ΦΥΣ 331 – Χειμερινό Εξάμηνο 2018

Ενδιάμεση Εξέταση

Κυριακή 28/10/2018 **Διάρκεια: 16:00 – 18:00**

Σας δίνονται 10 ισοδύναμες ασκήσεις και θα πρέπει να απαντήσετε σε όλες. Σύνολο μονάδων 100.

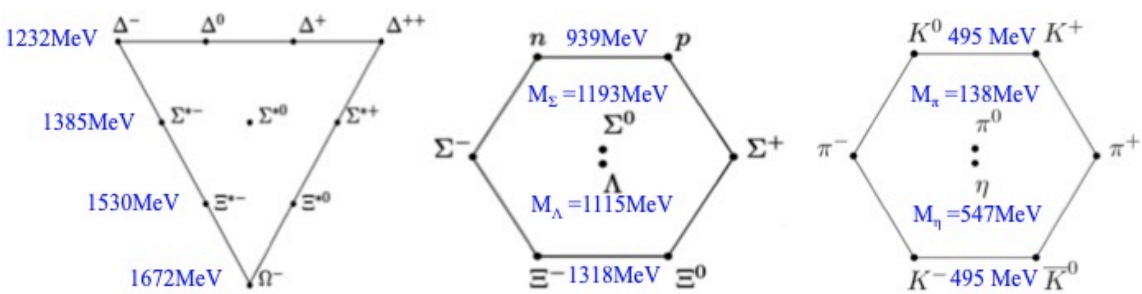
Καλή Επιτυχία

1. [**10μ**]

Προσδιορίστε τον λόγο των ποσοστών διακλάδωσης: $R = \dfrac{\Gamma\left(\rho^0 \to \pi^0\pi^0\right)}{\Gamma\left(\rho^0 \to \pi^+\pi^-\right)}$. Θα πρέπει να υπολογίσετε τον λόγο αυτό με δύο τρόπους, (α) χρησιμοποιώντας συμμετρίες [**5μ**] και (β) χρησιμοποιώντας επιχειρήματα από τη θεωρία του isospin [**5μ**]. Το σωματίδιο ρ^0 είναι διανυσματικό μεσόνιο με κβαντικούς αριθμούς $I^G\left(J^{PC}\right) = 1^+\left(1^{--}\right)$ ενώ τα π είναι ψευδοβαθμωτά μεσόνια με κβαντικούς αριθμούς $I^G\left(J^P\right) = 1^-\left(0^-\right)$.

2. [**10μ**]

Δεδομένου ότι οι ισχυρές και ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις διατηρούν την παραδοξότητα (strangeness) και λαμβάνοντας υπόψην θεμελειώδεις νόμους διατήρησης δείξτε ότι η διάσπαση του Ω^- βαρυονίου που ανήκει στη 10-πλετα των βαρυονίων με spin $3/2$ μπορεί να γίνει μόνο μέσω ασθενών αλληλεπιδράσεων. Σας δίνεται η 10-πλετα των βαρυονίων, η 8-πλετα των βαρυονίων με σπιν $1/2$ και η 8-πλετα των μεσονίων.



3. [**10μ**]

Η οικογένεια των Σ βαρυονίων ανήκει στην οικογένεια των βαρυονίων με ένα strange quark και αποτελεί μία τριπλέτα στην οποία ανήκουν τα βαρυόνια Σ^+, το Σ^0 και το Σ^-. Οι μάζες των βαρυονίων είναι 1187.4, 1192.6 και 1197.5 MeV/c^2 αντίστοιχα.

(α) Βρείτε το περιεχόμενο σε quarks των βαρυονίων αυτών, το μέτρο του isospin τους και την 3^{η} συνιστώσα του isospin. [**4μ**] (β) Κάντε το διάγραμμα Feynman για τις διασπάσεις $\Sigma^- \to n\pi^-$, $\Sigma^0 \to \Lambda^0\gamma$, $\Sigma^0 \to p\pi^-$ και $\Sigma^+ \to n\pi^+$. [**4μ**]

(γ) Εξηγήστε γιατί η διάσπαση $\Sigma^0 \to \Lambda^0\gamma$ είναι σχεδόν 100% ενώ η διάσπαση $\Sigma^0 \to p\pi^-$ έχει πολύ μικρό ποσοστό διακλάδωσης; [**2μ**]

4. [**10μ**]

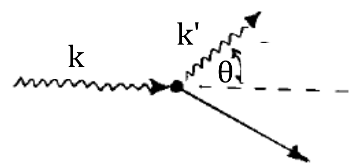
(α) Θεωρήστε την διάσπαση $D^0 \to K^-\pi^+$. Οι μάζες των σωματιδίων είναι 1864.6MeV/c^2, 493.7MeV/c^2 και 139.6MeV/c^2 αντίστοιχα. Ποιά είναι η ορμή του π^+ στο σύστημα αναφοράς του D^0; [**3μ**]

(β) Ποιά είναι η ελάχιστη ενέργεια μιας δέσμης πρωτονίων που προσπίπτει σε σταθερό στόχο ώστε να είναι δυνατή η αντίδραση $pp \to p\Lambda_C^+\bar{D}^0$. Η μάζα του Λ_C^+ είναι 2285.1MeV/c^2 και το περιεχόμενό σε quarks είναι $\Lambda_C^+ = udc$. Η μάζα του πρωτονίου είναι 938.3MeV/c^2 kai η μάζα του $\bar{D}^0$ είναι 1864.6MeV/c^2 και το περιεχόμενό του σε quarks είναι $\bar{D}^0 = u\bar{c}$. [**3μ**]

(γ) Ποιά είναι η μέγιστη ενέργεια του ηλεκτρονίου στη διάσπαση: $\tau \to e^-\bar{\nu}_e\nu_\tau$; Η μάζα του τ -λεπτονίου είναι 1776.86MeV/c^2. [**4μ**]

5. [**10μ**]

Η σκέδαση Compton είναι η σκέδαση φωτονίων από ηλεκτρόνια. Αποδείξτε την εξίσωση της σκέδασης Compton σχετίζοντας την μετατόπιση του μήκους κύματος του φωτονίου με τη γωνία σκέδασης *θ*.



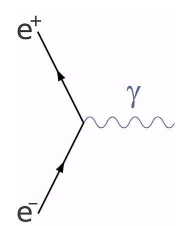
$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$$

6. [**10μ**]

Ένα πρωτόνιο με παράγοντα Lorentz $\gamma = 1\big/\sqrt{1-\left(\upsilon^2/c^2\right)}$ συγκρούεται ελαστικά με πρωτόνιο σε ηρεμία. Μετά τη σκέδαση τα πρωτόνια εξέρχονται με ίσες ενέργειες. Ποιά η γωνία *θ* που σχηματίζεται μεταξύ των διευθύνσεων πτήσης τους;

7. [**10μ**]

Εξηγήστε γιατί η διεργασία $\gamma \to e^+e^-$ που φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα Feynman δεν παρατηρείται.



8. [**10μ**]

Ένα ηλεκτρόνιο σε ένα άτομο υδρογόνου βρίσκεται σε κατάσταση τροχιακής στροφορμής $l = 1$. Αν η ολική στροφορμή του ηλεκτρονίου είναι $J = 3/2$ και η *z*-συνιστώσα της ολικής στροφορμής είναι $m_J = 1/2$, ποιά είναι η πιθανότητα να βρεθεί το ηλεκτρόνιο με $m_s = 1/2$;

9. [**10μ**]

Σχεδιάστε όλα τα διαγράμματα Feynman μικρότερης τάξης για τις ακόλουθες διεργασίες:

(α) $\mu^+\mu^- \to W^+W^-$

(β) $K^+ \to \pi^+\pi^0$

(γ) $e^+\gamma \to e^+\gamma$

(δ) $pp \to \bar{t}t$

(ε) $\tau^+ \to \pi^+\nu_\tau$

10. [**10μ**]

Εξηγήστε γιατί οι παρακάτω διεργασίες δεν είναι δυνατές ή αν είναι δυνατές κάτω από ποιές διεργασίες μπορούν να συμβούν:

(α) $K^0 \to \bar{K}^0$

(β) $\Lambda^0 \to K^- p$

(γ) $K^+ \to \pi^0 e^+\nu_e$

(δ) $p \to \pi^0 e^+$

(ε) $\pi^- \to \mu^-\gamma$

43. CLEBSCH-GORDAN COEFFICIENTS, SPHERICAL HARMONICS, AND d FUNCTIONS

Note: A square-root sign is to be understood over *every* coefficient, *e.g.*, for −8/15 read $-\sqrt{8/15}$.

Notation:

	J	J	...
	M	M	...
m_1 m_2	Coefficients		
m_1 m_2			
. .			

$$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta$$

$$Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta\, e^{i\phi}$$

$$Y_2^0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}}\left(\frac{3}{2}\cos^2\theta - \frac{1}{2}\right)$$

$$Y_2^1 = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}}\sin\theta\cos\theta\, e^{i\phi}$$

$$Y_2^2 = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{15}{2\pi}}\sin^2\theta\, e^{2i\phi}$$

$$Y_\ell^{-m} = (-1)^m Y_\ell^{m*}$$

$$d^\ell_{m,0} = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}}\, Y_\ell^m\, e^{-im\phi}$$

$$\langle j_1 j_2 m_1 m_2 | j_1 j_2 J M\rangle = (-1)^{J-j_1-j_2}\langle j_2 j_1 m_2 m_1 | j_2 j_1 J M\rangle$$

$$d^j_{m',m} = (-1)^{m-m'} d^j_{m,m'} = d^j_{-m,-m'}$$

1/2×1/2

m_1 m_2	1
	+1
+1/2 +1/2	1

m_1 m_2	1	0
	0	0
+1/2 −1/2	1/2	1/2
−1/2 +1/2	1/2	−1/2

m_1 m_2	1
	−1
−1/2 −1/2	1

2×1/2

m_1 m_2	5/2
	+5/2
+2 +1/2	1

m_1 m_2	5/2	3/2
	+3/2	+3/2
+2 −1/2	1/5	4/5
+1 +1/2	4/5	−1/5

m_1 m_2	5/2	3/2
	+1/2	+1/2
+1 −1/2	2/5	3/5
0 +1/2	3/5	−2/5

m_1 m_2	5/2	3/2
	−1/2	−1/2
0 −1/2	3/5	2/5
−1 +1/2	2/5	−3/5

m_1 m_2	5/2	3/2
	−3/2	−3/2
−1 −1/2	4/5	1/5
−2 +1/2	1/5	−4/5

m_1 m_2	5/2
	−5/2
−2 −1/2	1

1×1/2

m_1 m_2	3/2
	+3/2
+1 +1/2	1

m_1 m_2	3/2	1/2
	+1/2	+1/2
+1 −1/2	1/3	2/3
0 +1/2	2/3	−1/3

m_1 m_2	3/2	1/2
	−1/2	−1/2
0 −1/2	2/3	1/3
−1 +1/2	1/3	−2/3

m_1 m_2	3/2
	−3/2
−1 −1/2	1

3/2×1/2

m_1 m_2	2
	+2
+3/2 +1/2	1

m_1 m_2	2	1
	+1	+1
+3/2 −1/2	1/4	3/4
+1/2 +1/2	3/4	−1/4

m_1 m_2	2	1
	0	0
+1/2 −1/2	1/2	1/2
−1/2 +1/2	1/2	−1/2

m_1 m_2	2	1
	−1	−1
−1/2 −1/2	3/4	1/4
−3/2 +1/2	1/4	−3/4

m_1 m_2	2
	−2
−3/2 −1/2	1

2×1

m_1 m_2	3
	+3
+2 +1	1

m_1 m_2	3	2
	+2	+2
+2 0	1/3	2/3
+1 +1	2/3	−1/3

m_1 m_2	3	2	1
	+1	+1	+1
+2 −1	1/15	1/3	3/5
+1 0	8/15	1/6	−3/10
0 +1	2/5	−1/2	1/10

m_1 m_2	3	2	1
	0	0	0
+1 −1	1/5	1/2	3/10
0 0	3/5	0	−2/5
−1 +1	1/5	−1/2	3/10

m_1 m_2	3	2	1
	−1	−1	−1
0 −1	2/5	1/2	1/10
−1 0	8/15	−1/6	−3/10
−2 +1	1/15	−1/3	3/5

m_1 m_2	3	2
	−2	−2
−1 −1	2/3	1/3
−2 0	1/3	−2/3

m_1 m_2	3
	−3
−2 −1	1

3/2×1

m_1 m_2	5/2
	+5/2
+3/2 +1	1

m_1 m_2	5/2	3/2
	+3/2	+3/2
+3/2 0	2/5	3/5
+1/2 +1	3/5	−2/5

m_1 m_2	5/2	3/2	1/2
	+1/2	+1/2	+1/2
+3/2 −1	1/10	2/5	1/2
+1/2 0	3/5	1/15	−1/3
−1/2 +1	3/10	−8/15	1/6

m_1 m_2	5/2	3/2	1/2
	−1/2	−1/2	−1/2
+1/2 −1	3/10	8/15	1/6
−1/2 0	3/5	−1/15	−1/3
−3/2 +1	1/10	−2/5	1/2

m_1 m_2	5/2	3/2
	−3/2	−3/2
−1/2 −1	3/5	2/5
−3/2 0	2/5	−3/5

m_1 m_2	5/2
	−5/2
−3/2 −1	1

1×1

m_1 m_2	2
	+2
+1 +1	1

m_1 m_2	2	1
	+1	+1
+1 0	1/2	1/2
0 +1	1/2	−1/2

m_1 m_2	2	1	0
	0	0	0
+1 −1	1/6	1/2	1/3
0 0	2/3	0	−1/3
−1 +1	1/6	−1/2	1/3

m_1 m_2	2	1
	−1	−1
0 −1	1/2	1/2
−1 0	1/2	−1/2

m_1 m_2	2
	−2
−1 −1	1

3/2×3/2

m_1 m_2	3
	+3
+3/2 +3/2	1

m_1 m_2	3	2
	+2	+2
+3/2 +1/2	1/2	1/2
+1/2 +3/2	1/2	−1/2

m_1 m_2	3	2	1
	+1	+1	+1
+3/2 −1/2	1/5	1/2	3/10
+1/2 +1/2	3/5	0	−2/5
−1/2 +3/2	1/5	−1/2	3/10

m_1 m_2	3	2	1	0
	0	0	0	0
+3/2 −3/2	1/20	1/4	9/20	1/4
+1/2 −1/2	9/20	1/4	−1/20	−1/4
−1/2 +1/2	9/20	−1/4	−1/20	1/4
−3/2 +3/2	1/20	−1/4	9/20	−1/4

m_1 m_2	3	2	1
	−1	−1	−1
+1/2 −3/2	1/5	1/2	3/10
−1/2 −1/2	3/5	0	−2/5
−3/2 +1/2	1/5	−1/2	3/10

m_1 m_2	3	2
	−2	−2
−1/2 −3/2	1/2	1/2
−3/2 −1/2	1/2	−1/2

m_1 m_2	3
	−3
−3/2 −3/2	1

2×3/2

m_1 m_2	7/2
	+7/2
+2 +3/2	1

m_1 m_2	7/2	5/2
	+5/2	+5/2
+2 +1/2	3/7	4/7
+1 +3/2	4/7	−3/7

m_1 m_2	7/2	5/2	3/2
	+3/2	+3/2	+3/2
+2 −1/2	1/7	16/35	2/5
+1 +1/2	4/7	1/35	−2/5
0 +3/2	2/7	−18/35	1/5

m_1 m_2	7/2	5/2	3/2	1/2
	+1/2	+1/2	+1/2	+1/2
+2 −3/2	1/35	6/35	2/5	2/5
+1 −1/2	12/35	5/14	0	−3/10
0 +1/2	18/35	−3/35	−1/5	1/5
−1 +3/2	4/35	−27/70	2/5	−1/10

m_1 m_2	7/2	5/2	3/2	1/2
	−1/2	−1/2	−1/2	−1/2
+1 −3/2	4/35	27/70	2/5	1/10
0 −1/2	18/35	3/35	−1/5	−1/5
−1 +1/2	12/35	−5/14	0	3/10
−2 +3/2	1/35	−6/35	2/5	−2/5

m_1 m_2	7/2	5/2	3/2
	−3/2	−3/2	−3/2
0 −3/2	2/7	18/35	1/5
−1 −1/2	4/7	−1/35	−2/5
−2 +1/2	1/7	−16/35	2/5

m_1 m_2	7/2	5/2
	−5/2	−5/2
−1 −3/2	4/7	3/7
−2 −1/2	3/7	−4/7

m_1 m_2	7/2
	−7/2
−2 −3/2	1

2×2

m_1 m_2	4
	+4
+2 +2	1

m_1 m_2	4	3
	+3	+3
+2 +1	1/2	1/2
+1 +2	1/2	−1/2

m_1 m_2	4	3	2
	+2	+2	+2
+2 0	3/14	1/2	2/7
+1 +1	4/7	0	−3/7
0 +2	3/14	−1/2	2/7

m_1 m_2	4	3	2	1
	+1	+1	+1	+1
+2 −1	1/14	3/10	3/7	1/5
+1 0	3/7	1/5	−1/14	−3/10
0 +1	3/7	−1/5	−1/14	3/10
−1 +2	1/14	−3/10	3/7	−1/5

m_1 m_2	4	3	2	1	0
	0	0	0	0	0
+2 −2	1/70	1/10	2/7	2/5	1/5
+1 −1	8/35	2/5	1/14	−1/10	−1/5
0 0	18/35	0	−2/7	0	1/5
−1 +1	8/35	−2/5	1/14	1/10	−1/5
−2 +2	1/70	−1/10	2/7	−2/5	1/5

m_1 m_2	4	3	2	1
	−1	−1	−1	−1
+1 −2	1/14	3/10	3/7	1/5
0 −1	3/7	1/5	−1/14	−3/10
−1 0	3/7	−1/5	−1/14	3/10
−2 +1	1/14	−3/10	3/7	−1/5

m_1 m_2	4	3	2
	−2	−2	−2
0 −2	3/14	1/2	2/7
−1 −1	4/7	0	−3/7
−2 0	3/14	−1/2	2/7

m_1 m_2	4	3
	−3	−3
−1 −2	1/2	1/2
−2 −1	1/2	−1/2

m_1 m_2	4
	−4
−2 −2	1

$$d^1_{0,0} = \cos\theta \qquad d^{1/2}_{1/2,1/2} = \cos\frac{\theta}{2} \qquad d^1_{1,1} = \frac{1+\cos\theta}{2}$$

$$d^{1/2}_{1/2,-1/2} = -\sin\frac{\theta}{2} \qquad d^1_{1,0} = -\frac{\sin\theta}{\sqrt{2}}$$

$$d^1_{1,-1} = \frac{1-\cos\theta}{2}$$

$$d^{3/2}_{3/2,3/2} = \frac{1+\cos\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$$

$$d^{3/2}_{3/2,1/2} = -\sqrt{3}\frac{1+\cos\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2} \qquad d^2_{2,2} = \left(\frac{1+\cos\theta}{2}\right)^2$$

$$d^{3/2}_{3/2,-1/2} = \sqrt{3}\frac{1-\cos\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} \qquad d^2_{2,1} = -\frac{1+\cos\theta}{2}\sin\theta$$

$$d^{3/2}_{3/2,-3/2} = -\frac{1-\cos\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2} \qquad d^2_{2,0} = \frac{\sqrt{6}}{4}\sin^2\theta \qquad d^2_{1,1} = \frac{1+\cos\theta}{2}(2\cos\theta - 1)$$

$$d^{3/2}_{1/2,1/2} = \frac{3\cos\theta - 1}{2}\cos\frac{\theta}{2} \qquad d^2_{2,-1} = -\frac{1-\cos\theta}{2}\sin\theta \qquad d^2_{1,0} = -\sqrt{\frac{3}{2}}\sin\theta\cos\theta$$

$$d^{3/2}_{1/2,-1/2} = -\frac{3\cos\theta + 1}{2}\sin\frac{\theta}{2} \qquad d^2_{2,-2} = \left(\frac{1-\cos\theta}{2}\right)^2 \qquad d^2_{1,-1} = \frac{1-\cos\theta}{2}(2\cos\theta + 1) \qquad d^2_{0,0} = \left(\frac{3}{2}\cos^2\theta - \frac{1}{2}\right)$$

Figure 43.1: The sign convention is that of Wigner (*Group Theory*, Academic Press, New York, 1959), also used by Condon and Shortley (*The Theory of Atomic Spectra*, Cambridge Univ. Press, New York, 1953), Rose (*Elementary Theory of Angular Momentum*, Wiley, New York, 1957), and Cohen (*Tables of the Clebsch-Gordan Coefficients*, North American Rockwell Science Center, Thousand Oaks, Calif., 1974).