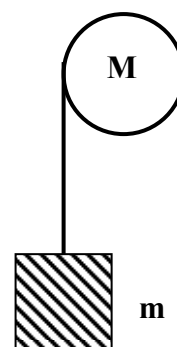


1^η Ομάδα

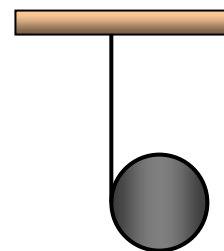
1. Ένα αβαρές σχοινί είναι τυλιγμένο γύρω από τροχαλία ακτίνας R και μάζας M , η οποία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδο της τροχαλίας. Στο άλλο άκρο του σχοινιού είναι αναρτημένο ένα σώμα μάζας m . Το σύστημα είναι αρχικά ακίνητο και κατόπιν αφήνουμε το σώμα να κινηθεί κάτω από την επίδραση της βαρύτητας. Να βρεθούν οι εξισώσεις κίνησης και οι δυνάμεις των δεσμών χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πολλαπλασιαστών Lagrange. (Η ροπή αδράνειας τροχαλίας ως προς το κέντρο μάζας της είναι $I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2$).



2. Να βρεθεί και να περιγραφεί η διαδρομή $y = y(x)$ για την οποία το ολοκλήρωμα $\int_{x_1}^{x_2} \sqrt{x} \sqrt{1 + y'^2} dx$ όπου $y' = \frac{dy}{dx}$ είναι στάσιμο.

2 ^η Ομάδα	
----------------------	--

1. Ένα αβαρές νήμα είναι τυλιγμένο γύρω από μια τροχαλία ακτίνας R και μάζας M . Το άλλο άκρο του νήματος κρατείται σταθερό και η τροχαλία αφήνεται να πέσει υπό την επίδραση της βαρύτητας καθώς το νήμα ξετυλίγεται. Να βρεθούν οι εξισώσεις κίνησης της τροχαλίας και οι δυνάμεις των δεσμών χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πολλαπλασιαστών Lagrange. (Η ροπή αδράνειας τροχαλίας ως προς το κέντρο μάζας της είναι $I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2$).



2. Θεωρήστε την περίπτωση που μια δέσμη φωτός περνά από ένα μέσο με δείκτη διάθλασης n_1 σε κάποιο άλλο μέσο με δείκτη διάθλασης n_2 (όπως στο σχήμα). Χρησιμοποιείτε την αρχή του Fermat για να ελαχιστοποιήσετε το χρόνο και αποδείξετε το νόμο της διάθλασης: $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$.

