

## ΦΥΣ 140 – Εισαγωγή στην Επιστημονική Χρήση Υπολογιστών



### 8<sup>η</sup> Εργασία (Τελευταία)

Επιστροφή: Παρασκευή 2/12/22

**Υπενθύμιση:** Οι εργασίες πρέπει να επιστρέφονται με e-mail στο [fotis@ucy.ac.cy](mailto:fotis@ucy.ac.cy) που θα στέλνετε από το πανεπιστημιακό σας λογαριασμό το αργότερο μέχρι την ημερομηνία που αναγράφεται.

Ως subject του e-mail θα πρέπει να αναγράφεται την εργασία (username\_phy140\_hmX όπου X ο αριθμός της εργασίας)

Κάθε αρχείο που επισυνάπτετε (attach) στο e-mail σας θα πρέπει να έχει το όνομα στη μορφή username\_hmX.tgz όπου username είναι το username του e-mail σας και X ο αριθμός της εργασίας. Επίσης σαν πρώτο σχόλιο μέσα σε κάθε file που περιέχει το πρόγραμμά σας θα πρέπει να αναφέρεται το ονοματεπώνυμό σας. Οι εργασίες είναι ατομικές και πανομοιότυπες εργασίες δε θα βαθμολογούνται. Για να κάνετε ένα tgz file (ουσιαστικά tar zipped file) θα πρέπει να δώσετε στο terminal την εντολή `tar -czvf username_hmX.tgz *.py` όπου py είναι όλα τα py files των προγραμμάτων σας.

1. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της μέσης τιμής της Monte Carlo ολοκλήρωσης να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο υπολογίζει το ολοκλήρωμα  $\int_0^\pi \sin x dx$  (στο διάστημα  $x \in [0, \pi]$ ). Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να υπολογίζει την τιμή του ολοκληρώματος για αρχικά δύο σημεία τα οποία διαδοχικά αυξάνουν γεωμετρικά (2, 4, 8, ...) μέχρι μέγιστη τιμή  $2^{17}$ . Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να τυπώνει για κάθε περίπτωση σημείων την τιμή του ολοκληρώματος καθώς και το σφάλμα του υπολογισμού. Το σφάλμα θα το υπολογίσετε από τη ακόλουθη σχέση:

$$err = (b - a) \sqrt{\frac{\langle f(x)^2 \rangle - \langle f(x) \rangle^2}{N}}$$

όπου  $N$  είναι ο αριθμός των σημείων,  $b$  και  $a$  τα όρια ολοκλήρωσης και  $\langle f(x) \rangle$  δηλώνει τη μέση τιμή της συνάρτησης ολοκλήρωσης ως προς τον αριθμό των σημείων ολοκλήρωσης. Τα αποτελέσματα του προγράμματός σας θα πρέπει να τα αποθηκεύσετε σε ένα αρχείο με όνομα *integral.dat* και στο οποίο θα πρέπει να υπάρχουν 3 στήλες, αριθμό προσπαθειών, τιμή ολοκληρώματος και αντίστοιχο σφάλμα.

2. Χρησιμοποιήστε 100K τυχαίους αριθμούς ομοιόμορφα κατανομημένους στο διάστημα  $[-3, 3]$ .

Ανά 10K υπολογίστε τη μέση τιμή των τυχαίων αριθμών που έχουν επιλεγεί ( $\bar{x} = \frac{\sum_i^N x_{rand}^i}{N}$ )

καθώς και την τυπική τους απόκλιση ( $s_m = \sqrt{\frac{\sum_i^N (x_{rand}^i - \bar{x})^2}{N}}$ ). Η τυπική απόκλιση μπορεί να

υπολογιστεί πιο εύκολα από τη σχέση  $s_m^2 = \frac{s_u}{N} - \frac{s_\mu^2}{N^2}$  όπου  $s_u = \sum_i^N (x_{rand}^i)^2$  ενώ ο 2<sup>ος</sup> όρος

είναι  $s_\mu^2 = (\sum_i^N x_{rand}^i)^2$ . Ο δεύτερος ορισμός βοηθά στον υπολογισμό χωρίς να χρειαστεί να

υπολογιστεί πρώτα η μέση τιμή και να επανα-υπολογιστεί η διαφορά  $x_{rand}^i - \bar{x}$ . Να κάνετε το γράφημα της μέσης τιμής καθώς και της τυπικής απόκλισης καθώς ο αριθμός των τυχαίων αριθμών αυξάνει υπολογίζοντας τις ποσότητες ανά 10K τυχαίους αριθμούς. Σε ποια τιμή συγκλίνει η τυπική απόκλιση που υπολογίζετε; Θεωρητικά η τυπική απόκλιση είναι  $s_m = (x_{max} - x_{min})/\sqrt{12}$ .

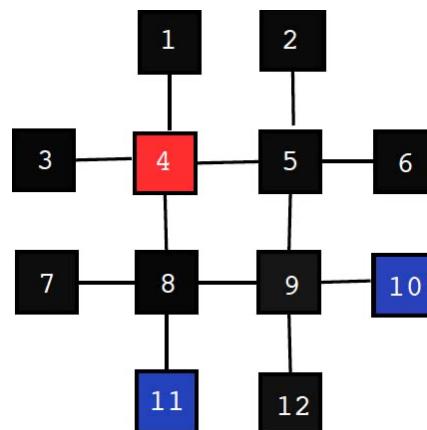
3. Χρησιμοποιώντας τη Monte Carlo μέθοδο ολοκλήρωσης της μέσης τιμής, υπολογίστε το ακόλουθο ολοκλήρωμα:

$$f = \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \int_0^1 dx_3 \int_0^1 dx_4 \int_0^1 dx_5 \int_0^1 (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6)^2 dx_6$$

Θα πρέπει να επιστρέψετε το πρόγραμμά σας μαζί με τα αποτελέσματα της τιμής που υπολογίζετε για διαφορετικές τιμές δοκιμών οι οποίες αυξάνουν γεωμετρικά από 2 ως  $2^{21}$ . Τα αποτελέσματα αυτά θα πρέπει να είναι στο file askisi3.dat το οποίο και θα επιστρέψετε μαζί με το κώδικά σας.

4. Σε ένα παιγνίδι με ζάρια μπορείτε να ρίξετε 2 ζάρια, ένα πράσινο και ένα άσπρο, πληρώνοντας 1ευρώ. Αν τιμή στο πράσινο ζάρι είναι μεγαλύτερη από την τιμή στο άσπρο ζάρι τότε κερδίζετε 2 ευρώ. Νομίζετε ότι οι πιθανότητες να κερδίσετε χρήματα στο παιγνίδι αυτό είναι με το μέρος σας;
5. Υποθέστε ότι έχετε 40 μπάλες μέσα σε ένα καπέλο. Από τις μπάλες αυτές 10 είναι κόκκινες, 10 είναι πράσινες, 10 είναι μπλε και 10 είναι κίτρινες. Βρείτε την πιθανότητα να διαλέξετε 2 μπλε και 2 κόκκινες μπάλες όταν επιλέγετε τυχαία 10 μπάλες από το καπέλο.

6. Ένας φοιτητής βγαίνοντας από την εξέταση του μαθήματος ΦΥΣ140 είναι τόσο ζαλισμένος που δεν ξέρει προς πια κατεύθυνση να κινηθεί. Ωστόσο αυτό που επιθυμεί είναι να βρεθεί σε ένα από τα 2 bars που είναι κοντά στο Πανεπιστήμιο και να ξεχάσει για το βράδυ την εμπειρία της εξέτασης. Του δίνονται 4 δυνατές διευθύνσεις με την ίδια πιθανότητα. Σε κάθε εξωτερική θέση του χάρτη ο φοιτητής θα βρεθεί σε μια εκδήλωση από την οποία δεν μπορεί να φύγει. Οι θέσεις στις οποίες βρίσκονται τα bars είναι η 10 και η 11, ενώ το εργαστήριο H/Y που είχε την εξέταση βρίσκεται στη θέση 4. Στις θέσεις 5, 8 και 9 μπορεί να κινηθεί προς οποιαδήποτε κατεύθυνση. Να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο υπολογίζει την πιθανότητα ο φοιτητής να καταλήξει σε ένα από τα δυο bars που φαίνονται στο παρακάτω χάρτη.



7. Στις ασκήσεις του εργαστηρίου είδατε τυχαίες διαδρομές σε μία διάσταση. Στην άσκηση αυτή θα μελετήσουμε την τυχαία διαδρομή ενός παρατηρητή σε δύο διαστάσεις (σύστημα συντεταγμένων  $x-y$ ). Σε κάθε δευτερόλεπτο ο παρατηρητής μπορεί να κινείται  $1m$  βόρεια ή νότια, ανατολικά ή δυτικά με την ίδια πιθανότητα. Έτσι μετά από 1 sec θα βρίσκεται  $1m$  μακριά από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Μετά από 2 secs μπορεί να ξαναέρθει στην αρχική του θέση (4 πιθανές διαδρομές) ή να βρεθεί  $2m$  μακριά (4 πιθανές διαδρομές) ή  $\sqrt{2} m$  μακριά (8 πιθανές διαδρομές) οι οποίες οδηγούν σε μια μέση απόσταση  $\langle d \rangle = (4 \times 0 + 4 \times 2 + 8 \times \sqrt{2})/16 = 1.207m$ . Θέλουμε να προσδιορίσουμε την μέση απόσταση συναρτήσει του επιτρεπτού χρόνου κίνησης.

Καθώς ο επιτρεπτός χρόνος αυξάνει, ο αριθμός των πιθανών κινήσεων αυξάνει υπερβολικά και δεν μπορούμε εύκολα να κρατήσουμε όλες τις πιθανές κινήσεις. Επομένως

χρησιμοποιούμε τη μέθοδο Monte Carlo για να επιλέξουμε ένα αριθμό τυχαίων διαδρομών σαν αντιπροσωπευτικό δείγμα.

(α) Γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο υπολογίζει την μέση απόσταση για επιτρεπτούς χρόνους κίνησης από 1 έως 100 secs χρησιμοποιώντας ένα δείγμα 10,000 διαδρομών για κάθε χρόνο. Το αποτέλεσμα του προγράμματός σας τα οποία γράφονται σε κάποιο file, συνίσταται από τον χρόνο ακολουθούμενο από την υπολογιζόμενη μέση απόσταση. (Θα πρέπει να επιστρέψετε το πρόγραμμά σας και το file με τα αποτελέσματά σας).

(β) Κάντε τη γραφική παράσταση της μέσης απόστασης ( $y$ -axis) ως προς τον επιτρεπτό χρόνο κίνησης ( $x$ -axis).