Σειρά	Θέση

ΦΥΣ. 131
1η Πρόοδος: 7-Οκτωβρίου-2006

Πριν αρχίσετε συμπληρώστε τα στοιχεία σας (ονοματεπώνυμο και αριθμό ταυτότητας).

Ονοματεπώνυμο	Αριθμός ταυτότητας

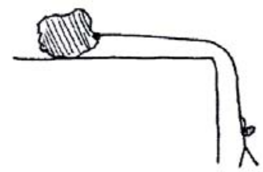
Σας δίνονται 10 ισότιμα προβλήματα (20 βαθμοί το καθένα) και πρέπει να απαντήσετε σε όλα.

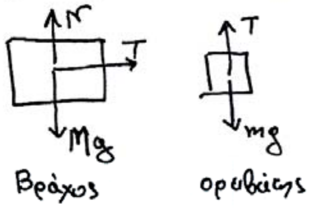
Προσπαθήστε να δείξετε την σκέψη σας και να εξηγήσετε όσο το δυνατόν πιο καθαρά για ποιό λόγο κάνετε ότι γράφετε. Γράψτε καθαρά διαγράμματα με δυνάμεις, ταχύτητες, επιταχύνσεις.

ΑΠΑΓΟΡΕΥΕΤΑΙ ΟΠΟΙΟΔΗΠΟΤΕ ΕΙΔΟΣ ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑΣ ΟΠΩΣ ΕΠΙΣΗΣ ΧΡΗΣΗ ΣΗΜΕΙΩΣΕΩΝ, ΒΙΒΛΙΩΝ, ΚΙΝΗΤΩΝ Η ΟΤΙΔΗΠΟΤΕ ΑΛΛΟ.

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 3 ώρες. Καλή Επιτυχία

1. Ένας ορειβάτης μάζας 70kg κρέμεται στην άκρη ενός γκρεμού η επιφάνεια του οποίου είναι καλυμμένη με λείο πάγο. Ο ορειβάτης είναι δεμένος σε ένα βράχο 940kg ο οποίος βρίσκεται 51m από την άκρη του γκρεμού. Η ελπίδα του είναι ότι θα καταφθάσει βοήθεια πριν ο βράχος γλιστρήσει και αυτός στο γκρεμό. Πόσο χρόνο έχουν οι σωστικές υπηρεσίες πριν συμβεί το μοιραίο; **(20 π)**





Βράχος

$\Sigma F_y = N - Mg = 0$

$\Sigma F_x = T = Ma \quad (1)$

Ορειβάτης

$mg - T = ma \Rightarrow$

$\Rightarrow a = \dfrac{mg - T}{m} \overset{(1)}{\Rightarrow}$

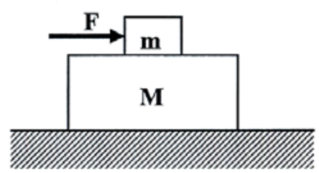
$\Rightarrow a = \dfrac{mg - Ma}{m} \Rightarrow$

$\Rightarrow a = \dfrac{mg}{M+m} = 0.69\, m/s^2$

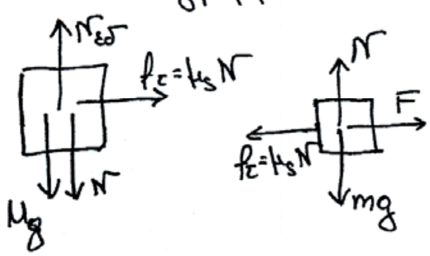
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 51 = \frac{1}{2}(0.69)t^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow t = \sqrt{\dfrac{102}{0.69}} \Rightarrow \boxed{t = 12 sec}$

2. Ένα μικρό τούβλο βρίσκεται πάνω σε μεγάλο τούβλο. Η μάζα του μικρού τούβλου είναι m=5kg ενώ η μάζα του μεγάλου τούβλου είναι M=20kg. Μια δύναμη 20N εφαρμόζεται στα αριστερά του μικρού τούβλου με διεύθυνση προς τα δεξιά. Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ των επιφανειών των δύο τούβλων είναι μ_s ενώ η επιφάνεια του δαπέδου πάνω στην οποία βρίσκεται το μεγάλο τούβλο είναι λεία. Να βρεθεί η ελάχιστη τιμή του συντελεστή τριβής που απαιτείται ώστε το μικρό τούβλο να μην γλιστρήσει πάνω στο μεγάλο τούβλο. **(20π)**



Τα διαγράμματα ελευθέρου σώματος για τα 2 τούβλα είναι:



$f_τ = \mu_s N$ γιατί θέλουμε την ελάχιστη τιμή του μ_s ώστε να μην γλιστρήσει.

Μάζα m: $N - mg = 0 \Rightarrow N = mg \quad (A)$

$F - \mu_s N = ma \overset{(B)}{\Rightarrow}$

$\Rightarrow F = m\dfrac{\mu_s mg}{M} + \mu_s mg \Rightarrow$

$\Rightarrow F = \mu_s\left[\dfrac{m^2 g}{M} + mg\right] \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\mu_s = 0.327}$

Μάζα M: $N_{εδ} - Mg - N = 0$

$\mu_s N = Ma \Rightarrow a = \dfrac{\mu_s N}{M} \Rightarrow$

$(A) \Rightarrow a = \dfrac{\mu_s mg}{M} \quad (B)$

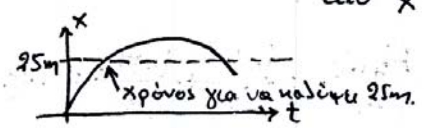
3. Δύο κολυμβητές συναγωνίζονται σε ένα αγώνα 50m σε μια πισίνα που έχει μήκος 25m. Ο κολυμβητής Α αρχίζει να κολυμπά αμέσως μόλις δίνεται η εκκίνηση και επιταχύνει με $1 m/s^2$ για 3sec, και κατόπιν κολυμπά με σταθερή ταχύτητα το υπόλοιπο της απόστασης της πισίνας. Ωστόσο αισθάνεται κουρασμένος κατά το γύρω της επιστροφής και επιβραδύνει με σταθερό ρυθμό $0.1 m/s^2$ μέχρι να τερματίσει. Ο κολυμβητής Β αργεί να αντιδράσει στην εκκίνηση και ξεκινά να κολυμπά 1sec αφού ξεκίνησε ο κολυμβητής Α. Κατόπιν επιταχύνει για 4sec με επιτάχυνση $0.7 m/s^2$ και κρατά την ταχύτητα που απέκτησε μέχρι να τερματίσει. Ποιος κολυμβητής κερδίζει τον αγώνα και με πόσα δευτερόλεπτα διαφορά; **(20 π)**

Κολυμβητής (Α): i) 3sec, $v_f = at = 1\cdot 3 \Rightarrow v_f = 3 m/s$ $\quad d = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}1\cdot 3^2 = 4.5m$

ii) $d = vt \Rightarrow 20.5m = 3t \Rightarrow t = 6.8sec$

iii) $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 25 = 3t - \frac{1}{2}(0.1)t^2 \Rightarrow t^2 - 60t + 500 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow t = \frac{60 \pm \sqrt{60^2 - 2000}}{2} =$



Τη δεύτερη φορά που βρίσκεται στη θέση x=25m κολυμπά ανάποδα. Δηλαδή η δεύτερη λύση δεν έχει φυσική σημασία

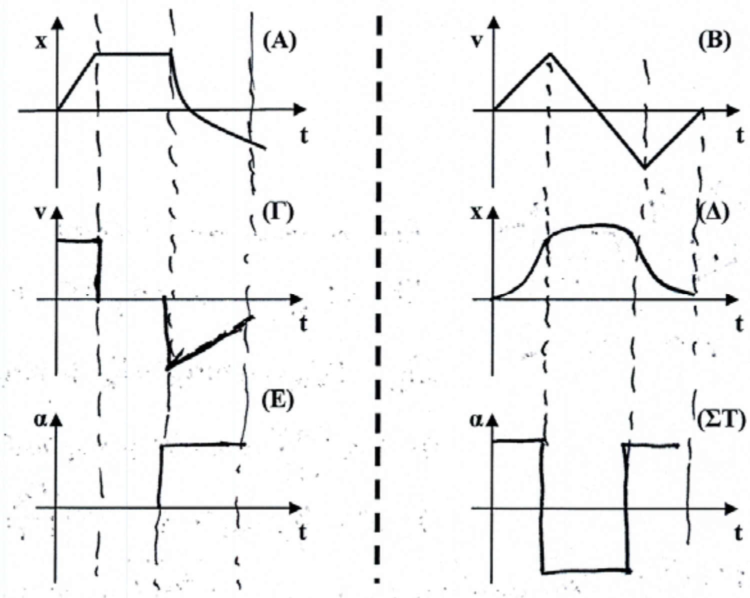
Άρα θέλουμε τη λύση με (-) οπότε: $t = \frac{60 - \sqrt{60^2 - 2000}}{2} \Rightarrow \boxed{t_A = 10 s.}$

Ο συνολικός του χρόνος είναι: $t_{ολ} = 3 + 6.8 + 10 \Rightarrow t_{ολ} = 19.8 sec.$

Κολυμβητής Β. (i): 1sec, (ii) 4s $v_f = at = 0.7\cdot 4 = 2.8 m/s$, $d = \frac{1}{2}at^2 = 5.6m$

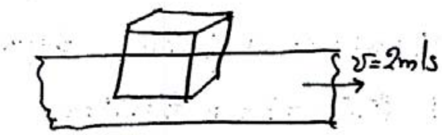
(iii) $d = vt \Rightarrow 44.4 = 2.8\cdot t \Rightarrow t = 15.9 sec.$ Οπότε $\boxed{t_{ολ} = 1 + 4 + 15.9 = 20.9s}$

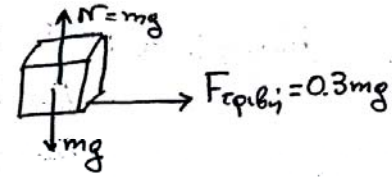
4. Σας δίνονται τα παρακάτω διαγράμματα κίνησης (Α) και (Β). Με βάση τα διαγράμματα αυτά συμπληρώστε τα διαγράμματα τα οποία είναι κενά. Τα διαγράμματα (Γ) και (Ε) αντιστοιχούν στην κίνηση που περιγράφεται από το διάγραμμα (Α) ενώ τα άλλα δύο διαγράμματα στην κίνηση που περιγράφεται από το διάγραμμα (Β). **(20π)**



5. Ένα κιβώτιο χωρίς αρχική οριζόντια ταχύτητα αφήνεται να πέσει πάνω σε ένα κινούμενο ιμάντα ο οποίος έχει ταχύτητα υ=2m/s. Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ του κιβωτίου και του ιμάντα είναι 0.3. (α) Σχεδιάστε το διάγραμμα ελευθέρου σώματος για το κιβώτιο. (β) Βρείτε το χρόνο που απαιτείται ώστε το κιβώτιο να αρχίσει να κινείται χωρίς να γλιστρά. **(20π)**

(α)



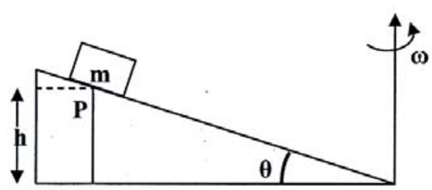


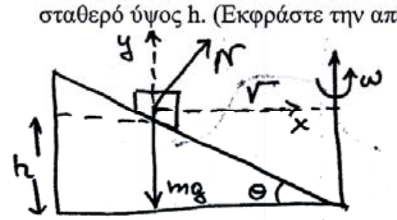
(β) Η επιτάχυνση του κιβωτίου είναι $\frac{F_{τριβή}}{m} = \frac{\mu N}{m} = \frac{\mu \cancel{m} g}{\cancel{m}} = 0.3g$

Ο χρόνος που χρειάζεται ώστε το κιβώτιο να κινείται χωρίς να γλιστρά είναι ο χρόνος που χρειάζεται ώστε να αποκτήσει ταχύτητα $\upsilon = 2\,m/s$.

$\upsilon = at \Rightarrow 2m/sec = 0.3g\,t \Rightarrow t = \frac{2}{0.3g} = \frac{2}{0.3 \cdot 9.8} \Rightarrow \boxed{t \cong 0.68\,sec}$

6. Ένα τούβλο μάζας m βρίσκεται πάνω σε μια περιστρεφόμενη σφήνα. Η σφήνα περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από άξονα που περνά από τη βάση της όπως στο σχήμα. Ποια είναι η εφαπτομενική ταχύτητα του τούβλου στο σημείο P; Σχεδιάστε το διάγραμμα ελευθέρου σώματος για το τούβλο. Διαλέξτε ένα κατάλληλο σύστημα συντεταγμένων και γράψτε δύο εξισώσεις από το νόμο του Newton. Υπολογίστε την τιμή του ω ώστε το τούβλο να παραμένει σε σταθερό ύψος h. (Εκφράστε την απάντησή σας συναρτήσει της γωνίας θ). **(20 π)**.





Από το νόμο του Newton:

$\Sigma F_y = N\cos\theta - mg = a_y = 0 \Rightarrow N = \frac{mg}{\cos\theta}$

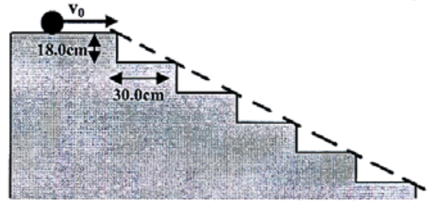
$\Sigma F_x = N\sin\theta = ma_x = F_k \Rightarrow \cancel{m}a_x = \cancel{m}\frac{\upsilon^2}{r} = \omega^2 r \Rightarrow$

$\Rightarrow mg\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = m\omega^2 r \Rightarrow \cancel{m}g\tan\theta = \cancel{m}\omega^2 r \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega^2 = \frac{g}{r}\tan\theta \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{r}\tan\theta}$

Αλλά $r = \frac{h}{\tan\theta}$ και επομένως: $\omega = \sqrt{\frac{g\tan\theta}{h/\tan\theta}} \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{h}\tan^2\theta}}$

7. Μια μικρή μεταλλική σφαίρα ρίχνεται οριζόντια από το ψηλότερο σκαλοπάτι μιας μακριάς σκάλας με αρχική ταχύτητα v_0 = 2.8m/s. Κάθε σκαλοπάτι έχει ύψος 18.0cm και πλάτος 30.0cm.



(α) Ποιο σκαλοπάτι χτυπά πρώτο η σφαίρα όταν πέφτει στην σκάλα. (Βοήθημα: Πολλοί εύκολο με το να γεμίσουν ένα πίνακα με τις κατάλληλες τιμές. Άλλοι θεωρούν ότι πολύ χρήσιμη την ιδέα του να χρησιμοποιήσουν ένα νήμα το οποίο εκτείνεται από το ψηλότερο σημείο της σκάλας έως τη βάση της). **(10π)**

(β) Ποιο είναι το εύρος των τιμών των ταχυτήτων που μπορεί να έχει η σφαίρα όταν στοχεύετε να χτυπήσετε το 7^o σκαλοπάτι της σκάλας την πρώτη φορά που χτυπά την σκάλα. **(10π)**

(α) Έστω ότι το πρώτο σκαλοπάτι βρίσκεται στη θέση $x=y=0$.

Τότε θα έχουμε: $x(t) = v_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0}$

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \Rightarrow y(t) = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 \quad (1)$$

Το υποτιθέμενο σχοινί (η διακεκομμένη γραμμή) έχει εξίσωση: $y = m_s x \quad (2)$

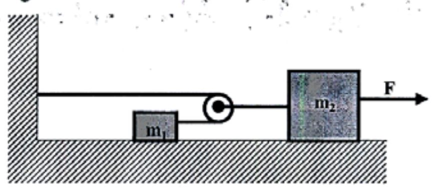
όπου $m_s = -\frac{0.18}{0.3}$ η κλίση της ευθείας.

Επομένως τα 2 y θα πρέπει νάναι ίσα: $(1) \wedge (2) \Rightarrow m_s \cancel{x} = -\frac{g}{2v_0^2}x^{\cancel{2}} \Rightarrow$

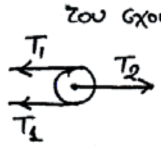
$$\Rightarrow \boxed{x = -\frac{2m_s v_0^2}{g}} = 0.96m \Rightarrow \boxed{\frac{0.96}{0.3} = 3.2 \Rightarrow \text{Θα χτυπήσει το } 4^o \text{ σκαλοπάτι}}$$

(β) $y = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{-\frac{gx^2}{2y}} \Rightarrow \begin{cases} v_{0min} = \sqrt{-\frac{g}{2}\frac{[6\cdot 0.3]^2}{(-6\cdot 0.18)}} = 3.83m/s \\ v_{0min} = \sqrt{-\frac{g}{2}\frac{(7\cdot 0.3)^2}{(-7\cdot 0.18)}} = 4.14m/s. \end{cases}$

8. Δίνεται η μηχανή του Atwood του παρακάτω σχήματος. Υπολογίστε την επιτάχυνση της m_2 όταν m_1 = 300g, m_2 = 500 g και F = 1.50N. **(20π)**



Η μάζα m_1 έχει διπλάσια επιτάχυνση από τη μάζα m_2 αφού αν η m_2 κινηθεί κατά x τότε η τροχαλία θα πρέπει να κινηθεί κατά x και επομένως 2x τμήματα σχοινιού θα πρέπει να εμφανιστούν. Το μόνο μέρος που είναι ελεύθερο είναι το τμήμα του σχοινιού που είναι δεμένε στην m_1 οπότε η m_1 έχει κινηθεί κατά 2x.



$T_2 = 2T_1$ = Επομένως:

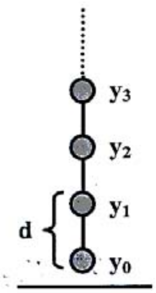
$$T_1 = m_1 a_1 = m_1 \cdot 2a$$

$$F - T_2 = m_2 a_2 \Rightarrow F - 2 \cdot T_1 = m_2 a \Rightarrow F - 4m_1 a = m_2 a$$

$$\Rightarrow F = (4m_1 + m_2)a \Rightarrow a = \frac{1.5}{1.2+0.5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = 0.882 m/s^2$$

9. Μια σειρά από μικρές μεταλλικές σφαίρες είναι δεμένες σε ένα νήμα σε προσεκτικά επιλεγμένες θέσεις $y_0 = 0$, y_1, y_2, y_3 κλπ. Το νήμα κατόπιν κρατιέται κατακόρυφα με την πρώτη σφαίρα, στη θέση y_0, ακριβώς πάνω από το έδαφος όπου y=0. Το νήμα αφήνεται ελεύθερο την χρονική στιγμή t=0 και αμέσως η πρώτη σφαίρα χτυπά στο έδαφος. Όπως παρατηρείται οι υπόλοιπες σφαίρες χτυπούν στο έδαφος η μια μετά την άλλη μέσα σε ίσα χρονικά διαστήματα. Υποθέτοντας ότι y_1=d, μια γνωστή απόσταση, προσδιορίστε τις αποστάσεις μεταξύ των σφαιρών, δηλαδή y_2-y_1, y_3-y_2 κλπ. συναρτήσει της απόστασης d. **(20π)**



Ο χρόνος που απαιτείται ώστε η μπάλα στη θέση y_1 να χτυπήσει στο έδαφος είναι:

$$y_f = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 0 = d + 0 - \frac{g}{2} t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2d}{g}}$$

Το χρονικό διάστημα μεταξύ διαδοχικών χτυπημάτων στο έδαφος είναι: $t = \sqrt{\frac{2d}{g}}$

Η δεύτερη μπάλα χρειάζεται $t = 2\sqrt{\frac{2d}{g}}$ για να πέσει από ύψος y_2. Επομένως βρίσκουμε ότι: $y_2^f = y_2 + 0 - \frac{g}{2}\left(2\sqrt{\frac{2d}{g}}\right)^2 \Rightarrow 0 = y - \frac{\cancel{g}}{\cancel{2}} 4 \frac{\cancel{2}d}{\cancel{g}} \Rightarrow y_2 = 4d$

Άρα η απόσταση μεταξύ y_1 και y_2 είναι $y_2 - y_1 = 4d - d = \underline{3d}$.

Όμοια η 3η μπάλα χρειάζεται $t = 3\sqrt{\frac{2d}{g}}$ για να χτυπήσει στο έδαφος και άρα

$0 = y_3 - \frac{\cancel{g}}{\cancel{2}} 9 \frac{\cancel{2}d}{\cancel{g}} \Rightarrow y_3 = 9d$. Άρα η απόσταση θα είναι $y_3 - y_2 = 9d - 4d = \underline{5d}$

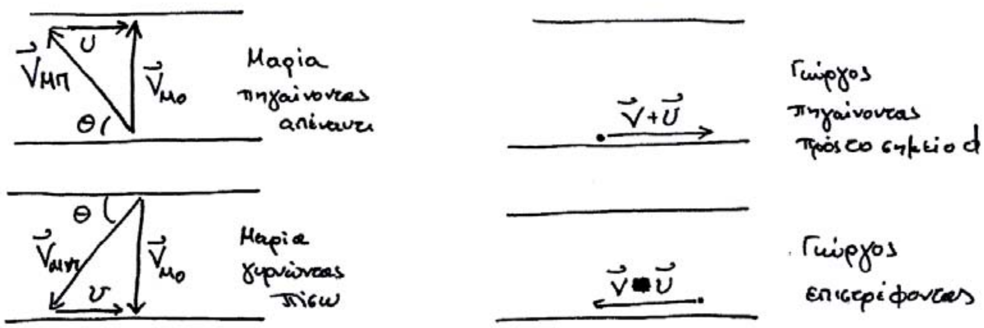
10. Ο Γιώργος και η Μαρία έχουν δύο ίδιες βάρκες με μηχανή των οποίων η ταχύτητα σχετικά προς το νερό ενός ποταμού είναι V. Ξεκινούν ένα αγώνα από το ίδιο σημείο της μιας όχθης του ποταμού ο οποίος έχει πλάτος d. Τα νερά του ποταμού ρέουν με σταθερή και ομοιόμορφη ταχύτητα U, η οποία είναι μικρότερη από την V. Η Μαρία πρέπει να διασχύσει το ποταμό και να φθάσει στο ακριβώς απέναντι σημείο της άλλης όχθης του ποταμού και κατόπιν να επιστρέψει στο σημείο εκκίνησης. Ο Γιώργος πρέπει να κινηθεί κατά το μήκος του ποταμού σε μια απόσταση d και κατόπιν να επιστρέψει στο σημείο εκκίνησης. (Υποθέστε ότι οι βάρκες κινούνται πάντοτε με σταθερή ταχύτητα V ως προς τον ποταμό και επομένως αγνοήστε τις στιγμές που χρειάζονται να επιταχύνουν κατά την εκκίνηση ή να αλλάξουν φορά κίνησης).

(α) Ποιος είναι ο ελάχιστος χρόνος για την Μαρία για να καλύψει τη συνολική διαδρομή της.

(β) Ποιος είναι ο ελάχιστος χρόνος για το Γιώργο για να καλύψει τη συνολική διαδρομή του

(γ) Σε ποιο άτομο απαιτείται λιγότερο χρονικό διάστημα για να καλύψει τη διαδρομή. Αποδείξτε το αποτέλεσμά σας

(δ) Στο τέλος του αγώνα η Μαρία διασχίζει το ποτάμι στο μικρότερο δυνατό χρόνο. Ποιος είναι ο χρόνος αυτός και πόσο μακριά κατά μήκος της απέναντι όχθης έχει βρεθεί; Η ταχύτητά της σχετικά με τη ροή του ποταμού είναι και πάλι V. **(20π)**



όπου $\vec{V}_{МП}$ η ταχύτητα της μαρίας ως προς το νερό

$\vec{V}_{МО}$ η ταχύτητα της Μαρίας ως πρός την όχθη

(α) Αφού $|\vec{V}_{МП}| = V$ βλέπουμε ότι: $|\vec{V}_{МО}| = \sqrt{V^2 - \upsilon^2}$ και για τα 2 μέρη της διαδρομής που πραγματοποιεί η Μαρία. Άρα ο χρόνος που απαιτείται για να καλύψει την απόσταση είναι: $\boxed{t_{Μαρίας} = \frac{dist}{|\vec{V}_{МО}|} = \frac{2d}{\sqrt{V^2 - \upsilon^2}}}$

(β) Ο χρόνος του Γιώργου: $t_{ol} = t_1 + t_2 = \frac{d}{V+\upsilon} + \frac{d}{V-\upsilon} \Rightarrow \boxed{t_{Γιώργου} = \frac{2dV}{V^2 - \upsilon^2}}$

(γ) $t_{Γιώργου} = \frac{2d}{\sqrt{V^2-\upsilon^2}} \frac{V}{\sqrt{V^2-\upsilon^2}} = \frac{2d}{\sqrt{V^2-\upsilon^2}} \frac{\cancel{V}}{\cancel{V}\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{V^2}}} \Rightarrow \boxed{t_{Γιώργου} = t_{Μαρίας} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{V^2}}}}$

Εφόσον $\upsilon < V \Rightarrow \frac{\upsilon^2}{V^2} < 1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{V^2}}} > 1$. Άρα ο Γιώργος παίρνει περισσότερο χρόνο.

(δ) Για να καλύψει την απόσταση απέναντι στον μικρότερο χρόνο, η Μαρία θα πρέπει να οδηγήσει τη βάρκα <u>ακριβώς απέναντι</u>. Ο χρόνος είναι απλά $t = \frac{d}{V}$. Πολλαπλασιάζοντας το χρόνο αυτό με την ταχύτητα του ποταμού βρίσκουμε σε ποιό σημείο θα φτάσει: $\Delta x = \upsilon \cdot t = \boxed{\upsilon \frac{d}{V}}$. Σημειώστε ότι $\frac{d}{V}$ πρέπει να'ναι λιγότερο από $\frac{d}{\sqrt{V^2-\upsilon^2}}$