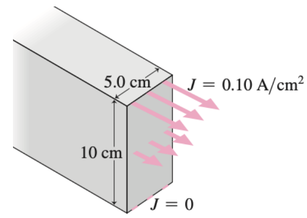
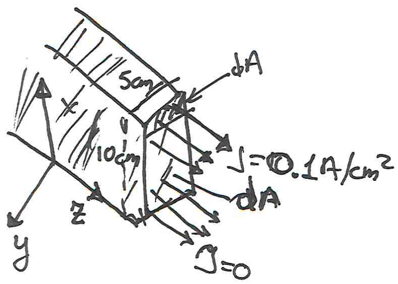
ΦΥΣ. 112

3ο ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ **Επιστροφή 13.10.2023**

1. Μία μεταλλική ράβδος έχει σχήμα ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου με εμβαδό της μικρότερης έδρας 5.0cm x 10.0cm, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ράβδος δεν έχει ομογενή αγωγιμότητα και ως αποτέλεσμα η πυκνότητα ρεύματος αυξάνει γραμμικά από το 0 στο κάτω μέρος έως 0.10 A/cm^2 στο πάνω μέρος της. Βρείτε το ολικό ρεύμα που διαρρέει την ράβδο.





Θεωρούμε το σύστημα συντεταγμένων όπως στο σχήμα

Η πυκνότητα ρεύματος στη ράβδο είναι:

$$\boxed{\vec{J} = 0.10\,A/cm^2\left(\frac{x}{10}\right)_{cm}\hat{k}}$$

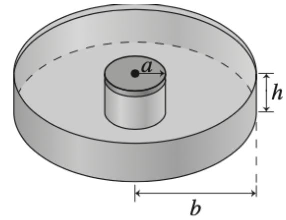
Θεωρούμε λωρίδες εμβαδού $\boxed{5cm \times dx\,\hat{k} = d\vec{A}}$ που απαρτίζουν την διατομή της ράβδου. Θεωρούμε ότι στην λωρίδα αυτή η πυκνότητα ρεύματος είναι σταθερή εφόσον το dx είναι μικρό.

Μπορούμε επομένως να ολοκληρώσουμε ως προς dx για να βρούμε το ρεύμα.

$$I = \int_x \vec{J}\cdot d\vec{A} = \int_0^{10cm}(0.010\,A/cm^3)(5.0cm)\,x\,dx = (0.05\,A/cm^2)\left(\frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^{10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = (0.05\,A/\cancel{cm^2})\left(\frac{100\,\cancel{cm^2}}{2}\right) \Rightarrow \boxed{I = 2.5A}$$

2. Ένα κυκλικό ταψί ακτίνας b είναι κατασκευασμένο από υλικό τέτοιο ώστε η κάτω επιφάνειά του να είναι πλαστική ενώ το κυλινδρικό του τοίχωμα ύψους h από κάποιο μεταλλικό υλικό. Το ταψί είναι γεμάτο με κάποιο υγρό ειδικής αντίστασης ρ. Ένας μεταλλικός δίσκος ακτίνας a και ύψους h βρίσκεται στο κέντρο του ταψιού όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο μεταλλικός δίσκος και η κυλινδρική επιφάνεια είναι τέλειοι αγωγοί. Δείξτε ότι η αντίσταση μεταξύ της κυλινδρικής επιφάνειας και του δίσκου είναι $R = [\rho ln(b/a)]/2\pi h$.



Θεωρούμε μια κυλινδρική επιφάνεια S, ακτίνας r και ύψους h που βρίσκεται μεταξύ δύο μεταλλικών ηλεκτροδίων. Η επιφάνεια περικλείει πλήρως τον εσωτερικό δίσκο, και επομένως το ρεύμα ρέει από το κέντρο προς την παράπλευρη επιφάνεια θα είναι:

$$I = \int_S \vec{J}\cdot d\vec{A} = \int_S \left(\frac{\vec{E}}{\rho}\right)\cdot d\vec{A}$$

Αν τα ηλεκτρόδια συμπεριφέρονται ως τέλειοι αγωγοί ($\rho = 0$) τότε είναι ισοδυναμικές επιφάνειες και το ηλεκτρικό πεδίο στο υγρό που βρίσκεται στο ταψί θα έχει κυλινδρική συμμετρία.

Επομένως μπορούμε να προσθέσουμε επίπεδες επιφάνειες από το πάνω και κάτω μέρος ώστε να κλείσει η επιφάνεια S χωρίς να μετατραπεί το ολοκλήρωμα

$$\rho I = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{A}$$

Το ολοκλήρωμα αυτό είναι ίδιο με το ολοκλήρωμα της ηλεκτρικής ροής σε κλειστή επιφάνεια από τον νόμο του Gauss, για την περίπτωση δύο ομόκεντρων κυλινδρικών αγωγών ακτινών a και b. Όπως έχουμε δει η ροή για την περίπτωση αυτή είναι: (διαλ. 10)

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r L}$$ όπου L το ύψος του κυλίνδρου.

Η διαφορά δυναμικού είναι $\Delta V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{s} \Rightarrow \Delta V = -\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} ln\left(\frac{b}{a}\right)$ (b>a) ακτίνες.

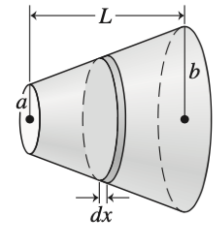
Θεωρούμε ότι το μήκος του κυλίνδρου είναι h οπότε: $\Delta V = \frac{ln(\frac{b}{a})}{2\pi h}\left(\frac{Q}{\varepsilon_0}\right) \rightarrow \int_S \vec{E}\cdot d\vec{A}$

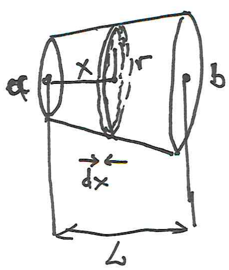
οπότε: $\boxed{\int \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{2\pi h V}{ln(b/a)}}$

Από τον νόμο του Ohm: $V = IR$ και την προηγούμενη σχέση: $\rho I = \frac{2\pi h V}{ln(b/a)} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{V}{I} = \boxed{R = \frac{ln(b/a)}{2\pi h}\rho}$$

3. Το διπλανό σχήμα δείχνει ένα υλικό με ειδική αντίσταση ρ, σε σχήμα κόλουρου κώνου. Υποθέστε ότι οι ισοδυναμικές επιφάνειες είναι επίπεδα παράλληλα προς τις 2 βάσεις του κώνου. Υπολογίστε την ολική αντίσταση του υλικού ανάμεσα στις 2 βάσεις. *Υπόδειξη*: θα πρέπει να ολοκληρώσετε ως προς φέτες πάχους dx, όπως φαίνεται στο σχήμα.





Οι ισοδυναμικές επιφάνειες είναι παράλληλες προς τις 2 βάσεις του κώνου οπότε το ηλεκτρικό πεδίο είναι παράλληλο προς τον άξονα του κώνου.

Το πεδίο μεταβάλλεται κατά μήκος του κώνου, αλλά αν θεωρήσουμε ότι έχουμε μια "φέτα" πάχους dx, τότε το πεδίο μπορούμε να θεωρήσουμε ότι είναι σταθερό στην "φέτα" αυτή.

Επομένως η στοιχειώδης αντίσταση στη στοιχειώδη αυτή "φέτα" θα είναι:

$dR = \rho \frac{dx}{A}$ όπου $A = \pi r^2$ με r την ακτίνα της φέτας. Η ακτίνα αυτή μπορεί να συσχετιστεί με τη θέση της "φέτας" στον κώνο: $r = \frac{b-a}{L}x + a$

Επομένως $dx = \frac{L}{b-a}dr$ και επομένως $dR = \rho \frac{L\,dr}{A(b-a)}$

Ολοκληρώνοντας ως προς dr για όρια από το a στο b έχουμε:

$$R = \int_a^b dR = \int_a^b \rho \frac{L}{A(b-a)}dr = \int_a^b \frac{\rho L}{\pi r^2 (b-a)}dr = \frac{\rho L}{\pi(b-a)}\left(\frac{-1}{r}\right)\Big|_a^b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \frac{\rho L}{\pi(b-a)}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \Rightarrow \boxed{R = \frac{\rho L}{\pi a b}}$$

4. Η πυκνότητα ρεύματος σε μία δέσμη σωματιδίων κυκλικής διατομής ακτίνας a, έχει διεύθυνση κατά μήκος του άξονα της δέσμης και το μέτρο της ελαττώνεται γραμμικά από J_0 στο κέντρο της δέσμης (r=0) σε $J_0/2$ στα όρια της ακτίνας ($r = a$). Βρείτε τη σχέση που δίνει την ένταση του ρεύματος της δέσμης των σωματιδίων.

Ολοκληρώνουμε την πυκνότητα ρεύματος ως προς τη δέσμη για να βρούμε το ολικό ρεύμα. Μπορούμε να γράψουμε την πυκνότητα ρεύματος συναρτήσει της ακτίνας:

$$J(r) = J_0 - \frac{J_0 r}{2a}$$

Για να βρούμε το ολικό ρεύμα, ολοκληρώνουμε σε κυκλικούς δακτυλίους ακτίνας r, ο καθένας εμβαδού $dA = 2\pi r\,dr$.

$$dI = J\,dA \Rightarrow I = \int_0^a J(r)\,dA = 2\pi J_0 \int_0^a \left(1 - \frac{r}{2a}\right) r\,dr \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = 2\pi J_0 \left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^3}{6a}\right)\Bigg|_0^a = 2\pi J_0 \left(\frac{a^2}{2} - \frac{a^{\cancel{3}\,2}}{6\cancel{a}}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = 2\pi J_0 \frac{\cancel{2}a^2}{\cancel{6}\,3} \Rightarrow \boxed{I = \frac{2\pi a^2}{3} J_0}$$

5. Η εταιρεία Tesla προσέλαβε κάποιους φοιτητές Φυσικής ως μέρος του μαθήματος τοποθέτησής σε βιομηχανία και τους ανέθεσε ως project να υπολογίσουν τη μέγιστη κλίση ενός δρόμου ώστε ένα αυτοκίνητο μάζας $1200 kg$ που κατασκευάζει να μπορεί να κινείται στον δρόμο αυτό με $68 km/h$ χρησιμοποιώντας μόνο τον ηλεκτροκινητήρα του χωρίς να χρειάζεται ο κινητήρας βενζίνης να υποβοηθά στην κίνηση του αυτοκινήτου. Ο ηλεκτροκινητήρας λειτουργεί με τη βοήθεια μιας μπαταρίας $360.0 V$ που παρέχει στον κινητήρα μέγιστο ρεύμα $190 A$. Ποια είναι η μέγιστη κλίση που μπορεί να έχει ο δρόμος;

Η μέγιστη ισχύς της μπαταρίας είναι: $P_{max} = I_{max} \cdot V$

Εφόσον η ισχύς αυτή χρησιμοποιείται για να προωθήσει το αυτοκίνητο

τότε ξέρουμε ότι $P = F\upsilon \Rightarrow F = \frac{P}{\upsilon} = \frac{I_{max} \cdot V}{\upsilon}$

Η δύναμη αυτή απουσία αντίστασης του αέρα, θα ισούται με την

βαρυτική δύναμη στη διεύθυνση της κλίσης του δρόμου: $mg\sin\theta$

Επομένως θα έχουμε: $\frac{I_{max} V}{\upsilon} = mg\sin\theta \Rightarrow \sin\theta = \frac{I_{max} V}{mg\upsilon} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{(180A)(360V)}{(1200kg)(9.8m/s^2)(68km/h)} \Rightarrow \sin\theta = 0.2917 \Rightarrow \theta \simeq 0.3 rad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\theta \simeq 17^\circ}$$

6. Δείξτε ότι σε ένα κύκλωμα *RC*, μόνο το μισό της ολικής ενέργειας που προσφέρεται από την μπαταρία αποθηκεύεται στον πυκνωτή.

Η ισχύς που προσφέρεται από την μπαταρία στο κύκλωμα είναι:

$$P = I\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}^2}{R} e^{-t/(RC)}$$

όπου χρησιμοποιούμε την εξίσωση του ρεύματος

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}$$

Η ολική ενέργεια επομένως που προσφέρεται από την μπαταρία είναι:

$$U_{\text{μπατ}} = \int_0^\infty P\,dt = \frac{\mathcal{E}^2}{R}\int_0^\infty e^{-t/RC}\,dt = C\mathcal{E}^2\left(e^0 - e^{-\infty}\right) \Rightarrow \boxed{U^{t=\infty}_{\text{μπατ}} = C\mathcal{E}^2}$$

Η ενέργεια η οποία αποθηκεύεται σε έναν πυκνωτή είναι: $U = \frac{1}{2}CV^2$

όπου V είναι η τελική διαφορά δυναμικού στα άκρα του, όταν έχει πλήρως φορτιστεί και δεν υπάρχει ρεύμα στο κύκλωμα RC. Τότε όμως $V = \mathcal{E}$.

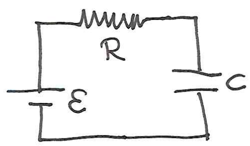
Επομένως $\boxed{U^{t=\infty}_{\text{πυκ}} = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2 = \frac{1}{2}U_{\text{μπατ}}}$

Το υπόλοιπο μισό της ενέργειας που προσφέρει η μπαταρία καταναλώνεται στην αντίσταση R σε μορφή θερμότητας:

$$U_R = \int_0^\infty I^2 R\,dt = \frac{\mathcal{E}^2}{R}\int_0^\infty e^{-2t/RC}\,dt \Rightarrow \boxed{U_R = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2}$$

7. Βρείτε μία σχέση που δίνει τον ρυθμό αύξησης της διαφοράς δυναμικού (*dV/dt*) στα άκρα ενός φορτιζόμενου πυκνωτή που αποτελεί μέρος ενός *RC* κυκλώματος. Βρείτε ποια η τιμή της τάσης τη χρονική στιγμή $t = 0$ και δείξτε ότι αν ο πυκνωτής εξακολουθούσε να φορτίζεται με τον ίδιο ρυθμό θα φορτιζόταν πλήρως σε χρόνο $\tau = RC$.

Το πρόβλημα ζητά να δείξουμε ότι αν ο πυκνωτής φορτιζόνταν με τον αρχικό ρυθμό φόρτισης τότε θα φορτιζόνταν πλήρως σε μια χρονική περίοδο $\tau = RC$



$$\mathcal{E} = IR + V_C \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = \frac{d(\mathcal{E} - I(t)R)}{dt} = -R\frac{dI(t)}{dt}$$

Ξέρουμε ότι $I(t) = \left(\frac{\mathcal{E}}{R}\right)e^{-t/RC}$ για φόρτιση

$$\Rightarrow \frac{dV_c}{dt} = -\cancel{R}\,\frac{-I(t)}{\cancel{R}C} = \frac{I(t)}{C}$$

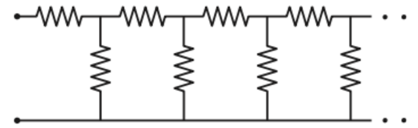
Όταν ο πυκνωτής είναι αρχικά αφόρτιστος $I(t=0) = \frac{\mathcal{E}}{R} = I_0$ και ο πυκνωτής δρα σαν βραχυκύκλωμα. Επομένως ο αρχικός ρυθμός αύξησης του δυναμικού θα είναι: $$\frac{dV_c(t=0)}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{RC} = \frac{\mathcal{E}}{\tau} \quad (1)$$

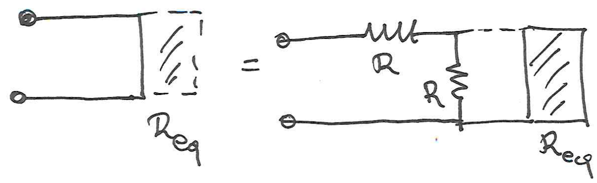
Όταν αφήσουμε τον πυκνωτή να φορτίζεται, τότε για $V(t\infty) = \mathcal{E}$.

Μπορούμε να βρούμε επομένως διατηρώντας τον ρυθμό μεταβολής της (1) σε πόσο χρόνο t θα αποκτήσει $V_C = \mathcal{E}$.

$$t \cdot \left[\frac{dV_c(t=0)}{dt}\right] \overset{(1)}{=} t\left(\frac{\mathcal{E}}{\tau}\right) = V(t=\infty) = \mathcal{E} \Rightarrow \boxed{t = \tau = RC}$$

8. Το διπλανό κύκλωμα αποτελείται από μία άπειρη συνδεσμολογία αντιστάσεων και όλες οι αντιστάτες έχουν ακριβώς την ίδια τιμή αντίσταση R. (α) Δείξτε ότι η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος αυτού ανάμεσα στους δύο ακροδέκτες στα αριστερά του σχήματος ισούται με $R_{ολ} = R(1+\sqrt{5})/2$. (β) Επαναλάβετε τον υπολογισμό σας υποθέτοντας αυτή τη φορά ότι ο αντιστάτης στην οριζόντια διεύθυνση έχει αντίσταση R_1 διαφορετικής τιμής από την αντίσταση (έστω R_2) του αντιστάτη στην κατακόρυφη διεύθυνση.





Από τη στιγμή που το κύκλωμα αποτελείται από άπειρη επανάληψη των αντιστάσεων, το να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε ένα ή περισσότερα στοιχεία της αλυσίδας δεν θα αλλάξει την ισοδύναμη αντίσταση.

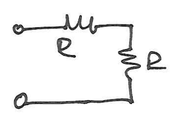
Δηλαδή θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε το κύκλωμα στα αριστερά ισοδύναμο με το κύκλωμα στα δεξιά όπου μια αντίσταση R είναι σε σειρά με την παράλληλη συνδεσμολογία μιας αντίστασης R με την ισοδύναμη αντίσταση

$$R_{eq} = R + \frac{R \cdot R_{eq}}{R + R_{eq}} \Rightarrow \cancel{RR_{eq}} + R_{eq}^2 = R^2 + \cancel{RR_{eq}} + RR_{eq} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{eq}^2 = R^2 + RR_{eq} \Rightarrow R_{eq}^2 - RR_{eq} - R^2 = 0 \Rightarrow R_{eq} = \frac{R \pm \sqrt{R^2 + 4R^2}}{2} \Rightarrow$$

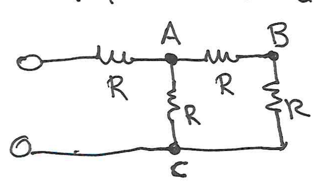
$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{R \pm R\sqrt{5}}{2}.$$ Υπάρχει μόνο μια λύση: $R_{eq} = R\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) = 1.62R$

Το αποτέλεσμα αυτό μπορεί να εξαχθεί ως εξής: Μπορούμε αρχικά να θεωρήσουμε ότι έχουμε 2 αντιστάσεις R σε σειρά:



$R_{eq} = R + R = 2R$

Θεωρούμε κατόπιν ότι προσθέτουμε 2 ακόμα αντιστάσεις:



Τώρα έχουμε 2 αντιστάσεις σε σειρά (ABC) και παράλληλα με την R στο AC: $\frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{3}{R} \Rightarrow R'_{eq} = \frac{2R}{3}$

που είναι σε σειρά με την R ⇒ $R_{eq} = R + \frac{2R}{3} = \frac{5R}{3} = 1.67R$

Και συνεχίζοντας καταλήγουμε στο παραπάνω αποτέλεσμα $R_{eq} = 1.62R$

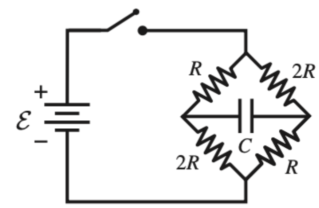
(β) Η ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας σε σειρά των αντιστάσεων R_1 και $(R_2 || R_{eq})$ είναι R_{eq} και επομένως:

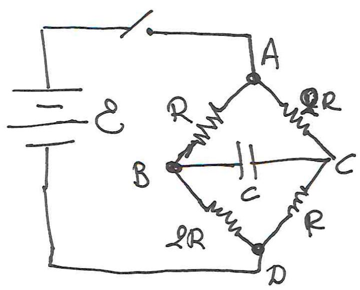
$$R_{eq} = R_1 + R_2 || R_{eq} = R_1 + \frac{R_2 R_{eq}}{R_2 + R_{eq}} \Rightarrow R_{eq}^2 + \cancel{R_2 R_{eq}} = R_1 R_2 + R_1 R_{eq} + \cancel{R_2 R_{eq}}$$

$$\Rightarrow R_{eq}^2 - R_1 R_{eq} - R_1 R_2 = 0$$ οπότε λύνοντας την δευτεροβάθμια

$$R_{eq} = \frac{R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + 4R_1R_2}}{2}$$ $\Rightarrow$ μόνο θετική λύση: $$\boxed{R_{eq} = \frac{R_1 + \sqrt{R_1^2 + 4R_1R_2}}{2}}$$

9. Στο διπλανό κύκλωμα ο διακόπτης είναι αρχικά ανοικτός και ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος. Βρείτε τη σχέση που δίνει το ρεύμα I που προσφέρεται από τη μπαταρία (α) ακριβώς τη στιγμή που κλείνει ο διακόπτης και (β) μετά από μεγάλο χρονικό διάστημα αφότου έχει κλείσει ο διακόπτης.





Τη στιγμή που κλείνει το κύκλωμα, ο πυκνωτής δρα σαν βραχυκύκλωμα και το κύκλωμα μοιάζει να έχουμε τα BC στο ίδιο δυναμικό, οπότε οι αντιστάσεις R & 2R στο τμήμα ABC είναι παράλληλα συνδεδεμένες και αντίστοιχα οι αντιστάσεις στο τμήμα BCD.

Οι δύο παράλληλες συνδεσμολογίες είναι συνδεδεμένες σε σειρά μεταξύ τους.

Θα έχουμε λοιπόν: $\frac{1}{R_{ABC}} = \frac{1}{R_{BCD}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{3}{2R} \Rightarrow R_{ABC} = R_{BCD} = \frac{2R}{3}$

Επομένως η ολική αντίσταση του φόρτου θα είναι $R_{eq}^{t=0} = R_{ABC} + R_{BCD} = \frac{4R}{3}$

Μετά την πάροδο μεγάλου χρονικού διαστήματος με τον διακόπτη κλειστό ο πυκνωτής έχει φορτιστεί πλήρως και δρα σαν διακόπτης. Στην περίπτωση αυτή οι αντιστάσεις ABD είναι σε σειρά, όπως και οι ACD και παράλληλα συνδεδεμένοι μεταξύ τους. Θα έχουμε δηλαδή:

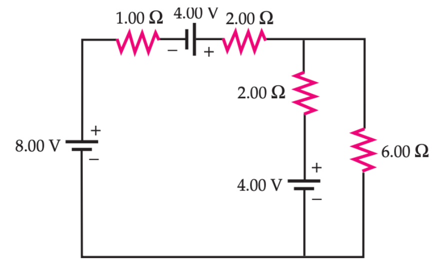
$R_{ABD} = R + 2R = 3R = R_{ACD}$

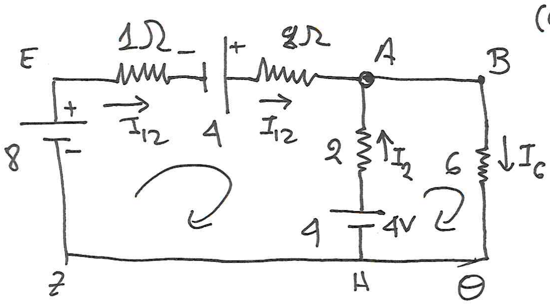
$R_{ABCD} = \frac{R_{ABD} \cdot R_{ACD}}{R_{ABD} + R_{ACD}} = \frac{3R \cdot \cancel{3R}}{2 \cancel{3R}} \Rightarrow R_{eq}^{t=\infty} = \frac{3}{2} R$ με τον πυκνωτή πλήρως φορτισμένο

Επομένως όταν ο διακόπτης κλείσει το ρεύμα είναι: $I(t=0) = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}^{t=0}} = \frac{3\mathcal{E}}{4R}$

Μετά από μεγάλο διάστημα το ρεύμα είναι: $I(t=\infty) = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}^{t=\infty}} = \frac{2\mathcal{E}}{3R}$

10. Για το διπλανό κύκλωμα βρείτε (α) το ρεύμα που διαρρέει τον κάθε αντιστάτη, (β) την ισχύ που προσφέρεται από κάθε μπαταρία και (γ) την ισχύ που προσφέρεται σε κάθε αντιστάτη.





(α)

Από τον 1° νόμο του kirchhoff στο A

$$I_{12} + I_2 = I_6 \qquad (1)$$

Από τον 2° νόμο του kirchhoff στο βρόχο ΕΑΗΖ :

$$8V + \cancel{4V} - 3I_{12} + 2I_2 - \cancel{4V} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8V - 3I_{12} + 2I_2 = 0. \qquad (2)$$

Από τον 2° νόμο του kirchhoff στο βρόχο ΕΒΘΖ :

$$8V - 3I_{12} - 6I_6 + 4V = 0 \Rightarrow 12V - 3I_{12} - 6I_6 = 0. \qquad (3)$$

$$8V = 3I_{12} - 2I_2 \overset{(1)}{\Rightarrow} 8V = 3I_6 - 3I_2 - 2I_2 \Rightarrow 8V = 3I_6 - 5I_2 \quad (4)$$

$$12V = 3I_{12} + 6I_6 \overset{(1)}{\Rightarrow} 12V = 3I_6 - 3I_2 + 6I_6 \Rightarrow 12V = 9I_6 - 3I_2 \quad (5)$$

Πολ/ζουμε την (4) με −3 οπότε: $\left.\begin{aligned} -24 &= -9I_6 + 15I_2 \\ (5) \rightarrow \quad +12 &= +9I_6 - 3I_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow -12 = 12I_2 \Rightarrow \boxed{I_2 = -1A}$

Αντικατάσταση στην (5) δίνει: $12 = 9I_6 + 3 \Rightarrow \boxed{I_6 = 1A}$

Από την (1) θα έχουμε ότι $I_{12} = I_6 - I_2 = 1 - (-1) \Rightarrow \boxed{I_{12} = 2A}$

Επομένως το ρεύμα I_2 είναι προς τα κάτω και όχι προς τα πάνω.

(β) Η ισχύς που προσφέρεται από την πηγή των +8V είναι: $P_{8V} = \mathcal{E} \cdot I_{12} = 8 \cdot 2 = 16W$

ενώ η ισχύς που προσφέρεται από την πηγή των 4V $P_{4V} = \mathcal{E} I_2 = 4(-1) = -4W$

Το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι ρεύμα προσφέρεται στη πηγή και απορροφά ισχύ.

(γ) Η ισχύς που καταναλώνεται στις αντιστάσεις είναι:

$$P_{1\Omega} = I_{12}^2 R_{1\Omega} = (2A)^2(1\Omega) = 4W$$

$$P_{2\Omega} = I_{12}^2 R_{2\Omega} = (2A)^2(2\Omega) = 8W$$

$$P_{2\Omega,AH} = I_2^2 R_{2\Omega} = (1A)^2 2\Omega = 2W$$

$$P_{6\Omega} = I_6^2 R_{6\Omega} = (1A)^2 6\Omega = 6W$$