ΦΥΣ 331 – Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων

Εργασία 4η **Επιστροφή: Παρασκευή 14.10.22**

1. Εξηγήστε γιατί η διάσπαση $n \rightarrow \mathrm{p} + \mathrm{e}^-$ είναι απαγορευμένη ακόμα και αν αγνοήσουμε παραβίαση του λεπτονικού αριθμού.

Συνδυάζοντας το spin του p και του e^-, μπορούμε να πάρουμε ολικό spin είτε $S=0$ ή $S=1$, αλλά δεν μπορούμε να πάρουμε spin $= 1/2$.

Επομένως η διεργασία αυτή θα παραβίαζε διατήρηση της στροφορμής.

Αν ωστόσο το σύστημα p-e έχει τροχιακή στροφορμή, θα μπορούσε να έχουμε $S>1$, αλλά και πάλι οι τιμές θα ήταν ακέραιες με αποτέλεσμα η τιμή 1/2 να μην είναι προσβάσιμη.

Θεωρώντας το $\bar{\nu}_e$ με spin 1/2, θα παίρναμε από τον συνδυασμό των spin: $S=1 + S=1/2$ θα έδινε $S_{tot} = \frac{3}{2}$ ή $\frac{1}{2}$.

Επίσης συνδυάζοντας το spin 1/2 με το spin των δύο φερμιονίων $S_{tot} = 0$ ή $S_{tot} = 1$, θα παίρναμε: $S = \frac{1}{2}$

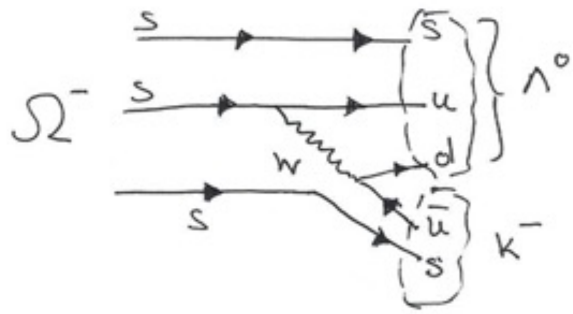
Θα μπορούσαμε ωστόσο να συνδυάσουμε ένα σωματίδιο με σπίν 3/2
Αυτό γιατί συνδυάζοντας με τα άλλα δύο φερμιόνια σε κατάσταση $S=1$
θα έδινε: $S_{tot} = \frac{5}{2}, \frac{3}{2}$ ή $1/2$.

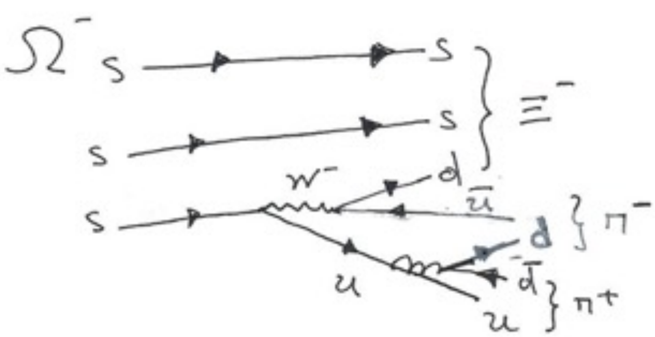
Επομένως αν επιτρέψουμε τροχιακή στροφορμή για την τελική κατάσταση τότε έναs οποιοδήποτε ημιακέραιο σπίν θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί-

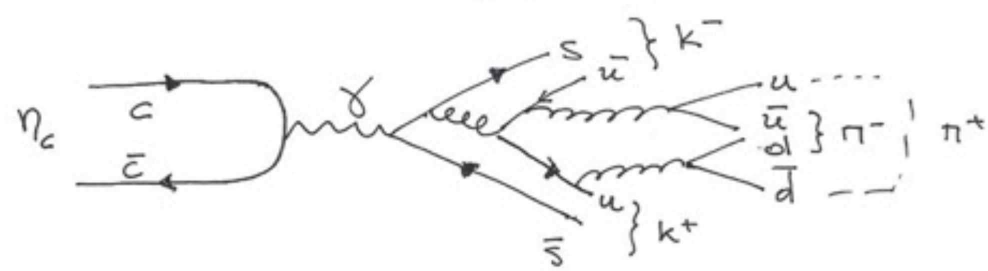
2. Σχεδιάστε τα διαγράμματα Feynman των παρακάτω διεργασιών:

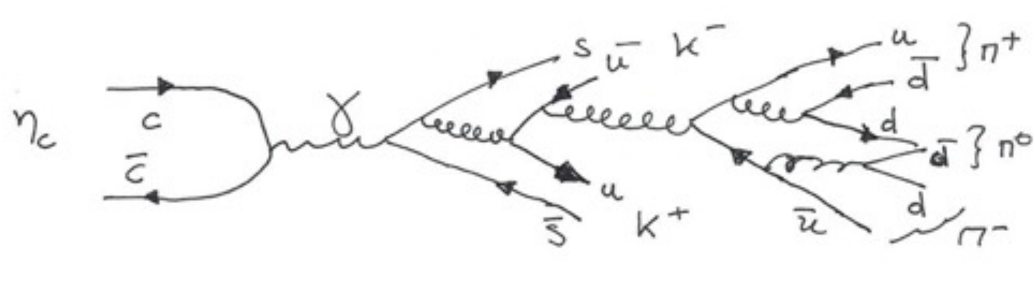
(α) $\Omega^- \to \Lambda^0 K^-$ (β) $\Omega^- \to \Xi^- \pi^+ \pi^-$ (γ) $\eta_c \to K^+ K^- \pi^+ \pi^-$ (δ) $\eta_c \to K^+ K^- \pi^+ \pi^- \pi^0$

Μπορείτε να βρείτε το περιεχόμενο σε quarks των σωματιδίων αυτών από το particle data group website που χρησιμοποιήσατε στην 1η κατ΄οίκον.









3. Εξηγήστε γιατί δεν είναι επιτρεπτές οι παρακάτω αλληλεπιδράσεις:

(α) $\mu^- \to e^+ e^- e^-$ (β) $\nu_\tau + p \to \mu^- + n$ (γ) $\nu_\tau + p \to \tau^+ + n$ (δ) $\pi^+ + \pi^- \to n + \pi^0$

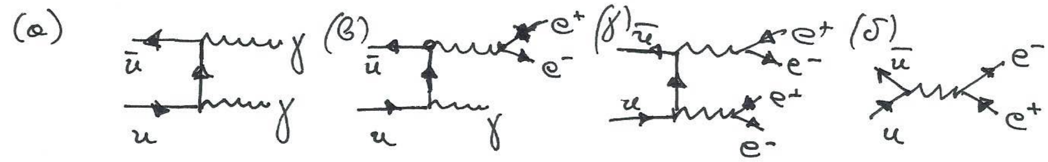
(α) $\mu^- \to e^- e^+ e^-$ παραβιάζεται τόσο ο μιονικός λεπτονικός αριθμός όσο και ο ηλεκτρονικός λεπτονικός αριθμός

(β) $\nu_\tau + p \to \mu^- + n$ παραβιάζεται ο λεπτονικός αριθμός τ και ο μιονικός λεπτονικός αριθμός.

(γ) $\nu_\tau + p \to \tau^+ + n$ παραβιάζεται ο λεπτονικός αριθμός τ. γιατί η αρχική κατάσταση έχει $L_\tau = -1$ ενώ η τελική $L_\tau = +1$.

(δ) $\pi^+ + \pi^- \to n + \pi^0$ Έχουμε παραβίαση του βαρυονικού αριθμού αλλά και της στροφορμής εφόσον η αρχική κατάσταση έχει στροφορμή $\emptyset$ και η τελική κατάσταση $1/2$ τόσο σε σπιν αλλά και με τροχιακή στροφορμή δεν θα καταλήξει σε ολική στροφορμή 0, εφόσον το νετρόνιο έχει $s = 1/2$

4. Θεωρώντας ότι το π^0 είναι δέσμια κατάσταση $u\bar{u}$ σχεδιάστε τα διαγράμματα Feynman των παρακάτω διεργασιών: (α) $\pi^0 \to \gamma\gamma$ (β) $\pi^0 \to \gamma e^+e^-$ (γ) $\pi^0 \to e^+e^-e^+e^-$ (δ) $\pi^0 \to e^+e^-$



Τα πλάτη μετάβασης για τις συγκεκριμένες διεργασίες εξαρτώνται από τον αριθμό των κορυφών στις επιμέρους διεργασίες. Σε κάθε κορυφή υπάρχει συνεισφορά ενός παράγοντα $\alpha_{em} \simeq \frac{1}{137}$. Επομένως λαμβάνοντας το διάγραμμα (α) ως το κυρίαρχο διάγραμμα, είναι αναμενόμενο ότι το διάγραμμα (β) συνεισφέρει σε διεργασία που είναι α_{em} λιγότερο πιθανή ενώ το διάγραμμα (γ) συνεισφέρει σε α_{em}^2 λιγότερο πιθανή διεργασία. Επομένως ως προς το (α) το διάγραμμα (β) είναι ~100 φορές περισσότερο σπάνιο ενώ το (δ) 10^4 λιγότερο σπάνιο.

Το τελευταίο διάγραμμα παρόλο που θα περίμενε κάποιος να συνεισφέρει εξίσου με το διάγραμμα (α) ωστόσο δεν παρατηρείται με την ίδια συχνότητα και ο λόγος είναι η συνεισφορά παραγόντων ελικότητας που ελαττώνουν την πιθανότητα της συγκεκριμένης μετάβασης

5. Θεωρήστε ότι το π^- έχει spin 0 και αρνητική parity. Αν εγκλωβίζεται από τον πυρήνα ενός δευτερίου ενώ βρίσκεται σε p-τροχιά μέσω της διάσπασης:

$$\pi^- + d \rightarrow n + n$$

Δείξτε ότι τα δύο νετρόνια πρέπει να βρίσκονται σε singlet κατάσταση. Το δευτέριο έχει spin-parity τιμές 1^+.

Μας δίνεται από την άσκηση ότι J^P του πιονίου είναι 0^- ενώ συλλαμβάνεται ενώ βρίσκεται σε P τροχιακό. Δηλαδή η αρχική κατάσταση έχει στροφορμή $l=1$.

Η αρχική κατάσταση επομένως βρίσκεται σε parity:

$$P_i = P(\pi^-)P(d)(-1)^l = (-1)\times(+1)\times(-1)^1 \Rightarrow P_i = +1$$

Η διεργασία λαμβάνει χώρα μέσω ισχυρών αλληλεπιδράσεων και επομένως η parity διατηρείται. Θα πρέπει επομένως και η τελική κατάσταση να έχει parity +1. Έχουμε δηλαδή $P_f = +1$.

Η parity των νετρονίων είναι +1 και επομένως $P_f = P(n)P(n)(-1)^l \Rightarrow$
$\Rightarrow P_f = P_i = P^2(n)(-1)^l = +1 \Rightarrow 1\cdot(-1)^l = 1 \Rightarrow l$ θα πρέπει να είναι άρτιο. Η l αντιστοιχεί στη στροφορμή των δύο νετρονίων από τη σχετική τους κίνηση. Επομένως $l = 0, 2, 4, \dots$

Ωστόσο, η τελική κατάσταση αποτελείται από δύο πανομοιότυπα φερμιόνια και η κυματοσυνάρτηση θα πρέπει να είναι αντι-συμμετρική σε εναλλαγή τους. Από τη στιγμή που το τροχιακό τμήμα της κυματοσυνάρτησης είναι συμμετρικό από εναλλαγή αφού $l = 0, 2, 4, \dots$ σημαίνει ότι το τμήμα της κυματοσυνάρτησης που περιγράφει το spin θα πρέπει να είναι αντι-συμμετρικό. Άρα τα δύο νετρόνια θα πρέπει να είναι σε μονήρη κατάσταση spin.

6. Το Σ^{*+} είναι ένα ασταθές βαρυόνιο με μάζα 1385 MeV και εύρος $\Gamma = 35MeV$. Το ποσοστό διακλάδωσης για την διάσπαση $\Sigma^{*+} \to \pi^+ \Lambda^0$ ισούται με 88%. Μπορεί να παραχθεί μέσω της σκέδασης $K^- p \to p^- \Sigma^{*+}$. Ωστόσο η σκέδαση $K^+ p \to p^+ \Sigma^{*+}$ δεν παρατηρείται.

(α) Ποια είναι η τιμή της παραδοξότητας (strangeness) του Σ^{*+}; Εξηγήστε με βάση τις διεργασίες που σας δίνονται.

(β) Τι είδους αλληλεπίδραση περιγράφει την διάσπαση του Σ^{*+}; Ασθενής ή ισχυρή; Εξηγήστε.

(γ) Ποιο είναι το isospin του Σ^{*+}; Εξηγήστε με βάση την πληροφορία που δίνεται παραπάνω.

(α) Το Σ^{*+} παράγεται μέσω ισχυρών αλληλεπιδράσεων: $K^- p \to \Sigma^{*+} \pi^-$ που διατηρούν την παραδοξότητα. Η παραδοξότητα του Σ^{*+} είναι ίδια με αυτή του K^- που ισούται με $S = -1$.

Η παραδοξότητα του K^+ είναι $S(K^+) = +1$ και παραβιάζεται κατά την διεργασία: $K^+ p \to \pi^+ \Sigma^{*+}$. Επομένως η διεργασία αυτή δεν επιτρέπεται από τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις.

(β) Η διεργασία $\Sigma^{*+} \to \Lambda^0 \pi^+$ δίνεται ότι είναι: $\Gamma_{\Lambda^0 \pi^-} = 0.88 \cdot 35 \Rightarrow$

$\Rightarrow \Gamma_{\Lambda^0 \pi^-} = 30.8\, MeV$.

Το σχετικό εύρος αντιστοιχεί σε χρόνο ζωής: $\tau_{\Lambda^0 \pi^+} = \dfrac{\hbar}{\Gamma_{\Lambda^0 \pi^+}} = \dfrac{6.6 \cdot 10^{-22}}{30.8} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\tau_{\Lambda^0 \pi^+} = 2.15 \cdot 10^{-23}\, s.}$

Ο χρόνος είναι της τάξης μεγέθους των ισχυρών αλληλεπιδράσεων και επομένως η διεργασία είναι μέσω ισχυρών αλληλεπιδράσεων.

(γ) Το isospin διατηρείται στις ισχυρές αλληλεπιδράσεις.

Από την διεργασία $\Sigma^{*+} \to \Lambda^0 \pi^+$ έχουμε ότι $I(\Lambda^0) = I_3(\Lambda^0) = 0$.

Επομένως $I(\Sigma^{*+}) = I(\pi^+) = 1$.

7. Το ουδέτερο βαρυόνιο $\Sigma^0(1915)$ (η μάζα του είναι 1915 MeV/c^2) έχει isospin $I = 1$, $I_3 = 0$. Θεωρήστε Γ_{K^-p}, $\Gamma_{\bar{K}^0 n}$, Γ_{π^-p} και $\Gamma_{\pi^+\pi^-}$, τα μερικά πλάτη διάσπασης των διεργασιών $\Sigma^0 \to K^-p$, $\Sigma^0 \to \bar{K}^0 n$, $\Sigma^0 \to \pi^-p$ και $\Sigma^0 \to \pi^+\pi^-$ αντίστοιχα. Υπολογίστε τους λόγους:

$$\frac{\Gamma_{\bar{K}^0 n}}{\Gamma_{K^-p}}, \quad \frac{\Gamma_{\pi^-p}}{\Gamma_{K^-p}}, \quad \frac{\Gamma_{\pi^+\pi^-}}{\Gamma_{K^-p}}$$

Οι μάζες όλων των σωματιδίων είναι τέτοιες ώστε οι διασπάσεις να είναι κινηματικά επιτρεπτές.

Τα p και n αποτελούν διπλέτα isospin με $I = \frac{1}{2}$ και $I_3 = \frac{1}{2}$ και $-\frac{1}{2}$ αντίστοιχα.

Τα π^+, π^- και π^0 αποτελούν τριπλέτα ισοspin με $I = 1$ και $I_3 = +1, -1, 0$, αντίστοιχα

Τα K^+ και K^0 αποτελούν διπλέτα isospin $I = \frac{1}{2}$ με I_3: $\frac{1}{2}$ και $-\frac{1}{2}$ αντίστοιχα ενώ τα αντισωματίδιά τους θα αποτελούν επίσης διπλέτα $\frac{1}{2}$ isospin με I_3: $-\frac{1}{2}$ και $\frac{1}{2}$ αντίστοιχα για τα K^-, $\bar{K}^0$

Έστω η κατάσταση του ισοspin του Σ^0 είναι $|1\ 0\rangle$

το p: $|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$ και το n: $|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$

το $\bar{K}^0$: $|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$ και το K^-: $|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$

Επομένως από τους πίνακες C-G θα έχουμε:

$$\psi(\bar{K}^0 n) = |\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\rangle |\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\left(|1,0\rangle + |0,0\rangle\right)$$

$$\psi(K^- p) = |\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle |\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\left(|1,0\rangle - |0,0\rangle\right)$$

Οι διασπάσεις $\Sigma^0 \to \bar{K}^0 n$ και $\Sigma^0 \to K^- p$ προχωρούν μέσω των ισχυρών αλληλεπιδράσεων. Τα σχετικά ποσοστά διακλάδωσης θα είναι:

$$\Gamma_{\bar{K}^0 n} \propto \left| \langle \Psi(\Sigma^0) | H | \Psi(\bar{K}^0 n) \rangle \right|^2 = \frac{a_1^2}{2}$$

όπου $a_1 = \langle 1 | H | 1 \rangle$

$$\Gamma_{K^- p} \propto \left| \langle \Psi(\Sigma^0) | H | \Psi(K^- p) \rangle \right|^2 = \frac{a_1^2}{2}$$

και $\langle 1 | H | 0 \rangle = 0$

και εφόσον οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις είναι ανεξάρτητες του φορτίου, a_1 εξαρτάται μόνο από I και όχι I_3.

$$\boxed{\frac{\Gamma_{\bar{K}^0 n}}{\Gamma_{K^- p}} = 1}$$

Εξετάζουμε τη διάσπαση $\Sigma^0 \to p\pi^-$.

Η διάσπαση αυτή είναι ασθενής διάσπαση $\left(\Delta I_3 = -\frac{1}{2} \neq 0\right)$ και $\frac{\Gamma_{\pi^- p}}{\Gamma_{K^- p}} \ll 1$

Αν εξετάσουμε την κατάσταση ισοσπίν θα έχουμε:

$$\Psi(\pi^- p) = |1,-1\rangle \left|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}} \left|\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} \left|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle$$

Εξετάζουμε τη διάσπαση $\Sigma^0 \to \pi^- \pi^+$. Στην περίπτωση έχουμε παραβίαση του βαρυονικού αριθμού και επομένως δεν είναι επιτρεπτή. Τα π-μεσόνια έχουν βαρυονικό αριθμό $\emptyset$ ενώ το Σ^0 έχει βαρυονικό αριθμό 1.

8. Θεωρήστε τις αδρονικές διασπάσεις:

$\Lambda^0 \to p\pi^-$ και $\Lambda^0 \to n\pi^0$

$\Sigma^- \to n\pi^-$ $\Sigma^+ \to p\pi^0$ και $\Sigma^+ \to n\pi^+$

$\Xi^- \to \Lambda^0\pi^-$ και $\Xi^0 \to \Lambda^0\pi^0$

Στις παραπάνω ασθενείς διεργασίες έχουμε αλλαγή της παραδοξότητας κατά 1 μονάδα (ΔS=1) και ικανοποιούν τον κανόνα αλλαγής του isospin ΔI = 1/2 και είναι επιτρεπτές. Υπολογίστε τις τιμές των x, y, και z που ορίζονται παρακάτω:

$$x = \frac{A(\Lambda^0 \to p\pi^-)}{A(\Lambda^0 \to n\pi^0)}$$

$$y = \frac{A(\Sigma^+ \to \pi^+ n) - A(\Sigma^- \to \pi^- n)}{A(\Sigma^+ \to \pi^0 p)}$$

$$z = \frac{A(\Xi^0 \to \Lambda^0\pi^0)}{A(\Xi^- \to \Lambda^0\pi^-)}$$

όπου A είναι το πλάτος μετάβασης για τη διεργασία.

Μη λεπτονικές διασπάσεις των βαρυονίων με παραδοξότητα $S \neq 0$ (τα βαρυόνια αυτά ονομάζονται hyperons) απαιτούν $\Delta I = 1/2$. Για το σκοπό αυτό μπορούμε να εισαγάγαμε ένα σωματίδιο a με $I = 1/2$ και $I_3 = -1/2$ και να βρούμε τον συνδυασμό ενός hyperon με το σωματίδιο αυτό:

$$|\Lambda^0, a\rangle = |0,0\rangle \left|\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\right\rangle = \left|\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\right\rangle$$

$$|\Sigma^-, a\rangle = |1,-1\rangle \left|\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\right\rangle = \left|\tfrac{3}{2}, -\tfrac{3}{2}\right\rangle$$

$$|\Sigma^+, a\rangle = |1,+1\rangle \left|\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{3}} \left|\tfrac{3}{2}, \tfrac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\tfrac{2}{3}} \left|\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right\rangle$$

$$|\Xi^0, a\rangle = \left|\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right\rangle \left|\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{2}} |1,0\rangle + \sqrt{\tfrac{1}{2}} |0,0\rangle$$

$$|\Xi^-, a\rangle = \left|\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\right\rangle \left|\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\right\rangle = |1,-1\rangle$$

Αντίστοιχα βρίσκουμε τις κυματοσυναρτήσεις των τελικών καταστάσεων:

$$|\pi^- p\rangle = |1,-1\rangle \left|\tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{3}} \left|\tfrac{3}{2}, -\tfrac{1}{2}\right\rangle - \sqrt{\tfrac{2}{3}} \left|\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\right\rangle$$

$$|\pi^0 p\rangle = |1,0\rangle \left|\tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\tfrac{2}{3}} \left|\tfrac{3}{2}, \tfrac{1}{2}\right\rangle - \sqrt{\tfrac{1}{3}} \left|\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right\rangle$$

$$|\pi^+ n\rangle = |1,1\rangle\left|\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{3}}\left|\tfrac{3}{2},\tfrac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\tfrac{2}{3}}\left|\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\right\rangle$$

$$|\pi^0 n\rangle = |1,0\rangle\left|\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\tfrac{2}{3}}\left|\tfrac{3}{2},-\tfrac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\tfrac{1}{3}}\left|\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\right\rangle$$

$$|\pi^-, n\rangle = |1,-1\rangle\left|\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\right\rangle = \left|\tfrac{3}{2},-\tfrac{3}{2}\right\rangle$$

$$|\Lambda^0, \pi^0\rangle = |0,0\rangle|1,0\rangle = |1,0\rangle$$

$$|\Lambda^0, \pi^-\rangle = |0,0\rangle|1,-1\rangle = |1,-1\rangle$$

Τα πλάτη μετάβασης επομένως θα είναι:

$$A_1(\Lambda^0 \to n\pi^0) = \sqrt{\tfrac{1}{3}}\, M_{1/2} \qquad \text{όπου } M_{1/2} = \left\langle \tfrac{1}{2}\right| H_w \left|\tfrac{1}{2}\right\rangle$$

$$A_2(\Lambda^0 \to p\pi^-) = -\sqrt{\tfrac{2}{3}}\, M_{1/2} \qquad \text{και επομένως: } \boxed{x = \frac{A_2}{A_1} = -\sqrt{2}}$$

Παρόμοια θα έχουμε:

$$A_3(\Sigma^- \to \pi^- n) = M_{3/2}$$

$$A_4(\Sigma^+ \to \pi^0 p) = \sqrt{\tfrac{1}{3}}\sqrt{\tfrac{2}{3}}\, M_{3/2} - \sqrt{\tfrac{2}{3}}\sqrt{\tfrac{1}{3}}\, M_{1/2} = \frac{\sqrt{2}}{3}\left(M_{3/2} - M_{1/2}\right)$$

$$A_5(\Sigma^+ \to \pi^+ n) = \sqrt{\tfrac{1}{3}}\sqrt{\tfrac{1}{3}}\, M_{3/2} + \sqrt{\tfrac{2}{3}}\sqrt{\tfrac{2}{3}}\, M_{1/2} = \frac{1}{3}\left(M_{3/2} + 2M_{1/2}\right)$$

όπου $M_{3/2} = \left\langle \tfrac{3}{2}\right| H_w \left|\tfrac{3}{2}\right\rangle$

Επομένως:

$$\boxed{y = \frac{A_5 - A_3}{A_4} = \frac{M_{3/2} + 2M_{1/2} - 3M_{3/2}}{\sqrt{2}\left(M_{3/2} - M_{1/2}\right)} = -\sqrt{2}}$$

Τέλος θα έχουμε:

$$\left.\begin{array}{l} A_6(\Xi^0 \to \Lambda^0\pi^0) = \frac{1}{\sqrt{2}} M_1 \\ A_7(\Xi^- \to \Lambda^0\pi^-) = M_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{z = \frac{A_6}{A_7} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

όπου $M_1 = \langle 1 | H_w | 1 \rangle$