

ΦΥΣ 331 – Χειμερινό Εξάμηνο 2020

Τελική Εξέταση

Σάββατο 12/12/2020

Διάρκεια: 15:00 – 18:00

Σας δίνονται 9 προβλήματα και θα πρέπει να απαντήσετε σε όλα.

Σύνολο μονάδων 100.

Καλή Επιτυχία

Μερικές χρήσιμες σχέσεις:

$$u_1(p) = N \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{p_z}{E+m} \\ \frac{p_x + ip_y}{E+m} \end{pmatrix} \quad u_2(p) = N \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{p_x - ip_y}{E+m} \\ \frac{-p_z}{E+m} \end{pmatrix} \quad v_1(p) = N \begin{pmatrix} \frac{p_x - ip_y}{E+m} \\ \frac{-p_z}{E+m} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad v_2(p) = N \begin{pmatrix} \frac{p_z}{E+m} \\ \frac{p_x + ip_y}{E+m} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$N = \sqrt{E+m}$$

$$u_\uparrow(\theta, \varphi) = N \begin{pmatrix} c \\ se^{i\varphi} \\ \frac{p}{E+m}c \\ \frac{pe^{i\varphi}}{E+m}s \end{pmatrix} \quad u_\downarrow(\theta, \varphi) = N \begin{pmatrix} -s \\ ce^{i\varphi} \\ \frac{p}{E+m}s \\ \frac{-pe^{i\varphi}}{E+m}c \end{pmatrix} \quad v_\uparrow(\theta, \varphi) = N \begin{pmatrix} \frac{p}{E+m}s \\ \frac{-pe^{i\varphi}}{E+m}c \\ -s \\ ce^{i\varphi} \end{pmatrix} \quad v_\downarrow(\theta, \varphi) = N \begin{pmatrix} \frac{p}{E+m}c \\ \frac{pe^{i\varphi}}{E+m}s \\ c \\ se^{i\varphi} \end{pmatrix}$$

$$c = \cos(\theta/2) \text{ και } s = \sin(\theta/2)$$

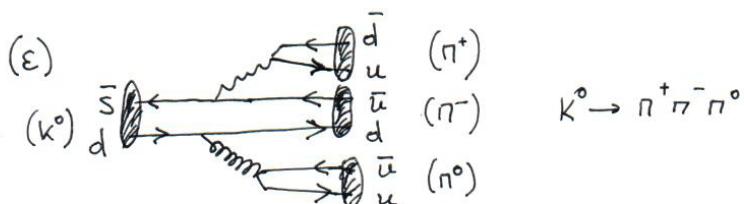
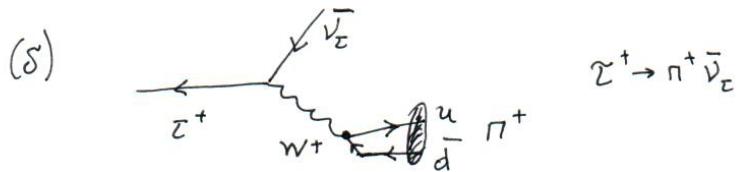
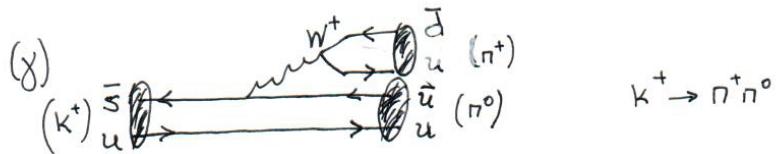
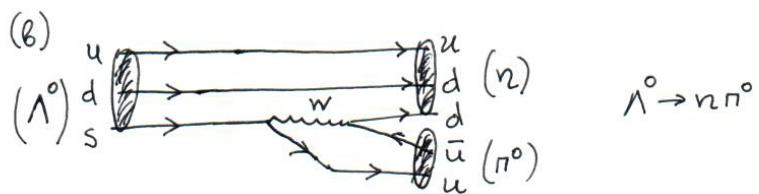
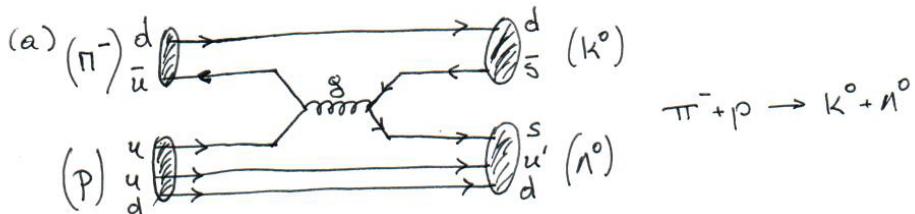
$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_\mu \\ -\sigma_\mu & 0 \end{pmatrix}, \quad \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}, \quad (\gamma^0)^\dagger = \gamma^0, \quad (\gamma^\mu)^\dagger = -\gamma^\mu$$

$$\text{Dirac: } \partial_\mu \psi + \frac{mc}{\hbar} \psi = 0$$

1. [10μ]

Δεδομένου του περιεχομένου σε quarks των σωματιδίων που αναφέρονται $\Lambda(uds)$, $K^0(\bar{s}d)$, $K^+(\bar{u}s)$ και $\pi^+(\bar{u}d)$, να σχεδιάσετε τα διαγράμματα Feynman των ακόλουθων διεργασιών (θα πρέπει να δείξετε ποια η διεύθυνση του χρόνου στις γραμμές σωματιδίων):

- (α) Σκέδαση $\pi^- p \rightarrow \Lambda K^0$ χρησιμοποιώντας gluons αλλά όχι W's. [2μ]
- (β) Διάσπαση $\Lambda \rightarrow n\pi^0$. [2μ]
- (γ) Διάσπαση $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ [2μ]
- (δ) Διάσπαση $\tau^+ \rightarrow \pi^+\nu_\tau$ [2μ]
- (ε) Διάσπαση $K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ [2μ]



2. [10μ]

Να δείξετε ότι η διάσπαση $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ διατηρεί το isospin ενώ η διάσπαση $\omega \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ δεν το διατηρεί.

Το ω -βαρύντο είναι φανήρης κατεύθυνσης των isospin των πορφύρων: $|10\rangle$

όπως φαίνεται από τις πίνακες που δύτικαν.

Η κατεύθυνση των isospin για ταν περιπτώση της διάσπασης σε 3-συμμετόχη προκύπτει ανδυλίφορες τα 2 συμμετόχη και προσδιορίζεται από τα ανδυλίφορα αυτούς το εργαστήριο:

Για τα δύο πάνω να έχασε: (διαβέβαιψε από τις πίνακες CG το ανδυλίφορο 1×1)

$$|\pi^+ \pi^-\rangle = |11\rangle_I |1-1\rangle_I = \frac{1}{\sqrt{6}}|20\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|30\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}|10\rangle$$

Στην παραπάνω πίνακα κατεύθυνσης προσδιορίζεται το π^0 που είναι isospin κατεύθυνσης $|10\rangle$

$$|\pi^+ \pi^- \pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}|20\rangle|10\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|30\rangle|10\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}|10\rangle|10\rangle \quad (\text{A})$$

Εξετάσουμε από τις πίνακες CG τις περιπτώσεις 2×1 με $m_1 \geq m_2 > 0$ καδίσ και τις πίνακες 1×1 με $m_1 \geq m_2 > 0, 0$. Έχουμε:

$$|20\rangle|10\rangle = \sqrt{\frac{3}{5}}|30\rangle + 0|20\rangle - \sqrt{\frac{2}{5}}|10\rangle = \sqrt{\frac{3}{5}}|30\rangle - \sqrt{\frac{2}{5}}|10\rangle.$$

$$|10\rangle|10\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}|20\rangle + 0|10\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}|00\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}|20\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}|00\rangle$$

Συνδυάφορες τις προηγούμενες δύο σχέσεις με την (A) να έχουμε:

$$|\pi^+ \pi^- \pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}\left(\sqrt{\frac{3}{5}}|30\rangle - \sqrt{\frac{2}{5}}|10\rangle\right) + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{\frac{2}{3}}|20\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}|00\rangle\right) + \frac{1}{\sqrt{3}}|10\rangle \Rightarrow$$

$$|\pi^+ \pi^- \pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{10}}|30\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}|20\rangle + \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{\frac{2}{5}}\right)|10\rangle - \frac{1}{\sqrt{6}}|00\rangle$$

Μας ενδιαφέρει η βεβαίωση $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ οπότε να πρέπει να υπολογίσουμε $\langle \pi^+ \pi^- \pi^0 | \omega \rangle$. Το γνωίσμα αυτό να είναι βρέσιν για ότις τις κατεύθυνσεις εκτός από αυτή που περιήγη $\langle 00 | 00 \rangle = -\sqrt{\frac{1}{6}}$.

Από τη σημερινή που υπάρχει όρος που δεν είναι βρέσιν, η διεργασία σημειώνεται

Εξειδοφεί τώρα την περίπτωση της διάσπασης σε τρία ηλίου $\omega \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$

$$|\pi^0 \pi^0\rangle = |10\rangle |10\rangle \quad \text{Από τους πίνακες CG έχουμε για την περίπτωση } 1 \times 1$$

$$|\pi^0 \pi^0\rangle = |10\rangle |10\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} |20\rangle + 0 |10\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} |00\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} |20\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} |00\rangle$$

Προσδιορίζουμε σε τρία π^0 του παραπάνω αντιστοίχου:

$$|\pi^0 \pi^0 \pi^0\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} |20\rangle |10\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} |00\rangle |10\rangle \quad \text{χρησιμοποιώντας το πίνακα CG για } 2 \times 1 \text{ έχουμε:}$$

$$|\pi^0 \pi^0 \pi^0\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\sqrt{\frac{3}{5}} |30\rangle - \sqrt{\frac{2}{5}} |10\rangle \right) - \sqrt{\frac{1}{3}} |10\rangle \Rightarrow$$

$$|\pi^0 \pi^0 \pi^0\rangle = \sqrt{\frac{2}{5}} |30\rangle - \left(\frac{\sqrt{4} + \sqrt{5}}{\sqrt{15}} \right) |10\rangle = A |30\rangle + B |10\rangle.$$

$$\Theta \text{ αρέται να πάρει και μήλι το γιατρεύο } \langle \pi^0 \pi^0 \pi^0 | \omega \rangle \left(A \langle 30 | + B \langle 10 | \right) |00\rangle$$

Το γιατρεύο αυτό δεν έχει όρους διάσφορους των βιδεών εφόσον $|\pi^0 \pi^0 \pi^0\rangle$

κατιστούγε, δεν περιέχει όρο $|00\rangle$. Επομένως η διεργασία $\omega \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$

δεν επιτρέπεται.

3. [10μ]

Μια δέσμη K^0 παράγεται από την σκέδαση $\pi^- p \rightarrow K^0 \Lambda^0$ και διαδίδεται στο κενό και μπορεί να διασπαστεί. Σε απόσταση d που αντιστοιχεί σε 20 φορές τον χρόνο ζωής του K_1 ($d = 20c\tau_{K_1}$) υπάρχει ένας στόχος που απορροφά το 10% της προσπίπτουσας δέσμης των K^0 . Αν η ενεργός διατομή σκέδασης των \bar{K}^0 είναι τρεις φορές μεγαλύτερη από αυτή των K^0 , υπολογίστε το σχετικό ποσοστό των K_1 και K_2 στην δέσμη:

(α) Ακριβώς στο σημείο παραγωγής της δέσμης. [2μ]

(β) Ακριβώς πριν τον στόχο. [3μ]

(γ) Ακριβώς μετά τον στόχο. [5μ]

Υποθέστε ότι τα καόνια είναι χαμηλής ενέργειας και αγνοήστε σχετικιστικές επιδράσεις. Σας δίνεται ότι ο χρόνος ζωής των K_2 είναι $\tau_{K_2} \approx 600\tau_{K_1}$.

(α) Η παραγωγή της δέσμης των K^0 προκύπτει από την δέσμη $\pi^- p \rightarrow K^0 \Lambda$.

Όπως έχουμε ευηγέρσει σαν διατίτισης το K^0 και \bar{K}^0 δεν είναι ιδιαισαστές της CP αλλαγής πάντα των ισχυρών αλληλεπιδράσεων και λιγόστιφ και γραφικής ότι οι ιδιαισαστές της CP λιγόστιφ και γραφικής:

$$|K_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \quad |K^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K_1\rangle + |K_2\rangle) \quad (1)$$

$$|K_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) \quad |\bar{K}^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K_1\rangle - |K_2\rangle) \quad (2)$$

Από την (1) βλέπουμε πως εφόσον η δέσμη ήταν στοιχείως K^0 , η σύστασή της θα ήταν $50\% |K_1\rangle$ και $50\% |K_2\rangle$

$$(b) \text{Ο στόχος ληφίσεται σε απόσταση } d = 20c\tau_{K_1} \approx 20 \cdot 3 \cdot 10^{-8} \cdot 30 \cdot 10^{-12} \Rightarrow \\ \Rightarrow d = 54 \cdot 10^{-9} m \Rightarrow d = 54 cm.$$

Σήμφωνα με το νόημα της ειδεξανής διείσπασης, η συνιστώσα K_1 της δέσμης εφαδεί κατεύθυνση στην παραγωγή: $\frac{N(t)}{N_0} = e^{-t/\tau} = e^{-20 \frac{cm}{30 \cdot 10^{-12}}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{N_{K_1}(t)}{N_0} = e^{-20} \approx 2 \cdot 10^{-9}. \text{ Επομένως μετά από 20 χρόνια σήμερα, η}$$

συνιστώσα K_1 έχει εφαδείσει. Η συνιστώσα K_2 έχει χρόνο σήμερα που είναι 600 φορές μεγαλύτερος, από αυτόν, της K_1 ($\tau_{K_2} \approx 600\tau_{K_1}$)

$$\text{και ενοφένως } \frac{N(t)}{N_{K_2}} = e^{-20\%/60\%} = e^{-1/30} \text{ Ουασινεί Σε}$$

Υπέρχει μετόπου εξαρδένης της συγκρίσεως. Ενοφένως πριν τον σώχο, η δέσμη K_2 είναι "καλαρή" σε K_2 .

(g) Όπως είδαμε από τις (1) και (2) στη σύγκριση (a), η δέσμη $|K_2\rangle$

θα φέναι σε σώχο, ανορθοτάτη: 50% από K^0 και 50% \bar{K}^0 .

Οι συγκρίσεις αυτές (K^0 και \bar{K}^0) απληστρίζονται τις τις τις λεχύνιαν
απληστρίζονται (είναι ιδιομορφίσεις) ότι το υλικό των στόχων.

Οι πιθανότητες απληστρίζονται 10% για τη K^0 και 30% για \bar{K}^0

Από την συγκίνηση που η δέσμη που φέναι σεν σώχο είναι απλά το 50% της αρχικής δέσμης των K^0 που παρέχεται, και εφόσον η δέσμη περιέχει στοιχίου του σώχου σε χρόνο t_c , οριζόντων από τον σώχο, η σύγκριση της δέσμης θα είναι:

$$f_{K^0} = \frac{P_{K^0/6} * P_{K^0/K_2} * N_{K_2}}{\left[P_{K^0/6} * P_{K^0/K_2} + P_{\bar{K}^0/6} * P_{\bar{K}^0/K_2} \right] N_{K_2}} = \frac{P_{K^0/6} * P_{K^0/K_2}}{\left[P_{K^0/6} * P_{K^0/K_2} + P_{\bar{K}^0/6} * P_{\bar{K}^0/K_2} \right]}$$

όπου $P_{K^0/6}$ είναι το ποσοστό της δέσμης των K^0 που δεν φασάνε, δηλαδή 0.9. Ενώ P_{K^0/K_2} αναποτελεί το ποσοστό των K^0 στη δέσμη των K_2 .

Αντιστοίχως, $P_{\bar{K}^0/6}$ είναι το ποσοστό των \bar{K}^0 της δέσμης των K_2 παρέχεται απληστρίζονται ότι το σώχο, δηλαδή $P_{\bar{K}^0/6} = 0.7$, είναι το ποσοστό $P_{\bar{K}^0/K_2}$ αφού η δέσμη γενικά 50%

Ενοφένως μετά από χρόνο t_c θα είχαμε: $\frac{0.9 * 0.5}{0.9 * 0.5 + 0.7 * 0.5} = 0.56 \Rightarrow$

Το ποσοστό των K^0 είναι 56% και το ποσοστό των \bar{K}^0 θα είναι.

$$\frac{0.7 \cdot 0.5}{0.8 \cdot 0.5 + 0.7 \cdot 0.5} = 0.437 \sim 43.7\% \text{ εε } \overline{K^o}.$$

Συναρπίσεις ούτως των K_1 και K_2 ώστε έχουμε λέπια στοχαστικά

$$K_1(t_c) = (K^o(t_c) + \overline{K^o}(t)) / \sqrt{2} = (56 + 44) / \sqrt{2} \Rightarrow K_1(t_c) = 70.7$$

$$K_2(t_c) = (K^o(t_c) - \overline{K^o}(t)) / \sqrt{2} = (56 - 44) / \sqrt{2} \Rightarrow K_2(t) = 8.5$$

Οι σχετικοί δόγματα των δυναμικών είναι: $K_1(t_c) / (K_1(t_c) + K_2(t_c)) = 88.3\%$ και

$$\text{για το } K_2(t) = K_2(t_c) / (K_1(t_c) + K_2(t_c)) = 10.7\% \text{ εε } K_2$$

Επομένως ο σύνθετος αυτοκαταλύτης προστίθεται επαναγεννητός των K_1

4. [10μ]

Δείξτε ότι τουλάχιστον μία από τις λύσεις μη-μηδενικής ορμής, για παράδειγμα θεωρήστε την

$$\Psi(x) = Ae^{-ik_\mu x^\mu} \begin{pmatrix} -p_x/mc + i p_y/mc \\ E/mc^2 + p_z/mc \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

αποτελεί λύση της εξίσωσης του Dirac.

Ανά την εφίσιωση Dirac σχόλιε: $\gamma^\mu \partial_\mu \Psi + \frac{\hbar c}{m} \Psi = 0$

$$\text{Εφώ } \Psi = Ae^{i\hbar P_\mu X^\mu} \begin{pmatrix} -p_x + i p_y \\ \frac{E}{mc^2} + p_z \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \partial_\mu \Psi = \frac{i}{\hbar} P_\mu A e^{i\hbar P_\mu X^\mu} \begin{pmatrix} -p_x + i p_y \\ \frac{E}{mc^2} + p_z \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{i}{\hbar} P_\mu \Psi$$

Η εφίσιωση του Dirac γίνεται σήμερα $\frac{i}{\hbar} \gamma^\mu P_\mu \Psi + \frac{mc}{\hbar} \Psi = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \gamma^\mu P_\mu \Psi = imc \Psi \Rightarrow \underbrace{\gamma^\mu P_\mu u}_{\text{αντιστροφές σε } A e^{i\hbar P_\mu X^\mu}} = \underbrace{imc u}_{\text{(A)}}$$

Το αριθμητό αυτός της εφίσιωσης Δε Snider: $\gamma^\mu P_\mu u = (\gamma^0 p_0 + \gamma^1 p_1 + \gamma^2 p_2 + \gamma^3 p_3) u \Rightarrow$

$$\Rightarrow \gamma^\mu P_\mu u = (\gamma^0 (-\frac{E}{c}) + \gamma^1 p_x + \gamma^2 p_y + \gamma^3 p_z) u =$$

$$= \left[\begin{pmatrix} 0 & i\frac{E}{c} & 0 & 0 \\ iE/c & 0 & iE/c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -ip_x & 0 \\ 0 & ip_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ ip_x & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -p_y & 0 \\ 0 & p_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -p_y & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -ip_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ip_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ ip_z & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right]$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & i(\frac{E}{c} - p_z) & -ip_x - p_y & 0 \\ i(\frac{E}{c} + p_z) & 0 & -ip_x + p_y & i(\frac{E}{c} + p_z) \\ ip_x + p_y & -ip_x + p_y & 0 & 0 \\ ip_x - p_y & i(\frac{E}{c} - p_z) & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -p_x/mc + i p_y/mc \\ \frac{E}{mc^2} + p_z/mc \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -ip_x - p_y & 0 & 0 & 0 \\ i(\frac{E}{c} + p_z) & 0 & 0 & 0 \\ i(\frac{E}{c} + p_z)(-\frac{p_x}{mc} + \frac{ip_y}{mc}) + (ip_x + p_y)\left(\frac{E}{mc^2} + \frac{p_z}{mc}\right) & 0 & 0 & 0 \\ i(\frac{E}{c} + p_z)(-\frac{p_x}{mc} + \frac{ip_y}{mc}) + i(\frac{E}{c} - p_z)\left(\frac{E}{mc^2} + \frac{p_z}{mc}\right) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -ip_x - p_y & 0 & 0 & 0 \\ i(\frac{E}{c} + p_z) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{ip_x^2}{mc} - \frac{ip_y^2}{mc} + \frac{iE^2 - ip_z^2}{mc^3} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -ip_x - p_y & 0 & 0 & 0 \\ i(\frac{E}{c} + p_z) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ imc & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = imc u \quad \text{σε σήμανση (A).}$$

5. [10μ]

Είδαμε ότι ο γ^5 πίνακας ορίζεται από την σχέση: $\gamma^5 \equiv -i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$. Να αποδείξετε ότι οι παρακάτω ταυτότητες ικανοποιούνται από οποιοδήποτε σετ πινάκων *Dirac* (όχι απαραίτητα αυτούς που παρουσιάστηκαν στις διαλέξεις) οι οποίοι ικανοποιούν τη γενική σχέση: $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2\eta^{\mu\nu}I_{4 \times 4}$, την παραπάνω σχέση για τον γ^5 πίνακα αλλά και αυτά που ξέρετε για τους πίνακες και τη μετρική τους. Το σύμβολο "Tr" αναφέρεται στο ίχνος του πίνακα. Είναι χρήσιμο να θυμηθείτε ότι το ίχνος είναι κυκλικό, δηλαδή $Tr(ABC) = Tr(BCA) = Tr(CAB)$.

$$(α) Tr(\gamma^\mu\gamma^\nu) = 4\eta^{\mu\nu}. \quad [2μ]$$

$$(β) \gamma^5\gamma^5 = I. \quad [2μ]$$

$$(γ) \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 0. \quad [2μ]$$

$$(δ) \text{Το ίχνος περιττού γινομένου } \gamma\text{-πινάκων είναι πάντοτε μηδέν.} \quad [2μ]$$

$$(ε) Tr(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu) = -Tr(\gamma^5\gamma^\nu\gamma^\mu) \quad [2μ]$$

$$(α) \quad Tr(\gamma^k\gamma^\nu) = 4\eta^{k\nu}$$

$$\text{Ξεκινάμε από } \{\gamma^k, \gamma^\nu\} = 2\eta^{k\nu} \Rightarrow \gamma^k\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^k = 2\eta^{k\nu} \quad Tr(I) = 8\eta^{k\nu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Tr(\gamma^k\gamma^\nu) + Tr(\gamma^\nu\gamma^k) = 8\eta^{k\nu} \Rightarrow 2Tr(\gamma^k\gamma^\nu) = 8\eta^{k\nu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Tr(\gamma^k\gamma^\nu) = 4\eta^{k\nu}$$

$$(β) \gamma^5\gamma^5 = I$$

$$\gamma^5 = -i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \text{ και } \text{ξέρουμε ότι } (\gamma^0)^2 = -I \quad (\gamma^i)^2 = +I \text{ και } \gamma^k\gamma^\nu = -\gamma^\nu\gamma^k$$

$$\begin{aligned} \gamma^5\gamma^5 &= (-i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3)(-i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3) = -\underbrace{\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3}_{-\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3}\underbrace{\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3}_{\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3} = \\ &= \underbrace{\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3}_{-\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3}\underbrace{\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3}_{\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3} = -\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = I \end{aligned}$$

$$(γ) \{\gamma^k, \gamma^5\} = 0$$

$$\{\gamma^k, \gamma^5\} = \gamma^k\gamma^5 + \gamma^5\gamma^k = -i\gamma^k\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 - i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3\gamma^k$$

$$\text{Για } k=0 \quad \{\gamma^0, \gamma^5\} = -i\gamma^0\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 - i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3\gamma^0 = -i\gamma^1\gamma^2\gamma^3 + i\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = 0$$

$$\text{Για } k=1 \quad \{\gamma^1, \gamma^5\} = -i\gamma^1\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 - i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3\gamma^1 = +i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 - i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = 0$$

Παρότια χωρίς $k=2$ ή 3 .

$$(5) \operatorname{Tr}(\gamma^k \gamma^\nu \gamma^\rho) = 0 \quad \text{για περισσό αριθμό } \gamma\text{-πινάκων.}$$

Έχουμε ότι $\gamma^5 \gamma^5 = I$

και ότι $\gamma^k \gamma^5 = -\gamma^5 \gamma^k$

Επομένως μπορούμε να γράψουμε $\operatorname{Tr}(\gamma^k) = \operatorname{Tr}(\underbrace{\gamma^k \gamma^5}_{\gamma^5} \gamma^5) = \operatorname{Tr}(\underbrace{\gamma^5 \gamma^k}_{-\gamma^k} \gamma^5) \Rightarrow$
 $\Rightarrow \operatorname{Tr}(\gamma^k) = -\operatorname{Tr}(\gamma^k \gamma^5 \gamma^5) = \operatorname{Tr}(\gamma^k \gamma^5 \gamma^5) \Rightarrow \operatorname{Tr}(\gamma^k) = \operatorname{Tr}(\gamma^k \gamma^5 \gamma^5) = 0$

Μπορούμε να εφαρμόσουμε τα ίδια για οποιωδή πολλές αριθμό πινάκων.

$$(6) \operatorname{Tr}(\gamma^s \gamma^k \gamma^\nu) = -\operatorname{Tr}(\gamma^s \gamma^\nu \gamma^k)$$

Έχουμε ότι: $\operatorname{Tr}(\underbrace{\gamma^s \gamma^k}_{\gamma^k} \gamma^\nu) = \operatorname{Tr}(\gamma^\nu \gamma^s \gamma^k) = \operatorname{Tr}(\gamma^s \gamma^\nu \underbrace{\gamma^k \gamma^s}_{-\gamma^s}) =$
 $= -\operatorname{Tr}(\gamma^s \gamma^\nu \gamma^s \gamma^k) = -\operatorname{Tr}(\gamma^s \gamma^\nu \gamma^k)$

6. [10μ]

Το εσωτερικό γινόμενο δύο 4-διανυσμάτων είναι $P^1 \cdot P^2 \equiv P_\mu^1 P^{2\mu}$, ενώ σύμφωνα με τις ιδιότητες των ιχνών πινάκων έχουμε ότι: $Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\rho) = 4(\eta^{\mu\nu} \eta^{\lambda\rho} - \eta^{\mu\lambda} \eta^{\nu\rho} + \eta^{\mu\rho} \eta^{\nu\lambda})$.

(α) Υπολογίστε το $Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\rho) P_\mu^1 P_\nu^2 P_\lambda^2 P_\rho^1$ ως εσωτερικά γινόμενα 4-διανυσμάτων, π.χ. $P^1 \cdot P^2$ κλπ. [5μ]

(β) Υπολογίστε το $Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda) P_\mu^1 P_\nu^2 P_\lambda^2$ [2μ]

(γ) Δείξτε ότι η απάντησή σας στο ερώτημα (α) είναι αμετάβλητη κάτω από τη συμμετρία εναλλαγής του ίχνους. [3μ]

$$(α) \text{ Δινέται ότι: } Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\rho) = 4(\eta^{\mu\nu} \eta^{\lambda\rho} - \eta^{\mu\lambda} \eta^{\nu\rho} + \eta^{\mu\rho} \eta^{\nu\lambda}) \quad (\text{A})$$

Έποικες σε γιατί το γράφεται:

$$\begin{aligned} Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\rho) P_\mu^1 P_\nu^2 P_\lambda^2 P_\rho^1 &= 4(\eta^{\mu\nu} \eta^{\lambda\rho} P_\mu^1 P_\nu^2 P_\lambda^2 P_\rho^1 - \eta^{\mu\lambda} \eta^{\nu\rho} P_\mu^1 P_\nu^2 P_\lambda^2 P_\rho^1 + \\ &\quad \eta^{\mu\rho} \eta^{\nu\lambda} P_\mu^1 P_\nu^2 P_\lambda^2 P_\rho^1) = \\ &= 4(P_1^1 \cancel{P_2^2} \cancel{P_3^2} \cancel{P_4^1} - \cancel{P_1^1} \cancel{P_2^2} \cancel{P_3^2} \cancel{P_4^1} + \cancel{P_1^1} \cancel{P_2^1} \cancel{P_3^2} \cancel{P_4^2}) \\ Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\rho) P_\mu^1 P_\nu^2 P_\lambda^2 P_\rho^1 &= 4 \cancel{P_1^1} \cancel{P_2^2} \end{aligned}$$

$$(β) Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\rho) P_\mu^1 P_\nu^2 P_\lambda^2 = 0 \quad \text{εφόσον } Tr(\text{ηερικών πινάκων}) = 0$$

$$(γ) \text{ Έχουμε ότι } Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\rho) = Tr(\gamma^\rho \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda) \\ \text{Υπολογίζομες σε παρενέσια } Tr(\gamma^\rho \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda) = 4(\eta^{\rho\mu} \eta^{\nu\lambda} - \eta^{\rho\nu} \eta^{\mu\lambda} + \eta^{\rho\lambda} \eta^{\mu\nu})$$

Ανò τη συμμετρία των $\eta^{\mu\nu} = \eta^{\nu\mu}$ θα ισχύει:

$$Tr(\gamma^\rho \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda) = 4(\eta^{\mu\nu} \eta^{\lambda\rho} - \eta^{\mu\lambda} \eta^{\nu\rho} + \eta^{\mu\rho} \eta^{\nu\lambda}) \stackrel{(\text{A})}{=} Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\rho)$$

7. [10μ]

Ένα πείραμα σκοπός του οποίου είναι η αναζήτηση διάσπασης του πρωτονίου μέσω της ανίχνευσης της διεργασίας $p \rightarrow e^+ + \pi^0$ έχει σχεδιαστεί ώστε να χρησιμοποιεί μια δεξαμενή με νερό σε σχήμα κύβου ως πηγή των πρωτονίων. Οι πιθανές διασπάσεις μπορούν να ανιχνευτούν μέσω της ακτινοβολίας Cherenkov που εκπέμπεται από τις ηλεκτρομαγνητικές καταιγίδες των σωματιδίων της διάσπασης που διαπερνούν το νερό του ανιχνευτή.

(α) Πόσο μεγάλη θα πρέπει να είναι η δεξαμενή ώστε να περιέχει τις καταιγίδες αυτές νοούμενου ότι ξεκινούν από το κέντρο του ανιχνευτή; [5μ]

(β) Εκτιμήστε το συνολικό μήκος της ακτινοβολίας των καταιγίδων που προκαλούνται από ένα γεγονός διάσπασης πρωτονίου και επομένως τον συνολικό αριθμό φωτονίων που εκπέμπονται στην περιοχή του ορατού φάσματος ($\lambda=400-700$ nm ή $1.77-3.1$ eV). Δίνεται ότι το μήκος ακτινοβολίας X_0 του νερού είναι 433 mm και η κριτική ενέργεια $E_c = 70$ MeV. [3μ]

(γ) Αν το φως από την ακτινοβολία ανιχνεύεται μέσω μιας σειράς φωτοπολλαπλασιαστών που βρίσκονται στην επιφάνεια του νερού του ανιχνευτή και αν η οπτική διαπερατότητα του νερού είναι 50% ενώ η απόδοση της φωτοκαθόδου του φωτοπολλαπλασιαστή είναι 20%, ποιο ποσοστό της επιφάνειας του νερού θα πρέπει να καλυφθεί με φωτοπολλαπλασιαστές ώστε να επιτευχθεί 5% διακριτική ικανότητα ενέργειας; [2μ]

(α) Ένα πρωτόνιο που διασπάται σε γρεφίδα, θα εκπέμψει ένα πομπίριον μείον π^0 .

Καθές ένα από αυτά τα προϊόντα διασπάται σε έχαν ορθή: 458 MeV.

Το πρώτο διασπάσται άμεσα σε λεγόμενα φωτονία της όριας 239 MeV το καθένα.

Το μήκος ακτινοβολίας και η κριτική ενέργεια στο νερό είναι: 433 mm και 70 MeV αντίστοιχα.

Επομένως η δεξαμενή θα πρέπει να έχει αυτικές συστάξεις: $\frac{\ln(458/70)}{\ln 2} * 433$ mm

$$\Rightarrow R = 1175 \text{ mm} \approx R \approx 1.2 \text{ m.}$$

(β) Το μήκος της ακτινοβολίας του πομπίριον θα είναι: $\left(\frac{458}{70}\right) * 433$ mm = 2839 mm

Το αντίστοιχο για το δίο φωτόνια θα είναι: $\left(\frac{239}{70}\right) * 433$ mm = 1478 mm

Επομένως το ενδιαφέρον μήκος των δύο καταιγίδων θα είναι $2839 + 2 * 1478 \approx 5.8$ m

Για την περίπτωση των καταιγίδων του πομπίριον, ο ενδιαφέροντας αριθμός των συμμετωνών στο φάσμα $400-700$ nm ($1.77-3.1$ eV) θα είναι:

$$\frac{\frac{4.59 \times 10^8}{1.77} - \frac{4.59 \times 10^8}{1.31}}{l_{72}} \approx 1.6 \times 10^8 \text{ сифериди}$$

Τις την μεταγέδει των φυσικών θα έχειτε ανάποδα:

$$\frac{\frac{2.39 \times 10^8}{1.77} - \frac{2.39 \times 10^8}{1.31}}{l_{72}} \approx 0.8 \times 10^8$$

Συμβεβλητικά

Επομένως, ο συντελεστής αριθμός των συμβεβλητικών θα είναι: $1.6 \times 10^8 + 2.0.8 \times 10^8 \approx 3.310^8$

Άλλως αυτές, το $1/3$ θα είναι φυσικές. Απότομη 1.1×10^8 φυσικές.

- (g) Άλλο ταυτόχρονα αριθμός φυσικών στο ρεύμα φρέζα, 10% προστίθεται στην αντίσταση ($50\% \times 20\% \approx 0.5 \cdot 0.2 \approx 0.1 \approx 10\%$). Το λεπτομερέστερα με το ποσοστό των επιφανειών που θα καταγράψεται φυσικός παρατητής, θα έχετε: $0.05 = \frac{\sqrt{F \cdot 1.1 \cdot 10^7}}{F \cdot 1.1 \cdot 10^7} \Rightarrow$
 $\Rightarrow F = \frac{1}{0.05^2 \cdot 1.1 \cdot 10^7} \Rightarrow F = 3.6 \times 10^{-5}$

8. [10μ]

Σε έναν ανιχνευτή καταγράφονται οι τροχιές δύο φορτισμένων σωματιδίων που προέρχονται από την ίδια κορυφή (δηλαδή αντιπροσωπεύουν τα προϊόντα διάσπασης ενός άλλου σωματιδίου). Οι ορμές των δύο σωματιδίων στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου είναι $\vec{p}_1 = (0.087, 0., 8.854) GeV/c$ και $\vec{p}_2 = (-0.087, 0., 1.083) GeV/c$. Παρακάτω είναι ένας πίνακας σωματιδίων, η μάζας τους και το φορτίο τους. Υποθέστε ότι ανιχνεύονται όλα τα σωματίδια από την διάσπαση (δηλαδή δεν υπάρχουν μη ανιχνεύσιμα σωματίδια).

Σωματίδιο	Μάζα (GeV/c^2)	Τύπος	Φορτίο
p	0.9383	Βαρυόνιο	+1
n	0.9396	Βαρυόνιο	0
π^+	0.1396	Μεσόνιο	+1
π^-	0.1396	Μεσόνιο	-1
π^0	0.1349	Μεσόνιο	0
e^-	0.000511	Λεπτόνιο	-1
e^+	0.000511	Λεπτόνιο	+1
μ^+	0.1134	Λεπτόνιο	+1
μ^-	0.1134	Λεπτόνιο	-1
K^+	0.4937	Μεσόνιο	+1
K^-	0.4937	Μεσόνιο	-1
K^0	0.4977	Μεσόνιο	0
Λ	1.1157	Βαρυόνιο	0
Ξ^-	1.3213	Βαρυόνιο	-1
Ξ^0	1.3148	Βαρυόνιο	0

(α) Θεωρώντας την μετρούμενη ορμή των σωματιδίων, τους νόμους διατήρησης και τις μάζες και ιδιότητες των σωματιδίων που αναγράφονται στον πίνακα, από ποιο σωματίδιο προέρχονται οι τροχιές που παρατηρούνται στον ανιχνευτή; [6μ]

(β) Αν θεωρήσουμε τον z-άξονα στη διεύθυνση του διασπώμενου σωματιδίου, ποια είναι η γωνία στην οποία το σωματίδιο 1 διασπάται ως προς αυτόν το άξονα στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας του διασπώμενου σωματιδίου; [4μ]

(a) Τα συμβατικά που δινούνται για την είσοδο είναι είτε ηλεκτρική ουδέτερη ή έχουν φορτίο ± 1 .

Παραπομπής για τις αντικαταστάσεις δύο φορτηγών τροχιών. Ενοψίως για να διατηρηθεί το φορτίο Δο ηπίνει το διαστηματικό συμβατικό και είναι αδέξια και ο διο τροχίος να έχουν αντίθετο φορτίο.

Ενοψίως το διαστηματικό συμβατικό Δο ηπίνει να είναι ίσα με τα n, π^0, k^0, Λ και το Ξ^0 .

Από τα παραπάνω συμβατικά, το n, Λ και Ξ^0 είναι βαρύνοντα και τα π^0, k^0 είναι λεγόντα.

Εξεταζούμε αρχικά το n^0 . Τα πάνω συμβατικά με την οποία παριστάνεται το n^0 είναι τα πλούντα και τη ηλεκτρόνια. Τα πλούντα ως όσο έχουν μείζα κοντά στην μείζα του n^0 και ενοψίως δε Δο παροποιούνται διαστηματικά γε μάτια. Τα n^0 δεν διαστηματούν σε ηλεκτρόνια γιατί σε περιεχόμενα των quarks είναι τρία (το u και το d) που δεν επιτρέπει τη διασταύρωση γε μάτια αλλά γε φωτόνια.

Το k^0 έχει αριθμό μείζα μεταξύ της ηδιαναστάσης και γίνεται $n^+ n^-$ ή \bar{K}^0 ή $e^+ e^-$. Αυτά είναι διατάξιμα μεταστάσεις.

Για την περιπτώση των βαρύνοντων Δο ηπίνει σε διασταύρωση και επιτρέπεται βαρύντα να διεγράψει ο βαρύνοντας αριθμός, αλλά και διενόντα να αντιτελέσει φορτίο της οποίας Δο ηπίνει να παραγόνται στη διασταύρωση είναι λεγόντα. Από τη σημερινή που δεν υπάρχουν πιο ανιχνευτέα προϊόντα στη διασταύρωση, Δο ηπίνει σε διασταύρωση να μη γίνεται μείζα αδελφών αλληλεπιδράσεων που να επηρεάζει την περιπτώση ενδιαφέροντος νερόνιον.

Από τα συμβατικά που δινούνται, δεν υπάρχει συνδιαστός βαρύνοντας μεταξύ των πλούντων και χρησιμοποιούμενο για την περιπτώση των νερόνιων η . Το Λ και το Ξ^0 έχουν αριθμό μείζα μεταξύ των διαστηματικών γε $p + \bar{n}$. Ενδημάτως $K^0 \rightarrow n^+ n^-$, $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$, $\Lambda \rightarrow p + \bar{n}$ και $\Xi^0 \rightarrow p + \bar{n}$

Από διεργασία της 4-όπτιας λειτουργίας να ενολογισθεί πώς απεικονίζεται η κορελάτηση:

$$\begin{aligned}\underline{\underline{P}}_i &= \underline{\underline{P}}_f = \underline{\underline{P}}_1 + \underline{\underline{P}}_2 \\ m_i^2 &= (\underline{\underline{P}}_i)^2 = (\underline{\underline{P}}_1 + \underline{\underline{P}}_2)^2\end{aligned}$$

Επομένως λειτουργία να χρησιμοποιηθεί τις 3-διάστατες οπτικές των συμβαδίων μεταξύ των φύλων των μεταβολών της Σούπερ Αντανάκλων περιοχής των τριών αντανακλαστών, k^0, Λ και Ξ^0 .

Υποδιεισδούνται ότι το αυτεντίδιο 1 είναι το πρώτον μεταξύ των αυτεντίδων 2 είναι το π^- , και λίγα $m_i = 1.114 \text{ GeV}^2$ να είναι περίπου η τομή της Επομένως το σχρόνιο αυτεντίδιο που διεπικάνεται είναι πιθανόρρευτο να είναι 1.

(b) Αποδεικθείει σε σύντομο αναφοράς, ανά όσα του εργαστηρίου, οι συγκαντία αναφορών των τριών φύλων. Η αύλακη γένεση μεταξύ φύλων των 2-όπτων και επομένων $\underline{\underline{P}}_1^X = \underline{\underline{P}}_{1\text{KM}}^X$ και $\underline{\underline{P}}_1^Y = \underline{\underline{P}}_{1\text{KM}}^Y$, ενώ $\underline{\underline{P}}_2^Z = -\gamma \beta \underline{\underline{E}}_1 + \gamma \underline{\underline{P}}_1^Z$

Διεργασία για την χαρακτηριστική οπτική δίνεται: $|\underline{\underline{P}}_1| = 9.837 \text{ GeV}$ και $E_\Lambda = \sqrt{m_\Lambda^2 + |\underline{\underline{P}}_\Lambda|^2} = \sqrt{1.114^2 + 9.837^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow E_\Lambda = 9.998 \text{ GeV}$. Επομένως ο περισσότερος γ θα είναι:

$$\gamma = \frac{E}{m} = \frac{9.998}{1.114} \Rightarrow \gamma = 8.963 \Rightarrow \beta = \frac{\sqrt{\gamma^2 - 1}}{\gamma} \Rightarrow \beta = 0.99376$$

Επομένως: $\underline{\underline{P}}_{1\text{KM}}^Z = -8.963 * 0.99376 \cdot (\sqrt{0.99376^2 + (0.087 + 0.854)^2} + 8.963 * 0.854)$

$\Rightarrow \underline{\underline{P}}_{1\text{KM}}^Z = 0.05 \text{ GeV}$. Η γωνία που θα οπτικοποιηθεί στη διείδωση πρέπει να είναι:

πρώτον μεταξύ των αφεντικών 2 οι συγκαντία αναφορών των KM θα είναι:

$$\tan \Theta = \frac{\underline{\underline{P}}_{1\text{KM}}^{k4}}{\underline{\underline{P}}_{1\text{KM}}^{k2}} = \frac{0.087}{0.05} = 1.737 \Rightarrow \Theta \approx 60.08^\circ$$

Με αφενδει στην προβληματικη της αποτελεσματικης προσεγγισης αποτελεσματικης προσεγγισης την επιλογη των ενδιαφετικων μετρητων αποτελεσματικης προσεγγισης:

$$(a) = K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \quad m = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2}$$

$$E_1 \pi^+ = \sqrt{m_{\pi^+}^2 + p_{\pi^+}^2} = \sqrt{(0.1386)^2 + (0.087^2 + 8.854^2)} = 8.855 \text{ GeV}$$

$$E_2 \pi^- = \sqrt{m_{\pi^-}^2 + p_{\pi^-}^2} = \sqrt{(0.1386)^2 + (0.087^2 + 1.083^2)} = 1.085 \text{ GeV}$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = (p_{1x} + p_{2x})\hat{i} + (p_{1y} + p_{2y})\hat{j} + (p_{1z} + p_{2z})\hat{k} = 9.937 \text{ GeV}$$

$$\text{Εποκευς: } m = \sqrt{(8.855 + 1.085)^2 - (9.937)^2} \Rightarrow m = 0.508 \text{ GeV}/c^2.$$

Η προσεγγιση αποτελεσματικης προσεγγισης αποτελεσματικης προσεγγισης την K^0 ιστορια την $0.498 \text{ GeV}/c^2$

Για την αριθμηση των βαριων, δοειχαρια:

$$E_1 \mu^+ = \sqrt{m_\mu^2 + p_{1\mu}^2} = \sqrt{0.1134^2 + 78.4} = 8.855 \text{ GeV}$$

$$E_2 \mu^- = \sqrt{m_\mu^2 + p_{2\mu}^2} = \sqrt{0.1134^2 + 1.1805} = 1.0924 \text{ GeV}$$

$$m = \sqrt{(8.855 + 1.0924)^2 - (9.937)^2} \Rightarrow m = 0.4545 \text{ GeV}/c^2 < m_{K^0}$$

Για την αριθμηση των μετατροπηων, δοειχαρια δια της $E_1 \approx p_1, E_2 \approx p_2$ αποτελεσματικης προσεγγισης αποτελεσματικης προσεγγισης την $m_e \approx m_{e^+} \approx 0$. για την υποθεση που προσεται.

$$\text{Εποκευς: } m = \sqrt{(p_1 + p_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2} = \sqrt{(8.854 + 1.0865)^2 - (9.937)^2} = 0.070 \text{ GeV}$$

Η προσεγγιση μετατροπης την K^0 .

(b) Για την αριθμηση του $\Lambda(\Xi^0) \rightarrow p^+ + \pi^-$ δοειχαρια:

$$m_p = 0.9383 \text{ GeV} \quad |\vec{p}_1| = 8.854 \text{ GeV}/c \quad E_1 = 8.804 \text{ GeV}$$

$$m_{\pi^-} = 0.1386 \text{ GeV} \quad |\vec{p}_2| = 1.083 \text{ GeV}/c \quad E_2 = 1.0854 \text{ GeV}$$

$$m = \sqrt{(8.804 + 1.0854)^2 - (9.937)^2} \Rightarrow m = \sqrt{1.214} \Rightarrow m = 1.115 \text{ GeV}/c^2$$

Εποκευς ενδιαφετικης προσεγγισης την Λ προτο την Ξ^0 .

9. [20μ]

(α) Σχεδιάστε το ή τα διαγράμματα Feynman πρώτης τάξης (leading order) για την σκέδαση $A + A \rightarrow C + C$ του μοντέλου ABC που συζητήσαμε στις διαλέξεις. Μη ξεχάσετε να σημειώσετε την διεύθυνση του χρόνου. [5μ]

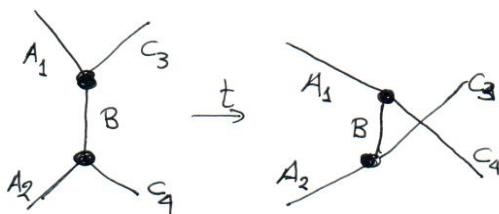
(β) Ποιο είναι το πλάτος μετάβασης $|M|^2$ συναρτήσει των 4-ορμών; [4μ]

(γ) Ποια είναι η διαφορική ενεργός διατομή σκέδασης, $\frac{d\sigma}{d\Omega}$, συναρτήσει των 4-ορμών στο σύστημα κέντρου μάζας; [3μ]

(δ) Ποια είναι η διαφορική ενεργός διατομής σκέδασης, $\frac{d\sigma}{d\Omega}$, συναρτήσει της γωνίας σκέδασης στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας, υποθέτοντας ότι το A και C έχουν μάζα M και το B έχει μηδενική μάζα; [5μ]

(ε) Σχεδιάστε το ή τα πρώτης τάξης διαγράμματα Feynman για την σκέδαση $A + A \rightarrow A + A$. [3μ]

(α) Θεωρώντας το χρόνο προς τα δεξιά, υπάρχουν δύο διαγράμματα Feynman, 1st order:



$$(B) \text{ To αριστερό διαγράμμα είναι: } M_1 = i(g) \frac{1}{q_3^2 - m_B^2} (ig) = \frac{g^2}{q_1^2 - m_B^2}, q_1 = p_1 - p_3$$

$$\text{Το δεξιό διαγράμμα είναι: } M_2 = i(g) \frac{1}{q_2^2 - m_B^2} (ig) = \frac{g^2}{q_2^2 - m_B^2} \text{ Το } q_2 = p_1 - p_4$$

$$\text{Το τερψαγμένο των αδροίδευτων Δα είναι: } |M|^2 = \left[\frac{g^2}{(p_1 - p_3)^2 - m_B^2} + \frac{g^2}{(p_1 - p_4)^2 - m_B^2} \right]^2 \quad (A)$$

$$\text{Εφόσον } (p_1 - p_3)^2 = (p_1^2 + p_3^2 - 2p_1 \cdot p_3) = (m_A^2 + m_C^2 - 2p_1 \cdot p_3) \quad (B)$$

$$(p_1 - p_4)^2 = (p_1^2 + p_4^2 - 2p_1 \cdot p_4) = (m_A^2 + m_C^2 - 2p_1 \cdot p_4) \quad (C)$$

Ανακαστούμε το (B) και (C) στην (A) ώστε Δα νίρουμε:

$$|M|^2 = \left[\frac{g^2}{m_A^2 + m_C^2 - 2p_1 \cdot p_3 - m_B^2} + \frac{g^2}{m_A^2 + m_C^2 - m_B^2 - 2p_1 \cdot p_4} \right]^2 \quad (D)$$

(7) Η σχέση που δίνει την Συμφορής ενέργεια Συντοπής αναδειχθεί από την
του κέντρου μάζας είναι: $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{S} \left(\frac{\hbar c}{8\pi}\right)^2 \frac{|M|^2}{E_1 + E_2} \frac{P_F}{P_I}$

Ο παραγόντας των γενδυνακτών είναι: $S = 2$ για την απλοποίηση της συντοπής
κατατάξης είναι παρακολούθων. Τέλος αναδειχθεί την κέντρη του κέντρου μάζας, $E_1 = E_2$

Επειδή $m_1 = m_2$ και $P_1 = -P_2$. Ο παραγόντας $\frac{P_F}{P_I} \approx 1$ αλλά η απόβλιτος
είναι εφαρμοστεί από τις τιμές των μάζων και την ενέργεια του κέντρου μάζας.

Επομένως:
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c}{8\pi}\right)^2 \frac{|M|^2}{4E_1} \frac{P_F}{P_I} \quad (E)$$

(8) Με λάβη τις τιμές των μάζων που δίνονται, έχουμε: $m_A^2 + m_C^2 - m_B^2 = 2m^2 - 0 = 2m^2$

Τέλος κέντρο μάζας της έποντες σημείωσης: $|\vec{P}| = |\vec{P}_1| = |\vec{P}_2| = |\vec{P}_3| = |\vec{P}_4| = P_I = P_F = P$.

Άλλοι οι μάζες και οι ορθίες είναι ίσες, καθώς $E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = E = \sqrt{p^2 + m^2}$

Επομένως $\vec{P}_1 \cdot \vec{P}_3 = E_1 E_3 - \vec{P}_1 \cdot \vec{P}_3 = E^2 - p^2 \cos \Theta_{13}$

$$\vec{P}_1 \cdot \vec{P}_4 = E_1 E_4 - \vec{P}_1 \cdot \vec{P}_4 = E^2 - p^2 \cos \Theta_{14} \quad \text{αλλά } \cos \text{CM } \vec{P} = -\vec{P}_3 \Rightarrow \\ \Rightarrow \cos \Theta_{14} = -\cos \Theta_{13}$$

Ανανεωθείσας τα παραπάνω γεγονότα (B) ή (Γ) ανά το (β) υποεπιπέδων έχουμε

$$(\vec{P}_1 - \vec{P}_3)^2 = m_A^2 + m_C^2 - 2 \vec{P}_1 \cdot \vec{P}_3 = 2m^2 - 2E^2 + 2p^2 \cos \Theta_{13} = -2p^2 + 2p^2 \cos \Theta_{13} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\vec{P}_1 - \vec{P}_3)^2 = -2p^2(1 - \cos \Theta_{13})$$

$$(\vec{P}_1 - \vec{P}_4)^2 = m_A^2 + m_C^2 - 2 \vec{P}_1 \cdot \vec{P}_4 = 2m^2 - 2E^2 + 2p^2 \cos \Theta_{14} = -2p^2 + 2p^2 \cos \Theta_{14} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\vec{P}_1 - \vec{P})^2 = -2p^2(1 - \cos \Theta_{14}) \Rightarrow (\vec{P}_1 - \vec{P}_4)^2 = -2p^2(1 + \cos \Theta_{13})$$

Εποκίνεια το πλάτος πλανητών γράφεται:

$$|\mu|^2 = \left[\frac{g^2}{\left(\frac{(P_1 - P_3)^2}{B} - m_B^2 \right)} + \frac{g^2}{\left(\frac{(P_1 - P_4)^2}{B} - m_B^2 \right)} \right]^2 = \left[\frac{g^2}{-2p^2(1-\cos\Theta_{13})} + \frac{g^2}{-2p^2(1+\cos\Theta_{13})} \right]^2 \Rightarrow$$

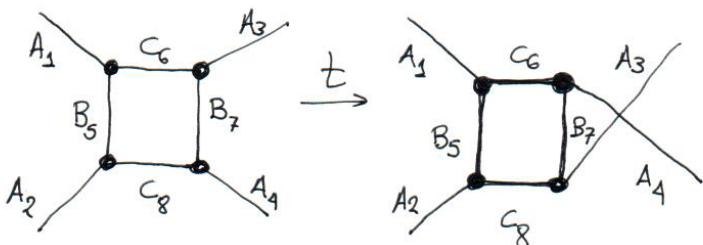
$$\Rightarrow |\mu|^2 = \frac{g^4}{4p^4} \left(\frac{1}{1-\cos\Theta_{13}} + \frac{1}{1+\cos\Theta_{13}} \right)^2 = \frac{g^4}{4p^4} \left(\frac{1+\cos\Theta_{13} + 1-\cos\Theta_{13}}{1-\cos^2\Theta_{13}} \right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\mu|^2 = \frac{g^4}{4p^4} \left(\frac{2}{(1-\cos^2\Theta_{13})^2} \right) = \frac{g^4}{p^4} \frac{1}{(1-\cos^2\Theta_{13})^2} \Rightarrow |\mu| = \frac{g^2}{p^2} \frac{1}{\sin^4\Theta_{13}}$$

Αναπαριστάτε σαν εξιγων της διαφορετικής ενέργειας διατομής οπότε έχαψε από (E)

$$\frac{d\epsilon}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c}{8\pi} \right)^2 \frac{g^4}{4E p^4 \sin^4\Theta_{13}} \Rightarrow \frac{1}{d\Omega} \frac{d\epsilon}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c}{8\pi} \right)^2 \frac{1}{4E} \left(\frac{g^4}{p^4 \sin^4\Theta_{13}} \right)$$

(ε) Τα διαγράμμια πρώτης σάρης είναι:



For $I = 1$ (π, b, ρ, a): $u\bar{d}, (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}, d\bar{u}$;
 for $I = 0$ ($\eta, \eta', h, h', \omega, \phi, f, f'$): $c_1(u\bar{u} + d\bar{d}) + c_2(s\bar{s})$

$\boxed{\pi^\pm}$

$$I^G(J^P) = 1^-(0^-)$$

Mass $m = 139.57061 \pm 0.00024$ MeV ($S = 1.6$)
 Mean life $\tau = (2.6033 \pm 0.0005) \times 10^{-8}$ s ($S = 1.2$)
 $c\tau = 7.8045$ m

$\boxed{\pi^0}$

$$I^G(J^P C) = 1^-(0^-+)$$

Mass $m = 134.9770 \pm 0.0005$ MeV ($S = 1.1$)
 $m_{\pi^\pm} - m_{\pi^0} = 4.5936 \pm 0.0005$ MeV
 Mean life $\tau = (8.52 \pm 0.18) \times 10^{-17}$ s ($S = 1.2$)
 $c\tau = 25.5$ nm

$K^+ = u\bar{s}$, $K^0 = d\bar{s}$, $\bar{K}^0 = \bar{d}s$, $K^- = \bar{u}s$, similarly for K^* 's

$\boxed{K^\pm}$

$$I(J^P) = \frac{1}{2}(0^-)$$

Mass $m = 493.677 \pm 0.016$ MeV [u] ($S = 2.8$)
 Mean life $\tau = (1.2380 \pm 0.0020) \times 10^{-8}$ s ($S = 1.8$)
 $c\tau = 3.711$ m

$\boxed{K_S^0}$

$$I(J^P) = \frac{1}{2}(0^-)$$

Mean life $\tau = (0.8954 \pm 0.0004) \times 10^{-10}$ s ($S = 1.1$) Assuming CPT
 Mean life $\tau = (0.89564 \pm 0.00033) \times 10^{-10}$ s Not assuming CPT
 $c\tau = 2.6844$ cm Assuming CPT

$\boxed{K_L^0}$

$$I(J^P) = \frac{1}{2}(0^-)$$

$m_{K_L} - m_{K_S}$
 $= (0.5293 \pm 0.0009) \times 10^{10} \text{ } \hbar \text{ s}^{-1}$ ($S = 1.3$) Assuming CPT
 $= (3.484 \pm 0.006) \times 10^{-12}$ MeV Assuming CPT
 $= (0.5289 \pm 0.0010) \times 10^{10} \text{ } \hbar \text{ s}^{-1}$ Not assuming CPT
 Mean life $\tau = (5.116 \pm 0.021) \times 10^{-8}$ s ($S = 1.1$)
 $c\tau = 15.34$ m

$\omega(782)$

$I^G(J^P\mathcal{C}) = 0^-(1^{--})$

$p, N^+ = uud; \quad n, N^0 = udd$

p

$I(J^P) = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$

n

$I(J^P) = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$

$\Lambda^0 = uds$

Λ

$I(J^P) = 0(\frac{1}{2}^+)$

$\Sigma^+ = uus, \quad \Sigma^0 = uds, \quad \Sigma^- = dds$

Σ^+

$I(J^P) = 1(\frac{1}{2}^+)$

Σ^0

$I(J^P) = 1(\frac{1}{2}^+)$

Σ^-

$I(J^P) = 1(\frac{1}{2}^+)$

$\Xi^0 = uss, \quad \Xi^- = dss$

Ξ^0

$I(J^P) = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$

Ξ^-

$I(J^P) = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$

43. CLEBSCH-GORDAN COEFFICIENTS, SPHERICAL HARMONICS, AND d FUNCTIONS

Note: A square-root sign is to be understood over every coefficient, e.g., for $-8/15$ read $-\sqrt{8/15}$.

$\begin{array}{c} 1/2 \times 1/2 \\ \hline +1/2+1/2 & 1 & 1 & 0 \\ & 1 & 0 & 0 \\ \hline +1/2-1/2 & 1/2 & 1/2 & 1 \\ & -1/2 & 1/2 & 1/2-1/2 \\ \hline -1/2-1/2 & 1 & 1 & -1 \end{array}$	$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$ $Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\phi}$ $Y_2^0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right)$ $Y_2^1 = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi}$ $Y_2^2 = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin^2 \theta e^{2i\phi}$	Notation: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>J</td><td>J</td><td>...</td></tr> <tr><td>M</td><td>M</td><td>...</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>m_1</td><td>m_2</td></tr> <tr><td>m_1</td><td>m_2</td></tr> <tr><td>\vdots</td><td>\vdots</td></tr> <tr><td>m_1</td><td>m_2</td></tr> </table> Coefficients	J	J	...	M	M	...	m_1	m_2	m_1	m_2	\vdots	\vdots	m_1	m_2
J	J	...														
M	M	...														
m_1	m_2															
m_1	m_2															
\vdots	\vdots															
m_1	m_2															
$\begin{array}{c} 1 \times 1/2 \\ \hline +1+1/2 & 3/2 & 3/2 & 1/2 \\ & 1 & 1+1/2 & 1/2 \\ \hline +1-1/2 & 1/3 & 2/3 & 3/2 \\ & 0+1/2 & 2/3-1/3 & 1/2-1/2 \\ \hline -1+1/2 & 0 & 2/3 & 3/2 \\ & -1+1/2 & 1/3-2/3 & -3/2 \end{array}$	$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$ $Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\phi}$ $Y_2^0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right)$ $Y_2^1 = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi}$ $Y_2^2 = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin^2 \theta e^{2i\phi}$	$\begin{array}{c} 3/2 \times 1/2 \\ \hline +3/2+1/2 & 2 & 1 & 1 \\ & 1 & +1 & +1 \\ \hline +3/2-1/2 & 1/4 & 3/4 & 2 \\ & +1/2+1/2 & 3/4-1/4 & 0 \\ \hline -1/2-1/2 & 2 & 1 & 1 \\ & -1/2+1/2 & 1/2-1/2 & -1 \\ \hline -1/2-1/2 & 3/4 & 1/4 & 2 \\ & -3/2+1/2 & 1/4-3/4 & -2 \\ \hline -3/2-1/2 & 1 & & \end{array}$														
$\begin{array}{c} 2 \times 1 \\ \hline +2+1 & 3 & 3 & 2 \\ & 1 & +2 & +2 \\ \hline +2 & 0 & 1/3 & 2/3 \\ & +1+1 & 2/3-1/3 & +1-1+1 \\ \hline -1-1/2 & 1 & & \end{array}$	$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$ $Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\phi}$ $Y_2^0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right)$ $Y_2^1 = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi}$ $Y_2^2 = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin^2 \theta e^{2i\phi}$	$\begin{array}{c} 3/2 \times 1 \\ \hline +3/2+1 & 5/2 & 5/2 & 3/2 \\ & 1 & +3/2 & +3/2 \\ \hline +3/2-0 & 2/5 & 3/5 & \\ & +1/2+1 & 3/5-2/5 & \\ \hline -1/2+1 & 1/10 & 2/5 & 1/2 \\ & 3/10-8/15 & 5/2 & 3/2 \\ \hline 1/10 & 1/10 & 1/10 & \end{array}$														
$\begin{array}{c} 1 \times 1 \\ \hline +1+1 & 2 & 2 & 1 \\ & 1 & +1 & +1 \\ \hline +1 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ & 0+1 & 2/5-1/2 & 1/10 \\ \hline -1-1 & 1/6 & 1/2 & 1/3 \\ & 0 & 2/3 & 0-1/3 \\ & -1+1 & 1/6-1/2 & 1/3 \\ \hline -1+1/2 & 1/2 & 1/2 & -2 \end{array}$	$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$ $Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\phi}$ $Y_2^0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right)$ $Y_2^1 = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi}$ $Y_2^2 = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin^2 \theta e^{2i\phi}$	$\begin{array}{c} 3/2 \times 3/2 \\ \hline +3/2+3/2 & 3 & 3 & 2 \\ & 1 & +2 & +2 \\ \hline +3/2+1/2 & 1/2 & 1/2 & \\ & +1/2+3/2 & 1/2-1/2 & \\ \hline +3/2-1/2 & 1/5 & 1/2 & 3/10 \\ & +1/2+1/2 & 3/5 & 0-2/5 \\ & -1/2+3/2 & 1/5-1/2 & 3/10 \\ \hline 1/20 & 1/20 & 1/4 & 9/20 \\ & 9/20 & 1/4-1/20 & 1/4 \\ & -1/2+1/2 & 9/20-1/4 & 1/20 \\ & -3/2+3/2 & 1/20-1/4 & 9/20-1/4 \\ \hline 3 & 2 & 1 & -1 \\ & -1 & -1 & -1 \\ & -3/2 & -1 & 1 \end{array}$														
$Y_\ell^{-m} = (-1)^m Y_\ell^m$	$d_\ell^m = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} Y_\ell^m e^{-im\phi}$	$\langle j_1 j_2 m_1 m_2 j_1 j_2 JM \rangle = (-1)^{J-j_1-j_2} \langle j_2 j_1 m_2 m_1 j_2 j_1 JM \rangle$														
$d_{m',m}^j = (-1)^{m-m'} d_{m,m'}^j = d_{-m,-m'}^j$	$3/2 \times 3/2$	$d_{1,0}^1 = \cos \theta$ $d_{1/2,1/2}^{1/2} = \cos \frac{\theta}{2}$ $d_{1,-1}^{1/2} = \frac{1+\cos \theta}{2}$ $d_{1/2,-1/2}^{1/2} = -\sin \frac{\theta}{2}$ $d_{1,0}^1 = -\frac{\sin \theta}{\sqrt{2}}$ $d_{1,-1}^1 = \frac{1-\cos \theta}{2}$														
$2 \times 3/2$	2×2	$d_{1,0}^1 = \cos \theta$ $d_{1/2,1/2}^{1/2} = \cos \frac{\theta}{2}$ $d_{1,-1}^{1/2} = \frac{1+\cos \theta}{2}$ $d_{1/2,-1/2}^{1/2} = -\sin \frac{\theta}{2}$ $d_{1,0}^1 = -\frac{\sin \theta}{\sqrt{2}}$ $d_{1,-1}^1 = \frac{1-\cos \theta}{2}$														
2×2	$3/2 \times 3/2$	$d_{1,0}^1 = \cos \theta$ $d_{1/2,1/2}^{1/2} = \cos \frac{\theta}{2}$ $d_{1,-1}^{1/2} = \frac{1+\cos \theta}{2}$ $d_{1/2,-1/2}^{1/2} = -\sin \frac{\theta}{2}$ $d_{1,0}^1 = -\frac{\sin \theta}{\sqrt{2}}$ $d_{1,-1}^1 = \frac{1-\cos \theta}{2}$														
$d_{3/2,3/2}^{3/2} = \frac{1+\cos \theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$	$d_{3/2,1/2}^{3/2} = -\sqrt{3} \frac{1+\cos \theta}{2} \sin \frac{\theta}{2}$	$d_{2,2}^2 = \left(\frac{1+\cos \theta}{2} \right)^2$	$d_{2,1}^2 = -\frac{1+\cos \theta}{2} \sin \theta$	$d_{1,1}^2 = \frac{1+\cos \theta}{2} (2 \cos \theta - 1)$												
$d_{3/2,-1/2}^{3/2} = \sqrt{3} \frac{1-\cos \theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$	$d_{3/2,-3/2}^{3/2} = -\frac{1-\cos \theta}{2} \sin \frac{\theta}{2}$	$d_{2,0}^2 = \frac{\sqrt{6}}{4} \sin^2 \theta$	$d_{1,0}^2 = -\sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta \cos \theta$	$d_{2,-1}^2 = \left(\frac{1-\cos \theta}{2} \right)^2$												
$d_{1/2,1/2}^{3/2} = \frac{3 \cos \theta - 1}{2} \cos \frac{\theta}{2}$	$d_{1/2,-1/2}^{3/2} = -\frac{3 \cos \theta + 1}{2} \sin \frac{\theta}{2}$	$d_{2,-2}^2 = -\frac{1-\cos \theta}{2} \sin \theta$	$d_{1,-1}^2 = \frac{1-\cos \theta}{2} (2 \cos \theta + 1)$	$d_{0,0}^2 = \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right)$												

Figure 43.1: The sign convention is that of Wigner (*Group Theory*, Academic Press, New York, 1959), also used by Condon and Shortley (*The Theory of Atomic Spectra*, Cambridge Univ. Press, New York, 1953), Rose (*Elementary Theory of Angular Momentum*, Wiley, New York, 1957), and Cohen (*Tables of the Clebsch-Gordan Coefficients*, North American Rockwell Science Center, Thousand Oaks, Calif., 1974).