

Monte Carlo Μέθοδος μετασχηματισμού:

1. Θα πρέπει να εφαρμόσετε τη μέθοδο αυτή ώστε να κατασκευάσετε 10^6 τυχαίους αριθμούς κατανεμημένους σύμφωνα με την πυκνότητα πιθανότητας $P(x) = e^x$. Οι τυχαίοι αριθμοί που κατασκευάζετε θα πρέπει να έχουν τιμές στο διάστημα 1 έως 2.

Θα πρέπει να κάνετε το ιστόγραμμα των τυχαίων αριθμών που επιλέξατε.

Στη συγκεκριμένη άσκηση η πυκνότητα πιθανότητας αναφέρεται σε τιμές του x , ($x \in [a, b]$) και θα χρειαστεί να κανονικοποιηθεί πριν εφαρμόσουμε την μέθοδο. Η κανονικοποίηση επιτυγχάνεται ορίζοντας την συνάρτηση $P'(x)$ που ικανοποιεί τη σχέση: $P'(x) = \frac{P(x)}{\int_a^b P(x)}$.

Εφόσον το διάστημα των τιμών του y ξεκινά από την τιμή a , το ολοκλήρωμα για την εύρεση της συνάρτησης μετασχηματισμού θα είναι $CDF = \int_a^x P'(x)dx \Rightarrow y = \int_a^x P'(x)dx$.

2. Χρησιμοποιώντας την μέθοδο μετασχηματισμού, να γράψετε τον τρόπο με τον οποίο θα πάρετε τυχαίους αριθμούς κατανεμημένους σύμφωνα με την $P(x) = \cos(x)$. Ποιο διάστημα τιμών του x θα χρησιμοποιήσετε;

Πιθανότητες:

3. Να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο υπολογίζει την πιθανότητα ρίχνοντας 3 ζάρια να πάρουμε ακριβώς την ίδια τιμή σε 2 από αυτά.

Τυχαίος Περίπατος:

4. Υποθέστε ότι ένας περιπατητής κάνει βήματα μήκους ίσο με τη μονάδα (αυθαίρετες διαστάσεις) κατά μήκος μιας ευθείας μήκους $2l$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, ο περιπατητής ξεκινά από το σημείο $x = 0$, που βρίσκεται στο μέσο της ευθείας, και κάθε βήμα του μπορεί να είναι είτε προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά (θετική ή αρνητική κατεύθυνση) με την ίδια πιθανότητα 0.5. Υπολογίστε το μέσο αριθμό βημάτων που χρειάζεται να κάνει ο περιπατητής για να βρεθεί έξω από την περιοχή $[-l, +l]$.

Υπόδειξη: Στην περίπτωση αυτή, μία δοκιμή είναι ένα περίπατος μέχρις ότου ο περιπατητής βρεθεί εκτός των ορίων της ευθείας. Θα πρέπει να μετρήσετε για την περίπτωση αυτή πόσα βήματα χρειάστηκαν ώστε να βγει εκτός της ευθείας. Θα πρέπει να κάνετε ένα μεγάλο τέτοιων δοκιμών και κάθε φορά να μετράτε τον αριθμό των βημάτων που χρειάστηκαν για να βγει εκτός της ευθείας. Για να βρείτε τον μέσο αριθμό βημάτων, θα πρέπει να εκτελέσετε πολλά πειράματα και να βρείτε τον μέσο όρο των βημάτων που χρειάστηκαν για όλα τα πειράματα.