Σειρά	Θέση

$1^{η}$ ΟΜΑΔΑ

ΦΥΣ. 131

$1^{η}$ Πρόοδος: 11-Οκτωβρίου-2008

Πριν αρχίσετε συμπληρώστε τα στοιχεία σας (ονοματεπώνυμο και αριθμό ταυτότητας).

Ονοματεπώνυμο	Αριθμός ταυτότητας

Σας δίνονται 6 προβλήματα (4 των 15 και 2 των 20 βαθμών) και πρέπει να απαντήσετε σε όλα.

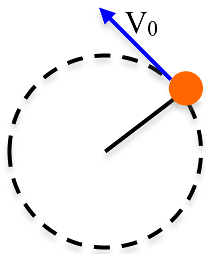
Προσπαθήστε να δείξετε την σκέψη σας και να εξηγήσετε όσο το δυνατόν πιο καθαρά για ποιό λόγο κάνετε ότι γράφετε. Γράψτε καθαρά διαγράμματα με δυνάμεις, ταχύτητες, επιταχύνσεις.

ΑΠΑΓΟΡΕΥΕΤΑΙ ΟΠΟΙΟΔΗΠΟΤΕ ΕΙΔΟΣ ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑΣ ΟΠΩΣ ΕΠΙΣΗΣ ΧΡΗΣΗ ΣΗΜΕΙΩΣΕΩΝ, ΒΙΒΛΙΩΝ, ΚΙΝΗΤΩΝ Η ΟΤΙΔΗΠΟΤΕ ΑΛΛΟ.

ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΣΤΕ ΜΟΝΟ ΤΙΣ ΣΕΛΙΔΕΣ ΠΟΥ ΣΑΣ ΔΙΝΟΝΤΑΙ ΚΑΙ ΜΗΝ ΚΟΨΕΤΕ ΟΠΟΙΑΔΗΠΟΤΕ ΣΕΛΙΔΑ

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 2 ώρες. Καλή Επιτυχία !

1. Μια σιδερένια μπάλα μάζας 200gr είναι εξαρτημένη από αβαρές νήμα μήκους 0.7m και κινείται ομαλά σε κατακόρυφη κυκλική τροχιά. Πόσο αργά θα πρέπει να κινείται η μπάλα στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς της ώστε το νήμα να παραμένει τεντωμένο; [**15π**]



Στο ψηλότερο σημείο της κυκλικής τροχιάς οι δυνάμεις που ασκούνται στη μπάλα είναι το βάρος της $B=mg$ και η τάση του νήματος. Και οι δύο δυνάμεις έχουν διεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς όταν το σώμα βρίσκεται στις δύο ακραίες θέσεις (πάνω-κάτω) της τροχιάς. Το διάγραμμα απελευθερωμένου σώματος είναι:

Η συνισταμένη των 2 αυτών δυνάμεων παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης αφού το σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση:

$$\left.\begin{aligned} \Sigma F_y &= B + T = m a_\kappa \\ a_\kappa &= \frac{\upsilon^2}{R} \end{aligned}\right\} \Rightarrow mg + T = m\frac{\upsilon^2}{R}$$

Το νήμα θα σταματήσει να είναι τεντωμένο όταν η τάση T γίνει μηδέν. Στην οριακή αυτή περίπτωση θα έχουμε:

$$\cancel{m}g = \cancel{m}\frac{\upsilon^2}{R} \Rightarrow \upsilon^2 = gR \Rightarrow \upsilon = \sqrt{gR} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{(9.8)(0.7)} \Rightarrow \boxed{\upsilon = 8.28 m/s}$$

2. Μια μπάλα A, μάζας 400gr, και μια μπάλα B, μάζας 600gr συνδέονται μεταξύ τους με ένα επιμηκυμένο ελατήριο αμελητέας μάζας όπως δείχνεται στο σχήμα. Όταν οι δύο μπάλες αφαιθούν ελεύθερες ταυτόχρονα, η μπάλα B έχει αρχική επιτάχυνση 1.5m/s^2 προς τα αριστερά. Ποια είναι η αρχική επιτάχυνση της μάζας A; [**15π**]

Θεωρούμε το ελατήριο και τις δύο μπάλες σαν ένα σύστημα. Στο σύστημα αυτό δεν ενεργούν εξωτερικές δυνάμεις και οι μόνες δυνάμεις που ασκούνται είναι από τη μπάλα A στη μπάλα B και από τη μπάλα B στη μπάλα A μέσω του ελατηρίου. Οι δυνάμεις αυτές είναι εσωτερικές δυνάμεις και επομένως σύμφωνα με το 3ο νόμο του Newton είναι ίσες και αντίθετες. Θα έχουμε επομένως:

$$f_{AB} = -f_{BA}$$

Από το 2ο νόμο του Newton έχουμε:

$$\vec{f}_{AB} = m_B \vec{a}_B$$

$$\vec{f}_{BA} = m_A \vec{a}_A$$

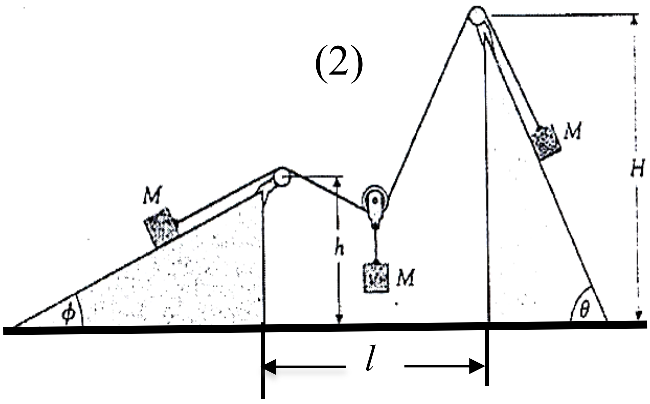
$$\Rightarrow m_B \vec{a}_B = -m_A \vec{a}_A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{a}_A = -\frac{m_B}{m_A} \vec{a}_B$$

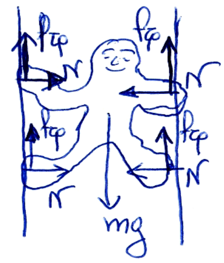
Η επιτάχυνση $\vec{a}_B$ έχει φορά προς τα αριστερά. Αν θεωρήσουμε τη διεύθυνση αυτή θετική τότε έχουμε: $\vec{a}_A = -\frac{m_B}{m_A} a_B$

Δηλαδή η επιτάχυνση της A είναι αντίθετη της B και επομένως έχει διεύθυνση προς τα δεξιά. Το μέτρο της είναι $\boxed{a_A = \frac{\cancel{600}^{\,3}}{{}_{2}\cancel{400}} 1.5 = 2.25 m/s^2}$

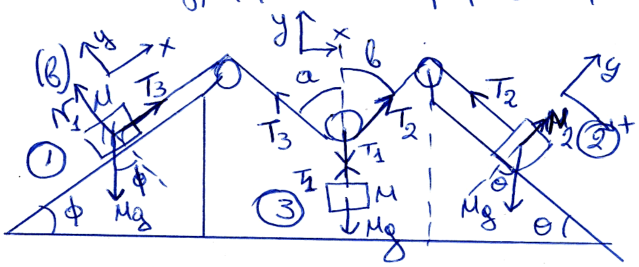
3. (α) Να βρεθούν οι δυνάμεις που αναπτύσσονται στον ορειβάτη του διπλανού σχήματος 1. [**5π**] (β) Είναι δυνατό το σύστημα που φαίνεται στο σχήμα 2 να βρίσκεται σε ισορροπία αν οι επιφάνειες των κεκλιμένων επιπέδων είναι λείες; Εξηγήστε την απάντησή σας δίνοντας τις απαραίτητες συνθήκες για την κάθε περίπτωση. [**10π**]



(α) Το διάγραμμα απελευθερωμένου σώματος για τον ορειβάτη:



(β)



Για να βρίσκεται το σύστημα σε ισορροπία θα πρέπει:

Σώμα (1): $\Sigma F_x = T_3 - Mg\sin\phi = 0 \Rightarrow T_3 = Mg\sin\phi$ (A)

$\Sigma F_y = N_1 - Mg\cos\phi = 0$

Σώμα (2): $\Sigma F_x = Mg\sin\theta - T_2 = 0 \Rightarrow T_2 = Mg\sin\theta$ (B)

$\Sigma F_y = N_2 - Mg\cos\theta = 0$

Σώμα (3): $\Sigma F_x = T_2\sin b - T_3\sin a = 0 \Rightarrow T_2\sin b = T_3\sin a$ (Γ)

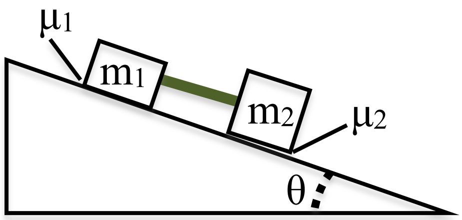
$\Sigma F_y = T_2\cos b + T_3\cos a - Mg = 0$ (Δ)

Αλλά $T_3 = T_2$ και επομένως από (A) ∧ (B) $\Rightarrow \sin\theta = \sin\phi \Rightarrow \boxed{\theta = \phi}$

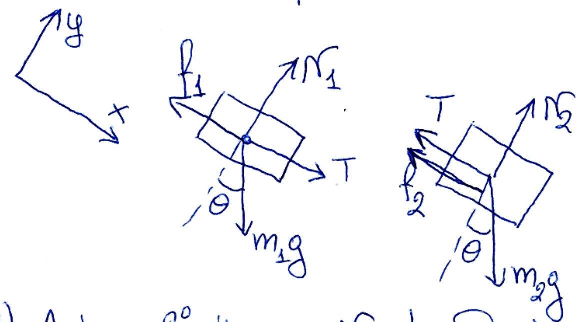
Από την (Γ) έπεται αυτόματα ότι $\sin b = \sin a \Rightarrow \boxed{a = b}$

Από τη (Δ) κ (A) $\Rightarrow 2T_3\cos a = Mg \Rightarrow 2\cancel{Mg}\sin\phi\cos a = \cancel{Mg} \Rightarrow \boxed{\sin\phi\cos a = \frac{1}{2}}$

4. Δυο κιβώτια μάζας m_1 και m_2 αντίστοιχα συνδέονται με ένα σχοινί και βρίσκονται πάνω στην τραχειά επιφάνεια ενός κεκλιμένου επιπέδου το οποίο σχηματίζει γωνία θ με τον ορίζοντα. Ο συντελεστής κινητικής τριβής μεταξύ του κιβώτιου στο υψηλότερο σημείο και της κεκλιμένου επιπέδου είναι μεγαλύτερος από το συντελεστή κινητικής τριβής μεταξύ του χαμηλότερου κιβωτίου και του κεκλιμένου επιπέδου, δηλαδή $\mu_2 \ll \mu_1$. Υποθέστε ότι η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου, θ, είναι αρκετά μεγάλη ώστε τα κιβώτια κινούνται και αρχίζουν να επιταχύνονται προς τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. (α) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα απελευθερωμένου σώματος για τα δυο κιβώτια. [**5π**] (β) Να υπολογίσετε τη τάση του σχοινιού που συνδέει τα δυο κιβώτια. [**10π**]



(α) Θεωρούμε σα σύστημα συντεταγμένων αυτό με άξονα παρ/λο και κάθετο στο κεκλιμένο επίπεδο



(β) Από το 2ο νόμο του Newton θα έχουμε:

m_1: $\Sigma F_x^1 = T + m_1 g\sin\theta - f_1 = m_1 a$

$\Sigma F_y^1 = N_1 - m_1 g\cos\theta = 0 \Rightarrow N_1 = m_1 g\cos\theta$

$f_1 = \mu_1 N_1$ $\Rightarrow f_1 = \mu_1 m_1 g\cos\theta$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{T + m_1 g\sin\theta - \mu_1 m_1 g\cos\theta = m_1 a} \quad (1)$$

m_2: $\Sigma F_x^2 = m_2 g\sin\theta - T - f_2 = m_2 a$

$\Sigma F_y^2 = N_2 - m_2 g\cos\theta = 0 \Rightarrow N_2 = m_2 g\cos\theta$

$f_2 = \mu_2 N_2$ $\Rightarrow f_2 = \mu_2 m_2 g\cos\theta$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{-T + m_2 g\sin\theta - \mu_2 m_2 g\cos\theta = m_2 a} \quad (2)$$

Από (1)∧(2) $\Rightarrow \frac{T}{m_1} + \cancel{g\sin\theta} - \mu_1 g\cos\theta = -\frac{T}{m_2} + \cancel{g\sin\theta} - \mu_2 g\cos\theta \Rightarrow \boxed{T = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}(\mu_1-\mu_2) g\cos\theta}$

5. Ένα βλήμα βάλεται από ένα σημείο Α με κάποια γωνία θ σχετικά με τον ορίζοντα. Ξαφνικά και ενώ βρίσκεται στο μέγιστο ύψος της τροχιάς του και αφού έχει διανύσει μια οριζόντια απόσταση D, εκρήγνυται σε δύο ίσα θραύσματα τα οποία κινούνται οριζόντια με ίσες και αντίθετες ταχύτητες όπως μετρούνται σχετικά με το βλήμα τη στιγμή πριν την έκρηξη. Το ένα θράυσμα προσγειώνεται πίσω στο σημείο Α. Πόσο μακριά από το σημείο Α θα προσγειωθεί το δεύτερο θραύσμα; (**20π**)

Στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς, η ταχύτητα του βλήματος είναι οριζόντια ως προς το έδαφος. Έστω ότι η ταχύτητα αυτή είναι V_{BE}.
Η ταχύτητα των θραυσμάτων ως προς το βλήμα είναι επίσης οριζόντια και τα δυό θραύσματα έχουν ίσες και αντίθετες ταχύτητες.
Έστω η ταχύτητα του θραύσματος 1 (αυτού που πηγαίνει πίσω στο Α) είναι στην αρνητική διεύθυνση και έχει μέτρο υ ως προς το βλήμα ενώ η ταχύτητα του θραύσματος 2 έχει θετική διεύθυνση και είναι επίσης υ.
Οι ταχύτητες των θραυσμάτων ως προς το έδαφος θα είναι:

$$\vec{V}_{\theta_1 E} = \vec{V}_{\theta_1 B} + \vec{V}_{BE} \Rightarrow \boxed{V_{\theta_1 E} = V_{BE} - \upsilon} \quad (1) \Rightarrow \boxed{\upsilon = V_{BE} + V_{\theta_1 E}} \quad (3)$$

$$\vec{V}_{\theta_2 E} = \vec{V}_{\theta_2 B} + \vec{V}_{BE} \Rightarrow \boxed{V_{\theta_2 E} = V_{BE} + \upsilon} \quad (2)$$

Και τα 2 θραύσματα ξεκινούν από το ίδιο σημείο με μηδενική κατακόρυφη ταχύτητα. Το θραύσμα 1 επιστρέφει στη θέση Α, άρα διανύει οριζόντια απόσταση D η οποία δίνεται από: $\boxed{x_1 = V_{\theta_1 E} \cdot t = D}$ (4) πηγαίνει προς τα πίσω

Αλλά ο χρόνος αυτός είναι ίδιος με το χρόνο που χρειάστηκε το αρχικό βλήμα να φθάσει στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς. Στο χρόνο αυτό έκανε απόσταση $\boxed{x_\beta = D = V_{BE} \cdot t}$ (5)

Το 2° θραύσμα θα κινηθεί κατά απόσταση x_2 και θα κινηθεί τον ίδιο χρόνο t

$$x_2 = V_{\theta_2 E} \cdot t \overset{(2)}{\Rightarrow} x_2 = V_{BE} \cdot t + \upsilon \cdot t \overset{(5)\wedge(3)}{\Rightarrow} x_2 = D + \cancelto{D}{V_{BE} t} + V_{\theta_1 E} t \overset{(4)}{\Rightarrow} x_2 = D + D + D$$

$\Rightarrow x_2 = 3D$ από το σημείο έκρηξης

6. Ένα μήλο αρχικά ακίνητο σε ύψος H πάνω από την επιφάνεια πυκνών χόρτων αρχίζει να πέφτει ελεύθερα από το δέντρο. Το ύψος των χόρτων είναι h. Καθώς το μήλο εισχωρεί στα χόρτα αρχίζει να επιβραδύνεται με σταθερό ρυθμό με αποτέλεσμα να φθάσει στην επιφάνεια του εδάφους με μηδενική ταχύτητα. (α) Υπολογίστε τη ταχύτητα του μήλου ακριβώς πριν εισχωρήσει στα χόρτα. [**3π**] (β) Υπολογίστε την επιτάχυνση του μήλου καθώς κινείται μέσα στα χόρτα. [**5π**] (γ) Κάνετε τις ακόλουθες γραφικές παραστάσεις y-t, v-t και α-t για όλη τη κίνηση του μήλου. [**12π**]

(α) Το μήλο έχει 2 τμήματα κίνησης με σταθερή επιτάχυνση. Στο πρώτο τμήμα κάνει ελεύθερη πτώση από το δέντρο προς τα χόρτα με επιτάχυνση g ενώ η μετατόπισή του είναι H-h.
Στο δεύτερο τμήμα της κίνησής του έχει σταθερή επιβράδυνση ενώ κινείται κατά h και η τελική του ταχύτητα είναι 0.
Έστω θεωρούμε σα θετική φορά, αυτή προς τα πάνω και η αρχή του y-άξονα είναι $y=0$ για την επιφάνεια του εδάφους.
Η αρχική θέση του μήλου είναι σε ύψος $y_0 = H+h$ από το έδαφος.
Άρα για το πρώτο μέρος της κίνησης (δέντρο-χόρτα) θα έχουμε:

$$\Delta y = y_0 - y = H + h - h \Rightarrow \Delta y = H$$

Η αρχική ταχύτητα του μήλου είναι $V_{oy} = 0$ ενώ $a_y = -g$.
Το μήλο θα φθάσει στα χόρτα με ταχύτητα V_y που δίνεται από

$$V_y^2 = V_{oy}^2 + 2a\Delta y \Rightarrow V_y^2 = 0 - 2g(-H) \Rightarrow \boxed{V_y = \sqrt{2gH}}$$

(β) Όταν εισχωρεί στα χόρτα κινείται με σταθερή επιτάχυνση α και διανύει απόσταση $\Delta y = -h$ και η τελική του ταχύτητα είναι 0
Οπότε: $V_y^2 = V_{oy}^2 + 2a\Delta y \Rightarrow 0 = \cancel{2}gH + \cancel{2}a(-h) \Rightarrow \boxed{a = \frac{gH}{h}}$
με φορά θετική. Δηλαδή έχουμε επιβράδυνση.

(γ)