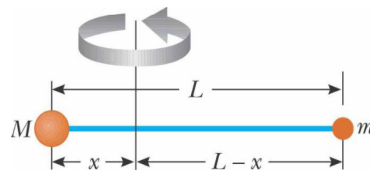


## ΦΥΣ. 111

### 11° ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Επιστροφή 02.12.2020

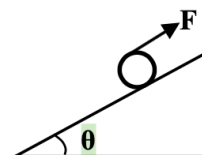
1. Δυο μάζες  $M$  και  $m$  συνδέονται διαμέσου μιας ράβδου μήκους  $L$  και αμελητέας μάζας όπως στο σχήμα. Για ένα άξονα κάθετο στην ράβδο, δείξτε ότι το σύστημα έχει την ελάχιστη ροπή αδράνειας όταν ο άξονας περνά από το κέντρο μάζας. Δείξτε ότι αυτή η ροπή αδράνειας είναι  $I = \mu L^2$  όπου  $\mu = \frac{mM}{M+m}$ .



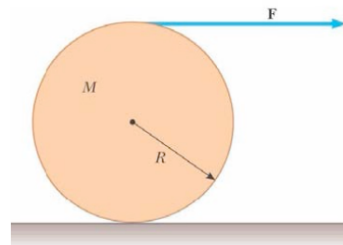
2. Ένα σχοινί είναι τυλιγμένο γύρω από μια τροχαλία μάζας  $m$  και ακτίνας  $r$ . Το ελεύθερο άκρο του σχοινιού είναι συνδεδεμένο σε ένα τούβλο μάζας  $M$ . Το τούβλο αρχίζει από την ηρεμία και αρχίζει να γλιστρά πω το χαμηλότερο σημείο ενός κεκλιμένου επιπέδου το οποίο σχηματίζει γωνία  $\theta$  με την οριζόντια διεύθυνση. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του τούβλου και της επιφάνειας του κεκλιμένου επιπέδου είναι  $\mu$ . (α) Χρησιμοποιήστε μεθόδους με βάση τις ενέργειες για να δείξετε ότι η ταχύτητα του τούβλου συναρτήσει της θέσης του,  $d$ , πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο δίνεται από την σχέση:  $v = \sqrt{\frac{4gdM(\sin\theta - \mu\cos\theta)}{m+2M}}$ .

(β) Βρείτε το μέτρο της επιτάχυνσης του τούβλου συναρτήσει των  $\mu$ ,  $m$ ,  $M$ ,  $g$  και  $\theta$ .

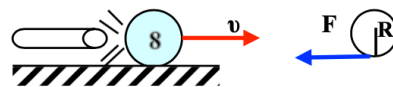
3. Ένας κύλινδρος κυλά προς το πάνω μέρος ενός κεκλιμένου επιπέδου με την βοήθεια μιας ταινίας όπως φαίνεται στο σχήμα. Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της δύναμης  $F$  που απαιτείται αν η γωνία είναι  $\theta=30^\circ$ ; Το βάρος του κυλίνδρου είναι 2N.



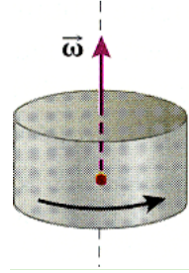
4. Ένα καρούλι σύρματος μάζας  $M$  και ακτίνας  $R$  ξετυλίγεται εξαιτίας μιας σταθερής δύναμης  $F$  όπως στο σχήμα. Υποθέτοντας ότι το πηνίο είναι ένας ομογενής στερεός κύλινδρος που δεν ολισθαίνει, δείξτε ότι (α) η επιτάχυνση του κέντρου μάζας είναι  $4\vec{F}/3M$  και (β) ότι η δύναμη της τριβής έχει διεύθυνση προς τα δεξιά και μέτρο ίσο με  $F/3$ . (γ) Αν το πηνίο ξεκινά από την ηρεμία και κυλά χωρίς να ολισθαίνει ποια είναι η ταχύτητα του κέντρου μάζας του αφού έχει κυλήσει μια απόσταση  $d$ ; Υποθέστε ότι η δύναμη παραμένει σταθερή.



5. Μια μπάλα του μπυλιάρδου κτυπιέται με τη στέκα όπως στο σχήμα. Η διεύθυνση της ώθησης της δύναμης είναι οριζόντια και περνά από το κέντρο της μπάλας. Η αρχική ταχύτητα  $v_0$  της μπάλας μετά την ώθηση, η ακτίνα της μπάλας  $R$ , η μάζα της  $M$  και ο συντελεστής τριβής με την τσόχα του τραπεζιού  $\mu$ , θεωρούνται γνωστές ποσότητες. Να βρεθούν (α) Πόσο μακριά θα κινηθεί η μπάλα πριν σταματήσει να γλιστρά στο τραπέζι και ξεκινά να κυλά. (β) Ποια θα είναι η γωνιακή της ταχύτητα στο σημείο αυτό;

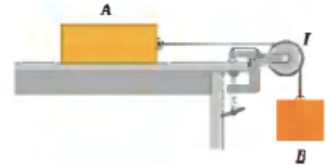


6. Σφόνδυλοι είναι βαριοί κυκλικοί δίσκοι που χρησιμοποιούνται για την αποθήκευση μεγάλων ποσοτήτων ενέργειας σε διάφορες μηχανές. Θεωρήστε έναν τέτοιο δίσκο σφονδύλου μάζας  $150.0\text{kg}$  και ακτίνας  $25.0\text{cm}$  που περιστρέφεται με ρυθμό  $1000\text{ στροφές}/\text{min}$  γύρω από έναν άξονα που είναι κάθετος στον δίσκο και περνά από το κέντρο μάζας του όπως στο σχήμα. (α) Βρείτε την κινητική ενέργεια περιστροφής του συστήματος του σφονδύλου (β) Τι ταχύτητα θα πρέπει να έχει ένα σώμα μάζας  $1.0\text{kg}$  ώστε να έχει την ίδια κινητική ενέργεια με αυτή του σφονδύλου;



7. Ένας ομοιόμορφος ομογενής δίσκος μάζας  $M$  και ακτίνας  $R$  μπορεί να στραφεί ως προς άξονα που περνά από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδο του δίσκου. Ένα μικρό σώμα με μάζα επίσης  $M$  είναι κολλημένο στην περιφέρεια του δίσκου. Το σύστημα δίσκος-σώμα κρατιέται ακίνητο με το σώμα στην οριζόντια θέση. Το σύστημα αφήνεται κατόπιν ελεύθερο να στραφεί. Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα του σώματος όταν αυτό βρίσκεται ακριβώς κάτω από τον άξονα του δίσκου (στη χαμηλότερη κατακόρυφο θέση).

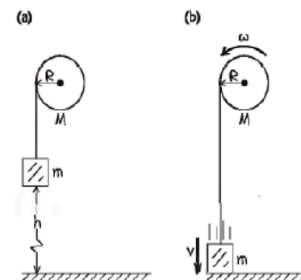
8. Η τροχαλία του σχήματος έχει ακτίνα  $R$  και ροπή αδράνειας  $I$ . Το σχοινί δεν γλιστρά καθώς περνά από την τροχαλία ενώ η τροχαλία περιστρέφεται ως προς λείο άξονα κάθετο στο επίπεδό της. Ο συντελεστής κινητικής τριβής μεταξύ του σώματος  $A$  και του τραπεζιού είναι  $\mu_k$ . Το σύστημα είναι αρχικά ακίνητο και κατόπιν αφήνεται να κινηθεί ελεύθερα οπότε και το σώμα  $B$  κατεβαίνει. Το σώμα  $A$  έχει μάζα  $m_A$  και το σώμα  $B$  έχει μάζα  $m_B$ . Χρησιμοποιώντας μεθόδους από ενέργεια να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος  $B$  συναρτήσει του ύψους  $d$  που έχει κατέβει.



9. Δυο μεταλλικοί δίσκοι, ένας ακτίνας  $R_1=2.50\text{cm}$  και μάζας  $M_1=0.80\text{kg}$  και ένας άλλος ακτίνας  $R_2=5\text{cm}$  και μάζας  $M_2=1.60\text{kg}$ , είναι συγκολλημένοι και ένας λείος άξονας περνά από το κέντρο τους. (α) Ποια είναι η συνολική ροπή αδράνειας του συστήματος των δυο δίσκων; (β) Ένα ελαφρύ νήμα τυλίγεται γύρω από την περιφέρεια του μικρότερου δίσκου και ένα σώμα μάζας  $1.50\text{kg}$  εξαρτάται από το ελεύθερο άκρο του νήματος. Αν το σώμα αφήνεται από την κατάσταση της ηρεμίας και  $2.0\text{m}$  πάνω από το έδαφος, ποια είναι η ταχύτητά του ακριβώς πριν χτυπήσει στο έδαφος; (γ) Επαναλάβετε τους υπολογισμούς του ερωτήματος (β) αλλά αυτή τη φορά υποθέστε ότι το νήμα είναι τυλιγμένο γύρω από το μεγαλύτερο δίσκο. Σε ποια από τις δυο περιπτώσεις η τελική ταχύτητα του σώματος είναι μεγαλύτερη; Εξηγήστε γιατί συμβαίνει αυτό.



10. Στο σύστημα του διπλανού σχήματος μια μάζα  $12.0\text{kg}$  αρχικά ακίνητη αφήνεται να πέσει προκαλώντας το ομοιόμορφο κύλινδρο μάζας  $10.0\text{kg}$  και διαμέτρου  $30.0\text{cm}$  να περιστραφεί ως προς λείο άξονα που περνά από το κέντρο του. Πόσο απόσταση πρέπει να κατέβει η μάζα ώστε ο κύλινδρος να αποκτήσει  $250\text{J}$  κινητικής ενέργειας;

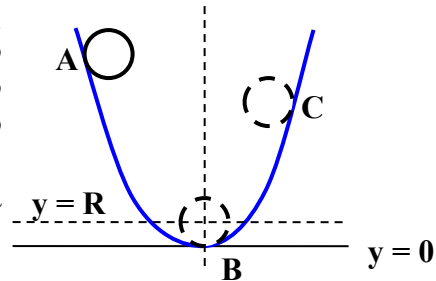


11. Μία μπίλια κυλά ακτίνας  $r$  κυλά χωρίς να γλιστρά στην επιφάνεια μίας σφαίρας ακτίνας  $R$ , ξεκινώντας από την κατάσταση της ηρεμίας και το πάνω μέρος της σφαίρας. Δείξτε ότι η γωνία  $\theta$  στην οποία η μπίλια χάνει επαφή με την επιφάνεια της σφαίρας είναι  $\theta = \cos^{-1}(10/17)$ .

12. Μία μπάλα του bowling ρίχνεται προς τον διάδρομο με αρχική ταχύτητα  $v_0$ . Αρχικά ολισθαίνει χωρίς να κυλίεται αλλά εξαιτίας των τριβών αρχίζει να κυλά. Ναδειχθεί ότι η ταχύτητά της όταν κυλά χωρίς να ολισθαίνει είναι  $5v_0/7$ .

13. Μία ομοιόμορφη ράβδος μάζας  $100g$  και μήκους  $50.0cm$  περιστρέφεται σε ένα οριζόντιο επίπεδο γύρω από ένα σταθερό κατακόρυφο και λείο καρφί που περνά από το κέντρο της. Δύο μικρές χάντρες, κάθε μια μάζας  $30gr$  τοποθετούνται στη ράβδο έτσι ώστε να μπορούν να γλιστρούν κατά μήκος της ράβδου χωρίς τριβές. Αρχικά οι χάντρες κρατούνται ακίνητες με κάποια ειδικά φρένα και σε απόσταση  $10.0cm$  εκατέρωθεν του κέντρου της ράβδου, ενώ το σύστημα περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $20\text{ rad/s}$ . Ξαφνικά, τα φρένα που κρατούσαν τις χάντρες ελευθερώνονται και οι χάντρες γλιστρούν προς τις εξωτερικές άκρες της ράβδου. (α) Ποια είναι η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος τη στιγμή που οι χάντρες φθάνουν στα άκρα της ράβδου; (β) Τι θα συμβεί αν οι χάντρες φύγουν από τη ράβδο; Πόση θα είναι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αφού οι χάντρες έχουν ξεφύγει από πάνω της.

14. Ένας ομοιόμορφος κύλινδρος, ακτίνας  $R$ , κυλά από την κατάσταση ηρεμίας προς το κατώτερο σημείο ενός παραβολικού σωλήνα η εξίσωση επιφάνειας του οποίου δίνεται από  $y=Kx^2$ . Ο κύλινδρος δεν ολισθαίνει από το σημείο  $A$  στο  $B$  αλλά η επιφάνεια του σωλήνα μεταξύ των σημείων  $B$  και  $C$  είναι λεία (δείτε το σχήμα). Σε ποιο ύψος προς την διεύθυνση του  $C$  θα ανέβει ο κύλινδρος; Κάτω από τις ίδιες συνθήκες, ποιο θα είναι το ύψος που θα καλύψει μια ομοιόμορφη σφαίρα της ίδιας ακτίνας με αυτή του κυλίνδρου; Λιγότερο ή περισσότερο από αυτό του κυλίνδρου; Θεωρήστε γνωστές τις ροπές αδράνειας του κυλίνδρου και της σφαίρας.



15. Μία σανίδα βρίσκεται πάνω σε 2 ομοιόμορφους κυλίνδρους (με ροπή αδράνειας  $I=MR^2/2$ ) που βρίσκονται πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης  $\theta$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Η σανίδα έχει μάζα  $m$  και κάθε ένας από τους κυλίνδρους έχει μάζα  $m/2$ . Αν δεν υπάρχει ολίσθηση μεταξύ των διαφόρων επιφανειών, ποιά είναι η επιτάχυνση της σανίδας

