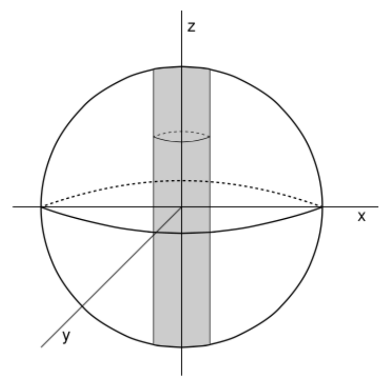
ΦΥΣ 347 – Υπολογιστικές Μέθοδοι στη Φυσική ΙΙ

4η Εργασία **Επιστροφή: 15/10/18**

<u>Υπενθύμιση:</u> Οι εργασίες πρέπει να επιστρέφονται με e-mail που θα στέλνετε από το πανεπιστημιακό σας λογαριασμό το αργότερο μέχρι την ημερομηνία που αναγράφεται.
Σα θέμα (subject) του e-mail θα πρέπει να αναγράφεται την εργασία (Phy347_Hm04).
Κάθε αρχείο που επισυνάπτετε (attach) στο e-mail σας θα πρέπει να έχει το όνομα στη μορφή username_hmX.tgz όπου username είναι το username του e-mail σας και X ο αριθμός της εργασίας. Επίσης σα πρώτο σχόλιο μέσα σε κάθε file που περιέχει το πρόγραμμά σας θα πρέπει να αναφέρεται το ονοματεπώνυμό σας. Οι εργασίες είναι ατομικές και πανομοιότυπες εργασίες δε θα βαθμολογούνται.

1. Μια σφαίρα ακτίνας r_1 αποτελείται από δυο διαφορετικά υλικά πυκνότητας ρ_1 και ρ_2. Το υλικό με πυκνότητα ρ_2 είναι τοποθετημένο μέσα σε κύλινδρο ακτίνας r_2, όπως δείχνει η σκιασμένη περιοχή στο διπλανό σχήμα. Το υλικό πυκνότητας ρ_1 γεμίζει το υπόλοιπο της σφαίρας. Γράψτε ένα πρόγραμμα το οποίο υπολογίζει τις ροπές αδράνειας αυτής της σφαίρας που αντιστοιχούν σε περιστροφές γύρω από τον z και x άξονα. Ο εσωτερικός κύλινδρος έχει κέντρο τον z-άξονα όπως φαίνεται στο σχήμα. Θα πρέπει να κάνετε χρησιμοποιώντας Monte Carlo δειγματοληψία τον υπολογισμό του ολοκληρώματος της ροπής αδράνειας $I = \int dx \int dy \int dz \rho(x,y,z) r_\perp^2(x,y,z)$, όπου $r_\perp(x,y,z)$ είναι η κάθετη απόσταση του σημείου (x,y,z) από τον άξονα περιστροφής. Εγγράψετε την σφαίρα μέσα σε ένα κουτί πλευράς $L = 2r_1$ ώστε να κάνετε ευκολότερα τους υπολογισμούς σας χρησιμοποιώντας σημεία (x,y,z). Το πρόγραμμα θα πρέπει να διαβάζει από το πληκτρολόγιο τις ακτίνες r_1 και r_2, τις τιμές των δυο πυκνοτήτων, ρ_1 και ρ_2, και την επιθυμητή ακρίβεια, *eps*, του υπολογισμού. Το πρόγραμμα που θα γράψετε θα πρέπει να χρησιμοποιεί 10^5 σημεία για κάθε δειγματοληπτικό *run* και να δημιουργούνται οι μέσες τιμές $\overline{I}_1, \overline{I}_2, \ldots$ (και για τις δυο ροπές αδράνειας I_z και I_x) έως ότου η σχετική τυπική απόκλιση (η τυπική απόκλιση διαιρούμενη με την μέση τιμή) της ολικής μέσης τιμής $I = \sum_i \overline{I}_i$ είναι μικρότερη από *eps* και για τις δυο ροπές αδράνειας I_1 και I_2. Θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε 10 τουλάχιστον runs, ανεξάρτητα από την ακρίβεια που έχετε επιτύχει μέχρι το σημείο εκείνο. Τα αποτελέσματά σας (μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις) καθώς και ο αριθμός των runs που χρησιμοποιήσατε θα πρέπει να τυπωθούν στο αρχείο *hm03_prob1.dat*.



Σαν παράδειγμα, τρέξτε το πρόγραμμά σας για χάλκινη σφαίρα (ρ = 8930 kgr/m^3) ακτίνας r = 5cm που περιέχει στο εσωτερικό της έναν χρυσό κύλινδρο (ρ = 19320 kgr/m^3) ακτίνας r = 1cm. Η ζητούμενη ακρίβεια υπολογισμού είναι $eps = 10^{-3}$.

2. Κάθε εβδομάδα μια πολύ δημοφιλής κλήρωση λαχείων τυπώνει 10^4 λαχεία. Κάθε λαχείο έχει δυο τετραψήφιους αριθμούς, ένα από τα οποίους είναι καλυμένος. Οι αριθμοί είναι τυχαία κατανεμημένοι σε όλο το εύρος. Αν κάποιος μετά την αποκάλυψη του κρυμένου αριθμού βρει δυο πανομοιότυπους αριθμούς τότε κερδίζει ένα πολύ μεγάλο ποσό. Ποιος είναι ο μέσος όρος των νικητών κάθε βδομάδα; Ποια η πιθανότητα ενός τουλάχιστον νικητή; Ποια θα ήταν τα αποτελέσματα αν τυπώνονταν 10^7 λαχεία;

3. Η αρχή του Fermat αναφέρεται στην διάδοση των ακτίνων φωτός (τουλάχιστον στο τρόπο με τον οποίο αντιλαμβανόμαστε καθημερινά τη διάδοση του φωτός σε διάφορα μέσα). Σύμφωνα με την αρχή αυτή μια ακτίνα φωτός διαδίδεται από ένα σημείο Α σε ένα σημείο Β ακολουθώντας τη διαδρομή που απαιτεί το λιγότερο χρόνο. Η αρχή αυτή αποτελεί τη βάση της γεωμετρικής οπτικής. Για ένα ομογενές μέσο το φως διαδίδεται από ένα σημείο Α σε ένα σημείο Β ακολουθώντας ευθεία γραμμή. Επειδή η ταχύτητα του φωτός είναι σταθερή σε ένα μέσο η διαδρομή του ελαχίστου χρόνου είναι αυτή της ελάχιστης απόστασης, δηλαδή η ευθεία γραμμή από το Α στο Β. Η ταχύτητα του φωτός σε ένα μέσο περιγράφρεται συναρτήσει της ταχύτητας του φωτός στο κενό, c, σύμφωνα με τη σχέση $\upsilon = \frac{c}{n}$, όπου n είναι ο δείκτης διάθλασης του μέσου. Υποθέτουμε τώρα ότι το φως διαδίδεται από ένα μέσο με συντελεστή διάθλασης n_1 σε ένα άλλο μέσο με συντελεστή διάθλασης n_2. Τα δυο μέσα χωρίζονται με επίπεδη επιφάνεια. Μπορούμε χρησιμοποιώντας την αρχή του Fermat και μια μέθοδο Monte Carlo να βρούμε τη διαδρομή που θα ακολουθήσει το φως πηγαίνοντας από ένα σημείο Α του ενός μέσου, σε ένα σημείο Β του άλλου μέσου.

Η στρατηγική που θα ακολουθήσουμε είναι να ξεκινήσουμε με μια τυχαία διαδρομή και να κάνουμε αλλαγές στη διαδρομή αυτή με τυχαίο τρόπο. Οι αλλαγές αυτές θα γίνονται αποδεκτές μόνο αν ελαττώνουν το χρόνο διάδοσης του φωτός από το Α στο Β.

Θα πρέπει να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο κάνει τα ακόλουθα. (***α***) Υποθέστε ότι υπάρχουν N διαφορετικά μέσα όλα του ίδιου πάχους (επομένως η x-συντεταγμένη τους διαφέρει κατά μια μονάδα) και το φως διαδίδεται από τα αριστερά προς τα δεξιά. Επομένως υπάρχουν και N-1 διαχωριστικές επιφάνειες. (***β***) Ο δείκτης διάθλασης είναι σταθερός σε κάθε μέσο και αυξάνει πηγαίνοντας από το ένα μέσο στο άλλο (αριστερά προς τα δεξιά). Επομένως η ταχύτητα του φωτός ελαττώνεται από τα αριστερά προς τα δεξιά. (***γ***) Επειδή το φως διαδίδεται ευθύγραμμα σε ένα μέσο, η διαδρομή του φωτός ουσιαστικά δίνεται από τις συντεταγμένες y(i) πάνω σε κάθε διαχωριστική επιφάνεια. (***δ***) Οι συντεταγμένες της πηγής του φωτός και του φωτοανιχνευτή είναι (0,y(1)) και (N,y(N)) αντίστοιχα όπου y(1) και y(N) είναι σταθερά σημεία. (***ε***) Η αρχική διαδρομή διαγράφεται από τη συλλογή τυχαίων σημείων πάνω σε κάθε διαχωριστική επιφάνεια. (***στ***) Η διαδρομή του φωτός βρίσκεται διαλέγοντας τυχαία μια διαχωριστική επιφάνεια, i, και δημιουργώντας ένα δοκιμαστικό σημείο με συντατaγμένη y(i) που διαφέρει από την προηγούμενη τιμή της κατά μια τυχαία ποσότητα στο διάστημα -δ και δ. Αν η δοκιμαστική αυτή συντεταγμένη οδηγεί σε μικρότερη χρονικά διαδρομή τότε η συντεταγμένη αυτή αποτελεί τη νέα συντεταγμένη y(i) από την οποία περνά το φως στην επιφάνεια αυτή. (ζ) Η διαδρομή επαναπροσδιορίζεται κάθε φορά που επιφέρεται κάποια αλλαγή.

Εφαρμόστε τη παραπάνω μέθοδο σε ένα πρόγραμμα. Θεωρήστε ότι το φως διαδίδεται από ένα υλικό (αέρα) με δείκτη διάθλασης $n_1=1$ σε άλλο υλικό με δείκτη διάθλασης $n_2=1.5$ (γυαλί). Θεωρήστε ότι οι δυο αυτές περιοχές μπορούν να χωριστούν σε 10 διαφορετικά μέσα. Επομένως η διαχωριστική επιφάνεια 5 αποτελεί και τη διαχωριστική επιφάνεια των 2 περιοχών. Θεωρήστε ότι το επιτρεπτό διάστημα δ για αλλαγή της συντεταγμένης είναι δ=0.5. Τέλος θεωρήστε ότι οι y-συντεταγμένες της πηγής του φωτός και του φωτοανιχνευτή είναι αντίστοιχα 2 και 8. Θα πρέπει να επαναλάβετε τη διαδικασία για κάποιο αριθμό προσπαθειών αλλαγής συντεταγμένων. Στο τέλος θα πρέπει να τυπώσετε σε ένα file με όνομα light_path.dat, τις συντεταγμένες των αρχικών τυχαίων σημείων (αρχική τυχαία διαδρομή) καθώς και τις συντεταγμένες τις τελικής σας διαδρομής. Θα πρέπει επίσης να βρείτε το χρόνο για να καλύψει τη διαδρομή αυτή.

4. Δημιουργήστε το πρόγραμμα μιας κλάσης που ονομάζεται Rectangle (ορθογώνιο). Η κλάση αυτή αποθηκεύει μόνο τις καρτεσιανές συντεταγμένες των τεσσάρων κορυφών του ορθογωνίου. Ο constructor καλεί μια συνάρτηση set η οποία δέχεται 4 sets συντεταγμένων και επαληθεύει ότι κάθε μια από αυτές ανήκουν στο 1^o τεταρτημόριο χωρίς καμιά από τις x και y συντεταγμένες να μην είναι μεγαλύτερη από 20.0. Η συνάρτηση set επιβεβαιώνει επίσης ότι οι συντεταγμένες που εισάγονται ορίζουν όντως ένα ορθογώνιο. Συναρτήσεις μέλη της κλάσης αυτής υπολογίζουν το length (μήκος), width (πλάτος), perimeter (περίμετρο) και area (εμβαδό) του ορθογωνίου. Σαν μήκος θεωρείται η μεγαλύτερη από τις δυο διαστάσεις του ορθογωνίου. Συμπεριλάβετε ακόμα μια συνάρτηση με το όνομα square η οποία προσδιορίζει αν το ορθογώνιο είναι τετράγωνο. Γράψτε κατόπιν ένα πρόγραμμα το οποίο χρησιμοποιεί την κλάση αυτή και τα ακόλουθα σημεία με τις συντεταγμένες τους:
X=(5.0,1.0), Y=(5.0,3.0), Z=(1.0, 3.0), W=(1.0,1.0), J=(0.0,0.0), K=(1.0,0.0), M=(1.0,1.0), N=(0.0,1.0) και V=(99.0,-2.3) και τα παραλληλόγραμμα με κορυφές (Z, Y, X, W), (J, K, M, N), (W, X, M, N) και (V, X, Y, Z).