣ ΠΟΥ ΣΑΣ ΔΙΝΟΝΤΑΙ ΚΑΙ ΜΗΝ ΚΟΨΕΤΕ ΟΠΟΙΑΔΗΠΟΤΕ ΣΕΛΙΔΑ

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 150 λεπτά. Καλή Επιτυχία !

Μέρος Α – Πολλαπλές επιλογές			
Ερώτηση	**Βαθμός**	**Ερώτηση**	**Βαθμός**
1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	
Σύνολο			

Μέρος Β	
Άσκηση	**Βαθμός**
$1^{η}$ (30μ)	
$2^{η}$ (30μ)	
Σύνολο	

Τύποι που μπορούν να φανούν χρήσιμοι

Ηλεκτροστατική:

$$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r} \qquad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \qquad V = \frac{U}{q_0} \qquad \textit{σημειακό φορτίο}: \vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}, \quad V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$\textit{διπολική ροπή}: \vec{p} = q\vec{L} \qquad \textit{ροπή σε δίπολο}: \vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E} \qquad \textit{δυν. ενέργεια}: U = -\vec{p}\cdot\vec{E} + U_0$$

$$U_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad W_E = -\Delta U = -W_{\varepsilon\xi.} \qquad \textit{συνεχής κατανομή}: E = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$

$$\phi = \int_S \vec{E}\cdot\hat{n}dA \qquad \phi_{tot} = \oint_S \vec{E}\cdot\hat{n}dA = \oint_S \vec{E}\cdot\hat{n}dA = \frac{Q_{\varepsilon\sigma.}}{\varepsilon_0} \qquad \textit{ασυνέχεια}: E_{n^+} - E_{n^-} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\textit{Πεδίο άπειρης γραμμικής κατανομής}: E_R = \frac{2k\lambda}{R} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}$$

$$\textit{Πεδίο στον άξονα φορτισμένου δακτυλίου}: E_z = \frac{kQz}{(z^2+a^2)^{3/2}}$$

$$\textit{Πεδίο στον άξονα φορτισμένου δίσκου}: E_z = sign(z)\ \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \left(1 + \frac{R^2}{z^2}\right)^{1/2}\right]$$

$$\textit{Πεδίο επιπέδου άπειρων διαστάσεων}: E_z = sign(z)\ \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$\textit{Πεδίο λεπτού σφαιρικού κελύφους}: \begin{array}{ll} E_r = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r^2} & r > R \\ E_r = 0 & r < R \end{array}$$

$$\textit{Διαφορά δυναμικού}: \Delta V = V_b - V_a = \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l} \qquad \vec{E} = \vec{\nabla}V$$

Χωρητικότητα:

$$C = \frac{Q}{V} \qquad \textit{Επίπεδος Πυκνωτής}: C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}, \ V = Ed \qquad U_C = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

$$\textit{Συνδεσμολογία}: \textit{παράλληλη}: C_P = C_1 + C_2 + \cdots \ \textit{Σε σειρά}: \ \frac{1}{C_\Sigma} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots$$

$$\textit{Χωρητικότητα σφαιρικού αγωγού}: C = 4\pi\varepsilon_0 R \qquad \textit{κυλινδρικού}: C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(R_2/R_1)}$$

$$\textit{Διηλεκτρικά}: C_k = kC_0 \qquad \textit{διαπερατότητα}: \varepsilon = k\varepsilon_0 \qquad \textit{ηλεκτρικό πεδίο}: E = \frac{E_0}{k}$$

Αντίσταση:

$$R = \frac{V}{I} \qquad I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \qquad R = \frac{\rho L}{A} \qquad I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = qnAv_d \qquad \vec{J} = qn\vec{v}_d$$

$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$

$\Sigma\upsilon\nu\delta\varepsilon\sigma\mu o\lambda o\gamma\acute{\iota}\alpha$: $\pi\alpha\rho\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\eta$: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots$ $\sigma\varepsilon\iota\rho\acute{\alpha}$: $R = R_1 + R_2 + \cdots$

<u>Κυκλώματα</u>:

$\sum \Delta V = 0$ $\sum I_{\varepsilon\iota\sigma.} = \sum I_{\varepsilon\xi.}$

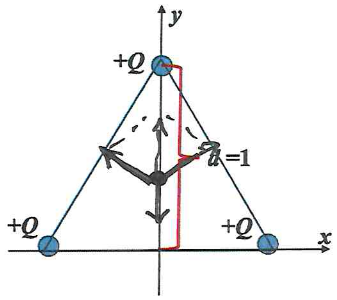
$q(t) = q_\infty\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ $q(t) = q_0 e^{-t/\tau}$ $I(t) = I_0 e^{-t/\tau}$ $\tau = RC$

<u>Σταθερές και μετατροπές μονάδων:</u>

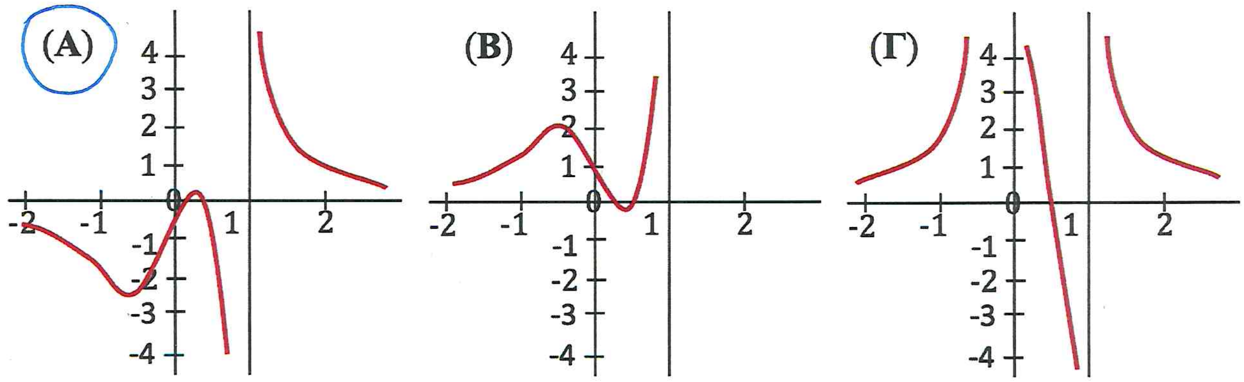
$\varepsilon_0 = 8.85x10^{-12}\, C^2/Nm^2$ $K_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.99 \times 10^9\, C/Nm^2$ $e = 1.60 \times 10^{-19} C$

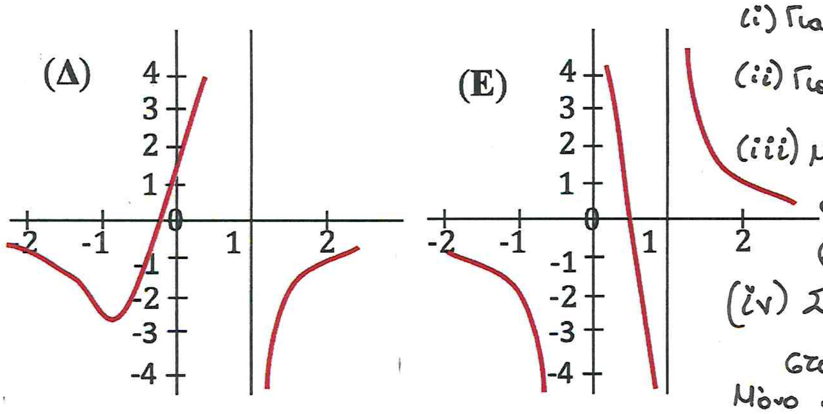
Ερωτήσεις Πολλαπλών Επιλογών – Σύνολο 40 μονάδες – 2 μονάδες/ερώτηση

Οι επόμενες τρεις ερωτήσεις αναφέρονται στην περίπτωση της διάταξης 3 ίσων θετικών φορτίων τα οποία είναι τοποθετημένα στις κορυφές ενός ισόπλευρου τριγώνου το επίπεδο του οποίου βρίσκεται στο x-y επίπεδο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η κλίμακα είναι τέτοια ώστε το ύψος του ισόπλευρου τριγώνου να ισούται με 1 με τυχαίες μονάδες μέτρησης.



1. Ποιο από τα παρακάτω γραφήματα περιγράφει πιο πιστά την y-συνιστώσα E_y, του ηλεκτρικού πεδίου αυτής της διάταξης φορτίων;





(i) Για y $[d,\infty)$ $E_y>0$, για $y=d$, $E_y \to +\infty$

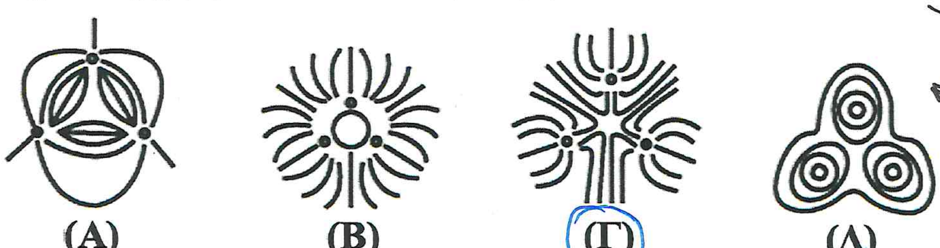
(ii) Για $y<d$, όταν $y=d$, $E_y=-\infty$

(iii) Μεταξύ $[0,d)$ E_y ελλατώνεται αρνητικά και γίνεται ϕ κοντά στο βαρύκεντρο.

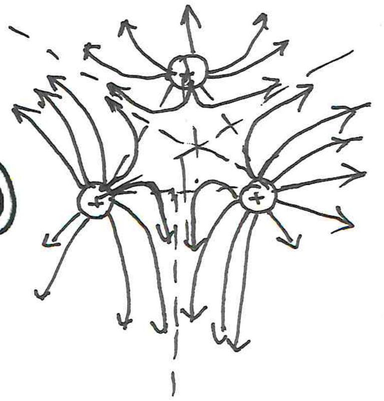
(iv) Στο $y=0$, $E_y<0$, τα δύο φορτία στον x-άξονα δεν συνεισφέρουν.

Μόνο η (A) έχει τα χαρακτηριστικά

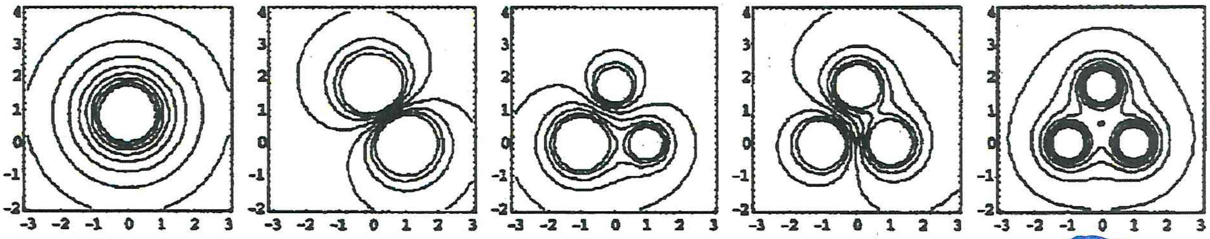
2. Ποιο από τα παρακάτω γραφήματα αναπαριστά καλύτερα τις δυναμικές γραμμές του πεδίου της διάταξης φορτίων του ισόπλευρου τριγώνου:



(A) (B) (Γ) (Δ)



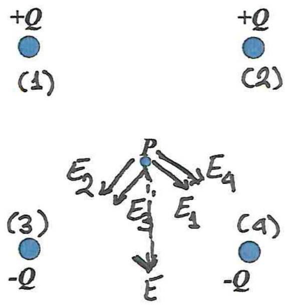
3. Ποιο από τα παρακάτω γραφήματα αναπαριστά καλύτερα τις ισοδυναμικές καμπύλες της παραπάνω διάταξης φορτίων στο επίπεδο του ισόπλευρου τριγώνου.



(A) (B) (Γ) (Δ) (E)

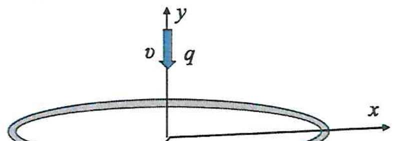
Οι ισοδυναμικές καμπύλες είναι κάθετες στις δυναμικές γραμμές και επομένως θα εμφανίζονται σαν ομόκεντροι κύκλοι γύρω από τα φορτία ενώ στο εσωτερικό του τριγώνου η ένταση γίνεται ϕ και το δυναμικό παραμένει σταθερό.

4. Το διπλανό σχήμα παρουσιάζει 4 φορτία, 2 εκ των οποίων θετικά και 2 αρνητικά τα οποία είναι τοποθετημένα στις κορυφές ενός τετραγώνου πλευράς α. Ποιο από τα διανύσματα αναπαριστά πιο πιστά την διεύθυνση της δύναμης που ασκείται σε ένα θετικό δοκιμαστικό φορτίο το οποίο τοποθετείται στο κέντρο P του τετραγώνου;



(A) ↑ (B) → (Γ) ↓ (Δ) ↗ (E) ←

5. Ένας δακτύλιος αρνητικής ομοιόμορφης κατανομής φορτίου είναι τοποθετημένος στο x-z επίπεδο με το κέντρο του δακτυλίου στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο κινείται κατά μήκος του y-άξονα προς το κέντρο του δακτυλίου όπως στο διπλανό σχήμα. Την στιγμή που περνά από το κέντρο του δακτυλίου:



(A) Η ταχύτητα και επιτάχυνσή του αποκτούν μέγιστες τιμές.

(B) Η ταχύτητά του είναι μηδέν και η επιτάχυνσή του μέγιστη.

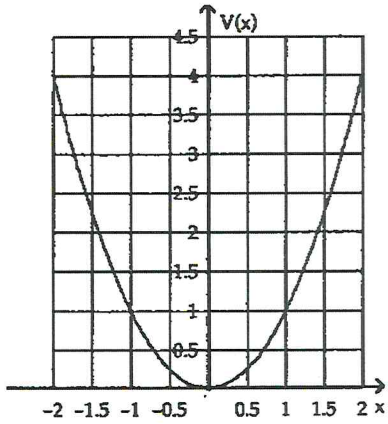
(Γ) Η ταχύτητα και επιτάχυνση δεν είναι μηδέν αλλά δεν έχουν μέγιστη τιμή.

(Δ) Η ταχύτητά και επιτάχυνσή του είναι μηδέν.

(E) Η ταχύτητά του είναι μέγιστη και η επιτάχυνσή του μηδέν.

Στο κέντρο του δακτυλίου η ένταση του πεδίου είναι ϕ Επομένως η δύναμη και άρα η επιτάχυνση είναι μηδέν. Η ταχύτητα του σωματιδίου θα είναι η μέγιστη λόγω του έργου της δύναμης του πεδίου

6. Το διπλανό γράφημα δείχνει τις μεταβολές του ηλεκτρικού δυναμικού V (σε τυχαίες μονάδες μέτρησης) συναρτήσει της θέσης x (μετρούμενη επίσης σε τυχαίες μονάδες). Ποια από τις παρακάτω επιλογές περιγράφει πιστά τον προσανατολισμό του ηλεκτρικού πεδίου E κατά μήκος του x-άξονα;



(Α) Το E είναι αρνητικό στο διάστημα $-2 \leq x \leq 2$.

(Β) Δεν δίνονται αρκετά στοιχεία για να απαντηθεί το ερώτημα.

(Γ) Το E είναι θετικό στο διάστημα $-2 \leq x \leq 2$.

(Δ) Το E είναι αρνητικό στο διάστημα $-2 \leq x < 0$ και θετικό στο διάστημα $0 < x \leq 2$.

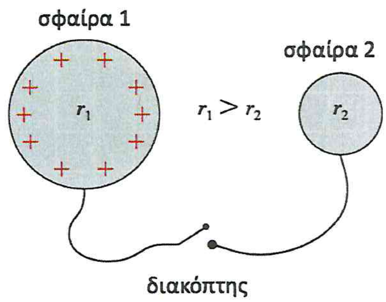
(Ε) Το E είναι θετικό στο διάστημα $-2 \leq x < 0$ και αρνητικό στο διάστημα $0 < x \leq 2$.

$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$ επομένως $\vec{E}_x = -\frac{dV}{dx}\hat{i}$. Η κλίση είναι αρνητική για $[-2,0)$ και επομένως $E_x > 0$

Η κλίση είναι θετική για $(0,2]$ και επομένως $E_x < 0$

Για $x=0$ $E_x = 0$

7. Δύο μεταλλικές σφαίρες συνδέονται μεταξύ τους με ένα μεταλλικό σύρμα το οποίο έχει έναν διακόπτη. Αρχικά ο διακόπτης είναι ανοικτός. Η σφαίρα 1, με τη μεγαλύτερη ακτίνα, φορτίζεται με θετικό φορτίο. Η σφαίρα 2, με τη μικρότερη ακτίνα είναι αφόρτιστη. Ο διακόπτης κλείνει. Μετά από κάποιο χρονικό διάστημα, η σφαίρα 1 έχει φορτίο Q_1 και βρίσκεται σε δυναμικό V_1, ενώ το ηλεκτρικό πεδίο στην επιφάνειά της έχει ένταση E_1. Οι τιμές για την σφαίρα 2 είναι Q_2, V_2 και E_2 αντίστοιχα. Ποια από τις ακόλουθες προτάσεις ισχύει:



(Α) $V_1 = V_2$ και $E_1 = E_2$ και $Q_1 = Q_2$.

(Β) $V_1 = V_2$ και $E_1 < E_2$ και $Q_1 > Q_2$.

(Γ) $V_1 = V_2$ και $E_1 < E_2$ και $Q_1 < Q_2$.

(Δ) $V_1 = V_2$ και $E_1 > E_2$ και $Q_1 < Q_2$.

(Ε) $V_1 > V_2$ και $E_1 < E_2$ και $Q_1 > Q_2$.

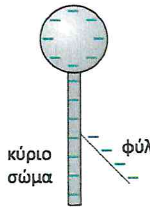
Από τη στιγμή που έχουμε 2 μεταλλικές σφαίρες που είναι αγωγοί, οι επιφάνειές τους θα είναι στο ίδιο δυναμικό όταν συνδεθούν (ισοδυναμικές επιφάνειες). Άρα $V_1 = V_2$.

$$V_1 = \frac{kQ_1}{r_1} = V_2 = \frac{kQ_2}{r_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow Q_1 > Q_2$$

$$E_1 = \frac{kQ_1}{r_1^2} = \frac{V_1}{r_1} = \frac{V_2}{r_1} = \frac{kQ_2}{r_2 r_1} = \frac{kQ_2 r_2}{r_2^2 r_1} = \frac{E_2 r_2}{r_1} \Rightarrow$$

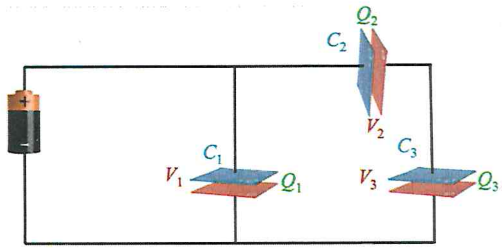
$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow E_1 < E_2$$

8. Το διπλανό σχήμα δείχνει ένα ηλεκτροσκόπιο αρνητικά φορτισμένο. Το φύλλο χρυσού είναι απομακρυσμένο από το κύριο σώμα του ηλεκτροσκοπίου. Τι μπορείτε να πείτε για το ηλεκτρικό δυναμικό του φύλλου χρυσού; Το ηλεκτροστατικό δυναμικό είναι παντού το ίδιο για αγωγό που βρίσκεται σε ηλεκτροστατική ισορροπία



(Α) $V_{φύλλου} = V_{ηλεκτροσκοπίου}$. (Β) $V_{φύλλου} < V_{ηλεκτροσκοπίου}$. (Γ) $V_{φύλλου} > V_{ηλεκτροσκοπίου}$

9. Ένα κύκλωμα αποτελείται από τρεις πυκνωτές C_1, C_2 και C_3 που συνδέονται με μπαταρία δυναμικού V_0. Η χωρητικότητα $C_2 = 2C_1$. Η χωρητικότητα $C_3 = 3C_1$. Οι πυκνωτές αποκτούν φορτίο Q_1, Q_2 και Q_3. Πώς συγκρίνονται τα φορτία Q_1, Q_2 και Q_3;



(Α) $Q_1 > Q_3 > Q_2$

(Β) $Q_1 > Q_2 > Q_3$

(Γ) $Q_1 > Q_2 = Q_3$

(Δ) $Q_1 = Q_2 = Q_3$

(Ε) $Q_1 < Q_2 = Q_3$

Οι πυκνωτές C_2 & C_3 είναι σε σειρά και έχουν το ίδιο φορτίο.
Η ισοδύναμη χωρητικότητα στον κλάδο αυτό είναι: $\frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow C_{23} = \frac{6}{5} C_1$
Ο C_1 είναι παράλληλος με τον C_{23} και $C_1 < C_{23}$

$V_{C_1} = V_{C_{23}} \Rightarrow \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_{23}}{C_{23}} \Rightarrow \frac{Q_{23}}{Q_1} = \frac{C_{23}}{C_1} \Rightarrow \frac{Q_{23}}{Q_1} = \frac{\frac{6}{5}\cancel{C_1}}{\cancel{C_1}} \Rightarrow \frac{Q_{23}}{Q_1} = \frac{6}{5} \Rightarrow$

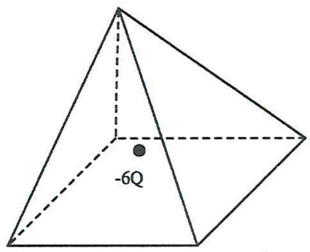
$\Rightarrow Q_1 < Q_{23} = Q_2 = Q_3$

10. Ένας πυκνωτής αποτελείται από 2 παράλληλες αγώγιμες πλάκες και παρουσιάζει χωρητικότητα *C*. Ο πυκνωτής συνδέεται με μπαταρία ηλεκτρεγερτικής δύναμης Ɛ και αμελητέας εσωτερικής αντίστασης και φορτίζεται πλήρως. Η πυκνότητα ενέργειας στον πυκνωτή είναι *u*. Αν ο ίδιος πυκνωτής συνδεθεί με μπαταρία διπλάσιας ηλεκτρεγερτικής δύναμης από την αρχική, η πυκνότητα ενέργειας στον πυκνωτή θα γίνει: $υ_1 = \frac{1}{2} C V_1^2 \Rightarrow$

(Α) *u* (Β) *2u* (Γ) *u/2* (Δ) *4u* (Ε) *u/4*

$υ_2 = \frac{1}{2} C V_2^2 = \frac{1}{2} C 4V_1^2 = 4υ_1$

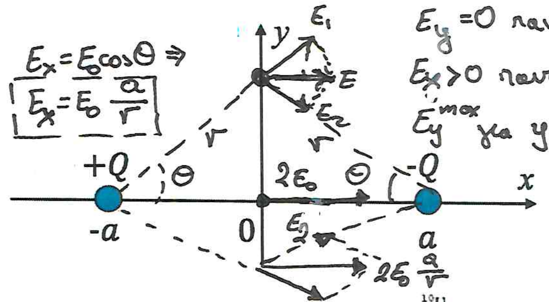
11. Ένα φορτίο $q = -6Q$ είναι τοποθετημένο στο εσωτερικό μιας πυραμίδας, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η πυραμίδα έχει περίμετρο βάσης ίσο *α* (τυχαίες μονάδες μέτρησης) και ύψος βάσης ίσο με *b* (τυχαίες μονάδες μέτρησης). Ποια η ολική ηλεκτρική ροή δια μέσω της πυραμίδας;



(Α) $\Phi = -\frac{3kQ}{b^2}$ (Β) $\Phi = -\frac{6Q}{\varepsilon_0}$ (Γ) $\Phi = -\frac{6Q\alpha^2}{b^2\varepsilon_0}$ (Δ) $\Phi = -\frac{3Q\alpha^2 b^2}{\varepsilon_0}$ (Ε) $\Phi = -\frac{6kQ}{a^2}$

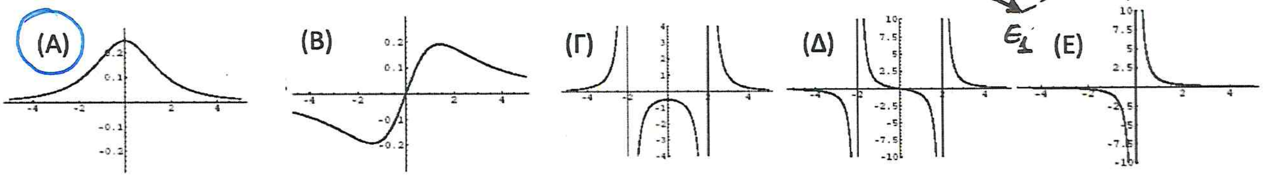
Από τον νόμο του Gauss: $\phi_E = \oiint_S E \cdot dA = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \phi_E = -\frac{k6Q}{\varepsilon_0}$

12. Δύο φορτία έχουν την διάταξη που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ποιο από τα παρακάτω γραφήματα αναπαριστά πιο πιστά την x-συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου E_x για σημεία που βρίσκονται πάνω στον y-άξονα;

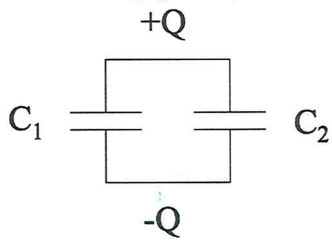


$E_x = E_0 \cos\Theta \Rightarrow \boxed{E_x = E_0 \frac{a}{r}}$

$E_y = 0$ παντού στο y-άξονα
$E_x > 0$ παντού στο y-άξονα
E_x^{max} για $y = x = 0$ αφού $r = a$ οπότε $E_x = E_0$



13. Θεωρήστε την διάταξη των δύο πυκνωτών του διπλανού σχήματος όπου οι πυκνωτές συνδέεονται μεταξύ τους με σύρματα. Ένα φορτίο $+Q$ αποσπάται από το κάτω καλώδιο και προστίθεται στο πάνω καλώδιο. Για την περίπτωση που $C_1 > C_2$, συγκρίνετε τα φορτία των πάνω οπλισμών των δύο πυκνωτών Q_1 και Q_2 καθώς και την διαφορά δυναμικού V_1 και V_2 στα άκρα του κάθε πυκνωτή. Ποια από τις δηλώσεις παρακάτω είναι αληθής ή ψευδής;



I. $Q_1 > Q_2$.
II. $Q_1 = Q_2$.
III. $Q_1 < Q_2$.
IV. $V_1 > V_2$.
V. $V_1 = V_2$.
VI. $V_1 < V_2$.

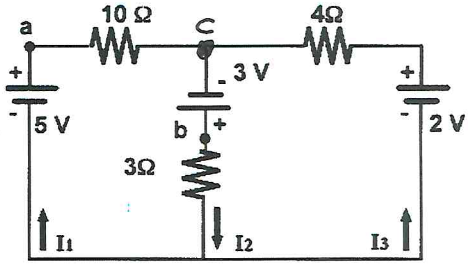
(A) Μόνο I και VI είναι σωστά.
(B) Μόνο το II και VI είναι σωστά.
(Γ) Μόνο το I και IV είναι σωστά.
(Δ) Μόνο το III και VI είναι σωστά.
(E) Μόνο το I και V είναι σωστά.

Οι πυκνωτές είναι συνδεδεμένοι παράλληλα και επομένως $\boxed{V_1 = V_2}$. Αλλά $V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} = V_2 \Rightarrow$
$\Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C_1}{C_2} > 1 \Rightarrow \boxed{Q_1 > Q_2}$

14. Στο παρακάτω σχήμα τα ρεύματα I_1 και I_2 είναι ίσα με 0.13A και 2.22A αντίστοιχα. Η διαφορά δυναμικού $V_a - V_b$. είναι:

(A) $-3V$
(B) $+5V$
(Γ) $-1.7V$
(Δ) $0.0V$
(E) $+2.4V$

$V_a - V_b = -(-I_1 \cdot 10\Omega + 3V) \Rightarrow$
$V_a - V_b = +1.3V - 3V \Rightarrow V_a - V_b = -1.7V$



15. Ένας επίπεδος πυκνωτής είναι συνδεδεμένος με τους πόλους μιας μπαταρίας συγκεκριμένης ηλεκτρεγερτικής δύναμης. Ενώ η μπαταρία παραμένει συνδεδεμένη, η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή ελαττώνεται στο μισό της αρχικής απόστασης. Σαν αποτέλεσμα:

(Α) Το ηλεκτρικό φορτίο στους οπλισμούς διπλασιάζεται.

(Β) Το ηλεκτρικό φορτίο στους οπλισμούς παραμένει αμετάβλητο.

(Γ) Το ηλεκτρικό φορτίο στους οπλισμούς υποδιπλασιάζεται.

(Δ) Η ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στον πυκνωτή παραμένει αμετάβλητη.

(Ε) Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών υποδιπλασιάζεται.

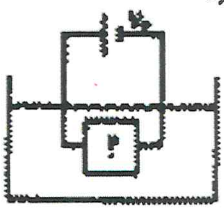
$$\left.\begin{array}{l} C_0 = \varepsilon_0 \dfrac{A}{d_0} \\ C_1 = \varepsilon_0 \dfrac{A}{d_1} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{C_0}{C_1} = \frac{d_1}{d_0} \Rightarrow C_1 = \frac{d_0}{d_1} C_0 \Rightarrow C_1 = \frac{\cancel{d_0}}{\cancel{d_0}/2} C_0 \Rightarrow$$

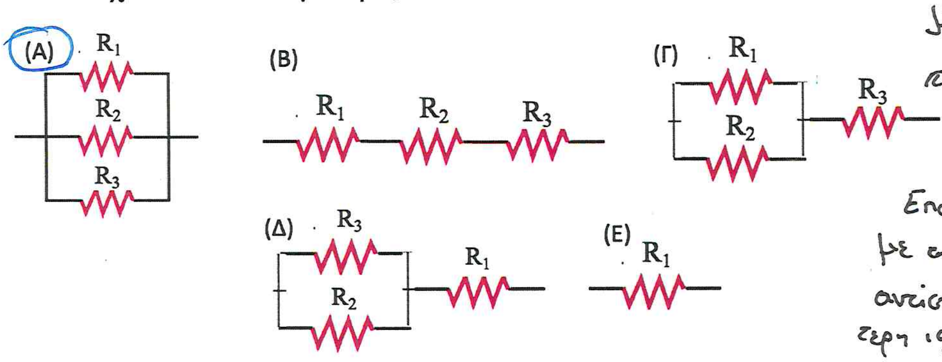
$$C_1 = 2C_0$$

$$V_0 = V_1 \Rightarrow \frac{Q_0}{C_0} = \frac{Q_1}{C_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_1 = \frac{C_1}{C_0} Q_0 = 2Q_0$$

16. Υποθέστε ότι θέλετε να ζεστάνετε ένα δοχείο με νερό και σας έχει δοθεί μια πηγή σταθερού δυναμικού V_o και τρεις αντιστάσεις R_1, R_2 και R_3 και η σχέση μεταξύ τους είναι $R_1 > R_2 > R_3$. Ποια από τις ακόλουθες συνδεσμολογία θα ακολουθήσετε για να ζεστάνετε το νερό του δοχείου το συντομότερο;





Η ισχύς και άρα ενέργεια που παρέχει η μπαταρία είναι: $P = \dfrac{\mathcal{E}^2}{R_{ολ}}$

Επομένως η συνδεσμολογία με την μικρότερη ισοδύναμη αντίσταση θα έχει και την μεγαλύτερη ισχύ. Επομένως η (α)

17. Δύο απομονωμένες αγώγιμες σφαίρες απέχουν μεγάλη απόσταση μεταξύ τους. Η σφαίρα 1 έχει ακτίνα R και είναι φορτισμένη με φορτίο $+3Q$ ενώ η σφαίρα 2 έχει ακτίνα $R_2 = 3R$ και φορτίο $7Q$. Οι σφαίρες ενώνονται τώρα με ένα λεπτό σύρμα χαλκού το οποίο επιτρέπει φορτίο να μετακινηθεί από την μία σφαίρα στην άλλη. Πόσο φορτίο θα μεταφερθεί από την σφαίρα 2 στην σφαίρα 1 (σημειώστε ότι το μεταφερόμενο φορτίο μπορεί να είναι θετικό, αρνητικό ή μηδέν).

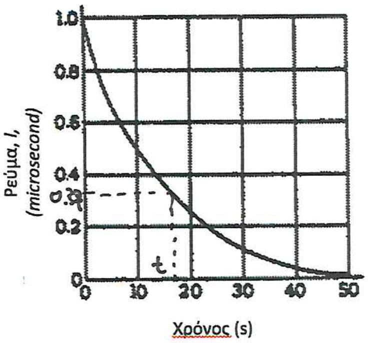
(Α) $-Q/2$ (Β) $+2Q$ (Γ) $-Q/3$ (Δ) $+3Q$ (Ε) κανένα από τα προηγούμενα

Οι δύο σφαίρες ενωμένες αποτελούν αγωγό και το δυναμικό θα είναι το ίδιο. $\Rightarrow V_1 = V_2 \Rightarrow k\dfrac{Q_1}{R_1} = k\dfrac{Q_2}{R_2}$

$\Rightarrow \dfrac{Q_1}{\cancel{R}} = \dfrac{Q_2}{3\cancel{R}} \Rightarrow Q_2 = 3Q_1$. Το ολικό φορτίο πριν και μετά είναι ίδιο, άρα $Q_{ολ} = 10Q \Rightarrow Q_1 + Q_2 = 10Q \Rightarrow$

$\Rightarrow 3Q_1 + Q_1 = 10Q \Rightarrow Q_1 = 2.5Q$ και $Q_2 = 7.5Q$. Επομένως μεταφέρθηκε φορτίο $-Q/2$ ώστε από $+3Q$ να γίνει $+2.5Q$

18. Το διπλανό γράφημα δείχνει το ρεύμα I που διαρρέει ένα κύκλωμα συναρτήσει του χρόνου καθώς φορτίζεται κάποιος πυκνωτής χωρητικότητας C με την βοήθεια μι ας μπαταρίας και μιας αντίστασης R συνδεδεμένα σε σειρά με το πυκνωτή. Ποιο από τα ακόλουθα μπορούμε να συμπεράνουμε:



(A) Η περίοδος ταλάντωσης του κυκλώματος είναι περίπου 20s.

(B) Η σταθερά RC είναι περίπου 14s.

(Γ) Η χρονική σταθερά του κυκλώματος είναι περίπου 10s.

(Δ) Η αντίσταση είναι περίπου 10^6 Ohm

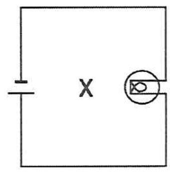
(E) Η χωρητικότητα C του πυκνωτή είναι περίπου $0.7\mu F$.

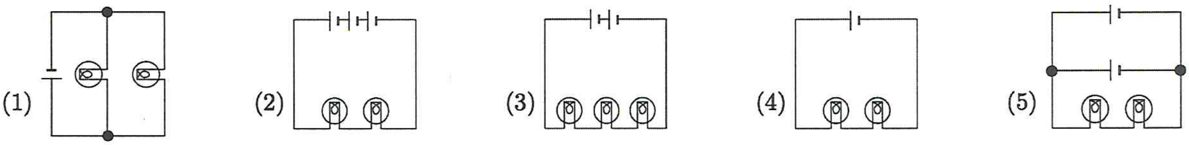
Το ρεύμα για φορτιζόμενο πυκνωτή είναι: $I = I_0 e^{-t/\tau} = I_0 e^{-t/RC}$

Όταν $t = RC$ τότε $I = I_0/e \simeq 37\% I_0$

Επομένως από το γράφημα, $0.37 I_0 = 0.37 A$ αντιστοιχεί σε ~14s

19. Στα ακόλουθα διαγράμματα, όλοι οι λαμπτήρες είναι όμοιοι όπως και όλες οι πηγές ηλεκτρεγερτικής δύναμης. Σε ποιο από τα κυκλώματα κάθε λαμπτήρας θα φωτοβολεί το ίδιο με τον λαμπτήρα του κυκλώματος Χ;

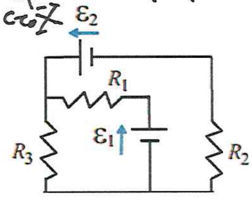




(A) 1 (B) 2 (Γ) 3 (Δ) 4 (E) 5

Το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα Χ είναι E/R και η τάση στα άκρα του λαμπτήρα είναι E. Η συνδεσμολογία (1) έχει E στα άκρα των λαμπτήρων και $R_o = \frac{R}{2}$ επομένως το ρεύμα κάθε κλάδου θα είναι: $I_1 + I_2 = I_{ολ} = 2E/R \Rightarrow 2I_1 = 2E/R \Rightarrow I_1 = E/R$ ίδιο όπως και στο Χ

20. Το διπλανό κύκλωμα περιέχει 2 πηγές ηλεκτρεγερτικής δύναμης $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 9V$ και τρεις αντιστάτες με αντίσταση $R_1 = R_2 = 40\Omega$ και $R_3 = 10\Omega$. Το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση R_3 είναι:



(A) 0.3 A (B) 0.15A (Γ) 0.1A (Δ) 0.05A (E) 0.0A

Εφόσον $R_1 = R_2$ και $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$, το ρεύμα που διαρρέει τους κλάδους αυτούς είναι το ίδιο μέγεθος και μισό από αυτό που διαρρέει την R_3. Εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Kirchhoff

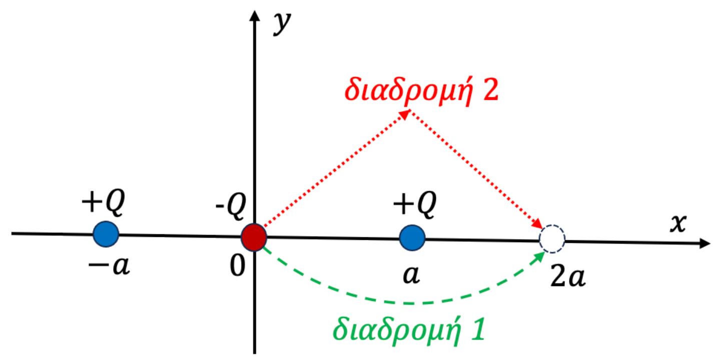
$$\mathcal{E}_1 - I_1 R_1 - I_3 R_3 = 0 \Rightarrow \mathcal{E}_1 - \left(\frac{I_3}{2}\right) R_1 - I_3 R_3 = 0 \Rightarrow I_3 = \frac{\mathcal{E}_1}{\frac{R_1}{2} + R_3} \Rightarrow I_3 = \frac{9V}{\frac{40\Omega}{2} + 10\Omega} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_3 = 0.3A$$

Μέρος Β – Αναλυτικά προβλήματα – Σύνολο 60 μονάδες

Άσκηση 1 **[30μ]**

Ένα σημειακό φορτίο $+Q$ είναι τοποθετημένο στη θέση $x = -a$ στον x-άξονα. Άλλα φορτία μετακινούνται από το άπειρο στην περιοχή γύρω από το φορτίο $+Q$ σύμφωνα με τον τρόπο που περιγράφεται παρακάτω. Υποθέστε ότι σε όλες τις περιπτώσεις, τα επιπλέον φορτία ξεκινούν από την αρχική τους θέση και καταλήγουν στην τελική τους θέση στην κατάσταση της ηρεμίας. Θεωρήστε επίσης ότι το ηλεκτροστατικό δυναμικό και ηλεκτροστατική δυναμική ενέργεια είναι μηδέν στο άπειρο.



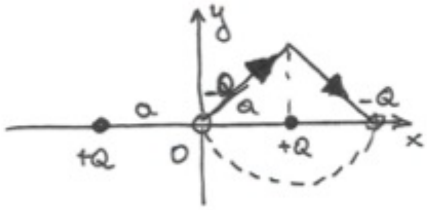
(α) Πόσο έργο απαιτείται για να μεταφερθεί ένα δεύτερο θετικό φορτίο $+Q$ από το άπειρο στη θέση $x = +a$. Ποια είναι η ολική ενέργεια αυτής της διάταξης φορτίων; Σχολιάστε το αποτέλεσμά σας. [**6μ**]

(β) Με τα δύο φορτία στις θέσεις $x = \pm a$, προσδιορίστε το ηλεκτροστατικό δυναμικό στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Υπολογίστε το έργο που απαιτείται για να μεταφερθεί ένα τρίτο φορτίο -Q από το άπειρο στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων $(x = 0)$. Σχολιάστε το αποτέλεσμά σας. [**6μ**]

(γ) Υπολογίστε το έργο που απαιτείται για να μετακινηθεί το φορτίο -Q από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων $(x = 0)$ στη θέση $x = 2a$ κατά μήκος της ημικυκλικής διαδρομής που φαίνεται στο σχήμα (*Διαδρομή* 1). [**6μ**]

(δ) Υπολογίστε το έργο που απαιτείται για να μετακινηθεί το φορτίο -Q από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων $(x = 0)$ στη θέση $x = 2a$ κατά μήκος της *Διαδρομής* 2 που φαίνεται στο σχήμα. [**6μ**]

(ε) Προσδιορίστε την ολική δυναμική ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στην τελική διάταξη των φορτίων (φορτίο $+Q$ στη θέσεις $x = \pm a$ και φορτίο -Q στη θέση $x = 2a$). Σχολιάστε το αποτέλεσμά σας. [**6μ**]



(α) Όταν μόνο το φορτίο +Q βρίσκεται στην διάταξη τότε:

$$V(x=a) = \frac{kQ}{2a}$$

Το έργο που απαιτείται για να μεταφέρουμε ένα δεύτερο +Q στη θέση x=a θα είναι:

$$W = qV \Rightarrow W = \frac{kQ^2}{2a}$$

Επομένως $\boxed{W = \frac{kQ^2}{2a}}$ που ισούται με την ηλεκτροστατική δυναμική ενέργεια της διάταξης φορτίων: $U = W \Rightarrow \boxed{U = \frac{kQ^2}{2a}}$. Το έργο που προσφέρεται από κάποιο εξωτερικό παρατηρητή για να φέρει το φορτίο +Q στη θέση x=a αποθηκεύεται ως δυναμική ενέργεια στο ηλεκτρικό πεδίο

(β) Όταν και τα δύο θετικά φορτία είναι παρόντα στη διάταξη τότε το δυναμικό στη θέση x=0 θα είναι η υπέρθεση των δυναμικών από κάθε φορτίο:

$$V(x=0) = \frac{kQ}{a} + \frac{kQ}{a} \Rightarrow \boxed{V(x=0) = \frac{2kQ}{a}}$$

Το έργο για να μεταφερθεί ένα φορτίο −Q στο x=0 είναι: $W = qV \Rightarrow \boxed{W = \frac{-2kQ^2}{a}}$

Παρατηρείστε ότι το έργο είναι αρνητικό $W<0$. Ένας εξωτερικός παρατηρητής θα πρέπει να παρέξει αρνητικό έργο, που σημαίνει ότι ο εξωτερικός παρατηρητής θα πρέπει να αποτρέψει το φορτίο να επιταχυνθεί (εφόσον το −Q έλκεται από τα δύο θετικά φορτία). Το ηλεκτρικό πεδίο εκτελεί θετικό έργο. Υπάρχει λιγότερη ηλεκτροστατική δυναμική ενέργεια στην διάταξη των φορτίων που περιέχουν το −Q στη θέση x=0 απ' όταν το −Q είναι στο άπειρο (γ) Το έργο για να μετακινηθεί το φορτίο $-Q$ από τη θέση $x=0$ στη θέση $x=2a$ είναι ανεξάρτητο της διαδρομής.

$$W = q\Delta V$$

$$\left.\begin{array}{l} V_b(x=2a) = \dfrac{kQ}{a} + \dfrac{kQ}{3a} = \dfrac{4kQ}{3a} \\ V_a(x=0) = \dfrac{kQ}{a} + \dfrac{kQ}{a} = \dfrac{2kQ}{a} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta V = V_b - V_a = \frac{4kQ}{3a} - \frac{2Qk}{a} \Rightarrow \boxed{\Delta V = -\frac{2Qk}{3a}}$$

Επομένως το έργο θα είναι: $\boxed{W = q\Delta V = +\dfrac{2Q^2k}{3a}}$

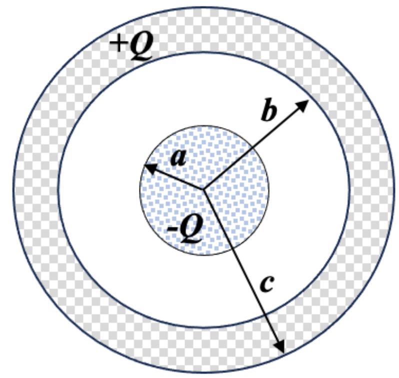
(δ) Το έργο είναι ανεξάρτητο της διαδρομής και επομένως $\boxed{W = +\dfrac{2kQ^2}{3a}}$

(ε) Η ολική δυναμική ενέργεια είναι:

$$U = \frac{kQ^2}{2a} - \frac{kQ^2}{a} - \frac{kQ^2}{3a} = \frac{3kQ^2 - 6kQ^2 - 2kQ^2}{6a} \Rightarrow \boxed{U = -\frac{5kQ^2}{6a}}$$

Το αρνητικό πρόσημο (−) δηλώνει ότι η ηλεκτροστατική δυναμική ενέργεια της διάταξης αυτής φορτίων είναι μικρότερη από την διάταξη με το φορτίο $-Q$ στο άπειρο.

<u>Άσκηση 2</u> [30μ]



Ένας σφαιρικός πυκνωτής αποτελείται από μια αγώγιμη συμπαγή σφαίρα ακτίνας a στο εσωτερικό του η οποία περιβάλλεται από έναν αγώγιμο σφαιρικό φλοιό εσωτερικής ακτίνας b και εξωτερικής ακτίνας c. Ο πυκνωτής είναι φορτισμένος με φορτίο $-Q$ στην εσωτερική σφαίρα και φορτίο $+Q$ στον εξωτερικό σφαιρικό φλοιό. Η συντεταγμένη r μετρά την απόσταση από το κέντρο της συμπαγούς σφαίρας.

(α) Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}(r)$ παντού στο χώρο εξαιτίας αυτής της διάταξης φορτίων. Θα πρέπει να σημειώσετε την κατεύθυνση και μέτρο του πεδίου. Σχεδιάστε το γράφημα του ηλεκτρικού πεδίου $E(r)$ συναρτήσει της απόστασης r για όλα τα r. [**5μ**]

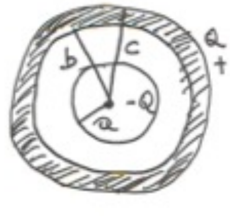
(β) Στο ερώτημα (γ) θα υπολογίσετε τη διαφορά δυναμικού ΔV μεταξύ του εσωτερικού και εξωτερικού αγωγού της διάταξης. Ωστόσο πριν υπολογίσετε την τιμή αναφέρετε ποιο θα είναι το πρόσημο (θετικό ή αρνητικό) της διαφοράς δυναμικού $\Delta V = V_b - V_a$. Θα πρέπει να εξηγήσετε λεπτομερώς την απάντησή σας για να δοθούν οι αντίστοιχες μονάδες του ερωτήματος. [**2μ**]

(γ) Προσδιορίστε τη διαφορά δυναμικού $\Delta V = V_b - V_a$ μεταξύ του εσωτερικού και εξωτερικού αγωγού. [**6μ**]

(δ) Από το αποτέλεσμα στο ερώτημα (γ), προσδιορίστε την χωρητικότητα της διάταξης και την ενέργεια που είναι αποθηκευμένη σε αυτήν. [**5μ**]

(ε) Λαμβάνοντας το ηλεκτροστατικό δυναμικό να είναι μηδέν στο άπειρο, προσδιορίστε την τιμή του δυναμικού $V(r)$ για όλες τις πιθανές τιμές του r και κάντε το γράφημα του $V(r)$ συναρτήσει της απόστασης r. [**6μ**]

(στ) Προσδιορίστε την πυκνότητα ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου στην περιοχή μεταξύ a και b. Ολοκληρώστε την πυκνότητα ενέργειας ως προς τον όγκο μεταξύ των δύο αγωγών και συγκρίνετε με την απάντησή σας στο ερώτημα (δ). [**6μ**]



(α) Έχουμε δύο αγωγούς, και επομένως το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό των αγωγών είναι 0.

Το φορτίο θα πρέπει να βρίσκεται στην επιφάνεια του αγωγού.

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{περ}}{\varepsilon_0}$$

Για $r<a$ $E=0$ γιατί δεν υπάρχει φορτίο το οποίο να περιέχεται στην επιφάνεια σφαίρας με ακτίνα $r<a$

Για $b<r<c$ $E=0$ δεν υπάρχουν φορτία στο εσωτερικό του σφαιρικού φλοιού.

Για $a<r<b$ $\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = -E\cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{περ}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E\cdot 4\pi r^2 = -\frac{Q}{\varepsilon_0} \rightarrow \boxed{\vec{E} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}}$

Για $r>c$ $E=0$ αφού το συνολικό φορτίο είναι 0 στο εσωτερικό της σφαιρικής επιφάνειας, με ακτίνα $r>c$.

Επομένως το ηλεκτρικό πεδίο είναι 0 για όλο τον χώρο εκτός από την περιοχή ανάμεσα στους δύο σφαιρικούς φλοιούς, $a<r<b$ όπου $\vec{E} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$.

(β) Η διαφορά δυναμικού είναι $\Delta V = V_b - V_a$. Εφόσον το ηλεκτρικό πεδίο έχει διεύθυνση από σημεία υψηλού δυναμικού σε σημεία με χαμηλότερο δυναμικό, συμπεραίνουμε ότι $V_b > V_a$ οπότε $\boxed{V_b - V_a > 0}$ θετική διαφορά δυναμικού.

(γ) Ξέρουμε ότι $\Delta V = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_a^b\left(-\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)dr = \int_a^b \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr \Rightarrow$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^b \frac{dr}{r^2} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left.\frac{1}{r}\right|_a^b \Rightarrow \Delta V = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right) \Rightarrow \boxed{\Delta V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{b-a}{ab}\right)}$$

(δ) Από το προηγούμενο ερώτημα έχουμε:

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{b-a}{ab} > 0$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \Rightarrow \boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a}}$$

Αλλά $\quad u_E = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV \Rightarrow \boxed{u_E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}Q^2\frac{b-a}{4\pi\varepsilon_0 ab}}$

(ε) Το δυναμικό σε οποιοδήποτε σημείο του χώρου θα είναι:

$$\Delta V_{r,\infty} = -\int_{\infty}^{r}\vec{E}\cdot d\vec{l} \Rightarrow \Delta V_{r,\infty} = V(r) - V(\infty)$$

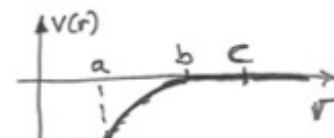
$$\Delta V_{\infty,r}(r>c) = -\int_{\infty}^{r} 0\cdot dl = 0 \Rightarrow V(r) = 0$$

$$\Delta V_{\infty,r}(b<r<c) = -\int_{\infty}^{r}\vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_{\infty}^{r} 0\, d\vec{l} = 0 \Rightarrow V(r) = 0.$$

$$\Delta V_{\infty,r}(a<r<b) = -\int_{\infty}^{r}\vec{E}d\vec{l} = -\int_{\infty}^{b} 0\, dr + \left(-\int_{b}^{a}\left(-\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)dr\right) = +\int_{b}^{r}\frac{Q\, dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta V_{\infty,r}(a<r<b) = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b}\right)$$

$$\Delta V_{\infty,r}(r<a) = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$



Να σημειωθεί ότι για $r=b$ $\Delta V=0$.

(στ) Η ηλεκτροστατική ενέργεια είναι: $u_E = \frac{1}{2}\varepsilon|E|^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0\left|\frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right|^2 \quad a<r<b$

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0\frac{Q^2}{16\pi^2\varepsilon_0 r^4} \Rightarrow \boxed{u_E = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 r^4}}$$

$U = \int_a^b u_E dV$ αλλά $dV = 4\pi r^2 dr$ και άρα $U = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0}4\pi\int_a^b\frac{dr}{r^2} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\Big|_a^b\right)$

$$\Rightarrow U = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \Rightarrow \boxed{U = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{b-a}{ab}\right)}$$

ίδιο αποτέλεσμα με το υποερώτημα (d).