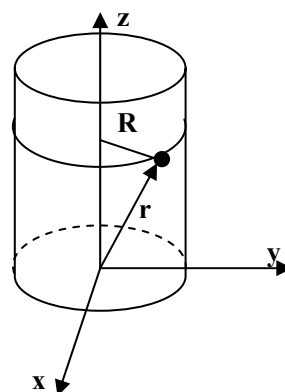
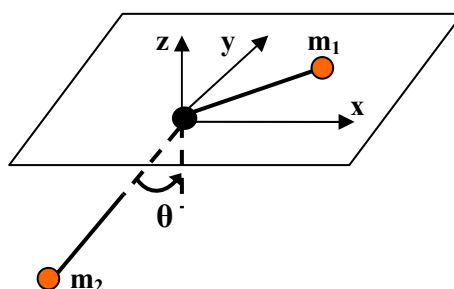


1^η Ομάδα

1. Θεωρήστε ένα σωματίδιο μάζας m το οποίο είναι περιορισμένο να κινείται στην επιφάνεια ενός ακλόνητου, λείου κυλίνδρου ακτίνας R όπως στο παρακάτω σχήμα. Πέρα από την δύναμη του δεσμού (η αντίδραση του κυλίνδρου στην μάζα), η μόνη δύναμη που εφαρμόζεται στην μάζα είναι η $\vec{F} = -k\vec{r}$ με διεύθυνση προς την αρχή του συστήματος συντεταγμένων. (α) Να βρεθεί η Lagrangian του συστήματος (**6π**) (β) Να γραφούν οι εξισώσεις κίνησης (**7π**) (γ) Να περιγραφεί πλήρως η κίνηση που εκτελεί το σώμα (**7π**) (Για να πάρετε όλους τους πόντους στο (γ) θα πρέπει να περιγράψετε πλήρως την κίνηση του σώματος).

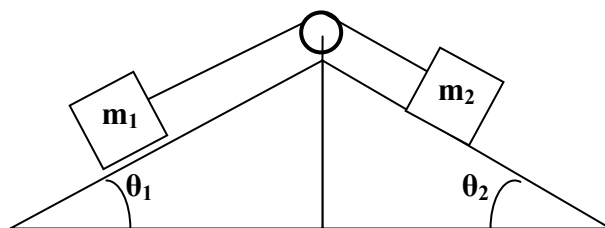


2. Δίνονται 2 σώματα μάζας m_1 και m_2 ($m_2 > m_1$) τα οποία συνδέονται μεταξύ τους με αβαρές νήμα μήκους l (όπως στο διπλανό σχήμα). Το σώμα μάζας m_1 μπορεί να περιστρέφεται πάνω σε λεία και οριζόντια επιφάνεια ενώ το σώμα μάζας m_2 κρέμεται κάτω από την οριζόντια επιφάνεια και μπορεί να κινείται στο επίπεδο x - z . Να προσδιοριστούν (α) οι δεσμοί που υπάρχουν και να χαρακτηριστούν (**3π**) (β) η Lagrangian του συστήματος (**6π**) και (γ) οι εξισώσεις κίνησης του συστήματος (**6π**) και (δ) να δοθεί η φυσική ερμηνεία των εξισώσεων κίνησης στις οποίες καταλήξατε (**5π**).



2^η Ομάδα

1. Δύο μάζες m_1 και m_2 συνδέονται μεταξύ τους με ένα αβαρές νήμα μήκους l το οποίο περνά από μια ακλόνητη τροχαλία ακτίνας R και μάζας M , η οποία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στο επίπεδο της τροχαλίας όπως στο σχήμα. Οι δύο μάζες μπορούν να κινηθούν πάνω σε κεκλιμένες επιφάνειες γωνίας κλίσης θ_1 και θ_2 αντίστοιχα. Όλες οι επιφάνειες επαφής είναι λείες και δεν υπάρχουν τριβές ενώ η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς να γλιστρά στο σημείο επαφής της με το σχοινί. Αρχικά οι μάζες κρατούνται ακίνητες και κατόπιν αφήνονται ελεύθερες να κινηθούν ενώ η τροχαλία αρχίζει να περιστρέφεται. (α) Να βρεθεί η Lagrangian του συστήματος (10π) (β) Να γραφούν οι εξισώσεις κίνησης (7π) και (γ) να εξεταστούν μερικές οριακές συνθήκες (3π). (Υπόδειξη: Μπορεί να σας φανεί χρήσιμο ότι η κινητική ενέργεια περιστροφής δίνεται από τη σχέση $E_{\text{κιν}} = I\dot{\phi}^2/2$ όπου ϕ η γωνία περιστροφής της τροχαλίας και $\dot{\phi} = v/R$).



2. Ένα εκκρεμές μάζας M και μήκους l είναι εξαρτημένο από ένα αβαρές βαγονάκι το οποίο εξαρτάται μέσω ενός πιστονιού από ακλόνητο σημείο. Το βαγονάκι μπορεί να κινηθεί στην οριζόντια μόνο διεύθυνση και καθώς κινείται δέχεται την επίδραση της δύναμης $\vec{F} = -kx\hat{i}$ εξαιτίας του πιστονιού. Το πιστόνι όταν το σύστημα είναι ακίνητο έχει μήκος l_0 . Η μάζα του εκκρεμούς μπορεί να κινείται μόνο στο κατακόρυφο επίπεδο x - z . (α) Να βρεθεί η Lagrangian του συστήματος (7π) (β) οι εξισώσεις κίνησης (8π) και (γ) να βρεθεί η συχνότητα ταλάντωσης του εκκρεμούς για την περίπτωση μικρών αποκλίσεων (θ μικρό) από τη θέση ισορροπίας και να εξεταστεί η τιμή της συχνότητας για την περίπτωση που το βαγονάκι είναι ακίνητο (5π). (Υπόδειξη για το (γ): για μικρές γωνίες $\cos \theta \approx 1$ και $\sin \theta \approx \theta$ ενώ ποσότητες δεύτερης ή μεγαλύτερης τάξης σε θ θεωρούνται αμελητέες. Θα σας φανεί χρήσιμο να βγάλετε μια σχέση μεταξύ των γενικευμένων συντεταγμένων σας χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις κίνησης στις οποίες καταλήξατε).

