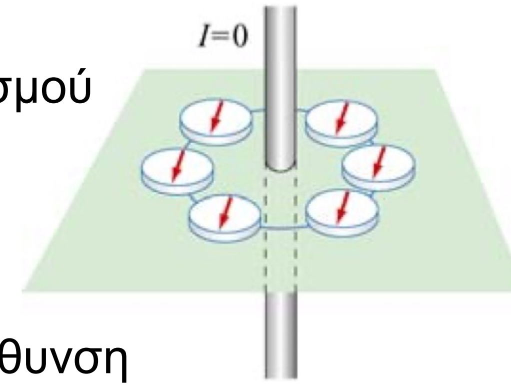
Πηγές Μαγνητικών Πεδίων
Νόμος του Ampere

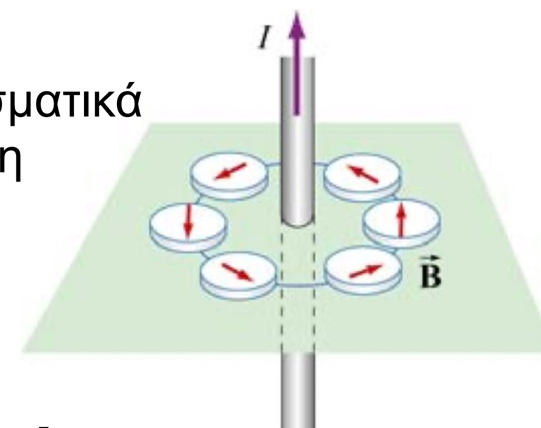
Νόμος του Ampere



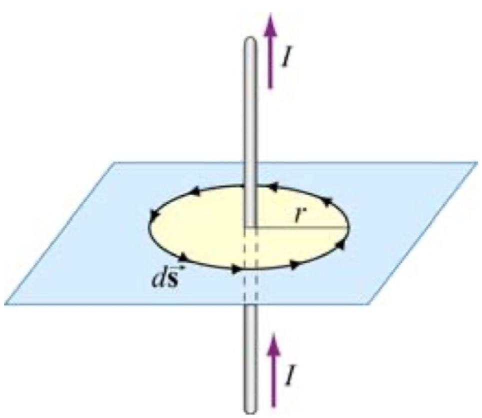
Κινούμενα φορτία ή ρεύματα αποτελούν πηγές του μαγνητισμού

Απουσία ρεύματος όλες οι πυξίδες είναι ευθυγραμμισμένες προς την ίδια κατεύθυνση

Όταν ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα τότε οι πυξίδες μετατοπίζονται ώστε να αποκτήσουν την εφαπτομενική διεύθυνση της κυκλικής διαδρομής



Χωρίζουμε την κυκλική διαδρομή ακτίνας *r*, σε μικρά διανυσματικά τμήματα $d\vec{s} = \Delta s\vec{\varphi}$ που έχουν την εφαπτομενική κατεύθυνση και έχουν μέτρο Δs



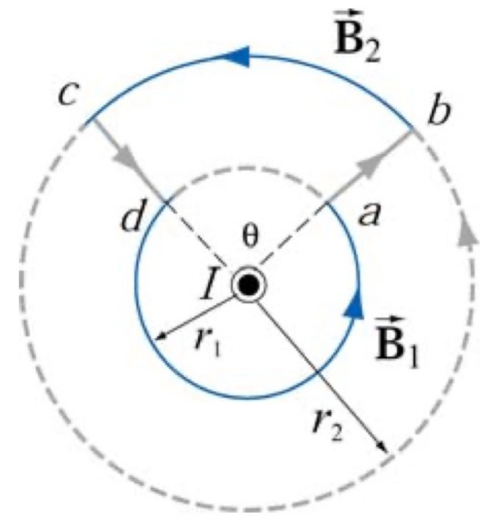
Στο όριο $\Delta\vec{s} \rightarrow \vec{0}$ θα πάρουμε ότι:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\right)(2\pi r) = \mu_0 I$$

Το προηγούμενο αποτέλεσμα προκύπτει θεωρώντας μια κλειστή διαδρομή (Amperian βρόχος) που ακολουθεί μια συγκεκριμένη μαγνητική δυναμική γραμμή.

Νόμος του Ampere

Θεωρούμε έναν λίγο πιο περίπλοκο Amperian βρόχο ο οποίος περιέχει δύο μαγνητικές δυναμικές γραμμές και το ρεύμα *I*.



Το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα του μαγνητικού πεδίου στην καμπύλη abcda γράφεται ως:

$$\oint_{abcda} \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int_{ab} \vec{B}\cdot d\vec{s} + \int_{bc} \vec{B}\cdot d\vec{s} + \int_{cd} \vec{B}\cdot d\vec{s} + \int_{da} \vec{B}\cdot d\vec{s} \Rightarrow$$

$$\oint_{abcda} \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0 + B_2(r_2\theta) + 0 + B_1\left[r_1(2\pi-\theta)\right]$$

με το μήκος του τόξου $bc = r_2\theta$, ενώ το μήκος του τόξου $da = r_1 2\pi(\pi-\theta)$

Το πρώτο και 3ο ολοκλήρωμα μηδενίζονται γιατί το μαγνητικό πεδίο είναι κάθετο στις διαδρομές ολοκλήρωσης.

Με το μαγνητικό πεδίο $B_1 = \mu_0 I/2\pi r_1$ και $B_2 = \mu_0 I/2\pi r_2$ η προηγούμενη σχέση δίνει:

$$\oint_{abcda} \vec{B}\cdot d\vec{s} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}(r_2\theta) + \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}\left[r_1(2\pi-\theta)\right] = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\theta + \frac{\mu_0 I}{2\pi}(2\pi-\theta) = \mu_0 I$$

ίδιο αποτέλεσμα όπως πριν που η κλειστή διαδρομή ήταν σε μια δυναμική γραμμή

Νόμος του Ampere

Είδαμε ότι το μαγνητικό πεδίο από έναν ευθύγραμμο αγωγό που διαρρέεται από ρεύμα κατά μήκος του z-άξονα μπορεί να γραφεί σε κυλινδρικές συντεταγμένες (*r*, *φ*, *z*) με τη μορφή:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\varphi}$$

Το τυχαίο στοιχειώδες μήκος τμήματος σε κυλινδρικές συντεταγμένες γράφεται ως:

$$d\vec{s} = dr\hat{r} + rd\varphi\hat{\varphi} + dz\hat{z}$$

Επομένως το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s}$ μπορεί να γραφεί ως:

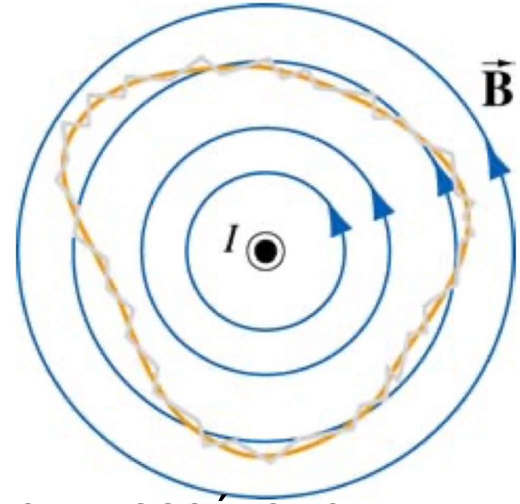
$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s} = \oint_C \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\varphi}\cdot(dr\hat{r} + rd\varphi\hat{\varphi} + dz\hat{z}) = \oint_C \frac{\mu_0 I}{2\pi r} rd\varphi \Rightarrow \oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi = \mu_0 I$$

Το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s}$ κατά μήκος ενός τυχαίου βρόχου Ampere

είναι ανάλογο του ρεύματος που περικλείεται από τον βρόχο

Νόμος του Ampere

Γενικεύοντας το προηγούμενο για έναν τυχαίο κλειστό βρόχο τυχαίου σχήματος που περιλαμβάνει τυχαίο αριθμό μαγνητικών δυναμικών γραμμών οδηγεί στον νόμο του Ampere:



Νόμος του Ampere:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{encl.}$$

Ο νόμος του Ampere στον μαγνητισμό είναι ανάλογος του νόμου του Gauss στην ηλεκτροστατική

Για να τους χρησιμοποιήσουμε, το σύστημα θα πρέπει να εμπεριέχει κάποια συμμετρία.

- Αγωγός άπειρου μήκους εμπεριέχει κυλινδρική συμμετρία και μπορούμε να εφαρμόσουμε εύκολα το νόμο του Ampere
- Για αγωγό πεπερασμένου μήκους πρέπει να χρησιμοποιηθεί ο νόμος Biot-Savart

Ο νόμος του Ampere ισχύει αν και εφόσον τα περιεχόμενα ρεύματα είναι συνεχή και σταθερά. Θα πρέπει δηλαδή τα ρεύματα να μην αλλάζουν με τον χρόνο και ότι δεν υπάρχει κάπου συσσώρευση φορτίων.

Νόμος του Ampere

- Νόμος Biot-Savart $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{d\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$ Τυχαία πηγή ρεύματος π.χ. πεπερασμένου μήκους αγωγός

- Νόμος Ampere: $\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{encl.}$ Πηγή ρεύματος εμπεριέχει συμμετρία π.χ. άπειρου μήκους αγωγός

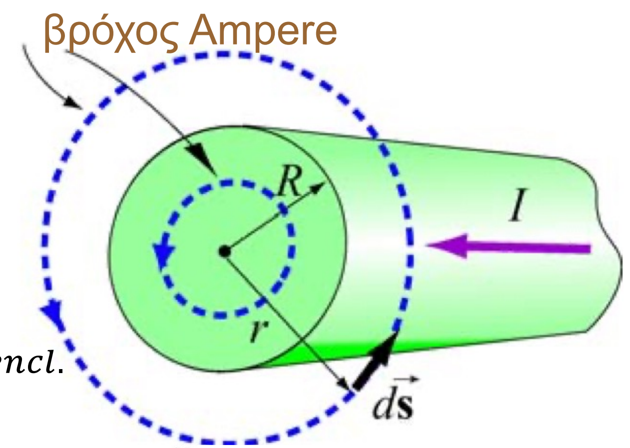
Ο νόμος του Ampere είναι εφαρμόσιμος στις ακόλουθες περιπτώσεις:

- ✓ Απείρου μήκους αγωγοί που διαρρέονται από σταθερά ρεύματα
- ✓ Επίπεδος αγωγός απείρων διαστάσεων πάχους *b* με πυκνότητα ρεύματος *J*
- ✓ Απείρου μήκους σωληνοειδές
- ✓ Τοροειδές

Εφαρμογές του νόμου του Ampere

Πεδίο στο εσωτερικό και εξωτερικό ρευματοφόρου αγωγού

Θεωρούμε έναν μακρύ ευθύγραμμο αγωγό ακτίνας *R* που διαρρέεται από ρεύμα *I*, ομοιόμορφης πυκνότητας ρεύματος. Θα υπολογίσουμε το μαγνητικό πεδίο σε οποιοδήποτε σημείο του χώρου

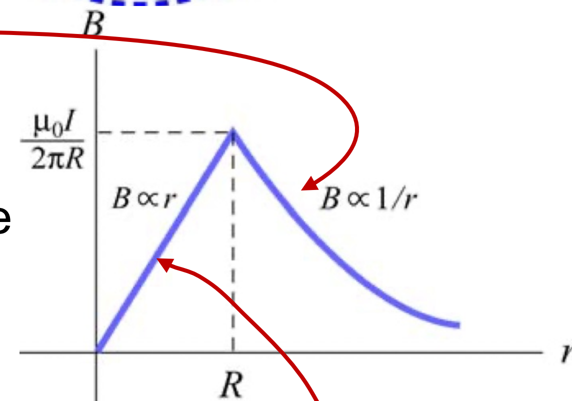


(α) Στο εξωτερικό του αγωγού - $r > R$:

Ο βρόχος Ampere περικλείει πλήρως το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό : $I_{encl.} = I$ και από τον νόμο του Ampere:

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s} = B\oint_C ds = B\oint_C^{2\pi} r d\varphi = B2\pi r = \mu_0 I_{encl.}$$

Επομένως: $\boxed{B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}}$



(β) Στο εσωτερικό του αγωγού - $r < R$:

Το ποσό του ρεύματος που περικλείεται στον βρόχο Ampere (μικρός κύκλος στο σχήμα) είναι ανάλογο της επιφάνειας που περικλείεται από τον κύκλο:

$$I_{encl.} = \frac{\pi r^2 I}{\pi R^2} \Rightarrow I_{encl.} = \frac{r^2}{R^2} I$$ και εφαρμόζουμε τον νόμο του Ampere

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s} = B\oint_C^{2\pi} r d\varphi = B2\pi r = \mu_0 I_{encl.} = \frac{\mu_0 r^2}{R^2} I \Rightarrow B2\pi r = \frac{\mu_0 r^2}{R^2} I \boxed{\Rightarrow B = \frac{\mu_0 r}{2\pi R^2} I}$$

11ο Quiz

- Γράψτε σε μια σελίδα το όνομά σας και τον αριθμό ταυτότητάς σας

Έτοιμοι