Βαρυονικός αριθμός

Ο Βαρυονικός αριθμός μιας κατάστασης ορίζεται σαν η διαφορά του αριθμού των βαρυονίων και του αριθμού των αντιβαρυονίων. Δηλαδή: $B = N(baryons) - N(antibaryons)$

Ο Βαρυονικός αριθμός διατηρείται από όλες τις αλληλεπιδράσεις όπως έχει μετρηθεί μέσα στα πειραματικά όρια.

Αυτό εξετάζεται συνήθως ψάχνοντας για διάσπαση πρωτονίου: $p \rightarrow e^{+} + \pi^{0}$

Η αντίδραση παραβιάζει επίσης το λεπτονικό αριθμό L αλλά διατηρεί τη διαφορά B-L

Το παρόν όριο για την διάσπαση είναι > 10^{34} έτη ενώ η ηλικία του σύμπαντος είναι 10^{10} έτη

Η μελέτη τέτοιου σήματος προϋποθέτει ακριβή έλεγχο 10^{34} πρωτονίων για παρατήρηση μερικών διασπάσεων μέσα σε αρκετά χρόνια.

Διεργασίες υποβάθρου προερχονται από κοσμική ακτινοβολία (οπότε τα πειράματα προστατεύονται τοποθετόντας τους ανιχνευτές σε ορυχεία) και φυσική ραδιενεργότητα η οποία ωστόσο δίνει ενέργεια της τάξης των MeV ενώ τα προϊόντα της διάσπασης του πρωτονίου θα είναι της τάξης των GeV

Πλέον ευαίσθητο πείραμα σήμερα είναι το Kamiokande που περίεχει 50000 τόνους νερό.
Το κεντρικό οφέλημο τμήμα του ανιχνευτή (εκμηδενισμός υποβάθρου) αντιστοιχει σε 25000t

Στο νερό έχουμε 10/18 πρωτόνια ως προς τον αριθμό των νουκλεονίων και επομένως όλος ο ανιχνευτής περιέχει:

$$N_p = M \times 10^3 \times N_A (10/18) \Rightarrow N_p = 2.5 \times 10^7 \times 10^3 \times 6 \times 10^{23} (10/18) = 8.5 \times 10^{33}$$

Μετά από αρκετά χρόνια, η έκθεση έφθασε σε $M\Delta t = 91600ty$ ή διαφορετικά $N_p = 30 \times 10^{33} p/y$

Ανιχνεύοντας Cherenkov ακτινοβολία μετράται η ενέργεια. Δεν παρατηρήθηκε γεγονός

Βαρυονικός Αριθμός

Εφόσον τα βαρυόνια αποτελούνται από 3 quarks, ο βαρυονικός αριθμός των quarks είναι 1/3

Σχετική ποσότητα είναι ο κβαντικός αριθμός της γεύσης (του τύπου) του quark

Ορίζουμε τον down-αριθμό σαν τον αριθμο των down quarks – τον αρίθμό των αντιdown quark

Ανάλογα ορίζουμε και για τα υπόλοιπα quarks

Έχουμε $N_d = N(d) - N(\bar{d})$ $\quad N_u = N(u) - N(\bar{u})$

$$N_S = -\left[N(s) - N(\bar{s})\right] \qquad N_c = N(c) - N(\bar{c})$$

$$N_b = -\left[N(b) - N(\bar{b})\right] \qquad N_t = N(t) - N(\bar{t})$$

Οι ισχυρές και ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις διατηρούν τον βαρυονικό αριθμό αλλά όχι οι ασθενείς

Λεπτονικός αριθμός

Ο λεπτονικός αριθμός μιας κατάστασης ορίζεται σαν η διαφορά του αριθμού των λεπτονίων και του αριθμού των αντιλεπτονίων. Δηλαδή: $L = N(leptons) - N(antileptons)$

Ανάλογα με τον τύπο του λεπτονίου έχουμε και διαφορετικούς λεπτονικούς αριθμούς:

$$N_e = N(e^- + \nu_e) - N(e^+ + \bar{\nu}_e)$$
$$N_\mu = N(\mu^- + \nu_\mu) - N(\mu^+ + \bar{\nu}_\mu)$$
$$N_\tau = N(\tau^- + \nu_\tau) - N(\tau^+ + \bar{\nu}_\tau)$$

Ο συνολικός λεπτονικός αριθμός είναι το άθροισμα των παραπάνω: $L = N_e + N_\mu + N_\tau$

Η ισχύς της διατήρησης εξετάζεται με την μελέτη διεργασιών όπως $\mu^\pm \to e^\pm + \gamma$ καθώς και $\mu^\pm \to e^\pm + e^+ + e^-$

Μετράται ο λόγος διακλάδωσης αυτών των διασπάσεων ως προς το συνολικό. Δηλαδή

$$\frac{\Gamma(\mu^\pm \to e^\pm + \gamma)}{\Gamma_{tot}} < 1.2\times10^{-11} \qquad \frac{\Gamma(\mu^\pm \to e^\pm + e^+ + e^-)}{\Gamma_{tot}} < 1\times10^{-12}$$

Αναστροφή χρόνου και CPT

Ο τελεστής αναστροφής χρόνου, T, αναστρέφει τον χρόνο αφήνοντας αμετάβλητες τις χωρικές συντεταγμένες
Σε αντίθεση με parity, P, και charge conjugation C, δεν υπάρχει κβαντικός αριθμός σχετιζόμενος με αναστροφή χρόνου

Θεώρημα Lauders: Αν μια θεωρία αλληλεπιδρώντων πεδίων είναι αναλλοίωτη κάτω από μετασχηματισμούς Lorentz και περιστροφές, θα είναι επίσης αναλλοίωτη κάτω από τον συνδυασμό διαδοχικών εφαρμογών (ανεξαρτήτου σειράς) της C, P και T αναστροφής ⇨ Θεώρημα CPT

Σαν αποτέλεσμα, η μάζα των σωματιδίων πρέπει να είναι ίση με την μάζα των αντισωματιδίων

Έλεγχος για παραβίαση ή όχι της CPT έρχεται από έλεγχο διαφοράς μάζας σωματιδίων με αντισωματίδιά τους

Όριο έχει θεσπιστεί από αναζήτηση διαφοράς μάζας πρωτονίου – αντιπρωτονίου:

Αντιπρωτονικό άτομο $\overline{p}^4He^+$ (πυρήνας ^{4}He με ένα αντιπρωτόνιο και ένα ηλεκτρόνιο) παράχθηκαν στο CERN (ASACUSA πείραμα). Εξέταση του φάσματος εκπομπής του ατόμου δείχνει ότι:

$$\frac{\left|m_p - m_{\overline{p}}\right|}{m_p} < 10^{-8}$$

Υπερφορτίο και βαρυονικός αριθμός

Ορίζουμε την σχέση μεταξύ isospin και της ποσότητας: $I_3 \equiv Q - Y/2$

όπου Q το ηλεκτρικό φορτίο και Y το υπερφορτίο

Το υπερφορτίο ορίζεται σαν $\mathrm{Y} = B + S + C + Bot + T$

Θα μπορούσαμε να γράψουμε επίσης: $I_3 \equiv \frac{1}{2}\left(N_u - N_d\right)$

όπου $N_u = N(u) - N(\bar{u})$ και $N_d = N(d) - N(\bar{d})$

Με την ανακάλυψη όλων των quarks ο ορισμός του υπερφορτίου είναι:

$$\mathrm{Y} = \frac{1}{3}\left(N_u + N_d - 2N_s + 4N_c - 2N_b + 4N_t\right)$$

Συζυγία φορτίου και parity - CP

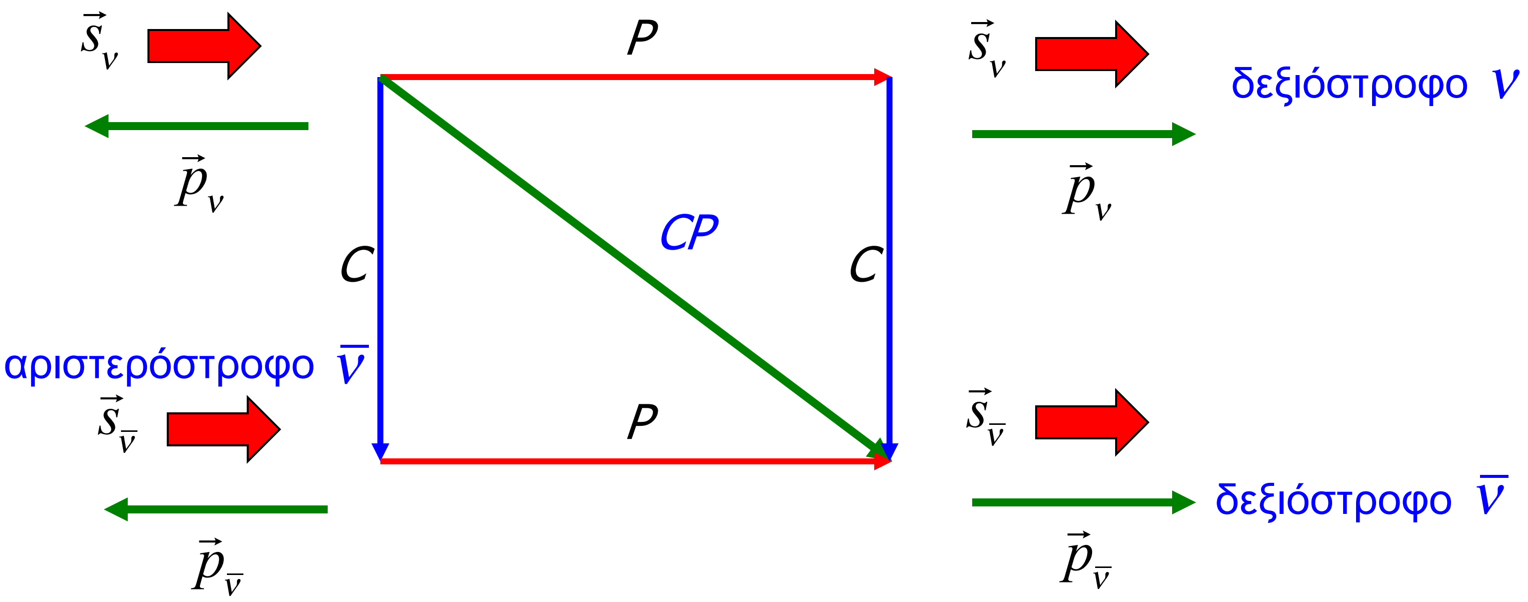
Οι ισχυρές δυνάμεις διατηρούν C και P ξεχωριστά

Στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις τόσο η C όσο και η P δεν διατηρούνται ξεχωριστά

- Ο συνδυασμός των δυο, CP, θα πρέπει να διατηρείται

Θεωρούμε πως τα νετρίνο και αντινετρίνο μετασχηματίζονται κάτω από C, P και CP

- Πειραματικά ξέρουμε ότι όλα τα νετρίνο (αντι-νετρίνο) είναι αριστερόστροφα (δεξιόστροφα)



- CP πρέπει να αποτελεί καλή συμμετρία!

Ουδέτερα καόνια και CP συμμετρία

- Το 1964 ανακαλύφθηκε ότι η διάσπαση των ουδέτερων καονίων δεν διατηρεί την CP ($\sim 10^{-3}$)
  - Η ασθενής αλληλεπίδραση δεν διατηρεί πάντοτε την CP
  - Το 2001 η παραβίαση της CP παρατηρήθηκε επίσης σε διασπάσεις B-μεσονίων
- Παραβίαση της CP είναι ενδιαφέρουσα αφού δηλώνει ότι:
  - Οι νόμοι της φυσικής είναι διαφορετικοί για σωματίδια και αντι-σωματίδια
  - Ποια η αιτία της παραβίασης της CP συμμετρίας;
    - Εμπεριέχεται στη θεωρία με το πίνακα Kobayashi και Maskawa (Nobel 2008) + Cabbibo
    - Η ερώτηση που υπάρχει είναι αν η CP παραβίαση που παρατηρήθηκε στα K και B μεσόνια είναι η ίδια με αυτή που εμφανίζεται στην κοσμολογία
- Θα εξετάσουμε την παραβίαση της CP συμμετρίας στα K και B μεσόνια μέσω της εισαγωγής της μίξης καταστάσεων
  - Η μίξη είναι μια κβαντομηχανική διεργασία όπου ένα σωματίδιο μετατρέπεται σε αντισωματίδιο
  - Έστω ότι έχουμε ένα Καόνιο το οποίο υπόκειται σε μίξη: $K^0 = \bar{s}d \leftrightarrow \bar{K}^0 = s\bar{d}$
  - Σχετικά με το περιεχόμενο σε quark αυτά είναι σωματίδια - αντισωματίδια
  - Οι κβαντικοί αριθμοί του K^0 είναι οι ακόλουθοι:
    - ✓ παραδοξότητα s=+1
    - ✓ φορτίο = βαριονικό # = λεπτονικό # = charm = bottom = top = 0
    - ✓ Υπερφορτίο: $Y = [B(1/3-1/3) + S(+1)] = 1$ οπότε: $I_3 = (2Q - Y)/2 = -½$
    - ✓ Ο εταίρος του στο ισοσπίν είναι το K^+ αφού το I_3 αλλάζει για αντισωματίδια

Ουδέτερα καόνια και CP συμμετρία

- Τα ουδέτερα καόνια παράγονται σε ισχυρές αλληλεπιδράσεις και έχουν συγκεκριμένη τιμή παραδοξότητας
- Δεν μπορούν να διασπαστούν μέσω των ισχυρών ή ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων
- Διασπώνται μέσω των ασθενών αλληλεπιδράσεων που δεν διατηρούν την παραδοξότητα
- Αν υποθέσουμε ότι οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις διατηρούν την CP τότε
  - Τα ουδέτερα καόνια δεν είναι τα σωματίδια τα οποία διασπώνται ασθενώς γιατί δεν είναι ιδιοκαταστάσεις της CP συμμετρίας

$$P\left|K^0\right\rangle = -\left|K^0\right\rangle \quad \text{και} \quad P\left|\bar{K}^0\right\rangle = -\left|\bar{K}^0\right\rangle$$

$$C\left|K^0\right\rangle = -\left|\bar{K}^0\right\rangle \quad \text{και} \quad C\left|\bar{K}^0\right\rangle = -\left|K^0\right\rangle$$

$$CP\left|K^0\right\rangle = \left|\bar{K}^0\right\rangle \quad \text{και} \quad CP\left|\bar{K}^0\right\rangle = \left|K^0\right\rangle$$

  - Μπορούμε να κάνουμε ιδιοκαταστάσεις της CP από γραμμικό συνδυασμό των K^0 και $\bar{K}^0$

$$\left|K_1\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|K^0\right\rangle + \left|\bar{K}^0\right\rangle\right)$$

$$\left|K_2\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|K^0\right\rangle - \left|\bar{K}^0\right\rangle\right)$$

Κβαντομηχανικό σύστημα σε δυο διαφορετικές βάσεις

$$CP\left|K_1\right\rangle = \left|K_1\right\rangle \quad \text{και} \quad CP\left|K_2\right\rangle = -\left|K_2\right\rangle$$

Ουδέτερα καόνια και CP συμμετρία

- Αν η CP είναι μια καλή συμμετρία και διατηρείται τότε θα περιμένουμε τις ακόλουθες διασπάσεις

$K_1 \to \pi^- \pi^+$ ή $K_1 \to \pi^0 \pi^0$ (τιμή CP=+1)

$K_2 \to \pi^- \pi^+ \pi^0$ ή $K_2 \to \pi^0 \pi^0 \pi^0$ (τιμή CP=-1)

- Το 1965 αναλύφθηκε ότι μερικές φορές (1/500) έχουμε την διάσπαση: $K_2 \to \pi^- \pi^+$ ή $K_2 \to \pi^0 \pi^0$
- Τα K^0 και $\bar{K}^0$ είναι ιδιοκαταστάσεις των ισχυρών αλληλεπιδράσεων
  - Οι καταστάσεις αυτές εχουν συγκεκριμένη παραδοξότητα
  - Ειναι σωματίδιο/αντισωματίδιο
  - Παράγονται σε ισχυρές αλληλεπιδράσεις: $\pi^- p \to K^0 \Lambda$ ή $\pi^- p \to K^0 \Sigma^0$
- Τα K_1 και K_2 είναι ιδιοκαταστάσεις των ασθενών αλληλεπιδράσεων υποθέτοντας ότι η CP διατηρείται
  - Έχουν συγκεκριμένη CP αλλά όχι δεν είναι ιδιοκαταστάσεις της παραδοξότητας
  - Το καθένα είναι το αντισωματίδιο του εαυτού του
  - Οι καταστάσεις αυτές διασπώνται μέσω ασθενών αλληλεπιδράσεων και έχουν διαφορετικές μάζες και χρόνους ζωής

    $K_1 \to \pi^0 \pi^0$ $K_2 \to \pi^0 \pi^0 \pi^0$

  - Το 1955 ο Gell-Mann έδειξε ότι υπήρχε περισσότερη ενέργεια (φασικός χώρος) στη διάσπαση του K_1 από το K_2

Ουδέτερα καόνια και CP συμμετρία

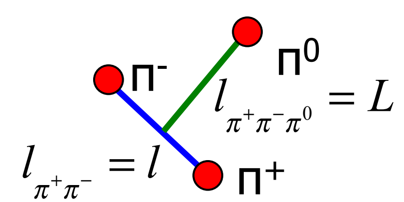
- Έστω ότι εξετάζουμε τις διασπάσεις των K^0ς σε $\pi^0\pi^0$
  - Η ιδιοτιμή της CP για σύστημα με 2 ουδέτερα πιόνια είναι θετική: $CP\left|\pi^0\pi^0\right\rangle = \left(CP\left|\pi^0\right\rangle\right)^2 = (-1)^2$

    ενώ $CP\left|\pi^+\pi^-\right\rangle = \left(C\left|\pi^+\pi^-\right\rangle\right)\left(P\left|\pi^+\pi^-\right\rangle\right) = (-1)^l(-1)^l = +1$
  - Επομένως αν η CP διατηρείται, τότε μόνο το K_1^0 που είναι η +1 ιδιοκατάσταση της CP μπορεί να διασπαστεί σε 2 πιόνια.
- Έστω ότι εξετάζουμε τις διασπάσεις των K^0ς σε $\pi^0\pi^0\pi^0$

$$CP\left|\pi^0\pi^0\pi^0\right\rangle = \left(CP\left|\pi^0\right\rangle\right)^3 = (-1)^3 = -1$$

  - Η περίπτωση των τριων φορτισμένων πιονίων είναι λίγο πιο σύνθετη: $CP\left|\pi^+\pi^-\pi^0\right\rangle$
  - Έστω *l* η στροφορμή των δυο φορτισμένων πιονίων στο σύστημα αναφοράς του CM τους
  - Έστω *L* η στροφορμή του π^0 ως προς τα 2 πιόνια στο CM των 3 πιονίων
  - Η ολική στροφορμή του συστήματος είναι το άθροισμα των 2 στροφορμών και θα πρέπει να είναι ίση με 0

$$J = l \oplus L = 0 \;\; \Rightarrow l = L$$



Ουδέτερα καόνια και CP συμμετρία

- Επομένως η parity του συστήματος είναι: $P\left|\pi^+\pi^-\pi^0\right\rangle = P^3\left|\pi\right\rangle(-1)^l(-1)^L = -1$
- Η συζυγία φορτίου θα είναι: $C\left|\pi^0\right\rangle = +1$ ενώ $C\left|\pi^+\pi^-\right\rangle = (-1)^l$ και άρα: $C\left|\pi^+\pi^-\pi^0\right\rangle = (-1)^l$
- Επομένως η CP του συστήματος είναι: $CP\left|\pi^+\pi^-\pi^0\right\rangle = \left(C\left|\pi^+\pi^-\pi^0\right\rangle\right)\left(P\left|\pi^+\pi^-\pi^0\right\rangle\right) = (-1)^{l+1}$

- Η διαφορά μάζας μεταξύ των 3 πιονίων και του K^0 είναι αρκετά πολύ μικρή:

$$m_K - m_{\pi^+\pi^-\pi^0} = m_K - 3m_\pi = 80\,MeV$$

- σαν αποτέλεσμα ο φασικός χώρος για την διάσπαση είναι ιδιαίτερα περιορισμένος με αποτέλεσμα αυτό να ευνοεί την περίπτωση του S-κύματος ή διαφορετικά *l* = 0
- Επομένως για την κατάσταση αυτή θα έχουμε $CP\left|\pi^+\pi^-\pi^0\right\rangle = (-1)^{l+1} = -1$
- Μπορούμε να πούμε πως αν η CP διατηρείται, τότε μόνο η ιδιακατάσταση με ιδιοτιμή -1 (K_2^0) μπορεί να διασπαστεί σε 3 πιόνια: $K_2^0 \to 3\pi$

- Θα μπορούσε να έχουμε διάσπαση όπου *l* = 1 (η μικρότερη τιμή της στροφορμής). Η κατάσταση αυτή είναι όμως κινηματικά περιορισμένη και δεν παρατηρείται

- Συνοψίζοντας, αν η CP διατηρείται τότε: $\begin{cases} K_1^0 \to 2\pi \text{ και } K_2^0 \not\to 2\pi \\ K_2^0 \to 3\pi \text{ και } K_1^0 \not\to 3\pi \end{cases}$

- Αν η CP διατηρείται απόλυτα τότε τα K_1^0 και K_2^0 θα έπρεπε να είναι οι ιδιοκαταστάσεις συγκεκριμένης μάζας και χρόνου ζωής. Η CP ωστόσο παραβιάζεται μερικώς και οι ιδιοκαταστάσεις της μάζας ονομάζονται K_S και K_L δεν είναι ακριβώς τα K_1^0 και K_2^0

Ουδέτερα καόνια και CP συμμετρία

- Πειραματικά έχει μετρηθεί ο χρόνος ζωής της κατάστασης που διασπάται σε 2π και της κατάστασης που διασπάται σε 3π. Βρέθηκε ότι:

$$\tau_{K_s^0} = 89.54 \pm 0.04 ps \quad \text{εν ώ} \quad \tau_{K_L^0} = 51.16 \pm 0.21 ns \quad \text{δηλαδή} \quad \tau_{K_L^0} / \tau_{K_s^0} \sim 570$$

- Ο μεγάλος χρόνος ζωής των K_L οφείλεται στο γεγονός ότι η διάσπαση του σε 3π αφήνει μικρότερο φασικό χώρο διαθέσιμο σε σχέση με την διάσπαση σε 2π που απαγορεύεται από CP
- Το εύρος των μαζών είναι:

$$\Gamma_{K_s^0} = 1/\tau_{K_s^0} = 7.4 \mu eV \quad \text{και} \quad \Gamma_{K_L^0} = 1/\tau_{K_L^0} = 0.013 \mu eV \quad \text{οπότε:} \quad \Delta\Gamma = \Gamma_{K_L^0} - \Gamma_{K_S^0} \approx -7.4 \mu eV$$

- Το ιδιομήκος είναι: $c\tau_{K_s^0} = 2.67 cm$ και $c\tau_{K_L^0} = 15.5 m$

- Οι παραπάνω ιδιότητες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την παραγωγή κατάλληλης δέσμης.
  - Αρχικά παράγεται δέσμη καονίων K^0 η οποία αποτελείται από K_S και K_L.
  - Η σύσταση της δέσμης αλλάζει καθώς απομακρυνόμαστε από τον στόχο και τα K_S διασπώνται απομένοντας μόνο τα K_L.
  - Για καόνια ορμής 5 GeV ο παράγοντας Lorentz θα είναι γ~10. Επομένως η απόσταση που θα διανύσουν τα K_S σε τ-χρόνο θα είναι $\beta\gamma c\tau_S$ =27cm. Σε αντίθεση τα K_L θα διανύσουν απόσταση $\beta\gamma c\tau_L$~170m. Άρα σε λίγα μέτρα από το στόχο η δέσμη θα είναι καθαρή σε K_L
  - Αυτό χρησιμοποιήθηκε ακριβώς για την μελέτη της διάσπασης $K_2^0 \to 3\pi$ και $K_2^0 \to 2\pi$ και εξακρίβωση της παραβίασης της CP

Ουδέτερα καόνια και διαφοράς μάζας τους

- Η διαφορά μάζας των δυο ιδιοκαταστάσεων της CP, K_L και K_S είναι πάρα πολύ μικρή με αποτέλεσμα να μην μετράται απευθείας
- Η μάζα του ουδέτερου καονίου K^0 είναι $m_{K^0} = 497.614 \pm 0.024\,MeV$
- Η διαφορά μάζας μετρέται από ταλαντώσεις της παραδοξότητας των καονίων και βρίσκεται από την περίοδο ταλάντωσης ότι είναι: $\Delta m = m_{K_L^0} - m_{K_S^0} = 3.48 \pm 0.006\mu eV = 5.292 \pm 0.009 ns^{-1}$
  - Η διαφορά αυτή είναι: $7x10^{-15}$ της μάζας του καονίου

Ταλαντώσεις ουδέτερων καονίων

- Το 1955 οι Gell-Mann και Pais διατύπωσαν την θεωρία ότι ταλαντώσεις παραδοξότητας θα εμφανιστούν σε μια αρχικά καθαρή δέσμη K^0 η οποία έχει παραχθεί π.χ. $p\pi^- \rightarrow K^0\Lambda$
- Οι ιδιοκαταστάσεις καθορισμένης μάζας, m_i, και χρόνου ζωής (ή καλύτερα εύρους μάζας) Γ_i, έχουν την χρονική εξέλιξη:

$$\exp\left[-i\left(m_i - i\Gamma_i/2\right)\right]t$$

- Όπως είδαμε αυτές δεν είναι ούτε η K^0 ούτε η $\bar{K}^0$ αλλά θεωρώντας ότι η CP διατηρείται είναι οι ιδιοκαταστάσεις της CP

$$\left|K_1^0\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|K^0\right\rangle + \left|\bar{K}^0\right\rangle\right) \qquad \left|K_2^0\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|K^0\right\rangle - \left|\bar{K}^0\right\rangle\right)$$

- Το K^0 είναι υπέρθεση των δυο αυτών, δηλαδή: $\left|K^0\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|K_1^0\right\rangle + \left|K_2^0\right\rangle\right)$
- Η χρονική εξέλιξη επομένως της κυματοσυνάρτησης (ξεκινώντας για t=0 με καθαρή K^0) είναι:

$$\Psi_0(t) = \frac{1}{2}\left[\left(K^0 + \bar{K}^0\right)e^{-im_S t - \frac{\Gamma_S}{2}t} + \left(K^0 - \bar{K}^0\right)e^{-im_L t - \frac{\Gamma_L}{2}t}\right]$$

- Για χάρη απλότητας αν θεωρήσουμε ότι τα μεσόνια είναι σταθερά τότε Γ_S και Γ_L είναι 0 οπότε

$$\Psi_0(t) = \frac{1}{2}\left[\left(K^0 + \bar{K}^0\right)e^{-im_S t} + \left(K^0 - \bar{K}^0\right)e^{-im_L t}\right] = \frac{1}{2}\left[\left(e^{-im_S t} + e^{-im_L t}\right)K^0 + \left(e^{-im_S t} - e^{-im_L t}\right)\bar{K}^0\right]$$

Ταλαντώσεις ουδέτερων καονίων

- Η πιθανότητα να βρεθεί ένα K^0 μετά από χρόνο t είναι:

$$\left|\left\langle K^0 \middle| \Psi_0(t)\right\rangle\right|^2 = \frac{1}{4}\left|e^{-im_S t} + e^{-im_L t}\right|^2 = \frac{1}{2}\left[1+\cos(t\Delta m)\right] = \cos^2\left(\frac{\Delta m}{2}t\right)$$

- Η πιθανότητα να βρεθεί ένα $\bar{K}^0$ μετά από χρόνο t είναι (πιθανότητα εμφάνισης):

$$\left|\left\langle \bar{K}^0 \middle| \Psi_0(t)\right\rangle\right|^2 = \frac{1}{4}\left|e^{-im_S t} - e^{-im_L t}\right|^2 = \frac{1}{2}\left[1-\cos(t\Delta m)\right] = \sin^2\left(\frac{\Delta m}{2}t\right)$$

- Η αρχική πιθανότητα για K^0 και $\bar{K}^0$ είναι 1 και 0 αντίστοιχα. Καθώς ο χρόνος περνά, η πιθανότητα για K^0 ελαττώνεται και για $\bar{K}^0$ αυξάνει και σε χρόνο T/2, θα γίνει μηδέν και 1
- Κατόπιν η διαδικασία αντιστρέφεται και επανεμφανίζεται το K^0 σε βάρος του $\bar{K}^0$
- Το φαινόμενο μοιάζει με φαινόμενο σχηματισμού διακροτήματος μεταξύ των μονοχρωματικών κυμάτων που αντιστοιχούν στις δυο ιδιοκαταστάσεις της γεύσης
- Στο φυσικό σύστημα μονάδων οι δυο γωνιακές συχνότητες ισούνται με τις μάζες και επομένως η περίοδος ταλάντωσης είναι: $T = 2\pi / |\Delta m| \sim 1.2ns$
- Η μέτρηση της περιόδου δίνει την διαφορά μάζας αλλά μόνο την απόλυτη τιμή
- Για δέσμη 10GeV το πρώτο μέγιστο ταλάντωσης συμβαίνει σε απόσταση γcT/2=3.6m
- Για να βρούμε το πρόσημο της διαφοράς μάζας αρκεί να περάσουμε τη δέσμη μέσα από υλικό οπότε λόγω της εξάρτησης του δείκτη διάθλασης από την διαφορά μάζας θα μπορέσουμε να προσδιορίσουμε το πρόσημο το οποίο βρέθηκε να είναι $\Delta m = m_{K_s} - m_{K_L} > 0$

Ταλαντώσεις ουδέτερων καονίων

- Για να ανιχνεύσουμε τις δυο καταστάσεις παραδοξότητας θα πρέπει να ανιχνεύσουμε συγκεκριμένες διασπάσεις που δεν περιέχουν τις διασπάσεις σε 2π ή 3π αφού αυτές επιλέγουν διασπάσεις των ιδιοκαταστάσεων της CP.
- Το κάνουμε επιλέγοντας ημιλεπτονικές διασπάσεις οι οποίες υπακούουν στο λεγόμενο ΔS=ΔQ κανόνα: “Η διαφορά παραδοξότητας μεταξύ των αδρονίων στην τελική και αρχική κατάσταση ισούται με την διαφορά των ηλεκτρικών φορτίων τους.
- Ο κανόνας θεσπίστηκε πειραματικά αρχικά και οφείλεται στο περιεχόμενο σε quark των αδρονίων:

$$K^0 = \bar{s}d \quad \bar{s} \rightarrow \bar{u} l^+ \nu_l \quad \Rightarrow \quad K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l \text{ ενώ } K^0 \not\rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l$$

$$\bar{K}^0 = s\bar{d} \quad s \rightarrow u l^- \bar{\nu}_l \quad \Rightarrow \quad \bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l \text{ ενώ } \bar{K}^0 \not\rightarrow \pi^- l^+ \nu_l$$

- Βλέπουμε ότι το πρόσημο του φορτίου του λεπτονίου προσδιορίζει την παραδοξότητα του K^0
- Οι διασπάσεις ονομάζονται K_{3l} όπου l = e/μ
- Αν θεωρήσουμε τώρα τις πιθανότητες να ανιχνεύσουμε ένα + ή ένα – λεπτόνιο τότε έχουμε:

$$P^+(t) = \left|\left\langle K^0 \middle| \Psi_0(t) \right\rangle\right|^2 = \frac{1}{4}\left[e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} + 2e^{-\frac{\Gamma_S+\Gamma_L}{2}t}\cos(t\Delta m)\right]$$

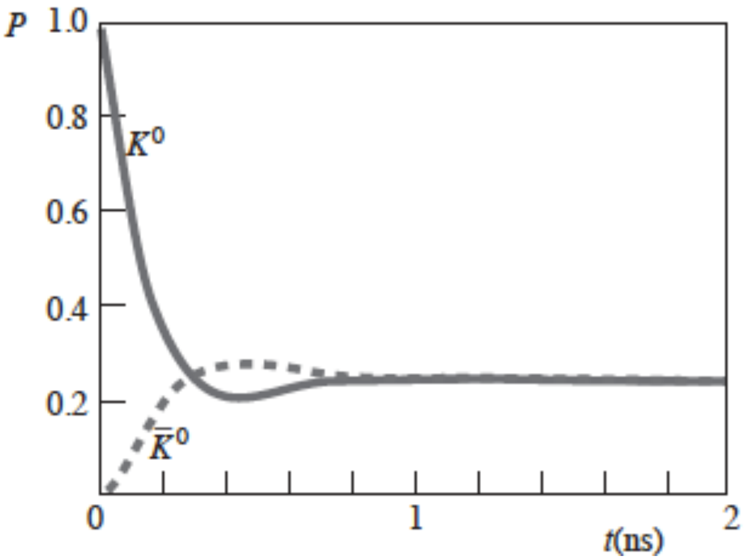
$$P^+(t) = \left|\left\langle \bar{K}^0 \middle| \Psi_0(t) \right\rangle\right|^2 = \frac{1}{4}\left[e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} - 2e^{-\frac{\Gamma_S+\Gamma_L}{2}t}\cos(t\Delta m)\right]$$

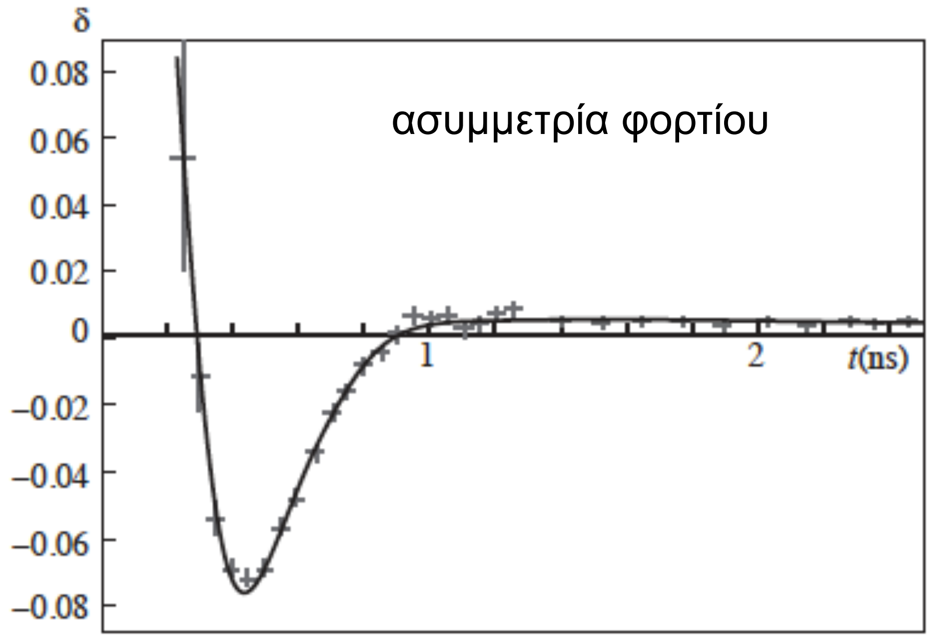
- Και οι δυο όροι είναι δυο ελαττώμενα εκθετικά με ένα όρο απόσβεσης που κυριαρχείται από τον μικρότερο χρόνο ζωής τ_S=90ps και επομένως το φαινόμενο ανιχνεύεται μόνο σε λίγους χρόνους τ_S.

Ταλαντώσεις ουδέτερων καονίων

- Παρατηρούμε επίσης ότι τ_s είναι πολύ μικρότερος χρόνος από την περίοδο ταλάντωσης 1.2ns
  - Ισχυρή επομένως απόσβεση
- Πειραματικά αυτό που μετράμε είναι μια ασυμμετρία φορτίου, δηλαδή την διαφορά μεταξύ

  $K^0 \to \pi^- l^+ \nu_l$ και $\bar{K}^0 \to \pi^+ l^- \bar{\nu}_l$
- Βλέπουμε ότι έχουμε μια φθίνουσα ταλάντωση: $\delta(t) = P^+(t) - P^-(t) = e^{-\frac{\Gamma_S}{2}t}\cos(\Delta m \cdot t)$





Quark Model – Μεσόνια

- Δέσμιες καταστάσεις $q\bar{q}$
  - Χρωματικά ουδέτερα $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b}\rangle$
  - Μηδενικός βαρυονικός αριθμός $B = 1/3 + (-1/3) = 0$
- Στροφορμή $\vec{L}$
  - Για τα ελαφρύτερα μεσόνια
    Χαμηλότερη ενεργειακή κατάσταση
    L=0 μεταξύ των quarks
- Parity P

  $P = +1$ για φερμιόνια (quarks/λεπτόνια) $P = -1$ για αντι-φερμιόνια (anti-(quarks/λεπτόνια))

  $$P(q\bar{q}) = P_q P_{\bar{q}} (-1)^L \Rightarrow P(q\bar{q}) = (+1)(-1)(-1)^L \Rightarrow P(q\bar{q}) = (-1)^{L+1}$$

  - Parity είναι ίδια για μποζόνια και αντι-μποζόνια
- Ολική στροφορμή $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$

  Περιέχει το spin των quarks

  S=0 Spins αντιπαράλληλα ↑↓ ↓↑
  - $J^P = 0^-$ Ψευδο-βαθμωτά μεσόνια

  S=1 Spins παράλληλα ↑↑ ↓↓
  - $J^P = 1^-$ Διανυσματικά μεσόνια

Quark Model – Ελαφρά Μεσόνια

- Δέσμιες καταστάσεις των ελαφρύτερων quarks: (u, d, s)

  $m_u \sim 0.3\text{GeV}$ $m_d \sim 0.3\text{GeV}$ $m_s \sim 0.5\text{GeV}$
- Κατάσταση ελάχιστης ενέργειας αντιστοιχεί σε *L*=0, καθορίζει το “spin” του μεσονίου όπως προκύπτει από το spin των quarks

  S=0 Ψευδο-βαθμωτά

  S=1 Διανυσματικά
- Parity μεσονίων: $P(q\bar{q}) = P_q P_{\bar{q}} (-1)^L \Rightarrow P(q\bar{q}) = (+1)(-1)(-1)^L \Rightarrow P(q\bar{q}) = (-1)^{L+1}$
- Καταστάσεις γεύσης:

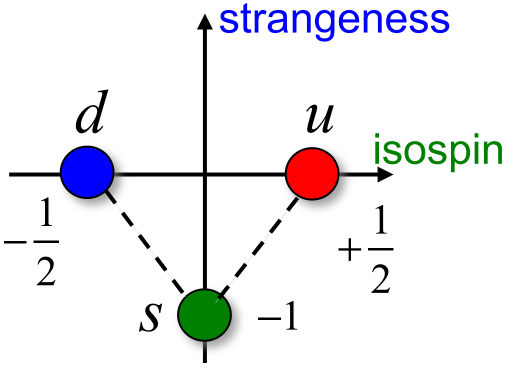
  $u\bar{d}$ $u\bar{s}$ $d\bar{u}$ $d\bar{s}$ $s\bar{u}$ $s\bar{d}$ και μίξη των $u\bar{u}$ $d\bar{d}$ $s\bar{s}$
- Αναμένουμε:
  - 9 μεσόνια με $J^P = 0^-$ 9-πλέτα ψευδο-βαθμωτών μεσονίων
  - 9 μεσόνια με $J^P = 1^-$ 9-πλέτα διανυσματικών μεσονίων

Πολλαπλότητες/ομάδες u, d, s

➢ Βασική πολλαπλότητα των quarks – κβαντικοί αριθμοί:

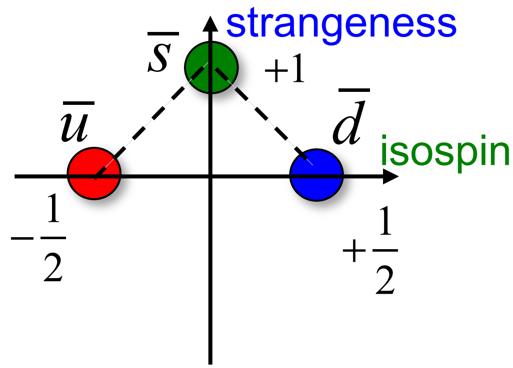
QUARKS

$$J^p = \frac{1}{2}^+$$



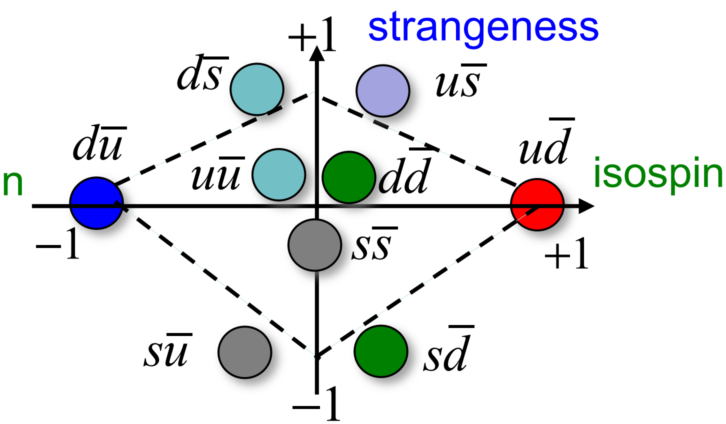
Anti - QUARKS

$$J^p = \frac{1}{2}^-$$



Μεσόνια

$Spin \quad J=0$ ή $J=1$



Απλή ταξινόμιση βασισμένη στο περιεχόμενο σε quarks των πρώτων μεσονίων που βρέθηκαν και στους κβαντικούς αριθμούς της παραδοξότητας και isospin

Μετρώνται ουσιαστικά τις γεύσεις των quarks:

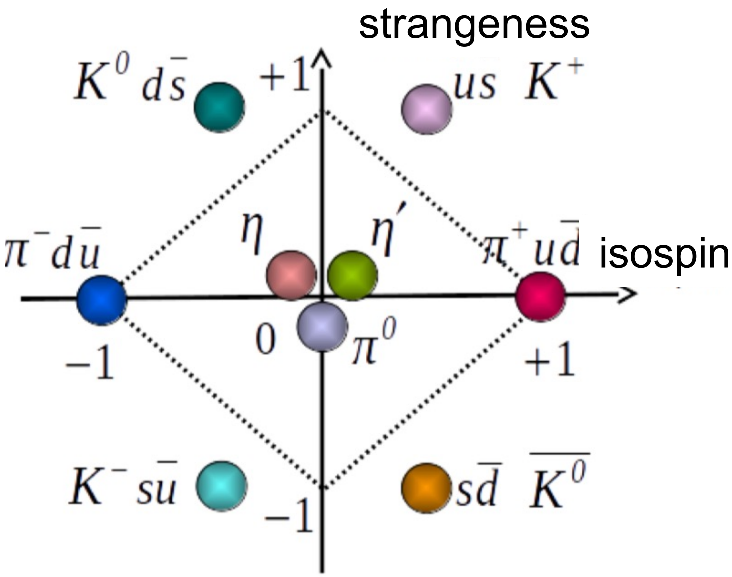
Isospin: $\frac{1}{2}\left(n_u - n_d - n_{\bar{u}} + n_{\bar{d}}\right)$

Παραδοξότητα: $n_{\bar{s}} - n_s$

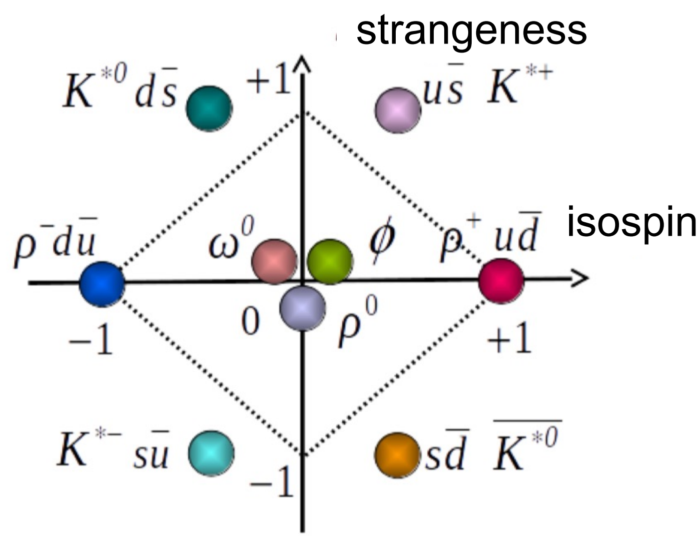
Πρότυπο αδρονίων με βάση στατικά quarks

Το 1961, οι Gell-Mann και Neemann παρατήρησαν ότι πολλά από τα γνωστά σωματίδια μπορούν να ταξινομηθούν με βάση το φορτίο και την παραδοξότητα και μάζα σε σχηματισμούς οκτάδων:

$J^P = 0^-$ **9-αδα βαθμωτών μεσονίων**



$J^P = 1^-$ **9-αδα διανυσματικών μεσονίων**



Τα η, η' και π^o ρ^0, φ, ω^0 είναι συνδυασμοί $u\bar{u}$ $d\bar{d}$ $s\bar{s}$

Οι μάζες των μεσονίων είναι (MeV): $\pi(140)$ $K(495)$ $\eta(550)$ και $\eta'(960)$

ενώ για τα διανυσματικά μεσόνια: $\rho(770)$ $K^*(890)$ $\omega(780)$ και $\varphi(1020)$

Η ενδιαφέρουσα περίπτωση αποτελούσε το η-μεσόνιο το οποίο δεν ήταν γνωστό στην αρχική ταξινόμιση.

Ωστόσο βρέθηκε με τις αναμενόμενες ιδιότητες σύμφωνα με την ταξινόμιση

Πρότυπο αδρονίων με βάση στατικά quarks

Η ομαδοποίηση αυτή είναι χαρακτηριστική μιας SU(3) συμμετρίας, η οποία αποτελεί επέκταση της SU(2) συμμετρίας που προέρχεται από το spin-½.

Στην περίπτωση αυτή υπάρχουν 3 κβαντικές ιδιότητες αντί για τις 2 του σπιν

Η SU(3) προβλέπει μερικούς ακόμα σχηματισμούς:

- μονήρεις καταστάσεις (singlets) το η' μεσόνιο το οποίο δεν ήταν ακόμα γνωστό
- δεκα-πλέτες (decuplets)

Οι διεγερμένες καταστάσεις των βαρυονίων έμοιαζε να ικανοποιεί την ομαδοποίηση σε δεκάδες, μόνο που 9 από τα 10 σωματίδια είχαν βρεθεί.

Το μοντέλο απαιτούσε ένα 10^{o} σωματίδιο και προέβλεπε όχι μόνο την μάζα του αλλά και την παραδοξότητά του η οποία έπρεπε να είναι s=-3

Το σωματίδιο βρέθηκε το 1964 στο Brookhaven σε ένα θάλαμο φυσαλίδων

Πρότυπο αδρονίων με βάση στατικά quarks

Οι καταστάσεις $u\bar{u}$ $d\bar{d}$ $s\bar{s}$ έχουν μηδενική γεύση και μπορούν να αναμειχθούν:

$$J^P = 0^- \begin{cases} \pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(u\bar{u} + d\bar{d}\right) \\ \eta^0 = \frac{1}{\sqrt{6}}\left(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}\right) \\ \eta' = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}\right) \end{cases} \qquad J^P = 1^- \begin{cases} \rho^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(u\bar{u} - d\bar{d}\right) \\ \omega^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(u\bar{u} + d\bar{d}\right) \\ \varphi = s\bar{s} \end{cases}$$

Οι συντελεστές μίξης προκύπττουν πειραματικά από τις μάζες των μεσονίων και τις διασπάσεις τους

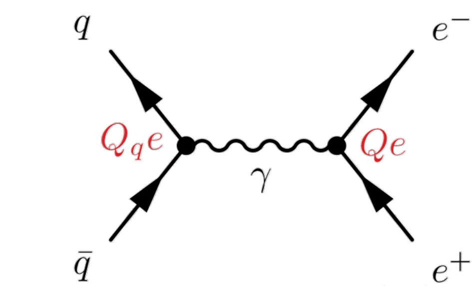
Για παράδειγμα οι λεπτονικές διασπάσεις διανυσματικών μεσονίων

$$M\left(\rho^0 \to e^+e^-\right) \sim \frac{e}{q^2}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\left(Q_u e - Q_d e\right)\right]$$

$$\Gamma\left(\rho^0 \to e^+e^-\right) \propto \left[\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right)\right)\right]^2 = \frac{1}{2}$$

$$\Gamma\left(\omega^0 \to e^+e^-\right) \propto \left[\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right)\right)\right]^2 = \frac{1}{18}$$

$$\Gamma\left(\varphi^0 \to e^+e^-\right) \propto \left[\frac{1}{3}\right]^2 = \frac{1}{9}$$

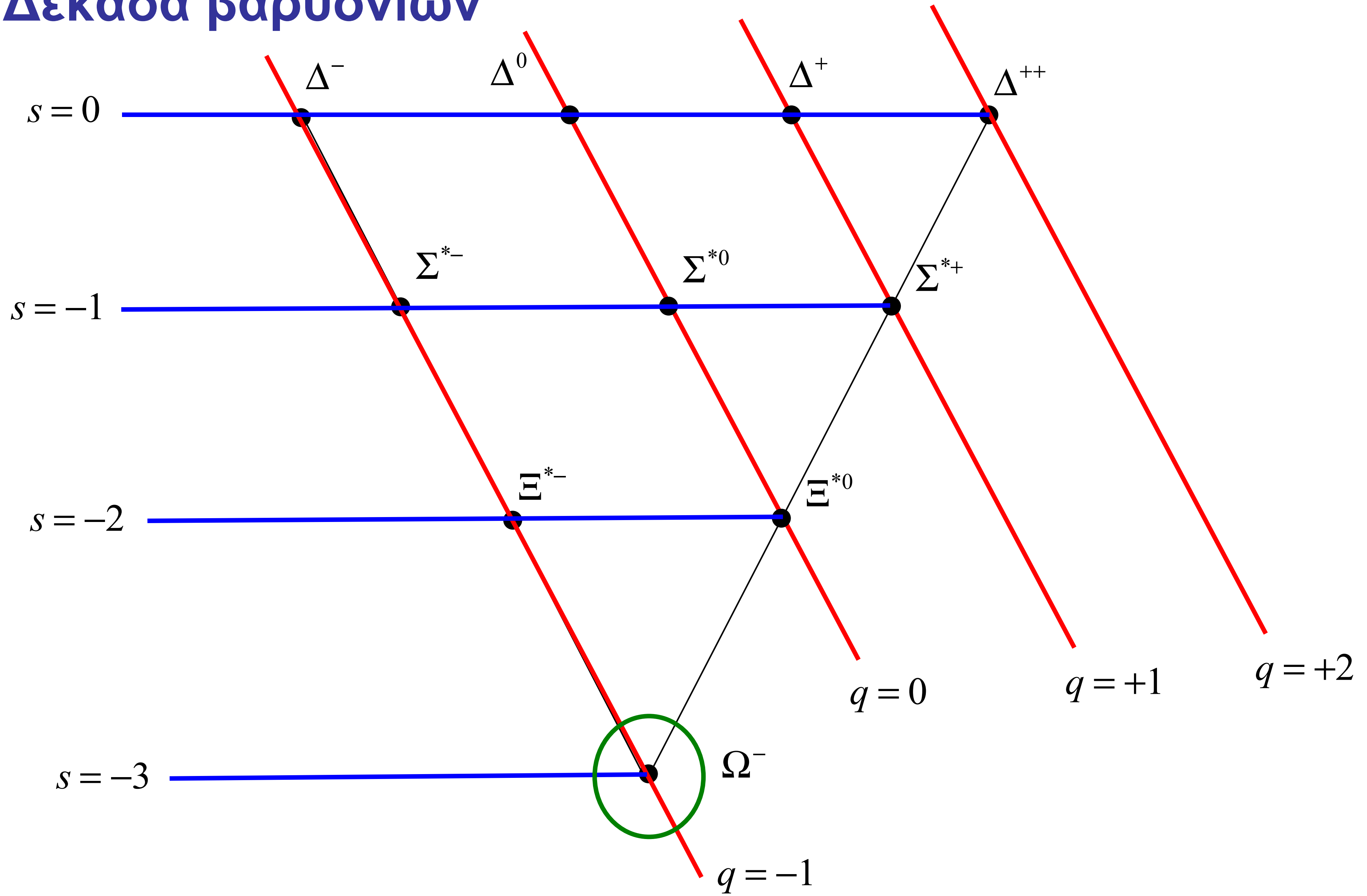


$M \sim Q_q a \qquad \Gamma \sim Q_q^2 a^2$

Αναμενόμενο θεωρητικά: $\Gamma_{\rho^0} : \Gamma_{\omega^0} : \Gamma_{\varphi^0} = 9:1:2$

Πειραματικά: $(8.8 \pm 2.6):1:(1.7 \pm 0.4)$

Δεκάδα βαρυονίων



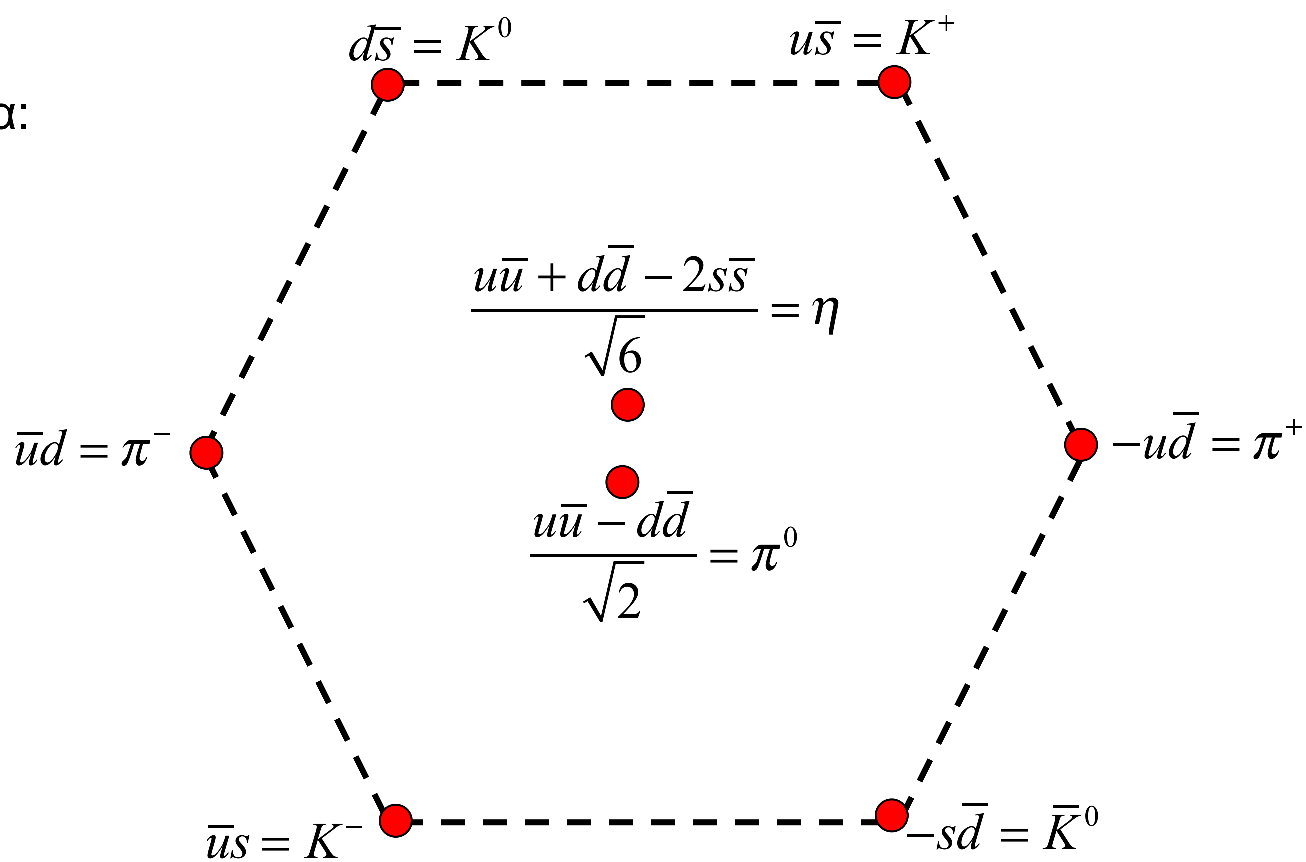
Οκτάδα

Υπάρχουν 9 συνδυασμοί των u , d και s quarks καθώς και των αντι-quarks τους $\bar{u}$ $\bar{d}$ $\bar{s}$

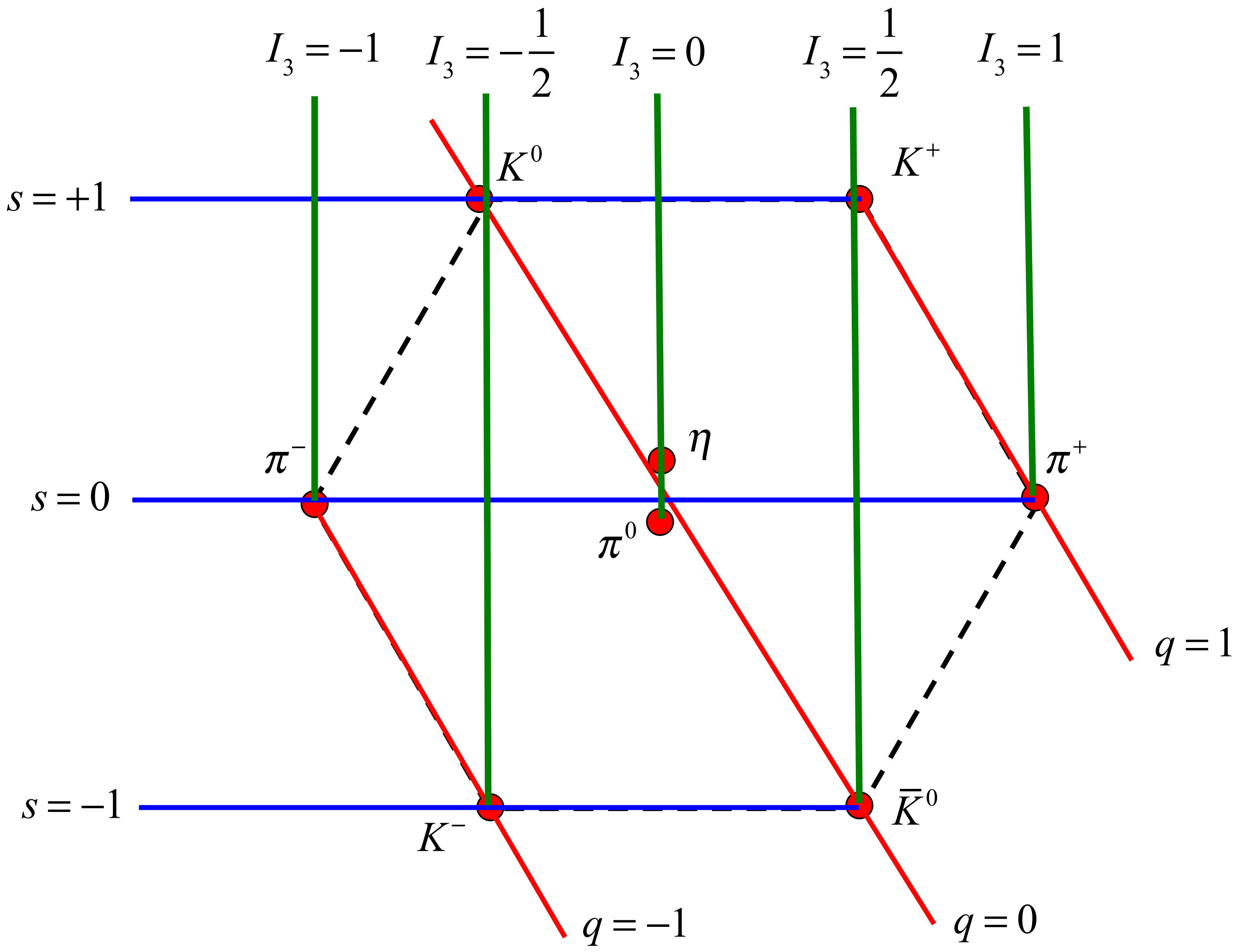
Στην ομάδα SU(3) οι συνδυασμοί αυτοί χωρίζονται σε μια μονήρη κατάσταση τους

$$\frac{u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \eta'$$

και σε μια οκτάδα:



Isospin - οκτάδας



Η οκτάδα

Η μονήρης κατάσταση είναι η ίδια για όλους τους 8 SU(3) πίνακες

Οι καταστάσεις της οκτάδας είναι όλες ορθογώνιες μεταξύ τους καθώς και στην μονήρη κατάσταση.

Για όλους τους SU(3) πίνακες, οι καταστάσεις απλά γράφονται σαν περιστροφές, γραμμικούς συνδυασμούς των διαφόρων καταστάσεων.

Με τον ίδιο τρόπο που γράφονται οι τριπλές και μονήρεις καταστάσεις του spin

Το μοντέλο των quarks

Η δεκάδα των quarks μπορεί να φτιαχθεί με τον ίδιο αλλά υπάρχει ένα πρόβλημα:

- Τα βαρυόνια στις κορυφές αποτελούνται από 3 ίδια quarks με αποτέλεσμα να παραβιάζεται η απαγορευτική αρχή του Pauli
- Στην πραγματικότητα η κατάσταση είναι χειρότερη, γιατί κάθε σωματίδιο μέλος της δεκάδας έχει spin 3/2 και επομένως τα 3 quarks έχουν τα spins τους ομόρροπα
- Όλα τα σωματίδια, εκτός του κεντρικού, έχουν 2 ίδια quarks
- Όλα τα σωματίδια της δεκάδας παραβιάζουν την απαγορευτική αρχή του Pauli

- Ο μόνος τρόπος για να βρεθεί λύση στο πρόβλημα αυτό είναι μέσω της εισαγωγής ενός νέου κβαντικού αριθμού, χρώματος, διαφορετικό για τα διάφορα quarks

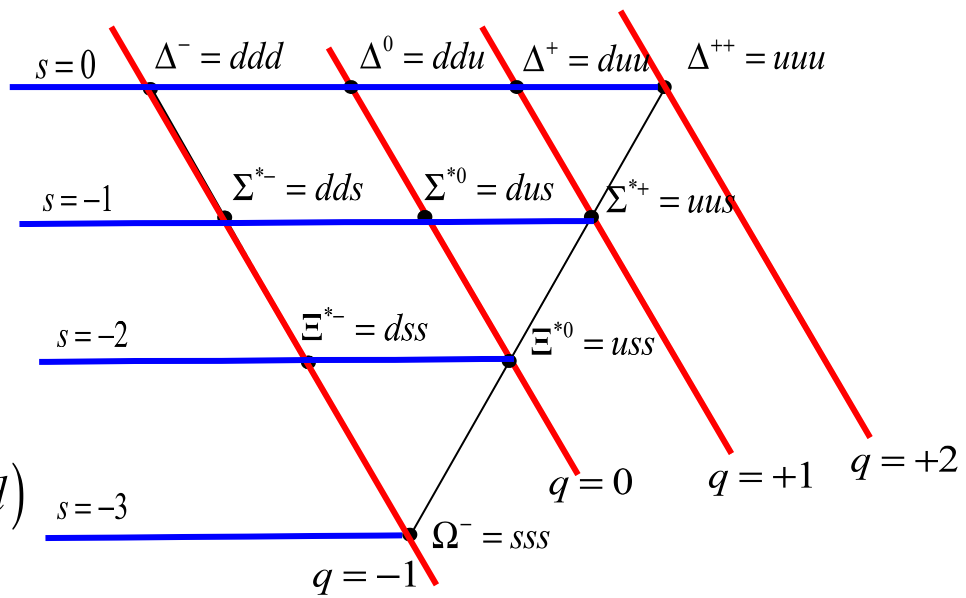
Επειδή οι 3 καταστάσεις στις κορυφές είναι συμμετρικές θα πρέπει όλες οι καταστάσεις να είναι συμμετρικές

Η πραγματικά συμμετρική κατάσταση

$$\Delta^0 = ddu \rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}}\left(ddu + udd + dud\right)$$

ενώ για την Σ^{*0} θα έχουμε:

$$\Sigma^{*0} = dus \rightarrow \frac{1}{\sqrt{6}}\left(dsu + uds + sud + sdu + dus + usd\right)$$



Εισαγωγή χρώματος

Τα quarks έρχονται με 3 χρώματα. Τα ονομάζουμε **κόκκινο**, **μπλέ** και **πράσινο**

Τα βαρυόνια αποτελούνται από 3 quarks διαφορετικού χρώματος

- Η κυματοσυνάρτηση περιέχει τώρα και ένα επιπλέον όρο, αυτόν του χρώματος που συνοδεύει τον χωρικό όρο και τον όρο του spin
- Απαιτούμε ο όρος του χρώματος να είναι αντισυμμετρικός κάτω από εναλλαγή

$$rgb - rbg + gbr - grb + brg - bgr$$

- Τότε αν το χωρικό τμήμα και το τμήμα του spin είναι συμμετρικά κάτω από εναλλαγή, τότε όλη η κυματοσυνάρτηση είναι αντισυμμετρική και ικανοποιείται η απαγορευτική αρχή του Pauli
- Αυτό απαιτεί ακριβώς 3 quarks ή ένα ζεύγος quark-anti-quark

Εγκλωβισμός χρώματος

- Οι φορείς της δύναμης, τα gluons, πρέπει να μεταφέρουν το φορτίο του χρώματος και επομένως αλληλεπιδρούν μεταξύ τους
- Οι γραμμές του χρωματικού πεδίου έλκουν η μια την άλλη
- Σαν αποτέλεσμα το πεδίο χρώματος μεταξύ δυο απομακρυνσμένων quarks, τείνουν να δημιουργούν μια χρωματική χορδή, η οποία έχει ακριβώς την ίδια δύναμη σε οποιαδήποτε σημείο πάνω στην χορδή.
- Η ενέργεια του χρωματικού πεδίου της χορδής είναι ανάλογη του μήκους της

- Αν τεντωθεί η χρωματική χορδή αρκετά, η ενέργεια είναι αρκετή ώστε να δημιουργηθεί ένα ζεύγος quark – anti-quark στο μέσο της χορδής
- Η δημιουργία του ζεύγους αυτού τερματίζει τις γραμμές του πεδίου στις ενδιάμεσες υπο-χορδές
- Η προσπάθεια να εξαχθεί ένα quark έξω από ένα αδρόνιο καταλήγει πάντοτε στην δημιουργία ενό μεσονίου αντί για ένα ελεύθερο quark

Απλός τύπος μάζας αδρονίων

- Υποθέτουμε ότι το u και d quarks έχουν την ίδια μάζα, το s-quark έχει μάζα λίγο μεγαλύτερη και ότι υπάρχει μια αλληλεπίδραση μεταξύ των spins με μια μαγνητική ροπή χρώματος αντιστρόφως ανάλογη της μάζας:
- Σε αναλογία με την αλληλεπίδραση μεταξύ μαγνητικών διπολικών ροπών: $\vec{\mu}_i = \frac{e_i}{2m_i}\vec{s}_i$
- Η ενέργεια αλληλεπίδρασης είναι ανάλογη του: $\vec{\mu}_i \vec{\mu}_j / r_{ij}^3$
- Η ενέργεια που οφείλεται στην αλληλεπίδραση διπόλου-διπόλου σε S-σχετική κατάσταση είναι: $$\Delta E = \frac{2\pi}{3}\frac{e_i e_j}{m_i m_j}\left|\psi(0)\right|^2 \vec{s}_i \cdot \vec{s}_j$$
- όπου $\psi(0)$ η κυματοσυνάρτηση του συστήματος των δυο σωματιδίων στην αρχή των αξόνων $r_{ij}=0$ ενώ ο αριθμητικός συντελεστής οφείλεται σε γωνιακή ολοκλήρωση της κυματοσυνάρτησης
- Στα quarks το ηλεκτρικό φορτίο είναι ασθενές για να προκαλέσουν ισχυρή αλληλεπίδραση στη κλίμακα των αδρονικών μαζών. Υποθέτουμε ότι το χρώμα όμως σαν φορτίο μπορεί να προκαλέσει ανάλογη διπολική ροπή οπότε η αλληλεπίδραση μπορεί να γραφεί σαν

$$M = m_1 + m_2 + A\frac{\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2}{m_1 m_2}$$

Απλός τύπος μάζας αδρονίων

- Εφόσον : $J^2 = \left(\vec{S}_1 + \vec{S}_2\right)^2 = S_1^2 + S_2^2 + 2\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2$ θα έχουμε: $\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 = \frac{1}{2}\left(J^2 - S_1^2 - S_2^2\right)$

  ή διαφορετικά $-\frac{3}{4}\hbar^2$ για $J=0$ και $\frac{1}{4}\hbar^2$ για $J=1$

- Θεωρώντας ότι οι μάζες των quarks είναι: $m_u = m_d = 0.307 GeV$ και $m_s = 0.490 GeV$

  και ότι: $A = 0.06 GeV^3$ ο τύπος δουλεύει αρκετά καλά

- Η σχέση δουλεύει αρκετά καλά ακόμα και αγνοόντας οποιοδήποτε τύπο δυναμικού ή κινητικής ενέργειας για την σύζευξη

- Ο παράγοντας για τον όρο της spin-spin αλληλεπίδρασης θα πρέπει να εξαρτάται από την απόσταση μεταξύ των quarks που κανονικά θα διαφέρει σε μεσόνια και βαρυόνια. Αυτό μπορεί να απορροφά μέρος της διαφοράς σε κινητική και δυναμική ενέργεια

- Ο όρος μάζα που χρησιμοποιήθηκε παραπάνω αναφέρεται σε μάζα συστατικού

- Οι ενδείξεις από πειράματα σκέδασης πρωτονίου – ηλεκτρονίου είναι ότι η μάζα των u και d quarks είναι πολύ μικρότερη και της τάξης των MeV
  Η μικρή αυτή μάζα ονομάζεται τρέχουσα μάζα.