Πυκνωτές – Χωρητικότητα - Διηλεκτρικά

# Κυλινδρικός πυκνωτής

Θεωρούμε μια διάταξη που αποτελείται από συμπαγή κυλινδρικό αγωγό ακτίνας α που περιβάλλεται από ομοαξονικό κυλινδρικό φλοιό εσωτερικής ακτίνας b.

Το μήκος και των δύο κυλίνδρων είναι *L* το οποίο θεωρούμε ότι είναι πολύ μεγαλύτερο από την απόσταση που απέχουν οι δύο κύλινδροι b-a.

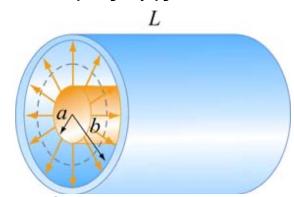
Μπορούμε να αγνοήσουμε φαινόμενα απο fringing field.

Ο πυκνωτής φορτίζεται ώστε ο εσωτερικός κύλινδρος έχει θετικό φορτίο +Q, ενώ ο εξωτερικός κύλινδρος έχει αρνητικό φορτίο -Q.

Μπορούμε να υπολογίσουμε την χωρητικότητα αυτού του πυκνωτή ως εξής:

- Αρχικά υπολογίζουμε το ηλεκτρικό πεδίο παντού.
- ightharpoonup Από κυλινδρική συμμετρία θεωρούμε ως επιφάνεια Gauss, μια κυλινδρική επιφάνεια ομοαξονική του συστήματος, μήκους l < L, και ακτίνας r, a < r < b
- Από τον νόμο του Gauss έχουμε:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = EA = E(2\pi rl) = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \text{ óthou } \lambda = \frac{Q}{L}$$



## Κυλινδρικός πυκνωτής

Το ηλεκτρικό πεδίο δεν μηδενίζεται μόνο στην περιοχή a < r < b

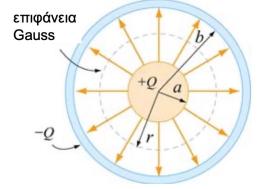
- r < a: Το ηλεκτρικό φορτίο που περικλείεται είναι 0 γιατί οποιοδήποτε φορτίο ενός αγωγού κατανέμεται ομοιόμορφα στην επιφάνειά του.
- r>b: Το ηλεκτρικό φορτίο που περικλείεται είναι 0 γιατί το φορτίο των δύο ομοαξονικών κυλίνδρων θα είναι:  $q_{\varepsilon\sigma}=\lambda l-\lambda l=0$

Η διαφορά δυναμικού θα είναι: (ολοκλήρωση κατά μήκος της γραμμής πεδίου)

$$\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b E_r dr = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r} \quad \Rightarrow \Delta V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Ο εξωτερικός αγωγός με το αρνητικό φορτίο βρίσκεται σε χαμηλότερο δυναμικό. Άρα:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\lambda L}{\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right)} = C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$



Η χωρητικότητα εξαρτάται από τους γεωμετρικούς παράγοντες L,a και b του συστήματος

# Σφαιρικός πυκνωτής

Θεωρούμε μια διάταξη που αποτελείται από δύο ομόκεντρους σφαιρικούς φλοιούς ακτίνων α και β. Ο εσωτερικός φλοιός έχει φορτίο +Q ενώ ο εξωτερικός φλοιός έχει φορτίο –Q.

- $ightarrow \vec{E} \neq 0$  μόνο στην περιοχή a < r < b
- > Εφαρμόζοντας τον νόμο Gauss θα έχουμε ότι:

$$\iint\limits_{S} \vec{E} \cdot d\vec{A} = E_r A = E_r (4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_r = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 r^2}$$

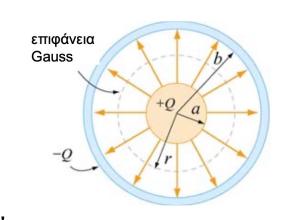
Επομένως η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα δύο σφαιρικά κελύφη θα είναι:

$$\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b E_r dr = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r^2}$$

$$\Rightarrow \Delta V = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \Rightarrow \Delta V = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{b - a}{ab}\right)$$

Η χωρητικότητα θα είναι:  $C = \frac{Q}{|\Delta V|} = 4\pi \varepsilon_0 \left(\frac{ab}{b-a}\right)$ 

Εξάρτηση και πάλι από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του συστήματος



## Χωρητικότητα απομονωμένου αγωγού

Θεωρούμε μια διάταξη όπου ο δεύτερος αγωγός έχει τοποθετηθεί σε "άπειρη" απόσταση από τον πρώτο αγωγό τον οποίο θεωρούμε «απομονωμένο».

Στην περίπτωση αυτή ο «απομονωμένος» αγωγός παρουσιάζει χωρητικότητα

Θεωρώντας ότι:  $b \to \infty$  η χωρητικότητα του σφαιρικού πυκνωτή γίνεται:

$$\lim_{b \to \infty} C = \lim_{b \to \infty} 4\pi \varepsilon_0 \left( \frac{ab}{b-a} \right) = 4\pi \varepsilon_0 \lim_{b \to \infty} \left( \frac{a}{1 - \frac{a}{b}} \right) \Rightarrow C = 4\pi \varepsilon_0 a$$

Η χωρητικότητα ενός απομονωμένου σφαιρικού αγωγού ακτίνας R είναι:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R$$

Η σχέση αυτή μπορεί να εξαχθεί θεωρώντας ότι ένας σφαιρικός αγωγός ομοιόμορφα φορτισμένος με φορτίο Q, βρίσκεται σε δυναμικό:  $V=rac{Q}{4\pi arepsilon_0 R}$ 

Η χωρητικότητα του θα είναι: 
$$C = \frac{Q}{|\Delta V|} = \frac{Q}{Q/4\pi\varepsilon_0 R} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

Όπως ήταν αναμενόμενο από τις προηγούμενες περιπτώσεις, η χωρητικότητα εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του αγωγού

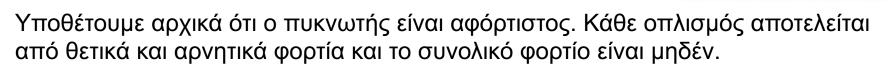
### Αποθήκευση ενέργειας σε πυκνωτή

Οι πυκνωτές χρησιμοποιούνται για αποθήκευση ηλεκτρικής ενέργειας

Η ποσότητα ηλεκτρικής ενέργειας που αποθηκεύεται ισούται με το έργο που

προσφέρεται για να φορτίσουμε τον πυκνωτή.

Κατά την φόρτιση μέσω μιας μπαταρίας, φορτίο μεταφέρεται με την βοήθεια της μπαταρίας από τον αρνητικό «οπλισμό» στον θετικό.



Αρχίζουμε να μεταφέρουμε φορτία +dq από τον έναν οπλισμό στον άλλο.

Ο ένας οπλισμός αρχίζει να αποκτά πλεόνασμα θετικών φορτίων ενώ ο άλλος οπλισμός παρουσιάζει πλεόνασμα αρνητικών φορτίων.

Επομένως αρχίζουμε να φορτίζουμε τον πυκνωτή και δημιουργούμε ηλεκτρικό πεδίο ενώ στην αρχή δεν υπήρχε κανένα.

## Αποθήκευση ενέργειας σε πυκνωτή

Έστω σε μια χρονική στιγμή t το φορτίο στον θετικά φορτισμένο αγωγό είναι +q. Το δυναμικό ανάμεσα στους δύο οπλισμούς θα είναι:  $|\Delta V| = q/C$ 

- Για να εναποθέσουμε επιπλέον φορτίο +dq στον θετικά φορτισμένο οπλισμό θα πρέπει να καταναλώσουμε έργο για να υπερνικήσουμε την ηλεκτρική δύναμη που απωθεί το θετικό φορτίο
- > Το έργο που θα καταναλώσουμε είναι:  $dW = +dq|\Delta V|$
- Έστω ότι το ολικό φορτίο στο τέλος της φόρτισης είναι +Q. Το συνολικό έργο που καταναλώθηκε για να μεταφερθεί το φορτίο αυτό στον οπλισμό είναι:

$$W = \int_{0}^{Q} dW = \int_{0}^{Q} |\Delta V| dq = \int_{0}^{Q} \frac{q}{C} dq = W = \frac{1}{2} \frac{Q^{2}}{C}$$

ightharpoonup Το έργο αυτό αποτελεί την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια,  $U_E$ , του συστήματος:

$$U_E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q |\Delta V| \Rightarrow U_E = \frac{1}{2} C |\Delta V|^2$$

## Πυκνότητα ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου

- Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η ενέργεια που αποθηκεύτηκε σε έναν πυκνωτή,
   είναι αποθηκευμένη στο ηλεκτρικό πεδίο το ίδιο.
- ightharpoonup Έστω ένας επίπεδος πυκνωτής, επιφάνειας A και απόστασης d μεταξύ των οπλισμών του. Άρα:  $C=\varepsilon_0 rac{A}{d}$  ενώ η διαφορά δυναμικού είναι:  $|\Delta V|=Ed$
- $\square$  Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια,  $U_E$ , του συστήματος θα είναι:

$$U_E = \frac{1}{2}C|\Delta V|^2 \Rightarrow U_E = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 A}{d}E^2 d^2 \Rightarrow U_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 A E^2 d \Rightarrow U_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 (Ad)$$

- ightharpoonupΟ όγκος ανάμεσα στους δύο οπλισμούς του πυκνωτή είναι:  $V_{6\gamma\kappa\sigma\varsigma}=Ad$
- $lacksymbol{\square}$  Ορίζουμε πυκνότητας ενέργειας:  $u_E = \frac{U_E}{V_{όγκος}} \Rightarrow u_E = \frac{\frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 (Ad)}{Ad} \Rightarrow u_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$

Η πυκνότητα ενέργειας είναι ανάλογη του τετραγώνου του ηλεκτρικού πεδίου

Συγκρίνοντας με το αποτέλεσμα της 7<sup>ης</sup> διάλεξης για την ηλεκτροστατική πίεση που ασκείται σε ένα τμήμα φορτίου, βλέπουμε ότι εκφράζονται από την ίδια σχέση.

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η πυκνότητα ενέργειας μπορεί να ερμηνευτεί ως η ηλεκτροστατική πίεση.

## Πυκνότητα ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου

- Μπορούμε να υπολογίσουμε την ενέργεια που είναι αποθηκευμένη σε έναν πυκνωτή από το εξωτερικό έργο που καταναλώνεται για την διάταξη του συστήματος.
- Αν η απόσταση των οπλισμών είναι d, και είναι φορτισμένοι με ίσο και αντίθετο φορτίο Q, τότε εξωτερικό έργο απαιτείται για να διατηρήσουμε την απόσταση μεταξύ των οπλισμών.
- Από την διάλεξη 7 είδαμε ότι η ελκτική δύναμη που αναπτύσσεται σε ένα τμήμα φορτίου  $\Delta q = \sigma(\Delta A)$  είναι:  $\Delta F = \frac{\sigma^2(\Delta A)}{2\varepsilon_0}$
- Αν η συνολική επιφάνεια του οπλισμού είναι A τότε η συνολική δύναμη που θα πρέπει να ασκεί ένας εξωτερικός παράγοντας για να απομακρύνει τους δύο οπλισμούς μεταξύ τους θα είναι:  $F_{\varepsilon\xi} = \frac{\sigma^2 A}{2\varepsilon_0}$
- οπλισμούς μεταξύ τους θα είναι:  $F_{\varepsilon\xi.} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$  Το ηλεκτρικό πεδίο ανάμεσα στους οπλισμούς είναι:  $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$
- Το έργο το οποίο καταναλώνεται επομένως από τον εξωτερικό παράγοντα θα είναι:

$$W_{\varepsilon\xi_{\cdot}} = \int_{0}^{d} \vec{F}_{\varepsilon\xi_{\cdot}} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{2} \varepsilon_{0} E^{2} A d \implies U_{E} = W_{\varepsilon\xi_{\cdot}} \implies u_{E} = \frac{U_{E}}{V_{0\gamma\kappa0\varsigma}} \implies u_{E} = \frac{1}{2} \varepsilon_{0} E^{2}$$

### Παράδειγμα: πυκνότητα ηλεκτρικής ενέργειας ξερού αέρα

- Ο ξερός αέρας αποτελεί μονωτικό υλικό.
- $ightharpoonup \Omega$ στόσο αν εφαρμοστεί ηλεκτρικό πεδίο το οποίο είναι αρκετά ισχυρό, τότε ο ξερός αέρας χάνει τις μονωτικές του ιδιότητες και επιτρέπει την διέλευση ηλεκτρικής εκκένωσης όταν  $E_{\varepsilon\kappa.}=3\times 10^6 V/m$
- ightarrow Για ηλεκτρικό πεδίο αυτής της έντασης,  $E_{\varepsilon\kappa}=3\times 10^6 V/m$ , η πυκνότητα της ηλεκτρικής ενέργειας θα είναι:

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}(8.85 \times 10^{-12} C^2 / N \cdot m)(3 \times 10^6)^2 = 40 J/m^3$$

#### Παράδειγμα: Αποθηκευμένη ενέργεια σε σφαιρικό φλοιό

- Υπολογίζουμε την ενέργεια που είναι αποθηκευμένη σε έναν σφαιρικό φλοιό ακτίνας R και φορτίου Q
- Το ηλεκτρικό πεδίο που παράγεται από έναν σφαιρικό φλοιό φορτίου Q και ακτίνας R δίνεται από τις σχέσεις:

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \hat{r} & r > R\\ \vec{0} & r < R \end{cases}$$

- ightharpoonup Εφόσον το ηλεκτρικό πεδίο δεν είναι μηδέν εκτός του σφαιρικού φλοιού, θα πρέπει να ολοκληρώσουμε ως προς τον συνολικό χώρο από r=R έως  $r\to\infty$ :
- Σρησιμοποιώντας σφαιρικές συντεταγμένες και το γεγονός ότι ο στοιχειώδης όγκος είναι  $dV = 4\pi r^2 dr$  ολοκλήρωση της πυκνότητας ενέργειας θα δώσει:

$$U_E = \int_R^\infty u_E dV = \int_R^\infty \frac{Q^2}{32\pi^2 \varepsilon_0 r^4} 4\pi r^2 dr \Rightarrow U_E = \frac{Q^2}{8\pi \varepsilon_0} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} \Rightarrow U_E = \frac{Q^2}{8\pi \varepsilon_0 R} = \frac{1}{2} QV$$

#### Παράδειγμα: Αποθηκευμένη ενέργεια σε σφαιρικό φλοιό

Βρίσκουμε ότι: 
$$U_E = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R} = \frac{1}{2}QV$$

όπου υποθέσαμε ότι: 
$$V(r=R)=rac{Q}{4\piarepsilon_0 R}$$
 και  $V(r=\infty)=0$ 

- Μπορούμε να επιβεβαιώσουμε ότι η ενέργεια του συστήματος είναι ίση με το έργο που καταναλώνεται για να φορτίσουμε τον σφαιρικό φλοιό
- ightharpoonup Όπως έχουμε ήδη συζητήσει, αν σε μια τυχαία χρονική στιγμή, ο σφαιρικός φλοιός έχει φορτίο q και βρίσκεται σε δυναμικό  $V=q/4\pi\varepsilon_0R$  τότε το έργο που απαιτείται ώστε να φέρουμε επιπλέον φορτίο dq στον σφαιρικό φλοιό θα είναι: dW=Vdq
- Ολοκληρώνουμε την τελευταία σχέση για το συνολικό έργο που απαιτείται για να φέρουμε το συνολικό φορτίο Q στον σφαιρικό φλοιό:

$$W = \int dW = \int_0^Q \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} dq = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R} \int_0^Q q dq \Rightarrow W = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

 $\Delta V$ 

# Συνδεσμολογία πυκνωτών σε ηλεκτρικά κυκλώματα

Μπορούμε να φορτίσουμε έναν πυκνωτή συνδέοντας τους οπλισμούς του με τους πόλους μιας μπαταρίας οι οποίοι διατηρούν σταθερή διαφορά δυναμικού *V.* 

Η συνδεσμολογία έχει σαν αποτέλεσμα το μοίρασμα φορτίων μεταξύ των πόλων της μπαταρίας και των οπλισμών του πυκνωτή.

Ο οπλισμός που είναι συνδεδεμένος με τον θετικό πόλο της μπαταρίας αποκτά θετικό φορτίο ενώ αυτός που συνδέεται με τον αρνητικό πόλο της μπαταρίας αποκτά αρνητικό φορτίο

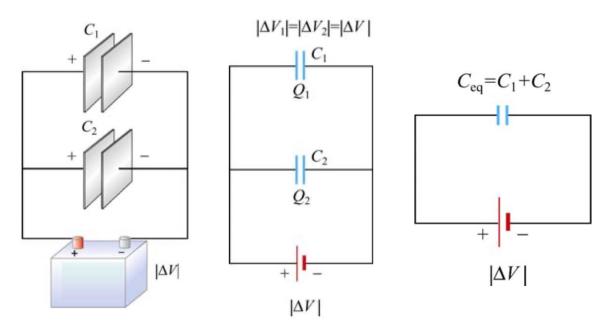
Το γεγονός ότι φορτίο μοιράζεται προκαλεί μείωση στο φορτίο των πόλων της μπαταρίας που με τη σειρά του προκαλεί μείωση στην διαφορά δυναμικού μεταξύ των πόλων

Αυτή η μεταβολή προκαλεί χημικές αντιδράσεις στο εσωτερικό της μπαταρίας και φορτία μεταφέρονται στους πόλους ώστε να αντισταθμίσουν την απώλεια φορτίων στους οπλισμούς του πυκνωτή και την σταθεροποίηση της διαφοράς δυναμικού.

Η μπαταρία δρα σαν αντλία μεταφοράς φορτίων που μεταφέρει φορτίο Q από τον έναν οπλισμό στον άλλο.

## Παράλληλη συνδεσμολογία πυκνωτών

Υποθέτουμε ότι έχουμε δύο πυκνωτές χωρητικότητας  $C_1$  και  $C_2$  με φορτία  $Q_1$  και  $Q_2$  αντίστοιχα. Οι δύο πυκνωτές συνδέονται παράλληλα μεταξύ τους όπως στο σχήμα



Οι δύο πυκνωτές έχουν τα αριστερούς οπλισμούς συνδεδεμένους μεταξύ τους στο ίδιο θετικό δυναμικό ενώ οι δεξιοί οπλισμοί είναι συνδεδεμένοι επίσης στο ίδιο αρνητικό δυναμικό

Η διαφορά δυναμικού επομένως είναι ίδια και στους δύο πυκνωτές.

Επομένως θα έχουμε: 
$$C_1 = \frac{Q_1}{|\Delta V|}$$
 και  $C_2 = \frac{Q_2}{|\Delta V|}$ 

## Παράλληλη συνδεσμολογία πυκνωτών

Οι δύο πυκνωτές μπορούν να αντικατασταθούν από έναν ισοδύναμο πυκνωτή, με ολικό φορτίο Q που δίνει η μπαταρία

Επειδή το φορτίο Q μοιράζεται με τους δύο πυκνωτές, θα έχουμε:

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1 |\Delta V| + C_2 |\Delta V| = |\Delta V|(C_1 + C_2)$$

Η ισοδύναμη χωρητικότητα επομένως θα είναι:

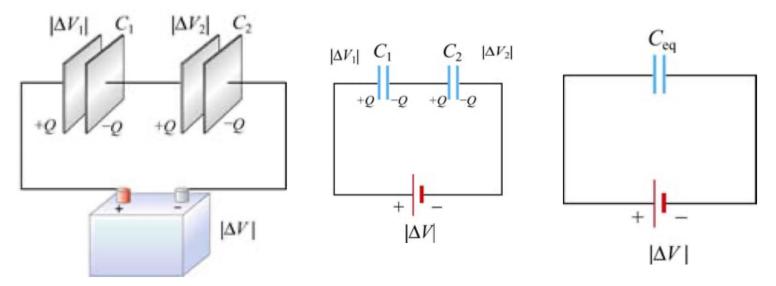
$$C = \frac{Q}{|\Delta V|} = \frac{|\Delta V|(C_1 + C_2)}{|\Delta V|} = C = C_1 + C_2$$

Επομένως πυκνωτές που συνδέονται μεταξύ τους παράλληλα, προσθέτουν την χωρητικότητά τους.

Η γενική σχέση είναι: 
$$C_{o\lambda} = C_1 + C_2 + \cdots + C_N \Rightarrow C_{o\lambda} = \sum_{i=1}^N C_i$$
 παράλληλη σύνδεση

### Συνδεσμολογία σε σειρά

Υποθέτουμε ότι έχουμε δύο πυκνωτές χωρητικότητας  $C_1$  και  $C_2$  με φορτία  $Q_1$  και  $Q_2$  αντίστοιχα. Οι δύο πυκνωτές συνδέονται μεταξύ τους **σε σειρά** όπως στο σχήμα



Ο οπλισμός του ενός πυκνωτή συνδέεται με τον έναν οπλισμό του 2<sup>ου</sup> πυκνωτή ενώ σταθερή διαφορά δυναμικού εφαρμόζεται στους ασύνδετους οπλισμούς των δύο πυκνωτών

Ο ένας οπλισμός συνδέεται με τον θετικό πόλο της μπαταρίας και άρα φορτίζεται με φορτίο +Q ενώ ο οπλισμός που συνδέεται με τον αρνητικό πόλο αποκτά αρνητικά φορτία καθώς ηλεκτρόνια κινούνται στην επιφάνειά του

### Συνδεσμολογία σε σειρά

Οι ενδιάμεσοι οπλισμοί που αρχικά ήταν αφόρτιστοι αποκτούν επαγώμενα φορτία εξαιτίας των φορτίων των εξωτερικών οπλισμών που συνδέονται με τους πόλους της μπαταρίας, Τα φορτία που αποκτούν είναι ίσα και για τους δύο πυκνωτές

Ο δεξιός οπλισμός του 1ου πυκνωτή αποκτά αρνητικό φορτίο ενώ ο αριστερός οπλισμός του 2ου πυκνωτή θα αποκτήσει θετικό φορτίο.

Σε κάθε πυκνωτή εμφανίζεται διαφορά δυναμικού:  $|V_1| = \frac{Q}{C_1}$  και  $|V_2| = \frac{Q}{C_2}$ 

Η ολική διαφορά δυναμικού στα άκρα των δύο πυκνωτών είναι το άθροισμα της διαφοράς δυναμικού σε κάθε πυκνωτή:  $|V_{o\lambda.}|=|V_1|+|V_2|$ 

Εν γένει, η διαφορά δυναμικού στα άκρα μιας συνδεσμολογίας πυκνωτών σε σειρά είναι ίση με το άθροισμα της διαφοράς δυναμικού στα άκρα κάθε πυκνωτή.

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι αντικαθιστούμε τους πυκνωτές με έναν ισοδύναμο πυκνωτή  $C_{o\lambda} = Q/|\Delta V_{o\lambda}|$ .

Αντικαθιστώντας τη διαφορά δυναμικού έχουμε:  $\frac{Q}{C_{o\lambda}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C_{o\lambda}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ 

Για 
$$N$$
 πυκνωτές:  $\frac{1}{C_{o\lambda.}} = \frac{1}{C_{1.}} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N} \Rightarrow \frac{1}{C_{o\lambda.}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_{i.}}$  σύνδεση σε σειρά

# Μικτή σύνδεση

Έστω ότι δίνεται η συνδεσμολογία του σχήματος

 $|\Delta V|$   $C_2$   $C_3$ 

Μπορούμε να βρούμε την χωρητικότητα του συστήματος των πυκνωτών παρατηρώντας ότι οι πυκνωτές  $C_1$  και  $C_2$  είναι συνδεδεμένοι μεταξύ τους παράλληλα.

Ο ισοδύναμος πυκνωτής των  $C_1$  και  $C_2$  είναι συνδεδεμένος με τον  $C_3$  σε σειρά.

Θα έχουμε επομένως: 
$$C_{12} = C_1 + C_2$$

 $|\Delta V|$   $C_{11}$ 

Η συνδεσμολογία του  $C_{12}$  με τον  $C_3$  σε σειρά δίνει:

$$\frac{1}{C_{123}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow C_{123} = \frac{C_{12}C_3}{C_{12} + C_3} \Rightarrow C_{123} = \frac{(C_1 + C_2)C_3}{C_1 + C_2 + C_3} |\Delta V|$$

