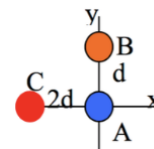


1. Τρία αντικείμενα A, B και C με μάζα  $m$ ,  $2m$  και  $8m$  αντίστοιχα βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και στις θέσεις που φαίνονται στο σχήμα. Σε ποια θέση  $(x,y)$  πρέπει να τοποθετεί ένα τέταρτο σώμα D, μάζας  $8m$  ώστε η συνολική βαρυτική δύναμη στο σώμα A να είναι μηδέν;
2. Αστέρες νετρονίων είναι αστέρες με υπερβολικά μεγάλη πυκνότητα μάζας και δημιουργούνται μετά την έκρηξη ενός supernova. Πολλοί από τους αστέρες αυτούς περιστρέφονται πολύ γρήγορα. Υποθέστε ότι η μάζα ενός συγκεκριμένου σφαιρικού άστρου νετρονίων είναι διπλάσια από τη μάζα του ήλιου και η ακτίνα του μόλις 10km. Υπολογίστε την μεγαλύτερη δυνατή γωνιακή ταχύτητα που μπορεί να έχει έτσι ώστε η ύλη στην επιφάνεια του αστέρα στον ισημερινό του να κρατιέται σε τροχιά από την βαρυτική δύναμη.
3. Να εξαγάγετε μια εξίσωση για το έργο που χρειάζεται για να μετακινήσει κάποιος ένα γήινο δορυφόρο μάζας  $m$  από μια κυκλική τροχιά ακτίνας  $2R_{\gamma\eta}$  σε μια άλλη ακτίνας  $3R_{\gamma\eta}$ .
4. Ένας δορυφόρος κινείται σε κυκλική τροχιά ακριβώς πάνω από την επιφάνεια ενός πλανήτη (ύψος δένδρου) χωρίς να υπάρχει αντίσταση αέρα. Δείξτε ότι η γραμμική ταχύτητα της τροχιάς του,  $v$ , και η ταχύτητα διαφυγής,  $V_{\text{διαφ.}}$ , συνδέονται με την σχέση:  $V_{\text{διαφ.}} = \sqrt{2}v$ .
5. Κάποια συστοιχία αστέρων αποτελείται από 4 αστέρες. Τρεις από τους αστέρες, ο καθένας με μάζα  $m$ , κινούνται στην ίδια κυκλική τροχιά ακτίνας  $R$  γύρω από κάποιον κεντρικό αστέρα μάζας  $M$ . Οι 3 αστέρες περιστρέφονται με την ίδια φορά και βρίσκονται σε θέσεις που απέχουν  $1/3$  περιστροφής το ένα από το άλλο. Δείξτε ότι η περίοδος κάθε αστέρα δίνεται από τη σχέση:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G(M + m/\sqrt{3})}}$$

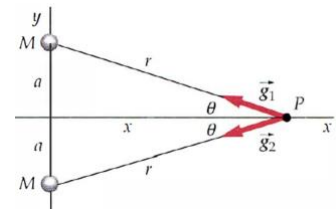
6. Θεωρήστε ένα σύστημα το οποίο αποτελείται από δυο σωματίδια μάζας  $M$  και  $m$  και τα οποία βρίσκονται σε μια τεράστια απόσταση το ένα από το άλλο. Παρ' όλο που τα σώματα έχουν πολύ μεγάλη απόσταση μεταξύ τους αλληλεπιδρούν εξαιτίας της βαρυτικής δύναμης και επομένως όταν αφήνονται ελεύθερα έλκονται και κινούνται το ένα προς το άλλο. (α) Έστω οι ταχύτητες των σωματιδίων σε κάποια ορισμένη χρονική στιγμή είναι  $v_M$  και  $v_m$ . Βρείτε μια σχέση για την ταχύτητα  $v_M$  συναρτήσει των  $M$ ,  $m$  και  $v_m$ . Υπόδειξη: Δεν υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις στο σύστημα. Προσέξτε ότι τα σωματίδια κινούνται προς το μέρος του άλλου και επομένως οι ταχύτητες έχουν αντίθετες διευθύνσεις. (β) Έστω  $d$  παριστάνει την απόσταση μεταξύ των δυο μαζών σε κάποια δεδομένη χρονική στιγμή. Γράψτε μια εξίσωση που να σχετίζει τις μάζες των σωματιδίων,  $m$  και  $M$ , τις ταχύτητες τους,  $v_m$  και  $v_M$ , τη δεδομένη χρονική στιγμή και την απόστασή  $d$ . Υπόδειξη: Από τη στιγμή που τα σωματίδια έχουν αρχικά μεγάλη απόσταση, μπορείτε να υποθέσετε ότι η ολική αρχική βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι ίση με μηδέν. (γ) Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα από τα ερωτήματα (α) και (β) δείξτε ότι η ταχύτητα οποιουδήποτε από τα



σωματίδια σχετικά με το άλλο σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή δείχνεται από την ακόλουθη εξίσωση ( $d$  η απόστασή τους την δεδομένη χρονική στιγμή)  $v_{\sigma\chi\epsilon\tau.} = \sqrt{\frac{2G(M+m)}{d}}$ .

7. Δύο πλανήτες μάζας  $M$  και ακτίνας  $R$  και οι δύο βρίσκονται στο διάστημα ακίνητοι και τα κέντρα τους απέχουν απόσταση  $4R$ . Θέλετε να εκτοξεύσετε ένα βλήμα από την επιφάνεια του ενός πλανήτη προς τον άλλο πλανήτη. Ποια είναι η ελάχιστη αρχική ταχύτητα που πρέπει να δώσετε ώστε να πραγματοποιηθεί το εγχείρημα αυτό;
8. Το διαστημόπλοιο Ήλιος Β, το οποίο σχεδιάστηκε για να τεθεί σε τροχιά γύρω από τον ήλιο είχε ταχύτητα  $v=71.0\text{km/s}$  όταν η απόστασή του από τον ήλιο ήταν 43 εκατομμύρια χιλιόμετρα. (α) Αποδείξτε ότι η τροχιά του διαστημοπλοίου δεν ήταν κυκλική. (β) Αποδείξτε ότι η τροχιά του διαστημοπλοίου ήταν ελλειπτική.

9. Δύο σημειακά σώματα, το καθένα μάζας  $M$ , είναι πάνω στον  $y$ -άξονα στις θέσεις  $y=+a$  και  $y=-a$ . Βρείτε το βαρυτικό πεδίο, ( $g=F/m$ ), σε όλα τα σημεία κατά μήκος του  $x$ -άξονα συναρτήσει του  $x$ .



10. Ένας παλιομοδίτικος ανελκυστήρας λειτουργεί με ένα καλώδιο να περνά από μια τροχαλία διαμέτρου  $2.5\text{m}$ . Το ένα άκρο του καλωδίου είναι συνδεδεμένο σε ένα αντίβαρο ενώ το άλλο άκρο είναι συνδεδεμένο στο θάλαμο του ανελκυστήρα. Ο ανελκυστήρας μπορεί να ανεβαίνει ή να κατεβαίνει περιστρέφοντας τη τροχαλία χωρίς το καλώδιο να γλιστρά πάνω της αλλά να την αναγκάζει να περιστρέφεται. (α) Πόσες στροφές το λεπτό πρέπει να κάνει η τροχαλία ώστε να ανεβάσει το θάλαμο του ανελκυστήρα με ταχύτητα  $25.0\text{cm/s}$ ; (β) Για να αντίβαρο ξεκινήσει να κινείται ο ανελκυστήρας πρέπει να δοθεί μια επιτάχυνση  $g/8$ . Πόση πρέπει να είναι η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας σε  $\text{rad/s}^2$ ; (γ) Πόση γωνία (σε  $\text{rad}$ ) έχει στραφεί η τροχαλία αν ο θάλαμος του ανελκυστήρα έχει ανεβεί κατά  $3.25\text{m}$ .

