

ΦΥΣ 145 – Μαθηματικές Μέθοδοι στη Φυσική

Πρόοδος

13 Μαρτίου 2006

Ομάδα 1^η

Γράψτε το ονοματεπώνυμο και αριθμό ταυτότητάς σας στο πάνω μέρος της αυτής της σελίδας.

Πρέπει να απαντήσετε και στα 6 προβλήματα που σας δίνονται.

Ο χρόνος εξέτασης είναι 90 λεπτά.

Από τη στιγμή αυτή δεν υπάρχει συνεργασία/συζήτηση ανταλλαγή αρχείων και e-mails με κανένα και φυσικά κουδούνισμα κινητού που πρέπει να κλείσουν. Σημειώσεις, χαρτάκια κλπ απαγορεύονται όπως και επισκέψεις σε ιστοσελίδες ή accounts που δεν αναφέρονται στην ιστοσελίδα του μαθήματος.

Καλή επιτυχία

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Χωρίς να γράψετε το πρόγραμμα βρείτε τι θα τυπώσουν τα ακόλουθα προγράμματα (Απαντήστε στο χώρο που σας δίνεται). Θα πρέπει να γράψετε τους αριθμούς όπως θα τυπωθούν από τον υπολογιστή. (5β + 5β)

(A)

```
C=====
      program test1
C=====
      integer i,j
      real    x,y
      real    c,d
      F(x,y)=L*x+K*y
      L=5
      K=2
      x=1.5
      y=2.0
      c=F(5.,3.)
      d=F(L,K)
      write(6,10)c,d
10    format(1x,'c = ',1x,f4.1,/,
      &1x,'d= ',1x,f4.1)
      End
```

(B)

```
C=====
      program test3
C=====
      INTEGER J
      REAL A, B, D, C
      REAL EXCH
C
      A = 10
      B = 5
      C = EXCH(A,B)
      DO J = 1, 2
          D = C + (B - A)*J
      ENDDO
      WRITE(6,10)D
10    FORMAT(1x,'D = ',1x,F5.1)
      END
C=====
      REAL FUNCTION EXCH(B,A)
C=====
      REAL A,B,T
      EXCH = -5.0
      T = B
      B = A
      A = T
      RETURN
      END
```

2. Χωρίς να χρησιμοποιήσετε τον υπολογιστή βρείτε τα λάθη στα ακόλουθα προγράμματα και διορθώστε τα ανάλογα. Γράψτε τι θα τυπώσουν τα προγράμματα σε κάθε περίπτωση (**5β + 5β**).

(A)

```
C=====
      program test5
C=====
      INTEGER J, N
      REAL A(2), B, Z, D
      REAL SUMSQ
C
      Y(A(I),B) = A(I)**2 + B**2
C
      DO J = 1, 2
        A(J) = J+1
      ENDDO
C
      B = 4
      DO J = 1, 2
        Z(J) = Y(A(I),B)
      ENDDO
      D = SUMSQ(A(2),B)
C
      WRITE(6,10) Z, D
10  FORMAT(1x,'D =',1x,F5.1,/,
&        1x,'Z =',1x,F5.1)
      END
C=====
      REAL SUMSQ(X,Y)
C=====
      REAL A, X(2), Y, Z
      INTEGER J
C
      A = 11
      DO J = 1, 2
        Z(J) = A + X(J)**2 + Y**2
      ENDDO
      SUMSQ = Z(J)
      RETURN
      END
```

(B)

```
C=====
      program test6
C=====
      INTEGER J, K, N, XK, XM
      INTEGER A(3,3), B(3,3)
      REAL C(3,3), X, TEST
C
      N = 3
      DO 10 J = 1, N
        DO 20 K = 1, N
          A(J,K) = J*K
          B(J,K) = 2.0*A(I,K)
          C(J,K) = 1.0
10      CONTINUE
20      CONTINUE
C
      DO 30 J = 1, N
        DO 40 K = 1, N
          X = J*K
          XM = A(J,K)
          XK = B(J,K)
          C(J,K) = C(J,K) - XM/XK*X
40      CONTINUE
30      CONTINUE
      TEST = DIAGONAL(C,N)
      WRITE(6,50) TEST
      FORMAT(1x,'To athroisma C=',
&        1x,f6.3)
      END
C=====
      SUBROUTINE DIAGONAL(C,N)
C=====
      INTEGER N, J, K
      REAL C(N,N), SUM
C
      SUM = 0
      DO J = 1, N
        SUM = SUM + C(J,J)
      ENDDO
      DIAGONAL = SUM
      RETURN
      END
```

Ασκήσεις για τον υπολογιστή

Τις παρακάτω 3 ασκήσεις θα πρέπει να τις στείλετε με e-mail αφού πρώτα τις κάνετε tar στο phy145@ucy.ac.cy. Το e-mail σας θα πρέπει να έχει subject:midterm_groupA ενώ το attachment θα πρέπει να είναι στη μορφή <username>_groupA.tar όπου username ο e-mail account σας στο πανεπιστήμιο.

Μην ξεχάσετε να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας και αριθμό ταυτότητας σε κάθε file που αντιστοιχεί στο πρόγραμμα που στέλνετε.

3. Θεωρήστε 2 ποδηλάτες που μπορούν να κινηθούν με διαφορετικές ταχύτητες ο καθένας. Ο πρώτος ποδηλάτης μπορεί να κινηθεί με ταχύτητα 19 mi/h ενώ ο δεύτερος με 27 mi/h. Θέλουν να διανύσουν μια απόσταση από την πόλη Α στη πόλη Β. Ο πρώτος ποδηλάτης ξεκινά 2 ώρες νωρίτερα από το δεύτερο ποδηλάτη. Μετά από πόσο χρόνο ο δεύτερος ποδηλάτης θα έχει ξεπεράσει τον πρώτο; Ο υπολογισμός σας θα πρέπει να γίνει με ένα πρόγραμμα Fortran το οποίο θα δέχεται από το πληκτρολόγιο τις ταχύτητες των δύο ποδηλατών καθώς και την απόσταση των δύο πόλεων Α και Β. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να τυπώνει σε μορφή πίνακα, την χρονική στιγμή (θεωρώντας σαν t_0 τη στιγμή που ξεκινά ο πρώτος ποδηλάτης) και την απόσταση που έχει διανύσει ο κάθε ποδηλάτης ανά 30min μέχρι τη στιγμή που ο δεύτερος ποδηλάτης ξεπερνά τον πρώτο. Θα πρέπει επίσης να ελέγχει αν ο πρώτος ποδηλάτης έχει καλύψει την απόσταση των δύο πόλεων πριν τον περάσει ο δεύτερος ποδηλάτης. (10 β)

4. Μερικές συναρτήσεις δεν έχουν κάποια κλειστή μορφή για τον υπολογισμό του y συναρτήσει του x . Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι η συνάρτηση Bessel 1^{ου} είδους η οποία ορίζεται ως ακολούθως:

$$J_m(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^m \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r!(r+m)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2r} = \left(\frac{x}{2}\right)^m \left[\frac{1}{m!} - \frac{1}{(1+m)!} \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{1}{2(2+m)!} \left(\frac{x}{2}\right)^4 - \frac{1}{6(3+m)!} \left(\frac{x}{2}\right)^6 + \dots \right]$$

Για κάθε θετικό ακέραιο m παίρνουμε και διαφορετική συνάρτηση Bessel και η παραπάνω σειρά ορίζει μια οικογένεια από συναρτήσεις Bessel. Οι συναρτήσεις αυτές όπως θα δείτε στα επόμενα χρόνια των σπουδών σας αποτελούν λύσεις σε ολοκληρωτικές και διαφορικές εξισώσεις πολλών προβλημάτων και θεωρούνται σαν φυσικές επεκτάσεις των τριγωνομετρικών συναρτήσεων \cos και \sin . Για το παρών πρόβλημα θα επικεντρωθείτε στο πώς να γράψετε ένα πρόγραμμα Fortran το οποίο υπολογίζει την παραπάνω οικογένεια για μια οποιαδήποτε τιμή του m .

Το πρόβλημα προς επίλυση:

Να γραφεί ένα πρόγραμμα το οποίο δέχεται μια οποιαδήποτε τιμή για τον ακέραιο m την οποία δίνεται από το πληκτρολόγιο και υπολογίζει την αντίστοιχη συνάρτηση Bessel για κάποια τιμή του x στο διάστημα από 0 ως 10 με βήμα 0.5.

Φυσικά θα αναρωτηθείτε πως θα υπολογίσετε το άθροισμα αφού η σειρά έχει άπειρους όρους. Αυτό που θα πρέπει να κάνετε είναι να ελέγχετε αν η απόλυτη τιμή του νέου όρου της σειράς που πρόκειται να προσθέσετε είναι μικρότερη από μια τιμή ακρίβειας, EPSILON, που θέλετε (θεωρείστε για το πρόβλημά σας EPSILON = 1E-12). Αν αυτό συμβεί τότε ο υπολογισμός της σειράς θα πρέπει να διακοπεί και να τυπώσετε το αποτέλεσμα της συνάρτησης.

Για να βγάλετε τα σωστά αποτελέσματα και για την παραπάνω ακρίβεια θα πρέπει οι υπολογισμοί σας να γίνουν σε DOUBLE PRECISION.

Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να τυπώνει σε μορφή πίνακα τις 21 τιμές του x (0-10 με βήμα 0.5) και τις αντίστοιχες τιμές της συνάρτησης Bessel θεωρώντας $m = 1$. Τα x θα πρέπει να τυπώνονται με ένα δεκαδικό ψηφίο ενώ οι τιμές της συνάρτησης Bessel θα πρέπει να τυπώνονται με 9 δεκαδικά ψηφία.

Για έλεγχο των αποτελεσμάτων σας θα πρέπει να βρείτε ότι για $x = 0$ $J_1(x) = 0$ και για $x=10$, $J_1(x)=0.043472746$. (10 β)

5. Μια συσκευή καταγράφει τις συντεταγμένες ενός σωματιδίου το οποίο κινείται μέσα σε ένα αεροπλάνο σε τακτά χρονικά διαστήματα. Οι μετρήσεις γράφονται σε ένα αρχείο με τη μορφή time, x-position, y-position σε κάθε γραμμή του αρχείου. Ένα τέτοιο αρχείο είναι το flight.txt (θα πρέπει να το κατεβάσετε από την περιοχή: <http://www.ucy.ac.cy/~phy145/exam/flight.txt>). Τα δεδομένα στο αρχείο είναι ταξινομημένα σύμφωνα με τη χρονική στιγμή της μέτρησης και είναι πάντοτε αύξουσα σειρά.

Η ταχύτητα του σωματιδίου τη χρονική στιγμή t , το μέσο της χρονικής διαφοράς δύο μετρήσεων ορίζεται ως η απόσταση που διένυσε το σωματίδιο ως προς το χρόνο. Για παράδειγμα, αν τη χρονική στιγμή $t=0$ το σωματίδιο έχει συντεταγμένες $(x,y) = (12.50,0.00)$ και τη χρονική στιγμή $t=0.5$ έχει συντεταγμένες $(11.75,0.5)$, η ταχύτητα του τη χρονική στιγμή $t=0.25$ (μέσο των δύο μετρήσεων)

είναι: $\sqrt{(11.5 - 12.50)^2 + (0.50 - 0.00)^2} / (0.50 - 0.00) \approx 0.90139$

Να γραφεί ένα πρόγραμμα το οποίο περιέχει μια subroutine και η οποία δέχεται σαν παράμετρο το όνομα του αρχείου και επιστρέφει την χρονική στιγμή tMax στην οποία η ταχύτητα του σωματιδίου είναι μέγιστη και την χρονική στιγμή tMin την χρονική στιγμή στην οποία η ταχύτητα του σωματιδίου είναι ελάχιστη καθώς και τις αντίστοιχες ταχύτητες vMin και vMax. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να δέχεται το όνομα του αρχείου από το πληκτρολόγιο και να τυπώνει στην οθόνη την μέγιστη και ελάχιστη ταχύτητα καθώς και τις αντίστοιχες χρονικές στιγμές tMax και tMin που παρατηρούνται. [Υπόδειξη: Προσέξτε ότι από τη στιγμή που το μέγεθος του αρχείου είναι άγνωστο η χρήση πινάκων είναι αδύνατη]. (10 β)