ΦΥΣ 145 – Υπολογιστικές Μέθοδοι στη Φυσική

Τελική εξέταση **25 Μάη 2006** **Ομάδα 1η**

Γράψτε το ονοματεπώνυμο και αριθμό ταυτότητάς σας στο πάνω μέρος της αυτής της σελίδας.

Πρέπει να απαντήσετε και στα 5 προβλήματα που σας δίνονται. Τα προβλήματα είναι ισότιμα. Η σειρά με την οποία δίνονται δεν είναι αντιπροσωπευτική της δυσκολίας τους.

Πριν ξεκινήσετε διαβάστε προσεκτικά όλα τα προβλήματα. Ξεκινήστε από αυτό που νομίζετε ευκολότερο και συνεχίστε στα υπόλοιπα. Τα προγράμματά σας θα πρέπει να κάνουν compilation και να περιέχουν κάποια σχόλια για την κατανόηση του τι κάνετε.
Όλα τα προγράμματά σας θα πρέπει να τα στείλετε με e-mail στο phy145@ucy.ac.cy σε ένα και μοναδικό tar file το οποίο θα περιέχει στο όνομά του το username σας και την ομάδα στην οποία ανήκετε: π.χ. ph0xxx_groupa.tar
Μην ξεχάσετε να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας και αριθμό ταυτότητας σε κάθε file που αντιστοιχεί στο πρόγραμμα που στέλνετε.

Ο χρόνος εξέτασης είναι 4 ώρες.

Από τη στιγμή αυτή δεν υπάρχει συνεργασία/συζήτηση, ανταλλαγή αρχείων και e-mails με κανένα και πλάγιες ματιές στην οθόνη του διπλανού σας. Όλα τα κινητά θα πρέπει να παραμείνουν κλειστά. Σημειώσεις, χαρτάκια κλπ απαγορεύονται όπως και επισκέψεις σε ιστοσελίδες ή accounts που δεν αναφέρονται στην ιστοσελίδα του μαθήματος.
Καλή επιτυχία

<u>ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ</u>

1. Να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο να υπολογίζει το μέγιστο κοινό διαιρέτη (*MKD*) και το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο (*EKP*) δύο ακεραίων αριθμών K και J οι οποίοι δίνονται από το πληκτρολόγιο. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να τυπώνει τους αριθμούς K και J και το αποτέλεσμα του υπολογισμού σας με κατάλληλο σχόλιο. Εφαρμόστε το πρόγραμμά σας για την περίπτωση που K= 46332 και J=71162. (*<u>Υπόδειξη</u>*: $MKD \times EKP = K \times J$).

2. Να γραφεί ένα πρόγραμμα το οποίο υπολογίζει το ολοκλήρωμα $\int_0^1 \exp\left(-x^2/2\right)dx$ με ακρίβεια 6 δεκαδικών ψηφίων χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Simpson. (*Υπόδειξη*: Η επιθυμητή ακρίβεια επιτυγχάνεται όταν η διαφορά της τρέχουσας τιμής από την προηγούμενη είναι μικρότερη από την ζητούμενη ακρίβεια).

3. Όταν τοποθετήσετε ένα μεταλλικό σκεύος πάνω στην εστία μιας κουζίνας τότε τα χερούλια του ζεσταίνονται εξαιτίας της διάδοσης της θερμότητας μέσω του υλικών του σκεύους. Θεωρήστε T(t), τη θερμοκρασία σε κάποιο συγκεκριμένο σημείο στο χερούλι του σκεύους συναρτήσει του χρόνου. Αν θεωρήσουμε ότι η θερμότητα που μεταφέρεται μεταξύ 2 οποιονδήποτε σημείων είναι ανάλογη της διαφοράς θερμοκρασίας μεταξύ των δύο αυτών σημείων, τότε βρίσκουμε ότι:

$$\frac{dT(t)}{dt} = -\lambda T(t)$$

Το αποτέλεσμα αυτό είναι γνωστό και σα το νόμο του Newton για την ψύξη. Ο συντελεστής λ είναι μια σταθερά που εξαρτάται από το υλικό και τη γεωμετρία του χερουλιού. Η γενική λύση της εξίσωσης είναι:

$$T(t) = -Ae^{-\lambda t}\,.$$

(α) Αν $\lambda=0.2s^{-1}$, να βρεθεί η λύση που αντιστοιχεί στην αρχική συνθήκη T(0) = 25°.

(β) Χρησιμοποιείστε τη μέθοδο του Euler για να λύσετε αριθμητικά τη διαφορική εξίσωση.

(γ) Υποθέστε ότι ο ρυθμός μεταβολής της θερμοκρασίας δεν εξαρτάται γραμμικά από τη θερμοκρασία αλλά σύμφωνα με τη σχέση:

$$\frac{dT(t)}{dt} = -\lambda T(t) + aT(t)^3$$

Μετατρέψετε το πρόγραμμά σας για τη λύση αυτής της περίπτωσης.

4. Να υπολογισθεί με τη μέθοδο LU η ορίζουσα καθώς και ο αντίστροφός του πίνακα Α που δίνεται παρακάτω:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} \end{pmatrix}$$

5. Να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο υπολογίζει τη συνάρτηση *y = f(x)* στο διάστημα x =1 με x = 3. Η συνάρτηση περιγράφεται από την ακόλουθη άπειρη σειρά:

$$y = 0.5 - \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{4x^4} - \frac{1}{6x^6} + \frac{1}{8x^8} - \cdots$$

Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να υπολογίζει το παραπάνω άθροισμα για δεδομένη τιμή του x και θα πρέπει να προσθέτει όρους έως η απόλυτη τιμή του προστιθέμενου όρου γίνει μικρότερη από 10^{-5}.