ΦΥΣ 140 – Εισαγωγή στην Επιστημονική Χρήση των Υπολογιστών

6 Δεκέμβρη 2022

Συμπληρώστε τα στοιχεία σας στον παρακάτω πίνακα.

Ονοματεπώνυμο	
Αρ. Ταυτότητας	

Δημιουργήστε ένα φάκελο στο home directory σας με το όνομα **Final_2022**. Θα πρέπει να δώσετε το όνομα αυτό και όχι άλλα ονόματα. Θα πρέπει να δουλέψετε όλα τα προβλήματα της εξέτασης στο φάκελο αυτό και πουθενά αλλού.

Σας δίνονται 5 προβλήματα και θα πρέπει να απαντήσετε σε όλα. Συνολική βαθμολογία 100 μονάδες. Διαβάστε όλα τα προβλήματα και αρχίστε να δουλεύετε πρώτα με αυτά που αισθάνεστε ότι δεν θα σας πάρει πολύ χρόνος για να λύσετε. Η σειρά των προβλημάτων δεν είναι ενδεικτική της δυσκολίας τους.

Κάθε πρόγραμμα το οποίο γράφετε θα πρέπει να αντιστοιχεί σε συγκεκριμένη άσκηση της εξέταση και αυτό θα πρέπει να ανταποκρίνεται στο όνομα του αρχείου του προγράμματος. Θα πρέπει έτσι όλα τα προγράμματα να έχουν όνομα *askisi1.py*, *askisi2.py* κλπ. Για να βαθμολογηθεί ένα πρόγραμμα που στέλνετε θα πρέπει τουλάχιστον να μπορεί να τρέξει και να μην δίνει errors χωρίς να τρέχει.

Ο χρόνος εξέτασης είναι 4 ώρες.

Επιτρέπεται: η χρήση του υλικού των ιστοσελίδων και μόνο του μαθήματος, καθώς και οι ασκήσεις/λύσεις των εργαστηρίων και κατ' οίκον εργασιών που έχετε δώσει και σας έχουν επιστραφεί. ***Απαγορεύονται:*** η συνεργασία/συζήτηση και οποιαδήποτε ανταλλαγή αρχείων, η χρήση e-mail καθώς και η χρήση κινητών τηλεφώνων τα οποία θα πρέπει να απενεργοποιηθούν τώρα.

Στο τέλος της εξέτασης θα σας δοθούν 10 επιπλέον λεπτά για να κάνετε tar ολόκληρο τον directory *final* στον οποίο δουλεύατε και να στείλετε αυτό το *tar* file με e-mail στο fotis@ucy.ac.cy
Το πλήρες όνομα του tar file που θα στείλετε θα πρέπει να έχει την μορφή: *username_final2022.tgz*, όπου username είναι το όνομα του account σας.

Καλή επιτυχία

<u>1η Άσκηση</u> [**20μ**]

(**α**) Χρησιμοποιήστε ένα πρόγραμμα σε *Python* για να δείξετε ότι αν επιλέξετε τυχαίους αριθμούς ομοιόμορφα κατανεμημένους στο διάστημα [0,1) έως ότου το άθροισμά τους γίνει μεγαλύτερο από 1, τότε η αναμενόμενη τιμή (μέσος όρος) του πλήθους των τυχαίων αριθμών που χρησιμοποιήθηκαν είναι ίση με $e = 2.7182818285$. [**10μ**]

(**β**) Να κάνετε το ιστόγραμμα της κατανομής των τυχαίων αριθμών που ικανοποιούν την συνθήκη του αθροίσματος του (α) υπο-ερωτήματος για 1 000 000 προσπάθειες. [**10μ**]

$2^η$ Άσκηση [**20μ**]

(**α**) Στην άσκηση αυτή θα πρέπει να επεξεργαστείτε το αρχείο *phy140_final_2022.txt* το οποίο βρίσκεται στο home directory του χρήστη *fotis* στον cluster των υπολογιστών του εργαστηρίου. Θα πρέπει να κάνετε copy το αρχείο αυτό στον φάκελο που έχετε δημιουργήσει για την εξέταση [**2μ**]. Αν έχετε δυσκολίες, μπορείτε να το κατεβάσετε από την ιστοσελίδα του μαθήματος στο σύνδεσμο: *http://www2.ucy.ac.cy/~fotis/phy140/phy140_final_2022.txt*.

(**β**) Γράψτε ένα πρόγραμμα σε *Python* το οποίο διαβάζει το αρχείο αυτό και αποθηκεύει τις λέξεις του κειμένου σε μία λίστα. [**3μ**].

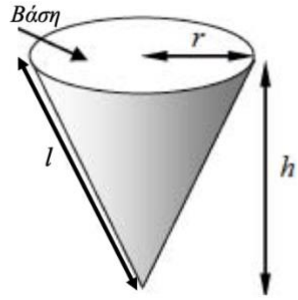
(**γ**) Το πρόγραμμα θα πρέπει να τυπώνει στην οθόνη κάθε λέξη το μήκος της οποίας είναι πρώτος αριθμός και μεγαλύτερο από 2 χαρακτήρες καθώς και το μήκος της. [**7μ**].

(**δ**) Στο τέλος το πρόγραμμά σας θα πρέπει να τυπώνει πόσες λέξεις διάβασε συνολικά και πόσες από αυτές είχαν μήκος το οποίο ήταν πρώτος αριθμός και μεγαλύτερο από 2 χαρακτήρες. [**3μ**]

(**ε**) Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να βρίσκει επίσης το γράμμα του αγγλικού αλφαβήτου το οποίο εμφανίζεται με την μεγαλύτερη συχνότητα σε όλο το κείμενο. [**5μ**]

<u>3η Άσκηση</u> [**20μ**]

Σχεδιάστε το μικρότερο κωνικό δοχείο (αμελητέου πάχους τοιχωμάτων) το οποίο θα πρέπει να αποθηκεύει 48cm^3 νερού. Θα πρέπει να βρείτε τις τιμές της ακτίνας, r, της βάσης και του ύψους, h, του κώνου για τις οποίες ελαχιστοποιούνται οι επιφάνειες της βάσης και πλευράς του.



(α) Βρείτε τις τιμές αναλυτικά. [**8μ**]

(β) Γράψτε ένα πρόγραμμα το οποίο υπολογίζει τις τιμές αυτές αριθμητικά. [**12μ**]

<u>Υπενθύμιση:</u> Ο όγκος, V, και η παράπλευρη επιφάνεια, S, ενός κώνου δίνονται από τις σχέσεις: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ και $S = \pi r l$ όπου l το μήκος της ακμής του κώνου όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

4η Άσκηση [**20μ**]

Σε πολλές κλιματολογικές μελέτες όπου χρειάζεται να υπολογιστεί το γενικό κλίμα του πλανήτη, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο της προσομοίωσης Monte Carlo. Για παράδειγμα θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο αυτή για να προσδιορίσουμε την γενική μέση θερμοκρασία του πλανήτη και τη ποσότητα ηλιακού φωτός το οποίο πέφτει σε ζώνες που περικλείονται μεταξύ δυο διαδοχικών γραμμών γεωγραφικού πλάτους (το γεωγραφικό πλάτος είναι η γωνιακή απόσταση ενός τόπου από τον ισημερινό. Ο ισημερινός έχει γεωγραφικό πλάτος 0^o και ο βόρειος πόλος 90^o. Κάθε γραμμή γεωγραφικού πλάτους είναι ένας κύκλος παράλληλος προς τον κύκλο που περνά από τον ισημερινό).

Για να υπολογίσουμε τη παγκόσμια μέση τιμή της θερμοκρασίας, θα χρειαστεί να βρούμε τη μέση της θερμοκρασίας ως προς κάθε ζώνη γεωγραφικού πλάτους. Ωστόσο αυτό θα ήταν λάθος αφού το εμβαδό γης που περικλείεται σε κάθε γεωγραφική ζώνη δεν είναι σταθερό και ελαττώνεται καθώς κινούμαστε σε ζώνες πιο κοντά στους δυο πόλους της γης. Για να βρούμε την παγκόσμια μέση τιμή της θερμοκρασίας θα πρέπει να σταθμίσουμε (ζυγίσουμε) τη μέση θερμοκρασία κάθε γεωγραφικής ζώνης με το εμβαδό της γης που περικλείεται στη ζώνη αυτή. Αυτό μπορεί να γίνει ολοκληρώνοντας αναλυτικά, αλλά μπορεί να γίνει και με τη χρήση μεθόδων ολοκλήρωσης Monte Carlo.

Για απλούστευση του προβλήματος, θεωρήστε τη γη σε μορφή σφαίρας με ακτίνα $R = 6400km$. (*Υπενθύμιση:* η εξίσωση της σφαίρας δίνεται από τη σχέση $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$). Θεωρήστε ακόμα ότι υπάρχουν 9 ζώνες γεωγραφικού πλάτους 10^o η κάθε μια. Η 1η ζώνη των 10 μοιρών ορίζεται από τον Ισημερινό και τη πρώτη γεωγραφική γραμμή (γεωγραφικό πλάτος 10^o), ενώ η 9η ζώνη ορίζεται μεταξύ του βόρειου πόλου και της γραμμής γεωγραφικού πλάτους 80^o.

(**α**) Θα πρέπει να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο υπολογίζει με τη μέθοδο ολοκλήρωσης Monte Carlo, το ποσοστό εμβαδού της επιφάνειας της γης που περικλείεται σε κάθε μια από τις 9 γεωγραφικές ζώνες. Τα σημεία που χρησιμοποιούνται θα πρέπει να βρίσκονται στην επιφάνεια της σφαίρας με ακρίβεια 1%. Θα πρέπει το πρόγραμμά σας να υπολογίζει (χρησιμοποιώντας απλή τριγωνομετρία) σε ποια γεωγραφική ζώνη αντιστοιχεί το κάθε τυχαίο σημείο που εξετάζετε. Για τον υπολογισμό σας θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε 10^6 συνολικά προσπάθειες. [**10μ**]

(**β**) Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να τυπώνει στο τέλος των υπολογισμών τα αποτελέσματά σας σε μορφή πίνακα (χρησιμοποιώντας κατάλληλο format) ως ακολούθως:

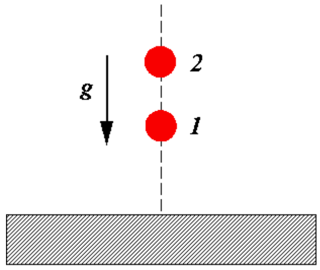
Total generated Points: xxxxx
bbbbbbbbbbbbbbbbbbbbbbbbbb *Summary for Zones*
Low angle bbbbb *Upper angle* bbbbb *Sim. Fractional Area* bbbbb *Sfalma* bbbbb *Theor. Fraction*
xxxx *xxxxx* *xxxxx* *xxxx* *xxxxxx*

όπου xxxx αντιπροσωπεύει κάποια τιμή, και bbbbb αντιπροσωπεύουν τον αριθμό των κενών θέσεων μεταξύ των δεδομένων που γράφετε. Η θεωρητικά αναμενόμενη τιμή του ποσοστού εμβαδού κάθε ζώνης δίνεται από τη σχέση: $\sin(\theta_{i+1} \times \pi/180) - \sin(\theta_i \times \pi/180)$ όπου θ_{i+1} και θ_i τα γεωγραφικά πλάτη των γραμμών που ορίζουν κάθε ζώνη. Το σφάλμα υπολογίζεται από τη σχέση: $\sqrt{\frac{fractional\ Area}{N_{tot}}}$ όπου *fractional Area* είναι το ποσοστό εμβαδού που υπολογίζετε για κάθε ζώνη και N_{tot} ο συνολικός αριθμός σημείων που χρησιμοποιήσατε. [**7μ**]

(γ) Αν οι μέσες θερμοκρασίες κάθε ζώνης είναι 30^{o}C, 28^{o}C, 23^{o}C, 25^{o}C, 20^{o}C, 16^{o}C, 11^{o}C, 5^{o}C και -5^{o}C (από την 1^η έως την 9^η) να βρεθεί η μέση θερμοκρασία της γης. [**3μ**]

Άσκηση 5 [20μ]

Θεωρήστε ότι έχετε 2 μπάλες μάζας m_1 και m_2 με ακτίνες r_1 και r_2 αντίστοιχα. Οι 2 μπάλες αφήνονται από την κατάσταση της ηρεμίας να πέσουν στο έδαφος υπό την επίδραση της βαρύτητας (δεν υπάρχει αντίσταση από τον αέρα). Υποθέστε ότι οι μπάλες μπορούν να κινηθούν κατακόρυφα, έτσι ώστε να συγκρούονται κεντρικά είτε μεταξύ τους ή με το έδαφος (μόνο η μπάλα 1). Αν υποθέσουμε τέλεια ελαστικές συγκρούσεις οι 2 μπάλες θα συνεχίσουν να συγκρούονται μεταξύ τους επ΄ άπειρον.



Η κίνηση της κάθε μπάλας επομένως καθορίζεται από την επιτάχυνση της βαρύτητας και το αποτέλεσμα της σύγκρουσής της με την άλλη μπάλα ή το έδαφος. Όταν η μπάλα 1 χτυπά στο έδαφος, η ταχύτητά της αντιστρέφεται, $\upsilon_1' = -\upsilon_1$. Στην περίπτωση της σύγκρουσης μεταξύ των 2 μπαλών ξέρουμε από την εισαγωγική φυσική ότι για τέλεια ελαστικές κρούσεις οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση ως προς τις ταχύτητές πριν την κρούση δίνονται από τις σχέσεις:

$$\upsilon_1' = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)\upsilon_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)\upsilon_2$$

$$\upsilon_2' = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)\upsilon_1 + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)\upsilon_2$$

Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο Euler-Cromer για να περιγράψετε την κίνηση των δύο σωμάτων.

Για την περίπτωση της κρούσης, ο απλούστερος τρόπος είναι να ελέγχετε σε κάθε χρονικό βήμα τις θέσεις των δύο σωμάτων. Αν στην αντίστοιχη χρονική στιγμή έχει συμβεί κάποια σύγκρουση τότε θα πρέπει να τροποποιήσετε κατάλληλα τις αντίστοιχες ταχύτητες σύμφωνα με τους παραπάνω τύπους και να συνεχίσετε την χρονική εξέλιξη της κίνησης των σωμάτων. Για παράδειγμα για την περίπτωση της κρούσης της μπάλας 1 με το έδαφος αρκεί να ελέγξετε αν $x_1 < r_1$ όπου r_1 είναι η ακτίνα της μπάλας 1. Αν η συνθήκη ισχύει τότε μπορούμε να αντιστρέψουμε την ταχύτητα.

Η απλή αυτή προσέγγιση ωστόσο οδηγεί σε κάποια σφάλματα γιατί κάποιο ποσοστό του χρόνου *dt* η μπάλα 1 θα μπορούσε να βρεθεί σε αρνητική θέση. Ανάλογα ισχύουν και στην κρούση των δυο μπαλών. Επομένως θα πρέπει στις περιπτώσεις αυτές να χρησιμοποιήσετε γραμμική παρεμβολή για να βρείτε τόσο την ταχύτητα που αντιστοιχεί στο σημείο της κρούσης όσο και το χρόνο της κρούσης. Αυτός ο χρόνος θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί και για τις 2 μπάλες για να συνεχίσετε την εξέλιξη του συστήματός σας.

Θεωρείστε για το πρόβλημά σας ότι $m_1 = 1kg, m_2 = 1kg, x_1 = 1m,\ x_2 = 3m, g = 9.81m/s^2$, $\upsilon_1 = \upsilon_2 = 0m/s, r_1 = r_2 = 0.1m$ και $dt = 0.003s$.

(**α**) Να γράψετε το πρόγραμμα που περιγράφει την κίνηση των 2 σωμάτων [**10μ**]

(**β**) Να κάνετε τη γραφική παράσταση των x_1 και x_2 ως προς το χρόνο για $t_{max} = 100s$. Το γράφημα αυτό να το ονομάσετε *collision_graph1.pdf*. [**4μ**]

(**γ**) Τρέξτε και πάλι το πρόγραμμά σας για λόγο μαζών $m_1/m_2 = 2$ και κάντε και πάλι το ίδιο γράφημα με το ερώτημα (**β**). Ονομάστε το γράφημα *collision_graph2.pdf*. Τι παρατηρείτε σε σχέση με την προηγούμενη περίπτωση; [**6μ**]