

ΦΥΣ. 211
ΕΡΓΑΣΙΑ # 7

Επιστροφή την Τετάρτη 23/3/2016 στο τέλος της διάλεξης

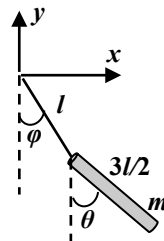
1. Ένα σώμα μάζας M , συγκρούεται με ένα σώμα μάζας m το οποίο είναι αρχικά ακίνητο. Αν $M < m$, τότε είναι πιθανόν ότι το σώμα μάζας M θα σκεδαστεί ακριβώς προς τα πίσω. Αν $M > m$, τότε υπάρχει μια μέγιστη γωνία σκέδασης για το σώμα μάζας M . Βρείτε την γωνία αυτή συναρτήσει των δυο μαζών.
2. Θεωρήστε ένα σώμα στο βαρυτικό πεδίο της γης το οποίο είναι περιορισμένο να κινείται σε μια επιφάνεια η δυναμική ενέργεια της οποίας είναι $V(q) = -q^6 + 5q^4 - 4q^2$.
(α) Σχεδιάστε το φασικό διάγραμμα που αντιστοιχεί στη δυναμική του προβλήματος.
(β) Περιγράψτε την σταθερότητα των χαρακτηριστικών σημείων.
(γ) Βρείτε τις εξισώσεις κίνησης για κίνηση ως προς τα χαρακτηριστικά σημεία.
3. Ένα βλήμα μάζας m , εκτοξεύεται από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων με ταχύτητα v_0 και γωνία θ ως προς τον ορίζοντα. Το βλήμα εξαρτάται από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων μέσω ενός ελατηρίου σταθεράς k , και αμελητέου φυσικού μήκους.

(α) Βρείτε τις εκφράσεις για $x(t)$ και $y(t)$.

(β) Δείξτε ότι για μικρές τιμές της ποσότητας $\omega = \sqrt{k/m}$, η τροχιά του σώματος αντιστοιχεί σε αυτή ενός κανονικού βλήματος. Δείξτε ότι για μεγάλες τιμές του ω , η τροχιά του σώματος καταλήγει σε αυτή ενός αρμονικού ταλαντωτή, δηλαδή ταλαντωτική κίνηση κατά μήκος μιας γραμμής (τουλάχιστον πριν το σώμα χτυπήσει στο έδαφος). Πως θα μπορούσατε να εκφράσετε διαφορετικά τις συνθήκες «μικρές τιμές του ω » και «μεγάλες τιμές του ω » ώστε να αντιπροσωπεύει τις συνθήκες πιστότερα;

(γ) Ποια θα πρέπει να είναι η τιμή του ω ώστε το βλήμα να χτυπήσει στο έδαφος κινούμενο ακριβώς κατακόρυφα;

4. Μια λεπτή ομοιογενής ράβδος μάζας m και μήκους $3l/2$, κρέμεται από μια ένα νήμα αμελητέας μάζας και μήκους l . Βρείτε τις κανονικές συχνότητες ταλάντωσης και κανονικούς τρόπους ταλάντωσης για μικρές ταλαντώσεις στο επίπεδο.



5. Ένα απλό εκκρεμές μάζας m , είναι προσαρτημένο σε ένα στήριγμα αμελητέας μάζας στο οποίο ασκείται μια περιοδική δύναμη όπως φαίνεται στο σχήμα.

(α) Βρείτε την Lagrangian του συστήματος χρησιμοποιώντας σαν συντεταγμένες τη γωνία θ της εκτροπής του εκκρεμούς από την κατακόρυφο θέση και της $x(t)$ που δηλώνει την οριζόντια θέση του στηρίγματος του εκκρεμούς.

(β) Βρείτε την εξίσωση κίνησης για την συντεταγμένη θ .

(γ) Για μικρές γωνιακές μετατοπίσεις και για περιοδική κίνηση του υποστηρίγματος του εκκρεμούς της μορφής $x(t) = x_0 \cos(\omega t)$ βρείτε την λύση που αντιστοιχεί στη σταθερή κατάσταση της εξίσωσης κίνησης.

