ΦΥΣ 131: ΓΕΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ Ι: ΜΗΧΑΝΙΚΗ, ΚΥΜΑΤΙΚΗ, ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

Φροντιστήριο #10

Άσκηση 1

Μια παγοδρόμος περιστρέφεται με 32rad/s με τα χέρια και πόδια της ανοιχτά. Σε αυτή τη στάση η ροπή αδρανείας της είναι 45.6 kg*m^2 ως προς τον άξονα περιστροφής της. Όταν φέρει τα χέρια και πόδια της κοντά στο σώμα της. Η ροπή αδρανείας γίνεται 17.5 kg*m^2. Ποια είναι η γωνιακή της ταχύτητα;

$$I_{in} = 45.6 \; kg \cdot m^2$$

$$I_f = 17.5 \; kg \cdot m^2$$

$$L_{in} = L_f$$

$$\Rightarrow I_{in} \cdot \omega_{in} = I_f \cdot \omega_f$$

$$\Rightarrow \omega_f = \frac{I_{in}}{I_f} \cdot \omega_{in}$$

$$\Rightarrow \omega_f = \frac{45.6 \; kg \cdot m^2}{17.5 \; kg \cdot m^2} \cdot 32 \; rad/s$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_f = 83.4 \; \frac{rad}{s}} \Rightarrow \boxed{\omega_f > \omega_{in}}$$

Άσκηση 2

Ένας οριζόντιος δίσκος με ροπή αδρανείας 4.25 kg*m^2 γυρίζει αριστερόστροφα όπως φαίνεται από πάνω με 15.5 στροφές το δευτερόλεπτο. Ένας δεύτερος δίσκος με ροπή αδρανείας 1.8 kg*m^2 περιστρέφεται δεξιόστροφα με 14.2 στροφές/ δευτερόλεπτο. Ο ένας δίσκος τοποθετείται πάνω στον άλλο και αφήνονται να περιστραφούν σαν ένα σώμα. Ποια η νέα γωνιακή ταχύτητα;

$I_1 = 4.25\ kg \cdot m^2$ $\qquad$ $I_2 = 1.8\ kg \cdot m^2$

$\omega_1 = 15.5\ revs/s$ $\qquad$ $\omega_2 = 14.2\ \frac{revs}{s}$

$$\omega_1 = 15.5\ \frac{rev}{s} \cdot \frac{2\pi\ rad}{rev} = 97.39\ \frac{rad}{s}, \quad \omega_2 = 89.22\ \frac{rad}{s}$$

Απο διατήρηση στροφορμής $L_{in} = L_f$

$$\left.\begin{aligned} L_{in} &= L_1 + L_2 = I_1\omega_1 - I_2\omega_2 \\ L_f &= (I_1 + I_2)\omega_f \end{aligned}\right\} \Rightarrow \omega_f = \frac{I_1\omega_1 - I_2\omega_2}{I_1 + I_2}$$

$$\Rightarrow \omega_f = \frac{(4.25 \cdot 97.39) - (1.80 \cdot 89.22)}{4.25 + 1.8}\ \frac{rad}{s}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_f = 41.9\ \frac{rad}{s}}$$ με τη φορά του I_1 (αριστερόστροφα)

Άσκηση 3

Ένα σώμα με αρχική ταχύτητα 6 m/s είναι συνδεδεμένο με ένα καλώδιο μήκους 2m. Το καλώδιο είναι συνδεδεμένο σε ένα πάσσαλο και καθώς το σώμα κινείται, αυτό τυλίγεται γύρω του. Πόσο μήκος καλωδίου θα έχει περιτυλιχθεί γύρω από τον πάσσαλο όταν η ταχύτητα του γίνει 20m/s;

$$V_{in} = 6\ \frac{m}{s} = \omega \cdot r \Rightarrow \omega_{in} = \frac{6}{r_{in}} = 3\ \frac{rad}{s}$$

$$V_f = 20\ \frac{m}{s} \Rightarrow \omega_f = \frac{20}{r_f}$$

$$L_{in} = L_f \Rightarrow I_{in} \cdot \omega_{in} = I_f \cdot \omega_f \Rightarrow m r_{in}^2 \cdot \omega_{in} = m r_f^2 \cdot \omega_f$$

$$\Rightarrow \cancel{m} \cdot 2^2 \cdot 3 = \cancel{m} \cdot r_f^{\cancel{2}} \cdot \frac{20}{\cancel{r_f}} \Rightarrow \boxed{r_f = \frac{4 \cdot 3}{20} = 0.6\ m}$$

$\Rightarrow$ Μήκος περιτυλιγμένου καλωδίου $= 2m - 0.6\,m = \boxed{1.4m}$

Άσκηση 4

Δυο μπάλες με μάζες 1kg και 2kg, κινούνται κυκλικά με ίδια ταχύτητα αλλά σε αντίθετη διεύθυνση. Σε κάποιο σημείο συγκρούονται και κολλούν μεταξύ τους. Ποια είναι η διεύθυνση και μέτρο της ταχύτητας μετά την κρούση;

$$L_1 = \omega_1 \cdot I_1 = \frac{V_{in}}{\cancel{r}} \cdot m_1 r^{\cancel{2}} = 2 \cdot r \cdot V_{in}$$

$$L_2 = \omega_2 \cdot I_2 = r \cdot V_{in}$$

$$\boxed{L_{in} = L_f}$$

$$L_{in} = L_1 - L_2 = 2rV_{in} - r \cdot V_{in} = rV_{in}$$

$$L_f = I_f \cdot \omega_f = (m_1 + m_2) \cdot r^{\cancel{2}} \cdot \frac{V_f}{\cancel{r}} = 3rV_f$$

$$\Rightarrow \cancel{r}V_{in} = 3\cancel{r}V_f \Rightarrow \boxed{V_f = \frac{V_{in}}{3}}$$

Άσκηση 5

Ένα ηλεκτρόνιο βρίσκεται ακίνητο στο σημείο (0, yo) του επιπέδου (x,y). Ένα ποζιτρόνιο κινείται (πάνω στον άξονα x με ταχύτητα $\vec{V} = \upsilon_0 \hat{x}$) έτσι ώστε η θέση του συναρτήσει του χρόνου είναι $\vec{r} = \upsilon_0 t \hat{x}$. Τα δυο σώματα έχουν την ίδια μάζα m και ίσα κα αντίθετα φορτία $\pm e$ (έλκονται). Όταν τα δυο σωματίδια πλησιάσουν αρκετά κοντά το ένα στο άλλο, σχηματίζουν για λίγο ένα σύστημα (positronium) στο οποίο κινούνται πάνω σε ένα κύκλο με κέντρο το κέντρο μάζας τους CM. Τα σωματίδια βρίσκονται διαρκώς σε αντίθετα σημεία και έχουν ίσες και αντίθετες ταχύτητες ως προς το κέντρο μάζας τους.

α) Να βρεθούν συναρτήσει χρόνου (ι) η θέση **R**, (ii) η ταχύτητα **V** του κέντρου μάζας, και (ιιι) η στροφορμή **Lo** των σωματιδίων ως προς το σημείο O (0,0).

(i) $$\vec{R}_{CM} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} = \frac{(m \upsilon_0 t \hat{x} + m y_0 \hat{y})}{2m} \Rightarrow \boxed{\vec{R}_{CM} = \frac{1}{2} \upsilon_0 t \hat{x} + \frac{1}{2} y_0 \hat{y}}$$

(ii) $$\vec{V}_{CM} = \frac{d \vec{R}_{CM}}{dt} = \boxed{\frac{1}{2} \upsilon_0 \hat{x}}$$

(iii) $$\vec{L}_0 = m \vec{r} \times \vec{v} = m (\upsilon_0 t \hat{x}) \times (\upsilon_0 \hat{x}) = 0 \qquad \{ \hat{x} \times \hat{x} = 0 \}$$