ΦΥΣ 112

Ενδιάμεση Εξέταση: 24-Οκτωβρίου-2024

Πριν αρχίσετε συμπληρώστε τα στοιχεία σας (ονοματεπώνυμο και αριθμό ταυτότητας).

Ονοματεπώνυμο	**Αριθμός Ταυτότητας**

Απενεργοποιήστε τα κινητά σας.

Το δοκίμιο περιέχει 20 ερωτήσεις πολλαπλών επιλογών (2.5 μονάδες/ερώτηση) και 3 προβλήματα που θα πρέπει να λύσετε αναλυτικά (25 μονάδες/άσκηση). Η μέγιστη συνολική βαθμολογία της εξέτασης είναι 125 μονάδες.

ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΣΤΕ ΜΟΝΟ ΤΙΣ ΣΕΛΙΔΕΣ ΠΟΥ ΣΑΣ ΔΙΝΟΝΤΑΙ ΚΑΙ ΜΗΝ ΚΟΨΕΤΕ ΟΠΟΙΑΔΗΠΟΤΕ ΣΕΛΙΔΑ

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 180 λεπτά. Καλή Επιτυχία !

Μέρος Α – Πολλαπλές επιλογές			
Ερώτηση	**Βαθμός**	**Ερώτηση**	**Βαθμός**
1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	
Σύνολο			

Μέρος Β	
Άσκηση	**Βαθμός**
$1^{η}$ (25μ)	
$2^{η}$ (25μ)	
$3^{η}$ (25μ)	
Σύνολο	

Τύποι που μπορούν να φανούν χρήσιμοι

Ηλεκτροστατική:

$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$ $\quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ $\quad V = \frac{U}{q_0}$ $\quad$ *σημειακό φορτίο*: $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$, $V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

διπολική ροπή: $\vec{p} = q\vec{L}$ $\quad$ *ροπή σε δίπολο*: $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ $\quad$ *δυν. ενέργεια*: $U = -\vec{p} \cdot \vec{E} + U_0$

$U_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$ $\quad W_E = -\Delta U = -W_{\varepsilon\xi.}$ $\quad$ *συνεχής κατανομή*: $E = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$

$\phi = \int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA$ $\quad \phi_{tot} = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \frac{Q_{\varepsilon\sigma.}}{\varepsilon_0}$ $\quad$ *ασυνέχεια*: $E_{n^+} - E_{n^-} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

Πεδίο άπειρης γραμμικής κατανομής: $E_R = \frac{2k\lambda}{R} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}$

Πεδίο στον άξονα φορτισμένου δακτυλίου: $E_z = \frac{kQz}{(z^2 + a^2)^{3/2}}$

Πεδίο στον άξονα φορτισμένου δίσκου: $E_z = sign(z)\,\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \left(1 + \frac{R^2}{z^2}\right)^{1/2}\right]$

Πεδίο επιπέδου άπειρων διαστάσεων: $E_z = sign(z)\,\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

Πεδίο λεπτού σφαιρικού κελύφους: $E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} \quad r > R$

$E_r = 0 \quad r < R$

Διαφορά δυναμικού: $\Delta V = V_b - V_a = \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$ $\quad \vec{E} = -\vec{\nabla} V$

Χωρητικότητα:

$C = \frac{Q}{V}$ $\quad$ *Επίπεδος Πυκνωτής*: $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$, $V = Ed$ $\quad U_C = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

Συνδεσμολογία: *παράλληλη*: $C_P = C_1 + C_2 + \cdots$ *Σε σειρά*: $\frac{1}{C_\Sigma} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots$

Χωρητικότητα σφαιρικού αγωγού: $C = 4\pi\varepsilon_0 R$ $\quad$ *κυλινδρικού*: $C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(R_2/R_1)}$

Διηλεκτρικά: $C_k = kC_0$ $\quad$ *διαπερατότητα*: $\varepsilon = k\varepsilon_0$ $\quad$ *ηλεκτρικό πεδίο*: $E = \frac{E_0}{k}$

<u>Αντίσταση:</u>

$R = \frac{V}{I}$ $\quad I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ $\quad R = \frac{\rho L}{A}$ $\quad I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = qnAv_d$ $\quad \vec{J} = qn\vec{v}_d$

$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$

$\Sigma\upsilon\nu\delta\varepsilon\sigma\mu o\lambda o\gamma\acute{\iota}\alpha$: $\pi\alpha\rho\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\eta$: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots$ $\quad \sigma\varepsilon\iota\rho\acute{\alpha}$: $R = R_1 + R_2 + \cdots$

<u>Κυκλώματα</u>:

$\sum \Delta V = 0$ $\qquad \sum I_{\varepsilon\iota\sigma.} = \sum I_{\varepsilon\xi.}$

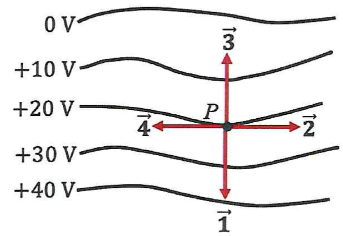
$q(t) = q_\infty\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ $\qquad q(t) = q_0 e^{-t/\tau}$ $\qquad I(t) = I_0 e^{-t/\tau}$ $\qquad \tau = RC$

<u>Σταθερές και μετατροπές μονάδων:</u>

$\varepsilon_0 = 8.85x10^{-12}\, C^2/Nm^2$ $\qquad K_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.99 \times 10^9\, C/Nm^2$ $\qquad e = 1.60 \times 10^{-19} C$

Ερωτήσεις Πολλαπλών Επιλογών – Σύνολο 50 μονάδες – 2.5 μονάδες/ερώτηση

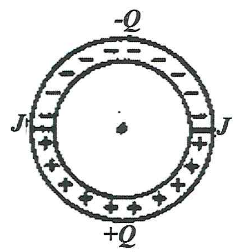
1. Το σημείο P βρίσκεται σε ένα ηλεκτροστατικό πεδίο. Για το συγκεκριμένο αυτό πεδίο, οι ισοδυναμικές επιφάνειες είναι κάθετες στο επίπεδο της σελίδας. Η τομή πολλών τέτοιων ισοδυναμικών επιφανειών με το επίπεδο της σελίδας φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Ποιο από τα διανύσματα αντιπροσωπεύει την κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο P;



(A) $\vec{1}$ (B) $\vec{2}$ (Γ) $\vec{3}$ (Δ) $\vec{4}$

Οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στις ισοδυναμικές επιφάνειες και με φορά από υψηλότερο σε χαμηλότερο δυναμικό

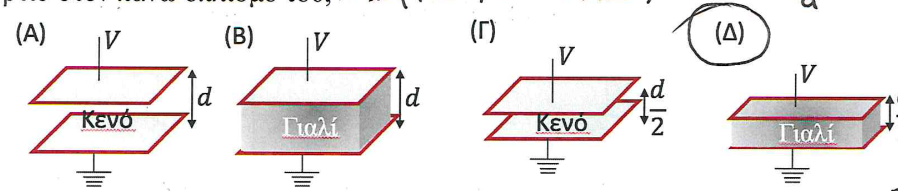
2. Ένας κυκλικός δακτύλιος κατασκευασμένος από μονωτικό υλικό κόβεται σε δύο ημικυκλικά τμήματα. Στο ένα τμήμα φορτίζεται ομοιόμορφα με θετικό φορτίο $+Q$ και το άλλο τμήμα του φορτίζεται ομοιόμορφα με αρνητικό φορτίο $-Q$. Τα δύο τμήματα συγκολλούνται και πάλι όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα χρησιμοποιώντας κατάλληλη μονωτική κόλλα στα σημείο επαφής τους J. Αν δεν υπάρχει αλλαγή στην κατανομή φορτίων των δύο τμημάτων, η διεύθυνση της ηλεκτροστατικής δύναμης που ασκείται σε ένα ηλεκτρόνιο που είναι τοποθετημένο στο κέντρο του κύκλου θα είναι:



(A) προς το πάνω μέρος της σελίδας
(B) προς το κάτω μέρος της σελίδας
(Γ) προς το δεξιό μέρος της σελίδας
(Δ) προς το αριστερό μέρος της σελίδας
(E) η δύναμη που ασκείται στο ηλεκτρόνιο είναι μηδενική

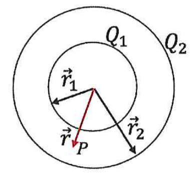
Οι δυνάμεις από κάθε στοιχειώδης φορτίο της κατανομής έχουν ακτινική διεύθυνση και λόγω συμμετρίας μόνο η συνιστώσα η κατακόρυφη F_y επιβιώνει με κατεύθυνση προς το κάτω μέρος της σελίδας.

3. Ποιος από τους παρακάτω πυκνωτές, καθένας εκ των οποίων έχει οπλισμούς εμβαδού A, και στα άκρα τους εφαρμόζεται η ίδια διαφορά δυναμικού V, θα αποθηκεύσει το περισσότερο φορτίο στον πάνω οπλισμό του; Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή είναι: $C = k\varepsilon\frac{A}{d}$ όπου k: διηλεκτρική σταθερά, A: εμβαδό, d: απόσταση οπλισμών



Ο πυκνωτής με τη μικρότερη απόσταση d και το διηλεκτρικό έχει τη μεγαλύτερη C.

Για τις ερωτήσεις 4 και 5: Οι επόμενες δύο ερωτήσεις αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση: Δύο λεπτοί ομόκεντροι σφαιρικοί φλοιοί, ακτίνας r_1 και r_2 αντίστοιχα, όπως φαίνονται στο διπλανό σχήμα, είναι φορτισμένοι με φορτίο Q_1 και Q_2. Έστω r η απόσταση του σημείου P από το κέντρο τους.



4. Όταν $r_1 < r < r_2$, το ηλεκτρικό πεδίο στο P είναι ανάλογο ως προς:

(Α) $\dfrac{Q_1}{r^2}$ (Β) $\dfrac{Q_2}{r^2}$ (Γ) $\dfrac{Q_1+Q_2}{r^2}$ (Δ) $\dfrac{Q_1}{r_1^2}+\dfrac{Q_2}{(r_2-r)^2}$ (Ε) $\dfrac{Q_1}{r^2}+\dfrac{Q_2}{(r_2-r)^2}$

Από τον νόμο του Gauss για σφαιρική επιφάνεια ανάμεσα στους οπλισμούς: $\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_1}{\varepsilon_0} \Rightarrow E\,4\pi r^2 = \frac{Q_1}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

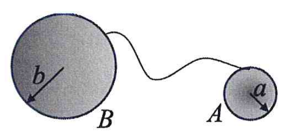
5. Όταν $r_1 < r < r_2$, το ηλεκτρικό δυναμικό στο P ως προς το ηλεκτρικό δυναμικό στο άπειρο, είναι ανάλογο ως προς: $V_r = -\int_{\infty}^{r}\vec{E}\cdot d\vec{r} = -\int_{\infty}^{r_2}\vec{E}_2\cdot d\vec{r} - \int_{r_2}^{r}\vec{E}_1\cdot d\vec{r} = k\left(\frac{Q_1+Q_2}{r_2}\right) - \left(-\frac{Q_1}{r}+\frac{Q_1}{r_2}\right)k = \left[\frac{Q_1}{r}+\frac{Q_2}{r_2}\right]k$

(Α) $\dfrac{Q_1}{r}$ (Β) $\dfrac{Q_2}{r}$ (Γ) $\dfrac{Q_1+Q_2}{r}$ (Δ) $\dfrac{Q_1}{r_1}+\dfrac{Q_2}{r}$ (Ε) $\dfrac{Q_1}{r}+\dfrac{Q_2}{r_2}$

$E_2 = k\frac{Q_1+Q_2}{r^2}$ για $r > r_2$

$E_1 = k\frac{Q_1}{r^2}$ για $r_1 < r < r_2$

6. Δύο αγώγιμες σφαίρες, σφαίρα Α ακτίνας a και σφαίρα Β ακτίνας b, είναι μακριά η μία από την άλλη και είναι ενωμένες με λεπτό αγώγιμο σύρμα. Το σύστημα φορτίζεται με θετικό φορτίο Q και επέρχεται ηλεκτροστατική ισορροπία. Το σύρμα κατόπιν αφαιρείται χωρίς να χαθεί οποιοδήποτε φορτίο από το σύστημα. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ακριβώς έξω από την επιφάνεια της σφαίρας Α διαιρούμενη με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ακριβώς έξω από την επιφάνεια της σφαίρας Β ισούται με:



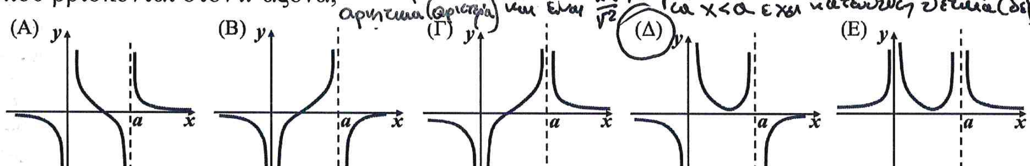
Όταν είναι συνδεδεμένες: $V_A = V_B \Rightarrow k\frac{Q_B}{b} = k\frac{Q_A}{a} \Rightarrow \frac{Q_B}{Q_A} = \frac{b}{a}$ (1)

$\left.\begin{array}{l} E_A = k\frac{Q_A}{a^2} \\ E_B = k\frac{Q_B}{b^2} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{b^2 Q_B}{a^2 Q_A} \overset{(1)}{\Rightarrow} \frac{E_A}{E_B} = \frac{b^2 a}{b a^2} = \frac{b}{a}$

(Α) b/a (Β) a/b (Γ) b^2/a^2 (Δ) a^2/b^2 (Ε) 1

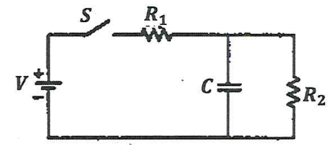
7. Ένα θετικό φορτίο $+3Q$ βρίσκεται στον x-άξονα στη θέση $x = 0$, και ένα δεύτερο αρνητικό φορτίο $-Q$ βρίσκεται στον x-άξονα στη θέση $x = a$. Ποιο από τα παρακάτω γραφήματα αναπαριστά καλύτερα τη x-συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου συναρτήσει του x, για σημεία που βρίσκονται στον x-άξονα;

Στη $x=a$ υπάρχει αρνητικό φορτίο. Για $x>a$ το πεδίο έχει κατεύθυνση προς αρνητικά (αριστερά) και είναι $\frac{kQ}{r^2}$. Για $x<a$ έχει κατεύθυνση θετικά (δεξιά)



Στο $x=0$ υπάρχει θετικό φορτίο. Για $x>0$ το πεδίο έχει κατεύθυνση προς θετικά (δεξιά) ενώ για $x<0$ έχει κατεύθυνση αρνητικά (αριστερά). Το (Δ) έχει αυτή τη συμπεριφορά.

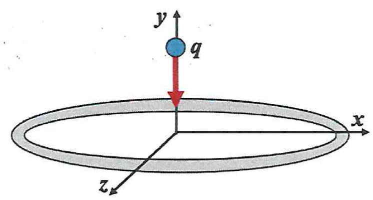
8. Στο κύκλωμα του διπλανού σχήματος, η μπαταρία προσφέρει σταθερή διαφορά δυναμικού V, όταν κλείσει ο διακόπτης, S. Ο πυκνωτής του κυκλώματος έχει χωρητικότητα C και οι δύο αντιστάτες έχουν αντίσταση R_1 και R_2.



Την στιγμή που κλείνει ο διακόπτης, το ρεύμα που προσφέρει η μπαταρία και διαρρέει το κύκλωμα είναι: Τη στιγμή που κλείνει ο διακόπτης, η τάση στα άκρα του πυκνωτή είναι ∅ και ενεργεί ως βραχυκύκλωμα και επομένως η R_2 είναι βραχυκυκλωμένη, και δεν διαρρέεται από ρεύμα. Επομένως: $V = I \cdot R_1 \Rightarrow I = \frac{V}{R_1}$

(Α) $\frac{V}{R_1+R_2}$ (Β) $\frac{V}{R_1}$ (Γ) $\frac{V}{R_2}$ (Δ) $\frac{V(R_1+R_2)}{R_1R_2}$ (Ε) Μηδέν

9. Ένας κυκλικός δακτύλιος με ομοιόμορφη αρνητική πυκνότητα φορτίου τοποθετείται στο οριζόντιο xy-επίπεδο με το κέντρο του να συμπίπτει με την αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Σωματίδιο με θετικό φορτίο κινείται κατά μήκος του y-άξονα προς το κέντρο της κατανομής φορτίου όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τη στιγμή που το σωματίδιο διέρχεται από το κέντρο του κυκλικού δακτυλίου:



(Α) Η ταχύτητα και η επιτάχυνσή του αποκτούν τις μέγιστες τιμές τους.

(Β) Η ταχύτητά του είναι μηδέν και η επιτάχυνσή του μέγιστη.

(Γ) Τόσο η ταχύτητα όσο και η επιτάχυνσή του είναι μη μηδενικές αλλά δεν έχουμε αποκτήσει τις μέγιστες τιμές τους.

(Δ) Η ταχύτητα και η επιτάχυνσή του είναι μηδέν.

(Ε) Η ταχύτητά του είναι μέγιστη και η επιτάχυνσή του μηδέν.

Στο κέντρο του δακτυλίου το πεδίο είναι ∅ λόγω συμμετρίας και άρα $F_q = \emptyset$. Το σώμα θα έχει μηδενική επιτάχυνση και θα κινείται με τη μέγιστη ταχύτητα.

10. Δύο πανομοιότυποι, μικροί σφαιρικοί αγωγοί βρίσκονται σε απόσταση $1.0m$ μεταξύ τους. Οι αγωγοί είναι φορτισμένοι με ίσα αλλά αντίθετα φορτία και η δύναμη που αναπτύσσεται πάνω τους είναι F_0. Μισό από το φορτίο του ενός αγωγού μεταφέρεται στον άλλο αγωγό. Η δύναμη που αναπτύσσεται μεταξύ των σφαιρών είναι τώρα:

(Α) $F_0/4$ (Β) $F_0/2$ (Γ) $3F_0/2$ (Δ) $3F_0$ (Ε) $3F_0/4$

Αρχικά η ηλεκτροστατική δύναμη είναι: $F_0 = k\frac{Q(-Q)}{r^2} = -k\frac{Q^2}{r^2}$

Όταν φορτίο $Q/2$ μετακινηθεί από τον ένα αγωγό στον άλλο, λόγω αντίθετων φορτίων ο δεύτερος αγωγός θα έχει πλεόνασμα $Q/2$ φορτίων επίσης. Επομένως $F = k\frac{(Q/2)(-Q/2)}{r^2} = -k\frac{Q^2}{4r^2} = \frac{1}{4}F_0$

11. Δύο ίσα φορτία Q βρίσκονται σε απόσταση d μεταξύ τους. Το ένα φορτίο ελευθερώνεται και αφήνεται να κινηθεί μακριά από το άλλο φορτίο εξαιτίας της δύναμης ανάμεσά τους. Όταν το κινούμενο φορτίο βρίσκεται σε απόσταση $3d$ από το άλλο φορτίο, η κινητική του ενέργεια είναι: $\Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \Delta K = -\Delta U = -q\Delta V = -q(V_B - V_A) = -q\left(k\frac{Q}{3d} - k\frac{Q}{d}\right) = -k\frac{qQ}{d}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{1}\right) = 2k\frac{Qq}{3d} = \frac{\cancel{2}Q^2}{\cancel{12}_6\pi\varepsilon_0 d}$

$\Delta K = \frac{Q^2}{6\pi\varepsilon_0 d}$

(A) $\frac{Q}{\pi\varepsilon_0 d}$ (B) $\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 d}$ (Γ) $\frac{Q^2}{2d}$ (Δ) $\frac{Q^2}{12\pi\varepsilon_0 d}$ (E) $\frac{Q^2}{6\pi\varepsilon_0 d}$

12. Δύο μεταλλικές σφαίρες ακτίνας R_1 και R_2 αντίστοιχα έχουν φορτίο Q η κάθε μια. Οι σφαίρες βρίσκονται σε δυναμικό V_1 και V_2 αντίστοιχα όπου $V_1 = 3V_2$. Οι σφαίρες συνδέονται με αγώγιμο σύρμα. Όταν επέλθει ηλεκτροστατική ισορροπία, το φορτίο στη σφαίρα ακτίνας R_2 είναι: Έστω Q_1' και Q_2' τα φορτία των σφαιρών αφού συνδεθούν. $Q_1' + Q_2' = 2Q$ (1)

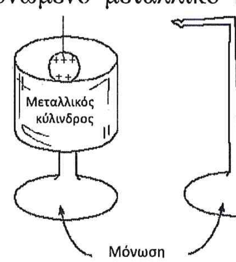
Όταν συνδεθούν $V_1' = V_2' \Rightarrow \cancel{k}\frac{Q_1'}{r_1} = \cancel{k}\frac{Q_2'}{r_2} \Rightarrow \frac{Q_2'}{Q_1'} = \frac{r_2}{r_1}$ (2) Αρχικά $V_1 = 3V_2 \Rightarrow \cancel{k}\frac{\cancel{Q}}{r_1} = 3\cancel{k}\frac{\cancel{Q}}{r_2} \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 3$

(A) $3Q/2$ (B) $Q/3$ (Γ) $2Q$ (Δ) $Q/2$ (E) Q Άρα $Q_1' = \frac{r_1}{r_2}Q_2' = \frac{1}{3}Q_2'$

Αντικατάσταση στην (1): $\left(\frac{1}{3}+1\right)Q_2' = 2Q \Rightarrow \frac{\cancel{4}^{2}Q_2'}{3} = \cancel{2}Q$

$Q_2' = \frac{3}{2}Q$

13. Μια φορτισμένη μεταλλική σφαίρα εισάγεται μέσα σε έναν μονωμένο μεταλλικό κοίλο κύλινδρο. Αν η μεταλλική σφαίρα αφαιρεθεί μετά από μερικά λεπτά, ποιο/α από τα παρακάτω είναι σωστό(ά):



I. Το εσωτερικό του κοίλου κυλίνδρου είναι φορτισμένο.

II. Το εξωτερικό του κοίλου κυλίνδρου είναι φορτισμένο.

III. Η μεταλλική σφαίρα είναι φορτισμένη.

IV. Μια άλλη μη φορτισμένη μεταλλική σφαίρα, θα έλκεται από την αρχική μεταλλική σφαίρα και το εξωτερικό του μεταλλικού κυλίνδρου.

(A) I μόνο

(B) II μόνο

(Γ) III μόνο

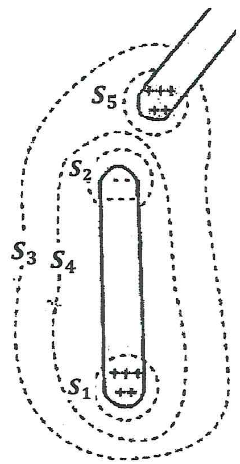
(Δ) II και III μόνο

(E) II και III και IV μόνο

Η σφαίρα έρχεται σε ηλεκτροστατική ισορροπία με τον κύλινδρο και χάνει όλο το φορτίο της (μικρότερη από τον κύλινδρο) που ανακατανέμεται στο εξωτερικό τοίχωμα του κυλίνδρου. (ο κύλινδρος είναι αγωγός)

Η σφαίρα που ήταν αρχικά φορτισμένη χάνει το φορτίο της και επομένως δεν μπορεί να τραβήξει προς το μέρος της μια άλλη ουδέτερη μεταλλική σφαίρα. Ωστόσο το εξωτερικό τοίχωμα του κυλίνδρου είναι φορτισμένο και θα προκαλέσει πόλωση στην ουδέτερη σφαίρα και θα την έλκει.

14. Το φορτίο σε έναν αρχικά αφόρτιστο μονωμένο αγωγό διαχωρίζεται επαγωγικά χρησιμοποιώντας μια θετικά φορτισμένη ράβδο η οποία έρχεται κοντά στον αγωγό. Ταξινομήστε σε φθίνουσα φορά την ηλεκτρική ροή (Φ_E) που περνά τις επιφάνειες Gauss με δείκτες S_1 ως S_5 που φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Σημειώστε ότι η ηλεκτρική ροή που διαπερνά την επιφάνεια S_1 συμβολίζεται ως $\Phi(S_1)$



(Α) $\Phi(S_3) > \Phi(S_4) > \Phi(S_1) = \Phi(S_5) > \Phi(S_2)$ $\quad \phi(S_1) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

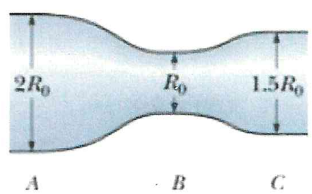
(Β) $\Phi(S_2) > \Phi(S_5) > \Phi(S_4) = \Phi(S_3) > \Phi(S_1)$ $\quad \phi(S_2) = -\frac{Q}{\varepsilon_0}$

(Γ) $\Phi(S_1) = \Phi(S_5) > \Phi(S_4) = \Phi(S_3) > \Phi(S_2)$ $\quad \phi(S_3) = \frac{Q-\cancel{Q}+\cancel{Q}}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

(Δ) $\Phi(S_1) = \Phi(S_3) = \Phi(S_5) > \Phi(S_4) > \Phi(S_2)$ $\quad \phi(S_4) = \frac{Q-Q}{\varepsilon_0} = 0$

(Ε) $\Phi(S_3) = \Phi(S_1) = \Phi(S_5) > \Phi(S_2) > \Phi(S_4)$ $\quad \phi(S_5) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

Για τις ερωτήσεις 15 και 16: Οι δύο επόμενες ερωτήσεις αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση.
Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα σύρμα το οποίο διαρρέεται από σταθερό ρεύμα. Το σύρμα αποτελείται από τρία διαφορετικά τμήματα με διαφορετικές διατομές.



15. Ταξινομήστε κατά φθίνουσα σειρά τα τμήματα του σύρματος σύμφωνα με το ρεύμα που τα διαρρέει:

(Α) $I(A) > I(C) > I(B)$

(Β) $I(A) < I(C) < I(B)$

(Γ) $I(A) = I(B) = I(C)$

Το ρεύμα είναι σταθερό για τον αγωγό και δεν εξαρτάται από την ακτίνα της διατομής του αγωγού.

16. Ταξινομήστε τα τμήματα του σύρματος κατά φθίνουσα φορά με βάση το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου:

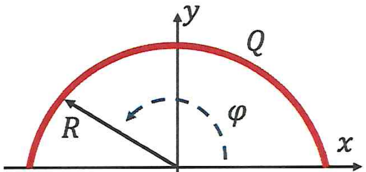
(Α) $E(A) > E(C) > E(B)$

(Β) $E(A) < E(C) < E(B)$

(Γ) $E(A) = E(C) = E(B)$

Η πυκνότητα ρεύματος $J = \rho E$ όπου ρ η ειδική αγωγιμότητα του υλικού και E η ένταση του πεδίου.
Αλλά η πυκνότητα ρεύματος εξαρτάται από την ακτίνα της διατομής
Επομένως $A_A > A_C > A_B$ και επομένως $E_A < E_C < E_B$

17. Θεωρήστε ηλεκτρικό φορτίο Q = +3nC το οποίο είναι κατανεμημένο κατά μήκος ενός μονωμένου σύρματος στο σχήμα ενός ημικυκλίου ακτίνας $R = 0.1m$. Βρείτε τη συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου κατά μήκος του y-άξονα στη θέση (0,0): Λόγω συμμετρίας, η x-συνιστώσα του πεδίου μηδενίζεται στο x=y=0, και έχουμε E_y. Η E_y έχει κατεύθυνση προς τον αρνητικό y-άξονα: $E_y = \int dE_y = \int -\frac{k}{R^2} dq \sin\phi = -\frac{k}{R^2}\int_0^{\pi} \lambda R \sin\phi d\phi \Rightarrow$

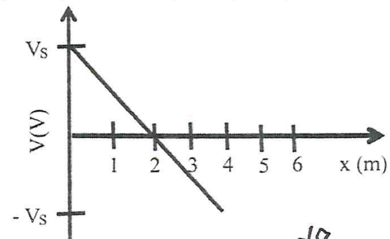


(A) -1700 N/C (B) -2700 N/C (Γ) 0 (Δ) +1700 N/C (E) +2700N/C

$E_y = \frac{k\lambda}{R}\cos\phi\Big|_0^{\pi} = -\frac{2k\lambda}{R} \Rightarrow$

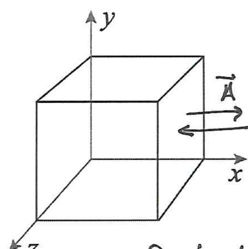
$\Rightarrow E_y = -\frac{2k\lambda\pi R}{\pi R^2} = -\frac{2kQ}{\pi R^2}$

18. Ένα πρωτόνιο τοποθετείται σε μια περιοχή στην οποία το ηλεκτρικό δυναμικό μεταβάλλεται με τη θέση στον x-άξονα όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η κλίμακα στον κατακόρυφο άξονα τίθεται από την τιμή $V_S = 500 Volts$. Ποια είναι η x-συνιστώσα της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου (σε N) στο πρωτόνιο όταν αυτό τοποθετηθεί στη θέση $x = 2m$; Το πρωτόνιο έχει φορτίο $q = +e = 1.6 \times 10^{-19}$C. $F_x = qE_x = e\left(-\frac{\Delta V}{\Delta x}\right) = e(-1)\left(-\frac{V_S}{2}\right) = 250e \Rightarrow F_x = 4 \cdot 10^{-17} N$



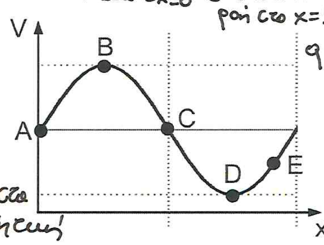
(A) -4×10^{-17} (B) -8×10^{-17} (Γ) 0 (Δ) 4×10^{-17} (E) 2×10^{-17}

19. Το διπλανό σχήμα δείχνει μια κλειστή Gaussian επιφάνεια στη μορφή ενός κύβου με ακμή 1.0m και μια κορυφή στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Ο κύβος βρίσκεται σε μια περιοχή όπου το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου δίνεται από τη σχέση: $\vec{E} = -2.0x\hat{\imath} + 2.0\hat{\jmath}$ N/C. Ποιο είναι το καθαρό φορτίο, σε pC, που βρίσκεται στο εσωτερικό του κύβου: Από τον νόμο του Gauss: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$ Αλλά δεν έχουμε πεδίο E_z οπότε η ροή θα είναι μηδέν στις έδρες στη z-διεύθυνση. Στις έδρες στην y-διεύθυνση E_y = σταθ οπότε η ροή είναι ισημαντική, Απομένει η ροή στη x-διεύθυνση. Αλλά $E_{x=0} = 0$ οπότε έχουμε μόνο τη ροή στο x=1. Δηλαδή $q = E_{x=1}(1)\varepsilon_0 = (-2)(1) 8.85 = -17.7$ pC



(A) -17.7 (B) -8.9 (Γ) 0 (Δ) +8.9 (E) +17.7

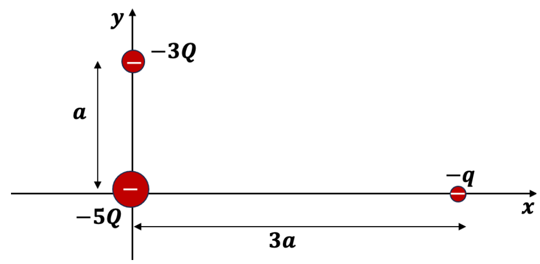
20. Το ηλεκτρικό δυναμικό συναρτήσει της θέσης φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Σε ποιο από τα αναγραφόμενα σημεία η x-συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου έχει την μέγιστη θετική τιμή της; $E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$ Η μεγαλύτερη θετική τιμή του E_x συμβαίνει στα σημεία που η κλίση είναι περισσότερο αρνητική



(A) E (B) A (Γ) C (Δ) D (E) B

<u>Μέρος Β – Αναλυτικά προβλήματα – Σύνολο 75 μονάδες</u>

<u>Άσκηση 1</u> [25μ]



Το παρακάτω σχήμα παρουσιάζει τη διάταξη τριών σημειακών φορτία τα οποία είναι τοποθετημένα ως ακολούθως: (i) ένα αρνητικό φορτίο $-5Q$ είναι τοποθετημένο στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων. (ii) Ένα δεύτερο αρνητικό φορτίο $-3Q$ βρίσκεται στον y-άξονα και σε απόσταση α από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων. (iii) Ένα τρίτο αρνητικό φορτίο $-q$ βρίσκεται στον x-άξονα και σε απόσταση 3α από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Η ηλεκτροστατική δυναμική ενέργεια είναι 0 όταν τα φορτία βρίσκονται σε πολύ μεγάλες αποστάσεις μεταξύ τους. Το ηλεκτροστατικό δυναμικό είναι μηδέν στο άπειρο.

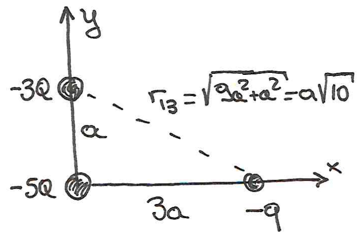
(α) Προσδιορίστε την ολική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια της διάταξης των φορτίων. [**5μ**]

(β) Το φορτίο $-q$ ελευθερώνεται και αφήνεται να κινηθεί στο άπειρο. Βρείτε την κινητική του ενέργεια όταν είναι απείρως μακριά από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Τα άλλα δύο φορτία παραμένουν ακίνητα. [**5μ**]

(γ) Προσδιορίστε το δυναμικό $V(x,y)$ σε ένα τυχαίο σημείο $P(x,y)$ εξαιτίας των δύο φορτίων που παραμένουν στο χώρο. [**5μ**]

(δ) Προσδιορίστε τη x-συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου E_x συναρτήσει της x-συντεταγμένης τυχαίου σημείου στον x-άξονα. [**5μ**]

(ε) Σχεδιάστε τις ηλεκτρικές γραμμές της κατανομής των 2 φορτίων. [**5μ**]



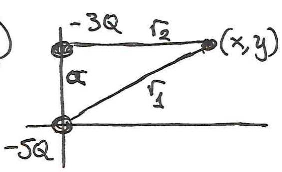
(α) Η ηλεκτροστατική δυναμική ενέργεια προκύπτει από συνεισφορές και των τριών συνδυασμών των φορτίων της κατανομής που δίνεται:

$$U_{ολ}=U_{12}+U_{13}+U_{23}=\frac{k(-3Q)(-5Q)}{a}+\frac{k(-5Q)(-q)}{3a}+\frac{k(-3Q)(-q)}{\sqrt{10}\,a}$$

$$\Rightarrow \boxed{U_{ολ}=\frac{kQ}{a}\left[15Q+\frac{5q}{3}+\frac{3q}{\sqrt{10}}\right]} \quad (1)$$

(β) Όταν το φορτίο $-q$ κινείται, η δυναμική ενέργεια μεταξύ των φορτίων $(-q,-5Q)$ και $(-q,-3Q)$ μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια. Η δυναμική ενέργεια μεταξύ των φορτίων $(-5Q,-3Q)$ διατηρείται ως δυναμική ενέργεια

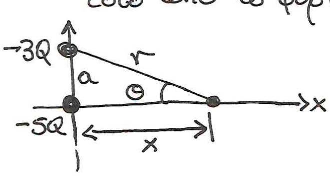
$$\boxed{U=\frac{kQ}{a}15Q} \ (2) \text{ και } \boxed{K=\frac{kQ}{a}\left[\frac{5q}{3}+\frac{3q}{\sqrt{10}}\right]} \quad (3)$$

(γ) 

$$\left.\begin{aligned} V(x,y)&=\frac{k(-5Q)}{r_1}+\frac{k(-3Q)}{r_2}\\ r_1&=\sqrt{x^2+y^2}\\ r_2&=\sqrt{x^2+(y-a)^2}\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{V(x,y)=-kQ\left[\frac{5}{\sqrt{x^2+y^2}}+\frac{3}{\sqrt{x^2+(y-a)^2}}\right]} \quad (4)$$

(δ) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στον άξονα-x θα δέχεται συνεισφορά τόσο από το φορτίο $(-5Q)$ όσο και από το φορτίο $(-3Q)$.

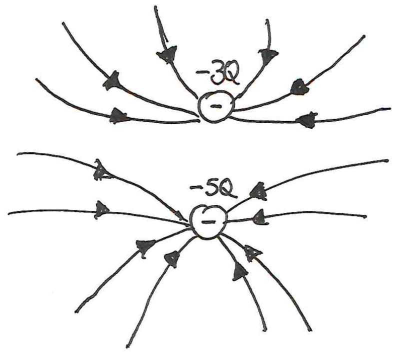


$$\boxed{\underset{(-5Q)}{E_{x_1}}=-\frac{k(5Q)}{x^2}\hat{i} \quad x>0} \ \text{ή} \ \boxed{+\frac{k(5Q)}{x^2}\hat{i} \quad x<0}$$

$$\underset{(-3Q)}{E_{x_2}}=-\frac{k(3Q)}{r^2}\cos\Theta=-\frac{k(3Q)}{x^2+a^2}\cdot\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}\Rightarrow \boxed{\underset{(-3Q)}{\vec{E}_{x_2}}=\frac{-k(3Q)x}{(x^2+a^2)^{3/2}}\hat{i}}$$

$$\left.\vec{E}_x=\begin{cases}-\left[\dfrac{k(5Q)}{x^2}+\dfrac{k(3Q)x}{(x^2+a^2)^{3/2}}\right]\hat{i} & x>0\\[2ex] \left[\dfrac{k(5Q)}{x^2}-\dfrac{k(3Q)x}{(x^2+a^2)^{3/2}}\right]\hat{i} & x<0.\end{cases}\right\}\Rightarrow \boxed{\vec{E}_x=-kQ\left[\frac{5x}{x^{3/2}}+\frac{3x}{(x^2+a^2)^{3/2}}\right]\hat{i}} \text{ τόσο για } x>0 \text{ ή } x<0$$

(ε) Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου θα είναι:

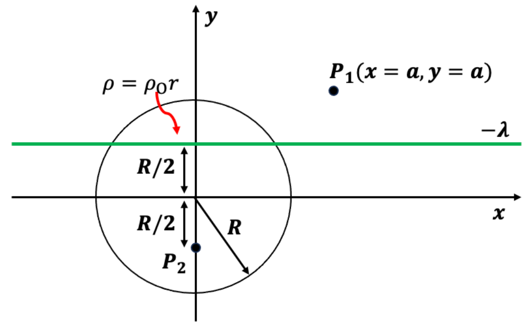


Οι δυναμικές γραμμές καταλήγουν σε φορτία

Οι δυναμικές γραμμές ξεκινούν από το ∞

Οι δυναμικές γραμμές δεν τέμνονται.

<u>Άσκηση 2</u> [25μ]



Μια σφαίρα ακτίνας R *έχει* το κέντρο της να συμπίπτει με την αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Η σφαίρα είναι αρνητικά φορτισμένη με ομοιόμορφη αρνητική χωρική πυκνότητα φορτίου που δίνεται από τη σχέση $\rho = \rho_0 r$ όπου r, η απόσταση από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων και ρ_0 σταθερά.

(α) Προσδιορίστε το ολικό φορτίο Q της σφαίρας. [**3μ**]

(β) Προσδιορίστε το ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ παντού στο χώρο. [**6μ**]

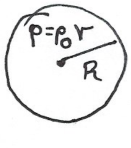
(γ) Σχεδιάστε το ηλεκτρικό πεδίο συναρτήσει της απόστασης r. [**3μ**]

Υποθέστε τώρα ότι επιπλέον της σφαίρας μια άπειρη γραμμική κατανομή φορτίου γραμμικής πυκνότητας -λ είναι κατανεμημένη παράλληλα με τον x-άξονα και σε απόσταση $R/2$ από αυτόν, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η παρουσία της γραμμικής κατανομής φορτίου δεν επηρεάζει την κατανομή φορτίου της σφαίρας.

(δ) Προσδιορίστε το ολικό πεδίο $\vec{E}$ στο σημείο P_1 το οποίο βρίσκεται έξω από τη σφαίρα με συντεταγμένες $x=a$ και $y=a$ όπου $a > R$. [**6μ**]

(ε) Προσδιορίστε επίσης το ολικό ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ στο σημείο P_2 που βρίσκεται στο εσωτερικό της σφαίρας στη θέση με συντεταγμένες $x = 0$ και $y = -R/2$. [**7μ**]

(α)



$$\left.\begin{aligned} Q &= \int \rho\, dV \\ dV &= 4\pi r^2 dr \end{aligned}\right\} \Rightarrow Q = \rho_0 \int_0^R (4\pi r^2) r\, dr \Rightarrow Q = 4\pi\rho_0 \int_0^R r^3 dr = \cancel{4}\pi\rho_0 \frac{R^4}{\cancel{4}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = \rho_0 \pi R^4} \quad (1)$$

Επειδή το φορτίο είναι αρνητικό $\rho_0 < 0$.

(β) Εφαρμόζουμε τον νόμο του Gauss τόσο στο εσωτερικό, όσο και στο εξωτερικό της σφαίρας: Θεωρούμε ως επιφάνεια Gauss, σφαίρα με ακτίνα r.

<u>r<R</u>: $\oiint \vec{E}_{r<R}\cdot d\vec{A} = 4\pi r^2 E_{r<R} = \frac{Q_{περ}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r \rho\, dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho_0 \int_0^r (4\pi r'^2)(r')\, dr' \Rightarrow$

$$\Rightarrow E_{r<R}\cancel{4\pi r^2} = \frac{\cancel{4\pi}}{\varepsilon_0}\rho_0 \frac{r^{\cancel{4}\,2}}{4} \Rightarrow E_{r<R} = \frac{\rho_0 r^2}{4\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_{r<R} = \frac{\rho_0 r^2}{4\varepsilon_0}\hat{r}} \quad (2)$$

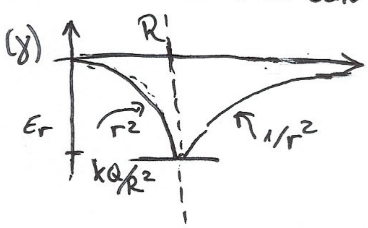
<u>r>R</u>: Στην περίπτωση αυτή η Gaussian επιφάνεια (σφαίρα ακτίνας r>R) περικλείει όλο το φορτίο της σφαίρας.

$$\oiint \vec{E}_{r>R}\cdot d\vec{A} = 4\pi r^2 E_{r>R} = \frac{Q_{περ}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_{r<R} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \overset{(1)}{\Rightarrow} E_{r>R} = \frac{\pi\rho_0 R^4}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{r>R} = \frac{\rho_0 R^4}{4\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_{r>R} = \frac{\rho_0 R^4}{4\varepsilon_0 r^2}\hat{r}} \quad (3)$$

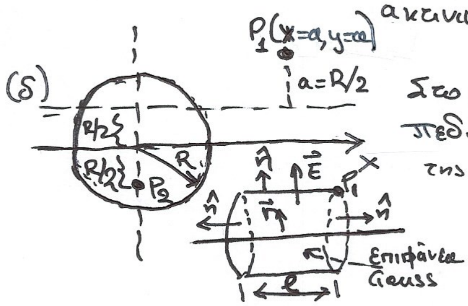
Το ηλεκτρικό πεδίο έχει φορά προς το κέντρο της σφαίρας εφόσον $\rho_0 < 0$ και είναι στην ακτινική διεύθυνση.

(γ)



Για r<R, η ένταση του πεδίου παρουσιάζει εξάρτηση με r^2, ενώ έξω από τη σφαίρα μεταβάλλεται αναστρόφως ανάλογα της απόστασης στο τετράγωνο ($1/r^2$). Στην επιφάνεια της σφαίρας η ένταση του πεδίου είναι $\vec{E}_{r=R} = k\frac{Q}{R^2}\hat{r}$, ακτινική διεύθυνση με φορά στο κέντρο της σφαίρας.

(δ)



Στο σημείο P_1 θα υπάρχουν συνεισφορές στην ένταση του πεδίου, τόσο από το πεδίο της σφαίρας, όσο και από το πεδίο της γραμμικής κατανομής φορτίου.

Η ένταση του πεδίου της γραμμικής κατανομής υπολογίζεται από τον νόμο του Gauss θεωρώντας κυλινδρική επιφάνεια:

$$\Phi_E = \oiint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_n}{\varepsilon_0} \Rightarrow 2\pi r \cancel{\ell} E = -\lambda\cancel{\ell}/\varepsilon_0 \Rightarrow \boxed{E = -\lambda/2\pi\varepsilon_0 r} \quad (A)$$

Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι $\vec{E}$ έχει κατεύθυνση προς την κατανομή!

Στο σημείο P_1, $r = a - \frac{R}{2}$ και η διεύθυνση είναι προς την $-y$-διεύθυνση.

Επομένως:
$$\boxed{\vec{E}(\text{γραμμική}) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\left(a-\frac{R}{2}\right)}\hat{j}} \qquad (4)$$

Θα βρούμε τώρα την ένταση του πεδίου στο P_1 εξαιτίας της κατανομής φορτίου στη σφαίρα

$\vec{E}(\text{σφαίρα}) = \frac{\rho_0 R^4}{4\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$ όπου $r^2 = x^2 + y^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow r^2 = 2a^2$ στο σημείο P_1.

Η x-συνιστώσα του πεδίου θα είναι: $E_x = \frac{\rho_0 R^4}{4\varepsilon_0 2a^2}\cos\theta$

Η y-συνιστώσα του πεδίου θα είναι: $E_y = \frac{\rho_0 R^4}{4\varepsilon_0 2a^2}\sin\theta$

Στο σημείο P_1 $(x=a, y=a)$, $\theta = 45^\circ$ οπότε θα έχουμε:

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}_x = \frac{\rho_0 R^4}{8\sqrt{2}\,\varepsilon_0 a^2}\hat{i}} \quad (5) \qquad \rho_0 < 0$$
$$\boxed{\vec{E}_y = \frac{\rho_0 R^4}{8\sqrt{2}\,\varepsilon_0 a^2}\hat{j}} \quad (6)$$

Επομένως το ολικό πεδίο στο σημείο P_1 θα είναι από τις (4), (5) και (6):

$$\boxed{\vec{E}_{P_1} = -\frac{|\rho_0| R^4}{8\sqrt{2}\,\varepsilon_0 a^2}\hat{i} - \left[\frac{|\rho_0| R^4}{8\sqrt{2}\,\varepsilon_0 a^2} + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\left(a-\frac{R}{2}\right)}\right]\hat{j}} \qquad (7)$$

(ε) Στο σημείο P_2, η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου θα προκαλείται τόσο από το πεδίο της σφαίρας όσο και από το πεδίο της γραμμικής κατανομής φορτίου.

Από το προηγούμενο υποερώτημα βρήκαμε ότι το πεδίο της γραμμικής κατανομής φορτίου, δίνεται από την σχέση (Α):

$$\vec{E} = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{r} \Rightarrow \vec{E}_{P_2,\text{γραμ}} = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}(-\hat{j}) \Rightarrow \boxed{\vec{E}_{P_2,\text{γραμ}} = +\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\hat{j}}$$

στη +y-διεύθυνση

$r = \frac{R}{2} + \frac{R}{2} = R$

Από το υποερώτημα (β) και για την περίπτωση που βρισκόμαστε στο εσωτερικό της σφαίρας, ξέρουμε από την (2) ότι: $\vec{E} = \frac{\rho_0 r^2}{4\varepsilon_0}\hat{r} \Rightarrow \vec{E}_{P_2,\text{σφ}} = -\frac{|\rho_0| R^2}{4\varepsilon_0}(-\hat{j})$ $r = \frac{R}{2}$

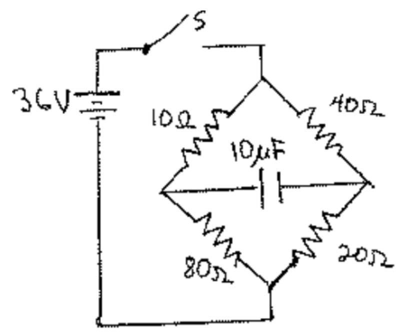
$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}_{P_2,\text{σφ}} = \frac{|\rho_0| R^2}{4\varepsilon_0}\hat{j}}$$

Επομένως η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο P_2 είναι:

$$\boxed{\vec{E}_{P_2} = \left[\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R} + \frac{|\rho_0| R^2}{4\varepsilon_0}\right]\hat{j}} \qquad (8)$$

<u>Άσκηση 3</u> [25μ]

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος, ο διακόπτης *S* είναι κλειστός και παραμένει κλειστός για μεγάλο χρονικό διάστημα.



(α) Προσδιορίστε το ρεύμα σε κάθε αντιστάτη ενώ ο διακόπτης είναι κλειστός για πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα. [**4μ**]

(β) Προσδιορίστε τη διαφορά δυναμικού στα άκρα του πυκνωτή ενώ ο διακόπτης είναι κλειστός για μεγάλο διάστημα. [**4μ**]

(γ) Προσδιορίστε την ισχύ που καταναλώνεται πάνω στον αντιστάτη των 10Ω ενώ ο διακόπτης είναι κλειστός για μεγάλο διάστημα. [**4μ**]

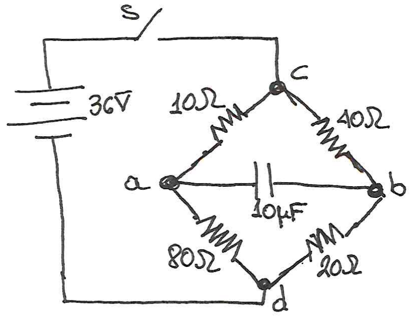
Τη χρονική στιγμή $t = 0$, ο διακόπτης ανοίγει και αφαιρείται η μπαταρία από το κύκλωμα.

(δ) Προσδιορίστε την ισοδύναμη αντίσταση μέσω της οποίας εκφορτίζεται ο πυκνωτής. [**3μ**]

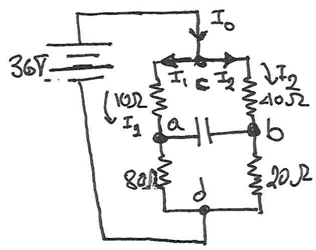
(ε) Προσδιορίστε το ρεύμα που διαρρέει τον πυκνωτή τη στιγμή που ανοίγει ο διακόπτης. [**3μ**]

(στ) Προσδιορίστε μια εξίσωση που δίνει το ρεύμα του πυκνωτή συναρτήσει του χρόνου $I(t)$. Σχεδιάστε την καμπύλη $I(t)$ - t. [**4μ**]

(ζ) Προσδιορίστε την ολική ενέργεια που καταναλώνεται στην ισοδύναμη αντίσταση από την χρονική στιγμή $t = 0$ (τη στιγμή που ανοίγει ο διακόπτης) έως τη χρονική στιγμή $t = \infty$. [**5μ**]



(α) Αφότου κλείσει ο διακόπτης για μεγάλο χρονικό διάστημα, ο πυκνωτής λειτουργεί σαν ανοικτός διακόπτης.



$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{80+10} + \frac{1}{40+20} = \frac{1}{90} + \frac{1}{60} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{ολ} = \frac{60 \cdot \cancel{90}^{3}}{\cancel{150}_{5}}\,\Omega \Rightarrow \boxed{R_{ολ} = 36\,\Omega} \; (1)$$

Επομένως το ρεύμα που παρέχει η πηγή δυναμικού είναι:

$$I_0 = \frac{V}{R_{ολ}} = \frac{36V}{36\Omega} \Rightarrow \boxed{I_0 = 1A} \; (2)$$

Το ρεύμα στους δύο κλάδους θα είναι:

$$I_1 = \frac{V_{cd}}{R_1} = \frac{36V}{(80+10)\Omega} \Rightarrow I_1 = \frac{\cancel{36}^{9}}{\cancel{90}_{10}}A \Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{4}{10}A} \; (3)$$

$$I_2 = \frac{V_{cd}}{R_2} = \frac{36V}{(40+20)\Omega} \Rightarrow I_2 = \frac{\cancel{36}^{6}}{\cancel{60}_{10}}A \Rightarrow \boxed{I_2 = \frac{6}{10}A} \; (4)$$

$$\Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{2}{5}A}, \quad \boxed{I_2 = \frac{3}{5}A}$$

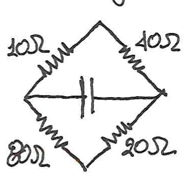
(β) Το δυναμικό στο σημείο a θα είναι: $V_a = I_1 \cdot (80\Omega) = \left(\frac{2}{5}A\right)(80\Omega) \Rightarrow \boxed{V_a = 32\,\text{Volts}}$ (5)

Το δυναμικό στο σημείο b θα είναι: $V_b = I_2 \cdot (20\Omega) = \left(\frac{3}{5}A\right)(20\Omega) \Rightarrow \boxed{V_b = 12\,\text{Volts}}$ (6)

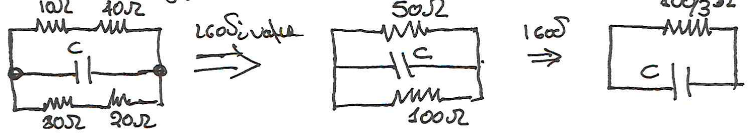
Επομένως η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων a & b που είναι η διαφορά δυναμικού στα άκρα του πυκνωτή θα είναι: $V_a - V_b = 32V - 12V \Rightarrow \boxed{\Delta V = 20V}$ (7)

(γ) Η ισχύς που καταναλώνεται σε μια αντίσταση είναι: $P = I^2 R$ επομένως για την αντίσταση των 10Ω θα έχουμε: $P = I_1^2 (10\Omega) = \left(\frac{2}{5}A\right)^2 (10\Omega) \Rightarrow P = \frac{4}{25}10W \Rightarrow \boxed{P = \frac{8}{5}W}$ (8)

(δ) Ανοίγουμε τον διακόπτη και αφαιρούμε την πηγή των 36V. Το κύκλωμα θα είναι τώρα:



Στην περίπτωση αυτή, οι αντιστάτες των 10Ω και 40Ω είναι σε σειρά, ενώ οι αντιστάτες των 80Ω και 20Ω είναι επίσης σε σειρά. Επομένως το κύκλωμα μπορεί να γραφεί ως:



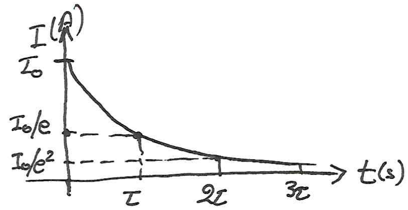
$$\boxed{R_{ολ} = \frac{100 \cdot 50}{150}\,\Omega = 33.3} \; (9)$$

(ε) $I_0 = \frac{V_a - V_b}{R_{ολ}} = \frac{20V}{\frac{100}{3}\Omega} \Rightarrow I_0 = \frac{6\cancel{0}}{10\cancel{0}} A \Rightarrow \boxed{I_0 = \frac{3}{5} A}$ (10)

(στ) Το ρεύμα του πυκνωτή θα ελαττώνεται εκθετικά με τον χρόνο:

$I(t) = I_0 e^{-t/\tau}$ η χρονική σταθερά του κυκλώματος είναι $\tau = R_{ολ} C \Rightarrow$

$\Rightarrow \tau = \left(\frac{100}{3}\Omega\right)\left(10\cdot 10^{-6} F\right) \Rightarrow \tau = \frac{10^{-3}}{3} s \Rightarrow \boxed{\tau = \frac{1}{3} ms}$ (11)



(ζ) Η ισχύς θα είναι: $P = I^2(t) R_{ολ} \Rightarrow P = I_0^2 e^{-2t/\tau} R_{ολ}$

Επομένως η ενέργεια θα είναι: $E = \int_0^\infty P(t)\,dt = I_0^2 R_{ολ} \int_0^\infty e^{-2t/\tau} dt \Rightarrow$

$\Rightarrow E = I_0^2 R_{ολ}\left(-\frac{\tau}{2}\right) e^{-2t/\tau}\Big|_0^\infty \Rightarrow E = -I_0^2 R_{ολ}\frac{\tau}{2}(0-1) \Rightarrow E = +\frac{I_0^2 R_{ολ}\tau}{2}$, $I_0 = \frac{\Delta V}{R_{ολ}}$

$\tau = R_{ολ} C$

Επομένως: $E = \frac{\frac{\Delta V^2}{\cancel{R_{ολ}^2}}\cancel{R_{ολ}}\,\cancel{R_{ολ}}\cdot C}{2} \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2} \Rightarrow E = \frac{1}{2}(10^{-5}F)(20V)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{E = 10^{-4}\ Joules}$

Η ενέργεια η οποία καταναλώνεται πάνω στην ολική αντίσταση του κυκλώματος είναι ίδια με την αρχική ενέργεια που αποθηκεύεται στον πυκνωτή!