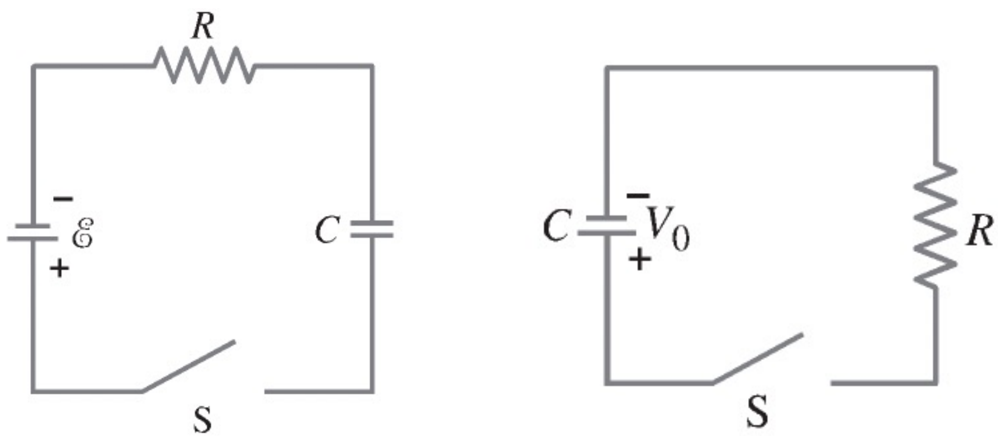
Κυκλώματα RC

Κύκλωμα RC

Ένα κύκλωμα *RC* αποτελείται από ένα αντιστάτη αντίστασης *R* και έναν πυκνωτή χωρητικότητας *C* συνδεδεμένα σε σειρά.

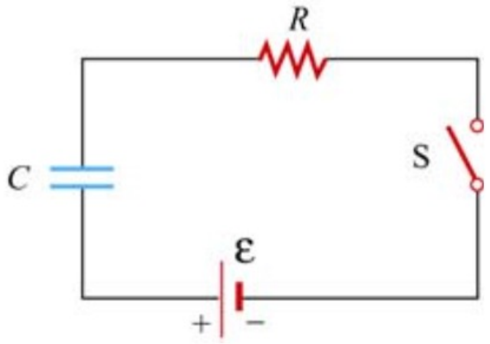
Σε κυκλώματα συνεχούς ρεύματος στα οποία υπάρχουν πυκνωτές, το ρεύμα μεταβάλλεται συναρτήσει του χρόνου μέχρι να φορτιστεί ή να αποφορτιστεί ο πυκνωτής. Το ρεύμα έχει την ίδια φορά.



Δύο διαφορετικές διατάξεις κυκλώματος *RC*.

Τα κυκλώματα *RC* έχουν ευρεία εφαρμογή σε διάφορες διατάξεις:
ο μηχανισμός των υαλοκαθαριστήρων των αυτοκινήτων, ο χρονισμός των σημάτων της τροχαίας, ο βηματοδότης, τα flashes των φωτογραφικών μηχανών είναι μερικές από τις εφαρμογές των κυκλωμάτων *RC* στην καθημερινή ζωή

Φόρτιση Πυκνωτή



Εξετάζουμε το κύκλωμα *RC* του σχήματος.

Ο πυκνωτής συνδέεται με μια πηγή ΗΕΔ, $\mathcal{E}$.

Ο πυκνωτής αρχικά είναι αφόρτιστος, $Q(t \leq 0) = 0$

Για $t \leq 0$ ο πυκνωτής συμπεριφέρεται σαν διακόπτης και δεν υπάρχει δυναμικό στα άκρα του

Τη χρονική στιγμή *t* = 0, ο διακόπτης *S* κλείνει και ρεύμα αρχίζει να ρέει σύμφωνα με την εξίσωση:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

Τη χρονική στιγμή *t* = 0, η διαφορά δυναμικού στους πόλους της μπαταρίας είναι ίδια με αυτή που υπάρχει στα άκρα της αντίστασης.

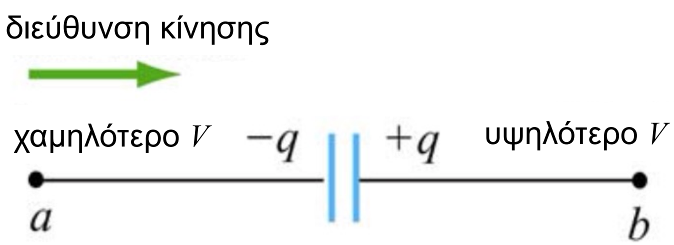
Ξεκινά η φόρτιση του πυκνωτή.

Καθώς ο πυκνωτής αρχίζει να φορτίζεται η διαφορά δυναμικού στα άκρα του αρχίζει να αυξάνει με το χρόνο:

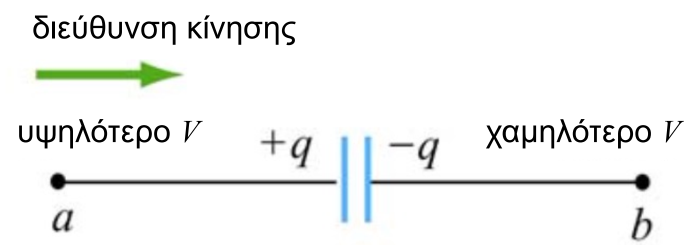
$$V(t) = \frac{Q(t)}{C}$$

Φόρτιση Πυκνωτή

Χρησιμοποιούμε τους κανόνες *Kirchhoff* για κυκλώματα με πυκνωτές:



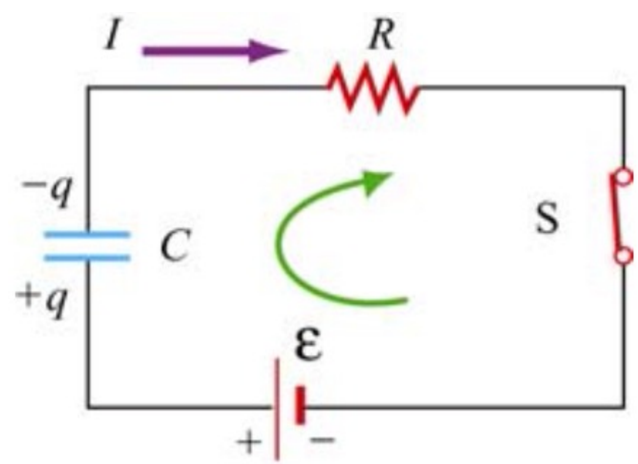
$\Delta V = V_b - V_a = +Q/C$



$\Delta V = V_b - V_a = -Q/C$

Κινούμαστε στον κλειστό βρόχο του κυκλώματος σύμφωνα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού:

$$\mathcal{E} - V(t) - I(t)R = 0 \Rightarrow \mathcal{E} - \frac{Q(t)}{C} - \frac{dQ(t)}{dt}R = 0$$



Το ρεύμα είναι ίδιο σε όλο το κύκλωμα

Το ρεύμα στην αντίσταση ίσο με το ρυθμό αύξησης του φορτίου στον πυκνωτή

- Το ρεύμα ωστόσο αρχίζει να ελαττώνεται γιατί το φορτίο που συσσωρεύεται στον πυκνωτή δυσκολεύει την συσσώρευση επιπλέον φορτίου στον πυκνωτή

Φόρτιση Πυκνωτή

Όταν το φορτίο φθάσει στη μέγιστη τιμή του Q_{max} τότε το ρεύμα μηδενίζεται εφόσον δεν υπάρχει μεταβολή του φορτίου

Επομένως μπορούμε να έχουμε: $I(t)R = \mathcal{E} - V(t)$

Δηλαδή, ο πυκνωτής που φορτίζεται ικανοποιεί την διαφορική εξίσωση 1ου βαθμού

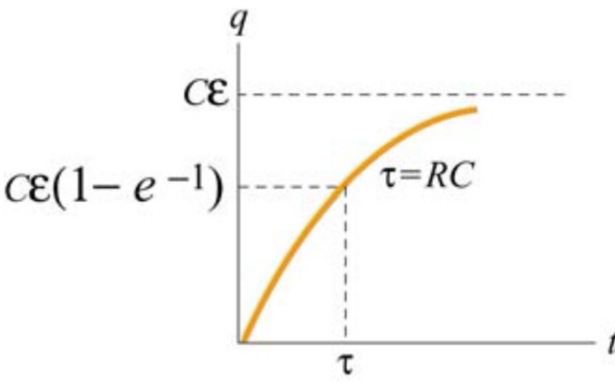
$$\frac{\mathrm{d}Q(t)}{dt} = \frac{1}{R}\left(\mathcal{E} - \frac{Q(t)}{C}\right)$$ Λύνουμε την εξίσωση με χωρισμό μεταβλητών:

$$\frac{\mathrm{d}Q(t)}{\left(\mathcal{E} - \frac{Q(t)}{C}\right)} = \frac{1}{R}dt \Rightarrow \frac{\mathrm{d}Q(t)}{(\mathcal{E}C - Q(t))} = \frac{1}{RC}dt \Rightarrow \frac{\mathrm{d}Q(t)}{(Q(t) - \mathcal{E}C)} = -\frac{1}{RC}dt$$

Ολοκληρώνουμε και τα δύο σκέλη της εξίσωσης: $\int_t^Q \frac{\mathrm{d}Q'(t)}{(Q'(t) - \mathcal{E}C)} = \int_0^t -\frac{1}{RC}dt' \Rightarrow$

$$ln\left(\frac{Q - \mathcal{E}C}{\mathcal{E}C}\right) = -\frac{1}{RC}t \Rightarrow \frac{Q - \mathcal{E}C}{\mathcal{E}C} = e^{-t/RC} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q(t) = \mathcal{E}C\left[1 - e^{-t/RC}\right] \Rightarrow \boxed{Q(t) = Q_{max}\left[1 - e^{-t/RC}\right]}$$



Φόρτιση Πυκνωτή

Εφόσον ξέρουμε το φορτίο στον πυκνωτή, μπορούμε να βρούμε το δυναμικό στα άκρα του

$$Q(t) = Q_{max}\left[1 - e^{-t/RC}\right] \Rightarrow \boxed{V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = \mathcal{E}\left[1 - e^{-t/RC}\right]}$$

Η γραφική του δυναμικού είναι παρόμοια με του φορτίου.

Μετά από μεγάλο χρονικό διάστημα $(t \to \infty)$ η τιμή του φορτίου προσεγγίζει τη μέγιστη τιμή: $\boxed{Q(t=\infty) = Q_{max} = \mathcal{E}C}$

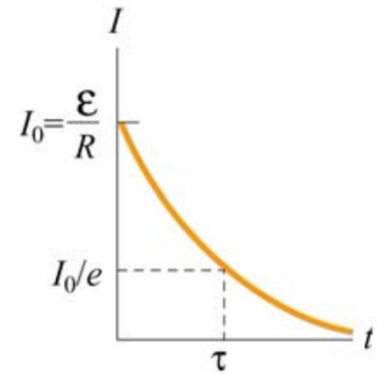
Τη χρονική στιγμή που ο πυκνωτής αποκτά το μέγιστο φορτίο, η διαφορά δυναμικού στα άκρα του γίνεται μέγιστη και ίση με την εφαρμοζόμενη τάση της πηγής

$$\boxed{V_C(t=\infty) = \frac{Q(t=\infty)}{C} = \frac{Q_{max}}{C} = \mathcal{E}}$$

Η διεργασία της φόρτισης σταματά

- Το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα είναι: $I(t) = \dfrac{dQ(t)}{dt} = \dfrac{Q_{max}}{RC}e^{-t/RC} \Rightarrow$
- Αλλά: $Q_{max} = \mathcal{E}C \Rightarrow \dfrac{Q_{max}}{RC} = \dfrac{\mathcal{E}}{R} = I_0$ επομένως: $\boxed{I(t) = I_0 e^{-t/RC} \Rightarrow}$

Φόρτιση Πυκνωτή



- Το ρεύμα επομένως σε ένα κύκλωμα φόρτισης ελαττώνεται εκθετικά με τον χρόνο: $I(t) = I_0 e^{-t/RC} \Rightarrow I(t) = I_0 e^{-t/\tau}$

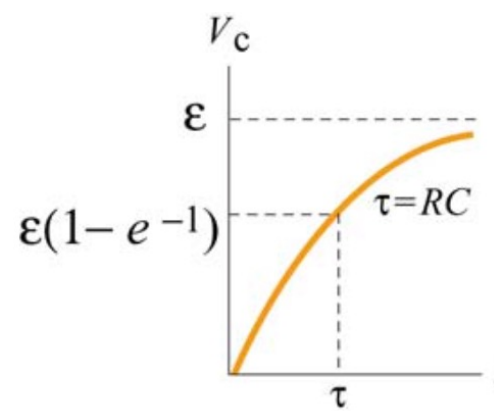
  όπου $\boxed{\tau = RC}$ χρονική σταθερά

- Οι μονάδες μέτρησης της σταθεράς αυτής στο SI είναι:

  $[\Omega][F] = ([V]/[A])([C]/[V]) = [C]/[C]/[T] = [T]$

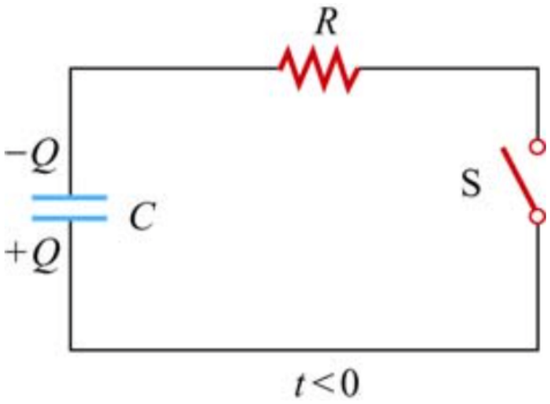
- Αντιπροσωπεύει τον χρόνο απόσβεσης της εκθετικής συνάρτησης και ικανοποιεί την ακόλουθη σχέση: $I(t+\tau) = I(t)e^{-1}$

- Μετά από $t = \tau$, το ρεύμα ελαττώνεται κατά $e^{-1} = 0.368$



- ✓ Ανάλογα μπορούμε να γράψουμε την τάση στα άκρα του πυκνωτή: $V_C(t) = \mathcal{E}\left[1 - e^{-t/RC}\right] \Rightarrow V_C(t) = \mathcal{E}\left[1 - e^{-t/\tau}\right]$
  - Για $t = 0$, $V_C = 0$
  - Για $t = \tau$, το δυναμικό στα άκρα του πυκνωτή έχει αυξηθεί κατά: $(1 - e^{-1}) = 0.632$ της τελικής τιμής. Επομένως $V_C(t = \tau) = 0.632\mathcal{E}$

Εκφόρτιση πυκνωτή



Εξετάζουμε το κύκλωμα *RC* του σχήματος.

Δεν υπάρχει πηγή τάσης στο κύκλωμα.

Ο πυκνωτής αρχικά είναι φορτισμένος με φορτίο, $Q(t \leq 0) = Q$

Για $t \leq 0$ ο διακόπτης είναι ανοικτός και η διαφορά δυναμικού στα άκρα του πυκνωτή είναι: $V_C = Q/C$

Το κύκλωμα είναι ανοικτό και δεν διαρρέεται από ρεύμα. Επομένως: $V_R = 0$

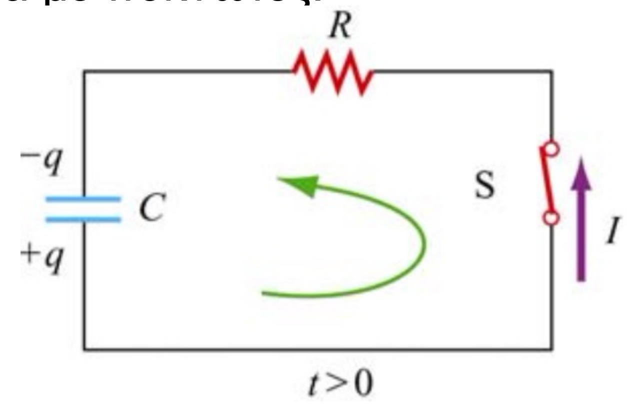
Το χρονική στιγμή *t* = 0 ο διακόπτης *S* κλείνει και ο πυκνωτής αρχίζει να εκφορτίζεται

Ο πυκνωτής συμπεριφέρεται ως πηγή δυναμικού για το κύκλωμα και ρεύμα αρχίζει να το διαρρέει

Καθώς ο πυκνωτής εκφορτίζεται, ηλεκτρόνια μετακινούνται από τον αρνητικό οπλισμό του πυκνωτή μέσω του σύρματος στον θετικό οπλισμό του πυκνωτή. Σαν αποτέλεσμα η διαφορά δυναμικού στα άκρα του πυκνωτή μειώνεται

Εκφόρτιση πυκνωτή

Χρησιμοποιούμε τους κανόνες *Kirchhoff* για κυκλώματα με πυκνωτές:



Κινούμαστε στον κλειστό βρόχο του κυκλώματος αντίθετα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού:

$$V(t) - I(t)R = 0 \Rightarrow \frac{Q(t)}{C} - I(t)R = 0$$

Το ρεύμα το οποίο ρέει από τον θετικό οπλισμό είναι ανάλογο με το φορτίο στον οπλισμό: $I(t) = -\frac{dQ(t)}{dt}$

Το αρνητικό πρόσημο στην προηγούμενη σχέση οφείλεται στο γεγονός ότι το φορτίο ελαττώνεται.

Η παραπάνω εξίσωση του βρόχου γράφεται: $\frac{Q(t)}{C} + \frac{dQ(t)}{dt}R = 0$

Η εξίσωση είναι μια διαφορική εξίσωση 1^{ου} βαθμού που μπορεί να λυθεί με διαχωρισμό μεταβλητών

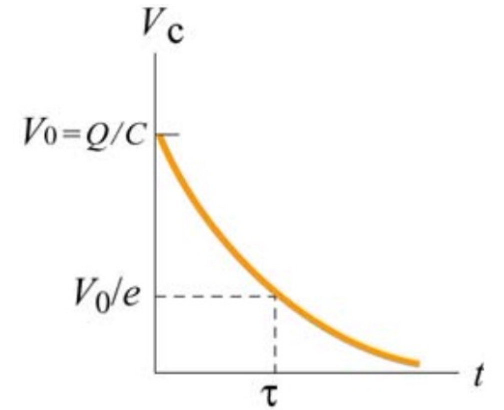
$$\frac{Q(t)}{C} + \frac{dQ(t)}{dt}R = 0 \Rightarrow \frac{Q(t)}{C} = -R\frac{dQ(t)}{dt} \Rightarrow \frac{dQ(t)}{Q(t)} = -\frac{dt}{RC}$$

Εκφόρτιση πυκνωτή

Καταλήξαμε στην διαφορική εξίσωση: $\frac{dQ(t)}{Q(t)} = -\frac{dt}{RC}$

Ολοκλήρωση θα δώσει:

$$\int_{Q_{max}}^{Q} \frac{dQ'(t)}{Q'(t)} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt \Rightarrow \ln\left(\frac{Q}{Q_{max}}\right) = -\frac{t}{RC} \Rightarrow \boxed{Q(t) = Q_{max}e^{-t/RC}}$$

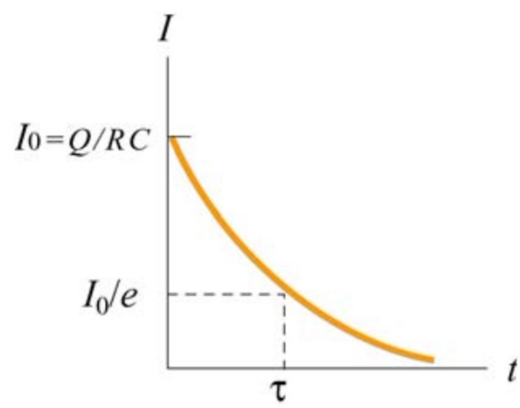


Το δυναμικό στα άκρα του πυκνωτή βρίσκεται διαιρώντας το φορτίο με την χωρητικότητα. Θα έχουμε:

$$V = \frac{Q(t)}{C} = \frac{Q_{max}}{C}e^{-t/R} \boxed{\Rightarrow V = V_0 e^{-t/RC}}$$

Το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα ελαττώνεται εκθετικά.

Μπορούμε να βρούμε το ρεύμα διαφορίζοντας την εξίσωση του φορτίου.

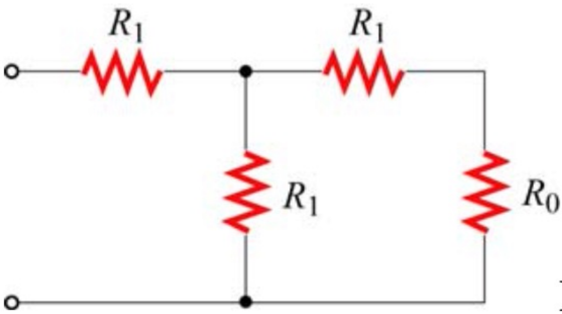


$$I(t) = -\frac{dQ(t)}{dt} = \frac{Q_{max}}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow I(t) = \frac{V_0}{R}e^{-t/RC} \Rightarrow$$

$$\boxed{\Rightarrow I(t) = I_0 e^{-t/RC}}$$

Παράδειγμα: Ισοδύναμη αντίσταση

Θεωρήστε το κύκλωμα των αντιστατών του σχήματος



Για δεδομένη τιμή της αντίστασης R_0 ποια πρέπει να είναι η αντίσταση R_1 ώστε η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος να είναι R_0;

Η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος του βρόχου είναι:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1 + R_0} = \frac{2R_1 + R_0}{R_1(R_1 + R_0)} \Rightarrow R' = \frac{R_1(R_1 + R_0)}{2R_1 + R_0}$$

Η R' είναι σε σειρά με την 4η αντίσταση R_1 και η συνολική αντίσταση γίνεται:

$$\Rightarrow R_{o\lambda} = R' + R_1 = \frac{R_1(R_1 + R_0)}{2R_1 + R_0} + R_1 \Rightarrow R_{o\lambda} = \frac{3R_1^2 + 2R_1R_0}{R_0 + 2R_1}$$

Για να είναι $R_{o\lambda} = R_0$ θα πρέπει: $\frac{3R_1^2 + 2R_1R_0}{R_0 + 2R_1} = R_0 \Rightarrow$

$$3R_1^2 + 2R_1R_0 = R_0^2 + 2R_1R_0 \Rightarrow 3R_1^2 = R_0^2 \Rightarrow R_1 = \frac{R_0}{\sqrt{3}}$$

Παράδειγμα: Μεταβλητή αντίσταση

Δείξτε ότι όταν μια μπαταρία γνωστής ΗΕΔ με εσωτερική αντίσταση r συνδεθεί με μεταβλητή εξωτερική αντίσταση R, καταναλώνει μεγαλύτερη ισχύ στην αντίσταση όταν $r = R$

Χρησιμοποιούμε τον κανόνα Kirchhoff για τον βρόχο: $\mathcal{E} - Ir - IR = 0 \Rightarrow \mathcal{E} = I(r + R)$

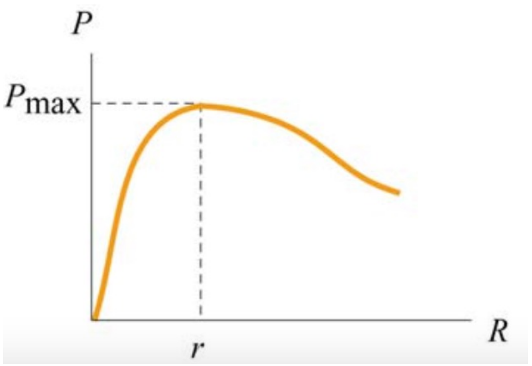
Η ισχύς που καταναλώνεται είναι: $P = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2}{(R+r)^2} R$

Για να βρούμε την τιμή της αντίστασης R για την οποία έχουμε την μέγιστη ισχύ, παραγωγίζουμε ως προς R και θέτουμε την παράγωγο να είναι 0 (ακρότατο):

$$\frac{dP}{dR} = \mathcal{E}^2 \left[\frac{(R+r)^2 - 2R(R+r)}{(R+r)^4}\right] = 0 \Rightarrow \frac{dP}{dR} = \mathcal{E}^2 \left[\frac{(R+r)(R+r-2R)}{(R+r)^4}\right] = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r - R = 0 \Rightarrow R = r$$

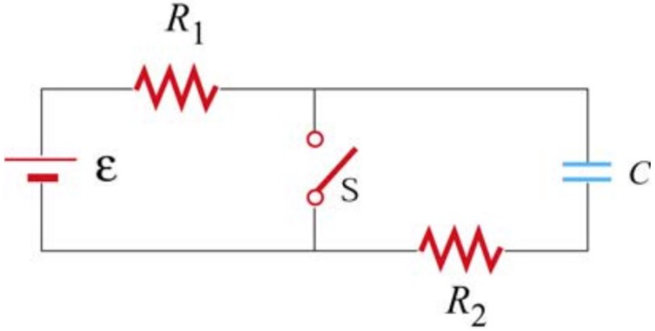
Αυτό αποτελεί παράδειγμα ταιριάσματος αντίστασης όπου επιλέγεται η εξωτερική αντίσταση ώστε η ισχύς που καταναλώνεται να είναι μέγιστη



Παράδειγμα: RC κύκλωμα

Θεωρήστε ότι στο διπλανό κύκλωμα ο διακόπτης είναι ανοικτός για μεγάλο χρονικό διάστημα. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ο διακόπτης κλείνει.

(**α**) Ποια η χρονική σταθερά πριν κλείσει ο διακόπτης;



Πριν κλείσει ο διακόπτης, οι δύο αντιστάτες R_1 και R_2 είναι συνδεδεμένοι σε σειρά με τον πυκνωτή.

Η ολική αντίσταση είναι: $R_{ολ.} = R_1 + R_2$

Η χρονική σταθερά είναι: $\tau = R_{ολ.}C = (R_1 + R_2)C$

Το φορτίο το οποίο είναι αποθηκευμένο στον πυκνωτή είναι: $Q(t) = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$

(**β**) Ποια η χρονική σταθερά αφότου κλείσει ο διακόπτης;

Όταν κλείσει ο διακόπτης, ο βρόχος στα δεξιά γίνεται ένα κύκλωμα αποφόρτισης πυκνωτή.

Η χρονική σταθερά του κυκλώματος αυτού είναι: $\tau' = R_2C$

Ο πυκνωτής χάνει φορτίο σύμφωνα με την εξίσωση: $Q(t) = C\mathcal{E}e^{-t/\tau'}$

Παράδειγμα: RC κύκλωμα

(γ) Ποιο το ρεύμα που διαρρέει τον διακόπτη συναρτήσει του χρόνου αφότου κλείσει ο διακόπτης;

Το ρεύμα που διαρρέει τον διακόπτη αποτελείται από δύο συνιστώσες:

Το σταθερό ρεύμα, I_1, που παρέχει στο κύκλωμα η πηγή μέσω του αριστερού βρόχου

και το ρεύμα, I_2, που παρέχει στο κύκλωμα ο αποφορτιζόμενος πυκνωτής μέσω του δεξιού βρόχου του κυκλώματος

Τα ρεύματα είναι: $I_1 = \dfrac{\mathcal{E}}{R_1}$

$$I_2'(t) = \frac{dq'}{dt} = -\frac{C\mathcal{E}}{\tau'}e^{-t/\tau'} \quad \Rightarrow I_2'\ (t) = -\frac{\mathcal{E}}{R_2}e^{-t/CR_2}$$

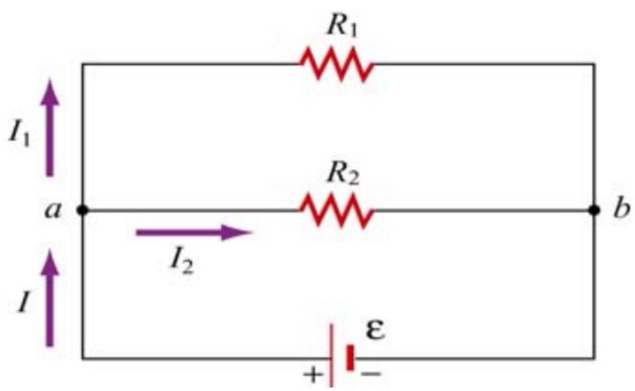
Το αρνητικό πρόσημο στο I_2' δηλώνει ότι η φορά του ρεύματος αποφόρτισης είναι αντίθετη αυτής της φόρτισης

Εφόσον τόσο το I_1 όσο και το I_2' έχουν φορά από πάνω προς τα κάτω καθώς διαπερνούν τον διακόπτη, το συνολικό ρεύμα που περνά τον διακόπτη είναι:

$$I_{o\lambda.} = I_1 + I_2'(t) = \frac{\mathcal{E}}{R_1} + \frac{\mathcal{E}}{R_2}e^{-t/CR_2}$$

Παράδειγμα: Σύνδεση σε σειρά ως προς παράλληλα

Θεωρήστε το κύκλωμα των δύο αντιστατών με αντιστάσεις R_1 και R_2 συνδεδεμένες παράλληλες ή σε σειρά. Η μπαταρία έχει ΗΕΔ, $\mathcal{E}$.



- R_1 και R_2 συνδεδεμένες παράλληλα

(α) Ποια η ισχύς που παρέχεται στους 2 αντιστάτες

Σε παράλληλη συνδεσμολογία, το ρεύμα σε κάθε αντιστάτη είναι:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1} \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2}$$

Η ισχύς σε κάθε αντιστάτη θα είναι: $P_1 = I_1^2 R_1 = \frac{\mathcal{E}^2}{R_1}$ και $P_2 = I_2^2 R_2 = \frac{\mathcal{E}^2}{R_2}$

Όσο μικρότερη επομένως είναι η αντίσταση τόσο μεγαλύτερη η ισχύς που παρέχεται

Αν οι αντιστάτες είναι λαμπτήρες, τότε αυτός με την μικρότερη αντίσταση θα φωτοβολεί περισσότερο λόγω της μεγαλύτερης ισχύος πάνω του

Παράδειγμα: Σύνδεση σε σειρά ως προς παράλληλα

(**β**) Δείξτε ότι το άθροισμα της ισχύος που καταναλώνεται σε κάθε αντιστάτη ισούται με την ισχύ που παρέχει η μπαταρία

Η ολική ισχύς στους αντιστάτες είναι: $P_R = P_1 + P_2 = \frac{\mathcal{E}^2}{R_1} + \frac{\mathcal{E}^2}{R_2} = \frac{\mathcal{E}^2}{R_{o\lambda}}$

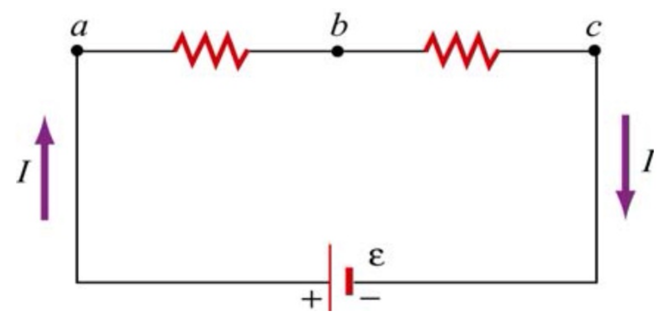
όπου: $\frac{1}{R_{o\lambda}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{o\lambda} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

Η ολική ισχύς που παρέχει η μπαταρία είναι: $P_{\mathcal{E}} = \mathcal{E} I$ όπου: $I = I_1 + I_2$

άρα: $P_{\mathcal{E}} = \mathcal{E}(I_1 + I_2) = \mathcal{E} I_1 + \mathcal{E} I_2 = \left(\frac{\mathcal{E}}{R_1}\right)\mathcal{E} + \left(\frac{\mathcal{E}}{R_2}\right)\mathcal{E} \Rightarrow P_{\mathcal{E}} = \left(\frac{\mathcal{E}^2}{R_1}\right) + \left(\frac{\mathcal{E}^2}{R_2}\right) = \frac{\mathcal{E}^2}{R_{o\lambda.}} = P_R$

Το αποτέλεσμα είναι αναμενόμενο με βάση την αρχή διατήρησης ενέργειας:

- R_1 και R_2 συνδεδεμένες σε σειρά



(**γ**) Ποια η ισχύς που καταναλώνετε σε κάθε αντίσταση

Η ολική αντίσταση είναι: $R_{o\lambda.} = R_1 + R_2$

και το ρεύμα σε κάθε μία είναι: $I_{o\lambda.} = I_1 = I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_{o\lambda.}}$

και η ισχύς σε κάθε μία είναι: $P_1 = I_1^2 R_1 = \frac{\mathcal{E}^2}{R_{o\lambda.}^2} R_1$ και $P_2 = I_2^2 R_2 = \frac{\mathcal{E}^2}{R_{o\lambda.}^2} R_2$

Αντίθετα με την παράλληλη συνδεσμολογία, μεγαλύτερη αντίσταση μεγαλύτερη ισχύς

Παράδειγμα: Σύνδεση σε σειρά ως προς παράλληλα

(**δ**) Δείξτε ότι το άθροισμα της ισχύος που καταναλώνεται σε κάθε αντιστάτη ισούται με την ισχύ που παρέχει η μπαταρία

Η ολική ισχύς στους αντιστάτες είναι: $P_R = P_1 + P_2 = \left(\frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2}\right)^2 R_1 + \left(\frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2}\right)^2 R_2$

$$\Rightarrow P_R = \frac{\mathcal{E}^2}{R_{o\lambda}^2}(R_1 + R_2) = \frac{\mathcal{E}^2}{R_{o\lambda}^2} R_{o\lambda} \Rightarrow P_R = \frac{\mathcal{E}^2}{R_{o\lambda}}$$

Η ολική ισχύς από την μπαταρία είναι: $P_{\mathcal{E}} = \mathcal{E}I = \mathcal{E}\frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} = \frac{\mathcal{E}^2}{R_1 + R_2} = \frac{\mathcal{E}^2}{R_{o\lambda.}} = P_R$

όπως αναμένονταν από διατήρηση ενέργειας

(**ε**) Ποια συνδεσμολογία απαιτεί περισσότερη ισχύ;

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα από τα ερωτήματα (β) και (δ) βλέπουμε ότι:

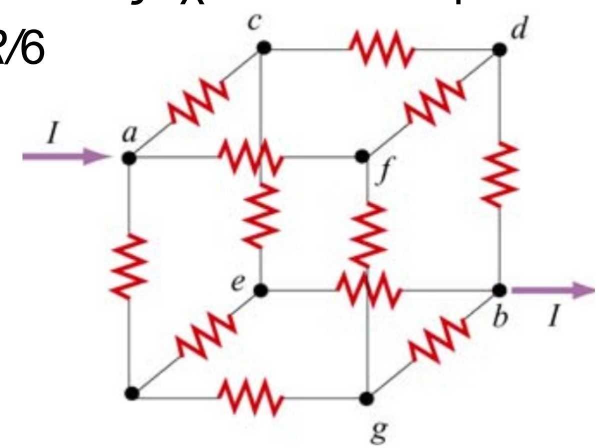
$$P_{\mathcal{E}} = \frac{\mathcal{E}^2}{R_1} + \frac{\mathcal{E}^2}{R_2} > \frac{\mathcal{E}^2}{R_1 + R_2}$$

Η παράλληλη συνδεσμολογία χρησιμοποιεί περισσότερη ισχύ και άρα ενέργεια.

Η ολική αντίσταση δύο αντιστατών συνδεδεμένων παράλληλα είναι μικρότερη από την ολική τους αντίσταση όταν είναι συνδεδεμένοι σε σειρά.

Παράδειγμα: Δίκτυο αντιστατών

Θεωρήστε το δίκτυο των αντιστατών σε σχήμα κύβου. Ο καθένας έχει αντίσταση *R*. Δείξτε ότι η αντίσταση μεταξύ των σημείων α και b είναι 5*R*/6



Από συμμετρία, το ρεύμα το οποίο εισέρχεται στο α θα πρέπει να χωριστεί σε 3 ίσα ρεύματα κατά μήκος κάθε αντιστάτη που συνδέεται στην κορυφή α.

Επομένως σε κάθε ακμή υπάρχει ρεύμα: $I/3$

Για λόγους συμμετρίας, σε κάθε άλλη κορυφή το ρεύμα θα χωριστεί σε 2 ισοδύναμα ρεύματα. Έτσι στην κορυφή C το ρεύμα θα χωριστεί σε δύο ρεύματα $I'/2$

Το ρεύμα που ρέει στον αντιστάτη *ac* είναι $I' = I/3$ επομένως στους αντιστάτες *cd* και *ce* το ρεύμα θα είναι: $I/6$

Το ρεύμα που ρέει στον αντιστάτη *db* είναι το άθροισμα των ρευμάτων στους αντιστάτες *cd* και *fd.* Δηλαδή θα έχουμε $I/6 + I/6 = I/3$

Η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα *ab* μπορεί να εξαχθεί ως:

$$V_{ab} = V_{ac} + V_{cd} + V_{db} = \frac{I}{3}R + \frac{I}{6}R + \frac{I}{3}R \Rightarrow V_{ab} = \frac{5}{6}RI \Rightarrow R_{o\lambda} = \frac{5}{6}R$$

8ο Quiz

- Γράψτε σε μια σελίδα το όνομά σας και τον αριθμό ταυτότητάς σας

Έτοιμοι