Από την QED στην QCD

 $e^+e^- \rightarrow hadrons$

Οι πρώτοι επιταχυντές e+ e-

Ο πρώτος επιταχυντής e^+ e^- (VEPP) κατασκευάστηκε στην Σοβιετική Ένωση το 1965 με ενέργεια δέσμης 700 MeV. :

Αναμένονταν ότι τα περισσότερα προϊόντα σκέδασης να είναι $e^+e^- o e^+e^-$ και $e^+e^- o \mu^+\mu^-$

Ωστόσο παρατηρήθηκε ένας μεγάλος αριθμός γεγονότων $e^+e^- o \pi^+\pi^-$

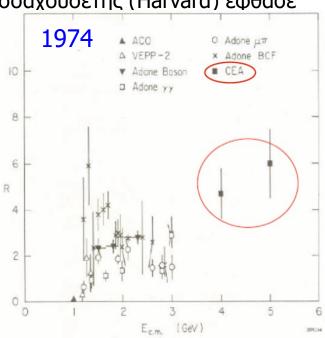
Όταν μάλιστα αυξήθηκε η ενέργεια της δέσμης παρατηρήθηκαν γεγονότα: $e^+e^- o
ho^0 o \pi^+\pi^-$ και $e^+e^- o \phi o K^+K^-$

Ένας άλλος επιταχυντής e⁺ e⁻ (ADONE) κατασκευάστηκε στην Frascati της Ιταλίας με ενέργεια κέντρου μάζας 3GeV ενώ ο επιταχυντής στο Cambridge της Μασσαχουσέτης (Harvard) έφθασε

σε ενέργεια κέντρου μάζας 5 GeV.

Στις μεγάλες αυτές ενέργειες, ο λόγος ήταν εντυπωσιακά υψηλός

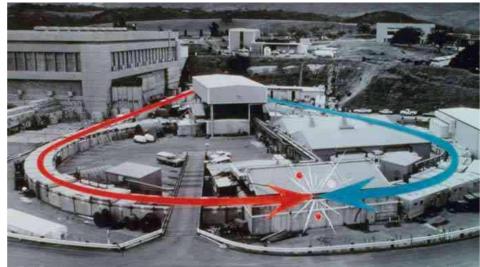
$$R = \frac{\sigma_{e^+e^- \to hadrons}}{\sigma_{e^+e^- \to \mu^+\mu^-}}$$



UON WIRE CHAMBERS

Ο επιταχυντής e⁺e⁻ SPEAR

Η μεγαλύτερη επιτυχία παρουσιάστηκε με τον επιταχυντή SPEAR στο SLAC το 1972 με ενέργειες δέσμης στα 2.5 GeV

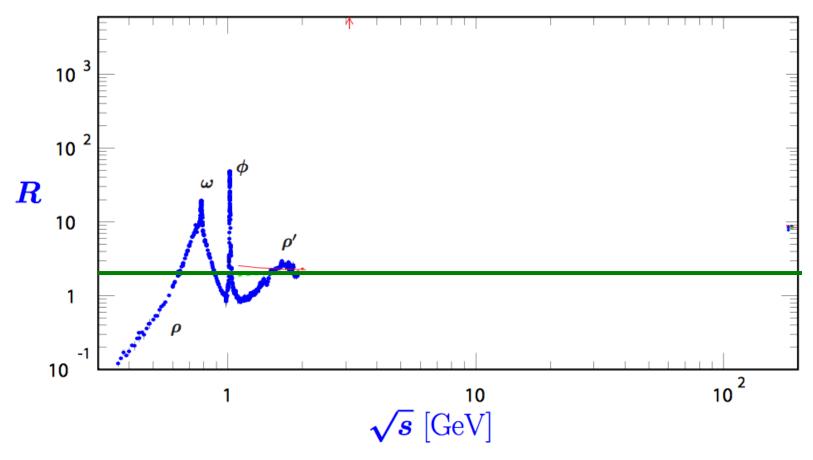


Η λειτουργία του συνδυάστηκε και με την χρήση για πρώτη φορά ενός ανιχνευτή με κάλυψη σχεδόν 4π στερεάς γωνίας με αποτέλεσμα να είναι εύκολη η ανίχνευση όλων των σωματιδίων



Θάλαμοι μιονίων

Ο λόγος R στις σκεδάσεις e+e-



Η τιμή του λόγου R εμφανίζονταν κοντά στο 2 και ήταν αρκετά σταθερή αντί να παρουσιάζει γραμμική αύξηση.

Παρατηρήθηκε ότι στην περιοχή γύρω από την ενέργεια 3.120GeV υπήρχε διακύμανση μεγαλύτερη από 3σ οπότε προσπάθησαν να επαναλάβουν την μέτρηση

Η ανακάλυψη του J/ψ

Δυστυχώς αντί να προσέξουν την ενέργεια της δέσμης για να είναι ακριβώς 3.120GeV, ξεκίνησαν από διαφορετική ενέργεια

Η τιμή του R αντί να είναι 3σ υψηλότερη ήταν 100!

Το εύρος της κορυφής συντονισμού ήταν ιδιαίτερα στενό και συμβατό με το εύρος της ενέργειας δέσμης

Ο S. Ting έκανε ένα πείραμα στο Brookhaven όπου δέσμες pp σκεδάζονταν χωρίς να χρησιμοποιήσει θωράκιση για την απομάκρυνση δευτερογενών σωματιδίων σκέδασης.

Με μια σειρά από κριτήρια επιλογής για ανίχνευση των e-e+ που εξέρχονται από την σκέδαση κατάφερε να ελαττώσει το υπόβαθρο από παραγωγή ζευγών πιονίων τα οποία είχαν ρυθμό παραγώγής 106 μεγαλύτερο

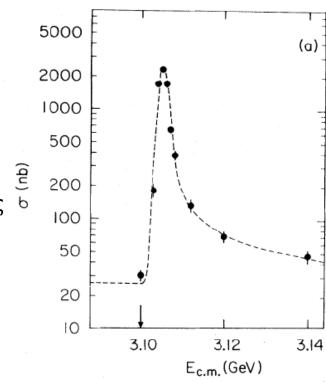
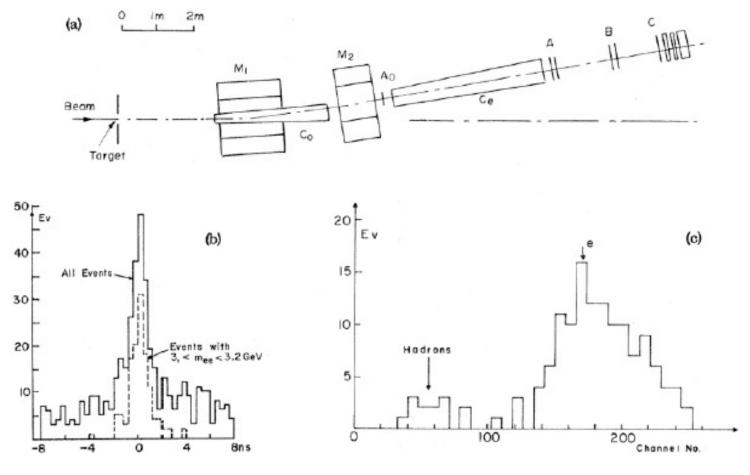


FIG. 1. Cross section versus energy for (a) multi-hadron final states The curve in (a) is the expected shape of a δ -function resonance folded with the Gaussian energy spread of the beams and including radiative processes.

Η ανακάλυψη του J/ψ

Υπήρχαν δυο συμμετρικοί βραχίονες με μαγνητικό πεδίο, ανιχνευτές τροχιών για μέτρηση ορμής και γωνίας, ανιχνευτής Cherenkov, και ένας ανιχνευτής καταιγίδας για ηλεκτρόνια



Η ανακάλυψη του J/ψ

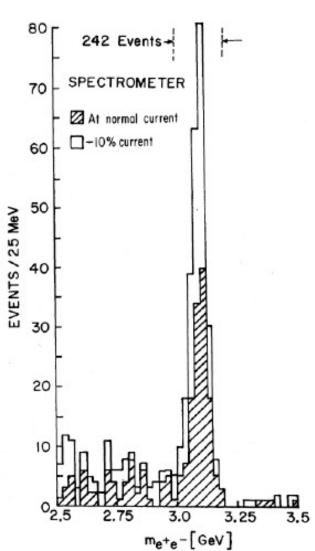
Στις αρχές του 1974 βρήκαν μια πολύ στενή κορυφή στο φάσμα της αναλλοίωτης μάζας των e⁺e⁻

Ωστόσο ήταν ιδιαίτερα προσεκτικοί και έκαναν πολλούς ελέγχους για να βεβαιωθούν ότι η κορυφή ήταν πραγματική.

Το κρατούσαν επίσης επτασφράγιστο μυστικό

Ένας επισκέπτης της ομάδας στο SLAC άκουσε για τις φήμες σχετικά με τα ευρήματα του SPEAR και κατάλαβαν ότι πρόκειται για το ίδιο σωματίδιο το οποίο είχαν βρει μήνες νωρίτερα

Η ανακάλυψη δημοσιεύτηκε σε διαδοχικά άρθρα στο Phys. Rev. Letters (PRL) – Βραβείο Nobel στους Richter και Ting



Η ανακάλυψη του J/ψ – φασμοτοσκοπία charmonium

Υπήρχε βέβαια και ο επιταχυντής ADONE στο Frascati με ενέργεια $E_{CM} = 3$ GeV

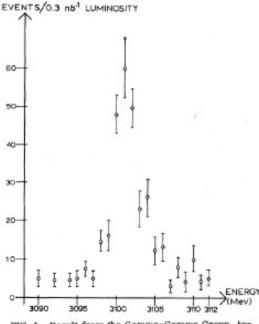
Όταν ακούσαν για τις φήμες, αύξησαν την ενέργεια της δέσμης μερικά % ώστε να είναι

προσβάσιμη η περιοχή της κορυφής συντονισμού.

Ανακάλυψαν επίσης το J/ψ αλλά το άρθρο τους δημοσιεύθηκε στην επόμενη σελίδα του PRL....

Δεν ήταν καθαρό από την αρχή ότι η ανακάλυψη του σωματιδίου είχε σχέση με το c-quark. Θεωρήθηκε σαν ένας ακόμα συντονισμός όπως το φ-μεσόνιο που έγινε αποδεκτό ότι είναι δέσμια κατάσταση $s\overline{s}$ λόγω των διασπάσεών του σε K^+K^-

Σύντομα ανακαλύφθηκε το ψ' (3687) και ενώ πίστεψαν ότι πρόκειται για διηγερμένη κατάσταση του ψ, ανακαλύφθηκαν οι καταστάσεις χ_{c0,c_1,c_2} από ηλεκτρομαγνητικές μεταβάσεις από το ψ' και μετέπειτα ηλεκτρομαγνητικές μεταβάσεις στο J/ψ Οι καταστάσεις αυτές ήταν



PIG. 1. Result from the Gamma-Gamma Group, total of 446 events. The number of events per 0.3 nb⁻¹ luminosity is plotted versus the total c.m. energy of the machine.

τροχιακές διεγέρσεις L=1 του J/ψ προσθέτοντας στην S=1 κατάστασή

Ανακαλύφθηκαν σύντομα και άλλες καταστάσεις, όπως το η_c , με J=0 (ανάποδα spins για τα c-quarks) kαθώς επίσης το h_c με ανάποδα spins (S=0) αλλά L=1 και το η_c (2S) που ήταν το πρώτο ακτινικά διεγερμένη κατάστηση του η_c .

Το J/ψ δεν μπορεί να διασπαστεί σε ζεύγη c-μεσονίων ($D^+ = cd$ και $D^0 = c\overline{u}$) εξαιτίας της έλξης μεταξύ των c-quarks που κάνει την μάζα του αρκετά μικρότερη από την μάζα των δυο c-μεσονίων. Το ίδιο ισχύει και για τα άλλες δέσμιες καταστάσεις των cc μεσονίων

c-μεσόνια

Υπάρχουν ευρείς συντονισμοί στο φάσμα της ενεργού διατομής σκέδασης e⁺e⁻ που αντιστοιχούν σε μάζες γύρω στα 3.9 GeV. Οι καταστάσεις αυτές διασπώνται γρήγορα σε δυο c-μεσόνια

Τα c-μεσόνια διασπώνται μέσω ασθενών αλληλεπιδράσεων κυρίως μετρέποντας το c-quark σε s-quark με την εκπομπή ενός δυνητικού μποζονίου W. Σαν αποτέλεσμα πολλά από τα προϊόντα της διάσπασης είναι s-μεσόνια. Για παράδειγμα θα έχουμε:

$$D^{0}(c\overline{u}) \to K^{-}(s\overline{u}) + \pi^{+}(u\overline{d})$$

$$D^+(c\overline{d}) \to \overline{K}^0(s\overline{d}) + \pi^+(u\overline{d})$$

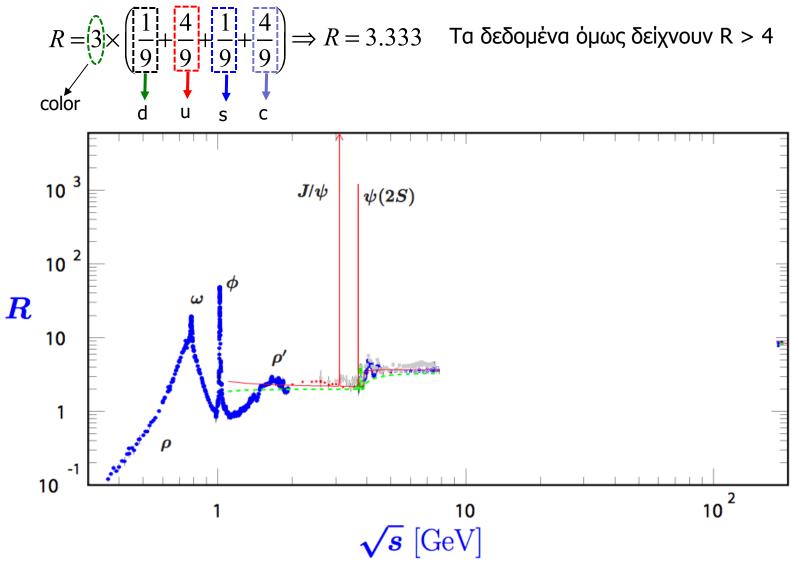
Υπάρχει αρκετή διαθέσιμη ενέργεια ώστε υπάρχουν πολλοί τρόποι διάσπασης με περισσότερο από 2 σωματίδια σαν τελικά προϊόντα

Ο συνδυασμός των ευρημάτων από σκεδάσεις e⁺e⁻ που καταδείκνυαν ότι τα πρωτόνια θα πρέπει να αποτελούνται από quarks, η καθαρή εικόνα της ύπαρξης c-c μεσονίων και εν γένει της φασματοσκοπίας των c-μεσονίων έπεισε τους πάντες ότι τα quarks ήταν πραγματικά σωματίδια

Οι ταυτόχρονες ανακοινώσεις της ανακάλυψης του J/ψ από το SLAC και Brookhaven (και η επιβεβαίωσή του από το ADONE) αποτέλεσε την ονομαζόμενη Νοεμβριανή Επανάσταση στη Σωματιδιακή Φυσική (1974)

Ο λόγος R στις σκεδάσεις e+e- - σήμερα

Το άθροισμα των φορτίων των quarks στο τετράγωνο καθώς και το άθροισμα ως προς τις 3 καταστάσεις χρώματος για τα quarks, οδηγεί:



τ-λεπτόνια

Τα αποτελέσματα του SPEAR πάνω από το κατώφλι για παραγωγή νέων σωματιδίων, περιείχαν μερικά γεγονότα με ένα μιόνιο και ένα ηλεκτρόνιο.

Τα γεγονότα αυτά ήταν αδύνατο να εξηγηθούν με βάση τις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις και πολύ δύσκολο να εξηγηθούν με τιος διασπάσεις των c-μεσονίων

Αρχικά θεωρήθηκε ότι τα γεγονότα οφείλονταν σε ανιχνευτικές ατέλειες και προβλήματα και περιπτώσεις γεγονότων που κάποιο προϊόν διάσπασης ενός c-μεσονίου διέφευγε ανίχνευσης.χ

Υπήρχαν ωστόσο θεωρητικά μοντέλα που μιλούσαν για βαριά λεπτόνια.

Ο Μ. Perl κατάφερε να αποδείξει αναληθείς τις υποθέσεις περί ανιχνευτικών προβλημάτων και υποβάθρου και να πείσει τους συνεργάτες του ότι ανακάλυψαν ένα νέο λεπτόνιο, το ταυ

Το τ-λεπτόνιο προσθέτει μια επιπλέον μονάδα στις προβλέψεις για τον λόγο R, με αποτέλεσμα να αποκαθίσταται η συμφωνία θεωρίας και πειράματος για το R.

Το τ-λεπτόνιο είναι ουσιαστικά σαν το μιόνιο μόνο στην βαρύτερή του έκδοση (μάζα 1,777GeV)

Έχει το δικό του νετρίνο και διασπάται είτε σε ηλεκτρόνιο ή σε μιόνιο:

$$\tau^- \to \mu^- \overline{\nu}_{\mu} \nu_{\tau} \qquad \tau^- \to e^- \overline{\nu}_{e} \nu_{\tau}$$

Μπορεί να διασπαστεί όμως και σε αδρόνια:

$$au^- o \pi^- v_{_{\scriptscriptstyle \mathcal{T}}} \qquad au^- o K^- v_{_{\scriptscriptstyle \mathcal{T}}} \qquad au^- o \pi^- \pi^0 v_{_{\scriptscriptstyle \mathcal{T}}} \qquad au^- o \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^0 v_{_{\scriptscriptstyle \mathcal{T}}}$$

Ο χρόνος ζωής του είναι 0.3ps πολύ πιο σύντομος του μιονίου (7 τάξεις μεγέθους). Συνάδει όμως με το να έχει τις ίδιες ασθενείς αλληλεπιδράσεις όπως και το μιόνιο. Ο σύντομος χρόνος ζωής οφείλεται στην μεγαλύτερη μάζα και άρα περισσότερη διαθέσιμη ενέργεια και επομένως περισσότερες τελικές καταστάσεις

Ο λόγος R στις σκεδάσεις e+e- - σήμερα

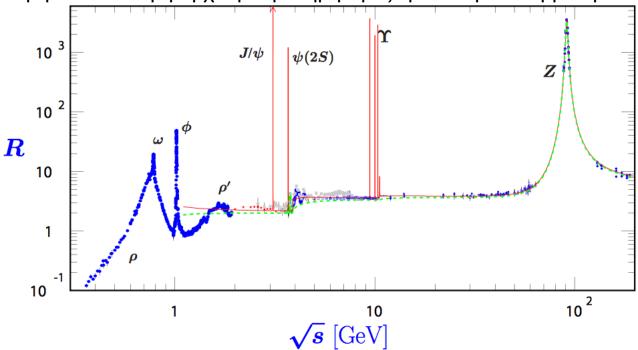
Υπάρχει ακόμα, το b-quark με μάζα γύρω στα 5 GeV/c²

Το b-quark έχει τη δική του πλούσια φασματοσκοπία σε δέσμιες καταστάσεις $b\overline{b}$ και b-μεσονίων και αδρόνια.

Οι δέσμιες καταστάσεις $b\overline{b}$ ονομάζονται Υ-μεσόνια και εμφανίζονται σε διάφορες διεγερμένες καταστάσεις.

Ανακαλύφθηκαν στα τέλη της δεκαετίας του 1970, στο Fermilab από τον Leon Lederman σε πείραμα ανάλογο με αυτό του S. Ting που ανακάλυψε το J/ψ

Αρχικά ανακαλύψθηκε κάτι σε χαμηλότερη μάζα από αυτή του πραγματικού Υ, αλλά με περισσότερη στατιστική η αρχική παρατήρηση εξαφανίστηκε και βρέθηκε το πραγματικό Υ



Από την QED στην QCD

 $e^+e^- \rightarrow hadrons$

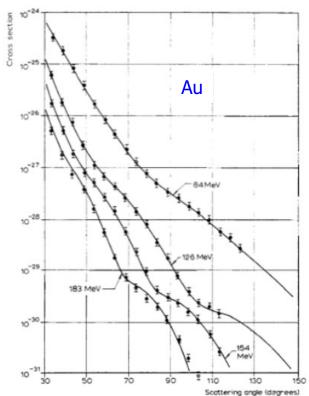
Σκέδαση ηλεκτρονίου - πρωτονίου

Οι θεωρητικές QED προβλέψεις για σκέδαση ενός άμαζου σωματιδίου με spin ½ από ένα βαρύ σημειακό φορτίο περιγράφεται από την λεγόμενη Mott σκέδαση.

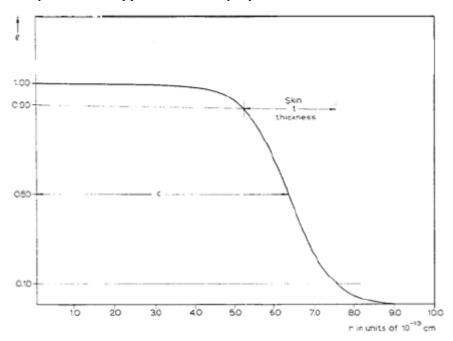
Eivaι σχεδόν ίδια με την σκέδαση Rutherford αλλά υπεισέρχονται διορθώσεις λόγω του spin

Σκέδαση ηλεκτρονίων με ενέργεια μερικών MeV από πυρήνες, αποκλείνει από τις προβλέψεις της σκέδασης Mott επειδή ο πυρήνας δεν είναι σημειακό φορτίο. Οι αποκλίσεις αυτές παραμένουν μικρές μέχρι το μήκος κύματος του ηλεκτρονίου γίνεται μικρότερο από την διάμετρο

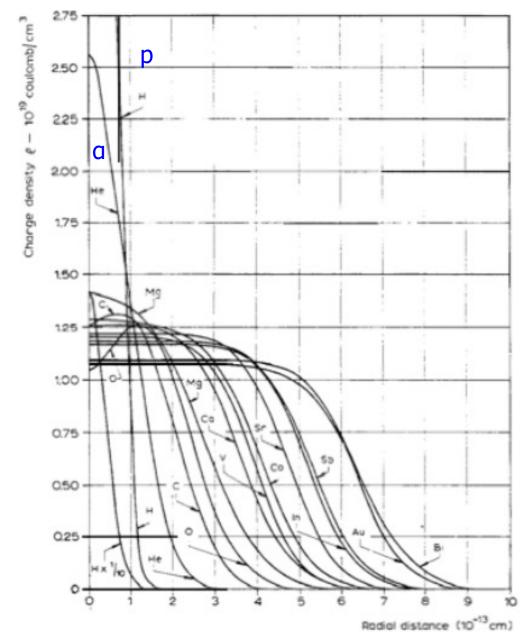
Προσαρμόζοντας (fitting) τα αποτελέσματα της ενεργού διατομής σκέδασης ως προς την γωνία και την ενέργεια επιτρέπει τον προσδιορισμό της πυκνότητας φορτίου ως προς την ακτίνα.



Αυτό που προκύπτει είναι ότι ακόμα και το πρωτόνιο εμφανίζεται να έχει ακτίνα φορτίου.



Σκέδαση ηλεκτρονίου - πρωτονίου



Πυκνότητα φορτίου για διάφορους πυρήνες όπως βρέθηκε από μελέτες σκέδασης ηλεκτρονίου.

Οι κεντρικές πυκνότητες είναι αυτές με την μεγαλύτερη αβεβαιότητα στην θέση.

Ενδιαφέρον προκαλεί το μεγάλος εύρος των μέσων κεντρικών τιμών μεταξύ του πρωτονίου και όλων των άλλων πυρήνων.

Το α-σωματίδιο παρουσιάζει μεγάλη τιμή και εμφανίζει μεγάλη διαφορά από τους υπόλοιπους βαρείς πυρήνες

Παράγοντας μορφής (Form Factor) ηλεκτρονίου-πρωτονίου

Για σκέδαση από ένα Dirac σωματίδιο α, υπάρχει ένα παράγοντας στο πλάτος $\overline{u}(a)\gamma^{\mu}u(a)$

ενώ η μεταφερόμενη 4-ορμή είναι q^μ . Ο τύπος Rosenbluth, αλλάζει τον παράγοντα γ^μ με: $\gamma^\mu \to G_E \left(q^2\right) \gamma^\mu - G_M \left(q^2\right) \frac{q^\nu \left(\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu\right)}{4m}$

δίνοντας σαν θεωρητική πρόβλεψη για την ενεργό διατομή σκέδασης την:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^{2}}{4E_{1}^{2}\sin^{4}(\theta/2)} \frac{E_{3}}{E_{1}} \left[\frac{G_{E}^{2} + \tau G_{M}^{2}}{1 + \tau} \cos^{2}\frac{\theta}{2} + 2\tau G_{M}^{2}\sin^{2}\frac{\theta}{2} \right] \quad \mu\epsilon \quad \tau = -\frac{q^{2}}{4m_{p}^{2}}$$

Ο παράγοντας στην αγκύλη δίνει την απόκλιση από την σκέδαση Mott.

Ο παράγοντας $G_E(q^2)$ ονομάζεται ηλεκτρικός παράγοντας μορφής ενώ ο $G_M(q^2)$ μαγνητικός παράγοντας μορφής και αναφέρεται στην σκέδαση από την μαγνητική ροπή του πρωτονίου

Οι μετρούμενοι παράγοντες μορφής περιγράφονται πολύ καλά από την διπολική συνάρτηση με ένα μόνο παράγοντα:

$$G_{E}\left(q^{2}\right) = \frac{1}{\left(1 + q^{2}/0.71GeV^{2}\right)^{2}}$$
 kai $G_{M}\left(q^{2}\right) = 2.79G_{E}\left(q^{2}\right)$

Κατανομή φορτίου της μορφής $e^{-r/a}$ μπορεί να δώσει αυτό το παράγοντα μορφής. Η τιμή της παραμέτρου στην διπολική συνάρτηση αντιστροιχεί σε μια RMS κατανομή φορτίου-ακτίνας για το πρωτόνιο της τάξης του 0.8 fm. Επομένως η ενεργός διατομή θα είναι $\sigma=\pi r^2=2x10^{-30}m^2=0.02b$

Η ενεργός διατομή σκέδασης p-p στα 10GeV ενέργειας κέντρου μάζας είναι 0.05b

Παρένθεση από την κλασική μηχανική

ή

παρένθεση σωματιδιακής φυσικής στην κλασική μηχανική

Μαγνητική διπολική ροπή

- Θεωρήστε ένα στερεό σώμα το οποίο αποτελείται από φορτισμένα σωματίδια
 - ightarrow Επομένως θα έχουμε: μάζα m_i , φορτίο q_i , θέση r_i και ταχύτητα v_i
- Υποθέτουμε ότι υπάρχει ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο B
 - ightarrow Σε κάθε φορτισμένο σωματίδιο ασκείται μια δύναμη: $ec{F}_i=q_iec{u}_i imesec{B}_i$
 - ightharpoonup Av το KM είναι ακίνητο και q_i/m_i = σταθ., τότε: $\vec{F} = q_i \vec{u}_i \times \vec{B} = \frac{q}{m_i} \vec{u}_i \times \vec{B} = 0$
- Η ροπή θα είναι:

$$\Rightarrow \vec{\tau} = \frac{q}{m} m_i (\vec{\omega} \times \vec{r}_i) (\vec{r}_i \cdot \vec{B})$$

Χρησιμοποιώντας πολικές

συντεταγμένες
$$(\vec{\omega} \times \vec{r_i})(\vec{r_i} \cdot \vec{B}) = \omega r_i^2 B \sin \theta \begin{vmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \end{vmatrix}$$

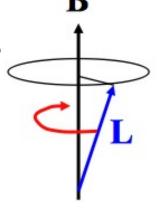
$$(\sin \theta \cos \varphi \sin \Theta + \cos \theta \cos \Theta)$$

Υποθέτοντας γρήγορη περιστροφή \Rightarrow $\vec{\tau} = \frac{q}{2m} m_i (r_i \sin \theta)^2 \vec{\omega} \times \vec{B} = \frac{q}{2m} \vec{L} \times \vec{B}$ παίρνουμε μέση τιμή ως προς χρόνο

Μαγνητική διπολική ροπή

- \Box Η ροπή είναι: $\vec{\tau} = \frac{q}{2m} \vec{L} \times \vec{B}$
- lacksquare Μαγνητικό δίπολο \vec{M} σε πεδίο \vec{B} αισθάνεται ροπή: $\vec{ au} = \vec{M} imes \vec{B}$
- lacktriangle Ένα γρήγορα περιστρεφόμενο φορτισμένο σώμα έχει μαγνητική ροπή: $ec{M}=\gammaec{L}$
 - ightharpoonup όπου: $\gamma = q/2m$ γυρομαγνητικός λόγος
- lacksquare Η εξίσωση της κίνησης θα γίνει: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \gamma \vec{L} \times \vec{B}$
 - □ Κάνει το διάνυσμα της στροφορμής να μεταπίπτει γύρω από το Β
 - Γωνιακή ταχύτητα μετάπτωσης είναι:

$$ω_{μεταπτ.} = -\gamma \vec{B} = -\frac{q}{2m} \vec{B}$$
 συχνότητα Larmor



Μαγνητική διπολική ροπή στοιχειωδών σωματιδίων

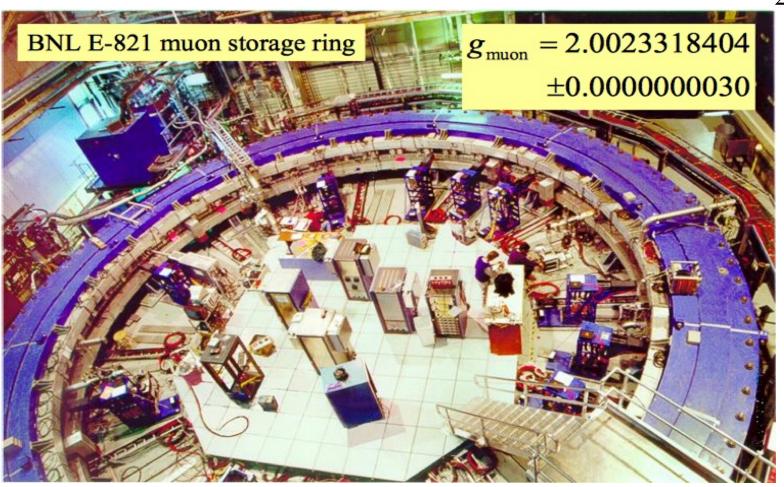
- Σωματίδια όπως το ηλεκτρόνιο και το πρωτόνιο έχουν
 - σπιν, s
 - μαγνητική ροπή, μ
- \blacksquare Η εξίσωση του Dirac για σωματίδια με σπιν ½ προβλέπει ότι: $\vec{\mu} = \frac{q}{m} \vec{s}$
 - > Διαφέρει από το κλασικό φορτισμένο στερεό σώμα κατά ένα παράγοντα 2
 - ightharpoonup Συνηθίζεται να λέμε $\vec{\mu} = \frac{gq}{2m} \vec{s}$ όπου $g = -\frac{1}{2}$ κλασικό στερεό 2 σωματίδιο Dirac
- \square g=2 για τα ηλεκτρόνια, μιόνια Dirac σωματίδια
- = 2.8για τα πρωτόνια, -1.9 για τα νετρόνια $= \Delta$ εν είναι στοιχειώδη σωματίδια
- **μ** για τα ηλεκτρόνια και μιόνια είναι γνωστή με μεγάλη ακρίβεια

$$\begin{split} g_{\eta\lambda\epsilon\kappa.} &= 2.002319304374 \pm 0.000000000008\\ g_{\mu ioviov} &= 2.002331832 \pm 0.0000000012 \end{split}$$

- Όχι ακριβώς Dirac σωματίδια εξαιτίας ενός νέφους δυνητικών σωματιδίων που τα περιβάλει εξαιτίας κβαντικών διαταραχών
- □ Η πειραματική μέτρηση στηρίζεται σε πολύ καλή γνώση του μαγνητικού πεδίου

Πείραμα μέτρησης g-2 του μιονίου

- □ Η πειραματική μέτρηση στηρίζεται σε πολύ καλή γνώση του μαγνητικού πεδίου
- □ Χρησιμοποιεί μετάπτωση του σπιν των σωματιδίων
- □ Αποθηκεύει σωματίδια με γνωστό προσανατολισμό spin σε μαγνητικό πεδίο
- lacksquare Μέτρηση του προσανατολισμού του spin μετά από χρόνο t: $\omega_{\mu \varepsilon au lpha \pi au} = -rac{gq}{2m} ar{I}$



Σκέδαση ηλεκτρονίου-νετρονίου

Σύμφωνα με την QED, η ενεργός διατομή σκέδασης ηλεκτρονίου από ουδέτερο Dirac σωματίδιο είναι μηδενική.

Αλλά, από την στιγμή που το νετρόνιο έχει μαγνητική ροπή, δεν είναι Dirac σωματίδιο

Η σκέδαση ηλεκτρονίου-νετρονίου (στην πραγματικότητα σκέδαση ηλεκτρονίου-δευτερίου μείον τη σκέδαση ηλεκτρονίου-πρωτονίου) δεν διαφέρει ιδιαίτερα από την σκέδαση ηλεκτρονίου-πρωτονίου.

Υπάρχει τόσο ένας ηλεκτρικός παράγοντας μορφής όσο και ένας μαγνητικός παράγοντας μορφής. Η ακτίνα του φορτίου είναι περίπου ίδια με του πρωτονίου.

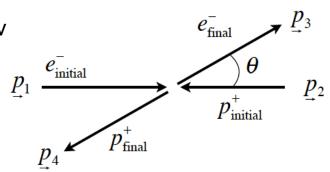
Κινηματική ελαστικής σκέδασης

Θεωρούμε γνωστή την αρχική ορμή του ηλεκτρονίου και έστω ότι είναι στην +z-διεύθυνση.

Στο σύστημα αναφοράς του CM, η αρχική ορμή του πρωτονίου είναι ίση και αντίθετη

Μετά την σκέδαση, τα τελικά προϊόντα εξακολουθούν να έχουν ίσες και αντίθετες ορμές αλλά βγαίνουν σε διαφορετική γωνία ως προς τον z-άξονα.

Η μέτρηση της γωνίας είναι αρκετή ώστε να προσδιοριστεί πλήρως το γεγονός (θεωρώντας πάντα ότι ξέρουμε την αρχική ορμή των ηλεκτρονίων)



Στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου, η ενέργεια του σκεδαζόμενου ηλεκτρονίου είναι μικρότερη του αρχικού ηλεκτρονίου εξαιτίας της ανάδρασης του πρωτονίου.

Ωστόσο η σχέση μεταξύ ενέργειας και γωνίας είναι αρκετά απλή:

Στην πλευρά του ηλεκτρονίου, και θέτοντας E_i και E_f την αρχική και τελική ενέργεια και αγνοώντας τη μάζα του ηλεκτρονίου

$$q^2 = 2m_e^2 - 2p_1 \cdot p_3 \approx -2(E_i E_f - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_3) \cong -2E_i E_f (1 - \cos \theta_{13})$$

Κινηματική ελαστικής σκέδασης

Στην πλευρά του πρωτονίου, θέτουμε $\vec{p}_2 = \left(m_p, \vec{0}\right)$ και $\vec{p}_4 = \left(m_p + E_i^e - E_f^e, \vec{p}_4\right)$

$$q^{2} = 2m_{p}^{2} - 2p_{2} \cdot p_{4} = 2m_{p}^{2} - 2m_{p} (m_{p} + E_{i}^{e} - E_{f}^{e}) - 2\vec{p}_{2} \cdot \vec{p}_{4}$$

$$\Rightarrow q^2 = 2m_p^2 - 2m_p^2 - 2m_p\left(E_i^e - E_f^e\right) \Rightarrow q^2 = -2m_p\left(E_i^e - E_f^e\right)$$

Εξισώνοντας τις δυο πλευρές θα έχουμε:

$$q^{2} = -2E_{i}^{e}E_{f}^{e}\left(1 - \cos\theta_{13}\right) = -2m_{p}\left(E_{i}^{e} - E_{f}^{e}\right) \Rightarrow E_{i}^{e}E_{f}^{e}\left(1 - \cos\theta_{13}\right) = m_{p}\left(E_{i}^{e} - E_{f}^{e}\right)$$

Οι μεταβλητές είναι για σκέδαση ηλεκτρονίου από ακίνητο πρωτόνιο (fixed target) αλλά οι υπολογισμοί είναι σχετικιστικά αναλλοίωτοι

Κανονικά ξέρουμε την ενέργεια της δέσμης των ηλεκτρονίων και αν μετρήσουμε την ενέργεια του σκεδαζόμενου ηλεκτρονίου μπορούμε να υπολογίσουμε την γωνία σκέδασής του.

Διαφορετικά θα μπορούσαμε να μετρήσουμε την γωνία και να υπολογίσουμε την ενέργεια

Να σημειωθεί ότι, άν δεν ξέραμε την μάζα του πρωτονίου θα μπορούσαμε να την υπολογίσουμε μετρώντας την ενέργεια και γωνία του σκεδαζόμενου ηλεκτρονίου.

$$m_{p} = \frac{E_{i}^{e} E_{f}^{e} (1 - \cos \theta_{1})}{\left(E_{i}^{e} - E_{f}^{e}\right)} = \frac{-q^{2}}{2\left(E_{i}^{e} - E_{f}^{e}\right)}$$
!!!!

Ανελαστική σκέδαση

Καθώς η μεταφερόμενη ορμή q² αυξάνει, οι παράγοντες μορφής του διπόλου ελαττώνονται. Σαν αποτέλεσμα η ενεργός διατομή σκέδασης γίνεται μικρότερη.

Αλλά τόσο ο τύπος Rosenbluth, όσο και οι μετρούμενες τιμές, είναι για ελαστική σκέδαση όπου δεν υπάρχουν επιπλέον σωματίδια στην τελική κατάσταση παρά μόνο το αρχικό ηλεκτρόνιο και πρωτόνιο

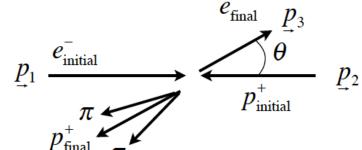
Αν το q² είναι μερικά GeV², τόσο το ηλεκτρόνιο όσο και το πρωτόνιο έχουν μια ορμή μερικών GeV/c στο κέντρο μάζας, και επομένως ακόμα και το πρωτόνιο είναι σχετικιστικό

Επομένως υπάρχει αρκετή διαθέσιμη ενέργεια για την δημιουργία επιπλέον σωματιδίων όπως πιόνια (ή αν υπάρχει αρκετή ενέργεια ενός ζεύγους πρωτονίου-αντιπρωτονίου)

Για ανελαστική σκέδαση, το ηλεκτρόνιο της τελικής κατάστασης στο σύστημα αναφοράς του CM έχει λιγότερη ενέργεια σε σχέση με την αρχική του ενέργεια. Η επιπλέον ενέργεια καταναλώνεται στην δημιουργία επιπλέον σωματιδίων. $e_{\varepsilon_{max}}^{-}$

Στην περίπτωση αυτή δεν είναι αρκετό να μετρήσουμε απλά την γωνία του σκεδαζόμενου ηλεκτρονίου.

Πρέπει να μετρήσουμε και την ενέργειά του (τα πειράματα συνήθως δεν μετρούσαν τα σωματίδια τα οποία βγαίνουν από την πλευρά των πρωτονίων)



Ανελαστική σκέδαση – εσωτερική δομή πρωτονίων

Αν χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση της μάζας του πρωτονίου που εξάξαμε προηγουμένως, έχουμε:

$$||m_p|| = \frac{E_i^e E_f^e (1 - \cos \theta_{13})}{(E_i^e - E_f^e)} = \frac{-q^2}{2(E_i^e - E_f^e)}$$

Οι περιπτώσεις που αντιστοιχούν σε πραγματικά ελαστικές σκεδάσεις θα δώσουν σαν μάζα αυτή του πρωτονίου, αλλά εν γένει θα πάρουμε μια κατανομή μαζών

Για μια συγκεκριμένη γωνία σκέδασης, η ενέργεια E_f , θα είναι μικρότερη σε γεγονότα όπου δημιουργούνται επιπλέον σωματίδια. Επομένως η διαφορά E_i - E_f θα είναι μεγαλύτερη και άρα η φαινομενική μάζα " m_p " θα είναι μικρότερη από την μάζα του πρωτονίου.

Τι θα συνέβαινε ωστόσο αν τα πρωτόνια δεν ήταν σημειακά σωματίδια αλλά είχαν εσωτερική δομή και αποτελούνταν από άλλα συστατικά με αποτέλεσμα τα ηλεκτρόνια να σκεδάζονται από αυτά. Για να απλουστεύσουμε την κατάσταση, υποθέτουμε ότι η ενέργεια της δέσμης των ηλεκτρονίων είναι αρκετά υψηλή και τα πρωτόνια είναι σχετικιστικά στο σύστημα CM της σκέδασης e-p.

Τα συστατικά του πρωτονίου θα μεταφέρουν ένα ποσοστό, x, της ενέργειας και ορμής του πρωτονίου, όπου 0<x<1. Επομένως αντί να έχουμε σκέδαση από πρωτόνιο και να θεωρούμε την 4-ορμή του πρωτονίου, θα πρέπει να θεωρήσουμε: $p_2 \longrightarrow xp_2$

Θεωρούμε σαν p_4 την 4-ορμή του σκεδαζόμενου συστατικού του πρωτονίου. Οπότε θα έχουμε: $q^2 = \left(p_4 - x p_2 \right)^2 = x^2 m_p^2 + p_4^2 - 2x \left(p_4 \cdot p_2 \right) = x^2 m_p^2 + p_4^2 - 2x \left[m_p \left(m_p + E_i - E_f \right) \right]$

$$q^{2} = (x^{2} - 2x)m_{p}^{2} + p_{4}^{2} - 2xm_{p}(E_{i} - E_{f}) \Rightarrow q^{2} = x[(x - 2)m_{p}^{2} - 2m_{p}(E_{i} - E_{f})] + p_{4}^{2}$$

Ελαστική σκέδαση με δομικά σωματίδια πρωτονίου

Врήкаµє о̀ті:
$$q^2 = x \Big[(x-2) m_p^2 - 2 m_p \Big(E_i - E_f \Big) \Big] + p_4^2$$

Αν η απώλεια ενέργειας του ηλεκτρονίου, $(E_i - E_f)$, στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου είναι πολύ μεγαλύτερη από την μάζα του πρωτονίου, τότε ο 2^{oc} όρος στην τετραγωνική αγκύλη κυριαρχεί και μπορούμε να αγνοήσουμε τον 1^o όρο.

Αν η μάζα του συστατικού είναι πολύ μικρότερη από την μάζα του πρωτονίου, μπορούμε να αγνοήσουμε τον τελευταίο όρο p_A^2 , οπότε η σχέση θα γίνει:

$$q^{2} = -2xm_{p} \left(E_{i} - E_{f} \right) = -2E_{i}E_{f} \left(1 - \cos \theta_{13} \right)$$

$$\Rightarrow x = \frac{-q^{2}}{2m_{p} \left(E_{i} - E_{f} \right)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{E_{i}E_{f} \left(1 - \cos \theta_{13} \right)}{m_{p} \left(E_{i} - E_{f} \right)}$$