Φροντιστήριο 8 ΦΥΣ112

15/11/2023

30.39) Το μαγνητικό πεδίο ενός κυλινδρικού μαγνήτη που έχει διάμετρο πόλου $3.3\,cm$ κυμαίνεται ημιτονοειδώς μεταξύ $29.6\,T$ και $30.0\,T$ με συχνότητα $15\,Hz$. (Σημείωση: Το ρεύμα σε ένα καλώδιο τυλιγμένο γύρω από μόνιμο μαγνήτη κυμαίνεται για να δώσει αυτή την διακύμανση στο συνολικό πεδίο.) Σε ακτινική απόσταση $1.6\,cm$, ποιο είναι το μέτρο του επαγόμενου ηλεκτρικού πεδίου από αυτή την διακύμανση;

30.43) Δύο πανομοιότυπα μακριά καλώδια ακτίνας $a = 1.53\,mm$ είναι παράλληλα μεταξύ τους και φέρουν πανομοιότυπο ρεύμα σε αντίθετες κατευθύνσεις. Η απόσταση μεταξύ των εγκάρσιων αξόνων τους είναι $d = 14.2\,cm$. Αγνοώντας την ροή εντός των καλωδίων, αλλά λαμβάνοντας υπόψιν την ροή στην ενδιάμεση τους περιοχή, ποια είναι η επαγωγή ανά μονάδα μήκους των καλωδίων;

30.47) Δύο επαγωγές L_1 και L_2 είναι συνδεδεμένες σε σειρά και είναι σε αρκετά μεγάλη απόσταση ώστε το μαγνητικό πεδίο της μιας να μην επηρεάζει την άλλη. (a) Δείξτε ότι η ισοδύναμη επαγωγή είναι:

$$L_{eq} = L_1 + L_2 \tag{1}$$

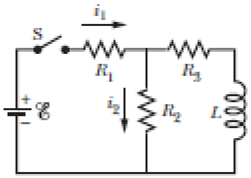
(b) Ποια είναι η γενίκευση του πιο πάνω αποτελέσματος για N επαγωγές σε σειρά;

30.48) Δύο επαγωγές L_1 και L_2 είναι συνδεδεμένες παράλληλα και είναι σε αρκετά μεγάλη απόσταση ώστε το μαγνητικό πεδίο της μιας να μην επηρεάζει την άλλη. (a) Δείξτε ότι η ισοδύναμη επαγωγή είναι:

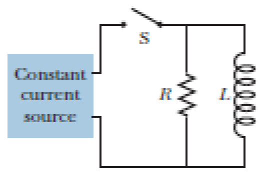
$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \tag{2}$$

(b) Ποια είναι η γενίκευση του πιο πάνω αποτελέσματος για N παράλληλες επαγωγές;

30.54) Στο πιο κάτω σχήμα έχουμε $\mathcal{E} = 100\,V$, $R_1 = 10.0\,\Omega$, $R_2 = 20.0\,\Omega$, $R_3 = 30.0\,\Omega$ και $L = 2.00\,H$. Αμέσως μόλις κλείσει ο διακόπτης S πόσο είναι (a) το I_1 και (b) το I_2; (Έστω ότι το θετικό πρόσημο αντιστοιχεί στις απεικονιζόμενες κατευθύνσεις και το αρνητικό πρόσημο στις αντίθετες.) Μετά από πολύ χρόνο, πόσο είναι (c) το I_1 και (d) το I_2; Έπειτα ανοίγουμε τον διακόπτη ξανά. Τότε πόσο είναι (e) το I_1 και (f) το I_2; Όταν πάλι αφήσουμε το κύκλωμα για πολύ χρόνο, πόσο είναι (g) το I_1 και (h) το I_2;



30.59) Στο σχήμα που ακολουθεί, αφότου ο διακόπτης S κλείσει την χρονική στιγμή $t = 0$, η ΗΕΔ της πηγής προσαρμόζεται αυτόματα για να διατηρήσει σταθερό I διαμέσου του S. (a) Βρείτε το ρεύμα που διαρρέι την επαγωγή συναρτήσει του χρόνου. (b) Σε πόσο χρόνο το ρεύμα που διαρρέει τον αντιστάτη θα ισούται με αυτό που διαρρέει την επαγωγή;



Ευτύχιος Καϊμακαμίδης

Problem

30.39) $B = B_0 + B_1 \sin\omega t$, $\omega = 2\pi f = 2\pi (15\ Hz)$

$$\left.\begin{array}{l} \rightarrow B_{max} = B_0 + B_1 = 30{,}0\ T \\ \rightarrow B_{min} = B_0 - B_1 = 29{,}6\ T \end{array}\right\} \Rightarrow B_0 = 29{,}8\ T$$

$$\Rightarrow B_1 = 0{,}2\ T$$

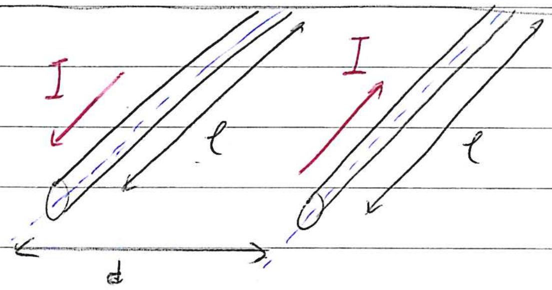
$$\rightarrow E = \frac{1}{2}\frac{dB}{dt}\cdot r \quad , \quad r = 1{,}6\ cm$$

$$= \frac{1}{2} B_1 (2\pi f) \cos(2\pi f t) \cdot r$$

$$\Rightarrow \boxed{E_{max} = \frac{1}{2} B_1 (2\pi f)\, r = 0{,}15\ \frac{V}{m}}$$

Problem

30.43)



$a = 1{,}53\ mm$
$\ell \to \infty$
$d = 14{,}2\ cm$

Κανόνας δεξιού χεριού: Αντίρροπα ρεύματα $\Rightarrow$ Ομόρροπα B

Καλώδιο 1: Ampère: $B_1 \cdot 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Καλώδιο 2: Ampère: $B_2 \cdot 2\pi (d-r) = \mu_0 I \Rightarrow B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi (d-r)}$

↳ Αγνοούμε χώρο εντός καλωδίων:

$$\rightarrow \Phi = \int \vec{B}_{ολ} \cdot d\vec{A} = \ell \int_a^{d-a} B_{ολ}\, dr = \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi} \int_a^{d-a} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{d-r}\right) dr$$

$$= \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{d-a}{a}\right) - \ln\left(\frac{a}{d-a}\right) \right]$$

$$= \frac{\mu_0 I \ell}{\pi} \ln\left(\frac{d-a}{a}\right)$$

$$\rightarrow L = \frac{\Phi}{I} \quad (N=1)$$

$$\Rightarrow L = \frac{\mu_0 \ell}{\pi} \ln\left(\frac{d-a}{a}\right) \Rightarrow \boxed{\frac{L}{\ell} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln\left(\frac{d-a}{a}\right) = 1{,}8 \cdot 10^{-6}\ \frac{H}{m}}$$

Problem 30.47) (a) $L_{eq} = L_1 + L_2$ (σε σειρά)

$$\rightarrow \mathcal{E} = -L\frac{dI}{dt} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \mathcal{E}_1 = -L_1\frac{dI}{dt} \\ \Rightarrow \mathcal{E}_2 = -L_2\frac{dI}{dt} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_{o\lambda}$$

$$\rightarrow \mathcal{E}_{o\lambda} = -L_{eq}\frac{dI}{dt}$$

$$\Rightarrow -(L_1+L_2)\frac{dI}{dt} = -L_{eq}\frac{dI}{dt}$$

$$\Rightarrow \boxed{L_1 + L_2 = L_{eq}}$$

(b) <u>Για Ν διαφορετικές επαγωγές:</u> $\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \ldots + \mathcal{E}_N = \mathcal{E}_{o\lambda}$

$$\Rightarrow L_1 + L_2 + \ldots + L_N = L_{eq}$$

$$\Rightarrow \boxed{L_{eq} = \sum_{i=1}^{N} L_i}$$

Problem 30.48) (a) $\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$ (παράλληλα)

$$\rightarrow \mathcal{E} = -L\frac{dI}{dt} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \mathcal{E}_1 = -L_1\frac{dI_1}{dt} \\ \Rightarrow \mathcal{E}_2 = -L_2\frac{dI_2}{dt} \\ \mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 \text{ (παράλληλα)} \end{array}\right\} \begin{array}{l} L_1\frac{dI_1}{dt} = L_2\frac{dI_2}{dt} \\ \Rightarrow \frac{dI_2}{dt} = \frac{L_1}{L_2}\frac{dI_1}{dt} \end{array}$$

$$\rightarrow \mathcal{E} = -L_{eq}\frac{dI_{o\lambda}}{dt} = -L_{eq}\frac{d(I_1+I_2)}{dt}$$

$$\Rightarrow L_{eq}\left(\frac{dI_1}{dt} + \frac{L_1}{L_2}\frac{dI_1}{dt}\right) = L_1\frac{dI_1}{dt}$$

$$\Rightarrow L_{eq}\left(1 + \frac{L_1}{L_2}\right) = L_1$$

$$\Rightarrow L_{eq}\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right) = 1 \Rightarrow \boxed{\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}}$$

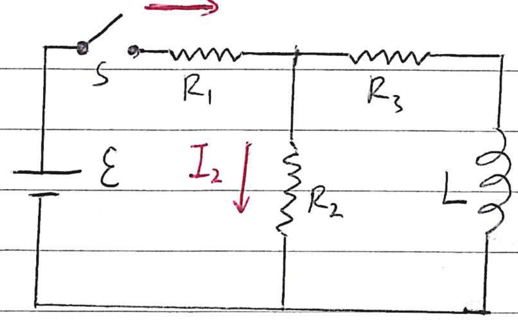
(b) <u>Για Ν διαφορετικές επαγωγές:</u> $I_1 + I_2 + \ldots + I_N = I$

$$\Rightarrow L_{eq}\left(\frac{dI_1}{dt} + \frac{L_1}{L_2}\frac{dI_1}{dt} + \ldots + \frac{L_1}{L_N}\frac{dI_1}{dt}\right) = L_1\frac{dI_1}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \ldots + \frac{1}{L_N} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{i=1}^{N}\frac{1}{L_i}}$$

Problem

30.54)



$R_1 = 10{,}0\ \Omega$
$R_2 = 20{,}0\ \Omega$
$R_3 = 30{,}0\ \Omega$
$\mathcal{E} = 100\ V$
$L = 2{,}00\ H$

(a) $\underline{t=0}$: $I_1 = \dfrac{\mathcal{E}}{R_1+R_2}$ (δεξιός βρόχος δεν διαρρέεται από ρεύμα ακόμα λόγω της L)

$$\Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{10}{3}\ A = 3{,}33\ A}$$

(b) $\boxed{I_2 = I_1 = 3{,}33\ A}$

(c) $\underline{t \to \infty}$: Σταθερή κατάσταση στο L $\Rightarrow \underline{L\dfrac{dI}{dt} = 0}$

$\rightarrow$ Kirchhoff: $\mathcal{E} - I_1R_1 - I_2R_2 = 0$ (αριστερός βρόχος)
$+I_2R_2 - I_3R_3 = 0$ (δεξιός βρόχος)
$I_1 = I_2 + I_3$

$$\Rightarrow I_2R_2 - (I_1 - I_2)R_3 = 0$$
$$\Rightarrow I_2(R_2+R_3) = I_1R_3 \Rightarrow I_2 = I_1\frac{R_3}{R_2+R_3}$$
$$\Rightarrow \mathcal{E} - I_1R_1 - I_1\frac{R_2R_3}{R_2+R_3} = 0$$
$$\Rightarrow \boxed{I_1 = \mathcal{E}\cdot\frac{R_2+R_3}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3} = 4{,}55\ A}$$

(d) $\boxed{I_2 = \mathcal{E}\dfrac{R_3}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3} = 2{,}73\ A}$

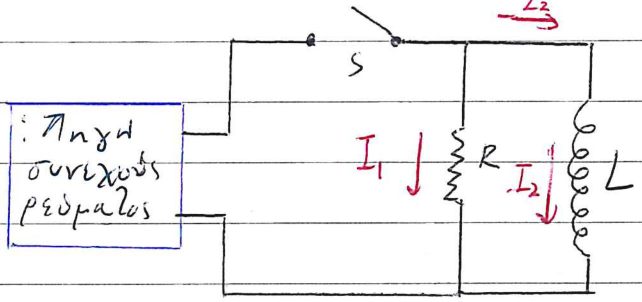
(e) Ανοίγει ο S $\Rightarrow$ ανοιχτός αριστερός βρόχος $\Rightarrow \boxed{I_1 = 0}$

(f) Λόγω L, το ρεύμα δεν εξαφανίζεται αμέσως στον δεξιό βρόχο
$\Rightarrow I_3$ το ίδιο με πριν $\Rightarrow I_3 = 1{,}82\ A$
$\hookrightarrow I_A = 0 \Rightarrow I_2 + I_3 = 0 \Rightarrow \boxed{I_2 = -1{,}82 A}$

(g), (h) Μετά από πολύ χρόνο η L φτάνει σε σταθερή κατάσταση $\Rightarrow$ Ανοιχτό κύκλωμα παντού

$$\Rightarrow \boxed{I_1 = I_2 = 0}$$

Problem 30.59)



$I_0 =$ σταθερό

$t=0$: Κλείνει ο S

(a) $\rightarrow I_0 =$ σταθερό $\Rightarrow \dfrac{dI_0}{dt} = 0 \Rightarrow \dfrac{dI_1}{dt} + \dfrac{dI_2}{dt} = 0$

$\rightarrow$ Kirchhoff: $-L\dfrac{dI_2}{dt} - (-I_1 R) = 0$ (δεξιός βρόχος)

$$\Rightarrow L\frac{dI_1}{dt} + I_1 R = 0 \Rightarrow \frac{dI_1}{dt} = -\frac{R}{L}I_1$$

$$\Rightarrow \frac{dI_1}{I_1} = -\frac{R\,dt}{L} \Rightarrow \ln I_1 = -\frac{Rt}{L} + C_1 \Rightarrow I_1 = e^{C_1} e^{-\frac{Rt}{L}}, \quad e^{C_1} = I_0$$

$$\Rightarrow \boxed{I_2 = I_0 - I_1 = I_0\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right)}$$

(b) $I_1 = I_2 \Rightarrow e^{-\frac{Rt_0}{L}} = 1 - e^{-\frac{Rt_0}{L}}$

$$\Rightarrow e^{-\frac{Rt_0}{L}} = \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{Rt_0}{L} = \ln\left(\tfrac{1}{2}\right) = -\ln 2$$

$$\Rightarrow \boxed{t_0 = \frac{L}{R}\ln 2}$$