

## ΦΥΣ 140 – Quiz06 – 15 Λεπτά

[15μ] Πήρατε μετρήσεις περιόδου και μήκους ενός εκκρεμούς που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

L(m)	0.4	0.8	1.5	2	8
T(sec)	3.5	4	6.5	7.5	15

(α) Σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της περιόδου συναρτήσει του μήκους του εκκρεμούς στο χαρτί που σας δίνεται. [5μ]

(β) Κατασκευάστε γραφικά την καλύτερη ευθεία που περνά από τα σημεία των μετρήσεών σας. [2μ]

(γ) Βρείτε την τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας. [4μ]

(δ) Βρείτε την κλίση της ευθείας που κατασκευάσατε. [4μ]

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε ως υπολογιστική την Python για να κάνετε πράξεις.

Υπενθύμιση: Η περίοδος ενός μαθηματικού εκκρεμούς μήκους  $l$  δίνεται από:  $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ .

### Απάντηση

(α) και (β) Φαίνονται στο σχήμα. Σαν ευθεία προσαρμογής σχεδιάζουμε την καλύτερη δυνατή ευθεία που περνά από τα περισσότερα σημεία και όλα τα σημεία βρίσκονται εκατέρωθεν της ευθείας αυτής. Θα πρέπει να είναι ο ίδιος αριθμός σημείων πάνω από τη γραμμή με τον αριθμό σημείων κάτω από τη γραμμή, που δηλώνει ότι η διακύμανση των μετρήσεων είναι στατιστικά τυχαία και δεν υπάρχει συστηματικά κάποιο σφάλμα.

(γ) Με βάση τη πιθανή σχέση μεταξύ της περιόδου και του μήκους του εκκρεμούς, λογαριθμίζοντας θα έχουμε:

$$\ln(T) = \ln\left(\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\right) + k\ln(l) \Rightarrow \ln(T) = K + k\ln(l) \quad (\text{εξ. 1})$$

όπου  $A_0 = \ln(2\pi/\sqrt{g})$ . Από το γράφημα και την τομή της ευθείας καλύτερης προσαρμογής με την ευθεία  $\ln(x=1) = 0$  θα έχουμε την τιμή της  $\ln(T) = K \Rightarrow T = e^K = A_0$ . Όπως βρήκαμε από το γράφημα,  $A_0 = 5$ . Επομένως θα γράψουμε:

$$\ln(T) = K = \ln\left(\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\right) \Rightarrow e^K = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2}{e^{2K}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2}{5^2} = 1.579\text{m/s}^2$$

Η τιμή δηλώνει ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας στην οποία έγιναν οι μετρήσεις είναι αυτή της σελήνης.

(δ) Για να βρούμε γραφικά την κλίση της ευθείας προσαρμογής επιλέγουμε δύο σημεία από τα οποία διέρχεται η ευθεία αυτή. Έστω τα σημεία τα (0.8, 4.5) και (3.5, 10) όπως διαβάζονται από το λογαριθμικό χαρτί. Η κλίση θα αντιστοιχεί στην εξίσωση της ευθείας της (εξ. 1). Θα πρέπει επομένως να μετατρέψουμε τις συντεταγμένες των σημείων σε λογαρίθμους:

$$\text{κλίση} = \frac{\ln(y_2) - \ln(y_1)}{\ln(x_2) - \ln(x_1)} = \frac{\ln(10) - \ln(4.5)}{\ln(3.5) - \ln(0.8)} = \frac{2.30258 - 1.38629}{1.25276 - (-0.22314)} \Rightarrow \text{κλίση} = 0.6208$$

Η κλίση είναι κοντά στη τιμή  $0.5=1/2$  εφόσον θα πρέπει να ισούται με τον εκθέτη της ανεξάρτητης μεταβλητής.

