ΦΥΣ. 112

Τελική Εξέταση: 12-Δεκεμβρίου-2021

Πριν αρχίσετε συμπληρώστε τα στοιχεία σας (ονοματεπώνυμο και αριθμό ταυτότητας).

Ονοματεπώνυμο	**Αριθμός Ταυτότητας**

Απενεργοποιήστε τα κινητά σας.

Η εξέταση περιέχει 5 ισότιμες ασκήσεις και θα πρέπει να απαντήσετε σε όλες. Η μέγιστη συνολική βαθμολογία της εξέτασης είναι 50 μονάδες.

ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΣΤΕ ΜΟΝΟ ΤΙΣ ΣΕΛΙΔΕΣ ΠΟΥ ΣΑΣ ΔΙΝΟΝΤΑΙ ΚΑΙ ΜΗΝ ΚΟΨΕΤΕ ΟΠΟΙΑΔΗΠΟΤΕ ΣΕΛΙΔΑ

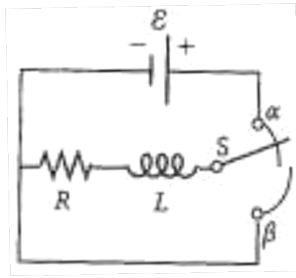
Η διάρκεια της εξέτασης είναι 180 λεπτά. Καλή Επιτυχία !

Άσκηση	**Βαθμός**
$1^{η}$ (10μ)	
$2^{η}$ (10μ)	
$3^{η}$ (10μ)	
$4^{η}$ (10μ)	
$5^{η}$ (10μ)	
Σύνολο	

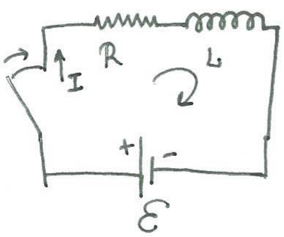
Άσκηση 1 [10μ]

(*Από την διάλεξη 28 για κυκλώματα RL*)

Θεωρήστε το ακόλουθο κύκλωμα αποτελούμενο από ΗΕΔ $\mathcal{E}$, διακόπτη *S*, αντιστάτη *R* και πηνίο *L,* συνδεδεμένα σε σειρά (κύκλωμα *RL*). Έστω ότι τη χρονική στιγμή *t* = 0 κλείνουμε τον διακόπτη. Δείξτε ότι η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα αυξάνεται με τον χρόνο σύμφωνα με τη σχέση: $I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left[1 - e^{-t/\tau}\right]$ όπου τ η «σταθερά χρόνου» του κυκλώματος (τ = *L/R*). Δώστε το γράφημα της μεταβολής του ρεύματος συναρτήσει του χρόνου για αυτό το κύκλωμα. [**5μ**] Θεωρήστε ένα πηνίο με *L* = 140 *mH* και έναν αντιστάτη με *R* = 4.9 Ω, συνδεδεμένα σε σειρά με μπαταρία ΗΕΔ $\mathcal{E}$ = 6.0 V.



(β) Αφού θέσουμε τον διακόπτη στη θέση (α) (οπότε η μπαταρία είναι συνδεδεμένη στο κύκλωμα), πόσος χρόνος θα περάσει μέχρι το ρεύμα να φθάσει τα 220 *mA*; [**2.5μ**]
(γ) Ο διακόπτης παραμένει στη θέση (α) για 10*s.* Αμέσως μετά, θέτουμε ακαριαία τον διακόπτη από τη θέση (α) στη θέση (β). Βρείτε τον χρόνο που απαιτείται ώστε το ρεύμα να μειωθεί στα 160 *mA*; [**2.5μ**]



(α) Από τον τροποποιημένο 2ο νόμο του kirchhoff έχουμε:

$$\boxed{\mathcal{E} - IR - L\frac{dI}{dt} = 0}$$ όταν κλείσαμε τον διακόπτη

Επομένως: $\frac{\mathcal{E}}{R} - I - \frac{L}{R}\frac{dI}{dt} = 0$ Θέτουμε $\boxed{X = \frac{\mathcal{E}}{R} - I} \Rightarrow$

$dx = -dI$

Με την αλλαγή της μεταβλητής θα πάρουμε:

$$X + \frac{L}{R}\frac{dx}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dx}{x} = -\frac{R}{L}dt \Rightarrow \int_{x_0}^{x}\frac{dx}{x} = -\frac{R}{L}\int_0^t dt \Rightarrow \ln\left(\frac{x}{x_0}\right) = -\frac{R}{L}t$$

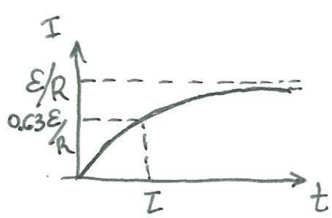
$$\Rightarrow \boxed{x = x_0 e^{-Rt/L}}$$

Επειδή $I = \emptyset$ όταν $t = \emptyset$, από τον ορισμό του X έχουμε: $\boxed{x_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}}$

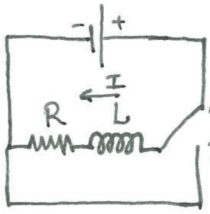
Αντικατάσταση θα δώσει: $x = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-Rt/L} \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{R} - I = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-Rt/L} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{I = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right)}$$ Από τον ορισμό της χρονικής σταθεράς του κυκλώματος $\tau = L/R$ καταλήγουμε:

$$\boxed{I = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$



(β)



Αφού θέσουμε το διακόπτη στη θέση A, έχουμε ένα RL κύκλωμα.
Σύμφωνα με το ερώτημα (α) θα έχουμε:

$I(t)=\frac{\mathcal{E}}{R}\left(1-e^{-t/\tau}\right)$ από αριθμητικά δεδομένα:

$$\tau = L/R = \frac{140\times10^{-3}H}{4.9\Omega} \Rightarrow \tau = 28.6ms$$

$$\mathcal{E}/R = \frac{6.0V}{4.9\Omega} = 1.22A$$

Από την $I(t)=\frac{\mathcal{E}}{R}\left(1-e^{-t/\tau}\right) \Rightarrow 0.22A = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1-e^{-t/28.6ms}\right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow 0.22A = 1.22A\left(1-e^{-t/28.6ms}\right) \Rightarrow 1-e^{-t/28.6ms} = 0.18 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e^{-t/28.6ms} = 0.82 \Rightarrow \cancel{-}t/28.6ms = \cancel{-}0.2 \Rightarrow \boxed{t = 5.67ms}$$

(γ) Μετά από 10s, το ρεύμα στο κύκλωμα έχει αποκτήσει τη μέγιστη τιμή του $\frac{\mathcal{E}}{R} = 1.22A$ (σχεδόν μέγιστη εφόσον $10s >> 28.6ms$)

Μόλις ο διακόπτης τοποθετηθεί στη θέση B, τότε το ρεύμα στο κύκλωμα μειώνεται:

$$IR + L\frac{dI}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}dt \Rightarrow \int_{I_{max}}^{I}\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}\int_0^t dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln\frac{I}{I_{max}} = -\frac{R}{L}t \Rightarrow \boxed{I = I_{max}e^{-t/\tau}}$$

Αντικατάσταση αριθμητικών δεδομένων: $I_{max} = 1.22A$, $\tau = \frac{L}{R} = 28.6ms$

$$160mA = 1.22A\,e^{-t/28.6ms} \Rightarrow 160\times10^{-3}A = 1.22A\,e^{-t/28.6ms} \Rightarrow$$

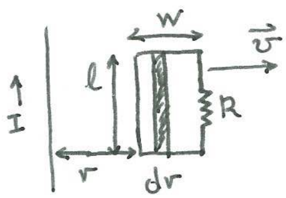
$$\Rightarrow 0.13A = e^{-t/28.6ms} \Rightarrow \ln(0.13) = -t/28.6ms \Rightarrow t = -\ln(0.13)28.6ms \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = +2.03 * 28.6\,ms \Rightarrow \boxed{t = 58.1ms}$$

Άσκηση 2 [10μ]

(***Το τελευταίο παράδειγμα της διάλεξης 26***)

Ένας ορθογώνιος βρόχος με διαστάσεις l και w απομακρύνεται με σταθερή ταχύτητα υ από ένα σύρμα μεγάλου μήκους, το οποίο φέρει ρεύμα I και βρίσκεται στο επίπεδο του βρόχου. Η συνολική αντίσταση του βρόχου είναι R. Βρείτε μια σχέση που να δίνει το ρεύμα στο βρόχο όταν η πλησιέστερη στο σύρμα πλευρά του απέχει απόσταση r από αυτό.



Το μαγνητικό πεδίο λόγω του ρεύματος I στον ευθύγραμμο αγωγό είναι: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Υπολογίζουμε τη μαγνητική ροή Φ_m που διαπερνά το βρόχο

$$d\Phi_m = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} l\,dr$$ (μαγνητική ροή στη στοιχειώδη επιφάνεια του βρόχου)

Ολοκληρώνουμε για να βρούμε τη συνολική ροή που διαπερνά το βρόχο:

$$\Phi_m = \int_A B\,dA \Rightarrow \Phi_m = \frac{\mu_0 I l}{2\pi}\int_r^{r+w}\frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi}\ln\left(1+\frac{w}{r}\right)$$

Λόγω της κίνησης του βρόχου, η ροή ϕ_B αλλάζει και επομένως:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{\mu_0 I l}{2\pi}\frac{d}{dt}\left[\ln\left(1+\frac{w}{r}\right)\right] \Rightarrow \mathcal{E} = -\frac{\mu_0 I l}{2\pi}\frac{d\left[\ln\left(1+\frac{w}{r}\right)\right]}{d(1+w/r)}\frac{d\left(1+\frac{w}{r}\right)}{dt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = -\frac{\mu_0 I l}{2\pi}\frac{1}{(1+w/r)}\left(-\frac{w\,\overset{\upsilon}{\cancel{dr/dt}}}{r^2}\right) \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi}\frac{\cancel{r}}{r+w}\frac{w\upsilon}{r^{\cancel{2}}} \Rightarrow$$

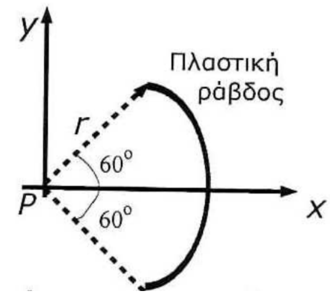
$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi r}\frac{\upsilon w}{r+w}}$$

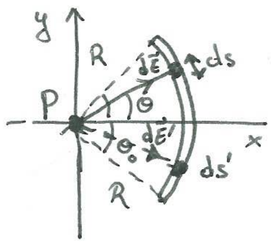
Επομένως το ρεύμα που διαρρέει τον βρόχο θα είναι: $\boxed{I(r) = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mu_0 I l \upsilon}{2\pi R r}\frac{w}{w+r}}$

Άσκηση 3 [10μ]

(*Ουσιαστικά η άσκηση 5 της 1ης κατ'οίκον και το παράδειγμα 22.03 από το βιβλίο του Halliday-Resnick*)

Το διπλανό σχήμα δείχνει μια πλαστική ράβδο που έχει ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο $-Q$. Η ράβδος έχει καμφθεί ώστε να σχηματίζει κυκλικό τόξο 120^o και ακτίνας r. Τοποθετούμε άξονες συντεταγμένων έτσι ώστε η αρχή τους να συμπίπτει με το σημείο P (το κέντρο καμπυλότητας της ράβδου). Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο (μέτρο, διεύθυνση και φορά) στο σημείο P. Σε ότι αφορά το μέτρο, δώστε την απάντησή σας συναρτήσει των Q και r.





Θεωρούμε ένα στοιχειώδες τμήμα τόξο ds το οποίο βρίσκεται σε γωνία Θ πάνω από το x-άξονα.

Έστω λ η γραμμική πυκνότητα φορτίου της ράβδου.

Τότε το στοιχειώδες τόξο ds, θα έχει στοιχειώδες φορτίο

$$\boxed{dq = \lambda ds} \quad (1)$$

Το στοιχειώδες αυτό φορτίο, δημιουργεί στοιχειώδες ηλεκτρικό πεδίο $d\vec{E}$ στο σημείο P, το οποίο βρίσκεται σε απόσταση $r = R$ από το στοιχειώδες φορτίο.

Θεωρούμε ότι το στοιχειώδες φορτίο είναι σημειακό και επομένως το ηλεκτρικό πεδίο σημειακού φορτίου είναι: $\boxed{dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda ds}{r^2}}$ (2)

Η διεύθυνση του πεδίου $d\vec{E}$ είναι από το σημείο P προς το στοιχειώδες φορτίο γιατί το φορτίο dq είναι αρνητικό.

Το στοιχειώδες φορτίο ds έχει ένα άλλο στοιχειώδες φορτίο dq' το οποίο βρίσκεται σε συμμετρική θέση στο κάτω τμήμα της ράβδου, σε γωνία $-\Theta$ και έχει στοιχειώδες τόξο ds'.

Το ηλεκτρικό πεδίο $d\vec{E}'$ θα έχει το ίδιο μέτρο όπως και η (2) και φορά από το P προς το ds'.

Αναλύοντας τα διανύσματα $d\vec{E}$ και $d\vec{E}'$ σε συνιστώσες x και y έχουμε ότι:

$$\left.\begin{array}{ll} dE_x = dE\cos\Theta & dE_y = dE\sin\Theta \\ dE'_x = dE\cos(-\Theta) & dE'_y = dE\sin(-\Theta) \end{array}\right\} \Rightarrow E_x = 2dE\cos\Theta \;\; \& \;\; E_y = 0$$

Επομένως το συνιστάμενο ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ έχει μόνο x-συνιστώσα και η ολοκλήρωση θα πρέπει να γίνει στη x-διεύθυνση.

Εκφράζουμε την (2) ως: $d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\hat{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\left(\cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j}\right)$

$$\left.\begin{aligned} &\Rightarrow d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, ds}{r^2}\left(\cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j}\right) \\ &\text{Αλλά } ds = R\,d\theta \;,\; r = R \end{aligned}\right\} \Rightarrow d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda \cancel{R}\, d\theta}{R^{\cancel{2}}}\left(\cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, d\theta}{R}\left(\cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j}\right)} \qquad (3)$$

Ολοκληρώνουμε ως προς θ από $\theta_0 = -60^\circ$ έως $\theta_0 = 60^\circ$ και έχουμε:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\int_{-\theta_0}^{\theta_0} d\theta\left(\cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\left[\left(-\sin\theta\,\hat{i}\right)\Big|_{-\theta_0}^{\theta_0} + \left(\cos\theta\,\hat{j}\right)\Big|_{-\theta_0}^{\theta_0}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\left\{\left[-\sin(\theta_0) - \sin(-\theta_0)\right]\hat{i} + \underbrace{\left[\cos\theta_0 - \cos(-\theta_0)\right]}_{0}\hat{j}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\left[-2\sin(\theta_0)\right]\hat{i} \Rightarrow \vec{E} = -\frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\sin(\theta_0)\,\hat{i}$$

Αλλά $\lambda = 3Q/(2\pi R)$ και $Q < 0$ επομένως αντικατάσταση

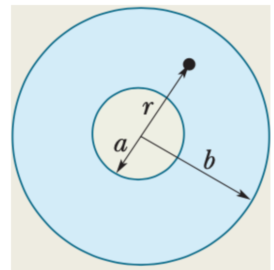
θα δώσει: $\vec{E} = -\frac{\cancel{2}}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3\cdot Q}{\cancel{2}\pi R^2}\sin(60^\circ)\,\hat{i} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = -\frac{3\sqrt{3}}{8\pi^2\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}\,\hat{i}}$

Επειδή το φορτίο είναι αρνητικό, όπως αναφέραμε προηγουμένως, το ηλεκτρικό φορτίο έχει φορά προς τον +x-άξονα και η διεύθυνση είναι στον x-άξονα μόνο.

Άσκηση 4 [10μ]

(*Το παράδειγμα 29.03 από το βιβλίο των Halliday-Resnick και παρόμοια της άσκησης 6 της 8ης κατ' οίκον εργασίας*)

Το διπλανό σχήμα, δείχνει τη διατομή ενός αγώγιμου κυλίνδρου μεγάλου μήκους, με εσωτερική ακτίνας a = 2*cm* και εξωτερική ακτίνα b = 4*cm.* Ο κύλινδρος διαρρέεται από ρεύμα το οποίο έχει φορά από την σελίδα προς τα έξω και το μέτρο της πυκνότητας ρεύματος (στη διατομή) δίνεται από την εξίσωση: $J = Dr^2$, όπου $D = 3 \times 10^6 A/m^4$ και το r (που αναπαριστά την απόσταση από τον κεντρικό άξονα του κυλίνδρου) σε μέτρα. Πόσο είναι το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$, σε ένα σημείο που βρίσκεται σε απόσταση 3*cm* από τον κεντρικό άξονα του κυλίνδρου;



Θέλουμε να υπολογίσουμε το μαγνητικό πεδίο στο σημείο P, που βρίσκεται στο εσωτερικό του υλικού του αγώγιμου κυλίνδρου και μεταξύ της εσωτερικής και εξωτερικής ακτίνας του.

Επειδή η πυκνότητα ρεύματος έχει κυλινδρική συμμετρία, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον νόμο του Ampere για να βρούμε το $\vec{B}$ στο σημείο P.

Θεωρούμε ως βρόχο Ampere, την διακεκομμένη περιφέρεια του σχήματος, ομόκεντρη του αγωγού και ακτίνας r, από το κέντρο, όπου r=3.0cm.

Υπολογίζουμε το ρεύμα I_{encl} που περικλείεται από τον βρόχο Ampere.

Επειδή η πυκνότητα ρεύματος δεν είναι σταθερή, και ως αποτέλεσμα το ρεύμα δεν είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο, θα πρέπει να ολοκληρώσουμε την πυκνότητα ρεύματος από την εσωτερική ακτίνα, a, του κυλίνδρου έως την ακτίνα που αντιστοιχεί στο σημείο P.

$$I_{encl} = \int \vec{J}\cdot d\vec{A} = \int_a^r c r'^2 (2\pi r')\, dr' = 2\pi c \int_a^r r'^3 dr' = \cancel{2}\pi c \frac{r'^4}{\cancel{4}_2}\Big|_a^r \Rightarrow$$

$dA = 2\pi r' dr'$ το εμβαδόν ενός λεπτού δακτυλίου πάχους dr' σε απόσταση r

$$\boxed{I_{encl} = \frac{\pi c (r^4 - a^4)}{2}} \quad (A)$$

Θεωρήσαμε ότι η φορά του ρεύματος στο βρόχο Ampere είναι σύμφωνα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού (αυθαίρετη επιλογή). Με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού για το ρεύμα του βρόχου Ampere, έχουμε ότι το ρεύμα I_{encl} έχει φορά προς το εσωτερικό της σελίδας.

Από τον νόμο του Ampere έχουμε: $\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{encl} \Rightarrow$

$$\Rightarrow B(2\cancel{\pi} r) = -\frac{\mu_0 \cancel{\pi} C}{2}(r^4 - a^4) \Rightarrow \boxed{B = -\frac{\mu_0 C}{4r}(r^4 - a^4)}$$

Αριθμητική αντικατάσταση θα δώσει:

$$B = -\frac{(4\pi \times 10^{-7}\, T\cdot m/A)(3.0\times 10^{6}\, A/m^4)}{4(0.03\, cm)} \times \left[(0.03)^4 - (0.02)^4\right] m^4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{B = -2.0 \times 10^{-5}\, T}$$

Επομένως το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ σε σημείο που βρίσκεται 3.0cm από το κέντρο του κυλίνδρου έχει μέτρο $|\vec{B}| = 2.0\times 10^{-5}\, T$ και δημιουργεί μαγνητικό πεδίο του οποίου οι γραμμές είναι αντίθετες της διεύθυνσης ολοκλήρωσης, επομένως αντίθετα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

Άσκηση 5 [10μ]

(α) Ένα σωματίδιο φορτίου Q κινείται με σταθερή (μη σχετικιστική) ταχύτητα $\vec{v}$. Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί σε απόσταση $\vec{r}$ από τη θέση του, κάποια χρονική στιγμή. [**5μ**]
(β) Έστω δύο φορτισμένα σωματίδια φορτίου Q, και Q' που είναι αναγκασμένα να κινούνται κατά μήκος του x-άξονα και y-άξονα αντίστοιχα με την ίδια ταχύτητα, υ. Την χρονική στιγμή $t = 0$ και τα δύο φορτία είναι στην αρχή των αξόνων. Υπολογίστε τη δύναμη στο φορτίο Q' λόγω του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το φορτίο Q τη χρονική στιγμή t. [**5μ**]

(α) Η κίνηση του σωματιδίου ισοδυναμεί με ρεύμα έντασης I: $\boxed{I\,dt = Q}$ (1)

Άρα η κίνηση αυτή θα δημιουργήσει μαγνητικό πεδίο, το οποίο δίνεται από τον νόμο του Biot-Savard: $\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{s}\times\hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{s}\times\vec{r}}{r^3}}$ (2)

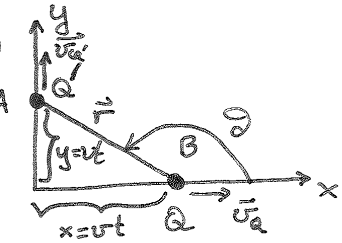
όπου $d\vec{B}$ το στοιχειώδες μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί στοιχειώδες τμήμα αγωγού ($d\vec{\ell}$) σε σημείο που βρίσκεται σε απόσταση $\vec{r}$.

Στην προκειμένη περίπτωση, η κίνηση του σωματιδίου ισοδυναμεί με αγωγό μήκους: $\boxed{d\vec{\ell} = \vec{v}\,dt}$ ο οποίος διαρρέεται από ρεύμα όπως δίνεται από την εξίσωση (1).

Επομένως το μαγνητικό πεδίο, $\vec{B}$, σε απόσταση $\vec{r}$ θα δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\vec{v}\,dt\times\vec{r}}{r^3} \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I\,dt}{4\pi}\frac{\vec{v}\times\vec{r}}{r^3} \Rightarrow \boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 Q}{4\pi}\frac{\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}} \quad (A)$$

(β)



Δεδομένου ότι και τα δύο σωμάτια βρίσκονται στη θέση O τη χρονική στιγμή $t=0$, τη χρονική στιγμή t, θα βρίσκονται στη θέση: $\vec{r}_Q = (vt, 0, 0)$ και $\vec{r}_{Q'} = (0, vt, 0)$. Το διάνυσμα θέσης του Q' ως προς το Q θα είναι το $\vec{r}$ με μέτρο $|\vec{r}| = vt\sqrt{2}$.

Επομένως τη χρονική στιγμή t, το μαγνητικό πεδίο του φορτίου Q στο σημείο A θα είναι: $\vec{B}_Q(A) = \frac{\mu_0 Q}{4\pi}\frac{\vec{v}\times\vec{r}}{(vt\sqrt{2})^3} = \frac{\mu_0 Q}{4\pi}\frac{1}{(\sqrt{2}vt)^3} v r \sin\theta\,\hat{k} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad \vec{B}_Q(A) = \frac{\mu_0 Q}{4\pi}\,\frac{\cancel{\sqrt{2}}\,\cancel{\upsilon^2}\,\cancel{t}}{\cancel{\sqrt{2}}\;2\,\upsilon^{\cancel{3}}\,t^{\cancel{3}\,2}}\sin\theta\,\hat{k} \;\Rightarrow\; \boxed{\vec{B}_Q(A) = \frac{\mu_0 Q}{4\pi}\,\frac{1}{2\upsilon t^2}\sin\theta\,\hat{k}} \quad (3)$$

όπου $\sin\theta = \sin(135^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ εφόσον το τρίγωνο AOB είναι ισοσκελές

Επομένως η (3) γίνεται: $\vec{B}_Q(A) = \frac{\mu_0 Q}{8\pi\sqrt{2}}\,\frac{1}{\upsilon t^2}\,\hat{k}$

τη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου, τη βρίσκαμε από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Εξαιτίας του μαγνητικού πεδίου στη θέση A το φορτίο Q' δέχεται μια δύναμη Lorentz:

$$\vec{F} = Q'\,\vec{\upsilon}'_Q \times \vec{B}_Q(A) = Q'\upsilon\,\hat{j} \times \frac{\mu_0 Q}{8\pi\sqrt{2}}\,\frac{1}{\upsilon t^2}\,\hat{k} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{Q'\cancel{\upsilon}\,\mu_0 Q}{8\pi\sqrt{2}\,\cancel{\upsilon}\,t^2}\,\hat{i} \;\Rightarrow\; \boxed{\vec{F} = \frac{\mu_0 Q Q'}{8\pi\sqrt{2}\,t^2}\,\hat{i}}$$