- 1. Ένας ακίνητος κυκλικός δακτύλιος ακτίνας a βρίσκεται στο yz-επίπεδο και είναι ομοιόμορφα φορτισμένος με φορτίο Q. Ένα μικρό σωματίδιο μάζας m με αρνητικό φορτίο -q είναι τοποθετημένο στο κέντρο του δακτυλίου. (α) Δείξτε ότι αν x<<a, η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου κατά μήκος του άξονα του δακτυλίου είναι ανάλογο του x. (β) Βρείτε την δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο συναρτήσει της απόστασης x. (γ) Δείξτε ότι αν δοθεί στο σωματίδιο μια μικρή απόκλιση στην x-διεύθυνση, τότε το σωματίδιο θα αρχίσει να εκτελεί απλή αρμονική κίνηση. (δ) Βρείτε τη συχνότητα της κίνησης αυτής.</p>
- 2. Μια μικρή επιφάνεια Gauss έχει το σχήμα ενός κύβου του οποίοι οι έδρες είναι παράλληλες προς τα επίπεδα xy, xz και yz όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η επιφάνεια βρίσκεται σε μια περιοχή στην οποία το ηλεκτρικό πεδίο έχει ένταση με κατεύθυνση στον +x-άξονα. (α) Χρησιμοποιώντας την διαφορική προσέγγιση, δείξτε ότι η συνολική ροή  $\Phi_E$  που εξέρχεται από την επιφάνεια Gauss δίνεται από τη σχέση  $\Phi_E \approx \frac{\partial E}{\partial x} \Delta V$ , όπου  $\Delta V$  είναι ο όγκος που περικλείεται από την επιφάνεια Gauss. (β) Χρησιμοποιώντας τον νόμο του Gauss και το αποτέλεσμα από το υπο-ερώτημα (α) δείξτε ότι  $\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$  όπου ρ η χωρική πυκνότητα φορτίου στο εσωτερικό του κύβου. (Η εξίσωση είναι η μονοδιάστατη μορφή του σημειακού φορτίο του νόμου του Gauss).
- 3. Ένα ηλεκτρικό δίπολο ηλεκτρικής διπολικής ροπής,  $\vec{p}$ , είναι τοποθετημένο σε κάθετη απόσταση R από άπειρη γραμμική κατανομή φορτίου Q, το οποίο είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο δίνοντας γραμμική πυκνότητα φορτίου λ. Υποθέστε ότι το διάνυσμα της διπολικής ροπής είναι προσανατολισμένο ώστε να είναι παράλληλο και στην ίδια κατεύθυνση με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται από την γραμμική κατανομή φορτίου. Βρείτε μια εξίσωση για την ηλεκτρική δύναμη που ασκείται στο δίπολο.
- 4. Μια μονωμένη, επίπεδη επιφάνεια πολύ μεγάλων διαστάσεων έχει μη ομοιόμορφη κατανομή φορτίου και είναι τοποθετημένη στο x=0 επίπεδο. Στο κέντρο της επιφάνειας, η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου είναι ίση με  $+3.10\mu C/m^2$ . Σε πολύ μικρή απόσταση από την επιφάνεια και στον θετικό x-άξονα, η x-συνιστώσα της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι  $4.65 \times 10^5 N/C$ . Ποια είναι η τιμή της  $E_x$  σε μικρή απόσταση από την επιφάνεια αλλά στον αρνητικό x-άξονα;
- **5.** Ένας μονωμένος κυλινδρικός φλοιός απείρων διαστάσεων έχει εσωτερική ακτίνα  $a_1$  και εξωτερική ακτίνα  $a_2$  και ομοιόμορφη χωρική πυκνότητα φορτίου  $\rho$ . Βρείτε μια έκφραση για την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε οποιοδήποτε σημείο του χώρου.
- 6. Ο εσωτερικός κύλινδρος του διπλανού σχήματος αποτελείται από μη αγώγιμο υλικό και έχει χωρική πυκνότητα φορτίου που δίνεται από τη σχέση  $\rho(R) = C/R$  όπου  $C = 200nC/m^2$ . Ο εξωτερικός κύλινδρος είναι μεταλλικός και οι δύο θεωρούνται ότι έχουν πάρα πολύ μεγάλο μήκος. (α) Βρείτε τη γραμμική πυκνότητα φορτίου στον εσωτερικό κύλινδρο. (β) Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο για τυχαία τιμή του R.
- 7. Ένας κύκλος ακτίνας  $\alpha$  αφαιρείται από το κέντρο ενός ομοιόμορφα φορτισμένου λεπτού κυκλικού δίσκου ακτίνας b με επιφανειακή πυκνότητα φορτίου  $\sigma$ . (α) Βρείτε μια σχέση για το δυναμικό στον x-άξονα σε απόσταση x από το κέντρο του δίσκου. (β) Δείξτε ότι για x>>b,

- το ηλεκτρικό δυναμικό στον άξονα του ομοιόμορφα φορτισμένου δίσκου χωρίς το κυκλικό τμήμα, προσεγγίζει την τιμή kQ/x, όπου  $Q=\sigma\pi(b^2-a^2)$  είναι το ολικό φορτίο του δίσκου.
- 8. Θεωρήστε ένα ηλεκτρόνιο και ένα πρωτόνιο τα οποία αρχικά βρίσκονται σε ηρεμία και σε απόσταση 2.00nm μεταξύ τους. Αγνοώντας οποιαδήποτε κίνηση του πολύ βαρύτερου πρωτονίου βρείτε (α) την ελάχιστη κινητική ενέργεια και (β) την ταχύτητα με την οποία θα πρέπει να εκτοξευθεί το ηλεκτρόνιο ώστε να φθάσει σε ένα σημείο το οποίο βρίσκεται σε απόσταση 12.00nm από το πρωτόνιο. Υποθέστε ότι η ταχύτητα του ηλεκτρονίου έχει ακτινική διεύθυνση και απομακρυνόμενη από το πρωτόνιο. (γ) Βρείτε την απόσταση που διανύσει το ηλεκτρόνιο αν η κινητική του ενέργεια είναι διπλάσια αυτής στα προηγούμενα δύο ερωτήματα.
- 9. Τρεις ομόκεντροι αγώγιμοι και λεπτοί σφαιρικοί φλοιοί έχουν ακτίνες a,b και c και a < b < c. Αρχικά ο εσωτερικός φλοιός είναι αφόρτιστος, ο μεσαίος φλοιός έχει θετικό φορτίο +Q ενώ ο εξωτερικός φλοιός έχει αρνητικό φορτίο -Q. Υποθέστε ότι το δυναμικό πολύ μακριά από τους φλοιούς είναι μηδέν. (α) Βρείτε το ηλεκτρικό δυναμικό για κάθε έναν από τους σφαιρικούς φλοιούς. (β) Θεωρήστε τώρα ότι ο εσωτερικός και ο εξωτερικός φλοιός ενώνονται με αγώγιμο σύρμα το οποίο είναι εξωτερικά μονωμένο και περνά μέσω μικρής τρύπας από τον μεσαίο φλοιό. Βρείτε το ηλεκτρικό δυναμικό των τριών σφαιρικών φλοιών καθώς και το τελικό φορτίο στον καθέναν από αυτούς.
- 10. Θεωρήστε δύο ομόκεντρους λεπτούς σφαιρικούς μεταλλικούς φλοιούς ακτίνας a και b όπου a ≤ b. Ο εξωτερικός φλοιός έχει φορτίο Q ενώ ο εσωτερικός φλοιός είναι γειωμένος. Αυτό σημαίνει ότι το δυναμικό στον εσωτερικό φλοιό είναι ίδιο με αυτό που έχουν σημεία πολύ μακριά από τους σφαιρικούς φλοιούς. Βρείτε το φορτίο στον εσωτερικό φλοιό.