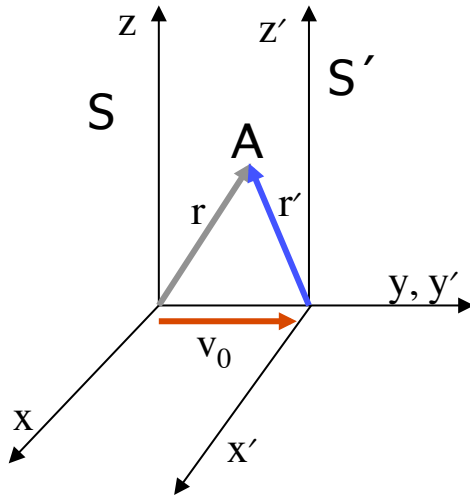


## Μη αδρανειακά συστήματα – Φαινομενικό βάρος



## Μη αδρανειακά συστήματα

Έστω ότι το  $S'$  αποκτά επιτάχυνση  $a_0$



Ο παρατηρητής  $S'$  μετρά μια επιτάχυνση:

$$r_A = r'_A + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2 \Rightarrow a_A = \frac{d^2 r'_A}{dt^2} + a_0 \Rightarrow a_A = a'_A + a_0$$

$$\Rightarrow a' = a - a_0$$

Η δύναμη που μετρά ο παρατηρητής  $S'$  θα είναι:

$$F' = m a' = m a - m a_0 \Rightarrow F' = F - m a_0$$

Αλλά η δύναμη  $m a$  είναι η πραγματική δύναμη  $F$  (μετρούμενη ως προς το αδρανειακό σύστημα)

Μπορούμε να γράψουμε:  $F' = F + F_{\text{vp.}}$  όπου  $F_{\text{vp.}} \equiv -m a_0$  **ψευδο-δύναμη**

Η ψευδο-δύναμη ή **δύναμη αδράνειας** δεν είναι δύναμη που εμφανίζεται λόγω της αλληλεπίδρασης μεταξύ σωμάτων αλλά λόγω της επιτάχυνσης του συστήματος αναφοράς

## Φαινομενικό βάρος

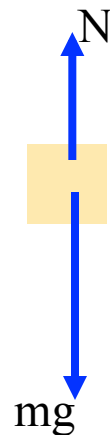
Φανταστείτε ότι βρίσκεστε μέσα σε ένα ανελκυστήρα που κινείται με μια επιτάχυνση  $a$  και στέκεστε πάνω σε μια ζυγαριά

➔ Ποια θα είναι η ένδειξη της ζυγαριάς;



Σχεδιάστε το διάγραμμα απελευθερωμένου σώματος

Από το 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton



$$N - mg = ma \Rightarrow N = m(g + a)$$

Φαινομενικό βάρος είναι η κάθετη δύναμη από τη ζυγαριά ή το έδαφος

➔ Αν ο ανελκυστήρας βρίσκεται σε ελεύθερη πτώση,  $a = -g$  τότε  $N = 0$

## Φαινομενικό βάρος

Φανταστείτε ότι βρίσκεστε μέσα σε ένα ανελκυστήρα που κινείται προς τον 30<sup>ο</sup> όροφο ενός κτιρίου. Καθώς πλησιάζετε στο 30<sup>ο</sup> όροφο ο ανελκυστήρας ελατώνει ταχύτητα για να σταματήσει το βάρος σας εμφανίζεται να είναι:

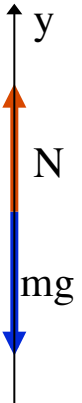
(Α) Μεγαλύτερο (Β) Μικρότερο (Γ) Ίδιο με το κανονικό

$$\sum F = ma_y \Rightarrow N - mg = ma_y \Rightarrow N = m(g + a_y)$$

Ο ανελκυστήρας σταματά, επομένως  $a_y < 0$

$$\Rightarrow N = m(g - a_y) < mg$$

Αισθάνεστε ελαφρύτεροι επειδή η επιτάχυνση έχει κατεύθυνση προς την αρνητική διεύθυνση καθώς ο ανελκυστήρας σταματά



## Φαινομενικό βάρος

Ένα άτομο στέκεται σε ζυγαριά μέσα σε ανελκυστήρα. Το πραγματικό βάρος του ατόμου είναι 130kg αλλά η ένδειξη της ζυγαριάς είναι τώρα 145kg

➡ Προς ποια κατεύθυνση κινείται ο ανελκυστήρας;

(A) Προς τα πάνω    (B) Προς τα κάτω    (Γ) Δεν μπορούμε να πούμε

➡ Ποια η διεύθυνση της επιτάχυνσης του ανελκυστήρα;

(A) Προς τα πάνω    (B) Προς τα κάτω    (Γ) Δεν μπορούμε να πούμε

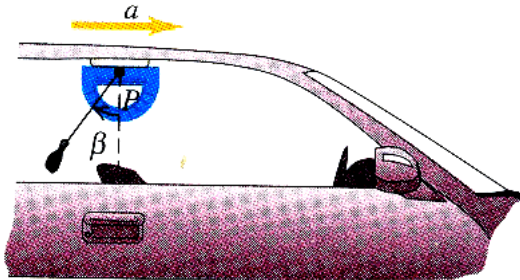
$$N = m(g + a_y)$$

Το βάρος αυξάνει όταν η επιτάχυνση έχει φορά προς τα πάνω  
ενώ ελατώνεται όταν η επιτάχυνση έχει φορά προς τα κάτω

# Επιταχυνσιόμετρο

Βρίσκεστε σε ένα αυτοκίνητο το οποίο είναι αρχικά σε ηρεμία. Από την οροφή κρεμάτε μια σφαίρα με ένα αβαρές νήμα. Το αυτοκίνητο αρχίζει να επιταχύνει και το νήμα αποκλίνει κατά μια γωνία  $\beta$ .

➡ Ποια η επιτάχυνση του αυτοκινήτου



Σε ένα αδρανειακό σύστημα το διάγραμμα ελεύθερου σώματος θα δώσει:

$$\sum F_x = T \sin \beta \quad \sum F_y = T \cos \beta - mg$$

Η σφαίρα αποκλίνει άρα θεωρείτε ότι υπάρχει μια δύναμη στην x-διεύθυνση και άρα επιτάχυνση

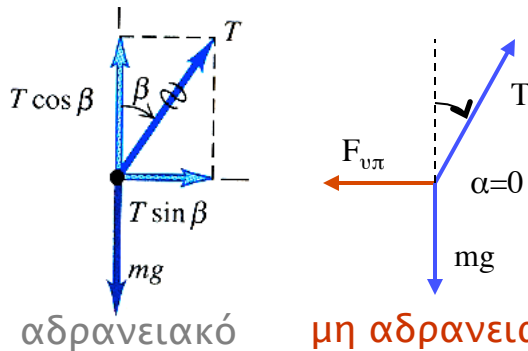
$$T \sin \beta = ma_x \quad (1)$$

Στη y-διεύθυνση δεν υπάρχει κάποια δύναμη

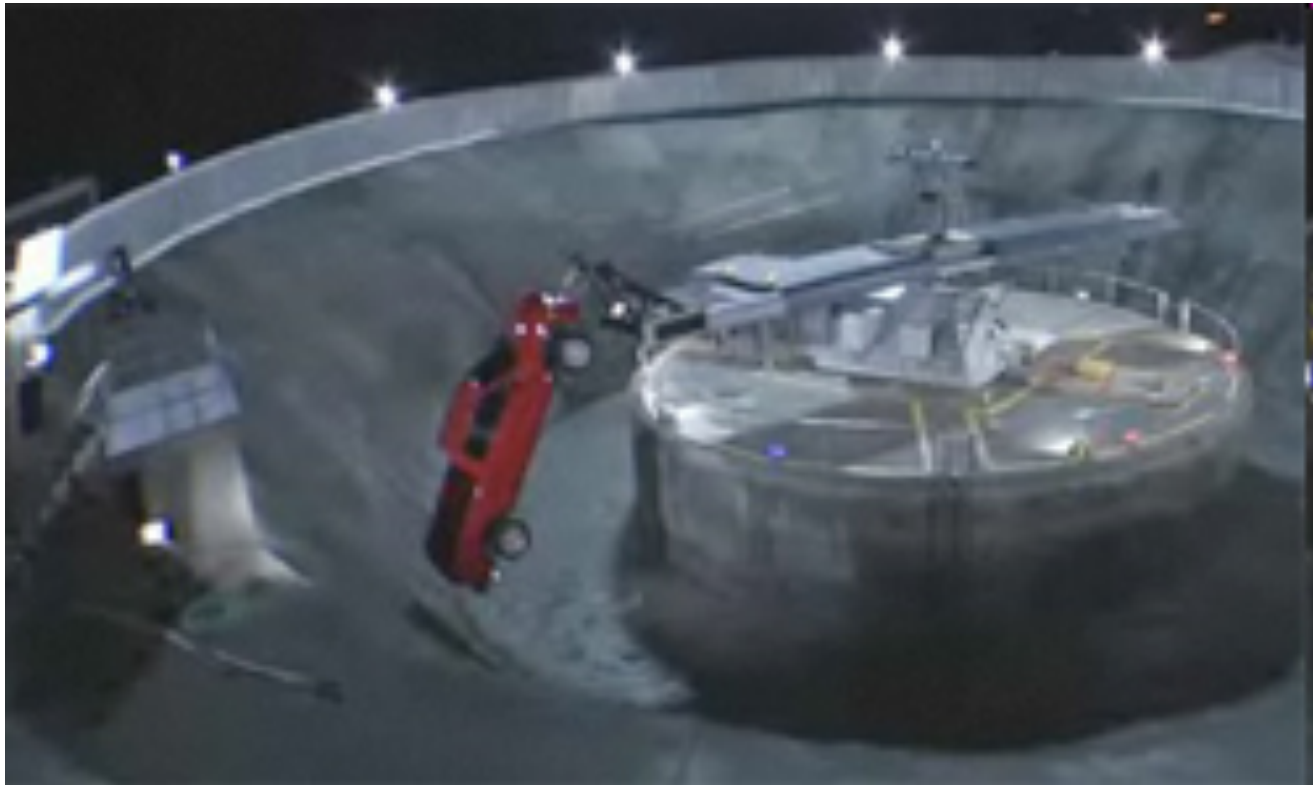
$$T \cos \beta - mg = 0 \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos \beta} \xrightarrow{(1)} a_x = g \frac{\sin \beta}{\cos \beta} \Rightarrow a_x = g \tan \beta$$

Για παρατηρητή στο αυτοκίνητο η υποθετική δύναμη δρα σαν οριζόντια βαρυτική δύναμη. Το σώμα είναι σε ισορροπία οπότε:

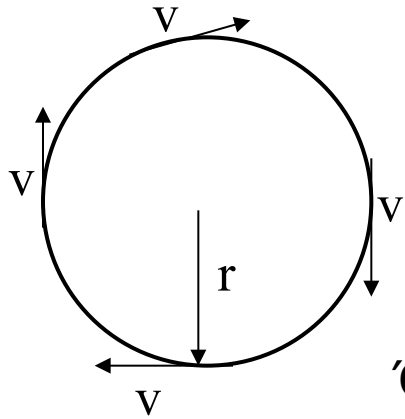
$$T \cos \beta - mg = 0 \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos \beta} \quad \text{και} \quad \left. \begin{array}{l} T \sin \beta - F_{v\pi} = 0 \\ F_{v\pi} = -ma_x \end{array} \right\} \Rightarrow a_x = g \frac{\sin \beta}{\cos \beta} \Rightarrow a_x = g \tan \beta$$



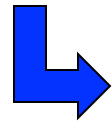
## Κεντρομόλος επιτάχυνση – Κυκλική κίνηση



# Ομαλή κυκλική κίνηση

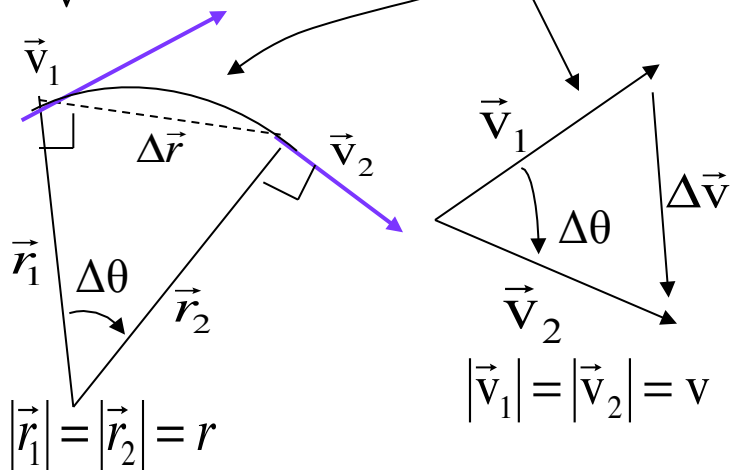


Στην περίπτωση της ομαλής κυκλικής κίνησης  
 $|v| = \text{σταθ.}$  αλλά το διάνυσμα  $v$  αλλάζει διεύθυνση



Επιτάχυνση  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

Όμοια τρίγωνα



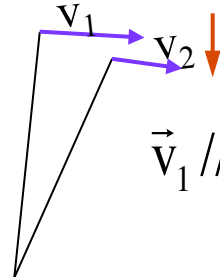
$$\frac{|\Delta \vec{r}|}{r} = \frac{|\Delta \vec{v}|}{v} \Rightarrow \left| \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| \frac{1}{r} = \left| \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right| \frac{1}{v} \Rightarrow$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| \frac{1}{r} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right| \frac{1}{v} \Rightarrow \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right| \frac{1}{r} = \left| \frac{d\vec{v}}{dt} \right| \frac{1}{v}$$

$$\Rightarrow a = \frac{v^2}{r}$$

Κεντρομόλος επιτάχυνση

Τι συμβαίνει όταν  $\Delta t \rightarrow 0$



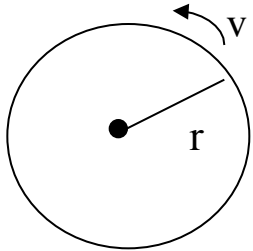
$$\vec{v}_1 \parallel \vec{v}_2 \Rightarrow \begin{cases} \Delta \vec{v} \perp \vec{v}_1 \\ \Delta \vec{v} \perp \vec{v}_2 \end{cases} \Rightarrow \vec{a} \parallel \Delta \vec{v} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{v}$$

Η  $a$  είναι ακτινική με διεύθυνση προς το κέντρο



# Κυκλική κίνηση και νόμοι του Newton

## Δυναμική κυκλικής κίνησης



Σώμα που κινείται με **σταθερή ταχύτητα**  $v$  σε κυκλική τροχιά έχει επιτάχυνση με κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και εφαπτόμενη της ταχύτητας του

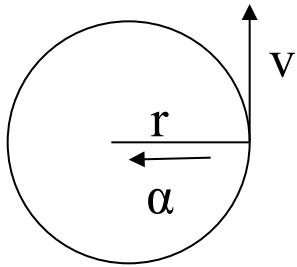
$$a = \frac{v^2}{r}$$

Ύπαρξη επιτάχυνσης ισοδυναμεί με ύπαρξη δύναμης.

$$F = ma = \frac{mv^2}{r} \quad \text{Κεντρομόλος δύναμη}$$

Η δύναμη τραβά το σώμα προς το κέντρο της τροχιάς.  
(π.χ. κάποια τάση, ή η βαρύτητα ή άλλη δύναμη).

# Ομαλή κυκλική κίνηση

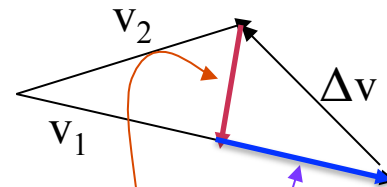
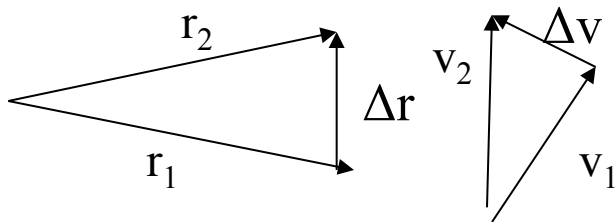


Τα διανύσματα της κίνησης θα είναι όπως στο σχήμα.

Αν είχαμε μια μπάλα στην άκρη ενός νήματος και κόβαμε το νήμα στην θέση του σχήματος τότε η μπάλα θα συνέχιζε να κινείται με ταχύτητα  $v$  στην διεύθυνση της  $v$

## Μη ομαλή κυκλική κίνηση

Τι συμβαίνει αν το σώμα αυξάνει ταχύτητα?



Αναλύουμε τη  $\Delta v$  σε 2 συνιστώσες:

Μια **ακτινική** και μια **εφαπτομενική**

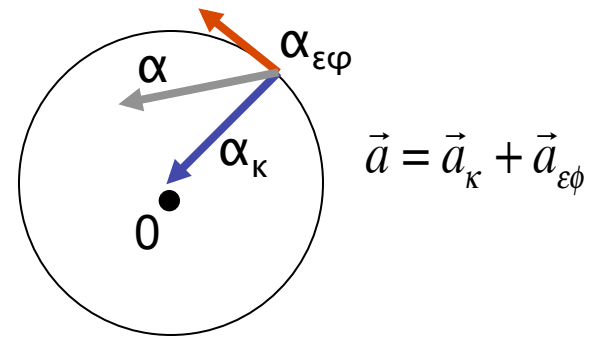
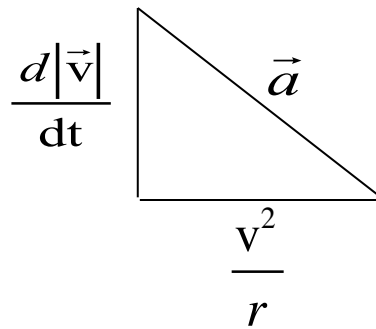
$\sim v_2 - v_1$  (για  $\Delta t \rightarrow 0$ )

## Μή ομαλή κυκλική κίνηση

Η ακτινική συνιστώσα είναι  $a_k = \frac{v^2}{r}$

Η εφαπτομενική συνιστώσα είναι  $a_{εφ} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \rightarrow \frac{d|\vec{v}|}{dt}$

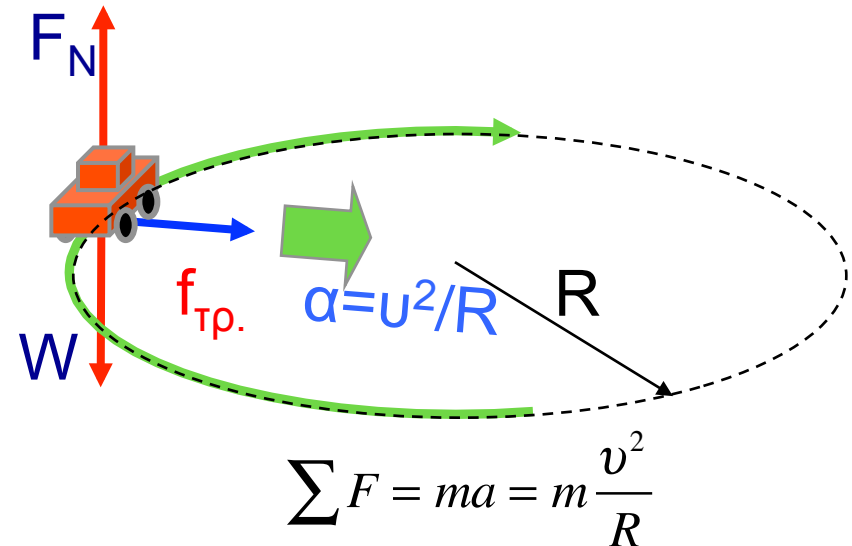
Συνοψίζοντας:



## Παράδειγμα

Θεωρήστε την ακόλουθη περίπτωση: Οδηγήτε το αυτοκίνητό σας με σταθερή ταχύτητα σε μια οριζόντια κυκλική πίστα. Πόσες και ποιες δυνάμεις ασκούνται στο αυτοκίνητό σας

(A) 1    (B) 2    (Γ) 3    (Δ) 4    (E) 5



Βάρος  
Κάθετη αντίδραση  
Τριβή

Η δύναμη της τριβής είναι η μόνη δύναμη στην ακτινική διεύθυνση και παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης

Η κεντρομόλος δύναμη είναι η **συνισταμένη των δυνάμεων** στην ακτινική διεύθυνση και όχι κάποια ιδιαίτερη δύναμη.

Αφού είναι η συνισταμένη δύναμη δεν τη σχεδιάζουμε ποτέ σε διάγραμμα απελευθερωμένου σώματος

## Παράδειγμα

Υποθέστε ότι οδηγείται σε ένα δρόμο που έχει κάποιο κοίλωμα κυκλικής μορφής. Αν η μάζα σας είναι  $m$  ποιο είναι το μέγεθος της κάθετης δύναμης που ασκεί το κάθισμα του αυτοκινήτου πάνω σας καθώς περνάτε από το κοίλωμα του δρόμου;

(A)  $F_N < mg$  (B)  $F_N = mg$  (Γ)  $F_N > mg$

$$\sum F = ma = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow F_N - mg = m \frac{v^2}{R}$$

$$\Rightarrow F_N = m \left( g + \frac{v^2}{R} \right)$$

