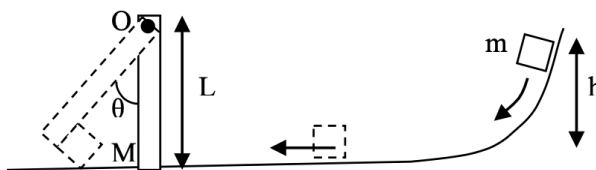
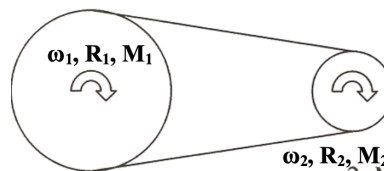


1. Ένα τούβλο μάζας m , βρίσκεται αρχικά σε ύψος h και σε κατάσταση ηρεμίας. Αρχίζει κατόπιν να γλιστρά προς τα κάτω κινούμενο σε μια λεία επιφάνεια όπως στο σχήμα. Κινούμενο στην οριζόντια επιφάνεια (η οποία είναι επίσης λεία) έρχεται σε σύγκρουση με μια ομοιόμορφη ράβδο μάζας M και μήκους L . Το τούβλο κολλά στη ράβδο μετά την κρούση. Η ράβδος είναι εξαρτημένη από ένα σταθερό σημείο O και το σύστημα ράβδος -τούβλο περιστρέφεται γύρω από το σημείο αυτό μετά τη κρούση. Απαντήστε στα ακόλουθα ερωτήματα (δώστε τις απαντήσεις σας συναρτήσει των m , M , L και h): (α) Ποια είναι η στροφορμή του τούβλου ως προς το σημείο O ακριβώς πριν συγκρουστεί με τη ράβδο; (β) Ποια είναι η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος ράβδος - τούβλο μετά τη σύγκρουση; (γ) Μετά τη σύγκρουση το σύστημα ράβδος - τούβλο αιωρείται γύρω από το σημείο O πριν έρθει στιγμιαία σε ισορροπία σε μια γωνιά θ ως προς την κατακόρυφο. Βρείτε μια σχέση για $\cos\theta$. (Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το ΚΜ δίνεται από τη σχέση $I=1/12 ML^2$, όπου M η μάζα της ράβδου και L το μήκος της).



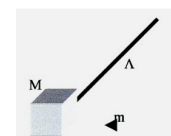
2. Ένας διαστημικός σταθμός είναι φτιαγμένος να μοιάζει σαν μία τεράστια ρόδα ακτίνας $100m$ και ροπής αδράνειας $5.00 \times 10^8 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$. Το πλήρωμα αποτελούμενο από 150 άτομα ζει στο στεφάνι αυτής της τεράστιας ρόδας. Η περιστροφή του σταθμού δημιουργεί μια επιτάχυνση ίση με g . Όταν 100 άτομα μετακινούνται στο κέντρο του διαστημικού σταθμού για κάποια γιορτή, η γωνιακή ταχύτητα αλλάζει. Ποια είναι η επιτάχυνση που αισθάνονται τα μέλη του πληρώματος που παραμένουν στο στεφάνι του σταθμού. Υποθέστε ότι η μέση μάζα κάθε μέλους του πληρώματος είναι 60 kg ;

3. Σφόνδυλος που περιστρέφεται ελεύθερα πάνω σε στρόφαλο συζεύγνυται μέσω ενός ιμάντα με δεύτερο σφόνδυλο προσαρμοσμένο σε παράλληλο στρόφαλο. Οι αρχικές γωνιακές ταχύτητες είναι ω_1 και ω_2 . Οι σφόνδυλοι είναι δίσκοι μαζών M_1 και M_2 και ακτίνων R_1 και R_2 αντίστοιχα. Ο ιμάντας είναι αβαρής και οι στρόφαλοι δεν έχουν τριβές. Ποια είναι η τελική γωνιακή ταχύτητα του κάθε σφονδύλου; Πόση κινητική ενέργεια χάθηκε;



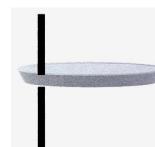
4. Ένα δαχτυλίδι μάζας M και ακτίνας R βρίσκεται οριζόντιο πάνω σε μια λεία επιφάνεια. Μπορεί να επιστραφεί πάνω στη επιφάνεια ως προς ένα σημείο της περιφέρειάς του. Ένα έντομο μάζας m περπατά γύρω από το δαχτυλίδι πάνω στην περιφέρειά του με ταχύτητα v , ξεκινώντας από το σημείο περιστροφής. Ποια είναι η γωνιακή ταχύτητα του δαχτυλιδιού όταν το έντομο βρίσκεται (α) στο μέσο της περιφέρειας και (β) πίσω στο σημείο περιστροφής;

5. Ένας ξύλινος κύβος μάζας M ηρεμεί σε μια λεία οριζόντια επιφάνεια και είναι αναρτημένος σε μια στερεά ράβδο μήκους Λ και αμελητέας μάζας. Το άλλο άκρο της ράβδου είναι στερεωμένο. Μια σφαίρα μάζας m ταξιδεύει με ταχύτητα v παράλληλα με την επιφάνεια και κάθετα ως προς τη ράβδο, οπότε χτυπά τον κύβο και καρφώνεται μέσα σε αυτόν. Ποια είναι η



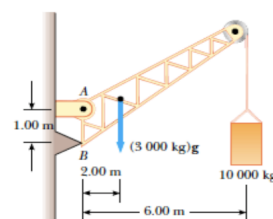
στροφορμή του συστήματος σφαίρας - κύβου; Ποιος ο λόγος των απωλειών ως προς την αρχική κινητική ενέργεια;

6. Ένας ομοιογενής στερεός δίσκος μάζας M περιστρέφεται γύρω από άξονα παράλληλο στον άξονα συμμετρίας του κέντρου μάζας. Δείξτε ότι η στροφορμή του δίσκου δίνεται από την εξίσωση: $\vec{L} = I_{CM}\vec{\omega} + \vec{r}_{CM} \times M\vec{v}_{CM}$.

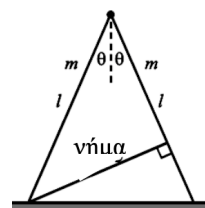


7. Μια ομοιόμορφη κυκλική πέτρα μάζας M και ακτίνας R περιστρέφεται γύρω από ένα κατακόρυφο άξονα, που περνά από το κέντρο της, με μια γωνιακή ταχύτητα ω_0 την χρονική στιγμή 0. Η πέτρα έχει μια βαθιά αυλακιά κατά μήκος της περιφέρειάς της. Άμμος χύνεται μέσα στην αυλακιά με ένα σταθερό ρυθμό q (όπου q μετριέται σε kg/s). Η άμμος δεν φεύγει έξω από την αυλακιά ή γλιστρά σχετικά με την πέτρα από την στιγμή που έπεσε μέσα στην αυλακιά. (α) Υποθέτοντας ότι δεν υπάρχει εξωτερική ροπή, δώστε την γωνιακή ταχύτητα της πέτρας σαν συνάρτηση του χρόνου t . (β) Πόση εξωτερική ροπή χρειάζεται να εφαρμοστεί ώστε να κρατηθεί η πέτρα σε σταθερή γωνιακή ταχύτητα

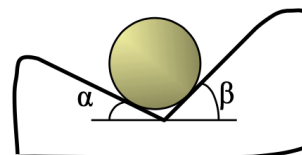
8. Ένας γερανός μάζας $3000kg$ σηκώνει ένα βάρος $10000kg$ όπως στο σχήμα. Ο βραχίονας του γερανού περιστρέφεται γύρω από λείο άξονα στο σημείο A και στηρίζεται σε λείο υποστήριγμα στο B. Να βρεθούν οι δυνάμεις αντίδρασης στο A και B.



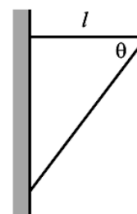
9. Δυο ράβδοι κάθε μια μήκους l και μάζας m συνδέονται με ένα λείο μεντεσέ. Και οι δυο σχηματίζουν γωνία θ με την κατακόρυφη διεύθυνση. Ένα αβαρές νήμα συνδέει το κάτω άκρο της αριστερής ράβδου με την δεξιά ράβδο ακριβώς κάθετα, όπως δείχνει το σχήμα. Όλο το σύστημα στέκεται σε μια λεία οριζόντια επιφάνεια. (α) Ποια η τάση στο νήμα. (β) Τι δύναμη εξασκεί η αριστερή ράβδος στην δεξιά ράβδο στο σημείο επαφής τους;



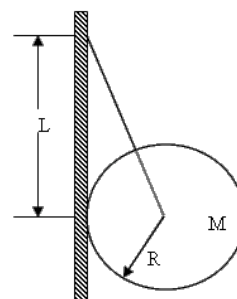
10. Μια συμπαγής σφαίρα ακτίνας R και μάζας M είναι τοποθετημένη σε ένα αυλάκι όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Οι εσωτερικές επιφάνειες του αυλακιού δεν παρουσιάζουν τριβές. Προσδιορίστε τις δυνάμεις που ασκεί το αυλάκι στη σφαίρα στα δυο σημεία επαφής.



11. Δυο ράβδοι συνδέονται μεταξύ τους με μεντεσέδες και με ένα τοίχο όπως φαίνεται στο σχήμα. Η γωνία μεταξύ των ραβδιών είναι θ και κάθε ράβδος έχει την ίδια γραμμική πυκνότητα ρ , ενώ η οριζόντια ράβδος έχει μήκος l . Να βρεθεί η δύναμη (να δοθούν η οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα της) που ασκεί η χαμηλότερη ράβδος στην οριζόντια ράβδο.



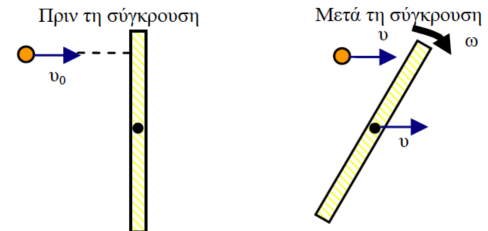
12. Ένα αβαρές σχοινί συγκρατεί ένα συμπαγή δίσκο μάζας M και ακτίνας R . Το σχοινί είναι στερεωμένο στο κέντρο του δίσκου και το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο σε λείο κατακόρυφο τοίχο όπως στο σχήμα. Το κέντρο του δίσκου βρίσκεται σε απόσταση L από το σημείο στήριξης του σχοινιού με το τοίχο. (α) Ποια είναι η δύναμη που εξασκεί ο τοίχος στο δίσκο. (β) Αν ο δίσκος αντικατασταθεί με μια συμπαγή σφαίρα της ίδιας μάζας M και ακτίνας R , πως συγκρίνεται η τάση στο σχοινί που συγκρατεί το δίσκο (T_δ) με τη τάση στο σχοινί (T_Σ) που συγκρατεί τη σφαίρα;



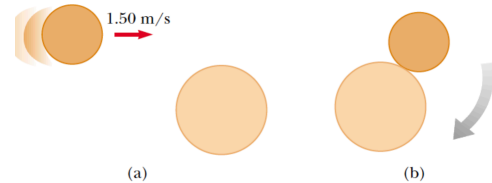
13. Ένα κωνικό εκκρεμές αποτελείται από μία σφαίρα μάζας m που μπορεί να περιστρέφεται σε κυκλική τροχιά σε οριζόντιο επίπεδο. Κατά τη διάρκεια της κίνησης, το σύρμα μήκους l που κρατά τη σφαίρα, διατηρεί σταθερή γωνία θ με την κατακόρυφη διεύθυνση. Δείξτε ότι το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας ως προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς δίνεται

από τη σχέση:
$$L = \sqrt{\frac{m^2 g l^3 \sin^4 \theta}{\cos \theta}}$$

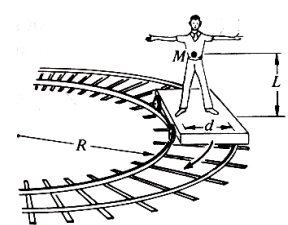
14. Μία μπάλα μάζας m κινείται με ταχύτητα v_0 η διεύθυνση της οποίας είναι κάθετη σε ένα ξύλινο ραβδί μάζας m και μήκους L που αρχικά ηρεμεί. Σε ποιο σημείο του ραβδίου πρέπει να χτυπήσει η μπάλα έτσι ώστε η μπάλα και το κέντρο μάζας του ραβδίου να έχουν ίσες ταχύτητες μετά την ελαστική σύγκρουση των δύο σωμάτων; (Η ροπή της βέργας ως προς το άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στο ραβδί δίνεται από τη σχέση $I_{CM} = 1/(12 ML^2)$).



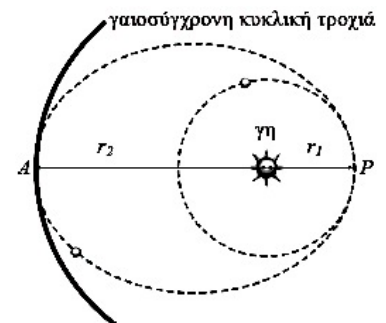
15. Ένας δίσκος μάζας $80gr$ και ακτίνας $4cm$ γλιστρά πάνω σε ένα λείο τραπέζι με ταχύτητα $1.5m/s$. Έρχεται σε σύγκρουση με έναν δεύτερο δίσκο ακτίνας $6cm$ και μάζας $120gr$ που είναι αρχικά σε ηρεμία. Ο δίσκος μόλις συγκρουστούν προσκολλούνται και κινούνται σαν ένα σώμα. Ποια η στροφορμή του συστήματος ως προς το κέντρο μάζας; (β) Ποια είναι η γωνιακή ταχύτητα γύρω από το κέντρο μάζας;



16. Ένας άντρας μάζας M στέκεται σε ένα βαγόνι τρένου το οποίο κινείται σε μια οριζόντια κυκλική τροχιά ακτίνας R με ταχύτητα v . Το κέντρο μάζας του ατόμου βρίσκεται σε ύψος L από το δάπεδο του βαγονιού ενώ κρατά τα πόδια του ανοικτά και σε απόσταση d μεταξύ τους (όπως στο σχήμα). Ο άντρας έχει προσανατολισμό ώστε να βλέπει προς τη φορά της κίνησης. Πόσο βάρος βρίσκεται σε κάθε πόδι του;



17. Γαιο-σύγχρονη τροχιά ονομάζουμε την τροχιά στην οποία ένας δορυφόρος περιστρέφεται γύρω από την γη με περίοδο $24h$, έτσι ώστε η θέση του να παραμένει πάντοτε πάνω από το ίδιο γεωγραφικό σημείο του ισημερινού της γης. Για τα επόμενα ερωτήματα θεωρείστε τα ακόλουθα μεγέθη: $R_\Gamma = 6 \times 10^6 m$, $M_\Gamma = 6 \times 10^{24} kg$, $G = 6.67 \times 10^{-11} kg^{-1} s^{-2} m^3$. (α) Για μια κυκλική γαιο-σύγχρονη τροχιά, ποια είναι η απόσταση από το κέντρο της γης; (β) Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου που εκτελεί γαιοσύγχρονη τροχιά; (γ) Ένας δορυφόρος εκτοξεύεται αρχικά σε κυκλική τροχιά σε απόσταση $r_1 = 160 km$ πάνω από την επιφάνεια της γης. Ποια είναι η ταχύτητά του ενώ βρίσκεται σε αυτή την τροχιά; (δ) Θεωρείστε ότι δίνεται στον δορυφόρο του ερωτήματος (γ) αρκετή ώθηση στην διεύθυνση εφαπτομενικά της τροχιάς του, αλλάζοντας την ταχύτητά του. Σαν αποτέλεσμα, ο δορυφόρος εκτελεί πλέον ελλειπτική τροχιά, το περίγειο, P , της οποίας συμπίπτει με την ακτίνα της αρχικής

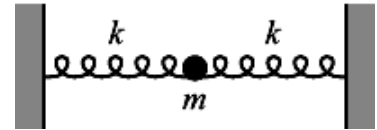


κυκλικής τροχιάς του. Ποια πρέπει να είναι η ταχύτητα του δορυφόρου ώστε στην πιο απομακρυσμένη θέση, A , από την γη (απόγειο, r_2) στην νέα αυτή ελλειπτική τροχιά, να βρίσκεται στην απαιτούμενη απόσταση που αντιστοιχεί σε γαιο-σύγχρονη κυκλική τροχιά; (ε) Θα πρέπει το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου να αυξηθεί ή να ελαττωθεί έτσι ώστε να αρχίσει να εκτελεί κυκλική γαιο-σύγχρονη τροχιά ακτίνας ίση με την απόσταση του πιο απομακρυσμένου σημείου της ελλειπτικής τροχιάς που περιεγράφηκε στο ερώτημα (δ);

18. Ένα απλό εκκρεμές έχει μήκος 5.0m . (α) Ποια είναι η περίοδος μικρών ταλαντώσεων αυτού του εκκρεμούς αν βρίσκεται μέσα σε ανελκυστήρα ο οποίος επιταχύνεται προς τα επάνω με επιτάχυνση 5.0m/sec^2 . (β) Ποια η περίοδος αν ο ανελκυστήρας κατεβαίνει με επιτάχυνση προς τα κάτω 5.0m/sec^2 . (γ) Ποια η περίοδος αν τοποθετηθεί μέσα σε ένα φορτηγό το οποίο επιταχύνεται οριζόντια με επιτάχυνση 5.0m/sec^2 ;

19. Μια μάζα m , η οποία είναι εξαρτημένη από ένα ελατήριο σταθεράς ελατηρίου k , ταλαντώνεται πάνω σε ένα οριζόντιο τραπέζι, με πλάτος ταλάντωσης A . Τη χρονική στιγμή που το ελατήριο έχει επιμήκυνση $A/2$, μια δεύτερη μάζα επίσης m πέφτει κατακόρυφα πάνω στην πρώτη μάζα και αμέσως κολλά πάνω της. Ποιο θα είναι το πλάτος της κίνησης των δύο μαζών;

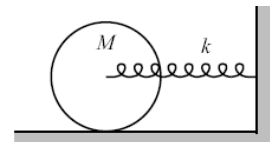
20. Τα ελατήρια του παρακάτω σχήματος βρίσκονται στα φυσικά τους μήκη (μήκος ηρεμίας). Η μάζα ταλαντώνεται κατά μήκος των ελατηρίων (δηλαδή παράλληλα προς τη διεύθυνση των ελατηρίων) με πλάτος ταλάντωσης d . Κάποια στιγμή (ας υποθέσουμε ότι η στιγμή αυτή είναι η $t = 0$) η μάζα βρίσκεται στη θέση $x = d/2$ κινούμενη προς τα δεξιά, αφαιρούμε το δεξί ελατήριο. (α) Ποια είναι η εξίσωση της θέσης $x(t)$ για την κίνηση της μάζας; Θα πρέπει να βρείτε όλους τους όρους που καθορίζουν την εξίσωση με βάση τα δεδομένα του προβλήματος, και να μην γράψετε απλά μία εξίσωση. (β) Ποιο είναι το πλάτος της νέας ταλάντωσης;



21. Μια ξύλινη ράβδος μάζας m και μήκους L μπορεί να επιστραφεί γύρω από ένα σημείο το οποίο βρίσκεται απόσταση d από το κέντρο της και είναι ελεύθερη να κινηθεί μόνο στο κατακόρυφο επίπεδο. Για ποια τιμή της απόστασης d η περίοδος των ταλαντώσεων που αντιστοιχούν σε πολύ μικρή γωνία απόκλισης από τη θέση ισορροπίας (μικρές ταλαντώσεις) είναι μέγιστη;

22. Ένα σώμα μάζας m_1 κινείται πάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια ενώ είναι εξαρτημένο από οριζόντιο ελατήριο σταθεράς k και ταλαντώνεται με πλάτος A . Όταν το ελατήριο έχει τη μέγιστη επιμήκυνσή του και η μάζα m_1 είναι στιγμιαία ακίνητη, ένα δεύτερο σώμα μάζας m_2 τοποθετείται πάνω στο ταλαντευόμενο σώμα. Ποια είναι η μικρότερη τιμή του συντελεστή στατικής τριβής μ_s τέτοια ώστε το δεύτερο σώμα να μην γλιστρήσει πάνω στο πρώτο;

23. Ο άξονας ενός κυλίνδρου μάζας M και ακτίνας R συνδέεται σε ένα ελατήριο σταθεράς k , όπως στο παρακάτω σχήμα. Αν ο κύλινδρος κυλά χωρίς ολίσθηση ποια είναι η συχνότητα των ταλαντώσεων.



24. Μια συμπαγής σφαίρα (ακτίνας R) κυλά χωρίς να γλιστρά σε ένα κυλινδρικό αυλάκι (ακτίνας $5R$) όπως φαίνεται στο σχήμα. Δείξτε ότι για μικρές μετατοπίσεις από το σημείο ισορροπίας και κάθετα στο μήκος του αυλακιού, η σφαίρα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{28R/5g}$.

