18ο Quiz – 5 - λεπτά

- Σε ένα *L-R* κύκλωμα αποφόρτισης, το αρχικό ρεύμα τη χρονική στιγμή $t = 0$ είναι I_0. Το ολικό φορτίο το οποίο έχει κινηθεί μέσω της αντίστασης έως ότου η ενέργεια στο πηνίο *L* έχει ελαττωθεί στο ¼ της αρχικής τιμής είναι:

$(A)\ \dfrac{LI_0}{R}$ $\quad (B)\ \dfrac{LI_0}{2R}$ $\quad (\Gamma)\ \dfrac{LI_0}{\sqrt{2}R}$ $\quad (\Delta)\ \dfrac{\sqrt{2}LI_0}{R}$

Η ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στο πηνίο είναι: $E_m^0 = \dfrac{1}{2}LI_0^2$

Όταν η ενέργεια ελαττωθεί στο ¼ το ρεύμα είναι I_f: $E_m^f = \dfrac{1}{4}E_m^0 \Rightarrow \dfrac{1}{8}LI_0^2 = \dfrac{1}{2}LI_f^2 \Rightarrow I_f = \dfrac{I_0}{2}$

Το ρεύμα σε ένα *R-L* κύκλωμα αποφόρτισης είναι: $I(t) = I_0 e^{-t/\tau}$ όπου $\tau = L/R$

Άρα όταν $I_f = \frac{I_0}{2}$ αντικαθιστώντας στην χρονική εξίσωση του ρεύματος: $\dfrac{I_0}{2} = I_0 e^{-t/\tau}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-t/\tau} \Rightarrow -ln2 = -t/\tau \Rightarrow t = \tau ln2 \Rightarrow t = \frac{L}{R}ln2$$

Το φορτίο που διαπερνά την αντίσταση θα είναι: $dQ = Idt = \left(I_0 e^{-t/\tau}\right)dt$

Άρα το ολικό φορτίο που διαρρέει την αντίσταση στο χρονικό διάστημα $[0, \tau ln2]$είναι:

$$q = \int_{t_i}^{t_f} I_0 e^{-t/\tau}dt \Rightarrow q = \frac{I_0}{(-1/\tau)}e^{-\frac{t}{\tau}}\Big|_0^{\tau ln2} \Rightarrow q = -I_0\tau\left(e^{-ln2} - 1\right) \Rightarrow q = -\frac{I_0 L}{R}\left(\frac{1}{2} - 1\right) = \frac{I_0 L}{2R}$$