ΦΥΣ 111: ΓΕΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ 1

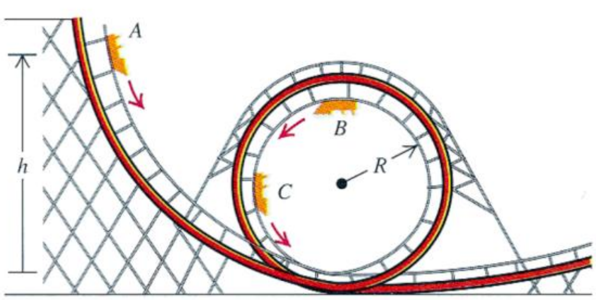
13/10/20 5^{o} Φροντιστήριο

Προβλήματα:

1. Μία κυκλική στροφή ακτίνας 120m κατασκευάστηκε έτσι ώστε να αντιστοιχεί σε οδόστρωμα το οποίο έχει κλίση με την οριζόντια διεύθυνση. Η κλίση του δρόμου είναι τέτοια ώστε αυτοκίνητα που κινούνται με ταχύτητα 20m/s να εκτελούν την στροφή χωρίς να γλιστρούν στο οδόστρωμα. (α) Αν ένα αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα 30m/s, ποια θα πρέπει να είναι η ελάχιστη τιμή του συντελεστή στατικής τριβής μεταξύ των ελαστικών των τροχών του και του οδοστρώματος ώστε να εκτελέσει την στροφή χωρίς να γλιστρήσει;

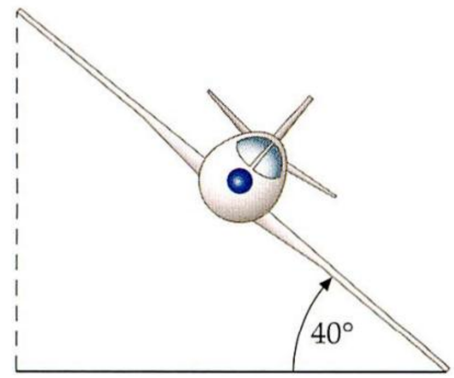
2. Ένα μικρό κιβώτιο μάζας 0.01kg βρίσκεται ακίνητο στην κορυφή μίας λείας σφαιρικής επιφάνειας ακτίνας 0.8m. Θεωρήστε ότι έχετε ένα σύστημα συντεταγμένων με κέντρο το κέντρο της σφαιρικής επιφάνειας. Στο κιβώτιο προσδίδεται μία μικρή ώθηση και αρχίζει να γλιστρά προς το κατώτερο μέρος της σφαιρικής επιφάνειας. Το κιβώτιο χάνει επαφή με την επιφάνεια όταν το διάνυσμα θέσης του στο σημείο που χάνει επαφή σχηματίζει γωνία θ με την κατακόρυφο διεύθυνση. Να βρείτε την γωνία θ.

3. Ένα αυτοκίνητο σε κάποιο λούνα-πάρκ κινείται χωρίς τριβές πάνω στην τροχιά της εικόνας. Ξεκινά από την ηρεμία από ένα σημείο A και σε ύψος h από το χαμηλότερο σημείο της κυκλικής τροχιάς. (α) Ποιά είναι η ελάχιστη τιμή του h (συναρτήσει της ακτίνας R της κυκλικής τροχιάς) ώστε το αυτοκίνητο να συμπληρώσει μια πλήρη περιστροφή χωρίς να πέσει από το υψηλότερο σημείο B. (β) Αν το ύψος είναι h=3.5R και R=25.0m, υπολογίστε την ταχύτητα, ακτινική επιτάχυνση, εφαπτομενική επιτάχυνση των επιβατών του αυτοκινήτου στο σημείο C, το οποίο είναι στο τέλος της οριζόντιας διαμέτρου.

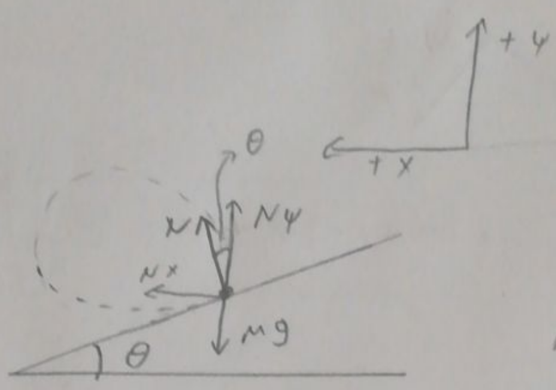


4. Ένα σώμα μάζα m δέχεται μια δύναμη F(υ) = −mav^2 . Η αρχική θέση του σώματος είναι μηδέν και η αρχική ταχύτητά του είναι v_0. Να βρεθεί η x(t), δηλαδή η εξίσωση της θέσης του συναρτήσει του χρόνου.

5. Ένα αεροπλάνο πετά σε οριζόντιο κύκλο με ταχύτητα 480km/h. Για να πραγματοποιήσει τη στροφή αυτή, τα φτερά του αεροπλάνου σχηματίζουν γωνία 40ο με την οριζόντια διεύθυνση όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Υποθέστε ότι μία ανυψωτική δύναμη που ενεργεί κάθετα στα φτερά του αεροπλάνου, κρατά το αεροπλάνο στον αέρα. Ποιά είναι η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει το αεροπλάνο;



1.



$N_x = F_{κεν} \Rightarrow N\sin\theta = \frac{m V_0^2}{R}$

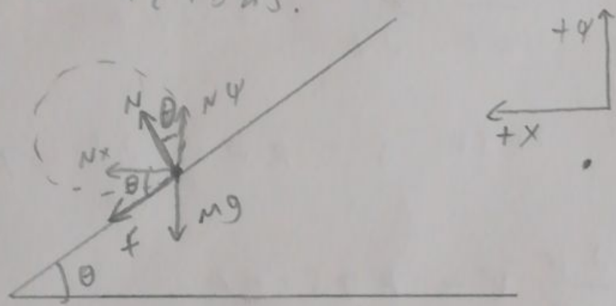
$N_ψ = B \Rightarrow N\cos\theta = mg$

$\Rightarrow \boxed{\tan\theta = \frac{V_0^2}{Rg}}$ (1)

Για $V \le V_0$ αρκεί μόνο η κλίση του οδοστρώματος για να πάρει την στροφή το αυτοκίνητο.

$\Rightarrow$ Για $v_0 = 20\ m/s$ $\theta = 18,8^\circ$

• Για $V > v_0$ χρειάζεται και η δύναμη της τριβής.



• $N_x + f_x = \frac{mV^2}{R}$ (2)

$\Rightarrow \boxed{N\sin\theta + f\cos\theta = \frac{mV^2}{R}}$

• $\boxed{N\cos\theta = mg + f\sin\theta}$ (3)

• $\boxed{f = \mu N}$ (4)

• $\left.\begin{matrix} v_0 = 20\ m/s \\ V = 30\ m/s \end{matrix}\right\} \Rightarrow \boxed{V = 1,5 V_0}$ (5)

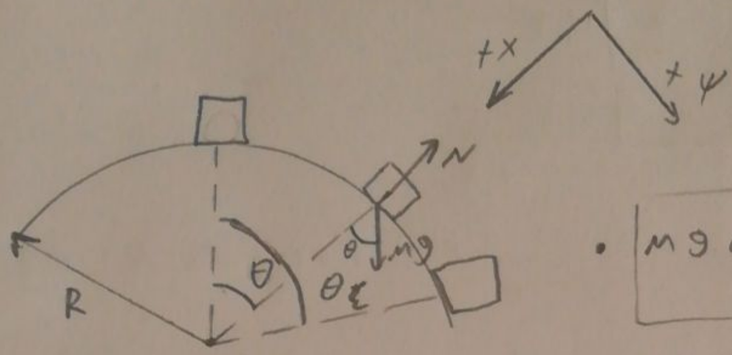
2, 4, 5 $\Rightarrow$ $N\sin\theta + \mu N\cos\theta = \frac{(1,5)^2 v_0^2 m}{R}$

(1) $\Rightarrow$ $\boxed{N(\sin\theta + \mu\cos\theta) = (1,5)^2 mg\tan\theta}$ (6)

Διαιρούμαι την (6) με την (3) $\Rightarrow$ $\frac{\sin\theta + \mu\cos\theta}{\cos\theta - \mu\sin\theta} = 2,25\tan\theta$

$\Rightarrow \boxed{\mu = \frac{1,25\sin\theta\cos\theta}{1 + 1,25\sin^2\theta}}$ $\theta = 18,8^\circ$ $\Rightarrow \boxed{\mu = 0,34}$

2.



• $\boxed{mg\cos\theta - N = \frac{mv^2}{R}}$ (1)

• Αν το χάσει επαφή $\Rightarrow N = 0 \quad \theta = \theta_\xi$

$\Rightarrow mg\cos\theta_\xi = \frac{mV_f^2}{R} \Rightarrow \boxed{\cos\theta_\xi = \frac{V_f^2}{gR}}$ (2)

• $mg\sin\theta = m a_{εφ} \Rightarrow a_{εφ} = g\sin\theta$

$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = g\sin\theta \Rightarrow \frac{dv}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = g\sin\theta$

Το σώμα καλύπτει τόξο $S = R\theta \Rightarrow \frac{dS}{dt} = R\frac{d\theta}{dt}$

$\Rightarrow v = R\frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{d\theta}v = Rg\sin\theta$

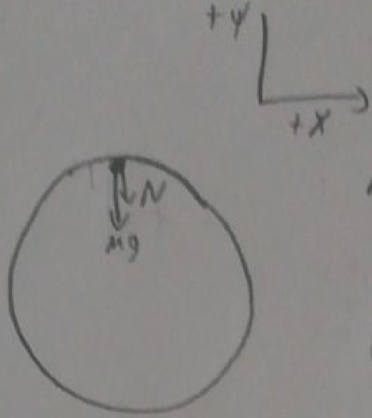
$\Rightarrow \int_0^{V_f} dv\, v = gR\int_0^{\theta_\varepsilon} \sin\theta\, d\theta \Rightarrow \frac{V_f^2}{2} = Rg(-\cos\theta)\Big|_0^{\theta_\varepsilon}$

$\Rightarrow V_f^2 = 2Rg(1-\cos\theta_\varepsilon) \overset{(2)}{\Rightarrow} gR\cos\theta_\varepsilon = 2Rg(1-\cos\theta_\varepsilon)$

$\Rightarrow 2 = 3\cos\theta_\varepsilon \Rightarrow \cos\theta_\varepsilon = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow \boxed{\theta_\varepsilon = 48{,}2^\circ}$

3.



$$mg + N = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow N = \frac{mv^2}{R} - mg$$

όσο υπάρχει N το σώμα δεν πέφτει. $\Rightarrow N \geq 0$

$$\Rightarrow \frac{mv^2}{R} - mg \geq 0 \Rightarrow \boxed{v_B^2 \geq gR} \quad (1)$$

$$E^{i}_{μηχ} = E^{B}_{μηχ} \Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m v_B^2 + mg(2R)$$

$$\overset{(1)}{\Rightarrow} \cancel{m}\cancel{g}h = \frac{1}{2}\cancel{m}\cancel{g}R + 2\cancel{m}\cancel{g}R \Rightarrow \boxed{h \geq \frac{5}{2}R}$$

B) Το σημείο C βρίσκεται σε ύψος R

$$\Rightarrow E^{i}_{μηχ} = E^{C}_{μηχ} \Rightarrow \cancel{m}g\left(\frac{7}{2}R\right) = \cancel{m}gR + \frac{1}{2}\cancel{m}v_C^2$$

$$\Rightarrow v_C^2 = 5Rg \Rightarrow \boxed{v_C = \sqrt{5Rg}}$$

$$a_r = \frac{v_C^2}{R} \Rightarrow \boxed{a_r = 5g}$$

$\boxed{a_{εφ} = g}$ → αφού μόνο το βάρος δρα στην διεύθυνση αυτή.

4

$$F = ma \Rightarrow -\cancel{m} a v^2 = \cancel{m} \frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow -a\,dt = \frac{dv}{v^2} \Rightarrow -\int_0^t a\,dt' = \int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v^2}$$

$$\Rightarrow -at = -\frac{1}{v}\Big|_{v_0}^{v} \Rightarrow -at = -\frac{1}{v} + \frac{1}{v_0}$$

$$\Rightarrow -at = \frac{-v_0 + v}{v\,v_0} \Rightarrow v\,v_0(at) - v_0 + v = 0$$

$$\Rightarrow v = \frac{v_0}{1 + v_0 \cdot a \cdot t} \Rightarrow \boxed{v(t) = \frac{1}{\frac{1}{v_0} + at}} \quad (1)$$

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int_0^x dx = \int_0^t v\,dt \overset{(1)}{\Rightarrow} x(t) = \int_0^t \frac{1}{\frac{1}{v_0} + at}\,dt$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{a} \ln\left(\frac{1}{v_0} + at\right)\Big|_0^t \Rightarrow x = \frac{1}{a} \ln\left(\frac{\frac{1}{v_0} + at}{\frac{1}{v_0}}\right)$$

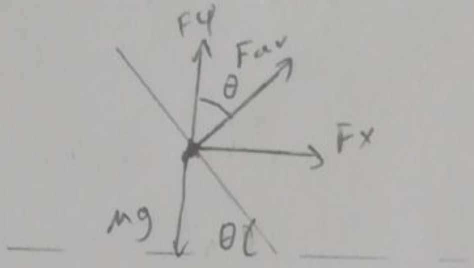
$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{c} x(t) = \frac{1}{a} \ln(1 + v_0 \cdot a \cdot t) \\ x(0) = 0 \end{array}}$$

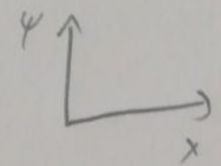
Για $t \to 0 \Rightarrow \ln(1+\varepsilon) \approx \varepsilon + \dots$ (taylor)

$$\Rightarrow x(t) \simeq \frac{1}{a}(v_0 \cdot t \cdot a) \Rightarrow x(t) \approx v_0 t$$

Για $t \to \infty$ $x(t) \to \infty$

5)





$$\Sigma F_x = F_{av} \sin\theta = \frac{m v^2}{R}$$

$$\Sigma F_y = F_{av} \cos\theta - mg = 0$$

$$\Rightarrow F_{av} \cos\theta = mg$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{v^2}{Rg} \Rightarrow \frac{v^2}{g \tan\theta} = R$$

$$\Rightarrow \boxed{R = 2{,}16 \text{ km}}$$