

# Συζυγία φορτίου – Charge conjugation - C

- ❑ Οι εξισώσεις Klein-Gordon και Dirac έχουν λύσεις τόσο θετικής όσο και αρνητικής ενέργειας. Οι λύσεις της αρνητικής ενέργειας εισάγουν την ύπαρξη αντι-σωματιδίων.
- ❑ Τα αντι-σωματίδια έχουν ίσο και αντίθετο ηλεκτρικό φορτίο με αυτό των σωματιδίων καθώς επίσης και αντίθετους όλους τους άλλους κβαντικούς αριθμούς.
- ❑ Η μετατροπή μιας λύσης που αντιστοιχεί σε σωματίδια, σε λύση που αντιστοιχεί σε αντισωματίδια εμπεριέχει διεργασία μιγαδικής συζυγίας (καθώς και χρήση πινάκων στην περίπτωση του Dirac). Η διεργασία αυτή ονομάζεται συζυγία φορτίου.
- ❑ Επειδή η συζυγία φορτίου αναστρέφει τα quarks ή τα λεπτόνια σε διαφορετικές καταστάσεις (τα αντι-σωματίδια), αυτά δεν αποτελούν ιδιοκαταστάσεις του τελεστή της συζυγίας φορτίου C και επομένως δεν έχουν προσδιορισμένες τιμές για C (είναι όμως ιδιοκαταστάσεις της parity)
- ❑ Μια δέσμια κατάσταση quark ή λεπτονίου με το δικό του αντι-σωματίδιο το αλλάζει στον εαυτό του κάτω από συζυγία C και επομένως το σύστημα αποτελεί ιδιοκατάσταση του τελεστή C
- ❑ Σύμφωνα με την εξίσωση του Dirac, η εφαρμογή του τελεστή C σε φερμιόνιο δίνει έναν όρο  $i$  που πολλαπλασιάζει το αντι-φερμιόνιο, με αποτέλεσμα όταν ο τελεστής C ενεργεί σε ένα ζεύγος φερμιονίου-αντιφερμιονίου να δίνει ένα παράγοντα -1.
- ❑ Ο τελεστής C αναστρέφει ένα σύστημα σωματιδίου-αντισωματιδίου ως προς το κέντρο του που ουσιαστικά είναι το ίδιο αποτέλεσμα με αυτό του τελεστή της ομοτιμίας P
- ❑ Σαν αποτέλεσμα δρώντας με τον τελεστή C, συστήματα με άρτιες τιμές τροχιακής στροφορμής L παίρνουν ένα παράγοντα +1 ενώ οι περιπτές τροχιακές στροφορμές παίρνουν ένα παράγοντα -1.

# Συζυγία φορτίου

- ❑ Για spin- $\frac{1}{2}$  σωματίδια, η  $S=0$  μονήρης κατάσταση (singlet) αντιστοιχεί στην  $\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow$
- ❑ Η  $S=1$  τριπλή κατάσταση (triplet) αντιστοιχούν στις καταστάσεις  $\uparrow\uparrow$ ,  $\downarrow\downarrow$  και  $\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow$
- ❑ Εφαρμογή του τελεστή έχει σαν αποτέλεσμα την εναλλαγή των προσανατολισμών των spins  
Σαν αποτέλεσμα η περίπτωση της singlet κατάστασης παίρνει ένα παράγοντα  $-1$  ενώ η triplet περίπτωση παίρνει ένα παράγοντα  $+1$
- ❑ Εν γένει, η διεργασία  $C$  για την περίπτωση κατάστασης φερμιονίου - αντιφερμιονίου δίνει ένα παράγοντα  $-1$  για την Dirac, ένα παράγοντα  $(-1)^L$  για την περίπτωση της τροχιακής στροφορμής, ένα παράγοντα  $(-1)^{S+1}$  για την περίπτωση του spin που αντιστοιχεί σε ένα παράγοντα  $(-1)^{L+S} = (-1)^J$
- ❑ Σωματίδιο το οποίο ταυτίζεται με το αντισωματίδιό του (όπως το φωτόνιο ή το  $\pi^0$ ) τότε το σωματίδιο είναι ιδιοκατάσταση του τελεστή  $C$  και έχει συγκεκριμένη ιδιοτιμή
- ❑ Από την στιγμή που η εφαρμογή του τελεστή  $C$  δυο φορές σε κάθε σωματίδιο ουσιαστικά αφήνει το σωματίδιο αμετάβλητο, όπως και η διπλή εφαρμογή του τελεστή της ομοτιμίας  $P$ , θεωρούμε σαν ιδιοτιμές τις τιμές  $+1$  και  $-1$
- ❑ Ένα ζεύγος σωματίδιου-αντισωματίδιου σε δέσμια κατάσταση, μετασχηματίζεται στον εαυτό (επί ένα παράγοντα  $\pm 1$ ) κάτω από τον τελεστή  $C$ , και αποτελεί επομένως ιδιοκατάσταση  
Διαφορετικά ένα σωματίδιο δεν έχει συγκεκριμένη τιμή συζυγίας φορτίου.

# Συζυγία φορτίου

- Εφόσον ο τελεστής  $C$  αντιστρέφει το φορτίο, αυτό έχει σαν αποτέλεσμα το ηλεκτρικό πεδίο να αναστρέφει το πρόσημό του κάτω από την δράση του  $C$ .  
Σαν αποτέλεσμα το φωτόνιο έχει ιδιοτιμή  $C$  ίση με  $-1$

- Το  $\pi^0$  διασπάται σε δυο φωτόνια. Αν δώσουμε τιμή  $+1$  το αποτέλεσμα της εφαρμογής  $C$ , τότε η διάσπαση αυτή διατηρεί την συζυγία φορτίου

- Το ποζιτρόνιουμ είναι μία δέσμια κατάσταση ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου

Αν τα δυο spins είναι προσανατολισμένα παράλληλα, και η τροχιακή στροφορμή του συστήματος είναι  $L = 0$ , η εφαρμογή του  $C$ -τελεστή δίνει και πάλι την αρχική ιδιοκατάσταση πολλαπλασιασμένη με ένα παράγοντα  $-1$  επειδή είναι φερμιόνια

Επομένως η κατάσταση παράλληλων spin (ή διαφορετικά η triplet ή όρθο κατάσταση) έχει  $C$  ίση με  $C = -1$ .

- Τι συμβαίνει αν τα spins του ζεύγους ηλεκτρονίου – ποζιτρονίου είναι αντιπαράλληλα? Οδηγούμαστε στην ίδια κατάσταση για το σύστημα αναστρέφοντας ηλεκτρόνιο με ποζιτρόνιο?

➤ Η απάντηση είναι όχι αν κάποιος μπορεί να πει με βεβαιότητα ότι το ποζιτρόνιο είχε spin προς τα κάτω και το ηλεκτρόνιο είχε spin προς τα πάνω.

➤ Αυτό όμως δεν μπορεί να το ισχυριστούμε, αλλά ακόμα και αν μπορούσαμε, τα spins θα αναστρέφονται μεταξύ τους.

➤ Η σωστή κατάσταση είναι η ιδιοκατάσταση της ολικής στροφορμής: 
$$\frac{(e^+ \uparrow)(e^- \downarrow) - (e^+ \downarrow)(e^- \uparrow)}{\sqrt{2}}$$

➤ Κάτω από την συζυγία φορτίου  $C$ , η προηγούμενη σχέση δίνει ένα επιπλέον παράγοντα  $-1$  πέρα από το  $-1$  που προκύπτει από την εξίσωση Dirac.  
Έτσι η κατάσταση με αντιπαράλληλα spins θα έχει  $C +1$ .

## Συζυγία φορτίου

- ❑ Ποιο θα ήταν το αποτέλεσμα για ορθογώνιο σύστημα:  $\frac{(e^+ \uparrow)(e^- \downarrow) + (e^+ \downarrow)(e^- \uparrow)}{\sqrt{2}}$
- Το σύστημα αυτό είναι το  $m_3=0$  αντίστοιχο του συστήματος και με τα δυο spins προς τα πάνω ή και τα δυο spins προς τα κάτω που αποτελούν μέρος της τριπλέτας με ολική στροφορμή ίση με 1.
- ❑ Οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις διατηρούν την συζυγία φορτίου όπως έχει δείχθει πειραματικά.
- Στην πραγματικότητα δεν ξέρουμε πως να γράψουμε την Hamiltonian των ισχυρών αλληλεπιδράσεων για χαμηλής ενέργειας διασπάσεις. Η διατήρηση όμως της συζυγίας φορτίου έχει σαν αποτέλεσμα περιορισμούς ως προς το τι μπορεί να περιέχει η Hamiltonian
- ❑ Οι ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις διατηρούν την συζυγία φορτίου.
- Το γινόμενο των τιμών της C στην αρχική κατάσταση ισούται με τον γινόμενο των τιμών της C στην τελική κατάσταση. Η Hamiltonian της αλληλεπίδρασης που δημιουργεί κάποιος σε αναλογία με τη κλασική φυσική περιέχει την ιδιότητα αυτή

# Επισκόπηση – τελεστής P

- ❑ Ο τελεστής P μπορεί να θεωρηθεί ότι αντιστρέφει τις 3 συντεταγμένες ή ότι αφήνει τις συντεταγμένες αλλά αντιστρέφει τα διανύσματα θέσης και ορμής.
- ❑ Δράση του τελεστή P σε μια ιδιο-κατάσταση δίνει  $\lambda_P$  επί την ιδιοκατάσταση. Δράση του τελεστή P και πάλι θα δώσει  $\lambda_P^2=1$  οπότε  $\lambda_P=\pm 1$
- ❑ Η στροφορμή  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$  δεν αντιστρέφεται με την δράση του τελεστή P. Το ίδιο και το spin
- ❑ Οι σφαιρικές αρμονικές  $Y_M^L$  είναι ιδιοκαταστάσεις της P, με P +1 για L άρτιο και -1 για L περιττό. Το spin δεν επηρεάζεται
- ❑ Ο τελεστής P για την εξίσωση του Dirac (quarks και λεπτόνια) δίνει +1 για φερμιόνια και -1 για αντιφερμιόνια
- ❑ Τα μεσόνια είναι δέσμιες καταστάσεις ζεύγους quark-antiquark. Τις περισσότερες φορές συζητούμε για καταστάσεις με L=0 γιατί καταστάσεις με L>0 διασπώνται γρήγορα. Τα μεσόνια έχουν P=-1
- ❑ Τα βαρυόνια είναι καταστάσεις 3-quarks. Αν L=0 τότε P=+1. Για αντιβαρυόνια έχουμε P=-1
- ❑ Το φωτόνιο έχει P=-1 (από εξισώσεις Maxwell)
- ❑ Οι ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις διατηρούν P: το γινόμενο P της αρχικής κατάστασης είναι ίδιο με αυτό της τελικής κατάστασης
- ❑ Οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις διατηρούν (πειραματικά) την P.

# Επισκόπηση – τελεστής C

- ❑ Ο τελεστής C μετατρέπει σωματίδια σε αντισωματίδια και το αντίστροφο
- ❑ Δράση του τελεστή C δύο φορές, δίνει την ίδια κατάσταση και επομένως  $\lambda_C = \pm 1$
- ❑ Μόνο σωματίδια που ταυτίζονται με τα αντισωματίδιά τους είναι ιδιοκαταστάσεις
  - Το positronium είναι ένα τέτοιο παράδειγμα
  - Τα quarkonium (quark-antiquark κατάσταση) μεσόνια είναι ένα άλλο παράδειγμα
  - Τελικές καταστάσεις με ένα σωματίδιο και το αντισωματίδιό του μπορεί να είναι επίσης
- ❑ Ο τελεστής C για την εξίσωση του Dirac (quarks και λεπτόνια) δίνει έναν παράγοντα  $+i$  για αναστροφή αντι-φερμιόνια ως προς φερμιόνια. Σαν αποτέλεσμα quarkonium και positronium παίρνουν έναν παράγοντα  $-1$ .
- ❑ Ο τελεστής C αλλάζει τη σειρά σε spin-spin συστήματα. Αυτό δίνει έναν παράγοντα  $-1$  για τις περιπτώσεις μονήρους κατάστασης  $\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow$  και παράγοντα  $+1$  για τριπλή κατάσταση  $S=1$
- ❑ Για οποιοδήποτε σύστημα σωματιδίου - αντι-σωματιδίου, ο τελεστής C δρα όπως ο P στο τροχιακό τμήμα της κατάστασης και επομένως υπάρχει ένας παράγοντας  $+1$  για L άρτιο και  $-1$  για L περιττό. Εν γένει,  $C = -1^L$  για σύστημα φερμιονίου - αντιφερμιονίου
- ❑ Το φωτόνιο έχει  $C=-1$  (από εξισώσεις Maxwell)
- ❑ Οι ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις διατηρούν C: το γινόμενο C της αρχικής κατάστασης είναι ίδιο με αυτό της τελικής κατάστασης
- ❑ Οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις διατηρούν (πειραματικά) την C.

## Αναπαράσταση των σωματιδίων

- Η σύμβαση που χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση των σωματιδίων έχει την αναγραφή για κάθε σωματίδιο της ολικής στροφορμής του  $J$ , της τιμής του τελεστή parity και της τιμής του τελεστή  $C$ :  $J^{PC}$  όπου  $P = \pm 1$  και  $C = \pm 1$  (εφόσον ορίζεται)
- Για τα περισσότερα συνηθισμένα σωματίδια έχουμε :

$\gamma$	$1^{--}$
$\pi^0, \eta, \eta', \eta_c, \eta_b$	$0^{-+}$
$\rho^0, \omega, \phi, \psi, Y$	$1^{--}$
$\pi^\pm, K, D, B$	$0^-$
$\rho^\pm, K^*, D^*, B^*$	$1^-$

- Η parity δεν εξαρτάται από το spin, αλλά εξαρτάται από την τροχιακή στροφορμή  $L$ , η οποία είναι μηδέν για όλες τις παραπάνω καταστάσεις, και επομένως όλα έχουν περιττή parity.
- Η συζυγία φορτίου εξαρτάται από  $J = L + S$  καθορισμένη σύμφωνα με την κβαντομηχανική πρόσθεση. Η  $C$  δεν ορίζεται για διάφορες καταστάσεις

# Χρήση των νόμων διατήρησης

- ❑ Θεωρήστε την διάσπαση:  $\rho \rightarrow \pi\pi$
- ❑ Το  $\rho$  αντιστοιχεί στην κατάσταση  $J^P=1^-$  ενώ το  $\pi$  σε κατάσταση  $J^P=0^-$
- ❑ Η διάσπαση αυτή φαίνεται αρχικά να είναι απαγορευμένη λόγω παραβίασης της parity
  - Συγκεκριμένα η αρχική κατάσταση έχει  $P = -1$  ενώ η τελική έχει  $P_{ολ}=P_{\pi}P_{\pi}=(-1) \times (-1)=1$
- ❑ Φαίνεται επίσης να μην διατηρείται η στροφορμή του συστήματος, εφόσον η αρχική κατάσταση έχει στροφορμή 1 και η τελική έχει στροφορμή  $J = (0+0) = 0$
- ✧ Αλλά τα πιόνια έχουν τροχιακή στροφορμή. Αν έχουν  $L=1$ , τότε έχουμε διατήρηση στροφορμής
- ✧ Η τροχιακή στροφορμή συνεισφέρει στην parity. Η περίπτωση της τροχιακής στροφορμής  $L = 1$  δίνει  $P = -1$  και αυτό αναιρεί το πρόβλημα της παραβίασης της parity



# Χρήση των νόμων διατήρησης

- ❑ Για την περίπτωση των φορτισμένων  $\rho$ :  $\rho^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^0$  η τιμή της συζυγίας φορτίου δεν προσδιορίζεται, κάτι που είναι αποδεκτό και επομένως η διάσπαση μπορεί να γίνει
- ❑ Για την περίπτωση των ουδέτερου  $\rho^0$ :  $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  η τιμή της συζυγίας φορτίου είναι  $C=-1$  και η τελική κατάσταση είναι  $(-1) \times (-1) = 1$ . Επομένως μοιάζει σαν μη επιτρεπτή διάσπαση
- ✧ Αλλά τα  $\pi^+ \pi^-$  αποτελούν ένα σύστημα σωματιδίου-αντισωματιδίου που έχει τη δική του τιμή συζυγίας φορτίου. Ο τελεστής της συζυγίας φορτίου ενεργεί σαν ένας τελεστής αναστροφής του χώρου που επιφέρει ένα παράγοντα  $C = -1$  για τροχιακή στροφορμή  $L = 1$ .
- ✧ Δεν υπάρχει κάποιος παράγοντας για φερμιόνιο-αντιφερμιόνια και επομένως η διάσπαση μπορεί να πραγματοποιηθεί κανονικά.
- Ωστόσο η διάσπαση  $\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$  δεν παρατηρείται. **Γιατί;**

# Χρήση των νόμων διατήρησης

- ❑ Στη διάσπαση  $\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$  τα δυο πιόνια είναι πανομοιότυπα σωματίδια. Από τη στιγμή που είναι μποζόνια η ολική κυματοσυνάρτηση θα πρέπει να είναι συμμετρική σε εναλλαγές
- ❑ Εναλλάσσοντας τα σωματίδια είναι ισοδύναμο με το να αναστρέψουμε τις συντεταγμένες.
- ❑ Από τη στιγμή που η χωρική κυματοσυνάρτηση πρέπει να αντιστοιχεί σε τροχιακή στροφορμή  $L = 1$  ώστε να διατηρεί την τροχιακή στροφορμή, εισαγάγει τιμή  $-1$  κάτω από αναστροφή και επομένως είναι αντισυμμετρική κάτω από εναλλαγή.
- ❑ Ο παράγοντας spin για δυο σωματίδια μηδενικού spin είναι πάντοτε συμμετρικός
- ❑ Επομένως δεν μπορούμε να κάνουμε συμμετρική κυματοσυνάρτηση και άρα  $\rho^0 \not\rightarrow \pi^0 \pi^0$
- ❑ Για τις διασπάσεις  $\rho^0 \rightarrow \pi^- \pi^+$  και  $\rho^\pm \rightarrow \pi^0 \pi^\pm$  τα πιόνια **δεν** είναι πανομοιότυπα και επομένως δεν απαιτείται συμμετρία εναλλαγής

# G-Parity

- ❑ Η συζυγία φορτίου δεν είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για να εξακριβώσουμε αν μια αντίδραση είναι επιτρεπτή ή όχι. Αυτό γιατί φορτισμένα σωματίδια σαν τα πιόνια δεν έχουν συγκεκριμένη τιμή για την συζυγία φορτίου C.
- ❑ Ένα χρήσιμο trick είναι να συνδυαστεί ο τελεστής της συζυγίας φορτίου, C, με ένα τελεστή στροφής isospin κατά  $180^\circ$  ως προς την διεύθυνση  $I_2$ . Δηλαδή  $G = CR = C \exp(i\pi I_2)$ 
  - Όπως μια  $180^\circ$  περιστροφή αναστρέφει το πρόσημο μιας κατάστασης με χωρική στροφορμή  $L=1$ , έτσι και η  $180^\circ$  περιστροφή του isospin δίνει ένα παράγοντα -1 για καταστάσεις με isospin 1, όπως συμβαίνει με τα πιόνια.
  - Αυτή η περιστροφή μετατρέπει επίσης  $\pi^+ \leftrightarrow \pi^-$ . Ενεργώντας με τον C-τελεστή, αναστρέφεται και πάλι  $\pi^- \leftrightarrow \pi^+$ . Ξαναπέρνουμε την αρχική κατάσταση με ένα παράγοντα -1.
- ❑ Ο συνδυασμός της συζυγίας φορτίου, C, με περιστροφή του isospin ονομάζεται **G-parity**
- ❑ Πολλά σωματίδια που δεν είναι ιδιοκαταστάσεις του C είναι ιδιοκαταστάσεις του G
  - ✧ Η G-parity των πιονίων είναι -1 και για τις 3 καταστάσεις των πιονίων ( $\pi^\pm$  και  $\pi^0$ )
  - ✧ Η G-parity των η-μεσονίων ( $J=0$ ) είναι +1 ( $C=+1$ ,  $I=0$ )
  - ✧ Η G-parity των  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\phi$ ,  $\psi$ , Υ-μεσονίων ( $J=1$ ) είναι -1 ( $C=-1$ ,  $I=0$ )
- ❑ Η G-parity είναι πολλαπλασιαστική όπως η C και η P
- ❑ Εφόσον οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις διατηρούν C και P θα διατηρούν και την G-parity

# Διατήρηση και παραβίαση

- ❑ Κάθε αλληλεπίδραση διατηρεί ενέργεια, ορμή, στροφορμή, φορτίο, και καθαρό αριθμό quark και λεπτονίων.
- ❑ Οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις υπακούν στους περισσότερους νόμους διατήρησης: γεύση quark, parity, συζυγία φορτίου, isospin, και G-parity
- ❑ Οι ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις σέβονται τον αριθμό quark και λεπτονίων, parity, συζυγία φορτίου.  
Παραβιάζουν το isospin και G-parity
- ❑ Οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις πιστεύονταν ότι μοιάζουν με τις ηλεκτρομαγνητικές αλλά τελικά παραβιάζουν όπως είδαμε τις διάφορες συμμετρίες.

## Ο γρίφος των $\theta$ - $\tau$ σωματιδίων

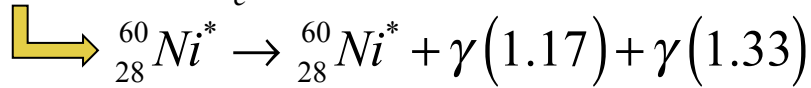
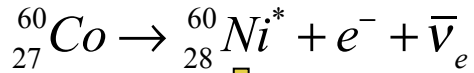
- ❑ Στις κοσμικές ακτινοβολίες και στην πρώιμη εποχή των επιταχυντών θεωρήθηκε ότι υπήρχε ένας γρίφος σχετικά με δυο σωματίδια που παρατηρούνταν σε διάφορες αλληλεπιδράσεις. Τα σωματίδια αυτά ήταν το  $\theta$  και  $\tau$  με διασπάσεις  $\theta \rightarrow \pi^+ \pi^0$  και  $\tau \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+$
- ❑ Θεωρούνταν αποδεκτό ότι οι δυο περιπτώσεις περιέγραφαν δυο διαφορετικά σωματίδια αφού προφανώς είχαν διαφορετική εγγενή parity
- ❑ Καθώς τα πειράματα στους επιταχυντές έγιναν καλύτερα, ξεκαθαρίστηκε ότι το  $\theta^+$  και το  $\tau^+$  είχαν την ίδια μάζα και τον ίδιο χρόνο ζωής. Και τα δυο σωματίδια είναι το  $K^+$
- ❑ Αρχικά πιστεύονταν επίσης ότι η κατάσταση που οδηγούσε στη διάσπαση των 3 πιονίων είχε επιπλέον τροχιακή στροφορμή. Μετά από προσεκτική ανάλυση των αποτελεσμάτων σκέδασης απέδειξε ότι δεν υπήρχε επιπλέον τροχιακή στροφορμή.

# Παραβίαση Parity σε ασθενείς αλληλεπιδράσεις

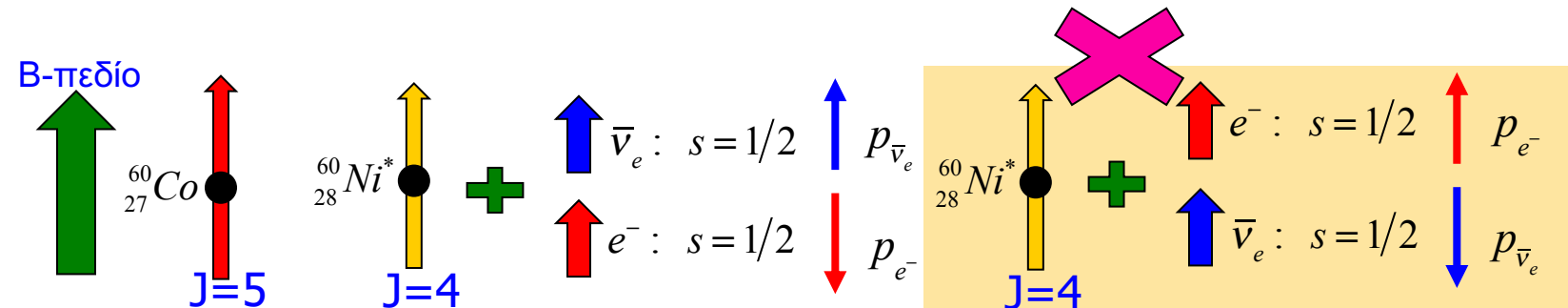
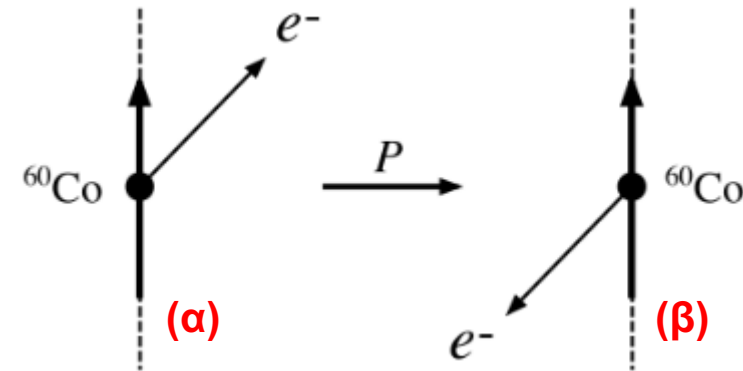
- ❑ Το 1956 οι T.D. Lee και C.N. Young διατύπωσαν αρχικά ότι δεν υπάρχει κάποια απόδειξη ότι οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις διατηρούν την ομοτιμία και ισχυρίστηκαν ότι οι διασπάσεις των « $\theta^+$ » και « $\tau^+$ » σωματιδίων αποδείκνυαν την παραβίαση της ομοτιμίας.
- ❑ Πρότειναν ένα πείραμα στο οποίο να χρησιμοποιηθούν spin πολωμένοι πυρήνες μέσα σε μαγνητικό πεδίο και να παρατηρηθεί ασυμμετρία στην διεύθυνση εκπομπής ηλεκτρονίων από την β-διάσπαση, παράλληλα και αντιπαράλληλα ως προς το μαγνητικό πεδίο
- ❑ Πρότειναν επίσης την μελέτη της συσχέτισης μεταξύ της γωνίας εκπομπής του μιονίου σε διασπάσεις πιονίων με την διεύθυνση εκπομπής των ηλεκτρονίων από την διάσπαση των μιονίων που παράχθηκαν.
- ❑ Έχουμε δει ότι η parity αναστρέφει την ορμή και την θέση αλλά δεν αναστρέφει την στροφορμή που είναι το εξωτερικό γινόμενο της θέσης και ορμής:  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$   
Κατ' αναλογία δεν αντιστρέφει το spin των σωματιδίων
- ❑ Ένας όρος της Hamiltonian του συστήματος που εμπεριέχει εσωτερικό γινόμενο δυο διανυσμάτων ορμής δεν θα αλλάξει κάτω από parity αναστροφή.  
Επομένως η κινητική ενέργεια,  $p^2/2m$ , δεν θα αλλάξει κάτω από parity
- ❑ Κατ'αναλογία, το εσωτερικό γινόμενο δυο διανυσμάτων στροφορμής δεν θα αλλάξει
- Ωστόσο κάποιος όρος που περιέχει εσωτερικό γινόμενο της μορφής:  $\vec{p} \cdot \vec{L}$  ή  $\vec{p} \cdot \vec{S}$  θα αλλάξει μετά από εφαρμογή του τελεστή της parity.
- Επομένως συσχετίσεις spin-ορμής απαγορεύονται κάτω από την υπόθεση της διατήρησης της parity

# Παραβίαση της Parity – Πείραμα Wu

- Το 1956 η Wu πραγματοποίησε το προτεινόμενο πείραμα: (Phys.Rev.B, Jan 15, 1957) εξετάζοντας την β-διάσπαση:



- Ο μετασχηματισμός της Parity αναστρέφει όλες τις ορμές των σωματιδίων αφήνοντας αναλλοίωτα τα spins και όποιες γωνιακές στροφορμές
- Διατήρηση της parity προϋποθέτει ίδιο ρυθμό για τις καταστάσεις (α) και (β)
- Λιγότερα ηλεκτρόνια εκπέμπονται στο ημισφαίριο προς την διεύθυνση του spin του πυρήνα
  - Εμφάνιση ασυμμετρίας μεταξύ της ομόρροπης και αντίρροπης εκπομπής
- Με την δημοσίευση της ανακάλυψης της παραβίασης της parity από την Wu, 3 ακόμα επιβεβαιώσεις από άλλες ομάδες επιβεβαίωσαν την παρατήρηση



Ο ρυθμός εκπομπής ως προς την διεύθυνση του spin του πυρήνα εξαρτάται από τον όρο  $\langle s \rangle \cdot \vec{p}_e$  που είναι αρνητικός κάτω από parity

# Η διάσπαση του πιονίου

Τα φορτισμένα  $\pi^\pm$  διασπώνται >99% σε μίονια:  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu$  και  $\pi^- \rightarrow \mu^- \nu_\mu$

Τα 2° πιο σύνηθες κανάλι διάσπασης είναι σε ηλεκτρόνιο:  $\pi^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e$  και  $\pi^- \rightarrow e^- \nu_e$

Το 2° κανάλι διάσπασης κινηματικά πιο δημοφιλές αφού  $m_\pi \sim m_\mu$  ενώ  $m_\pi \gg m_e$

Αντίθετα προς το αναμενόμενο:  $\frac{Br(\pi \rightarrow e \nu_e)}{Br(\pi \rightarrow \mu \nu_\mu)} \approx 10^{-4}$

Ο όγκος φασικού χώρου συστημάτων 2 σωμάτων είναι ανάλογος της ορμής του κέντρου μάζας. Για την περίπτωση του μιονίου και ηλεκτρονίου επομένως ο λόγος των όγκων θα είναι:  $p_e^* / p_\mu^*$

Αν θεωρήσουμε 2 σωματίδια c και d τα οποία είναι στην τελική κατάσταση μιας διεργασίας και επίσης θεωρήσουμε το ΚΜ τότε τα σωματίδια θα έχουν ενέργεια  $E_c$  και  $E_d$  και ορμή  $p_c = -p_d = p_f$   
Η ολική  $E = E_c + E_d$

Για να υπολογίσουμε τη πιθανότητα μετάβασης στην τελική κατάσταση θα πρέπει να βρούμε το ολοκλήρωμα:

$$\int |M_{fi}|^2 \frac{d^3 p_c}{(2\pi)^3 2E_c} \frac{d^3 p_d}{(2\pi)^3 2E_d} (2\pi)^4 \delta(E_c + E_d - E) \delta^3(\vec{p}_c + \vec{p}_d)$$

Το φασικό ολοκλήρωμα θα είναι:  $\rho_2 = \int \frac{d^3 p_c}{(2\pi)^3 2E_c} \frac{d^3 p_d}{(2\pi)^3 2E_d} (2\pi)^4 \delta(E_c + E_d - E) \delta^3(\vec{p}_c + \vec{p}_d)$

$$\Rightarrow \rho_2 = \frac{1}{(4\pi)^2} \int \frac{d^3 p_c}{E_c E_d(p_c)} \delta(E_c + E_d(p_c) - E) \Rightarrow \rho_2 = \frac{1}{(4\pi)^2} \int \frac{p_f^2 dp_f d\Omega_f}{E_c E_d(p_f)} \delta(E_c + E_d(p_f) - E)$$

Χρησιμοποιώντας την δ-συνάρτηση έχουμε:  $\frac{1}{(4\pi)^2} \frac{p_f^2}{E_c E_d(p_f)} \frac{dp_f}{d(E_c E_d(p_f))} d\Omega_f$



# Η διάσπαση του πιονίου

Επομένως θα καταλήξουμε:  $\frac{1}{(4\pi)^2} \frac{p_f^2}{E_c E_d(p_f)} \frac{dp_f}{d(E_c + E_d(p_f))} d\Omega_f = \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{p_f^2}{E_c E_d(p_f)} \frac{1}{\frac{d}{dp_f}(E_c + E_d(p_f))} d\Omega_f$

Αλλά:  $\frac{dE_c}{dp_f} = \frac{p_f}{E_f}$  και  $\frac{dE_d}{dp_f} = \frac{p_f}{E_d}$  οπότε έχουμε:  $\frac{1}{(4\pi)^2} \frac{p_f^2}{E_c E_d(p_f)} \frac{1}{\frac{p_f}{E_c} + \frac{p_f}{E_d}} d\Omega_f = \frac{p_f}{E} \frac{d\Omega_f}{(4\pi)^2}$

Επιστρέφοντας στην περίπτωση του πιονίου θα έχουμε (θεωρώντας το λεπτόνιο σαν  $l$ ) από διατήρηση της ενέργειας

$$\sqrt{p_l^{*2} + m_l^2} + p_l^* = m_\pi \Rightarrow p_l^* = \frac{m_\pi^2 - m_l^2}{2m_\pi}$$

Ο λόγος των ορμών επομένως για τις 2 περιπτώσεις διάσπασης θα είναι:

$$\frac{p_e^*}{p_\mu^*} = \frac{m_\pi^2 - m_e^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2} = \frac{140^2 - 0.5^2}{140^2 - 106^2} = 2.3$$

Επομένως καθαρά κινηματικά αναμένουμε ότι τα  $\pi$  διασπώνται σε ηλεκτρόνια κυρίως  
Λαμβάνοντας υπόψη τις καταστάσεις ελικότητας καταλήγουμε ότι:

$$\frac{Br(\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e)}{Br(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)} = \frac{m_e^2}{m_\mu^2} \left[ \frac{m_\pi^2 - m_e^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2} \right]^2 = (1.230 \pm 0.004) \times 10^{-4}$$

**παράγοντας ελικότητας:  $\sim 2 \times 10^{-5}$**

**φασικός παράγοντας:  $\sim 4.9$**

# Ελικότητα και νεutrίνο

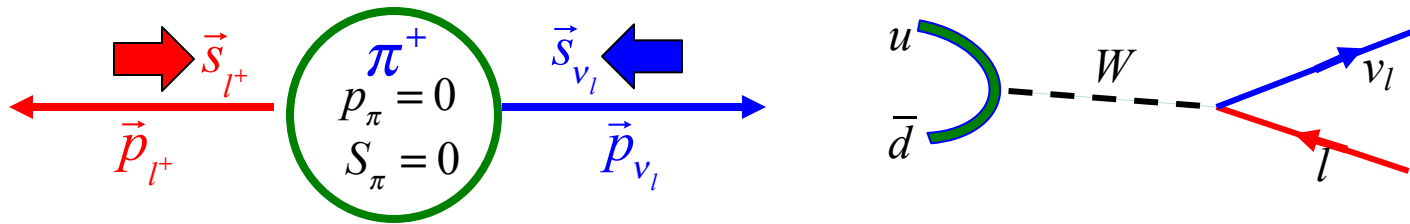
Υποθέτοντας ότι τα νεutrίνο είναι μηδενικής μάζας, βρίσκουμε πειραματικά ότι:

- ❑ Όλα τα νεutrίνο είναι αριστερόστροφα
- ❑ Όλα τα αντι-νεutrίνο είναι δεξιόστροφα
- **Αριστερόστροφο** δηλώνει ότι το spin και η z-συνιστώσα της ορμής είναι αντιπαράλληλα
- **Δεξιόστροφο** δηλώνει ότι το spin και η z-συνιστώσα της ορμής είναι παράλληλα

Η ελικότητα δεξιόστροφη/αριστερόστροφη εμφανίζεται στις διασπάσεις των πιονίων:  $\pi^+ \rightarrow l^+ \nu_l$

$$\frac{Br(\pi \rightarrow e \nu_e)}{Br(\pi \rightarrow \mu \nu_\mu)} = 1.23 \times 10^{-4}$$

Αν τα νεutrίνο **δεν ήταν** αριστερόστροφα τότε ο λόγος πρέπει να είναι μεγαλύτερος της 1:



Διατήρηση της στροφορμής επιβάλλει το φορτισμένο λεπτόνιο (e ή μ) να βρίσκεται στο λάθος προσανατολισμό ελικότητας

- Ένα αριστερόστροφο ποζιτρόνιο ή αριστερόστροφο μίονιο