

ΦΥΣ. 133
1^η ΠΡΟΟΔΟΣ 8-Οκτωβρίου-2004

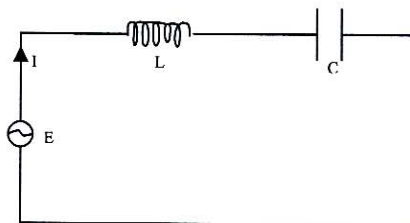
Γράψτε τα στοιχεία σας στην πρώτη σελίδα των απαντήσεων σας.

Απαντήστε σε όλες τις ερωτήσεις 1-5 και σε 2 από τις ερωτήσεις 6-9.

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τις σημειώσεις σας και το βιβλίο.

ΟΧΙ ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΕΣ.

1. Η εξίσωση μετασχηματισμού μεταξύ καρτεσιανών και παραβολικών συντεταγμένων (ξ, η, z) δίνεται από τη σχέση $\vec{r} = \xi \hat{i} + \frac{1}{2}(\eta^2 - \xi^2)\hat{j} + z\hat{k}$. Να υπολογισθεί η κινητική ενέργεια σωματιδίου μάζας m στις παραβολικές συντεταγμένες **(5β)**. Η εξίσωση μετασχηματισμού μεταξύ καρτεσιανών και περιστρεφόμενων αξόνων (ξ, η, z) δίνεται από την εξίσωση $\vec{r} = (\xi \cos \alpha - \eta \sin \alpha)\hat{i} + (\xi \sin \alpha + \eta \cos \alpha)\hat{j} + z\hat{k}$. Να βρεθεί η κινητική ενέργεια σωματιδίου μάζας m στις περιστρεφόμενες συντεταγμένες **(5β)**.
2. Με βάση τις γνώσεις σας σε ηλεκτρικά κυκλώματα, το γεγονός ότι το ρεύμα $I = dq/dt$, όπου q το ηλεκτρικό φορτίο, και την βοήθεια του δεύτερου νόμου του Kirchhoff, που εκφράζει τη διατήρηση της ενέργειας στο κύκλωμα, να γραφεί η εξίσωση του Lagrange για το παρακάτω ηλεκτρικό κύκλωμα **(10 β)**



3. Ράβδος μήκους d συνδέει δύο υλικά σημεία A και B μάζας m το καθένα. Το σύστημα κινείται έτσι ώστε η ταχύτητα του μέσου της ράβδου να είναι κάθετη στη ράβδο κάθε χρονική στιγμή. Να βρεθούν και να χαρακτηρισθούν οι δεσμοί του συστήματος **(10β)**.
4. Βρείτε και περιγράψτε ένα σύνολο γενικευμένων συντεταγμένων που προσδιορίζει πλήρως την κίνηση καθενός από τα παρακάτω συστήματα: (α) Μια χάντρα που περιορίζεται να κινείται πάνω σε λείο κυκλικό σύρμα (β) Ένα σωματίδιο που κινείται σε εσωτερική επιφάνεια σφαίρας ακτίνας R . (γ) Ένα διπλό μαθηματικό εκκρεμές με μήκη εκκρεμών l_1 και l_2 , αντίστοιχα. (δ) Μία μηχανή Atwood όπου η ακτίνα της τροχαλίας είναι R . **(10 β)**
5. Να βρεθούν οι βαθμοί ελευθερίας και να ορισθούν οι γενικευμένες συντεταγμένες για τα παρακάτω συστήματα: (α) Υλικό σημείο κινείται σε σταθερή οριζόντια κυλινδρική επιφάνεια ακτίνας R . (β) Υλικό σημείο κινείται στην περιφέρεια κύκλου ο οποίος περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από κατακόρυφη διάμετρό του. Η ακτίνα του κύκλου είναι R . (γ) Το ίδιο με το ερώτημα (β) για ελεύθερα περιστρεφόμενο κύκλο. (δ) Σύστημα δύο υλικών μαζών m_1, m_2 που συνδέονται με αβαρή ράβδο AB

μήκους d και κινούνται σε οριζόντιο επίπεδο, ώστε η ταχύτητα του μέσου της ράβδου να είναι συγγραμμική με τη ράβδο (10 β).

6. Έστω ότι η Lagrangian υλικού σημείου μάζας m είναι $L_1 = T_1 - V$ όπου T_1 η κινητική ενέργεια του υλικού σημείου ως προς το αδρανιακό σύστημα Σ_1 . Βρείτε την Lagrangian ως προς το σύστημα Σ_2 που εκτελεί περιστροφική κίνηση ως προς το Σ_1 , καθώς και τις εξισώσεις κίνησης ως προς αυτό το σύστημα (25β).
7. Χρησιμοποιείστε τις εξισώσεις Lagrange για να περιγράψετε την κίνηση σωματιδίου μάζας m , που εκτοξεύεται με ταχύτητα U_0 και γωνία θ με το οριζόντιο επίπεδο. Βρείτε το μέγιστο βεληνεκές και το μέγιστο ύψος της τροχιάς (25β).
8. Μιά χάντρα με μάζα m , κινείται χωρίς τριβή πάνω σε οριζόντιο κυκλικό σύρμα ακτίνας R , που περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που περνάει από ένα σημείο του σύρματος. Να βρεθούν οι εξισώσεις της κίνησης (25β)
9. Θεωρήστε την διπλή μηχανή του Atwood που εικονίζεται στο παρακάτω σχήμα, θεωρώντας ότι το 0 είναι ακίνητο. Στις τροχαλίες δεν υπάρχει τριβή και δεν περιστρέφονται.
 (α) Βρείτε την εξίσωση Lagrange του συστήματος (15β).
 (β) Βρείτε την επιτάχυνση της μάζας m_4 (10β).

