ΦΥΣ 331 – Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων

Εργασία 3η **Επιστροφή: Παρασκευή 7.10.22**

1. Υποθέστε ότι ένας επιταχυντής μπορεί να επιταχύνει πρωτόνια με κινητική ενέργεια $980GeV$. Η μάζα ηρεμίας του πρωτονίου είναι $938MeV/c^2$. Υπολογίστε τη μεγαλύτερη τιμή της μάζας ηρεμίας ενός άγνωστου σωματιδίου X το οποίο μπορεί να παραχθεί όταν η δέσμη των πρωτονίων χτυπήσει ακίνητο στόχο στην αλληλεπίδραση, $\mathrm{p} + \mathrm{p} \rightarrow \mathrm{p} + \mathrm{p} + \mathrm{X}$.

Έστω P το τετραδιάνυσμα της ορμής για κάποιο σωματίδιο. Θα έχουμε: ότι $\underline{p}^2 = E^2 - |\vec{p}|^2 = m^2$ το οποίο ισχύει για όλα τα συστήματα αναφοράς.

Από διατήρηση ενέργειας και ορμής θα έχουμε ότι:

$$\underline{P}_1 + \underline{P}_2 = \underline{P}_3 + \underline{P}_4 + \underline{P}_X \Rightarrow (\underline{P}_1 + \underline{P}_2)^2 = (\underline{P}_3 + \underline{P}_4 + \underline{P}_X)^2 \qquad (A)$$

Υπολογίζουμε το αριστερό μέλος της εξίσωσης στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου και το δεξί μέλος στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας.

Για να έχουμε την μέγιστη δυνατή μάζα σωματιδίου X, τα τρία σωματίδια της τελικής κατάστασης θα πρέπει να παραχθούν ακίνητα στο κέντρο μάζας.

Επομένως θα έχουμε:

$$(\underline{P}_3 + \underline{P}_4 + \underline{P}_X)^2 = \overset{m_3^2}{\cancel{\underline{P}_3^2}} + \overset{m_4^2}{\cancel{\underline{P}_4^2}} + \overset{m_X^2}{\cancel{\underline{P}_X^2}} + 2(\underline{P}_3\cdot\underline{P}_4 + \underline{P}_3\cdot\underline{P}_X + \underline{P}_4\cdot\underline{P}_X) = m_3^2 + m_4^2 + m_X^2 +$$

$$+2(\overset{m_3m_4}{\cancel{E_3E_4}} + \overset{m_3m_X}{\cancel{E_3E_X}} + \overset{m_4m_X}{\cancel{E_4E_X}} - \underset{0}{\cancel{\vec{p}_3\cdot\vec{p}_4}} + \underset{0}{\cancel{\vec{p}_3\cdot\vec{p}_X}} + \underset{0}{\cancel{\vec{p}_4\cdot\vec{p}_X}})$$

$$\Rightarrow \boxed{(\underline{P}_3 + \underline{P}_4 + \underline{P}_X)^2 = m_3^2 + m_4^2 + m_X^2 + 2(m_3m_4 + m_3m_X + m_4m_X)}$$ όλα τα σωματίδια ακίνητα στο CM.

Το αριστερό μέλος της (A) υπολογίζεται στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου

$$(\underline{P}_1 + \underline{P}_2)^2 = (\underline{P}_1^2 + \underline{P}_2^2 + 2\underline{P}_1\cdot\underline{P}_2) = m_1^2 + m_2^2 + 2(E_1\cdot E_2 - \vec{P}_1\cdot\vec{P}_2)$$

Αλλά τα σωματίδια του στόχου είναι ακίνητα οπότε $\vec{P}_2 = \vec{0}$ και $E_2 = m_2$ ενώ για τα σωματίδια της δέσμης θα έχουμε: $E_1 = \sqrt{m_1^2 + |\vec{P}_1|^2}$

Οπότε: $$\boxed{(\underline{P}_1 + \underline{P}_2)^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2m_2\sqrt{m_1^2 + |\vec{P}_1|^2}}$$

Εξισώνοντας τις δύο εξισώσεις θα έχουμε:

$$m_1^2 + m_2^2 + 2m_2\sqrt{m_1^2+|\vec{p}_1|^2} = m_3^2 + m_4^2 + m_x^2 + 2\left(m_3m_4 + m_3m_x + m_4m_x\right)$$

Τα σωματίδια 1, 2, 3 και 4 είναι πρωτόνια οπότε θα έχουμε $m_1=m_2=m_3=m_4$

$$\cancel{2m_p^2} + 2m_p\sqrt{m_1^2+|\vec{p}_1|^2} = \cancel{2m_p^2} + m_x^2 + 2m_p^2 + 4m_pm_x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2m_p\sqrt{m_1^2+|\vec{p}_1|^2} = m_x^2 + 2m_p^2 + 4m_pm_x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2m_p\sqrt{m_1^2+|\vec{p}_1|^2} = (m_x+2m_p)^2 - 2m_p^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2m_p^2 + 2m_pE_p = (m_x+2m_p)^2 \Rightarrow \boxed{m_x = -2m_p + \sqrt{2m_p^2+2m_pE_p}}$$

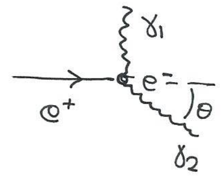
Αριθμητική αντικατάσταση θα δώσει:

$$m_x = -2\cdot 938 + \sqrt{2\cdot 938^2 + 2\cdot 938\cdot 980\cdot 10^3} \Rightarrow \boxed{m_x = 41\ \text{GeV}}$$

όπου αγνοούμε την μάζα του πρωτονίου στον υπολογισμό της ενέργειας $E_1^2 = T^2 + m_p^2 =$

2. Ένα ποζιτρόνιο έχει κινητική ενέργεια 0.511MeV και εξαϋλώνεται με ένα ηλεκτρόνιο το οποίο βρίσκεται σε ηρεμία παράγοντας δύο φωτόνια. Ένα από τα φωτόνια εξέρχεται σε γωνία 90^o ως προς την διεύθυνση των προσπιπτόντων ποζιτρονίων. (α) Ποιες είναι οι ενέργειες των δύο φωτονίων; (Η μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου είναι 0.511MeV/c^2. Η μάζα ηρεμίας του ποζιτρονίου είναι ακριβώς ίδια). (β) Ποια η διεύθυνση εκπομπής του δεύτερου φωτονίου;

(α)



Ένα από τα φωτόνια εκπέμπεται σε 90° ως προς τη διεύθυνση της αρχικής δέσμης των ποζιτρονίων ενώ το δεύτερο φωτόνιο θεωρούμε ότι κινείται με γωνία θ ως προς την διεύθυνση κίνησης της αρχικής δέσμης.

Η ενέργεια της αρχικής κατάστασης θα είναι: $E_{e^+} = m_{e^+} + T_{e^+} = 2\cdot 511$ keV

και $E_{e^-} = m_{e^-} = 511$ keV. Επομένως: $E_{ολ} = E_{e^+} + E_{e^-} = 3\cdot 511$ keV.

Η ενέργεια αυτή είναι: $\boxed{E_{ολ} = E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2} = 3\cdot 511}$ keV (A)

Η αρχική ορμή είναι: $|\vec{P}_{e^+}| = \sqrt{E_{e^+}^2 - m_{e^+}^2} = \sqrt{(2\cdot 511)^2 - 511^2} = 511\sqrt{3}$ keV

και είναι στη x-διεύθυνση.

Επομένως από διατήρηση ορμής θα έχουμε: $P_x^{\gamma_2} = P_{e^+} \Rightarrow E_{\gamma_2}\cdot\cos\theta = \sqrt{3}\,511 \Rightarrow$

$\Rightarrow E_{\gamma_2}^2\cos^2\theta = 3\cdot 511^2$ keV^2 (1) $\overset{+}{\Rightarrow}$

Στην y διεύθυνση θα έχουμε $E_{\gamma_1} = E_{\gamma_2}\sin\theta \Rightarrow E_{\gamma_2}^2\sin^2\theta = E_{\gamma_1}^2$ (2)

$\Rightarrow E_{\gamma_2}^2 = E_{\gamma_1}^2 + 3\cdot(511)^2$ (B)

Από την (A) $\Rightarrow E_{\gamma_2}^2 = (E_{ολ} - E_{\gamma_1})^2 \Rightarrow E_{\gamma_2}^2 = E_{ολ}^2 - 2E_{ολ}E_{\gamma_1} + E_{\gamma_1}^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow E_{\gamma_2}^2 = 9\cdot(511)^2 - 2\cdot 3\cdot 511\cdot E_{\gamma_1} + E_{\gamma_1}^2$ (Γ)

Από την (B) κ (Γ) $\Rightarrow \cancel{E_{\gamma_1}^2} + \cancel{3}^{2}\cdot(511)^2 = \cancel{9}^{3}\cdot(511)^{\cancel{2}} - \cancel{6}\cdot 511 E_{\gamma_1} + \cancel{E_{\gamma_1}^2} \Rightarrow \boxed{E_{\gamma_1} = 511\text{ keV}}$

Αντικατάσταση στην (B): $E_{\gamma_2}^2 = 511^2 + 3(511)^2 = 4\cdot 511^2 \Rightarrow \boxed{E_{\gamma_2} = 2\cdot 511\text{ keV}}$

(β) Η γωνία μπορεί να βρεθεί από τις εξισώσεις (1) ή (2):

$E_{\gamma_2}^2\sin^2\theta = E_{\gamma_1}^2 \Rightarrow (2\cdot\cancel{511})^{\cancel{2}}\sin^2\theta = (\cancel{511})^{\cancel{2}} \Rightarrow \sin^2\theta = \frac{1}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30°$

3. Δείξτε ότι σε μία σκέδαση $A + B \to C + D$ χρησιμοποιώντας τις μεταβλητές Mandelstam ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$s + t + u = m_A^2 + m_B^2 + m_C^2 + m_D^2$$

όπου m_A, m_B, m_C, και m_D οι μάζες ηρεμίες των σωματιδίων που συμμετέχουν στη σκέδαση. Οι μεταβλητές Mandelstam ορίζονται από τις σχέσεις: $s = (p_A + p_B)^2$, $t = (p_A - p_C)^2$ και $u = (p_A - p_D)^2$, όπου p_A, p_B, p_C και p_D τα 4-διανύσματα των ορμών των σωματιδίων *A, B, C* και *D* αντίστοιχα.

$$\left.\begin{aligned} s &= (p_A+p_B)^2 = p_A^2 + p_B^2 + 2p_A\cdot p_B \\ t &= (p_A-p_C)^2 = p_A^2 + p_C^2 - 2p_A\cdot p_C \\ u &= (p_A-p_D)^2 = p_A^2 + p_D^2 - 2p_A\cdot p_D \\ &\text{Αλλά} \quad p^2 = E^2 - \vec{p}^{\,2} = m^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} s+t+u = {} & m_A^2 + m_B^2 + 2p_A\cdot p_B + \\ & + m_A^2 + m_C^2 - 2p_A\cdot p_C + \\ & + m_A^2 + m_D^2 - 2p_A\cdot p_D \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{s+t+u = 3m_A^2 + m_B^2 + m_C^2 + m_D^2 - 2\left(p_A\cdot\left(-p_B + p_C + p_D\right)\right)} \quad (1)$$

Αλλά $p_C + p_D = p_A + p_B$ και $2(p_A\cdot p_A) = 2m_A^2$

Από την προηγούμενη εξίσωση έχουμε: $p_A = p_C + p_D - p_B$

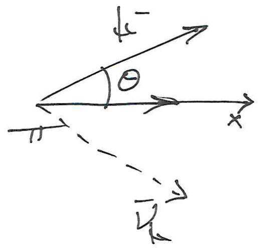
Αντικατάσταση στην (1) θα δώσει: $-2p_A\cdot p_A = -2m_A^2$

Επομένως $s+t+u = 3m_A^2 + m_B^2 + m_C^2 + m_D^2 - 2m_A^2 \Rightarrow \boxed{s+t+u = m_A^2 + m_B^2 + m_C^2 + m_D^2}$

4. Ένα φορτισμένο πιόνιο ενέργειας $1.0GeV$ διασπάται στο εργαστήριο σε ένα μιόνιο και ένα αντινετρίνο μιονίου. Βρείτε την μέγιστη δυνατή γωνία μεταξύ των κατευθύνσεων πτήσης του πιονίου και του μιονίου στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου. <u>Υπόδειξη:</u> Χρησιμοποιείστε μετασχηματισμούς Lorentz και βρείτε τη μέγιστη τιμή του $tan\theta_{lab}$ χρησιμοποιώντας τις σχετικές σχέσεις από το σύστημα αναφοράς του κέντρου-μάζας στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου.

Έστω θ η γωνία που σχηματίζει η διεύθυνση πτήσης του μιονίου με την διεύθυνση πτήσης του πιονίου στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου.

Υποθέτουμε ακόμα ότι το πιόνιο κινείται στη x-διεύθυνση



σύστημα αναφοράς Εργαστηρίου

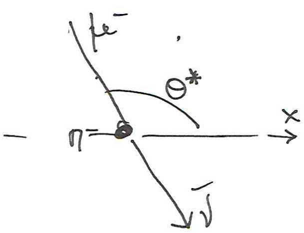
$$E_\pi = E_\mu + E_\nu \quad (1)$$

$$\vec{p}_\pi = \vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu \Rightarrow \begin{cases} p_{x\pi} = p_{x\mu} + p_{x\nu} & (2) \\ \cancel{p_{y\pi}}^{\,0} = p_{y\mu} + p_{y\nu} \Rightarrow 0 = p_{y\mu} + p_{y\nu} & (3) \end{cases}$$

Επομένως $\tan\theta = \dfrac{p_{y\mu}}{p_{x\mu}}$ (4)

$$E_\pi = \sqrt{p_\pi^2 + m_\pi^2} \quad (5)$$

$$E_\nu = \sqrt{p_{x\nu}^2 + p_{y\nu}^2} \quad (6)$$



σύστημα αναφοράς κέντρου μάζας

Θεωρούμε την διάσπαση στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας του πιονίου. Στο σύστημα αυτό θα έχουμε:

$$\left.\begin{aligned} E_\pi^* &= m_\pi \\ p_\mu^* &= -p_\nu^* \\ |p_\nu^*| &= E_\nu \end{aligned}\right\} \Rightarrow m_\pi = \sqrt{m_\mu^2 + p_\mu^{*2}} + p_\nu^* \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m_\pi - p_\nu^*)^2 = m_\mu^2 + p_\mu^{*2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_\pi^2 + \cancel{p_\nu^{*2}} - 2m_\pi p_\nu^* = m_\mu^2 + \cancel{p_\mu^{*2}} \Rightarrow \boxed{p_\nu^* = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi}} \quad \boxed{E_\mu^* = \sqrt{p_\mu^{*2} + m_\mu^2}}$$

Στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου θα έχουμε:

$$p_{y\mu} = p^*_{y\mu} \quad \text{και} \quad p_{x\mu} = \gamma\left(p^*_{x\mu} + \beta E^*_\mu\right)$$

Επομένως: $$\tan\theta = \frac{p_{y\mu}}{p_{x\mu}} = \frac{p^*_{y\mu}}{\gamma(p^*_{x\mu} + \beta E^*_\mu)} = \frac{p^*_\mu \sin\theta^*}{\gamma\left(p^*_\mu \cos\theta^* + \beta E^*_\mu\right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{\cancel{p^*_\mu}\sin\theta^*}{\gamma \cancel{p^*_\mu}\left(\cos\theta^* + \beta \frac{E^*_\mu}{p^*_\mu}\right)} = \frac{\sin\theta^*}{\gamma(\cos\theta^* + \beta\eta)} = \boxed{\frac{\sin\theta^*}{\gamma D} = \tan\theta} \quad (A)$$

όπου $\boxed{D = \cos\theta^* + \beta \frac{E^*_\mu}{p^*_\mu}}$

Για μέγιστο, θα πρέπει $\frac{d\tan\theta}{d\theta^*} = 0 \Rightarrow \frac{d}{d\theta^*}\left[\frac{\sin\theta^*}{\gamma(\cos\theta^* + \beta\eta)}\right] = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{\cos\theta^*(\cos\theta^* + \beta\eta) - \sin\theta^*(-\sin\theta^*)}{\gamma(\cos\theta^* + \beta\eta)^2} = 0 \Rightarrow \frac{\cos\theta^*}{\gamma(\cos\theta^* + \beta\eta)} + \frac{\sin^2\theta^*}{\gamma(\cos\theta^* + \beta\eta)^2} = 0$$

$$\Rightarrow \cos^2\theta^* + \beta\eta\cos\theta^* + (1 - \cos^2\theta^*) = 0 \Rightarrow \beta\eta\cos\theta^* = -1 \Rightarrow \boxed{\cos\theta^* = -\frac{1}{\beta\eta}}$$

Επομένως η γωνία $\theta^* > 90°$, εφόσον $\cos\theta^* < 0$.

Άρα $\sin\theta^* = \sqrt{1 - \cos^2\theta^*} = \sqrt{1 - 1/\beta^2\eta^2}$ και επομένως: $\boxed{\tan\theta = \frac{\sqrt{1 - 1/\beta^2\eta^2}}{\gamma\left[(-1/\beta\eta) + \beta\eta\right]}}$

Αριθμητική αντικατάσταση δίνει: $E_\pi = 1$ GeV, $p_\pi = \sqrt{1^2 - (0.1396)^2} = 0.9902$ GeV

$\gamma = E_\pi/m_\pi = 7.163$, $\beta = p_\pi/E_\pi = 0.9902$, $p^*_\mu = (m_\pi^2 - m_\mu^2)/2m_\pi = 0.0298$ GeV

$E^*_\mu = \sqrt{p^{*2}_\mu + m_\mu^2} = 0.1098$ GeV. Επομένως $\beta\eta = 0.9902 \times \frac{0.1098}{0.0298} = 3.649$

$\cos\theta^* = -0.2740$ και $\sin\theta^* = +0.9617$ οπότε $\tan\theta = \frac{0.9617}{7.163\left(-\frac{1}{3.649} + 3.649\right)} = 0.039$

και άρα $\boxed{\theta = 2.28°}$.

5. Ποια είναι τα ολικά isospins για τις ακόλουθες αντιδράσεις:

(α) $K^- + p \rightarrow \Sigma^0 + \pi^0$ (β) $K^- + p \rightarrow \Sigma^+ + \pi^-$

(γ) $\overline{K^0} + p \rightarrow \Sigma^+ + \pi^0$ (δ) $\overline{K^0} + p \rightarrow \Sigma^0 + \pi^+$

Προσδιορίστε το λόγο των ενεργών διατομών, υποθέτοντας ότι η μία ή η άλλη isospin κατάσταση υπερισχύει.

Για τις αντιδράσεις που δίνονται θα έχουμε:

$$K^- + p: \quad \left|\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\right\rangle \left|\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,|1,0\rangle - \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,|0,0\rangle$$

$$\overline{K^0} + p: \quad \left|\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right\rangle \left|\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right\rangle = |1,1\rangle$$

$$\Sigma^0 + \pi^0: \quad |1,0\rangle |1,0\rangle = \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,|2,0\rangle - \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,|0,0\rangle$$

$$\Sigma^+ + \pi^-: \quad |1,1\rangle |1,-1\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{6}}\,|2,0\rangle + \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,|1,0\rangle + \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,|0,0\rangle$$

$$\Sigma^+ + \pi^0: \quad |1,1\rangle |1,0\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,|2,1\rangle + \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,|1,1\rangle$$

$$\Sigma^0 + \pi^+: \quad |1,0\rangle |1,1\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,|2,1\rangle - \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,|1,1\rangle$$

Από τις παραπάνω αρχικές και τελικές καταστάσεις θα έχουμε:

(α) $\mathcal{M}_a = -\sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{3}}\,\mathcal{M}_0$ με $I_{TOT} = 0$.

(β) $\mathcal{M}_b = \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}}\,\mathcal{M}_1 + \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{3}}\,\mathcal{M}_0$ με $I_{TOT} = 0$ ή $I_{TOT} = 1$.

(γ) $\mathcal{M}_c = \sqrt{\frac{1}{2}}\,\mathcal{M}_1$ με $I_{TOT} = 1$.

(δ) $\mathcal{M}_d = -\sqrt{\frac{1}{2}}\,\mathcal{M}_1$ με $I_{TOT} = 1$

Επομένως $\sigma_a : \sigma_b : \sigma_c : \sigma_d = \frac{1}{6}|\mathcal{M}_0|^2 : \frac{1}{2}\left|\sqrt{\frac{1}{3}}\mathcal{M}_0 + \sqrt{\frac{1}{2}}\mathcal{M}_1\right|^2 : \frac{1}{2}|\mathcal{M}_1|^2 : \frac{1}{2}|\mathcal{M}_1|^2$

Αν $I_{TOT} = 0$ κυριαρχεί, τότε: $\sigma_a : \sigma_b : \sigma_c : \sigma_d = 1 : 1 : 0 : 0$ $\quad I_{TOT} = 0$

Αν $I_{TOT} = 1$ κυριαρχεί, τότε $\sigma_a : \sigma_b : \sigma_c : \sigma_d = 0 : 1 : 2 : 2$ $\quad I_{TOT} = 1$

6. Το σωματίδιο Δ είναι έχει isospin $I = 3/2$ και εμφανίζεται σε διάφορες καταστάσεις. Θεωρήστε δύο μηχανισμούς παραγωγής του: $\pi^- p \to \Delta^0$ και $\pi^+ p \to \Delta^{++}$. Προσδιορίστε το λόγο των δύο ρυθμών παραγωγής.

Η ισχυρή αλληλεπίδραση διατηρεί το isospin του συνδυασμού του πρωτονίου και πιονίου:

Η αρχική κατάσταση έχει: $|\pi^- p\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}\left|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}}\left|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle$

Η τελική κατάσταση $|\Delta^0\rangle = \left|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle$

Επομένως το πλάτος μετάβασης θα είναι:

$$\langle \Delta^0 | A | \pi^- p\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}\left\langle \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right| A_{3/2} \left|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}\, a_{3/2}$$

Στη δεύτερη περίπτωση, η αρχική κατάσταση είναι $|\pi^+ p\rangle = \left|\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\rangle$ και η τελική κατάσταση $|\Delta^{++}\rangle = \left|\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\rangle$ και το πλάτος μετάβασης:

$$\langle \Delta^{++} | A | \pi^+ p\rangle = \left\langle \frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right| A_{3/2} \left|\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\rangle = a_{3/2}$$

Εφόσον ο φασικός χώρος για τις δύο αλληλεπιδράσεις είναι ίδιος, γράφουμε:

$$\frac{\sigma(\pi^- p \to \Delta^0)}{\sigma(\pi^+ p \to \Delta^{++})} = \frac{|\langle \Delta^0 | A | \pi^- p\rangle|^2}{|\langle \Delta^{++} | A | \pi^+ p\rangle|^2} = \frac{1}{3}$$

7. Δείξτε ότι οι ακόλουθες διασπάσεις ικανοποιούν όλους τους νόμους διατήρησης:

(α) $\overline{K^0}p \rightarrow K^-p\pi^+$ **(β)** $\pi^-p \rightarrow K^-\Sigma^+$ **(γ)** $\pi^-p \rightarrow \overline{\Sigma^-}\Sigma^0 p$

(δ) $p\overline{p} \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ **(ε)** $\pi^+p \rightarrow K^+\Sigma^+$

Η διεργασία $\pi^-p \rightarrow K^-\Sigma^+$ απαγορεύεται γιατί η τελική κατάσταση έχει κβαντικό αριθμό παραδοξότητας $S=-2$ ενώ η αρχική κατάσταση δεν έχει παραδοξότητα.

Η διεργασία $p\overline{p} \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω των ισχυρών αλληλεπιδράσεων. Τα αντισωματίδια έχουν το ίδιο isospin όπως και το σωματίδιο. Επομένως η αρχική κατάσταση των $p\overline{p}$ έχει isospin $I=1$. Στην τελική κατάσταση, υπάρχουν 4 σωματίδια με isospin $I=1$.

Επομένως από τις 5 αλληλεπιδράσεις οι 3 μπορούν να πραγματοποιηθούν αλλά οι 2 δεν μπορούν να πραγματοποιηθούν.

8. Το η^0 μεσόνιο είναι ένα ψευδο-βαθμωτό μεσόνιο (σωματίδιο το οποίο έχει spin 0 αλλά περιττή parity) με κβαντικούς αριθμούς $J^{PC} = 0^{-+}$, μάζα 548 MeV και εύρος Γ = 1.30 keV. Πέρα από τις συνηθισμένους τρόπους διάσπασης του μεσονίου αυτού ($\eta^0 \to \gamma\gamma$ [39.3%], $\eta^0 \to \pi^0\pi^0\pi^0$ [32.6%] και $\eta^0 \to \pi^0\pi^-\pi^+$ [22.7%]) υπάρχουν και μερικές ακόμα διασπάσεις για τις οποίες έχουν καθοριστεί πάνω όρια για το ποσοστό διακλάδωσής τους. Οι διασπάσεις αυτές με τα αντίστοιχα ποσοστά διακλάδωσης είναι $\eta^0 \to \gamma\gamma\gamma$ με $Br(< 1.6 \times 10^{-5})$, $\eta^0 \to \pi^0\pi^0$ με $Br(< 3.5 \times 10^{-4})$, $\eta^0 \to \pi^0\gamma$ με $Br(< 0.9 \times 10^{-6})$ και $\eta^0 \to e^{\pm}\mu^{\mp}$ με $Br(< 6 \times 10^{-6})$. Εξηγήστε με βάση τους νόμους διατήρησης, το λόγο για τον οποίο οι παραπάνω σπάνιες διασπάσεις δεν έχουν παρατηρηθεί.

Οι απαγορευμένες διασπάσεις είναι:

(α) $\eta^0 \to \gamma\gamma\gamma$. Η ομοτιμία φορτίου, C, είναι: $(-1)^3 = -1$ για τα τελικά προϊόντα. Ωστόσο η^0 έχει $C = +1$. Η διάσπαση σε 2-γ επιτρέπεται ενώ η διάσπαση σε 3-γ απαγορεύεται λόγω διατήρησης της C από τις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις.

(β) $\eta^0 \to \pi^0\pi^0$. Η διάσπαση σε $2\pi^0$ έχει parity ιδιοτιμή $(-1)^2 = +1$. Ωστόσο το η^0 έχει $P_{\eta^0} = -1$. Η διάσπαση σε $3\pi^0$ επιτρέπεται ενώ η διάσπαση σε $2\pi^0$ απαγορεύεται λόγω παραβίασης της parity που όμως διατηρείται από τις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις.

(γ) $\eta^0 \to \pi^0\gamma$. Η διάσπαση αυτή οδηγεί σε τελικά προϊόντα με ολική στροφορμή/σπιν 1 αφού το φωτόνιο έχει σπιν 1, ενώ το η^0 έχει spin 0. Επομένως παραβιάζεται η στροφορμή. Επίσης παραβιάζεται η C, αφού $C_{\pi^0} = 1$ και $C_\gamma = -1$, ενώ η $C_{\eta^0} = +1$.

(δ) $\eta^0 \to e^+\mu^-$ ή $e^-\mu^+$ απαγορεύεται γιατί έχουμε παραβίαση του λεπτονικού αριθμού.