ΦΥΣ 331 – Χειμερινό Εξάμηνο 2020

Ενδιάμεση Εξέταση

Σάββατο 30/10/2020 **Διάρκεια: 10:00 – 13:00**

Σας δίνονται 10 ισοδύναμες ασκήσεις και θα πρέπει να απαντήσετε σε όλες. Σύνολο μονάδων 100.

Καλή Επιτυχία

1. [**10μ**]

Θεωρήστε την αλληλεπίδραση $\eta \to \pi^- \pi^+$. Δίνεται ότι οι κβαντικοί αριθμοί του η και π^+ είναι $I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{-+})$ και $I^G(J^{PC}) = 1^-(0^-)$ αντίστοιχα. Εξηγήστε αν η παραπάνω διεργασία μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω των γνωστών αλληλεπιδράσεων. [**5μ**] Τι θα συνέβαινε αν οι κβαντικοί αριθμοί το η ήταν $I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{+-})$; [**5μ**]

2. [**10μ**]

Θεωρήστε την διάσπαση $K^+ \to \pi^+ \pi^0 \pi^0$ όπου $m_{K^+} = 495\ MeV/c^2$, $m_{\pi^+} = 139\ MeV/c^2$ και $m_{\pi^0} = 135 MeV/c^2$.

(α) Ποια είναι η μέγιστη ορμή του π^+στο σύστημα αναφοράς του K^+; [**3μ**]

(β) Υποθέστε ότι έχετε μια ανιχνευτική διάταξη η οποία δεν μπορεί να ανιχνεύσει διασπάσεις όπου η αναλλοίωτη μάζα των δύο ουδέτερων πιονίων, $m_{\pi^0\pi^0} < 320\ MeV/c^2$. Ποιες είναι οι επιτρεπόμενες τιμές της ορμής του π^+στην περίπτωση αυτή; [**4μ**]

(γ) Ποια είναι η μέγιστη τιμή για την μάζα $m_{\pi^+\pi^0}$ στην περίπτωση του ερωτήματος (β); **[3μ]**

3. [**10μ**]

(α) Θα μπορούσε το φαινόμενο των ταλαντώσεων των ουδέτερων καονίων ($\bar{K}^0 \leftrightarrow K^0$) να υπήρχε χωρίς παραβίαση της CP; [**4μ**]

(β) Γιατί δεν παρατηρούνται ταλαντώσεις παραδοξότητας στις διεγερμένες καταστάσεις των ουδέτερων *K*-μεσονίων, $\bar{K}^{*0}(892)$ και $K^{*0}(892)$; [**6μ**]

4. [**10μ**]

Ποιες από τις παρακάτω διεργασίες ισχυρών αλληλεπιδράσεων απαγορεύονται από διατήρηση του isospin;

(α) $\omega(783) \to \rho^+(770)\pi^-$ [**2μ**]

(β) $\varphi(1680) \to \varphi(1020)\pi^0$ [**2μ**]

(γ) $K^*(892) \to K\pi$ που περιλαμβάνει τις ακόλουθες τέσσερεις περιπτώσεις διασπάσεων: (i) $K^{*+} \to K^+\pi^0$, (ii) $K^{*+} \to K^0\pi^+$, (iii) $K^{*0} \to K^0\pi^0$ και (iv) $K^{*0} \to K^-\pi^+$. [**4μ**]

(δ) $\rho^0(770) \to \pi^0\pi^0$ [**2μ**]

Κάποιες από τις διασπάσεις μπορεί να απαγορεύονται και για άλλους λόγους (π.χ. κινηματική), όπως επίσης διασπάσεις οι οποίες απαγορεύονται από το isospin μπορεί να πραγματοποιηθούν μέσω ασθενών ή ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων.

5. [**10μ**]

Η parity, P, και η συζυγία φορτίου C, αποτελούν καλές συμμετρίες για τις ισχυρές και ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις, όπως άλλωστε συμβαίνει και για την στροφορμή. Με βάση αυτό απαντήστε τις ακόλουθες προτάσεις:

(α) Το η-μεσόνιο διασπάται σε τρία πιόνια αλλά όχι σε δύο. Ποιος ο λόγος για τον οποίο δεν παρουσιάζεται η συγκεκριμένη διάσπαση; [**2.5μ**]

(β) Η διάσπαση $B^+ \to K^+\gamma$ είναι απαγορευμένη. Γιατί; [**2.5μ**]

(γ) Τι αποτρέπει τη διάσπαση $\pi(1300) \to 3\gamma$; [**2.5μ**]

(δ) Η διάσπαση $K^+ \to \pi^+\pi^0$ παραβιάζει isospin και parity. Εξηγήστε γιατί καθώς και τον τρόπο με τον οποίο μπορεί να συμβεί. [**2.5μ**]

6. [**10μ**]

Εξηγήστε γιατί οι J^{PC} συνδυασμοί 0^{+-} και 1^{-+} δεν είναι συμβατοί με για τη δημιουργία $q\bar{q}$ δέσμιας κατάστασης.

7. [**10μ**]

Δίνονται τα σωματίδια: $\Omega^- = (sss)$ $\Xi^- = (dss)$ $\Sigma^+ = (uus)$ $p = (uud)$ $D^- = (\bar{c}d)$

$K^+ = (u\bar{s})$ $\pi^\pm = (u\bar{d}, \bar{u}d)$ και $\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$. Βασισμένοι στην προηγούμενη πληροφορία, να περιγράψετε ποιους νόμους διατήρησης παραβιάζουν (αν παραβιάζουν) οι ακόλουθες διεργασίες. Αν οι διεργασίες επιτρέπονται, ποιες αλληλεπιδράσεις είναι υπεύθυνες για την πραγματοποίησή τους; Να κάνετε τα διαγράμματα Feynman σε επίπεδο quark για τις διεργασίες που επιτρέπονται.

(**α**) $\Omega^- \to \Xi^-\pi^-$ (**β**) $\Sigma^+ \to \pi^0\pi^+$ (**γ**) $\pi^0 \to \mu^+e^-\bar{\nu}_e$ (**δ**) $D^- \to K^+\pi^+\pi^-$ (**ε**) $p \to e^+\gamma$

8. [**10μ**]

Για κάθε μια από τις παρακάτω διασπάσεις να κατασκευάσετε το διάγραμμα Feynman και να αναφέρετε ποια αλληλεπίδραση είναι υπεύθυνη για την διεργασία:

$D^{*+} \to D^0\pi^+$ $D^+ \to \bar{K}^0\pi^+$ $K^{0*} \to K^+\pi^-$

$\Sigma^0 \to \Lambda\gamma$ $\tau^- \to \rho^-\nu_\tau$ $\pi^0 \to \gamma\gamma$

Δίνεται ότι $D^{*+} = (c\bar{d})$, $D^0 = (c\bar{u})$, $\Sigma^0 = (uds)$, $\Lambda^0 = (uds)$, $K^{0*} = (d\bar{s})$, $K^+ = (u\bar{s})$, και $\rho^- = (d\bar{u})$.

9. [**10μ**]

(α) Το ποζιτρόνιουμ είναι μια ασταθής δέσμια κατάσταση ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου. Ο χρόνος ζωής του δίνεται στο σύστημα των φυσικών μονάδων ως: $\tau = \frac{2}{m a^5}$, όπου m = $0.512 MeV/c^2$ είναι η μάζα του ηλεκτρονίου και $\alpha = 1/137$, η σταθερά της λεπτής υφής. Να εκφράσετε τον χρόνο ζωής του ποζιτρόνιουμ σε sec. [**4μ**] (β) Προβλέψτε ποιο από τα π-μεσόνια, το π^0 ή το π^+ έχει τον μικρότερο χρόνο ζωής και δικαιολογήστε την απάντησή σας. Οι κύριες διασπάσεις των δύο μεσονίων είναι $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ και $\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu_\mu$. **[6μ]**

10. [**10μ**]

Θεωρήστε την διάσπαση ενός φορτισμένου πιονίου εν πτήση ($\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu_\mu$). Υποθέστε ότι το νετρίνο εκπέμπεται σε γωνία $\theta_\nu = 90^0$ ως προς τη διεύθυνση πτήσης του διασπώμενου πιονίου. Βρείτε την εξίσωση που περιγράφει τη γωνία εκπομπής του μιονίου, θ_μ, ως προς την διεύθυνση πτήσης του πιονίου. Θεωρήστε ότι το νετρίνο έχει μηδενική μάζα. Η εξίσωσή σας θα πρέπει να εκφραστεί συναρτήσει των m_π , m_μ , γ, και β.

43. CLEBSCH-GORDAN COEFFICIENTS, SPHERICAL HARMONICS, AND d FUNCTIONS

Note: A square-root sign is to be understood over *every* coefficient, *e.g.*, for $-8/15$ read $-\sqrt{8/15}$.

Notation:

	J	J	...
	M	M	...
m_1 m_2	Coefficients		
m_1 m_2			
⋮ ⋮			

$$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta$$

$$Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta\, e^{i\phi}$$

$$Y_2^0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}}\Big(\frac{3}{2}\cos^2\theta - \frac{1}{2}\Big)$$

$$Y_2^1 = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}}\sin\theta\cos\theta\, e^{i\phi}$$

$$Y_2^2 = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{15}{2\pi}}\sin^2\theta\, e^{2i\phi}$$

1/2×1/2

m_1 m_2	J = 1	
	M = +1	
+1/2 +1/2	1	

m_1 m_2	1	0
	0	0
+1/2 −1/2	1/2	1/2
−1/2 +1/2	1/2	−1/2

m_1 m_2	1
	−1
−1/2 −1/2	1

2×1/2

m_1 m_2	5/2
	+5/2
+2 +1/2	1

m_1 m_2	5/2	3/2
	+3/2	+3/2
+2 −1/2	1/5	4/5
+1 +1/2	4/5	−1/5

m_1 m_2	5/2	3/2
	+1/2	+1/2
+1 −1/2	2/5	3/5
0 +1/2	3/5	−2/5

m_1 m_2	5/2	3/2
	−1/2	−1/2
0 −1/2	3/5	2/5
−1 +1/2	2/5	−3/5

m_1 m_2	5/2	3/2
	−3/2	−3/2
−1 −1/2	4/5	1/5
−2 +1/2	1/5	−4/5

m_1 m_2	5/2
	−5/2
−2 −1/2	1

1×1/2

m_1 m_2	3/2
	+3/2
+1 +1/2	1

m_1 m_2	3/2	1/2
	+1/2	+1/2
+1 −1/2	1/3	2/3
0 +1/2	2/3	−1/3

m_1 m_2	3/2	1/2
	−1/2	−1/2
0 −1/2	2/3	1/3
−1 +1/2	1/3	−2/3

m_1 m_2	3/2
	−3/2
−1 −1/2	1

3/2×1/2

m_1 m_2	2
	+2
+3/2 +1/2	1

m_1 m_2	2	1
	+1	+1
+3/2 −1/2	1/4	3/4
+1/2 +1/2	3/4	−1/4

m_1 m_2	2	1
	0	0
+1/2 −1/2	1/2	1/2
−1/2 +1/2	1/2	−1/2

m_1 m_2	2	1
	−1	−1
−1/2 −1/2	3/4	1/4
−3/2 +1/2	1/4	−3/4

m_1 m_2	2
	−2
−3/2 −1/2	1

2×1

m_1 m_2	3
	+3
+2 +1	1

m_1 m_2	3	2
	+2	+2
+2 0	1/3	2/3
+1 +1	2/3	−1/3

m_1 m_2	3	2	1
	+1	+1	+1
+2 −1	1/15	1/3	3/5
+1 0	8/15	1/6	−3/10
0 +1	2/5	−1/2	1/10

m_1 m_2	3	2	1
	0	0	0
+1 −1	1/5	1/2	3/10
0 0	3/5	0	−2/5
−1 +1	1/5	−1/2	3/10

m_1 m_2	3	2	1
	−1	−1	−1
0 −1	2/5	1/2	1/10
−1 0	8/15	−1/6	−3/10
−2 +1	1/15	−1/3	3/5

m_1 m_2	3	2
	−2	−2
−1 −1	2/3	1/3
−2 0	1/3	−2/3

m_1 m_2	3
	−3
−2 −1	1

3/2×1

m_1 m_2	5/2
	+5/2
+3/2 +1	1

m_1 m_2	5/2	3/2
	+3/2	+3/2
+3/2 0	2/5	3/5
+1/2 +1	3/5	−2/5

m_1 m_2	5/2	3/2	1/2
	+1/2	+1/2	+1/2
+3/2 −1	1/10	2/5	1/2
+1/2 0	3/5	1/15	−1/3
−1/2 +1	3/10	−8/15	1/6

m_1 m_2	5/2	3/2	1/2
	−1/2	−1/2	−1/2
+1/2 −1	3/10	8/15	1/6
−1/2 0	3/5	−1/15	−1/3
−3/2 +1	1/10	−2/5	1/2

m_1 m_2	5/2	3/2
	−3/2	−3/2
−1/2 −1	3/5	2/5
−3/2 0	2/5	−3/5

m_1 m_2	5/2
	−5/2
−3/2 −1	1

1×1

m_1 m_2	2
	+2
+1 +1	1

m_1 m_2	2	1
	+1	+1
+1 0	1/2	1/2
0 +1	1/2	−1/2

m_1 m_2	2	1	0
	0	0	0
+1 −1	1/6	1/2	1/3
0 0	2/3	0	−1/3
−1 +1	1/6	−1/2	1/3

m_1 m_2	2	1
	−1	−1
0 −1	1/2	1/2
−1 0	1/2	−1/2

m_1 m_2	2
	−2
−1 −1	1

$$Y_\ell^{-m} = (-1)^m Y_\ell^{m*}$$

$$d^{\ell}_{m,0} = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}}\, Y_\ell^m\, e^{-im\phi}$$

$$\langle j_1 j_2 m_1 m_2 | j_1 j_2 J M\rangle = (-1)^{J-j_1-j_2}\langle j_2 j_1 m_2 m_1 | j_2 j_1 J M\rangle$$

$$d^{\,j}_{m',m} = (-1)^{m-m'} d^{\,j}_{m,m'} = d^{\,j}_{-m,-m'}$$

3/2×3/2

m_1 m_2	3
	+3
+3/2 +3/2	1

m_1 m_2	3	2
	+2	+2
+3/2 +1/2	1/2	1/2
+1/2 +3/2	1/2	−1/2

m_1 m_2	3	2	1
	+1	+1	+1
+3/2 −1/2	1/5	1/2	3/10
+1/2 +1/2	3/5	0	−2/5
−1/2 +3/2	1/5	−1/2	3/10

m_1 m_2	3	2	1	0
	0	0	0	0
+3/2 −3/2	1/20	1/4	9/20	1/4
+1/2 −1/2	9/20	1/4	−1/20	−1/4
−1/2 +1/2	9/20	−1/4	−1/20	1/4
−3/2 +3/2	1/20	−1/4	9/20	−1/4

m_1 m_2	3	2	1
	−1	−1	−1
+1/2 −3/2	1/5	1/2	3/10
−1/2 −1/2	3/5	0	−2/5
−3/2 +1/2	1/5	−1/2	3/10

m_1 m_2	3	2
	−2	−2
−1/2 −3/2	1/2	1/2
−3/2 −1/2	1/2	−1/2

m_1 m_2	3
	−3
−3/2 −3/2	1

$$d^{\,1}_{0,0} = \cos\theta \qquad d^{\,1/2}_{1/2,1/2} = \cos\frac{\theta}{2} \qquad d^{\,1}_{1,1} = \frac{1+\cos\theta}{2}$$

$$d^{\,1/2}_{1/2,-1/2} = -\sin\frac{\theta}{2} \qquad d^{\,1}_{1,0} = -\frac{\sin\theta}{\sqrt{2}}$$

$$d^{\,1}_{1,-1} = \frac{1-\cos\theta}{2}$$

2×3/2

m_1 m_2	7/2
	+7/2
+2 +3/2	1

m_1 m_2	7/2	5/2
	+5/2	+5/2
+2 +1/2	3/7	4/7
+1 +3/2	4/7	−3/7

m_1 m_2	7/2	5/2	3/2
	+3/2	+3/2	+3/2
+2 −1/2	1/7	16/35	2/5
+1 +1/2	4/7	1/35	−2/5
0 +3/2	2/7	−18/35	1/5

m_1 m_2	7/2	5/2	3/2	1/2
	+1/2	+1/2	+1/2	+1/2
+2 −3/2	1/35	6/35	2/5	2/5
+1 −1/2	12/35	5/14	0	−3/10
0 +1/2	18/35	−3/35	−1/5	1/5
−1 +3/2	4/35	−27/70	2/5	−1/10

m_1 m_2	7/2	5/2	3/2	1/2
	−1/2	−1/2	−1/2	−1/2
+1 −3/2	4/35	27/70	2/5	1/10
0 −1/2	18/35	3/35	−1/5	−1/5
−1 +1/2	12/35	−5/14	0	3/10
−2 +3/2	1/35	−6/35	2/5	−2/5

m_1 m_2	7/2	5/2	3/2
	−3/2	−3/2	−3/2
0 −3/2	2/7	18/35	1/5
−1 −1/2	4/7	−1/35	−2/5
−2 +1/2	1/7	−16/35	2/5

m_1 m_2	7/2	5/2
	−5/2	−5/2
−1 −3/2	4/7	3/7
−2 −1/2	3/7	−4/7

m_1 m_2	7/2
	−7/2
−2 −3/2	1

2×2

m_1 m_2	4
	+4
+2 +2	1

m_1 m_2	4	3
	+3	+3
+2 +1	1/2	1/2
+1 +2	1/2	−1/2

m_1 m_2	4	3	2
	+2	+2	+2
+2 0	3/14	1/2	2/7
+1 +1	4/7	0	−3/7
0 +2	3/14	−1/2	2/7

m_1 m_2	4	3	2	1
	+1	+1	+1	+1
+2 −1	1/14	3/10	3/7	1/5
+1 0	3/7	1/5	−1/14	−3/10
0 +1	3/7	−1/5	−1/14	3/10
−1 +2	1/14	−3/10	3/7	−1/5

m_1 m_2	4	3	2	1	0
	0	0	0	0	0
+2 −2	1/70	1/10	2/7	2/5	1/5
+1 −1	8/35	2/5	1/14	−1/10	−1/5
0 0	18/35	0	−2/7	0	1/5
−1 +1	8/35	−2/5	1/14	1/10	−1/5
−2 +2	1/70	−1/10	2/7	−2/5	1/5

m_1 m_2	4	3	2	1
	−1	−1	−1	−1
+1 −2	1/14	3/10	3/7	1/5
0 −1	3/7	1/5	−1/14	−3/10
−1 0	3/7	−1/5	−1/14	3/10
−2 +1	1/14	−3/10	3/7	−1/5

m_1 m_2	4	3	2
	−2	−2	−2
0 −2	3/14	1/2	2/7
−1 −1	4/7	0	−3/7
−2 0	3/14	−1/2	2/7

m_1 m_2	4	3
	−3	−3
−1 −2	1/2	1/2
−2 −1	1/2	−1/2

m_1 m_2	4
	−4
−2 −2	1

$$d^{\,3/2}_{3/2,3/2} = \frac{1+\cos\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$$

$$d^{\,3/2}_{3/2,1/2} = -\sqrt{3}\,\frac{1+\cos\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2} \qquad d^{\,2}_{2,2} = \Big(\frac{1+\cos\theta}{2}\Big)^2$$

$$d^{\,3/2}_{3/2,-1/2} = \sqrt{3}\,\frac{1-\cos\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} \qquad d^{\,2}_{2,1} = -\frac{1+\cos\theta}{2}\sin\theta$$

$$d^{\,3/2}_{3/2,-3/2} = -\frac{1-\cos\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2} \qquad d^{\,2}_{2,0} = \frac{\sqrt{6}}{4}\sin^2\theta \qquad d^{\,2}_{1,1} = \frac{1+\cos\theta}{2}(2\cos\theta - 1)$$

$$d^{\,3/2}_{1/2,1/2} = \frac{3\cos\theta - 1}{2}\cos\frac{\theta}{2} \qquad d^{\,2}_{2,-1} = -\frac{1-\cos\theta}{2}\sin\theta \qquad d^{\,2}_{1,0} = -\sqrt{\frac{3}{2}}\sin\theta\cos\theta$$

$$d^{\,3/2}_{1/2,-1/2} = -\frac{3\cos\theta + 1}{2}\sin\frac{\theta}{2} \qquad d^{\,2}_{2,-2} = \Big(\frac{1-\cos\theta}{2}\Big)^2 \qquad d^{\,2}_{1,-1} = \frac{1-\cos\theta}{2}(2\cos\theta + 1) \qquad d^{\,2}_{0,0} = \Big(\frac{3}{2}\cos^2\theta - \frac{1}{2}\Big)$$

Figure 43.1: The sign convention is that of Wigner (*Group Theory*, Academic Press, New York, 1959), also used by Condon and Shortley (*The Theory of Atomic Spectra*, Cambridge Univ. Press, New York, 1953), Rose (*Elementary Theory of Angular Momentum*, Wiley, New York, 1957), and Cohen (*Tables of the Clebsch-Gordan Coefficients*, North American Rockwell Science Center, Thousand Oaks, Calif., 1974).

For $I = 1$ (π, b, ρ, a): $u\overline{d}$, $(u\overline{u}-d\overline{d})/\sqrt{2}$, $d\overline{u}$;
for $I = 0$ (η, η', h, h', ω, ϕ, f, f'): $c_1(u\overline{u} + d\overline{d}) + c_2(s\overline{s})$

$\boxed{\boldsymbol{\pi^{\pm}}}$ $\quad I^G(J^P) = 1^-(0^-)$

$\boxed{\boldsymbol{\pi^0}}$ $\quad I^G(J^{PC}) = 1^-(0^{-+})$

$\boxed{\boldsymbol{\eta}}$ $\quad I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{-+})$

$\boxed{\boldsymbol{\rho(770)}}$ $\quad I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{--})$

$\boxed{\boldsymbol{\omega(782)}}$ $\quad I^G(J^{PC}) = 0^-(1^{--})$

$\boxed{\boldsymbol{\phi(1020)}}$ $\quad I^G(J^{PC}) = 0^-(1^{--})$

$\boxed{\boldsymbol{\phi(1680)}}$ $\quad I^G(J^{PC}) = 0^-(1^{--})$

$K^+ = u\overline{s}$, $K^0 = d\overline{s}$, $\overline{K}^0 = \overline{d}\,s$, $K^- = \overline{u}\,s$, similarly for K^*'s

$\boxed{\boldsymbol{K^{\pm}}}$ $\quad I(J^P) = \frac{1}{2}(0^-)$

$\boxed{\boldsymbol{K^0}}$ $\quad I(J^P) = \frac{1}{2}(0^-)$

$\boxed{\boldsymbol{K^*(892)}}$ $\quad I(J^P) = \frac{1}{2}(1^-)$

$B^+ = u\overline{b},\ B^0 = d\overline{b},\ \overline{B}^0 = \overline{d}\,b,\ B^- = \overline{u}\,b,$ similarly for B^*'s

$\boxed{\boldsymbol{B^{\pm}}}$ $I(J^P) = \frac{1}{2}(0^-)$

$\boxed{\boldsymbol{B^{0}}}$ $I(J^P) = \frac{1}{2}(0^-)$