ΦΥΣ 112

Ενδιάμεση Εξέταση: 21-Οκτωβρίου-2021

Πριν αρχίσετε συμπληρώστε τα στοιχεία σας (ονοματεπώνυμο και αριθμό ταυτότητας).

Ονοματεπώνυμο	Αριθμός Ταυτότητας

Απενεργοποιήστε τα κινητά σας.

Το δοκίμιο περιέχει 6 ασκήσεις και θα πρέπει να απαντήσετε σε όλες. Η μέγιστη συνολική βαθμολογία της εξέτασης είναι 120 μονάδες.

ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΣΤΕ ΜΟΝΟ ΤΙΣ ΣΕΛΙΔΕΣ ΠΟΥ ΣΑΣ ΔΙΝΟΝΤΑΙ ΚΑΙ ΜΗΝ ΚΟΨΕΤΕ ΟΠΟΙΑΔΗΠΟΤΕ ΣΕΛΙΔΑ

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 120 λεπτά. Καλή Επιτυχία !

Μέρος Α	
Άσκηση	**Βαθμός**
$1^{η}$ (15μ)	
$2^{η}$ (15μ)	
$3^{η}$ (15μ)	
$4^{η}$ (20μ)	
$5^{η}$ (25μ)	
$6^{η}$ (30μ)	
Σύνολο	

<u>Τύποι που μπορούν να φανούν χρήσιμοι</u>

<u>Ηλεκτροστατική</u>:

$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$ $\quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ $\quad V = \frac{U}{q_0}$ $\quad$ *σημειακό φορτίο*: $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r},\ \ V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

διπολική ροπή: $\vec{p} = q\vec{L}$ $\quad$ *ροπή σε δίπολο*: $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ $\quad$ *δυν. ενέργεια*: $U = -\vec{p}\cdot\vec{E} + U_0$

$U_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$ $\quad W_E = -\Delta U = -W_{\varepsilon\xi.}$ $\quad$ *συνεχής κατανομή*: $E = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$

$\phi = \int_S \vec{E}\cdot\hat{n}dA$ $\quad \phi_{tot} = \oint_S \vec{E}\cdot\hat{n}dA = \oint_S \vec{E}\cdot\hat{n}dA = \frac{Q_{\varepsilon\sigma.}}{\varepsilon_0}$ $\quad$ *ασυνέχεια*: $E_{n^+} - E_{n^-} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

Πεδίο άπειρης γραμμικής κατανομής: $E_R = \frac{2k\lambda}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}$

Πεδίο στον άξονα φορτισμένου δακτυλίου: $E_z = \frac{kQz}{(z^2+a^2)^{3/2}}$

Πεδίο στον άξονα φορτισμένου δίσκου: $E_z = sign(z)\ \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \left(1 + \frac{R^2}{z^2}\right)^{1/2}\right]$

Πεδίο επιπέδου άπειρων διαστάσεων: $E_z = sign(z)\ \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

Πεδίο λεπτούυ σφαιρικού κελύφους: $\begin{array}{ll} E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} & r > R \\ E_r = 0 & r < R \end{array}$

Διαφορά δυναμικού: $\Delta V = V_b - V_a = \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$ $\qquad \vec{E} = \vec{\nabla}V$

<u>Χωρητικότητα:</u>

$C = \frac{Q}{V}$ $\qquad$ *Επίπεδος Πυκνωτής*: $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d},\ \ V = Ed$ $\qquad U_C = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

Συνδεσμολογία: *παράλληλη*: $C_P = C_1 + C_2 + \cdots$ *Σε σειρά*: $\frac{1}{C_\Sigma} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots$

Χωρητικότητα σφαιρικού αγωγού: $C = 4\pi\varepsilon_0 R$ $\qquad$ *κυλινδρικού*: $C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(R_2/R_1)}$

Διηλεκτρικά: $C_k = kC_0$ $\quad$ *διαπερατότητα*: $\varepsilon = k\varepsilon_0$ $\quad$ *ηλεκτρικό πεδίο*: $E = \frac{E_0}{k}$

<u>Αντίσταση:</u>

$R = \frac{V}{I}$ $\qquad I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ $\qquad R = \frac{\rho L}{A}$ $\qquad I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = qnAv_d$ $\quad \vec{J} = qn\vec{v}_d$

$P = IV = I^2R = \frac{V^2}{R}$

$Συνδεσμολογία: παράλληλη: \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots \quad σειρά: R = R_1 + R_2 + \cdots$

<u>Κυκλώματα</u>:

$\sum \Delta V = 0 \qquad \sum I_{εισ.} = \sum I_{εξ.}$

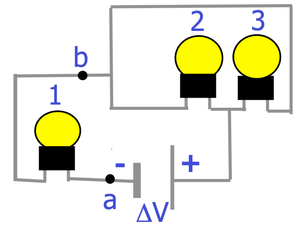
$q(t) = q_\infty\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad q(t) = q_0 e^{-t/\tau} \qquad I(t) = I_0 e^{-t/\tau} \qquad \tau = RC$

<u>Σταθερές και μετατροπές μονάδων:</u>

$\varepsilon_0 = 8.85x10^{-12}\ C^2/Nm^2 \qquad K_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.99 \times 10^9\ C/Nm^2 \qquad e = 1.60 \times 10^{-19}C$

Άσκηση 1 **[15μ]**

Το παρακάτω σχήμα δείχνει ένα κύκλωμα το οποίο αποτελείται από μια πηγή δυναμικού με δυναμικό ΔV εκατέρωθεν των πόλων της και τρεις πανομοιότυπους λαμπτήρες. Σε όλες τις απαντήσεις σας, εξηγήστε το σκεπτικό σας με μία ή δύο προτάσεις.



(α) Ποιος από τους λαμπτήρες θα φωτοβολεί περισσότερο ή όλοι θα φωτοβολούν με την ίδια λαμπρότητα; [**5μ**]

(β) Υποθέστε ότι ο λαμπτήρας 2 αντικαθίσταται με έναν άλλο με τη διπλάσια κατανάλωση ισχύος. Ποια θα είναι τώρα η λαμπρότητα των λαμπτήρων 1 και 3 σε σχέση με αυτή που είχαν πριν την αντικατάσταση του λαμπτήρα 2; Μεγαλύτερη, μικρότερη ή δεν θα κάνει κάποια διαφορά; [**10μ**]

(α) Οι λαμπτήρες 2 & 3 είναι συνδεδεμένοι παράλληλα.
Επομένως το ρεύμα I_1 που διαρρέει τον λαμπτήρα 1, διαχωρίζεται σε 2 τμήματα που διαρρέουν τους λαμπτήρες 2 & 3, έστω τα ρεύματα είναι I_2 και I_3.
Επομένως από τον νόμο του Kirchhoff για τους κόμβους έχουμε:

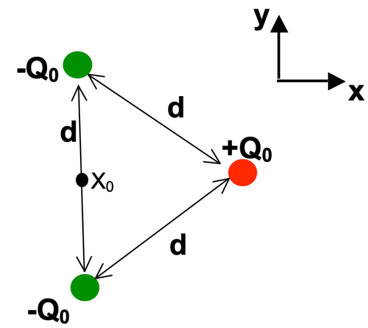
$I_1 = I_2 + I_3$. , $P = I^2 R$

Άρα $I_1 > I_2$ και $I_1 > I_3$ $\Rightarrow$ ο λαμπτήρας 1 φωτοβολεί περισσότερο από τους άλλους.

(β) Στην περίπτωση αυτή, η αντίσταση του λαμπτήρα 2 ελαττώνεται στο 1/2 της αρχικής τιμής της. Σαν αποτέλεσμα η ολική αντίσταση της παράλληλης συνδεσμολογίας ελαττώνεται, και επομένως το ρεύμα I_1 αυξάνει και το V_1 αυξάνει επίσης.
Επειδή το V_1 αυξάνει θα πρέπει η πτώση τάσης στα άκρα της παράλληλης συνδεσμολογίας να ελαττωθεί.
Αλλά $P_1 = I_1^2 R_1$ και η ισχύς αυξάνει φωτοβολεί περισσότερο
$P_3 = V_3^2/R_3$ η ισχύς ελαττώνεται και ο λαμπτήρας 3 φωτοβολεί λιγότερο.

Άσκηση 2 [15μ]

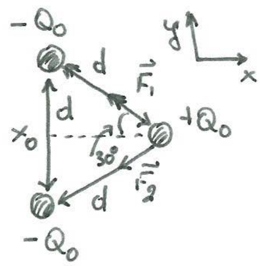
Θεωρήστε τη διάταξη με τα σημειακά φορτία του διπλανού σχήματος, όπου 2 αρνητικά φορτία $-Q_0$ και ένα θετικό φορτίο $+Q_0$ σχηματίζουν ένα ισόπλευρο τρίγωνο στο *x-y* επίπεδο.



(α) Ποια είναι η διεύθυνση και το μέτρο της δύναμης στο θετικό φορτίο $+Q_0$ συναρτήσει των μεγεθών που δόθηκαν; [**5μ**]

(β) Ποια είναι η διεύθυνση και το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο x_0 που βρίσκεται στο μέσο της απόστασης μεταξύ των δύο αρνητικών φορτίων; [**3μ**]

(γ) Θεωρήστε ότι τα δύο αρνητικά φορτία διατηρούνται ακίνητα στο χώρο και το φορτίο $+Q_0$ μπορεί να κινείται ελεύθερα. Περιγράψτε την κίνηση την οποία θα εκτελέσει το $+Q_0$ αν αφεθεί από την ηρεμία από την αρχική του θέση. [**7μ**]

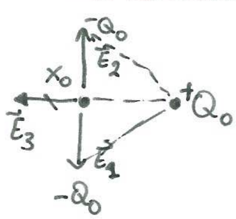


(α) $\vec F = \vec F_1 + \vec F_2 = \frac{Q_0^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\left[-\cos 30^\circ \hat i + \sin 30^\circ \hat j\right]$

$+ \frac{Q_0^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\left[-\cos 30^\circ \hat i - \sin 30^\circ \hat j\right] \Rightarrow$

$\Rightarrow \vec F = -\frac{2Q_0^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\cos 30^\circ \hat i \Rightarrow \boxed{\vec F = -\frac{\sqrt{3}\, Q_0^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\hat i}$

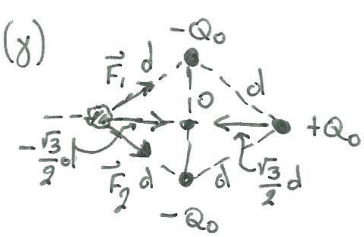
(β) Στο σημείο x_0, οι δυνάμεις από τα δύο αρνητικά φορτία $-Q_0$ είναι ίσες και αντίθετες και επομένως τα ηλεκτρικά πεδία εξαιτίας τους αθροίζονται στο μηδέν.



$\vec E = \vec E_3 = \vec E_{+Q_0} = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 x_0^2}(-\hat i) = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}d\right)^2}(-\hat i) \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\vec E = \frac{Q_0}{3\pi\varepsilon_0 d^2}(-\hat i)}$

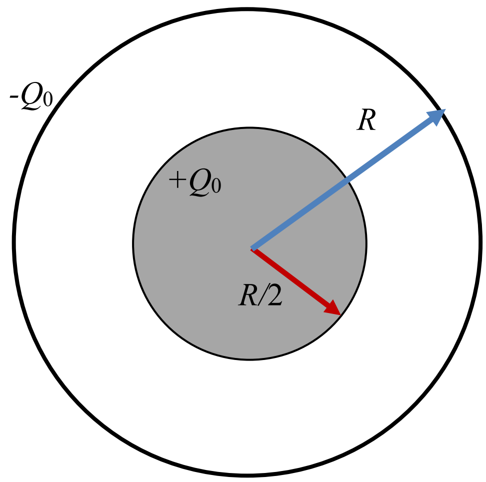
(γ)



Το φορτίο $+Q_0$ θα ταλαντώνεται μεταξύ των θέσεων $-\frac{\sqrt{3}}{2}d$ και $\frac{\sqrt{3}}{2}d$. Από τη στιγμή που η ενέργεια διατηρείται, το φορτίο θα ταλαντώνεται επ' άπειρον

<u>Άσκηση 3</u> [15μ]

Παρακάτω φαίνεται η διατομή μιας αγώγιμης σφαίρας ακτίνας $R/2$, η οποία περιβάλλεται από ένα λεπτό αγώγιμο κέλυφος ακτίνας R. Η εσωτερική σφαίρα είναι φορτισμένη με φορτίο $+Q_0$ και το σφαιρικό κέλυφος έχει φορτίο $-Q_0$.

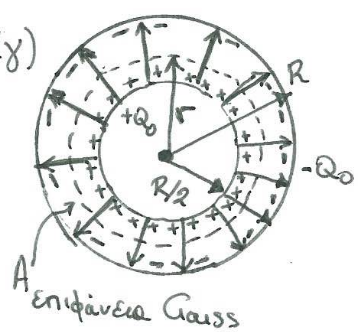


(α) Σχεδιάστε την κατανομή φορτίου στην εσωτερική σφαίρα. [**2μ**]

(β) Χρησιμοποιώντας τον νόμο του Gauss, βρείτε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου $E(r)$ συναρτήσει του r στο διάστημα $r = 0$ και $r > R$, όπου r είναι η απόσταση από το κέντρο της σφαίρας. [**9μ**]

(γ) Στο σχήμα που σας δίνεται, δείξτε τη λύση στο ερώτημα (β) χρησιμοποιώντας ηλεκτρικές γραμμές. [**4μ**]

(γ)



(α) Το θετικό φορτίο Q_0 είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο στην επιφάνεια της εσωτερικής σφαίρας.

(β) Για $0<r<R/2$ από τον νόμο του Gauss έχουμε: $\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$

Το φορτίο είναι μηδέν στην επιφάνεια που έχει $r<R/2$

Επομένως $\boxed{E=0. \quad 0<r<R/2}$

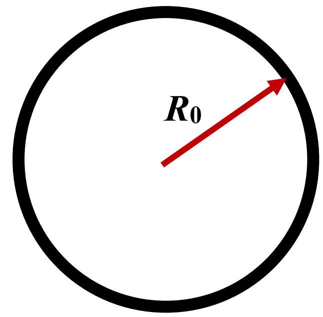
Για την περιοχή $R/2<r<R$ θα έχουμε: $\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \oint E dA = E 4\pi r^2 = \frac{Q_0}{\varepsilon_0} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad R/2<r<R}$$

Τέλος για $r>R$ $\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{encl}}{\varepsilon_0} = \frac{+Q_0-Q_0}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E=0 \text{ για } r>R}$

<u>Άσκηση 4</u> [20μ]

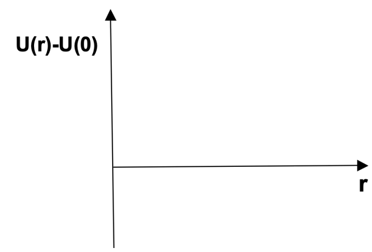
Το διπλανό σχήμα δείχνει ένα λεπτό σφαιρικό κέλυφος ακτίνας R_0 το οποίο είναι φορτισμένο με φορτίο $Q > 0$. Μπορείτε να αγνοήσετε το πάχος του κελύφους.



(α) Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από το φορτισμένο κέλυφος συναρτήσει της απόστασης r από το κέντρο του. Προσδιορίστε το ηλεκτρικό πεδίο $E(r)$ τόσο για $r < R_0$ όσο και για $r > R_0$. [**7μ**]

(β) Προσδιορίστε το αντίστοιχο ηλεκτρικό δυναμικό $V(r)$ συναρτήσει του r με σημείο αναφοράς $V(r = 0) = 0$. [**6μ**]

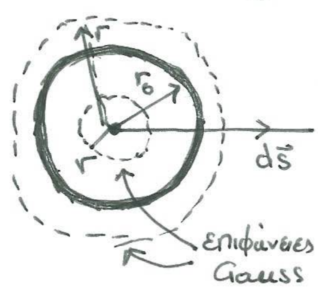
(γ) Στο γράφημα, σχεδιάστε την ηλεκτροστατική δυναμική ενέργεια $U(r)$ για ένα αρνητικό σημειακό φορτίο $q_0 < 0$ στο πεδίο που δημιουργείται από το σφαιρικό κέλυφος. [**7μ**]



(α) Εξαιτίας της συμμετρίας του προβλήματος, ξέρουμε ότι το ηλεκτρικό πεδίο E θα πρέπει να έχει την φορά του $\hat{r}$ διανύσματος και ότι είναι ομοιόμορφο στην επιφάνεια μιας σφαίρας.

Επομένως μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον νόμο του Gauss:

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{inc}}{\varepsilon_0} = 4\pi r^2 E \Rightarrow \vec{E} = \frac{Q_{inc}}{4\pi r^2 \varepsilon_0}\hat{r}$$

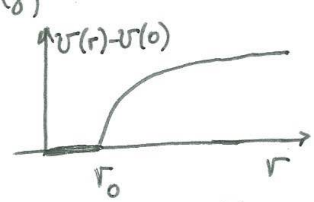


Για $r > r_0$: $\vec{E} = \frac{Q_{inc}}{4\pi r^2 \varepsilon_0}\hat{r}$

Για $r < r_0$: $\vec{E} = \vec{0}$

(β) $V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{s} = \int_r^\infty E\,dr$

(γ)



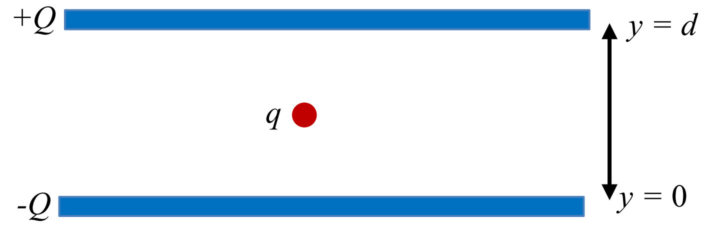
Για $r > r_0$: $V = \int_r^\infty \frac{Q_{inc}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr = -\frac{Q_{inc}}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\Big|_r^\infty = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

Για $r < r_0$: $V = \int_{r_0}^\infty E\cdot dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_0}$

$U = qV \quad U(r)-U(0) = \underset{-}{q}\,\Delta V_{r_0} = \underset{-}{q}\left[\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_0}\right)\right] \Rightarrow U(r)-U(0) = \underset{+}{q}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r}\right]$

Άσκηση 5 **[25μ]**

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η διατομή δύο μεγάλων παράλληλων πλακών που είναι φορτισμένες με φορτίο $+Q$ (επάνω πλάκα) και $-Q$ (κάτω πλάκα). Κάθε πλάκα έχει εμβαδό A. Κατακόρυφα ανάμεσα στις δύο πλάκες υπάρχει ένα μικρό σωματίδιο μάζας m και φορτίου q.



Το σωματίδιο αιωρείται στη θέση $d/2$, οπότε η δύναμη της βαρύτητας, $F = -mg$, εξισορροπείται από την ηλεκτροστατική δύναμη.

(α) Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο το οποίο αναπτύσσεται μεταξύ των δύο επίπεδων πλακών. [**8μ**]

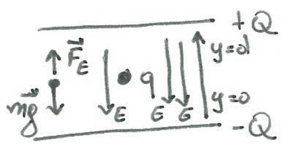
(β) Ποια είναι πρόσημο του φορτίου q του σωματιδίου; [**1μ**]

(γ) Προσδιορίστε το φορτίο q συναρτήσει των ποσοτήτων που δίνονται. Αγνοήστε φαινόμενα μεταβολής του ηλεκτρικού πεδίου στις άκρες των πλακών. [**4μ**]

(δ) Σχεδιάστε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U_E του φορτισμένου σωματιδίου συναρτήσει του y στο διάστημα $y = 0$ έως $y = d$, υποθέτοντας $U_E = 0$ στο $y = 0$. [**4μ**]

(ε) Σχεδιάστε την δυναμική ενέργεια U_T του σωματιδίου συναρτήσει του y στο διάστημα $y = 0$ έως $y = d$. [**4μ**]

(στ) Σχεδιάστε το ηλεκτρικό δυναμικό V μεταξύ των πλακών (αγνοήστε το φορτίο q) στο διάστημα $y = 0$ έως $y = d$. [**4μ**]

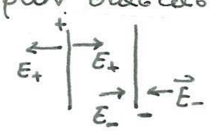


Το πεδίο είναι σταθερό ανάμεσα στις δύο πλάκες.

με $$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{A\varepsilon_0}} \quad (1)$$

Το πεδίο αυτό μπορούμε να το υπολογίσουμε από την υπέρθεση των ηλεκτρικών πεδίων από δύο επίπεδες επιφάνειες απείρων διαστάσεων.

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$



(α) Το φορτίο πρέπει να έλκεται από το επίπεδο που βρίσκεται ψηλότερα και έχει θετικό φορτίο. Επομένως το φορτίο q πρέπει να είναι αρνητικό.

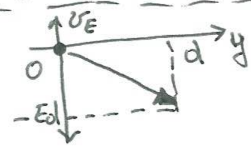
(β) Το φορτίο αιωρείται στο μέσο της απόστασης των δύο επιφανειών ($d/2$)

Επομένως: $F_e = F_G \overset{(1)}{\Rightarrow} Eq = \frac{Q}{A\varepsilon_0}q = -mg \Rightarrow \boxed{q = -\frac{mgA\varepsilon_0}{Q}}$

(γ) Η δυναμική ενέργεια σε ένα <u>σταθερό πεδίο</u> <u>είναι γραμμική</u>.

$$U(y) - U(\emptyset) = \int_y^0 \vec{E}q \cdot d\vec{r} \Rightarrow \boxed{U(y) - U(\emptyset) = qEy}$$ αλλά $q<0$

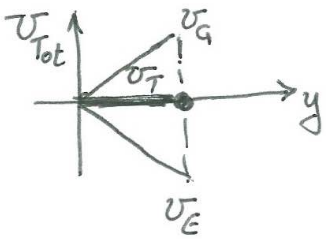
Επομένως το γράφημα θα είναι:



(δ) Η δυναμική ενέργεια εξαιτίας της βαρύτητας είναι: $U_G = mgy = (-E)qy$

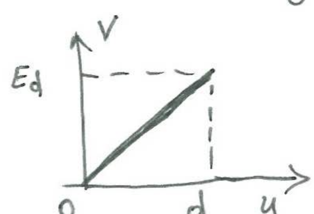
Είναι ακριβώς αντίθετη της δυναμικής ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου.

Επομένως η συνολική δυναμική ενέργεια είναι <u>σταθερή</u>.



(ε) Το δυναμικό ανάμεσα στις δύο επιφάνειες θα είναι:

$$V(0) - V(y) = \int_0^y \vec{E} \cdot d\vec{r} = -Ey \Rightarrow V(y) = V(0) + Ey$$



Μπορούμε να καταλήξουμε στο ίδιο αποτέλεσμα από τη σχέση: $V = \frac{U_E}{q}$ όπου q είναι αρνητικό με αποτέλεσμα το V να έχει αντίθετη κλίση

Άσκηση 6 [**30μ**]

Θεωρήστε έναν επίπεδο πυκνωτή χωρητικότητα C_0. Ο πυκνωτής φορτίζεται με φορτίο Q συνδεόμενος με πηγή δυναμικού ΔV αμελητέας εσωτερικής αντίστασης. Κατόπιν ο πυκνωτής αποσυνδέεται από την πηγή ενώ εξακολουθεί να έχει φορτίου Q και η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του διπλασιάζεται.

(α) Αποδείξτε τη σχέση που δίνει την χωρητικότητα ενός επίπεδου πυκνωτή με εμβαδόν επιφάνειας Α σε απόσταση d μεταξύ τους. [**10μ**]

(β) Ποια είναι η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του όταν έχει διπλασιαστεί η μεταξύ τους απόσταση; [**3μ**]

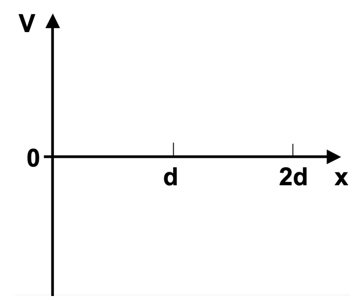
(γ) Ποια είναι η ποσότητα της ηλεκτρικής ενέργειας που είναι αποθηκευμένη στον πυκνωτή όταν οι οπλισμοί του έχουν μετακινηθεί; [**3μ**]

(δ) Εξηγήστε πως διατηρείται η ενέργεια όταν οι οπλισμοί έχουν απομακρυνθεί. [**3μ**]

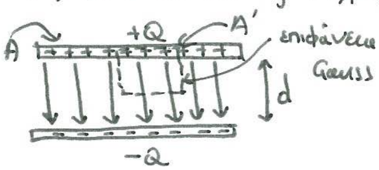
(ε) Αν η πηγή δυναμικού δεν είχε αποσυνδεθεί πριν μετακινηθούν οι οπλισμοί. Πόση θα ήταν η ενέργεια που θα είχε αποθηκευτεί στον πυκνωτή στην περίπτωση αυτή όταν διπλασιάζονται η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του; [**3μ**]

(στ) Θεωρήστε τώρα ότι ένα διηλεκτρικό υλικό, διηλεκτρικής σταθεράς k=2 εισέρχεται ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή. Πως μεταβάλλεται η ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στον πυκνωτή όταν εισέλθει το διηλεκτρικό; [**3μ**]

(ζ) Χρησιμοποιώντας το διπλανό σχήμα, κάντε το γράφημα του ηλεκτρικού δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή συναρτήσει της μεταξύ τους απόστασης x για $x = 0$ και $x = 2d$. Σε ποια τιμή του x επιλέγεται να θέσετε $V = 0$; [**5μ**]



(α) Από τις διαλέξεις έχουμε ότι για δύο πλάκες απείρων διαστάσεων, το σύστημα έχει επίπεδη συμμετρία και το ηλεκτρικό πεδίο υπολογίζεται από το νόμο του Gauss:



$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Χρησιμοποιούμε ως επιφάνεια Gauss, με εμβαδό βάσης A' που να περιέχει το φορτίο της θετικά φορτισμένης επιφάνειας.

Ανάμεσα στις δύο επιφάνειες, το ηλεκτρικό πεδίο είναι: $E\cancel{A'} = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma \cancel{A'}}{\varepsilon_0} \Rightarrow$

$$\Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στις δύο επιφάνειες είναι: $\Delta V = V_- - V_+ \Rightarrow$

$$\Rightarrow \Delta V = -\int_+^- \vec{E}\cdot d\vec{s} = -Ed$$ (η διαδρομή ολοκλήρωσης είναι από την θετική πλάκα στην αρνητική και $V_- < V_+$)

Για τον υπολογισμό της χωρητικότητας, δεν ενδιαφέρει το πρόσημο, οπότε:

$$|\Delta V| = Ed \Rightarrow C = \frac{Q}{|\Delta V|} = \frac{\sigma A}{Ed} = \frac{\cancel{\sigma} A}{\frac{\cancel{\sigma}}{\varepsilon_0} d} \Rightarrow \boxed{C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}}$$

(β) Όταν η απόσταση μεταξύ των δύο επιφανειών διπλασιαστεί, τότε από την χωρητικότητα έχουμε: $C' = \frac{\varepsilon_0 A}{d'} = \frac{\varepsilon_0 A}{2d} \Rightarrow C' = \frac{C_0}{2}$

Το φορτίο των επιφανειών παραμένει σταθερό κατά την μετακίνηση αυτή $Q' = Q$. Επομένως από τον ορισμό της χωρητικότητας: $C = \frac{Q}{|\Delta V|} \Rightarrow$

$$\Rightarrow C' = \frac{Q'}{|\Delta V'|} \Rightarrow |\Delta V'| = \frac{Q'}{C'} = \frac{Q}{C_0/2} = 2\frac{Q}{C_0} \Rightarrow \boxed{|\Delta V'| = 2|\Delta V|}$$

(γ) Η ισχύς ισούται με $P = IV = \frac{dQ'}{dt}V$

Αλλά $P = \frac{dU}{dt} \Rightarrow dU = Pdt \Rightarrow U = \int P dt$

$$\Rightarrow U = \int \frac{dQ'}{dt} V dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U = \int_0^Q V dQ' = \int_0^Q \frac{Q'}{C} dQ'$$

$$\Rightarrow \boxed{U = \frac{1}{2} Q^2/C}$$

Επομένως κατά τη μετακίνηση $Q' = Q$ και $C' = \frac{C_0}{2}$

Άρα $U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_0}2 \Rightarrow U = 2U_0 = \frac{Q^2}{C_0}$

(δ) Προστίθεται ενέργεια στο σύστημα καταναλώνοντας έργο ενάντια στην ηλεκτρική δύναμη ώστε να μετακινηθούν οι δύο οπλισμοί.

(ε) Αν η πηγή δυναμικού δεν είχε αποσυνδεθεί, τότε: $U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2$

Στην περίπτωση αυτή μετά την μετακίνηση $V = V_0$, $C = C_0/2$ $\Rightarrow$

$$U' = \frac{1}{2}\frac{C_0}{2}V^2 \Rightarrow U' = \frac{1}{2}\,\frac{1}{2}C_0V^2 \Rightarrow \boxed{U' = \frac{1}{2}U}$$

Να σημειωθεί ότι το ηλεκτρικό πεδίο παραμένει το ίδιο στα ερωτήματα (β)-(δ), αλλά ο όγκος που επηρεάζει διπλασιάζεται. Στο ερώτημα (ε), το ηλεκτρικό πεδίο E, ελαττώνεται στο μισό της τιμής του.

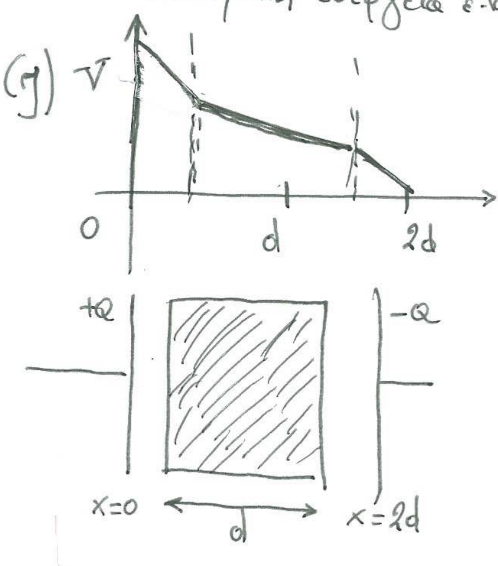
(6ζ) Η ηλεκτρική ενέργεια είναι $U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

Η χωρητικότητα του πυκνωτή όταν οι οπλισμοί του βρίσκονται σε απόσταση 2d έχουν γίνει: $C = C_0/2$

Όταν εισάγεται το διηλεκτρικό υλικό τότε η χωρητικότητά του γίνεται $C' = k_e C \Rightarrow C' = k_e \frac{C_0}{2}$

Επομένως εφόσον η χωρητικότητα αυξάνει με την εισαγωγή του διηλεκτρικού η ηλεκτρική ενέργεια ελαττώνεται.

(η)



Θέτουμε $V=0$ όταν $x=2d$.

Διαφορετική θέση για $V=0$ θα έδινε το ίδιο αποτέλεσμα απλά μετακινώντας το γράφημα προς τα πάνω ή προς τα κάτω.