ΦΥΣ 331 – Χειμερινό Εξάμηνο 2015

Ενδιάμεση Εξέταση

Τρίτη 27/10/2015 **Διάρκεια**: **17:30 – 19:30**

Σας δίνονται 6 ισοδύναμα προβλήματα και θα πρέπει να απαντήσετε σε όλα. Σύνολο μονάδων 60.

Καλή Επιτυχία

1. [**10μ**]

   Ένα σωματίδιο το οποίο κινείται με ταχύτητα *u*, προσεγγίζει ένα πανομοιότυπο σωματίδιο σε ηρεμία (στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου).

   (α) Δείξτε ότι η ταχύτητα κάθε σωματιδίου στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας δίνεται από την σχέση $\frac{c^2}{u}\left(1-\sqrt{1-u^2/c^2}\right)$. [**6μ**]

   (β) Βρείτε την αντίστοιχη έκφραση για το μη σχετικιστικό όριο. [**4μ**]

2. [**10μ**]

   (α) Δείξτε ότι τα φορτισμένα σωματίδια δεν είναι ιδιοκαταστάσεις του C, του τελεστή συζυγίας φορτίου. [**6μ**]

   (β) Δείξτε ότι οι εξισώσεις Maxwell στο κενό είναι αναλλοίωτες κάτω από αναστροφή χρόνου. [**4μ**]

   Υπενθύμιση: Για όσους ίσως δεν θυμούνται, οι εξισώσεις Maxwell είναι:

   $$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=\rho \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E}+\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}=0$$

   $$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0 \qquad \vec{\nabla}\times\vec{B}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\vec{E}=\vec{j}$$

3. [**10μ**]

   Θεωρήστε τις διασπάσεις του η-μεσονίου, $\eta\to\pi\pi$ και $\eta\to\pi\pi\pi$. Εξηγήστε αναλυτικά:

   (α) Γιατί η διάσπαση σε δύο πιόνια απαγορεύεται για τις ισχυρές και ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις. [**4μ**]

   (β) Γιατί η διάσπαση σε τρία πιόνια επιτρέπεται από τις ηλεκτρομαγνητικές αλλά απαγορεύεται από τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις. [**6μ**]

4. [**10μ**]

   Να δείξετε ότι η διάσπαση $\omega\to\pi^+\pi^-\pi^0$ διατηρεί το isospin ενώ η διάσπαση $\omega\to\pi^0\pi^0\pi^0$ δεν το διατηρεί.

5. [**10μ**]

(α) Αποδείξτε τις σχέσεις που δίνουν την ενέργεια κέντρου μάζας για τις περιπτώσεις ενός επιταχυντή και δέσμης-σταθερού στόχου. Θα πρέπει να λάβετε υπόψην σας τις μάζες των συγκρουόμενων σωματιδίων. [**4μ**]

(β) Δυο σχετικά πρόσφατα πειράματα, το BaBar στο SLAC των ΗΠΑ και το Belle στο KEK της Ιαπωνίας, μελετούσαν B^0-μεσόνια ($m_{B^0} = 5.28\, GeV/c^2$) που παράγονταν σε διασπάσεις $Y(4S)$ μέσω της διαδικασίας $e^+e^- \to Y(4S) \to B^0\bar{B}^0$. Οι δυο επιταχυντές λειτουργούσαν σε ενέργεια κέντρου μάζας $E_{CM} = M_{Y(4S)} = 10.58\, GeV/c^2$. Το κέντρο μάζας είναι προωθημένο ώστε να κάνει τους χρόνους ζωής μετρήσιμους.

(i) Για μια ώθηση $\beta\gamma = 0.56$, προσδιορίστε τις απαιτούμενες ενέργειες των e^+ και e^- των δυο δεσμών. [**2μ**]

(ii) Προσδιορίστε την μέση απόσταση μεταξύ του σημείου παραγωγής του B-μεσονίου και του σημείου διάσπασής του στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου. Δίνεται ότι ο ιδιόχρονος του B^0-μεσονίου είναι $\tau = 1.52\, ps$. [**1μ**]

(iii) Για την διάσπαση $B^0 \to \pi^+\pi^-$ προσδιορίστε το εύρος των τιμών των ορμών των δύο πιονίων στο σύστημα του εργαστηρίου. [**3μ**]

6. [**10μ**]

Μια δέσμη K^0 παράγεται από την σκέδαση $\pi^- p \to K^0\Lambda^0$ και διαδίδεται στο κενό και μπορεί να διασπαστεί. Σε απόσταση d που αντιστοιχεί σε 20 φορές τον χρόνο ζωής του K_1 ($d = 20c\tau_{\mathrm{K}_1}$) υπάρχει ένας στόχος που απορροφά το 10% της προσπίπτουσας δέσμης των K^0. Αν η ενεργός διατομή σκέδασης των $\bar{\mathrm{K}}^0$ είναι τρεις φορές μεγαλύτερη από αυτή των K^0, υπολογίστε το σχετικό ποσοστό των K_1 και K_2 στην δέσμη:

(α) Ακριβώς στο σημείο παραγωγής της δέσμης. [**2μ**]

(β) Ακριβώς πριν τον στόχο. [**3μ**]

(γ) Ακριβώς μετά τον στόχο. [**5μ**]

Υποθέστε ότι τα καόνια είναι χαμηλής ενέργειας και αγνοήστε σχετικιστικές επιδράσεις. Σας δίνεται ότι ο χρόνος ζωής των K_2 είναι $\tau_{\mathrm{K}_2} \approx 600\tau_{\mathrm{K}_1}$.

$\pi^{\pm}$

$I^G(J^P) = 1^-(0^-)$

We have omitted some results that have been superseded by later experiments. The omitted results may be found in our 1988 edition Physics Letters **B204** 1 (1988).

$\pi^{\pm}$ MASS

VALUE (MeV)	*DOCUMENT ID*	*TECN*	*CHG*	*COMMENT*
139.57018±0.00035 OUR FIT	Error includes scale factor of 1.2.			

π^+ DECAY MODES

π^- modes are charge conjugates of the modes below.

For decay limits to particles which are not established, see the section on Searches for Axions and Other Very Light Bosons.

	Mode		Fraction (Γ_i/Γ)	Confidence level
Γ_1	$\mu^+\nu_\mu$	[a]	(99.98770±0.00004) %	
Γ_2	$\mu^+\nu_\mu\gamma$	[b]	(2.00 ±0.25) $\times 10^{-4}$	
Γ_3	$e^+\nu_e$	[a]	(1.230 ±0.004) $\times 10^{-4}$	
Γ_4	$e^+\nu_e\gamma$	[b]	(7.39 ±0.05) $\times 10^{-7}$	
Γ_5	$e^+\nu_e\pi^0$		(1.036 ±0.006) $\times 10^{-8}$	
Γ_6	$e^+\nu_e e^+ e^-$		(3.2 ±0.5) $\times 10^{-9}$	
Γ_7	$e^+\nu_e\nu\overline{\nu}$		< 5 $\times 10^{-6}$	90%

Citation: K.A. Olive *et al.* (Particle Data Group), Chin. Phys. C, **38**, 090001 (2014) and 2015 update

π^0

$I^G(J^{PC}) = 1^-(0^{-+})$

We have omitted some results that have been superseded by later experiments. The omitted results may be found in our 1988 edition Physics Letters **B204** 1 (1988).

π^0 MASS

The value is calculated from $m_{\pi^\pm}$ and $(m_{\pi^\pm} - m_{\pi^0})$. See also the notes under the $\pi^\pm$ Mass Listings.

VALUE (MeV)	*DOCUMENT ID*
134.9766±0.0006 OUR FIT	Error includes scale factor of 1.1.

π^0 DECAY MODES

For decay limits to particles which are not established, see the appropriate Search sections (A^0 (axion) and Other Light Boson (X^0) Searches, etc.).

	Mode	Fraction (Γ_i/Γ)	Scale factor/ Confidence level
Γ_1	2γ	(98.823 ± 0.034) %	S=1.5
Γ_2	$e^+ e^- \gamma$	(1.174 ± 0.035) %	S=1.5
Γ_3	γ positronium	$(1.82 \pm 0.29) \times 10^{-9}$	
Γ_4	$e^+ e^+ e^- e^-$	$(3.34 \pm 0.16) \times 10^{-5}$	
Γ_5	$e^+ e^-$	$(6.46 \pm 0.33) \times 10^{-8}$	
Γ_6	4γ	$< 2 \times 10^{-8}$	CL=90%
Γ_7	$\nu\overline{\nu}$	[a] $< 2.7 \times 10^{-7}$	CL=90%
Γ_8	$\nu_e \overline{\nu}_e$	$< 1.7 \times 10^{-6}$	CL=90%
Γ_9	$\nu_\mu \overline{\nu}_\mu$	$< 1.6 \times 10^{-6}$	CL=90%

Citation: K.A. Olive *et al.* (Particle Data Group), Chin. Phys. C, **38**, 090001 (2014) and 2015 update

$\omega(782)$

$I^G(J^{PC}) = 0^-(1^{--})$

$\omega(782)$ DECAY MODES

	Mode	Fraction (Γ_i/Γ)	Scale factor/ Confidence level
Γ_1	$\pi^+ \pi^- \pi^0$	(89.2 ± 0.7) %	
Γ_2	$\pi^0 \gamma$	(8.28 ± 0.28) %	S=2.1
Γ_3	$\pi^+ \pi^-$	$(1.53^{+0.11}_{-0.13})$ %	S=1.2
Γ_4	neutrals (excluding $\pi^0 \gamma$)	$(8 {}^{+8}_{-5}) \times 10^{-3}$	S=1.1
Γ_5	$\eta\gamma$	$(4.6 \pm 0.4) \times 10^{-4}$	S=1.1
Γ_6	$\pi^0 e^+ e^-$	$(7.7 \pm 0.6) \times 10^{-4}$	
Γ_7	$\pi^0 \mu^+ \mu^-$	$(1.3 \pm 0.4) \times 10^{-4}$	S=2.1

η

$$I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{-+})$$

We have omitted some results that have been superseded by later experiments. The omitted results may be found in our 1988 edition Physics Letters **B204** (1988).

η MASS

Recent measurements resolve the obvious inconsistency in previous η mass measurements in favor of the higher value first reported by NA48 (LAI 02). We use only precise measurements consistent with this higher mass value for our η mass average.

VALUE (MeV)	*EVTS*	*DOCUMENT ID*	*TECN*	*COMMENT*
547.862±0.017 OUR AVERAGE				

η DECAY MODES

	Mode	Fraction (Γ_i/Γ)	Scale factor/ Confidence level
	Neutral modes		
Γ_1	neutral modes	(72.12±0.34) %	S=1.2
Γ_2	2γ	(39.41±0.20) %	S=1.1
Γ_3	$3\pi^0$	(32.68±0.23) %	S=1.1
Γ_4	$\pi^0 2\gamma$	(2.56±0.22) $\times 10^{-4}$	
Γ_5	$2\pi^0 2\gamma$	$< 1.2 \times 10^{-3}$	CL=90%
Γ_6	4γ	$< 2.8 \times 10^{-4}$	CL=90%
Γ_7	invisible	$< 1.0 \times 10^{-4}$	CL=90%
	Charged modes		
Γ_8	charged modes	(28.10±0.34) %	S=1.2
Γ_9	$\pi^+\pi^-\pi^0$	(22.92±0.28) %	S=1.2
Γ_{10}	$\pi^+\pi^-\gamma$	(4.22±0.08) %	S=1.1

43. CLEBSCH-GORDAN COEFFICIENTS, SPHERICAL HARMONICS, AND d FUNCTIONS

Note: A square-root sign is to be understood over *every* coefficient, *e.g.*, for $-8/15$ read $-\sqrt{8/15}$.

Notation:

		J	J	...
		M	M	...
m_1	m_2	Coefficients		
m_1	m_2			
.	.			

$$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta$$

$$Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta\, e^{i\phi}$$

$$Y_2^0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}}\left(\frac{3}{2}\cos^2\theta - \frac{1}{2}\right)$$

$$Y_2^1 = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}}\sin\theta\cos\theta\, e^{i\phi}$$

$$Y_2^2 = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{15}{2\pi}}\sin^2\theta\, e^{2i\phi}$$

$$Y_\ell^{-m} = (-1)^m Y_\ell^{m*}$$

$$d^{\,\ell}_{m,0} = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}}\, Y_\ell^m\, e^{-im\phi}$$

$$\langle j_1 j_2 m_1 m_2 | j_1 j_2 J M\rangle = (-1)^{J-j_1-j_2}\langle j_2 j_1 m_2 m_1 | j_2 j_1 J M\rangle$$

$$d^{\,j}_{m',m} = (-1)^{m-m'} d^{\,j}_{m,m'} = d^{\,j}_{-m,-m'}$$

1/2×1/2

m_1	m_2	1
		+1
+1/2	+1/2	1

m_1	m_2	1	0
		0	0
+1/2	−1/2	1/2	1/2
−1/2	+1/2	1/2	−1/2

m_1	m_2	1
		−1
−1/2	−1/2	1

1×1/2

m_1	m_2	3/2
		+3/2
+1	+1/2	1

m_1	m_2	3/2	1/2
		+1/2	+1/2
+1	−1/2	1/3	2/3
0	+1/2	2/3	−1/3

m_1	m_2	3/2	1/2
		−1/2	−1/2
0	−1/2	2/3	1/3
−1	+1/2	1/3	−2/3

m_1	m_2	3/2
		−3/2
−1	−1/2	1

2×1/2

m_1	m_2	5/2
		+5/2
+2	+1/2	1

m_1	m_2	5/2	3/2
		+3/2	+3/2
+2	−1/2	1/5	4/5
+1	+1/2	4/5	−1/5

m_1	m_2	5/2	3/2
		+1/2	+1/2
+1	−1/2	2/5	3/5
0	+1/2	3/5	−2/5

m_1	m_2	5/2	3/2
		−1/2	−1/2
0	−1/2	3/5	2/5
−1	+1/2	2/5	−3/5

m_1	m_2	5/2	3/2
		−3/2	−3/2
−1	−1/2	4/5	1/5
−2	+1/2	1/5	−4/5

m_1	m_2	5/2
		−5/2
−2	−1/2	1

3/2×1/2

m_1	m_2	2
		+2
+3/2	+1/2	1

m_1	m_2	2	1
		+1	+1
+3/2	−1/2	1/4	3/4
+1/2	+1/2	3/4	−1/4

m_1	m_2	2	1
		0	0
+1/2	−1/2	1/2	1/2
−1/2	+1/2	1/2	−1/2

m_1	m_2	2	1
		−1	−1
−1/2	−1/2	3/4	1/4
−3/2	+1/2	1/4	−3/4

m_1	m_2	2
		−2
−3/2	−1/2	1

2×1

m_1	m_2	3
		+3
+2	+1	1

m_1	m_2	3	2
		+2	+2
+2	0	1/3	2/3
+1	+1	2/3	−1/3

m_1	m_2	3	2	1
		+1	+1	+1
+2	−1	1/15	1/3	3/5
+1	0	8/15	1/6	−3/10
0	+1	2/5	−1/2	1/10

m_1	m_2	3	2	1
		0	0	0
+1	−1	1/5	1/2	3/10
0	0	3/5	0	−2/5
−1	+1	1/5	−1/2	3/10

m_1	m_2	3	2	1
		−1	−1	−1
0	−1	2/5	1/2	1/10
−1	0	8/15	−1/6	−3/10
−2	+1	1/15	−1/3	3/5

m_1	m_2	3	2
		−2	−2
−1	−1	2/3	1/3
−2	0	1/3	−2/3

m_1	m_2	3
		−3
−2	−1	1

1×1

m_1	m_2	2
		+2
+1	+1	1

m_1	m_2	2	1
		+1	+1
+1	0	1/2	1/2
0	+1	1/2	−1/2

m_1	m_2	2	1	0
		0	0	0
+1	−1	1/6	1/2	1/3
0	0	2/3	0	−1/3
−1	+1	1/6	−1/2	1/3

m_1	m_2	2	1
		−1	−1
0	−1	1/2	1/2
−1	0	1/2	−1/2

m_1	m_2	2
		−2
−1	−1	1

3/2×1

m_1	m_2	5/2
		+5/2
+3/2	+1	1

m_1	m_2	5/2	3/2
		+3/2	+3/2
+3/2	0	2/5	3/5
+1/2	+1	3/5	−2/5

m_1	m_2	5/2	3/2	1/2
		+1/2	+1/2	+1/2
+3/2	−1	1/10	2/5	1/2
+1/2	0	3/5	1/15	−1/3
−1/2	+1	3/10	−8/15	1/6

m_1	m_2	5/2	3/2	1/2
		−1/2	−1/2	−1/2
+1/2	−1	3/10	8/15	1/6
−1/2	0	3/5	−1/15	−1/3
−3/2	+1	1/10	−2/5	1/2

m_1	m_2	5/2	3/2
		−3/2	−3/2
−1/2	−1	3/5	2/5
−3/2	0	2/5	−3/5

m_1	m_2	5/2
		−5/2
−3/2	−1	1

2×3/2

m_1	m_2	7/2
		+7/2
+2	+3/2	1

m_1	m_2	7/2	5/2
		+5/2	+5/2
+2	+1/2	3/7	4/7
+1	+3/2	4/7	−3/7

m_1	m_2	7/2	5/2	3/2
		+3/2	+3/2	+3/2
+2	−1/2	1/7	16/35	2/5
+1	+1/2	4/7	1/35	−2/5
0	+3/2	2/7	−18/35	1/5

m_1	m_2	7/2	5/2	3/2	1/2
		+1/2	+1/2	+1/2	+1/2
+2	−3/2	1/35	6/35	2/5	2/5
+1	−1/2	12/35	5/14	0	−3/10
0	+1/2	18/35	−3/35	−1/5	1/5
−1	+3/2	4/35	−27/70	2/5	−1/10

m_1	m_2	7/2	5/2	3/2	1/2
		−1/2	−1/2	−1/2	−1/2
+1	−3/2	4/35	27/70	2/5	1/10
0	−1/2	18/35	3/35	−1/5	−1/5
−1	+1/2	12/35	−5/14	0	3/10
−2	+3/2	1/35	−6/35	2/5	−2/5

m_1	m_2	7/2	5/2	3/2
		−3/2	−3/2	−3/2
0	−3/2	2/7	18/35	1/5
−1	−1/2	4/7	−1/35	−2/5
−2	+1/2	1/7	−16/35	2/5

m_1	m_2	7/2	5/2
		−5/2	−5/2
−1	−3/2	4/7	3/7
−2	−1/2	3/7	−4/7

m_1	m_2	7/2
		−7/2
−2	−3/2	1

3/2×3/2

m_1	m_2	3
		+3
+3/2	+3/2	1

m_1	m_2	3	2
		+2	+2
+3/2	+1/2	1/2	1/2
+1/2	+3/2	1/2	−1/2

m_1	m_2	3	2	1
		+1	+1	+1
+3/2	−1/2	1/5	1/2	3/10
+1/2	+1/2	3/5	0	−2/5
−1/2	+3/2	1/5	−1/2	3/10

m_1	m_2	3	2	1	0
		0	0	0	0
+3/2	−3/2	1/20	1/4	9/20	1/4
+1/2	−1/2	9/20	1/4	−1/20	−1/4
−1/2	+1/2	9/20	−1/4	−1/20	1/4
−3/2	+3/2	1/20	−1/4	9/20	−1/4

m_1	m_2	3	2	1
		−1	−1	−1
+1/2	−3/2	1/5	1/2	3/10
−1/2	−1/2	3/5	0	−2/5
−3/2	+1/2	1/5	−1/2	3/10

m_1	m_2	3	2
		−2	−2
−1/2	−3/2	1/2	1/2
−3/2	−1/2	1/2	−1/2

m_1	m_2	3
		−3
−3/2	−3/2	1

2×2

m_1	m_2	4
		+4
+2	+2	1

m_1	m_2	4	3
		+3	+3
+2	+1	1/2	1/2
+1	+2	1/2	−1/2

m_1	m_2	4	3	2
		+2	+2	+2
+2	0	3/14	1/2	2/7
+1	+1	4/7	0	−3/7
0	+2	3/14	−1/2	2/7

m_1	m_2	4	3	2	1
		+1	+1	+1	+1
+2	−1	1/14	3/10	3/7	1/5
+1	0	3/7	1/5	−1/14	−3/10
0	+1	3/7	−1/5	−1/14	3/10
−1	+2	1/14	−3/10	3/7	−1/5

m_1	m_2	4	3	2	1	0
		0	0	0	0	0
+2	−2	1/70	1/10	2/7	2/5	1/5
+1	−1	8/35	2/5	1/14	−1/10	−1/5
0	0	18/35	0	−2/7	0	1/5
−1	+1	8/35	−2/5	1/14	1/10	−1/5
−2	+2	1/70	−1/10	2/7	−2/5	1/5

m_1	m_2	4	3	2	1
		−1	−1	−1	−1
+1	−2	1/14	3/10	3/7	1/5
0	−1	3/7	1/5	−1/14	−3/10
−1	0	3/7	−1/5	−1/14	3/10
−2	+1	1/14	−3/10	3/7	−1/5

m_1	m_2	4	3	2
		−2	−2	−2
0	−2	3/14	1/2	2/7
−1	−1	4/7	0	−3/7
−2	0	3/14	−1/2	2/7

m_1	m_2	4	3
		−3	−3
−1	−2	1/2	1/2
−2	−1	1/2	−1/2

m_1	m_2	4
		−4
−2	−2	1

$$d^{\,1}_{0,0} = \cos\theta \qquad d^{\,1/2}_{1/2,1/2} = \cos\frac{\theta}{2} \qquad d^{\,1/2}_{1/2,-1/2} = -\sin\frac{\theta}{2}$$

$$d^{\,1}_{1,1} = \frac{1+\cos\theta}{2} \qquad d^{\,1}_{1,0} = -\frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} \qquad d^{\,1}_{1,-1} = \frac{1-\cos\theta}{2}$$

$$d^{\,3/2}_{3/2,3/2} = \frac{1+\cos\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$$

$$d^{\,3/2}_{3/2,1/2} = -\sqrt{3}\frac{1+\cos\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}$$

$$d^{\,3/2}_{3/2,-1/2} = \sqrt{3}\frac{1-\cos\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$$

$$d^{\,3/2}_{3/2,-3/2} = -\frac{1-\cos\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}$$

$$d^{\,3/2}_{1/2,1/2} = \frac{3\cos\theta-1}{2}\cos\frac{\theta}{2}$$

$$d^{\,3/2}_{1/2,-1/2} = -\frac{3\cos\theta+1}{2}\sin\frac{\theta}{2}$$

$$d^{\,2}_{2,2} = \left(\frac{1+\cos\theta}{2}\right)^2$$

$$d^{\,2}_{2,1} = -\frac{1+\cos\theta}{2}\sin\theta$$

$$d^{\,2}_{2,0} = \frac{\sqrt{6}}{4}\sin^2\theta$$

$$d^{\,2}_{2,-1} = -\frac{1-\cos\theta}{2}\sin\theta$$

$$d^{\,2}_{2,-2} = \left(\frac{1-\cos\theta}{2}\right)^2$$

$$d^{\,2}_{1,1} = \frac{1+\cos\theta}{2}(2\cos\theta-1)$$

$$d^{\,2}_{1,0} = -\sqrt{\frac{3}{2}}\sin\theta\cos\theta$$

$$d^{\,2}_{1,-1} = \frac{1-\cos\theta}{2}(2\cos\theta+1)$$

$$d^{\,2}_{0,0} = \left(\frac{3}{2}\cos^2\theta - \frac{1}{2}\right)$$

Figure 43.1: The sign convention is that of Wigner (*Group Theory*, Academic Press, New York, 1959), also used by Condon and Shortley (*The Theory of Atomic Spectra*, Cambridge Univ. Press, New York, 1953), Rose (*Elementary Theory of Angular Momentum*, Wiley, New York, 1957), and Cohen (*Tables of the Clebsch-Gordan Coefficients*, North American Rockwell Science Center, Thousand Oaks, Calif., 1974).