ΦΥΣ 331 – Χειμερινό Εξάμηνο 2020

Ενδιάμεση Εξέταση

Σάββατο 30/10/2020 **Διάρκεια: 10:00 – 13:00**

Σας δίνονται 10 ισοδύναμες ασκήσεις και θα πρέπει να απαντήσετε σε όλες. Σύνολο μονάδων 100.

Καλή Επιτυχία

1. [**10μ**]

Θεωρήστε την αλληλεπίδραση $\eta \rightarrow \pi^{-}\pi^{+}$. Δίνεται ότι οι κβαντικοί αριθμοί του η και π^{+} είναι $I^{G}(J^{PC}) = 0^{+}(0^{-+})$ και $I^{G}(J^{PC}) = 1^{-}(0^{-})$ αντίστοιχα. Εξηγήστε αν η παραπάνω διεργασία μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω των γνωστών αλληλεπιδράσεων. [**5μ**] Τι θα συνέβαινε αν οι κβαντικοί αριθμοί το η ήταν $I^{G}(J^{PC}) = 0^{+}(0^{+-})$; [**5μ**]

(a) Η parity του η-μεσονίου είναι -1 : $P: (-1)^{l+1}$ όπου $l=0 \Rightarrow P_{\eta} = -1$.
Η parity των πιονίων είναι $(-1)\times(-1)\times(-1)^{l} = +1\,(-1)^{l}$

Αλλά η τροχιακή στροφορμή του συστήματος των δύο πιονίων πρέπει να είναι αναγκαστικά μηδέν, $l=0$, επειδή το J του η είναι 0.
Επομένως τα τελικά προϊόντα έχουν parity $+1$. και η διάσπαση $\eta \rightarrow \pi^{-}\pi^{+}$ παραβιάζει την parity που διατηρείται από τις ισχυρές και ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις. Τα προϊόντα είναι τέτοια που δεν επιτρέπουν ασθενή αλληλεπίδραση και επομένως η συγκεκριμένη διάσπαση δεν μπορεί να συμβεί.

(b) Αν οι κβαντικοί αριθμοί του η-μεσονίου ήταν $I^{G}(J^{PC}) = 0^{+}(0^{+-})$ δηλαδή η parity ήταν $+1$ και η συζυγία φορτίου -1, τότε η διάσπαση θα ήταν και πάλι απαγορευμένη λόγω παραβίασης της συζυγίας φορτίου που διατηρείται από τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις. Ένα σύστημα το οποίο αποτελείται από ένα ψευδοβαθμωτό σωματίδιο (spin $=0$) με το αντισωματίδιό του, αποτελεί ιδιοκατάσταση της συζυγίας φορτίου με ιδιοτιμή $(-1)^{l}$, αλλά $l=0$, οπότε $C_{\pi^{-}\pi^{+}} = +1$.
Επομένως η αρχική και τελική κατάσταση δεν διατηρεί συζυγία φορτίου.

2. [**10μ**]

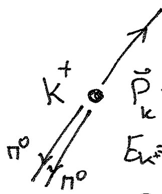
Θεωρήστε την διάσπαση $K^+ \to \pi^+\pi^0\pi^0$ όπου $m_{K^+} = 495\ MeV/c^2$, $m_{\pi^+} = 139\ MeV/c^2$ και $m_{\pi^0} = 135 MeV/c^2$.

(α) Ποια είναι η μέγιστη ορμή του π^+στο σύστημα αναφοράς του K^+; [**3μ**]

(β) Υποθέστε ότι έχετε μια ανιχνευτική διάταξη η οποία δεν μπορεί να ανιχνεύσει διασπάσεις όπου η αναλλοίωτη μάζα των δύο ουδέτερων πιονίων, $m_{\pi^0\pi^0} < 320\ MeV/c^2$. Ποιες είναι οι επιτρεπόμενες τιμές της ορμής του π^+στην περίπτωση αυτή; [**4μ**]

(γ) Ποια είναι η μέγιστη τιμή για την μάζα $m_{\pi^+\pi^0}$ στην περίπτωση του ερωτήματος (β); [**3μ**]

(α) Η μέγιστη ορμή που μπορεί να έχει το π^+, θα συμβεί όταν το π^+ ανακρούεται στο σύστημα των δύο π^0 τα οποία μοιράζονται την ορμή. Δηλαδή θα έχουμε:



$\vec{P}_k = \vec{0}$, $E_K = m_{K^+}$

$$\vec{P}_{\pi^+} = -\vec{P}_{\pi^0\pi^0} \Rightarrow |\vec{P}_{\pi^+}| = |\vec{P}_{\pi^0\pi^0}| = |\vec{P}_{max}| \quad (1)$$

$$\text{και } |\vec{P}_{\pi^0}| = |\vec{P}_{\pi^0}| = |\vec{P}_{max}|/2 \quad (2)$$

Θα έχουμε επομένως: $\underset{\sim}{P}_{K^+} = \underset{\sim}{P}_{\pi^+} + \underset{\sim}{P}_{\pi^0\pi^0} \Rightarrow \underset{\sim}{P}_{K^+} - \underset{\sim}{P}_{\pi^+} = \underset{\sim}{P}_{\pi^0\pi^0} \Rightarrow$

$$\Rightarrow (\underset{\sim}{P}_{K^+} - \underset{\sim}{P}_{\pi^+})^2 = \underset{\sim}{P}_{\pi^0\pi^0}^2 \Rightarrow \underset{\sim}{P}_{K^+}^2 + \underset{\sim}{P}_{\pi^+}^2 - 2\underset{\sim}{P}_{K^+}\cdot\underset{\sim}{P}_{\pi^+} = m_{\pi^0\pi^0}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_{K^+}^2 + m_{\pi^+}^2 - 2\left(E_{K^+}E_{\pi^+} - \cancelto{0}{\vec{P}_{K^+}\cdot\vec{P}_{\pi^+}}\right) = m_{\pi^0\pi^0}^2 \Rightarrow m_{K^+}^2 + m_{\pi^+}^2 - m_{\pi^0\pi^0}^2 = 2E_{K^+}E_{\pi^+} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_{K^+}^2 + m_{\pi^+}^2 - m_{\pi^0\pi^0}^2 = 2m_{K^+}\sqrt{m_{\pi^+}^2 + P_{max}^2} \Rightarrow \frac{(m_{K^+}^2 + m_{\pi^+}^2 - m_{\pi^0\pi^0}^2)^2}{4m_{K^+}^2} = m_{\pi^+}^2 + P_{max}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{max}^2 = \frac{(m_{K^+}^2 + m_{\pi^+}^2 - m_{\pi^0\pi^0}^2)^2 - 4m_{K^+}^2 m_{\pi^+}^2}{4m_{K^+}^2} \Rightarrow P_{max}^2 = \frac{[m_{K^+}^2 + m_{\pi^+}^2 - 2m_\pi m_K - m_{\pi\pi}^2][m_K^2 + m_\pi^2 + 2m_K m_\pi - \ldots]}{4m_{K^+}^2}$$

$$\Rightarrow P_{max}^2 = \frac{[(m_{K^+} + m_{\pi^+})^2 - m_{\pi^0\pi^0}^2][(m_{K^+} - m_{\pi^+})^2 - m_{\pi^0\pi^0}^2]}{4m_K^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{P_{max} = \frac{\sqrt{(m_{K^+} + m_{\pi^+} + m_{\pi^0\pi^0})(m_{K^+} + m_{\pi^+} - m_{\pi^0\pi^0})(m_{K^+} - m_{\pi^+} + m_{\pi^0\pi^0})(m_{K^+} - m_{\pi^+} - m_{\pi^0\pi^0})}}{2m_{K^+}}} \quad (A)$$

Αριθμητική αντικατάσταση θα δώσει: $P_{max} = \frac{\sqrt{(495+139+270)(495+139-270)(495+270-139)(495-270-139)}}{2\cdot 495}$

$$\Rightarrow P_{max} = \frac{\sqrt{904\cdot 364\cdot 626\cdot 86}}{2\cdot 495} = \frac{133097.9}{990} \Rightarrow \boxed{P_{max} = 134.4\ MeV}$$

(β) Χρησιμοποιούμε την εξίσωση (A) του (α) ερωτήματος

Θα έχουμε για $m_{\pi^0\pi^0} = 320\, MeV/c^2$ ότι:

$$P_{max} = \frac{\sqrt{(495+320+139)(495+139-320)(495+320-139)(495-320-139)}}{2\cdot 495} = \frac{\sqrt{(954)(314)(676)(36}}{990}$$

$$\Rightarrow P_{max} = \frac{85381.5}{990} \Rightarrow \boxed{P_{max} = 86.2\, MeV}$$

Επομένως το π^+ μπορεί να έχει ορμή στην περιοχή $[0, 86.2]$ MeV.

(γ) Για να μεγιστοποιηθεί η μάζα του συστήματος $\pi^0\pi^+$ θα πρέπει το π^0 να κινείται αντίθετα του π^+ και το δεύτερο π^0 να είναι ακίνητο.

Θα πρέπει επίσης $(E_{\pi^0_1} + E_{\pi^0_2})^2 - (\vec{P}_{\pi^0_1} + \vec{P}_{\pi^0_2})^2 = m^2_{\pi^0\pi^0} = (320\, MeV)^2$, $\vec{P}_{\pi^0_2} \to 0$

Αλλά $E_{\pi^0_1} = \sqrt{m^2_{\pi^0} + P^2_{\pi^0_1}}$

$E_{\pi^0_2} = \sqrt{m^2_{\pi^0} + \cancel{P^2_{\pi^0_2}}}$, $P^2_{\pi^0_2} \to 0$

Επομένως θα έχουμε: $(m^2_{\pi^0} + P^2_{\pi^0}) + m^2_{\pi^0} + 2m_{\pi^0}\sqrt{m^2_{\pi^0} + P^2_{\pi^0}} - P^2_{\pi^0} = m^2_{\pi^0\pi^0}$

$$\Rightarrow 2m^2_{\pi^0} + 2m_{\pi^0}\sqrt{m^2_{\pi^0} + P^2_{\pi^0}} = m^2_{\pi^0\pi^0} \Rightarrow \sqrt{m^2_{\pi^0} + P^2_{\pi^0}} = \left[m^2_{\pi^0\pi^0} - 2m^2_{\pi^0}\right] / 2m_{\pi^0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P^2_{\pi^0} = \frac{(m^2_{\pi^0\pi^0} - 2m^2_{\pi^0})^2 - 4m^4_{\pi^0}}{4m^2_{\pi^0}} \Rightarrow P_{\pi^0} = \frac{\sqrt{(m^2_{\pi^0\pi^0} - 4m^2_{\pi^0})(m^2_{\pi^0\pi^0})}}{2m_{\pi^0}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{\pi^0} = \frac{m_{\pi^0\pi^0}\sqrt{(m^2_{\pi^0\pi^0} - 4m^2_{\pi^0})}}{2m_{\pi^0}} \Rightarrow \boxed{P_{\pi^0} = 203.6\, MeV}$$

και πρέπει να έχει αντίθετη φορά από αυτή του π^+

Επομένως η μάζα του συστήματος $\pi^+\pi^0$ για την περίπτωση αυτή θα είναι:

$$m^2_{\pi^+\pi^0} = (E_{\pi^+} + E_{\pi^0})^2 - (\vec{P}_{\pi^+} + \vec{P}_{\pi^0})^2 = \left(\sqrt{m^2_{\pi^+} + P^2_{\pi^+}} + \sqrt{m^2_{\pi^0} + P^2_{\pi^0}}\right)^2 - (203.6 - 86.2)^2 \Rightarrow$$

$$m^2_{\pi^+\pi^0} = \left(\sqrt{86.2^2 + 139^2} + \sqrt{135^2 + 203.6^2}\right)^2 - (117.4)^2 = (163.6 + 244.3)^2 - (117.4)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m^2_{\pi^+\pi^0} = 166348.7 - 13782.8 \Rightarrow \boxed{m_{\pi^0\pi^+} = 390.6\, MeV}$$

3. [**10μ**]

(α) Θα μπορούσε το φαινόμενο των ταλαντώσεων των ουδέτερων καονίων ($\overline{K}^0 \leftrightarrow K^0$) να υπήρχε χωρίς παραβίαση της CP; [**4μ**]

(β) Γιατί δεν παρατηρούνται ταλαντώσεις παραδοξότητας στις διεγερμένες καταστάσεις των ουδέτερων K-μεσονίων, $\overline{K}^{*0}(892)$ και $K^{*0}(892)$; [**6μ**]

(α) Για να εμφανιστεί το φαινόμενο ταλάντωσης της παραδοξότητας χρειάζεται οι ιδιοκαταστάσεις μάζας να είναι διαφορετικές από τις ιδιοκαταστάσεις των ασθενών αλληλεπιδράσεων.
Τα δύο ουδέτερα καόνια που αποτελούν ιδιοκαταστάσεις των ασθενών αλληλεπιδράσεων μοιράζονται κβαντικούς αριθμούς όπως spin και φορτίο που διατηρούνται από τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις, και είναι πολύ κοντά σε μάζα. Επομένως ταλαντώσεις μπορούν να παρατηρηθούν ανεξάρτητα από παραβίαση της CP ή όχι.
Στην πραγματικότητα, η ταλάντωση είχε παρατηρηθεί αρκετά πριν από την παρατήρηση της παραβίασης της CP.

(β) Τα διεγερμένα καόνια, διασπώνται μέσω ισχυρών αλληλεπιδράσεων συνήθως σε ένα καόνιο και ένα πιόνιο. Ο χρόνος διάσπασης για διεργασίες μέσω των ισχυρών αλληλεπιδράσεων είναι πάρα πολύ μικρός και συνήθως 10^{12} φορές μικρότερο από τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις. Σαν αποτέλεσμα, τα διεγερμένα καόνια δεν έχουν χρόνο να ταλαντωθούν το ένα στο άλλο πριν την διάσπασή τους

4. [**10μ**]

Ποιες από τις παρακάτω διεργασίες ισχυρών αλληλεπιδράσεων απαγορεύονται από διατήρηση του isospin;

(α) $\omega(783) \to \rho^{+}(770)\pi^{-}$ [**2μ**]

(β) $\varphi(1680) \to \varphi(1020)\pi^{0}$ [**2μ**]

(γ) $K^{*}(892) \to K\pi$ που περιλαμβάνει τις ακόλουθες τέσσερεις περιπτώσεις διασπάσεων: (i) $K^{*+} \to K^{+}\pi^{0}$, (ii) $K^{*+} \to K^{0}\pi^{+}$, (iii) $K^{*0} \to K^{0}\pi^{0}$ και (iv) $K^{*0} \to K^{-}\pi^{+}$. [**4μ**]

(δ) $\rho^{0}(770) \to \pi^{0}\pi^{0}$ [**2μ**]

Κάποιες από τις διασπάσεις μπορεί να απαγορεύονται και για άλλους λόγους (π.χ. κινηματική), όπως επίσης διασπάσεις οι οποίες απαγορεύονται από το isospin μπορεί να πραγματοποιηθούν μέσω ασθενών ή ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων.

(1) Εξετάζουμε τη διάσπαση $\omega(783) \to \rho^{+}(770)\pi^{-}$.

Η διάσπαση κινηματικά δεν μπορεί να συμβεί γιατί $m_{\omega} < m_{\rho^+} + m_{\pi^-}$.

Ωστόσο εξετάζουμε την περίπτωση του isospin, αν επιτρέπεται:

Η αρχική κατάσταση, έχει $|0,0\rangle$ ως προς isospin.

Θα πρέπει η τελική κατάσταση να περιέχει κάποια συνιστώσα σε $|0,0\rangle$.

Η τελική κατάσταση αποτελείται από το μεσόνιο ρ^{+} που είναι κατάσταση isospin $|1,1\rangle$ και ένα π^{-} που είναι κατάσταση $|1,-1\rangle$.

Ο συνδυασμός των καταστάσεων $|1,1\rangle + |1,-1\rangle$ σύμφωνα με τους πίνακες Clebsh-Gordon οδηγεί: (χρήση πινάκων 1×1).

$$|1,1\rangle + |1,-1\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}|2,0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1,0\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}|0,0\rangle.$$

Επομένως υπάρχει όρος κατάστασης $|0,0\rangle$ με συντελεστή $1/\sqrt{3}$.

(2) Η διεργασία $\phi(1680) \to \phi(1020)\pi^{0}$ κινηματικά επιτρέπεται, αλλά η αρχική κατάσταση isospin είναι: $|0,0\rangle$ ενώ η τελική κατάσταση αποτελεί συνδυασμό $|0,0\rangle + |1,0\rangle$. Επομένως το isospin παραβιάζεται.

Η στροφορμή διατηρείται, όπως η parity και η συζυγία φορτίου.

(3) Η διεργασία $K^*(892) \to K\pi$ εμπεριέχει 4 διαφορετικές διεργασίες.

(α) $K^{*+} \to K^+\pi^0$ η οποία είναι κατάσταση ισοσπίν $|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\rangle \to |\frac{1}{2},\frac{1}{2}\rangle + |1,0\rangle$

(β) $K^{*+} \to K^0\pi^+$ η οποία είναι κατάσταση ισοσπίν $|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\rangle \to |\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\rangle + |1,1\rangle$

(γ) $K^{*0} \to K^0\pi^0$ η οποία είναι κατάσταση ισοσπίν $|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\rangle \to |\frac{1}{2},\frac{1}{2}\rangle + |1,0\rangle$

(δ) $K^{*0} \to K^-\pi^+$ η οποία έχει κατάσταση ισοσπίν $|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\rangle \to |\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\rangle + |1,1\rangle$

Επομένως η (α) κ (γ) είναι παρόμοιες όπως και η (β) με (δ) ως προς ισοσπίν.

Ο συνδυασμός $|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\rangle + |1,0\rangle$ οδηγεί : $\sqrt{\frac{2}{3}}\,|\frac{3}{2},\frac{1}{2}\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}}\,|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\rangle$

Επομένως υπάρχει η κατάσταση $|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\rangle$ με έναν συντελεστή $-1/\sqrt{3}$ και επομένως οι διεργασίες (α) και (γ) διατηρούν ισοσπίν.

Στις διεργασίες (β) κ (δ) έχουμε συνδυασμό $|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\rangle + |1,1\rangle$.

Σύμφωνα με τους πίνακες Clebsh-Gordon θα έχουμε: $\sqrt{\frac{1}{3}}\,|\frac{3}{2},\frac{1}{2}\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}\,|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle$

Επομένως υπάρχει η κατάσταση $|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\rangle$ με έναν συντελεστή $\sqrt{2/3}$ και οι διεργασίες αυτές επομένως επιτρέπονται.

(4) Η διεργασία $\rho^0(770) \to \pi^0\pi^0$ έχει στο αρχικό στάδιο κατάσταση ισοσπίν $|1,0\rangle$ ενώ στο τελικό στάδιο έχει κατάσταση $|1,0\rangle$ και $|1,0\rangle$ που οδηγεί σε συνδυασμό : $\sqrt{\frac{2}{3}}\,|2,0\rangle + 0\,|1,0\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}\,|0,0\rangle$. Επομένως υπάρχει η κατάσταση $|1,0\rangle$ αλλά με μηδενικό συντελεστή CG

5. [**10μ**]

Η parity, P, και η συζυγία φορτίου C, αποτελούν καλές συμμετρίες για τις ισχυρές και ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις, όπως άλλωστε συμβαίνει και για την στροφορμή. Με βάση αυτό απαντήστε τις ακόλουθες προτάσεις:

(α) Το η-μεσόνιο διασπάται σε τρία πιόνια αλλά όχι σε δύο. Ποιος ο λόγος για τον οποίο δεν παρουσιάζεται η συγκεκριμένη διάσπαση; [**2.5μ**]

(β) Η διάσπαση $B^+ \to K^+\gamma$ είναι απαγορευμένη. Γιατί; [**2.5μ**]

(γ) Τι αποτρέπει τη διάσπαση $\pi(1300) \to 3\gamma$; [**2.5μ**]

(δ) Η διάσπαση $K^+ \to \pi^+\pi^0$ παραβιάζει isospin και parity. Εξηγήστε γιατί καθώς και τον τρόπο με τον οποίο μπορεί να συμβεί. [**2.5μ**]

(α) Η διάσπαση του $\eta \to \pi\pi\pi$ επιτρέπεται αλλά όχι η διάσπαση $\eta \not\to \pi\pi$

Ο λόγος είναι η διατήρηση της parity. Το η αποτελεί δέσμια κατάσταση $q\bar{q}$. Επομένως η parity του η θα είναι $(-1)^{l+S+1} = -1$ όπου l είναι η τροχιακή στροφορμή που είναι $l=0$. και S το spin των δύο q-$\bar{q}$ που είναι $S=0$

Για το σύστημα των δύο πιονίων έχουν $P_{\pi\pi} = (-1)\times(-1)\times(-1)^{l} = (-1)^{l}$ όπου l η τροχιακή στροφορμή του συστήματος. Επειδή η έχει $J=0$, αναγκαστικά θα πρέπει να είναι η $l=0$. Επομένως $P_{\pi\pi} = +1$. και η διεργασία για να γίνει προϋποθέτει παραβίαση της parity, η οποία όμως διατηρείται από τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις.

Η διάσπαση σε 3π μπορεί να οδηγήσει είτε σε $P_{\pi\pi\pi} = -1$ ή $P_{\pi\pi\pi} = +1$ ανάλογα με την τιμή της σχετικής στροφορμής των δύο πιονίων. Επομένως η διάσπαση $\eta \to 3\pi$ μπορεί να πραγματοποιηθεί.

(β) Η διάσπαση $B^+ \to K^+\gamma$ δεν είναι επιτρεπτή λόγω παραβίασης της στροφορμής. Τα B^+ και K^+ έχουν $J=0$, ενώ το φωτόνιο έχει $J=1$. και δεν υπάρχει τρόπος να εξισορροπηθεί το spin του φωτονίου

(γ) Η διάσπαση $\pi(1300) \to 3\gamma$ δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί, λόγω παραβίασης της συζυγίας φορτίου. Το $\pi(1300)$ είναι ανάλογο του π^0 το οποίο έχει ιδιοτιμή C ίση με $+1$. Το σύστημα των 3 φωτονίων έχει συζυγία φορτίου C : $(-1)^3 \Rightarrow C_{3\gamma} = -1$. Επομένως η διάσπαση δεν προχωρά.

(δ) Το K^+ έχει parity -1. επειδή είναι δέσμια κατάσταση δύο φερμιονίων με spin και τροχιακή στροφορμή $l=s=0$. Επομένως η parity θα έχει ιδιοτιμή: $(-1)^{l+s+1} = -1$.

Η διάσπαση $K^+ \to \pi^+ \pi^0$ παραβιάζει το isospin γιατί ξεκινάμε από μια κατάσταση $\left|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\rangle$ και η τελική κατάσταση είναι:

$|1,1\rangle + |1,0\rangle$. Επομένως παραβιάζεται το isospin.

Η parity των δύο πιονίων είναι: $(-1)(-1) \times (-1)^l = +1 \times (-1)^l$

αλλά $l = J_{K^+} = 0$. Επομένως $P_{\pi^+\pi^0} = +1$

Επομένως η διάσπαση παραβιάζει parity και isospin.

6. [**10μ**]

Εξηγήστε γιατί οι J^{PC} συνδυασμοί 0^{+-} και 1^{-+} δεν είναι συμβατοί με για τη δημιουργία $q\bar{q}$ δέσμιας κατάστασης.

Η ιδιοτιμή της parity για ένα σύστημα αποτελούμενο από $q\bar{q}$ δίνεται από τη σχέση $(-1)^{l+1}$ ενώ η ιδιοτιμή της συζυγίας φορτίου δίνεται από τη σχέση $(-1)^{l+S}$, όπου l κ S είναι η τροχιακή στροφορμή και spin του συστήματος αντίστοιχα.

Για να έχουμε $J=0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} l=0 \text{ κ } S=0 \\ l=1 \text{ κ } S=1 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} J^{PC}=0^{-+} \\ J^{PC}=0^{++} \end{array}$

Επομένως για $J=0$ δεν επιτρέπεται η κατάσταση 0^{--} και 0^{+-}

Για την περίπτωση που $J=1$ μπορούμε να έχουμε τους ακόλουθους συνδυασμούς:

$$J=1 \Rightarrow \begin{cases} l=0,\ S=1 \Rightarrow J^{PC}=1^{--} \\ l=1,\ S=0 \Rightarrow J^{PC}=1^{+-} \\ l=1,\ S=1 \Rightarrow J^{PC}=1^{++} \\ l=2,\ S=1 \Rightarrow J^{PC}=1^{--} \end{cases}$$

Επομένως η κατάσταση $J^{PC}=1^{-+}$ δεν επιτρέπεται.

7. **[10μ]**
Δίνονται τα σωματίδια: $\Omega^- = (sss)$ $\Xi^- = (dss)$ $\Sigma^+ = (uus)$ $p = (uud)$ $D^- = (\bar{c}d)$ $K^+ = (u\bar{s})$ $\pi^{\pm} = (u\bar{d}, \bar{u}d)$ και $\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$. Βασισμένοι στην προηγούμενη πληροφορία, να περιγράψετε ποιους νόμους διατήρησης παραβιάζουν (αν παραβιάζουν) οι ακόλουθες διεργασίες. Αν οι διεργασίες επιτρέπονται, ποιες αλληλεπιδράσεις είναι υπεύθυνες για την πραγματοποίησή τους; Να κάνετε τα διαγράμματα Feynman σε επίπεδο quark για τις διεργασίες που επιτρέπονται.
(α) $\Omega^- \to \Xi^- \pi^-$ **(β)** $\Sigma^+ \to \pi^0 \pi^+$ (γ) $\pi^0 \to \mu^+ e^- \bar{\nu}_e$ **(δ)** $D^- \to K^+ \pi^+ \pi^-$ **(ε)** $p \to e^+ \gamma$

(α) $\Omega^- \to \Xi^- + \pi^-$

Απαγορεύεται λόγω παραβίασης φορτίου

(β) $\Sigma^+ \to \pi^0 + \pi^+$

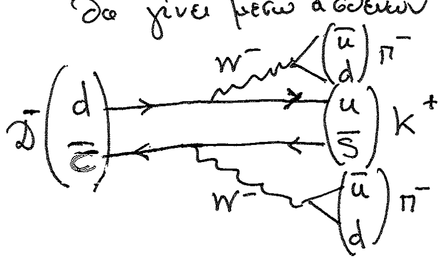
Υπάρχει παραβίαση βαρυονικού αριθμού. Επομένως δεν επιτρέπεται

(γ) $\pi^0 \to \mu^+ e^- \bar{\nu}_e$

Υπάρχει παραβίαση του λεπτονικού αριθμού

(δ) $D^- \to K^+ \pi^+ \pi^-$

Έχουμε παραβίαση διατήρησης φορτίου.
Ωστόσο η διάσπαση που ήθελα να γράψω ήταν $D^- \to K^+ \pi^- \pi^-$
η οποία προχωρά κανονικά και εμφανίζει την μετάβαση $\bar{c} \to \bar{s}$ που
θα γίνει μέσω ασθενών αλληλεπιδράσεων.



(ε) $p \to e^+ \gamma$

Έχουμε παραβίαση βαρυονικού και λεπτονικού αριθμού, isospin και
αριθμού quark.

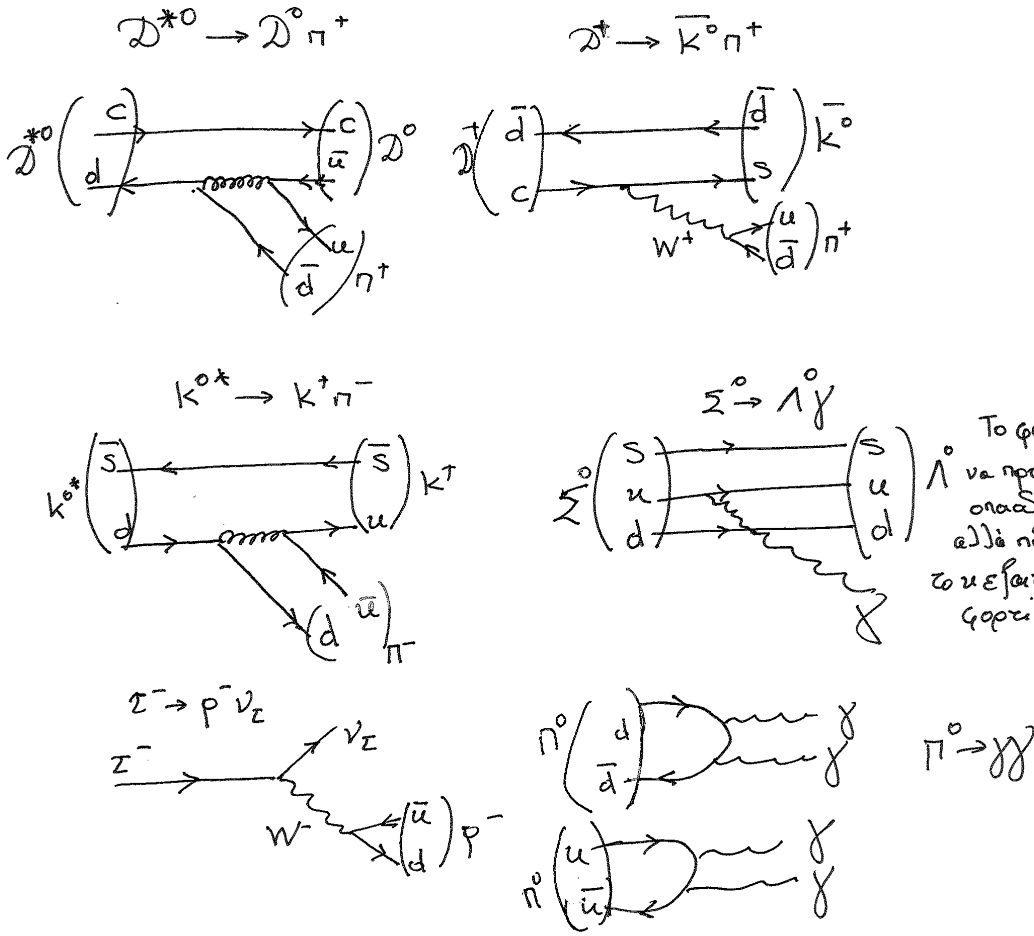
8. [10μ]

Για κάθε μια από τις παρακάτω διασπάσεις να κατασκευάσετε το διάγραμμα Feynman και να αναφέρετε ποια αλληλεπίδραση είναι υπεύθυνη για την διεργασία:

$D^{*+} \rightarrow D^0\pi^+$ $\qquad D^+ \rightarrow \bar{K}^0\pi^+$ $\qquad K^{0*} \rightarrow K^+\pi^-$

$\Sigma^0 \rightarrow \Lambda\gamma$ $\qquad \tau^- \rightarrow \rho^-\nu_\tau$ $\qquad \pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$

Δίνεται ότι $D^{*+} = (c\bar{d})$, $D^0 = (c\bar{u})$, $\Sigma^0 = (uds)$, $\Lambda^0 = (uds)$, $K^{0*} = (d\bar{s})$, $K^+ = (u\bar{s})$, και $\rho^- = (d\bar{u})$.



Το φωτόνιο μπορε[ί] να προέλθει από οποιοδήποτε quark αλλά πιθανότερο απ[ό] το u εξαιτίας του $+\frac{2}{3}$ φορτίου του.

9. [**10μ**]

(α) Το ποζιτρόνιουμ είναι μια ασταθής δέσμια κατάσταση ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου. Ο χρόνος ζωής του δίνεται στο σύστημα των φυσικών μονάδων ως: $\tau = \frac{2}{ma^5}$, όπου $m = 0.512 MeV/c^2$ είναι η μάζα του ηλεκτρονίου και $\alpha = 1/137$, η σταθερά της λεπτής υφής. Να εκφράσετε τον χρόνο ζωής του ποζιτρόνιουμ σε sec. [**4μ**]

(β) Προβλέψτε ποιο από τα π-μεσόνια, το π^0 ή το π^+ έχει τον μικρότερο χρόνο ζωής και δικαιολογήστε την απάντησή σας. Οι κύριες διασπάσεις των δύο μεσονίων είναι $\pi^0 \to \gamma\gamma$ και $\pi^+ \to \mu^+\nu_\mu$. [**6μ**]

(α) $\tau = 2/(m\alpha^5)$

Θα πρέπει να επαναφέρουμε τους παράγοντες $\hbar$ και c για να υπολογίσουμε την τιμή του χρόνου ζωής:

Ο χρόνος τ έχει μονάδες sec., η σταθερά α της λεπτής υφής είναι αδιάστατη ποσότητα, ενώ η μάζα έχει μονάδες MeV/c^2. Επομένως θα πρέπει να πολλαπλασιάσουμε με c^2 για να μείνει στον παρονομαστή μόνο MeV.

Στον αριθμητή θα πρέπει να εισάγουμε τη σταθερά $\hbar$ που έχει μονάδες MeV·sec

Επομένως: $\tau = \frac{2\hbar}{(mc^2)\alpha^5}$

Ξέρουμε όμως ότι $\hbar c = 197 MeV fm$

$$\Rightarrow \tau = \frac{\hbar c}{(mc^2) c \cdot \alpha^5} = \frac{2 \cdot 197 \cancel{MeV} \cancel{fm}}{512 \cancel{MeV} \cdot 3 \cdot 10^{23} \frac{\cancel{fm}}{s} \left(\frac{1}{137}\right)^5}$$

$$\Rightarrow \boxed{\tau = 1.24 \cdot 10^{-10} sec}$$

(β) Η διάσπαση $\pi^+ \to \mu^+\nu_\mu$ είναι μιας ασθενής διεργασία, ενώ η διάσπαση $\pi^0 \to \gamma\gamma$ είναι ηλεκτρομαγνητική διεργασία

Η ισχύς των ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων είναι 10 – 100 φορές πιο ισχυρή από αυτή των ασθενών αλληλεπιδράσεων, και επομένως η ασθενής διεργασία είναι λιγότερο πιθανό να συμβεί, και επομένως θα έχει μεγαλύτερο χρόνο ζωής.

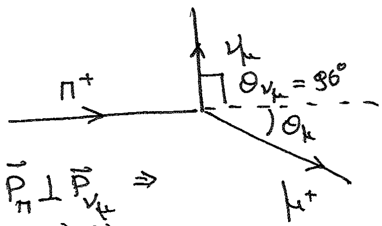
Η διάσπαση $\pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu$ ακόμα και όταν το π^+ είναι σε ηρεμία, δίνουν ενέργεια: $m_{\pi^+} - m_{\mu^+} = 140 - 106 \simeq 34\,MeV$

Η διάσπαση $\pi^0 \to \gamma\gamma$ εκλύει ενέργεια ίση με την ενέργεια της μάζας ηρεμίας του π^0. Δηλαδή $m_\pi \simeq 140 MeV$.

Επομένως η διάσπαση $\pi^0 \to \gamma\gamma$ είναι κινηματικά προτιμητέα, περισσότερο φασικός χώρος, και επομένως θα έχει και μικρότερο χρόνο ζωής.

10. [10μ]

Θεωρήστε την διάσπαση ενός φορτισμένου πιονίου εν πτήση ($\pi^+ \to \mu^+\nu_\mu$). Υποθέστε ότι το νετρίνο εκπέμπεται σε γωνία $\theta_\nu = 90^0$ ως προς τη διεύθυνση πτήσης του διασπώμενου πιονίου. Βρείτε την εξίσωση που περιγράφει τη γωνία εκπομπής του μιονίου, θ_μ, ως προς την διεύθυνση πτήσης του πιονίου. Θεωρήστε ότι το νετρίνο έχει μηδενική μάζα. Η εξίσωσή σας θα πρέπει να εκφραστεί συναρτήσει των m_π , m_μ , γ, και β.



$\vec{P}_\pi \perp \vec{P}_{\nu_\mu} \Rightarrow \vec{P}_\pi \cdot \vec{P}_{\nu_\mu} = 0$

Έχουμε ότι:

$$\underset{\to}{P}(\pi^+) = \underset{\to}{P}(\nu_\mu) + \underset{\to}{P}(\mu^+) \Rightarrow$$

$$\underset{\to}{P}(\pi^+) - \underset{\to}{P}(\nu_\mu) = \underset{\to}{P}(\mu^+) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\underset{\to}{P}(\pi^+) - \underset{\to}{P}(\nu_\mu)\right]^2 = \underset{\to}{P}^2(\mu^+) \Rightarrow \underset{\to}{P}^2(\pi^+) + \underset{\to}{P}^2(\nu_\mu) - 2\underset{\to}{P}(\pi^+)\underset{\to}{P}(\nu_\mu) = \underset{\to}{P}^2(\mu^+)$$

$$\Rightarrow m_{\pi^+}^2 + \cancelto{0}{m_{\nu_\mu}^2} - 2\left[E_{\pi^+}E_{\nu_\mu} - \cancelto{0}{\vec{p}_{\pi^+}\cdot\vec{P}_{\nu_\mu}}\right] = m_{\mu^+}^2 \Rightarrow m_{\pi^+}^2 - 2E_{\pi^+}E_{\nu_\mu} = m_{\mu^+}^2$$

$$\left.\begin{aligned} &\Rightarrow m_{\mu^+}^2 = m_{\pi^+}^2 - 2E_{\pi^+}E_{\nu_\mu} \\ &\text{Αλλά} \quad E_\pi = \gamma m_{\pi^+} \\ &\qquad\quad E_{\nu_\mu} = |P_{\nu_\mu}| \end{aligned}\right\} \Rightarrow m_{\mu^+}^2 = m_{\pi^+}^2 - 2\gamma m_{\pi^+}|P_{\nu_\mu}| \Rightarrow$$

$$\boxed{|P_{\nu_\mu}| = \left(m_{\pi^+}^2 - m_{\mu^+}^2\right)/2\gamma m_{\pi^+}} \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{Αλλά} \quad \tan\theta_{\mu^+} = \frac{|P^y_{\mu^+}|}{|P^x_{\mu^+}|} \\ &\left.\begin{aligned} |P^x_{\mu^+}| &= |P_{\pi^+}| \\ |P^y_{\mu^+}| &= |P_{\nu_\mu}| \end{aligned}\right. \quad (A) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\tan\theta_{\mu^+} = \frac{|P_{\nu_\mu}|}{|P_{\pi^+}|}\right\} \overset{(1)}{\Longrightarrow}$$

$$P_{\pi^+} = \gamma\beta m_\pi$$

$$\Rightarrow \tan\theta_{\mu^+} = \frac{\left(m_{\pi^+}^2 - m_{\mu^+}^2\right)}{2\gamma m_{\pi^+}\,\gamma\beta m_{\pi^+}} \Rightarrow \tan\theta_{\mu^+} = \frac{m_{\pi^+}^2 - m_{\mu^+}^2}{2\gamma^2\beta m_{\pi^+}^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\tan\theta_{\mu^+} = \frac{1 - \left(m_{\mu^+}/m_{\pi^+}\right)^2}{2\gamma^2\beta}}$$