Ενέργεια Μαγνητικού Πεδίου

Ενέργεια που αποθηκεύεται σε μαγνητικό πεδίο

Είδαμε ότι ο συντελεστής αυτεπαγωγής υποδηλώνει την αντίσταση ενός πηνίου στην αλλαγή του ρεύματος που το διαρρέει.

Επομένως η εξωτερική πηγή θα πρέπει να δαπανήσει έργο ώστε να αποκαταστήσει ένα ρεύμα διαμέσου του πηνίου.

Από το θεώρημα έργου-κινητική ενέργειας συμπεραίνουμε ότι ενέργεια μπορεί να αποθηκευτεί σε ένα πηνίο. Ο ρόλος που παίζει ένα πηνίο στην περίπτωση του μαγνητισμού είναι ανάλογος του ρόλου που παίζει ο πυκνωτής στην περίπτωση της ηλεκτροστατικής.

Η ισχύς ή διαφορετικά ο ρυθμός που μια εξωτερική ΗΕΔ, $\mathcal{E}_{\varepsilon\xi.}$, δουλεύει για να αποκαταστήσει το ρεύμα που διαρρέει ένα πηνίο είναι ως ακολούθως:

$$P_L = \frac{dW_{\varepsilon\xi.}}{dt} = I\mathcal{E}_{\varepsilon\xi.}$$

Αν στο κύκλωμα υπάρχει μόνο η εξωτερική πηγή και το πηνίο, τότε: $\mathcal{E}_{\varepsilon\xi.} = -\mathcal{E}_L$

Από αυτό συνεπάγεται ότι: $P_L = \dfrac{dW_{\varepsilon\xi.}}{dt} = I\mathcal{E}_{\varepsilon\xi.} = -I\mathcal{E}_L \Rightarrow P_L = IL\dfrac{dI}{dt}$

Ενέργεια που αποθηκεύεται σε μαγνητικό πεδίο

Αν το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο αυξάνει, $dI/dt > 0$, τότε $P > 0$ που σημαίνει ότι η εξωτερική πηγή καταναλώνει έργο στο κύκλωμα ώστε να μεταφέρει ενέργεια στο πηνίο και η εσωτερική ενέργεια του πηνίου αυξάνει.

Αν το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο ελαττώνεται, $dI/dt < 0$, τότε $P < 0$ που σημαίνει ότι η εξωτερική πηγή παίρνει ενέργεια από το πηνίο ελαττώνοντας την ενέργειά του.

Το ολικό έργο που παράγει η εξωτερική πηγή για να φέρει το ρεύμα από την τιμή 0 στη τιμή I είναι:

$$W_{\varepsilon\xi.} = \int dW_{ex.} = \int_0^I LI'dI' = \frac{1}{2}LI^2$$

Αυτό ισούται με την μαγνητική ενέργεια που αποθηκεύεται στο πηνίο: $U_M = \frac{1}{2}LI^2$

Η τελευταία εξίσωση είναι ανάλογη της ενέργειας που αποθηκεύεται σε πυκνωτή στην ηλεκτροστατική: $U_{E.} = \frac{1}{2}QC = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

Επομένως καθαρά ενεργειακά, υπάρχει σαφής διαχωρισμός μεταξύ αντιστάτη και πηνίου. Όταν ρεύμα *I* ρέει διαμέσου μιας αντίστασης, ενέργεια καταναλώνεται στην αντίσταση και την ζεσταίνει ανεξάρτητα αν το ρεύμα είναι σταθερό ή μεταβάλλεται.

Στην περίπτωση του πηνίου, ενέργεια εισέρχεται στο πηνίο μόνο όταν $dI/dt > 0$ και αποθηκεύεται στο πηνίο. Καταναλώνεται αργότερα όταν $dI/dt < 0$.

Όταν το ρεύμα που περνά από ένα πηνίο είναι σταθερό, τότε δεν υπάρχει αλλαγή στην ενέργεια εφόσον: $P_L = LIdI/dt = 0$

Ενέργεια αποθηκευμένη σε σωληνοειδές

Θεωρούμε ένα μακρύ σωληνοειδές, μήκους l, N σπειρών ακτίνας R που διαρρέεται από ρεύμα *I*. Πόση ενέργεια είναι αποθηκευμένη στο σωληνοειδές;

Χρησιμοποιούμε την εξίσωση της ενέργειας: $U_M = \frac{1}{2}LI^2$

Αλλά : $L = \frac{\mu_0 N^2}{l}A$

Αντικατάσταση της 2ης στην 1η δίνει: $U_M = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 A N^2 I^2}{l} = \frac{1}{2}\mu_0 \pi l R^2 n^2 I^2$

Μπορούμε να εκφράσουμε το αποτέλεσμα συναρτήσει του πεδίου, $B = \mu_0 n I$ οπότε θα έχουμε:

$$U_M = \frac{1}{2}\frac{\pi l R^2 B^2}{\mu_0}$$

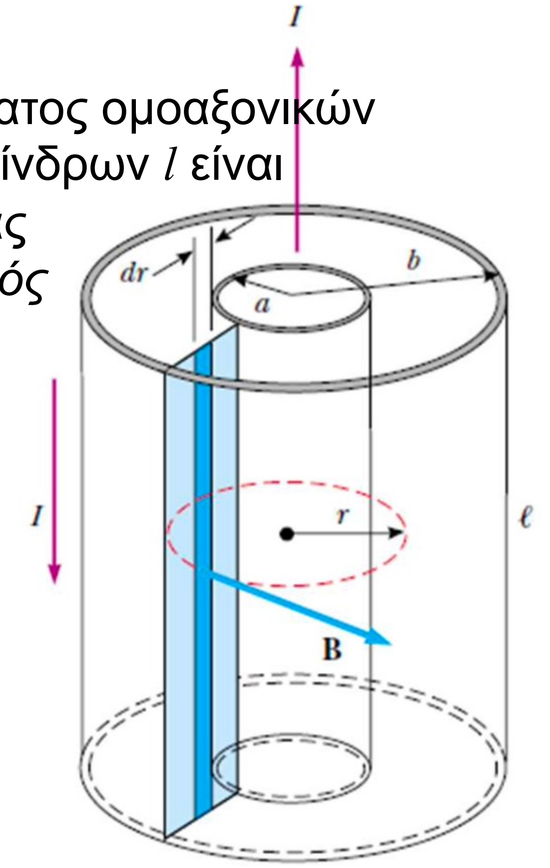
Αλλά $\pi l R^2$ είναι ο όγκος που καταλαμβάνει το πηνίο

Ορίζουμε την πυκνότητα μαγνητικής ενέργειας: $\boxed{u_M = \frac{U_M}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0}}$

Η παραπάνω έκφραση ισχύει τόσο για ομογενές όσο και μη ομογενές πεδίο.

Το αποτέλεσμα μπορεί να συγκριθεί με αυτό του ηλεκτρικού πεδίου: $\boxed{u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2}$

Παράδειγμα:



Θα υπολογίσουμε τον συντελεστή αυτεπαγωγής ενός συστήματος ομοαξονικών κυλίνδρων με ακτίνες α και b. Θεωρούμε ότι το μήκος των κυλίνδρων l είναι πολύ μεγάλο και οι κύλινδροι διαρρέονται από αντίθετης φοράς ρεύματα, έντασης I. *Το σύστημα αυτό αποτελεί προσέγγιση ενός ομοαξονικού καλωδίου.*

Όταν το σύστημα διαρρέεται από τα αντίθετα ρεύματα, δημιουργείται μαγνητικό πεδίο το οποίο μπορούμε να υπολογίσουμε με τον νόμο του Ampere.

- Για $r < a$: $B_1 = 0$
- Για $a \leq r \leq b$: θα πάρουμε: $\oint_C \vec{B}_2 \cdot d\vec{s} = \mu_0 I \Rightarrow$

$$\oint_C B ds = \mu_0 I \Rightarrow B 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow B 2\pi r = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

- Για $r \geq b$: $B_3 = 0$

Από το γραμμοσκιασμένο ορθογώνιο του σχήματος με διαστάσεις $(b-a) \times l$ διέρχεται μαγνητική ροή Φ_m που μπορούμε υπολογίσουμε θεωρώντας τα στοιχειώδη εμβαδά των έντονα γραμμοσκειασμένων ορθογωνίων: $d\vec{A} = l\hat{\imath} \times dr\hat{\jmath} \Rightarrow d\vec{A} = ldr\hat{k}$

Παράδειγμα

Θα έχουμε επομένως: $d\Phi_m = B_2 l dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} l dr$

Ολοκληρώνοντας, παίρνουμε: $\Phi_m = \int d\Phi_m = \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} l dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi} l \int_a^b \frac{dr}{r} \Rightarrow$

$$\Phi_m = \frac{\mu_0 l I}{2\pi} ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Από τον ορισμό της επαγόμενης τάσης θα έχουμε: $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{\mu_0 l}{2\pi} ln\left(\frac{b}{a}\right)\frac{dI}{dt}$

Από τον ορισμό της τάσης αυτεπαγωγής έχουμε: $\mathcal{E} = -L\frac{dI}{dt}$

Επομένως καταλήγουμε ότι ο συντελεστής αυτεπαγωγής είναι: $L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} ln\left(\frac{b}{a}\right)$

Παράδειγμα

Θεωρούμε ένα πλατύ χάλκινο έλασμα πλάτους *w*, το οποίο τυλίγεται σε κύλινδρο ακτίνας *R* , όπως στο σχήμα. Το έλασμα διαρρέεται από ρεύμα *I* το οποίο είναι κατανεμημένο ομοιόμορφα κατά το πλάτος της επιφάνειας του ελάσματος. Με τον τρόπο αυτό σχηματίζεται ένα σωληνοειδές μια σπείρας.

(α) Ποιο το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου *B* μέσα στο σωληνωτό τμήμα. Υποθέτουμε ότι το μαγνητικό πεδίο έξω από το σωληνοειδές αυτό τμήμα είναι αμελητέο.

(β) Ποιος είναι ο συντελεστής αυτεπαγωγής του σωληνοειδούς αυτού, αγνοώντας τις επίπεδες προεκτάσεις.

Θεωρούμε μια κλειστή καμπύλη που να περνά από το έλασμα, όπως στο σχήμα, και εφαρμόζουμε το νόμο του Ampere:

$$\oint_{ABCDA} Bds = \mu_0 I \Rightarrow \cancelto{0}{\int_A^B Bd} + \cancelto{0}{\int_B^C BW} + \cancelto{0}{\int_C^D Bd} + \int_D^A BW = \mu_0 I \Rightarrow BW = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{W}$$

Από τις σχέσεις:

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{E} &= -\frac{d\Phi_m}{dt} \\ \mathcal{E} &= -L\frac{dI}{dt} \end{aligned}\right\} \Rightarrow LI = \Phi_m \Rightarrow L = \frac{\Phi_m}{I} = \frac{\pi R^2 B}{I} = \frac{\pi R^2 \mu_0 I}{WI} \Rightarrow L = \frac{\mu_0 \pi R^2}{W}$$

16ο Quiz

- Γράψτε σε μια σελίδα το όνομά σας και τον αριθμό ταυτότητάς σας

Έτοιμοι

Κυκλώματα που περιέχουν Πηνία
RL, LC, RLC

Κυκλώματα RL

Το γεγονός ότι εισάγουμε ένα χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο σε κάποιο απλό κύκλωμα, έχει σαν αποτέλεσμα το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\oint_C \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{s} \neq 0$ κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής να μην είναι μηδέν.

Εν αντιθέσει έχουμε ότι: $\oint \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt}\iint \vec{B} \cdot d\vec{A}$

Είδαμε ακόμα ότι ένα οποιοδήποτε κύκλωμα που διαρρέεται από χρονικά μεταβαλλόμενο ρεύμα, προκαλεί χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο και επομένως επάγεται ηλεκτρικό πεδίο.

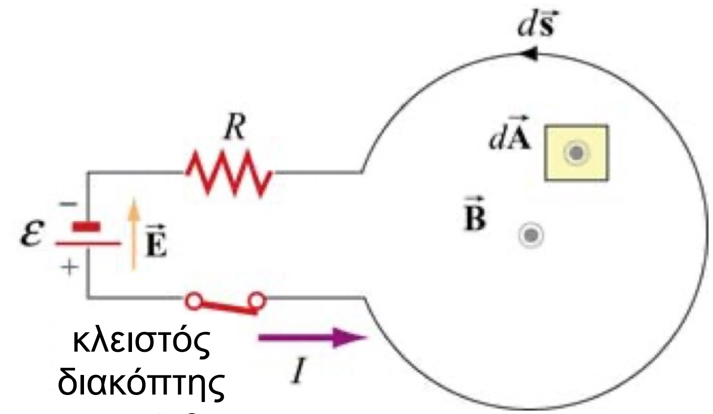
Θα συζητήσουμε τεχνικές που χρησιμοποιούμε για να λάβουμε υπόψιν χρονικά μεταβαλλόμενα μαγνητικά πεδία σε κυκλώματα

Τη στιγμή που εισαγάγουμε μεταβολές στο μαγνητικό πεδίο εξαιτίας χρονικά μεταβαλλόμενου ρεύματος, η διαφορά ηλεκτρικού δυναμικού ανάμεσα σε δύο σημεία του κυκλώματος δεν ορίζεται επακριβώς. Ο λόγος οφείλεται στο γεγονός ότι το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα του ηλεκτρικού πεδίου δεν είναι μηδέν κατά μήκος μια κλειστής διαδρομής αλλά εξαρτάται από το διαδρομή που θεωρούμε.

Το ηλεκτρικό πεδίο δεν είναι πλέον ένα συντηρητικό πεδίο, και το ηλεκτρικό δυναμικό δεν είναι πλέον η κατάλληλη έννοια, αφού δεν μπορούμε να γράψουμε το ηλεκτρικό πεδίο ως την αρνητική κλίση της βαθμωτής δυναμικής ενέργειας. Ωστόσο μπορούμε να εξηγήσουμε ακριβώς πως συμπεριφέρεται το κύκλωμα κάτω από αυτές τις συνθήκες.

Κυκλώματα RL

Θεωρούμε το κύκλωμα του σχήματος.



Για $t > 0$ το ρεύμα θα διαρρέει το κύκλωμα σύμφωνα με τη φορά που φαίνεται στο σχήμα.

Θα μελετήσουμε την εξίσωση που περιγράφει την συμπεριφορά του ρεύματος $I(t)$ για $t > 0$.

Εφαρμόζουμε τον νόμο του Faraday, για την επιφάνεια που προσδιορίζεται από το κύκλωμα και θεωρούμε ότι η θετική φορά του διανύσματος της επιφάνειας $d\vec{A}$ είναι εκτός της σελίδας, ενώ το διάνυσμα $d\vec{s}$ έχει φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού.

Υπολογίζουμε το ολοκλήρωμα του ηλεκτρικού πεδίου γύρω από την καμπύλη του κυκλώματος

Υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο στη μπαταρία το οποίο έχει φορά από τον θετικό προς τον αρνητικό πόλο της μπαταρίας. Όταν όμως πηγαίνουμε μέσω της μπαταρίας από τον θετικό στον αρνητικό πόλο, και όταν διασχίζουμε την μπαταρία σύμφωνα με τη φορά του ρεύματος που σχεδιάσαμε, κινούμαστε αντίθετα με το ηλεκτρικό πεδίο και άρα:

$\vec{E} \cdot d\vec{s} < 0.$ Συνεισφορά της μπαταρίας είναι στο κύκλωμα είναι $-\mathcal{E}$.

Υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο πάνω στην αντίσταση και αυτό έχει τη φορά του ρεύματος. Επομένως κινούμενοι με την φορά του $d\vec{s}$ θα έχουμε $\vec{E} \cdot d\vec{s} > 0$ και $+\mathcal{E}$ οπότε IR

Κυκλώματα RL

Καθώς κινούμαστε μέσω του πηνίου, δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του πεδίου αν η αντίσταση του σύρματος από το οποίο είναι κατασκευασμένο το πηνίο είναι 0.

Κινούμενοι επομένως ως προς την καμπύλη του κυκλώματος και σύμφωνα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού θα έχουμε:

$$\oint \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{s} = -\mathcal{E} + IR$$

Ποια είναι ωστόσο η μαγνητική ροή που διαρρέει την ανοικτή επιφάνεια του κυκλώματος;

Θεωρούμε την πηγή, αντίσταση και διακόπτη να συνεισφέρουν μηδαμινά στη μαγνητική ροή, εν αντιθέσει με την πολύ μεγαλύτερη συνεισφορά της ανοικτής επιφάνειας που περιλαμβάνει το πηνίο.

Ξέρουμε επίσης ότι η ροή είναι θετική στο τμήμα αυτό του κυκλώματος γιατί το ρεύμα κινείται αντίθετα με την φορά των δεικτών του ρολογιού, και παράγει μαγνητικό πεδίο $\vec{\mathrm{B}}$ το οποίο είναι ομόρροπο με το διάνυσμα της επιφάνειας.

Επομένως $\vec{B} \cdot d\vec{A} > 0$. Προσέξτε ότι το $\vec{B}$ είναι το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται από το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα και όχι από κάποια εξωτερική πηγή.

Κυκλώματα RL

Ξέρουμε ότι η μαγνητική ροή είναι ανάλογη του ρεύματος και μπορούμε να την εκφράσουμε με την μορφή: $\Phi_m = LI$, όπου L ο συντελεστής αυτεπαγωγής που εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του πηνίου/βρόχου.

Η χρονική μεταβολή της μαγνητικής ροής θα είναι: $\frac{d\Phi_m}{dt} = L\frac{dI}{dt}$

και από τον νόμο του Faraday θα έχουμε: $\oint \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{s} = -\mathcal{E} + IR = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$

Μπορούμε να γράψουμε την εξίσωση για το χρονικά μεταβαλλόμενο ρεύμα $I(t)$:

$$\Delta V = \mathcal{E} - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$

Η εξίσωση έχει γραφεί με τρόπο ώστε να θυμίζει τον 2ο νόμο του Kirchhoff για την τάση κατά μήκος ενός κλειστού βρόχου.

Για να διατηρήσουμε τον 2ο νόμο του Kirchhoff θα πρέπει να προσδιορίσουμε την πτώση δυναμικού κατά μήκος του πηνίου.

Κυκλώματα RL – Τροποποιημένος 2os νόμος Kirchhoff

Ο τροποποιημένος νόμος του *Kirchhoff* μπορεί να εξαχθεί ως εξής:

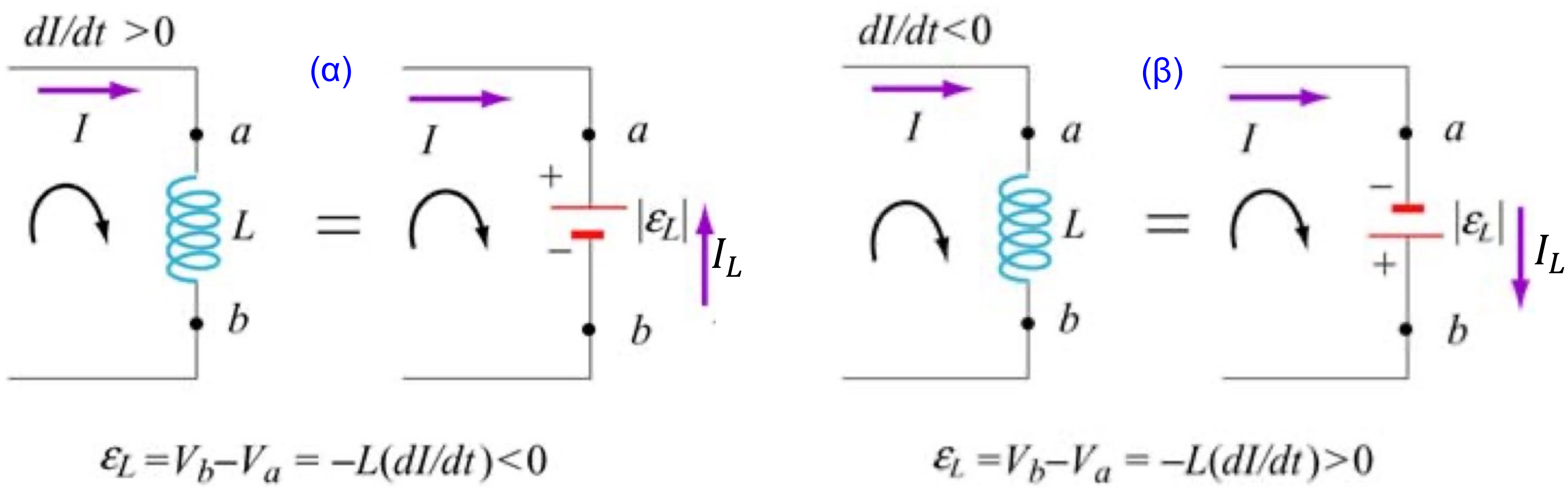
Η πολικότητα της επαγόμενης ΗΕΔ είναι τέτοια ώστε να υπάρχει αντίσταση στην αλλαγή της μαγνητικής ροής λόγω της αλλαγής του ρεύματος.

Η ΗΕΔ αυτεπαγωγής, $\mathcal{E}_L$, επάγει ένα ρεύμα, I_L, το οποίο έχει αντίθετη φορά με αυτό που διαρρέει το κύκλωμα λόγω της μπαταρίας.

Το πηνίο θα μπορούσε να αντικατασταθεί με μια πηγή ΗΕΔ $|\mathcal{E}_L|$ και θα έχουμε:

$$|\mathcal{E}_L| = L\left|\frac{dI}{dt}\right| = +L\frac{dI}{dt}$$ και πολικότητα όπως στο σχήμα (α).

Ωστόσο αν η πολικότητα είναι όπως στο σχήμα (β) τότε $dI/dt < 0$ και το επαγόμενο ρεύμα έχει την ίδια φορά με το ρεύμα της μπαταρίας και τα ρεύματα προστίθενται.



Κυκλώματα RL – Τροποποιημένος 2ος νόμος Kirchhoff

Παρατηρούμε επομένως ότι ανεξάρτητα από το αν το ρεύμα της μπαταρίας αυξάνει ή ελαττώνεται, η διαφορά δυναμικού καθώς κινούμαστε σύμφωνα με την φορά του ρεύματος της μπαταρίας, από το σημείο α στο σημείο β, παραμένει πάντοτε ίση με:

$$V_a - V_b = -L\frac{dI}{dt}$$

Άρα **ο τροποποιημένος 2ος νόμος του Kirchhoff για κυκλώματα με πηνίο** είναι:

> Αν διασχίζομε ένα πηνίο με φορά ίδια με την φορά του ρεύματος της πηγής, η μεταβολή στο δυναμικό στα άκρα του θα είναι $-LdI/dt$. Αν το πηνίο διασχίζεται με φορά αντίθετη του ρεύματος, τότε η μεταβολή στο δυναμικό στα άκρα του είναι $+LdI/dt$.

Η χρήση του παραπάνω τροποποιημένου νόμου σε κυκλώματα με πηνίο θα δώσει τις σωστές εξισώσεις. Ωστόσο, πρέπει να τονιστεί ότι **από άποψη φυσικής δεν είναι σωστός** και δίνει την λάθος εντύπωση.

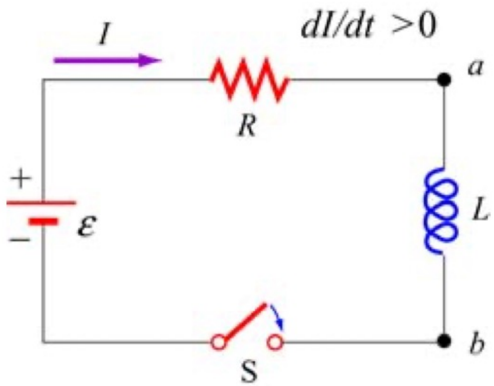
Ως υπενθύμιση, ο 2ος νόμος του Kirchhoff εξάγεται από το γεγονός ότι το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα του ηλεκτρικού πεδίου κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής είναι μηδέν.

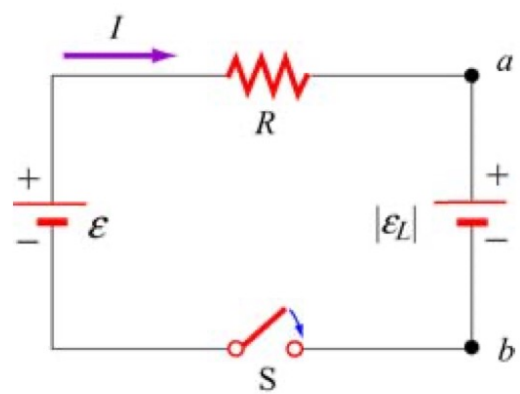
Με την θεώρηση του χρονικά μεταβαλλόμενου μαγνητικού πεδίου αυτό παύει να ισχύει, και επομένως το άθροισμα των διαφορών δυναμικού κατά μήκος όλων των συστατικών κυκλώματος, αν θεωρήσουμε ότι είναι το αρνητικό του επικαμπύλιου ολοκληρώματος του ηλεκτρικού πεδίου, δεν είναι πλέον μηδέν, αλλά $+L(dI/dt)$.

Κυκλώματα RL – Ανοδικό Ρεύμα

Έστω το *RL* κύκλωμα του παρακάτω σχήματος. Τη χρονική στιγμή *t* = 0, ο διακόπτης είναι κλειστός και το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα.

Βρίσκουμε ότι το ρεύμα δεν αυξάνει αμέσως στη μέγιστη τιμή του που είναι $\mathcal{E}/R$. Αυτό οφείλεται στην παρουσία του πηνίου, το οποίο επάγει μια ΗΕΔ αυτεπαγωγής που αντιτίθεται στην αλλαγή του ρεύματος.





Χρησιμοποιώντας τον τροποποιημένο 2ο νόμο του Kirchhoff για αυξανόμενο ρεύμα: $dI/dt > 0$, το κύκλωμα *RL* περιγράφεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$\mathcal{E} - IR - |\mathcal{E}_L| = \mathcal{E} - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$

Ιδιαίτερη προσοχή: υπάρχει σημαντική διαφορά μεταξύ της συμπεριφοράς μια ωμικής αντίστασης και ενός πηνίου. Ενώ η στην ωμική αντίσταση, η διαφορά δυναμικού στα άκρα της, εξαρτάται από το ρεύμα *I*, σε ένα πηνίο, η διαφορά δυναμικού εξαρτάται από τον ρυθμό μεταβολής του ρεύματος dI/dt αφού η επαγόμενη ΗΕΔ αντιτίθεται στο dI/dt

Κυκλώματα RL – Ανοδικό Ρεύμα

Η προηγούμενη διαφορική εξίσωση μπορεί να γραφεί με την μορφή: $\dfrac{dI}{\left(I - \frac{\mathcal{E}}{R}\right)} = -\dfrac{dt}{L/R}$

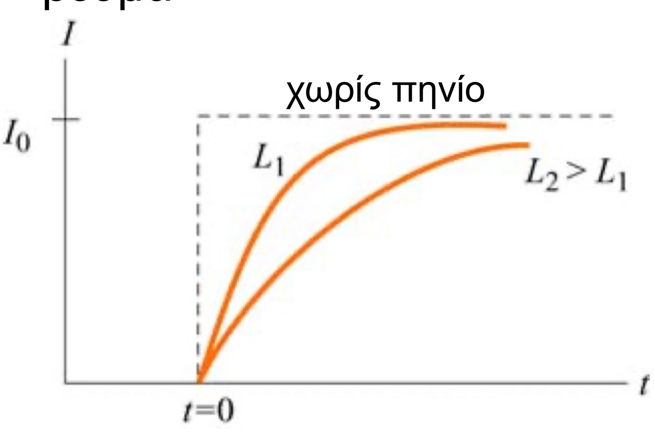
Ολοκληρώνοντας και τα δύο μέλη και θέτοντας την συνθήκη $I(t=0)=0$ η λύση της διαφορικής εξίσωσης θα είναι:

$$\boxed{I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

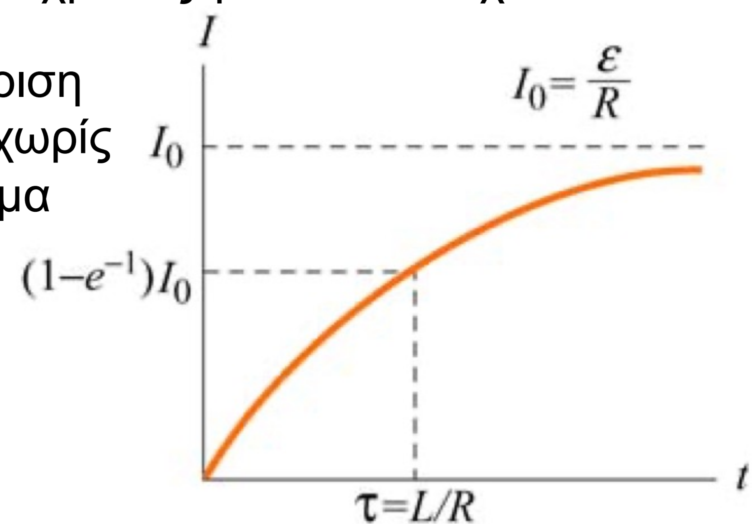
όπου $\tau = L/R$ είναι η χρονική σταθερά του *RL* κυκλώματος

Η συμπεριφορά του ρεύματος συναρτήσει του χρόνου φαίνεται στο σχήμα:

Παρατηρούμε ότι το ρεύμα φθάνει στην κανονική του τιμή, $\frac{\mathcal{E}}{R}$, μετά από αρκετό χρόνο.
Η χρονική σταθερά, τ, εκφράζει πόσο γρήγορα φθάνει στην κατάσταση της ισορροπίας.
Όσο μεγαλύτερη η τιμή της *L* τόσο μεγαλύτερος είναι ο χρόνος για να επιτευχθεί το ρεύμα



Σύγκριση για την απόκριση ενός κυκλώματος με ή χωρίς πηνίο φαίνεται στο σχήμα



Κυκλώματα RL – Ανοδικό Ρεύμα

Με παρόμοιο τρόπο μπορούμε να πάρουμε την ΗΕΔ αυτεπαγωγής:

$$\boxed{|\mathcal{E}_L(t)| = \left|-L\frac{dI}{dt}\right| = \mathcal{E}e^{-t/\tau}}$$

Παρατηρούμε ότι η $|\mathcal{E}_L(t)|$ βρίσκεται σε μέγιστο όταν $t = 0$ και μηδενίζεται καθώς $t \to \infty$

Αυτό δηλώνει ότι μετά από αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα, η ΗΕΔ αυτεπαγωγής εξαφανίζεται και το πηνίο συμπεριφέρεται σαν ένας αγωγός που συνδέει δύο άκρα του κυκλώματος.

Μπορούμε να δούμε ότι η ενέργεια διατηρείται.

Από την εξίσωση του ρεύματος: $I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \Rightarrow IR = \mathcal{E} - \mathcal{E}e^{-\tau/t} \Rightarrow$

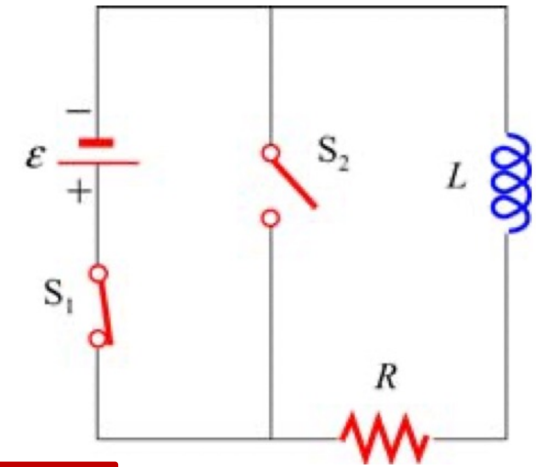
$\Rightarrow \mathcal{E} + IR - \mathcal{E}e^{-t/\tau} = 0$ Πολλαπλασιάζουμε με I οπότε:

$$\boxed{\Rightarrow \mathcal{E}I = \mathcal{E}Ie^{-t/\tau} + I^2R}$$

Το αριστερό σκέλος αντιπροσωπεύει τον ρυθμό με τον οποίο η μπαταρία αποδίδει ενέργεια στο κύκλωμα. Το δεξί μέλος δηλώνει τον ρυθμό με τον οποίο μαγνητική ενέργεια αποθηκεύεται στο πηνίο (1ος όρος) και το ρυθμό με τον οποίο ενέργεια χάνεται στην ωμική αντίσταση.

Κυκλώματα RL – Καθοδικό Ρεύμα

Έστω το *RL* κύκλωμα του παρακάτω σχήματος. Υποθέτουμε ότι ο διακόπτης S_1 είναι κλειστός για μεγάλο διάστημα και έτσι το σύστημα είναι σε ισορροπία και το ρεύμα που το διαρρέει είναι $\mathcal{E}/R$.

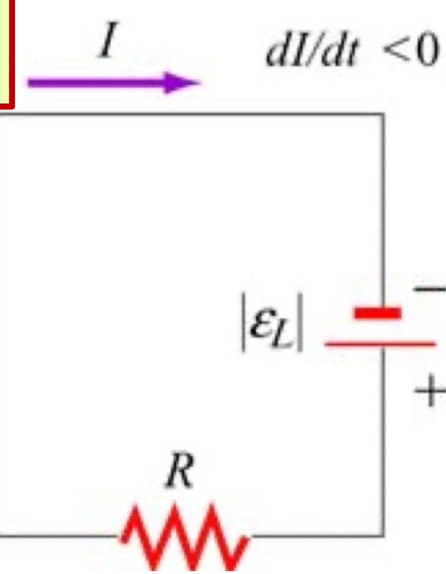


Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κλείνουμε τον διακόπτη S_2.

Από τον τροποποιημένο 2^o νόμο του Kirchhoff θα πάρουμε για το κύκλωμα στα δεξιά όπου $dI/dt < 0$ θα δώσει:

$$-IR + |\mathcal{E}_L| = -IR - L\frac{dI}{dt} = 0 \Rightarrow -L\frac{dI}{dt} = IR \Rightarrow \frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}dt$$

Η λύση στην παραπάνω διαφορική εξίσωση είναι: $\boxed{I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/\tau}}$



Το γράφημα του ρεύματος συναρτήσει του χρόνου