

Διαγράμματα Feynman

Εισαγωγή

Μέχρι τώρα έχουμε δει διάφορες αλληλεπιδράσεις και έχουμε σχεδιάσει γραφήματα που αντιπροσωπεύουν την αλληλεπίδραση που έλαβε χώρα.

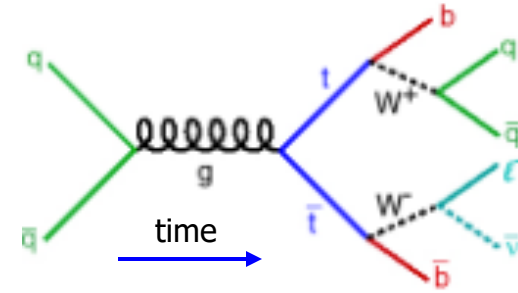
Ονομάσαμε τα διαγράμματα αυτά: **Διαγράμματα Feynman**

Στα διαγράμματα αυτά είπαμε ότι υπήρχαν τα αρχικά συστατικά της αλληλεπίδρασης αλλά και άλλα σωματίδια κάποια από τα οποία ονομάσαμε **virtual σωματίδια** (ή **δυναμικά σωματίδια**)

Τα διαγράμματα αυτά αναπαριστούν στην μια διεύθυνση το χρόνο που συμβαίνει η αλληλεπίδραση (συνήθως αυτή είναι η οριζόντια διεύθυνση) ενώ η κατακόρυφη διεύθυνση αναπαριστά τον χώρο

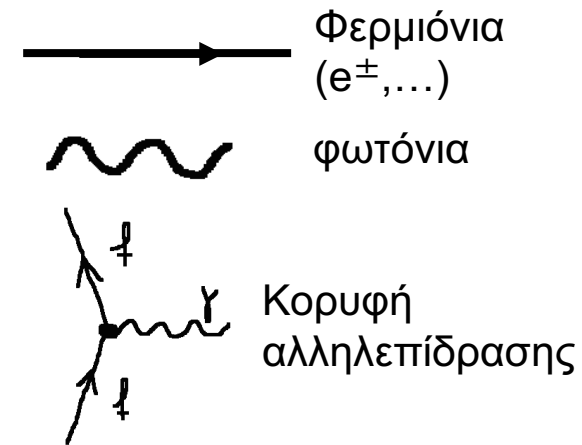
- Ελευθερία ως προς την επιλογή των «αξόνων» αλλά πρέπει να σημειωθεί ποιες διευθύνσεις λαμβάνονται για κάθε αναπαράσταση

Αυτό που έχει σημασία είναι η τοπολογία του διαγράμματος (τι συνδέεται που) και όχι πως θα ζωγραφιστεί στο χαρτί



Η πρώτη κβαντική θεωρία πεδίου: QED

- Η Κβαντική Ηλεκτροδυναμική (QED) περιγράφει τις αλληλεπιδράσεις ηλεκτρικά φορτισμένων σωματιδίων (ηλεκτρόνια, μίονια, quarks...) με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο
- Εμπεριέχει μόνο μια κορυφή αλληλεπίδρασης (**interaction vertex**), αυτή με $e\bar{e}\gamma$
 - Αποτελεί την πρώτη ρεαλιστική κβαντική θεωρία πεδίου και αποτέλεσε παράδειγμα για την κατασκευή όλων των άλλων θεωριών πεδίου
 - Χρησιμοποίηση του αναλλοίωτου της βαθμίδας σαν τη βασική αρχή για την δημιουργία αλληλεπιδράσεων



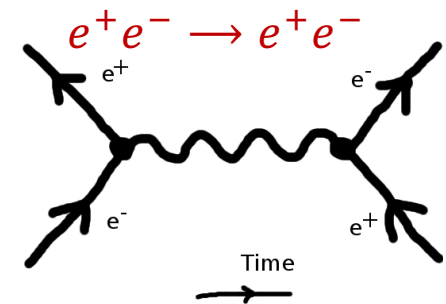
Κατασκευή των διαγραμμάτων Feynman

➤ Κανόνες για QED

- ❑ Για απλότητα: θεώρηση ενός σταθερού άξονα - χρόνων
- ❑ Τα φερμιόνια (ηλεκτρόνια, ποζιτρόνια) αναπαριστώνται με ευθύγραμμα τμήματα και βέλη ενώ τα φωτόνια με κυματιστές γραμμές
- Αν τα βέλη των φερμιονίων δείχνουν:
 - (αντι-)παράλληλα με τον άξονα του χρόνου, τότε αναπαριστούν (αντι-)σωματίδια.
 - ✓ Αυτό είναι σημαντικό μόνο για τις εξωτερικά σωματίδια (εξωτερικές γραμμές)
- Κατά μήκος μιας φερμιονικής γραμμής δεν επιτρέπεται να υπάρχουν "συγκρουόμενα" βέλη φερμιονίων. Σχετίζονται με παραβίαση λεπτονικού αριθμού (και φορτίου)

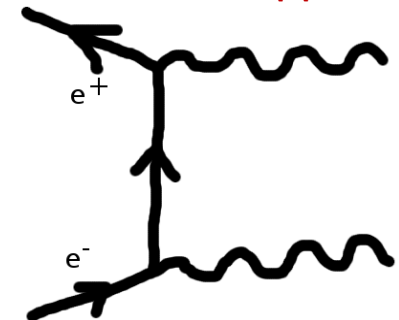
Παραδείγματα

✓ Σκέδαση Bhabha



✓ Εξαϋλωση ζεύγους

$$e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$$



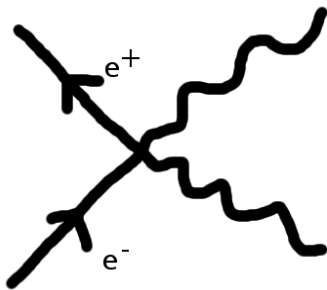
Τι να αποφεύγεται στη κατασκευή διαγραμμάτων Feynman

▪ Μη επιτρεπόμενες κορυφές αλληλεπίδρασης

❑ **Κανόνας:** Θεώρηση μόνο κορυφών που υπάρχουν στη θεωρία. Οι κορυφές αυτές αντιστοιχούν στους όρους αλληλεπίδρασης στη Hamiltonian

❑ QED: μόνο κορυφές $ee\gamma$

➤ Κακό παράδειγμα:

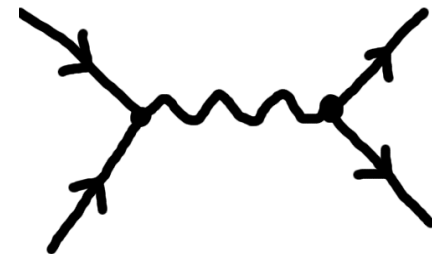


▪ Συγκρουόμενα βέλη

Κανόνας: Μην αλλάζετε τη ροή του βέλους κατά μήκος μιας φερμιονικής γραμμής, γιατί τότε αλλάζει η ροή των κβαντικών αριθμών και νόμων διατήρησης.

Στην QED έχουμε διατήρηση φερμιονικού αριθμού και φορτίου

➤ **Κακό παράδειγμα:** γενικά φαίνεται καλό αλλά τοπικά σε κάθε κορυφή έχουμε παραβίαση λεπτονικού αριθμού και φορτίου



Διάγραμμα Feynman – ΕΜ αλληλεπιδράσεις

Το απλούστερο διάγραμμα είναι για τις ηλεκτρομαγνητικές (φωτόνιο) αλληλεπιδράσεις των λεπτονίων (ηλεκτρόνιο, μίονιο, τ-λεπτόνιο)

Το ηλεκτρόνιο (μίονιο, τ) αντιπροσωπεύονται με συμπαγείς γραμμές με ένα βέλος προς την θετική διεύθυνση του χρόνου (+t)

Τα αντισωματίδια αντιπροσωπεύονται με συμπαγείς γραμμές με το βέλος να δείχνει προς την αρνητική διεύθυνση του χρόνου (-t)

➤ Τα διανύσματα δεν έχουν καμιά σχέση με διανύσματα ορμής

Τα φωτόνια είναι κυματοειδής μορφής χωρίς να προσδιορίζεται κάποια διεύθυνση στο χρόνο

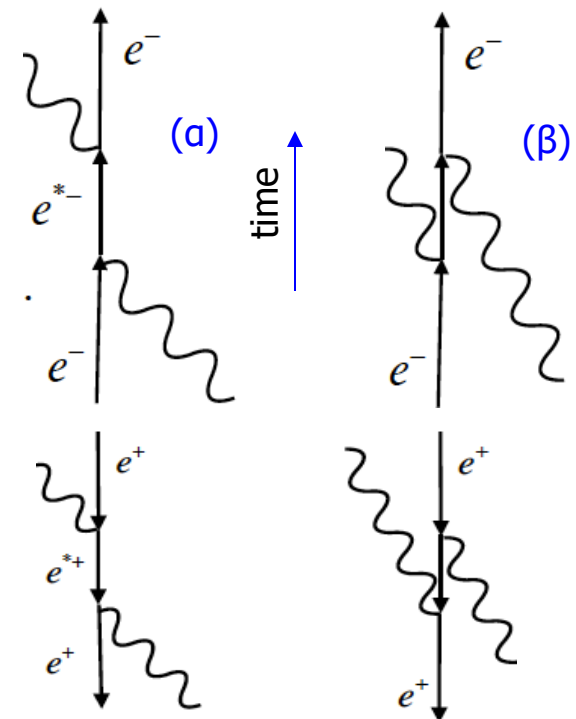
Τα φωτόνια συνδέονται στις συμπαγείς γραμμές **σε κορυφές**

□ Η σκέδαση ηλεκτρονίου-φωτονίου έχει 2 διαγράμματα:

Στο διάγραμμα (α) το αρχικό φωτόνιο συνδέεται στο αρχικό ηλεκτρόνιο

Στο διάγραμμα (β) το αρχικό φωτόνιο συνδέεται στο τελικό ηλεκτρόνιο

Για σκέδαση φωτονίου-ποζιτρονίου χρειάζεται να αντιστρέψουμε τα διανύσματα



Διάγραμμα Feynman – ΕΜ αλληλεπιδράσεις

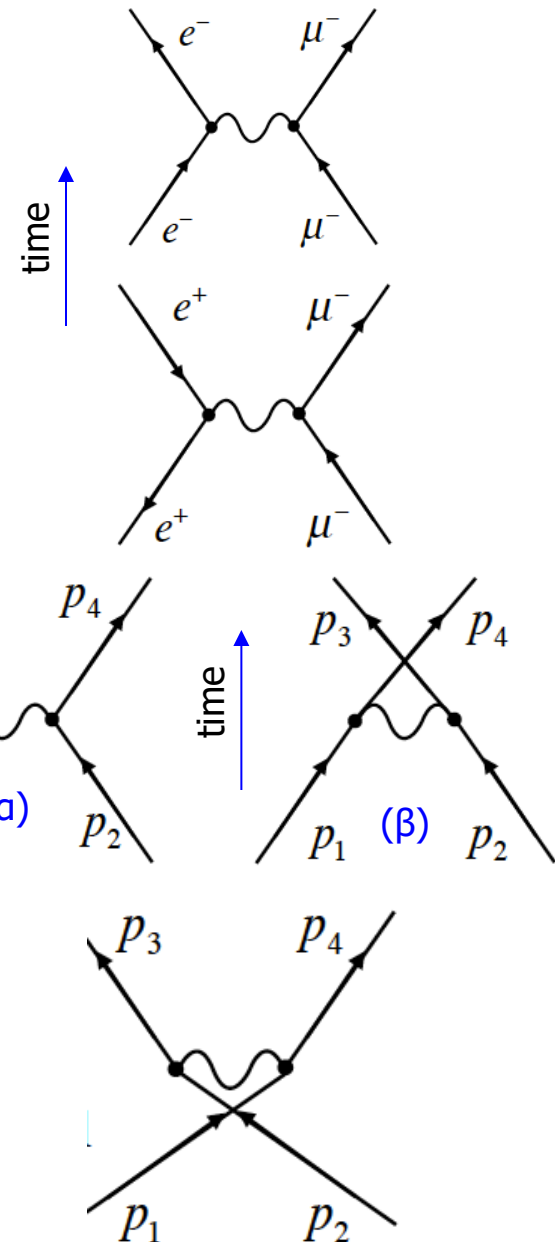
- Η σκέδαση ηλεκτρονίου-μιονίου έχει 1 μόνο διάγραμμα γιατί μπορούμε να ξεχωρίσουμε μεταξύ ηλεκτρονίου-μιονίου

- Η σκέδαση μιονίου-ποζιτρονίου έχει 1 μόνο διάγραμμα γιατί μπορούμε να ξεχωρίσουμε μεταξύ μιονίου-ποζιτρονίου

- Η σκέδαση ηλεκτρονίου-ηλεκτρονίου έχει 2 διαγράμματα γιατί δεν μπορούμε να ξεχωρίσουμε πειραματικά τα δυο ηλεκτρόνια της τελικής κατάστασης

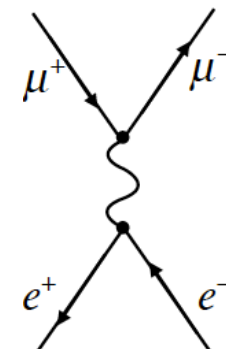
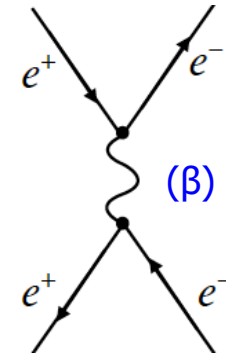
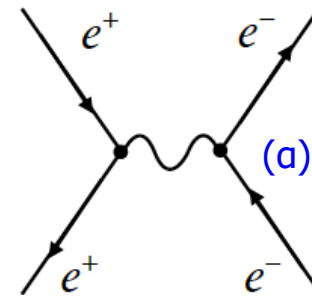
➤ p_1, p_2, p_3, p_4 αντιπροσωπεύουν τα διανύσματα ορμών των σωματιδίων που συμμετέχουν στην σκέδαση

- Δεν μπορούμε να ξεχωρίσουμε τα δυο αρχικά ηλεκτρόνια αλλά αυτή η κατάσταση είναι τοπολογικά πανομοιότυπη με το διάγραμμα (β) και επομένως δεν αποτελεί ξεχωριστή περίπτωση



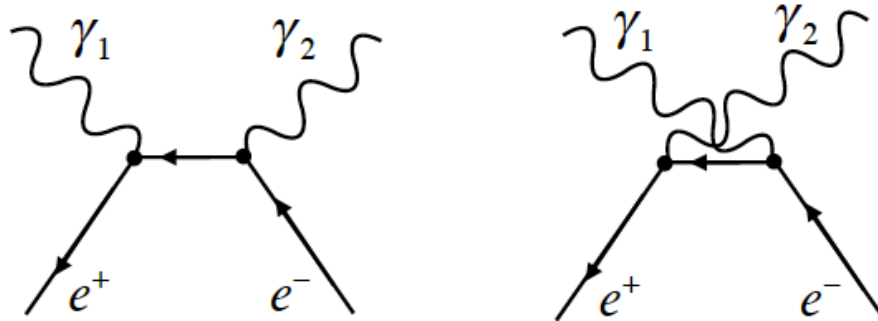
Διάγραμμα Feynman – ΕΜ αλληλεπιδράσεις

- Η σκέδαση ποζιτρονίου-ηλεκτρονίου έχει 2 διαγράμματα τα οποία μπορούμε να διαχωρίσουμε ως προς τον τρόπο που γίνεται η ανταλλαγή του φωτονίου μεταξύ των δυο σκεδαζόμενων σωματιδίων
- Το ένα διάγραμμα (α), συχνά ονομάζεται **διάγραμμα σκέδασης** ή **t-κανάλι** σκέδασης (**t-channel**), το φωτόνιο κινείται στην χωρική διεύθυνση.
- Σκέδαση ποζιτρονίου-ηλεκτρονίου, (β), μπορεί να γίνει ώστε το φωτόνιο να ανταλλάσσεται χρονικά. Το διάγραμμα αυτό ονομάζεται **διάγραμμα εξαϋλωσης** ή **s-κανάλι** σκέδασης (**s-channel**).
- Σκέδαση ποζιτρονίου-ηλεκτρονίου μπορεί να δημιουργήσει ένα ζεύγος μιονίου-αντιμιονίου. Υπάρχει 1 μόνο διάγραμμα



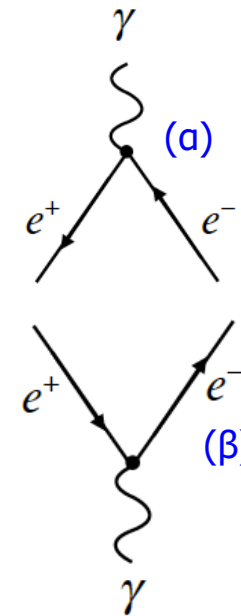
Διάγραμμα Feynman – ΕΜ αλληλεπιδράσεις

- Σκέδαση ποζιτρονίου-ηλεκτρονίου μπορεί να δημιουργήσει ένα ζεύγος φωτονίων και υπάρχουν 2 διαγράμματα



- Από την διαγραμματική καθαρά πλευρά της αλληλεπίδρασης του ζεύγους ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου, θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε ότι παράγεται ένα μόνο φωτόνιο (α)

- Ή ότι ένα φωτόνιο δημιουργεί ένα ζεύγος e^+e^- (β).



- Τα διαγράμματα αυτά είναι **κινηματικώς αδύνατα**:
Μπορούμε να διατηρήσουμε είτε την ενέργεια ή την ορμή αλλά όχι και τα δυο ταυτόχρονα.

Διάγραμμα Feynman – Ασθενείς αλληλεπιδράσεις

- Τα δυο μποζόνια W^\pm και Z^0 , φορείς των ασθενών αλληλεπιδράσεων σχεδιάζονται με κυματοειδή μορφή όπως ακριβώς και τα φωτόνια
- Τα μποζόνια συνδέουν συμπαγείς γραμμές ή γραμμή που αναπαριστούν σωματίδια ή αντισωματίδια, όπως συμβαίνει και με τα φωτόνια.
- Τα W^\pm από τη στιγμή που έχουν φορτίο είτε $+$ ή $-$ θα πρέπει να συνδέονται σε συμπαγείς γραμμές σωματιδίων με φορτία που διαφέρουν κατά μια μονάδα φορτίου

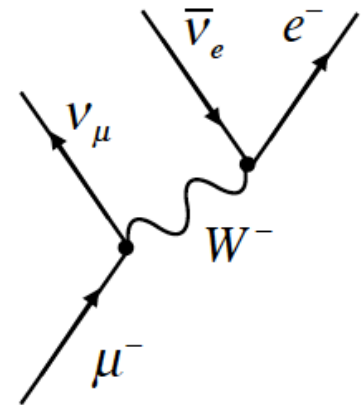
➤ Επομένως οι δυνατότητες που προσφέρονται είναι το W να συνδεθεί με τα ακόλουθα ζεύγη σωματιδίων:

$e - \nu_e$	$u - d$	$c - d$	$t - d$
$\mu - \nu_\mu$	$u - s$	$c - s$	$t - s$
$\tau - \nu_\tau$	$u - b$	$c - b$	$t - b$

- Τα W^\pm μεταφέρουν το φορτισμένο ρεύμα (**charged current**) της ασθενούς αλληλεπίδρασης
- Το Z^0 που είναι ουδέτερο συμπεριφέρεται ανάλογα με το φωτόνιο
- Το Z^0 δεν συνδέει ωστόσο ποτέ quarks διαφορετικής γεύσης
- Το Z^0 μεταφέρει το ουδέτερο ρεύμα (**neutral current**) της ασθενούς αλληλεπίδρασης

Διάγραμμα της διάσπασης του μιονίου

- ❑ Η διεργασία είναι $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$
 - ❑ Το μιονίο εκπέμπει ένα W^- και μετατρέπεται σε ένα νευτρίνο μιονίου
 - ❑ Το W^- διασπάται σε ένα ηλεκτρόνιο e^- και ένα αντι-νεutrino ηλεκτρονίου
 - ❑ Το W^- διασπάται σε ένα ηλεκτρόνιο e^- και ένα αντι-νεutrino ηλεκτρονίου
- Το φορτίο διατηρείται σε κάθε κορυφή του διαγράμματος
- Η γεύση του σωματιδίου αλλάζει σε κάθε κορυφή όταν ακολουθούμε τα διανύσματα



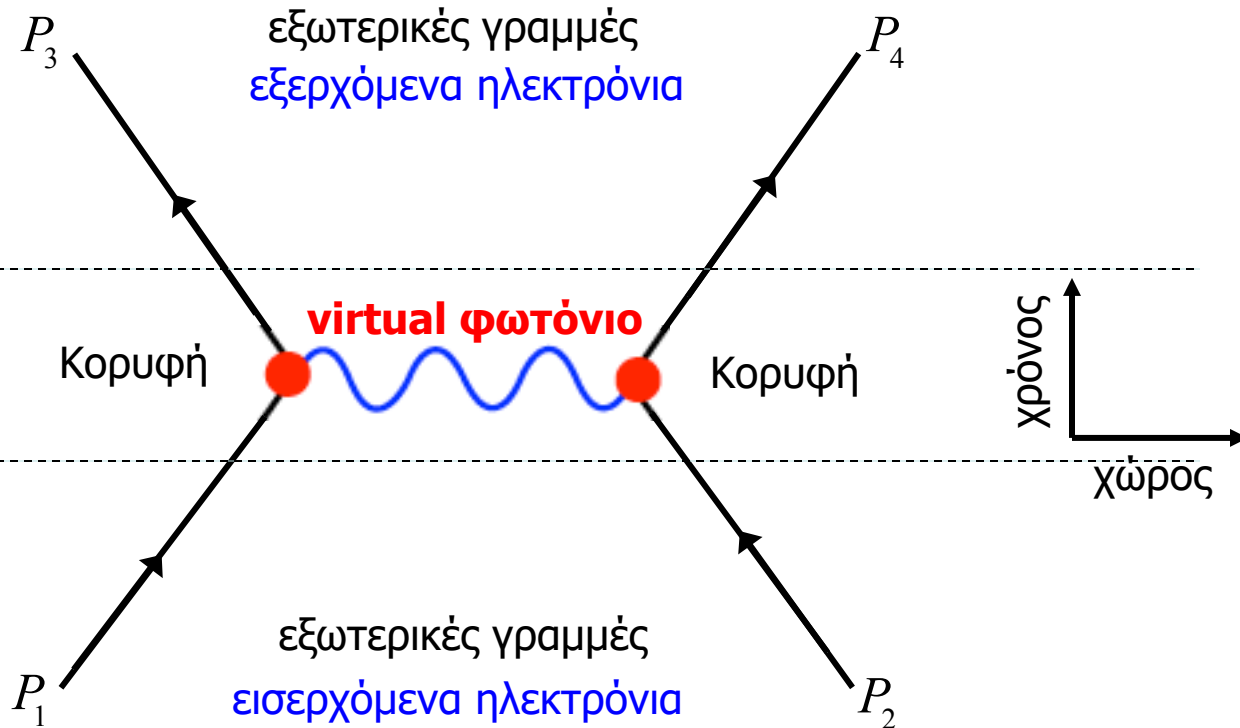
Διάγραμμα Feynman για σκέδαση e^-e^-

□ Συστατικά του διαγράμματος

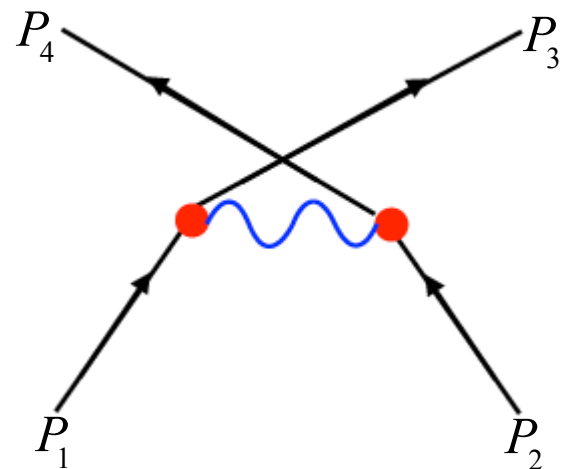
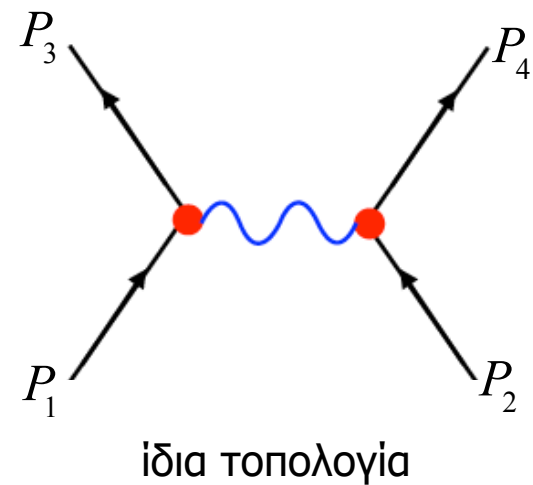
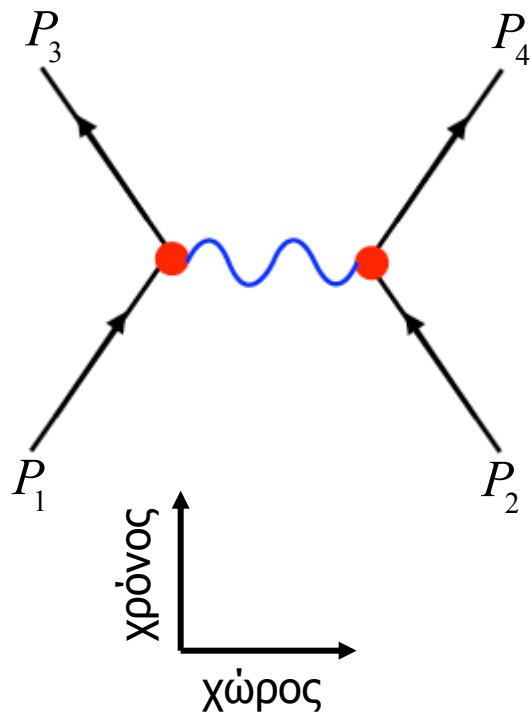
Μέλλον

Σκέδαση

Παρελθόν



Δυο διαφορετικές τοπολογίες

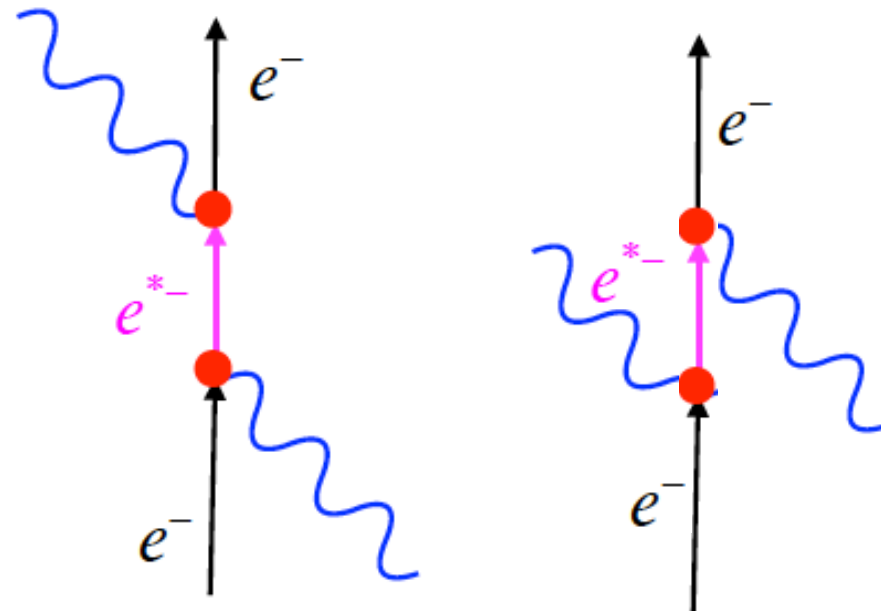


Εξωτερικά φωτόνια

Εξερχόμενα φωτόνια και ηλεκτρόνια

virtual ηλεκτρόνια

Εισερχόμενα ηλεκτρόνια και φωτόνια



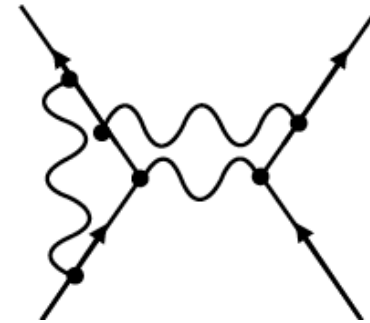
Υπάρχει ακόμα ένα διάγραμμα με τα φωτόνια ανταλλαγμένα στις κορυφές

Διαγράμματα υψηλότερης τάξης

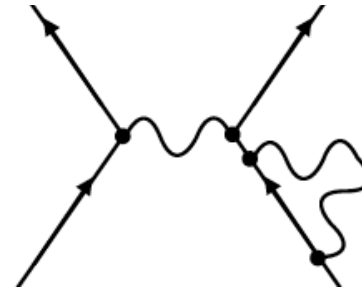
Θα μπορούσαμε να έχουμε περισσότερες εσωτερικές γραμμές φωτονίων.

Στα διαγράμματα δίπλα έχουμε δυο παραδείγματα:

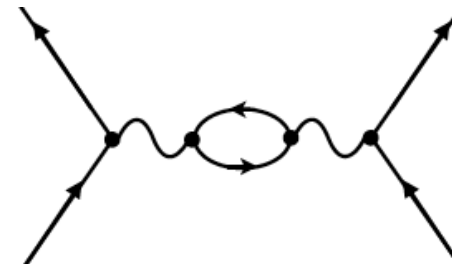
- Θα μπορούσαμε να προσθέσουμε ένα φωτόνιο μεταξύ οποιωνδήποτε συμπαγών γραμμών



Θα μπορούσαμε να έχουμε ένα φωτόνιο το οποίο αλληλεπιδρά με την ίδια γραμμή (ίδιο σωματίδιο)



Θα μπορούσαμε να βάλουμε ένα βρόγχο λεπτονίων (ηλεκτρονίου, μιονίου ή ται) σε οποιαδήποτε γραμμή φωτονίου



Διαγράμματα υψηλότερης τάξης

Κάθε διάγραμμα αντιστοιχεί σε ένα κβαντομηχανικό πλάτος.

Το πλάτος αυτό περιέχει **σταθερές σύζευξης** από τις κορυφές που υπάρχουν φωτόνια και παράγοντες **διαμεσολαβητών** (**propagators**) **σωματιδίων** που αντιπροσωπεύουν οι εσωτερικές **δυναμικές γραμμές** (**virtual particles**)

Για φωτόνια που αλληλεπιδρούν με σωματίδια φορτίου 1, η σταθερά σύζευξης είναι $\sqrt{4\pi a_{em}} = 0.3024$ όπου $a_{em} = 1/137.036$ η σταθερά λεπτής υφής

Προσθέτοντας ένα φωτόνιο (μία κορυφή) ή ένα βρόγχο (δύο κορυφές)

το πλάτος ελαττώνεται κατά ένα παράγοντα περίπου $\sqrt{4\pi a_{em}}$ ή $\left(\sqrt{4\pi a_{em}}\right)^2$

αντίστοιχα ή διαφορετικό το τετράγωνο του πλάτους ή η πιθανότητα κατά ένα παράγοντα του τετραγώνου 0.3024 ή $(0.3024)^2 \approx 0.01$ αντίστοιχα

Επομένως το διάγραμμα με τις λιγότερες κορυφές χαμηλότερης τάξης κυριαρχεί

Διαγράμματα υψηλότερης τάξης

Όταν υπάρχει ένας βρόγχος που μπορεί να είναι ένα μείγμα φωτονίων και σωματιδίων, η ορμή των σωματιδίων μέσα στον βρόγχο δεν προσδιορίζεται από τα αρχικά και τελικά σωματίδια.

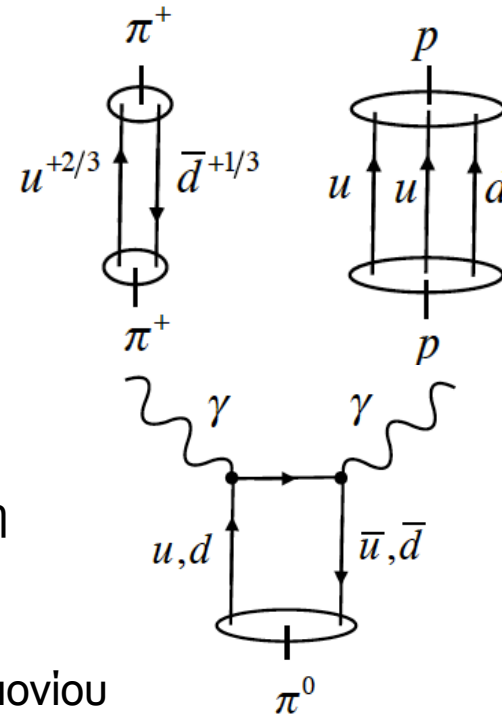
Στην περίπτωση αυτή θα πρέπει να ολοκληρώσουμε ως προς όλες τις δυνατές τιμές ορμής έως το άπειρο. Οι παράγοντες που οφείλονται στα διαμεσολαβητικά σωματίδια γίνονται πολύ μικροί όταν οι εσωτερικές ορμές γίνονται πολύ μεγάλες, αλλά συχνά αυτό δεν αποτρέπει το ολοκλήρωμα να γίνει άπειρο

Αλλά τότε, τα διαγράμματα υψηλότερης τάξης κυριαρχούν και δίνουν άπειρο.

Μετά από δεκαετίες δουλειάς των θεωρητικών το πρόβλημα αυτό έγινε κατανοητό και επινοήθηκε ο τρόπος με τον οποίο λύνεται το πρόβλημα μέσω της μηχανισμού της επανακανονικοποίησης (**renormalization**)

Αδρόνια και Feynman διαγράμματα

Εσωτερικά ένα αδρόνιο είναι μια συλλογή από quarks και antiquarks



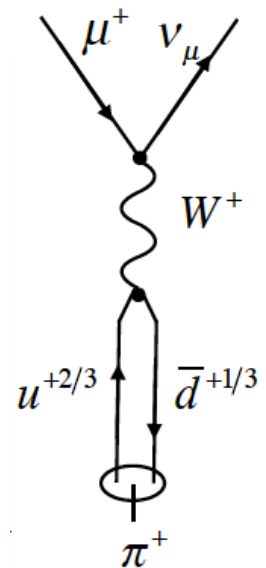
Όπως έχουμε γράψει ήδη παλαιότερα, η διάσπαση του ουδέτερου πιονίου, π^0 , μπορεί να γραφεί:

Η διεργασία για την διάσπαση του φορτισμένου πιονίου είναι: $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$

Τα quarks εξαϋλώνονται δίνοντας ένα W^+ το οποίο κατόπιν διασπάται δίνοντας $\mu^+ \nu_\mu$

Η διάσπαση $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e$ όπως έχουμε ήδη συζητήσει ενώ κινηματικά θα έπρεπε να ήταν προτιμητέα ωστόσο είναι ιδιαίτερα σπάνια.

Ο λόγος οφείλεται στην εξάρτηση των ασθενών αλληλεπιδράσεων από το σπίν και ελικότητα καθώς και την εξίσωση Dirac όπως θα δούμε σύντομα .

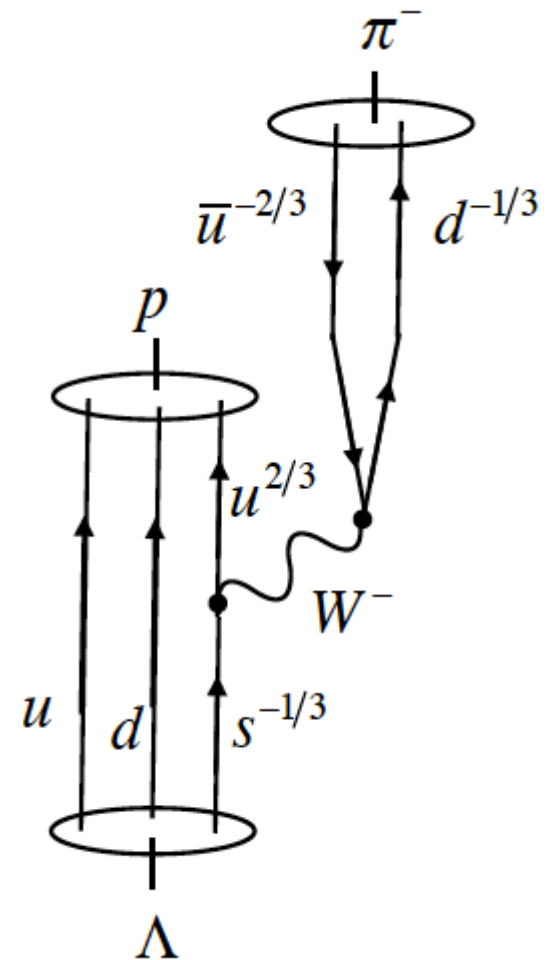


Διάσπαση του Λ βαρυονίου

Η διεργασία της διάσπασης είναι: $\Lambda^0 \rightarrow \pi^- p$

Το Λ είναι δέσμια κατάσταση uds . Το s -quark διασπάται σε ένα u -quark και ένα W^-

Το W^- διασπάται σε ένα ζεύγος $d\bar{u}$ που δημιουργεί την δέσμια κατάσταση ενός π^-

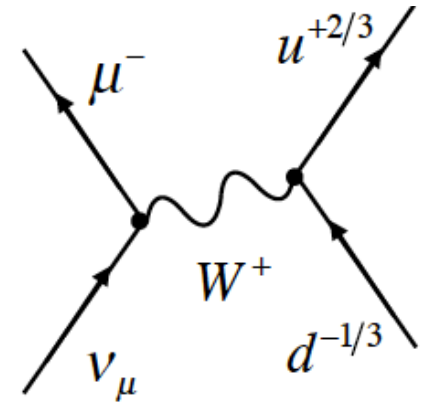


Αλληλεπιδράσεις νεutrino μέσω φορτισμένων ρευμάτων

Όπως έχουμε προαναφέρει, μπορούμε να κατασκευάσουμε δέσμες νεutrino χρησιμοποιώντας έναν επιταχυντή πρωτονίων. Όταν υψηλής ενέργειας πρωτόνια πέσουν σε στόχο δημιουργούν πιόνια και καόνια υψηλής ενέργειας τα οποία διασπώνται σε υψηλής ενέργειας μ και νεutrino

Μπορούμε να σταματήσουμε όλα τα μίονια ή τα μη διασπασμένα καόνια ή πιόνια χρησιμοποιώντας αρκετή θωράκιση από σίδηρο ή μαγνήτες που οδηγούν τα φορτισμένα σωματίδια σε άλλη κατεύθυνση

Ένα μικρό ποσοστό των νεutrino που έχει η δέσμη, θα αλληλεπιδράσει με τα quarks στο υλικό του στόχου παράγοντας ένα εύκολα ανιχνεύσιμο μίονιο και μια καταιγίδα από αδρόνια που προκλήθηκε από το σκεδαζόμενο quark το οποίο ωστόσο είναι διαφορετικό από το αρχικό αφού έχει αλλάξει φορτίο



Ουδέτερα ρεύματα ασθενών αλληλεπιδράσεων

Το Z μποζόνιο είναι το ουδέτερο σωματίδιο φορέας των ασθενών αλληλεπιδράσεων και η μάζα του είναι $91.2 \text{ GeV}/c^2$ ενώ αυτή του W $80.4 \text{ GeV}/c^2$. Μεταφέρει το **ουδέτερο ρεύμα** των ασθενών αλληλεπιδράσεων

Ο γενικός όρος για τον τύπο του quark ή λεπτονίου είναι η **γεύση**. Λέμε ότι το W μποζόνιο ή τα φορτισμένα ρεύματα των ασθενών αλληλεπιδράσεων αλλάζουν την γεύση **flavor changing current**.

Το Z δεν αλλάζει το φορτίο των quarks και λεπτονίων.

Επίσης δεν αλλάζει την γεύση ακόμα και για το ίδιο φορτίο. Δηλαδή δεν θα αλλάξει το s-quark σε d-quark παρόλο που το φορτίο παραμένει ίδιο.

Δεν υπάρχουν ουδέτερα ρεύματα αλλαγής γεύσης – **flavor changing neutral currents FCNC**

Ένα φωτόνιο δεν αλλάζει επίσης την γεύση και το φορτίο των quarks και λεπτονίων. Επομένως μπορούμε να βάλουμε το Z^0 σε οποιοδήποτε Feynman διάγραμμα υπήρχε φωτόνιο

Διασπάσεις φωτόνιο που παράγουν πραγματικά φωτόνια, παράγουν επίσης και Z-μποζόνια

Επειδή η μάζα των Z-μποζονίων είναι πολύ μεγάλη, ο παράγοντας του propagator στο διάγραμμα που υπάρχει το Z κάνει την συνεισφορά του ένα πολύ μικρό ποσοστό του αντίστοιχου διαγράμματος με το φωτόνιο

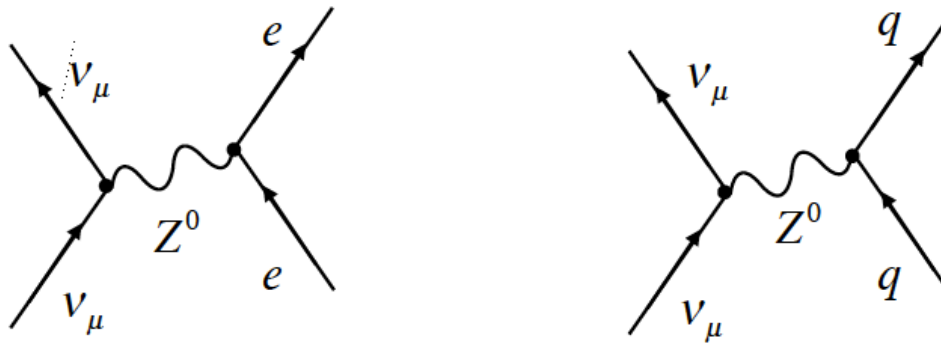
Για το λόγο αυτό δεν υπήρχε καμία ένδειξη για την ύπαρξη ασθενών ουδέτερων ρευμάτων μέχρι τα μέσα της δεκαετίας του 70.

Ουδέτερα ρεύματα ασθενών αλληλεπιδράσεων

Το νεutrino συζεύγνυται τόσο με το W όσο και με το Z μποζόνιο.

Για την περίπτωση όμως του Z μποζονίου το τελικό στάδιο έχει ένα «αόρατο» νεutrino αντί για το παρατηρούμενο λεπτόνιο (μυόνιο ή ηλεκτρόνιο ή ταυ)

Οι αλληλεπιδράσεις μέσω ουδέτερων ρευμάτων παρατηρήθηκαν στα μέσα της δεκαετίας του 1970 σε πειράματα υψηλής ενέργειας νεutrino-μυονίων που σκεδάζονταν σε ηλεκτρόνια και quarks χωρίς την εμφάνιση ενός μυονίου στα τελικά προϊόντα



Τα φωτόνια αλληλεπιδρούν με το φορτίο αλλά δεν κουβαλούν φορτίο

Τα W και Z μποζόνια αλληλεπιδρούν με το ασθενές ισοσπιν

Κάθε quark και λεπτόνιο έχει ποσότητα $1/2$ ασθενούς ισοσπιν. Το up quark έχει 3^η συνιστώσα του ασθενούς isospin $+1/2$ ενώ το d-quark έχει $-1/2$. Τα νεutrino έχουν $+1/2$ και τα αρνητικά φορτισμένα λεπτόνια έχουν $-1/2$. Τα πρόσημα αντιστρέφονται για τα antiquarks και αντιλεπτόνια

Τα W και Z κουβαλούν επίσης ασθενές isospin με τιμή 1

Το W^+ έχει 3^η συνιστώσα isospin $+1$, ενώ το W^- έχει -1 . Η 3^η συνιστώσα isospin του Z είναι 0.

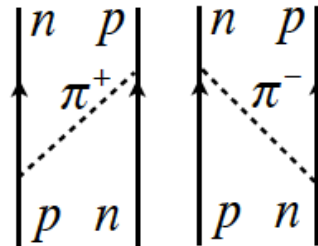
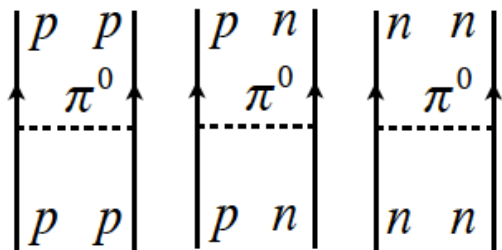
«Πυρηνικά» διαγράμματα Feynman

Οι δυνάμεις που κρατούν τα πρωτόνια και νετρόνια μαζί μέσα στον πυρήνα μπορούν να θεωρηθεί ότι προέρχονται από ανταλλαγή πιονίων

Το γεγονός ότι οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις έχουν μικρή εμβέλεια, χρησιμοποιήθηκε από τον Yukawa όπως έχουμε δει για προβλέψει την ύπαρξη, την μάζα και ιδιότητες του πιονίου

Τα πιόνια εμφανίζονται όπως ξέρουμε σε φορτισμένη και ουδέτερη μορφή. Όταν ένα πρωτόνιο εκπέμπει ή απορροφά ένα π^0 παραμένει πρωτόνιο. Όταν εκπέμπει ένα π^+ τότε μετατρέπεται σε νετρόνιο. Ένα πρωτόνιο δεν μπορεί να εκπέμψει π^- αλλά μπορεί να απορροφήσει ένα και να μετατραπεί σε νετρόνιο. Τα νετρίνια ακολουθούν την προφανή γενίκευση όπως και τα αντιπρωτόνια και αντινετρόνια

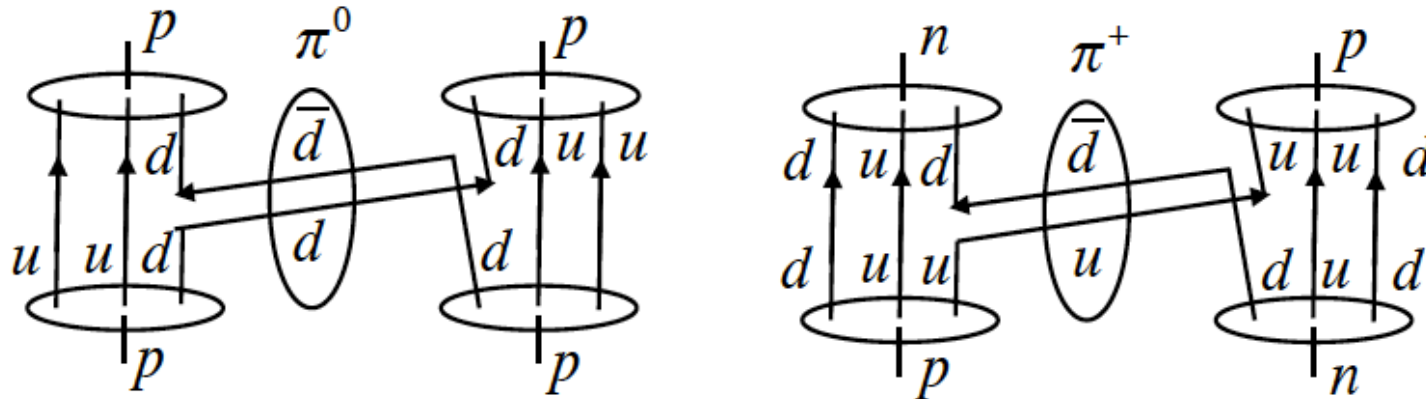
Μερικές φορές πρωτόνια και νετρόνια σχεδιάζονται με συμπαγείς γραμμές διανυσμάτων όπως τα quarks και τα λεπτόνια. Στην περίπτωση αυτή τα πιόνια σχεδιάζονται με διακεκομμένες γραμμές και χωρίς τα βέλη.



Αυτά τα δυο είναι ίδια

«Πυρηνικά» διαγράμματα Feynman

Μπορούμε να σχεδιάσουμε αδρόνια σε επίπεδο quark



Ενώ η διεργασία: $\Delta^{++} \rightarrow \pi^+ p$

