

**ΦΥΣ 331 – Χειμερινό Εξάμηνο 2017/2018**

**Ενδιάμεση Εξέταση**

**Τρίτη 21/11/2017**

**Διάρκεια: 17:00 – 20:00**

Σας δίνονται 7 προβλήματα και θα πρέπει να απαντήσετε σε όλα.  
Σύνολο μονάδων 120.

**Καλή Επιτυχία**

**1. [10μ]**

Έστω  $A, B$  και  $C$  ψευδοβαθμωτά μεσόνια,  $J^P = 0^-$ . Έστω ότι  $D$  είναι ένα διανυσματικό μεσόνιο,  $J^P = 1^-$ . Ποια/ποιες από τις ακόλουθες διασπάσεις, είναι επιτρεπτή/ες αν η parity διατηρείται;

$$(\alpha) A \rightarrow BC$$

$$(\beta) D \rightarrow BC$$

Σωστές απαντήσεις χωρίς εξήγηση ή με λάθος εξήγηση δεν παίρνουν μονάδες.

Έρχομε:  $A, B, C$  αυθεντικά σα σονιά είναι ψευδοβαθμώνται:  $J^P = 0^-$

To αυθεντικό  $D$  είναι διανυσματικό  $J^P = 1^-$

$$(a) A \rightarrow BC$$

Η αρχική parity είναι:  $P(\text{αρχική}) = -1$

Η τελική parity θα είναι:  $P(\text{τελική}) = (-1)(-1)(-1)^L = +1$  εφόσον  $L=0$

Ενοψίως η parity δεν δαπέδει και η απλή επίδραση δεν επιρρέει ταυτότητα

$$(b) D \rightarrow BC$$

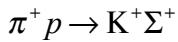
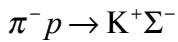
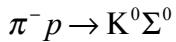
Η αρχική parity είναι:  $P(\text{αρχική}) = -1$

Η τελική parity είναι:  $P(\text{τελική}) = (-1)(-1)(-1)^L = -1$  εφόσον  $L=1$

Οπότε η parity δαπέδει και η διεργασία επιρρέει την

2. [10μ]

Να υπολογίσετε τις σχέσεις μεταξύ των ολικών ενεργών διατομών (σε συγκεκριμένη ενέργεια) για τις ακόλουθες διεργασίες:



Καταστήματα και ηλεκτρομαγνητικές περιβάλλοντες για αλληλεπιδράσεις με λόγο την ισορία:



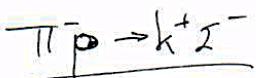
$$|\pi^- p\rangle = |1-1\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \left| \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle$$

$$|K^0 \Sigma^0\rangle = \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle |10\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle$$

Έτσι  $A_{3/2}$  και  $A_{1/2}$  τα ηλεκτρομαγνητικά ισορία  $\frac{3}{2}$  και  $\frac{1}{2}$

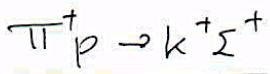
$$\text{Τότε η ενεργειακή διαφορά θα είναι: } G \propto \left| \frac{\sqrt{2}}{3} A_{3/2} - \sqrt{\frac{2}{3}} A_{1/2} \right|^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G \propto \frac{2}{9} \left| A_{3/2} - A_{1/2} \right|^2$$



$$|K^+ \Sigma^-\rangle = \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle |1-1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \left| \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle$$

$$\text{Άρα } G \propto \left| \frac{1}{3} A_{3/2} + \frac{2}{3} A_{1/2} \right|^2 = \frac{1}{9} \left| A_{3/2} + 2A_{1/2} \right|^2$$



Τόσο η αρχική όσο και η τελική μετάσταση ενεργειακά είναι  $\left| \frac{3}{2} \frac{3}{2} \right\rangle$

$$\text{Οπότε } G \propto |A_{3/2}|^2$$

3. [10μ]

Ποιες από τις παρακάτω διεργασίες είναι επιτρεπτές; Αν η διεργασία είναι επιτρεπτή ποια αλληλεπίδραση είναι υπεύθυνη για την διεργασία;

(α)  $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-$

(β)  $\mu^- \rightarrow e^- \gamma$

(γ)  $e^+ e^- \rightarrow p \pi^-$

(δ)  $\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$

(ε)  $\omega \rightarrow \pi^0 \pi^0$

Από τις διεργασίες που δίνονται θα έχουμε:

(α)  $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-$  η διεργασία πραγματοποιείται μέσω ασθενών αλληλεπιδράσεων και έχουμε αλλαγή στις παραδόσεις.

(β)  $\mu^- \rightarrow e^- \gamma$  η διεργασία δεν είναι επιτρεπτή λόγω παραβίασης Ιεντσούνιας αριθμού

(γ)  $e^+ e^- \rightarrow p \pi^-$  η διεργασία δεν είναι επιτρεπτή γιατί παραβιάζεται Βαρονικός αριθμός αλλά και διενιστεί στις επιφάνειες

(δ)  $\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$  η διεργασία δεν είναι επιτρεπτή γιατί παραβιάζεται Ιεντσούνιος αριθμός.

(ε)  $\omega \rightarrow \pi^0 \pi^0$  η διεργασία δεν είναι επιτρεπτή γιατί σε Έτη είναι  $J=1$  οπότε η συμμετρία των αντιμετωπών  $\pi^0 \pi^0$  θα γρείνει να είναι 1.

Επομένως η κυριαρχία της μετατάξεως  $\pi^0 \pi^0$  θα πρέπει να είναι αναστρεψτική κινητή αλλά δεν είναι. Τότε άλλης παραβίασης η συμμετρία θα γρείνει στις  $\pi^0 \pi^0$ .

4. [20μ]

Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα Feynman για τις ακόλουθες διεργασίες: ([2μ] κάθε διάγραμμα)

(α)  $e^- + \mu^- \rightarrow e^- + \mu^-$

(β)  $e^- + \mu^+ \rightarrow e^- + \mu^+$

(γ)  $e^- + \mu^+ \rightarrow e^+ + \mu^-$

(δ)  $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$

(ε)  $e^+ + e^- \rightarrow e^+ + e^-$

(στ)  $e^- + \nu_\mu \rightarrow e^- + \nu_\mu$

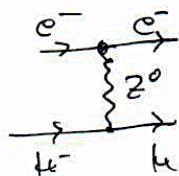
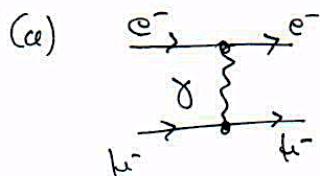
(ζ)  $e^- + \nu_\mu \rightarrow \mu^- + \nu_e$

η)  $\tau^- \rightarrow \mu^- + X$  (μπορείτε να αντικαταστήσετε το X με κάποια δυνατά σετ σωματιδίων)

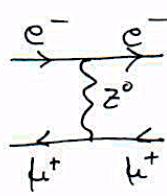
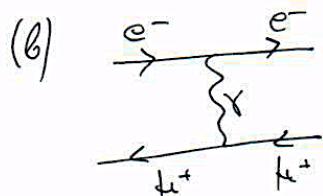
ι)  $\nu_\mu + \nu_e \rightarrow \nu_\mu + \nu_e$

ξ)  $n \rightarrow p + X$  (μπορείτε να αντικαταστήσετε το X με κάποια δυνατά σετ σωματιδίων)

Τα διαγράμματα σων απόλυτα δραστηριών σιν:



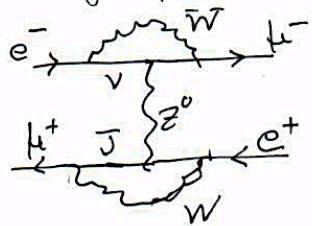
$$\underline{e^- + \mu^- \rightarrow e^- + \mu^-}$$



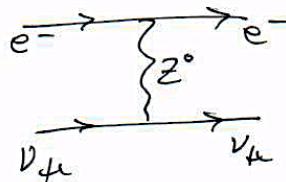
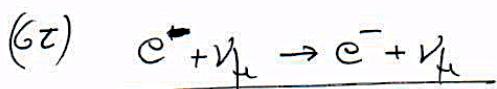
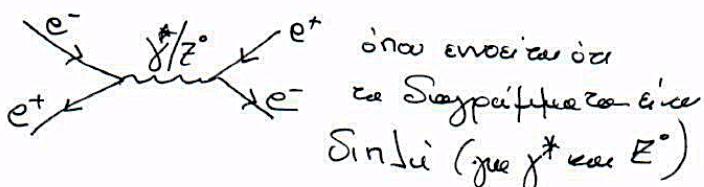
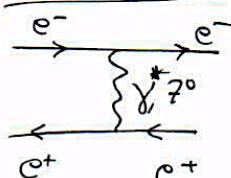
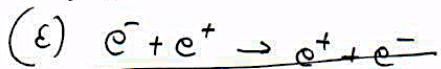
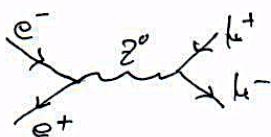
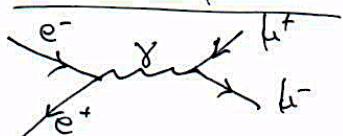
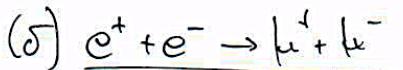
$$\underline{e^- + \mu^+ \rightarrow e^- + \mu^+}$$

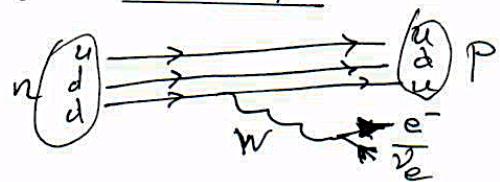
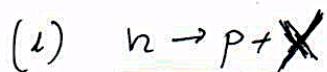
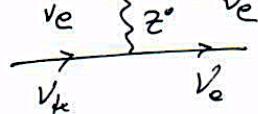
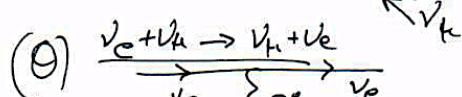
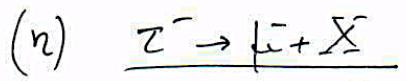
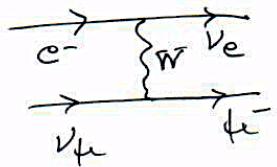
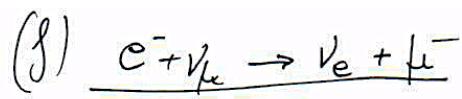


A dispergacia avéi é una sinatura típica de partículas com fermionas quarks. Ocorre avéi umas despeças de calorantes com negativo, com uniplex éia mala função nítidas peribacias que em dispergacia se produzem com fótons. Despergencia avéi beldades:



To níticas avéi peribacias do invariancia com  $\left(\frac{\Delta m_{21}}{M_W}\right)^2$  as suas coradas peribacias:  $V + \bar{V} \rightarrow V + \bar{V}$   
que enobrira o efeito de dispersão do éio das  
tefas  $\left(\frac{\Delta m_{21}}{M_W}\right)^2 \approx 10^{-52}$  as suas com efeito de dispersão  
considerar, com  $V\bar{V} \rightarrow V\bar{V}$





**5. [20μ]**

Εξηγήστε ποιοτικά τη σημασία των ακόλουθων παρατηρήσεων

(α) Τα μερικά πλάτη διάσπασης για διασπάσεις των ακόλουθων μεσονίων σε φωτόνια:

$\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = 7.84 \text{ eV}$  αλλά  $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) < 2 \times 10^{-7} \text{ eV}$  (δηλαδή δεν έχει παρατηρηθεί ακόμα). Παρόμοια,  $\Gamma(\eta^0 \rightarrow \gamma\gamma) = 460 \text{ eV}$  αλλά  $\Gamma(\eta^0 \rightarrow \gamma\gamma)$  δεν έχει παρατηρηθεί και το υπάρχον ανώτερο όριο είναι  $< 20 \text{ eV}$ . [5μ]

(β) Τα μερικά πλάτη διάσπασης για διασπάσεις σε ηλεκτρόνια των ακόλουθων μεσονίων:  $\Gamma(\pi^0 \rightarrow e^+e^-) = 6 \times 10^{-7} \text{ eV}$  αλλά  $\Gamma(\pi^0 \rightarrow e^+e^-e^+e^-) = 2 \times 10^{-4} \text{ eV}$ . Ωστόσο,  $\Gamma(\rho^0 \rightarrow e^+e^-) = 6.8 \text{ keV}$  αλλά  $\Gamma(\rho^0 \rightarrow e^+e^-e^+e^-)$  δεν έχει παρατηρηθεί. [7μ]

(γ) Τα μερικά πλάτη διάσπασης για διασπάσεις σε αδρόνια των ακόλουθων μεσονίων:  $\Gamma(\eta^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0) = 0.38 \text{ keV}$  και  $\Gamma(\eta^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0) = 0.27 \text{ keV}$ , αλλά η διάσπαση  $\Gamma(\eta^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)$  δεν έχει παρατηρηθεί και υπάρχει ένα ανώτερο όριο  $< 1.8 \text{ eV}$ . Παρόμοια,  $\Gamma(\eta' \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0) = 0.31 \text{ keV}$  αλλά η διάσπαση  $\Gamma(\eta' \rightarrow \pi^+\pi^-)$  δεν έχει παρατηρηθεί. Ωστόσο,  $\Gamma(\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) = \Gamma(\rho^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0) = 150 \text{ MeV}$  αλλά τόσο η διάσπαση  $\Gamma(\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0)$  όσο και η  $\Gamma(\rho^0 \rightarrow \eta^0\pi^0)$  δεν έχουν παρατηρηθεί ενώ  $\Gamma(\rho^0 \rightarrow \gamma\pi^0) = 120 \text{ keV}$  και  $\Gamma(\rho^0 \rightarrow \eta^0\gamma) = 57 \text{ keV}$ . [8μ]

Σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά των αστριδιών που διδίζονται έχουμε ότι:

τα  $n$ ,  $n$  και  $n'$  είναι  $\gamma^{PC} = 0^{-+}$  ενώ τα  $p^0, \omega$  και  $\phi$  είναι:  $\gamma^{PC} = 1^{--}$

Μπορούμε να υπολογίσουμε την καταστάση αυτής ως εξής:

Αλλες καταστάσεις της προβολής σφραγίδων  $\lambda$  έχει parity για το χαρισμό της της καταστάσης  $\lambda$  ή  $(-1)^L$ .

Αν η καταστάση ανοτελεί διεθνές καταστάση συμμετοχών-αναπαραγωγής, τότε η δράση της  $C$  θα διατηρεί το συμμετοχικό και το αντιμετωπιστικό.

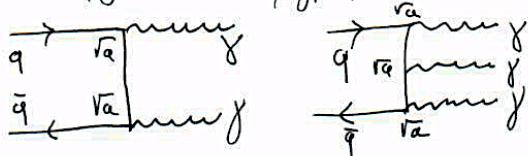
Ενεργήσεις κατανούνται ως parity, θα αδυνάτησε τη σκιάση αντικατοπτρισμού των καταστάσεων. Επομένως η τηλίκη της  $C$  θα γρίνει τα  $\lambda$  της αυτής της καταστάσης:  $C_L = (-1)^L$

Επομένως κάθε καταστάση, που ανοτελείται από φερμιόνια-αντιφερμιόνια, θα έχει αντίστοιχη parity  $(-1)^{L+1}$ . Επίσης αν η καταστάση ανοτελείται από τον ίδιο σύνολο φερμιόνια-αντιφερμιόνια, θα ανοτελείται από την καταστάση της  $C$  λεπτού  $(-1)^{L+1}$  οπού οι επιπλέον οροί προστίθονται από την καταστάση  $C$ -τηλίκης.

Το φωτισμός έχει ενδεγενή parity  $P=-1$  εφόσον τα πεδία  $A^L$  είναι πεδία διανομής και οι χαρισμοί αντιστοίχων αλληλου γράμματος που αποτελούν δράσης parity. Επίσης το φωτισμός έχει  $G_J = -1$  εφόσον τα πλευροθαλαγματικά πεδία που διατίθενται αλληλου γράμματος πάνω από δράση, της  $C$ . Τα φωτισμάτων αντιστοίχων έποικων το φωτισμός έχει  $\gamma^{PC} = -1^{--}$  οπότε και τα  $p^0, \omega$ , και  $\phi$ .

Τίλος θα γρίνει την ιδέα υπόσχεται ο αστροφυσικός Pauli ή Bose-Einstein's αν υπάρχουν πενοκοιδώτων φερμιώντων ή λεπτών στην σειρά καταστάσεων.

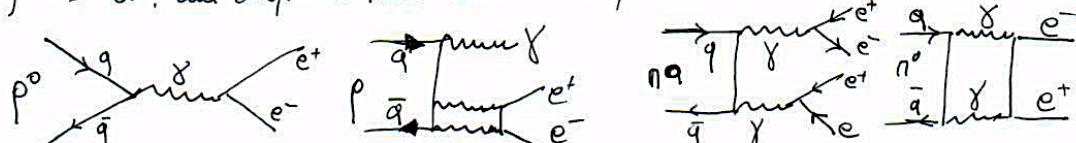
(a) Για τις περιπτώσεις αυτής δεσμοίσανται φωτόνια, και αγνοούνται οποιαδήποτε νόημα Διεργάσεων. Η περιπτώση στην οποία περιγράφεται σε δεσμούς σε 3 φωτόνια θα ήταν πιθανόν να είπει ότι παραγόντα  $\alpha^2/137$  ως προς την διεργασία που περιγράφεται από τη φωτόνια.



Οι τιμές της  $C$  για τις αρχικές καταστάσεις είναι ότι  $C = +1$ . Οι  $C$ -κάτιστες των μεταστάσεων δεν είναι φωτόνια θα είναι:  $C_{\text{ηγ}} = (-1)^n$  με τηνέμενη για να έχει την ίδια διεργασία της  $C$  θα γίνεται να έχει αριθμό φωτόνια! Επομένως οι διεργασίες σε 3 φωτόνια εμφανίζονται αλλά αυτές δεν είναι επιχρεωτές.

(b) Για τις διεργασίες GE σειρήνη-πολυτονιανής, και αγνοούνται νόημα Διεργάσεων Η περιπτώση στην οποία περιπτώσεις της 2 σεγιάς ( $e^+e^-e^+e^-$ ) θα ήταν είναι παραγόντα  $\alpha^2 = (1/137)^2$  μεγάλητερη από την πιθανότητα να αποβούν τις 1 σεγιάς ( $e^+e^-$ ).

Οι διεργασίες αυτούς προβλαστούνται με την διεργασία φωτόνια. Όπως ως προηγουμένως, το  $n^0$  θα γίνεται να διεγράφεται σε δύο αριθμούς φωτόνιας εκαί το  $p^0$  του ήχου  $C = -1$  θα γίνεται να διεγράφεται δεύτερη προστοτή φωτόνια! Επομένως το  $p^0$  λήγει να διεγράφεται δεύτερο φωτόνιο σε σειρήνα  $e^+e^-$  και ο πιθανός αυτής της διεργασίας θα είναι ανάλογος του  $\alpha^2$ . Το διεργατικό μέτρο της  $p^0 \rightarrow e^+e^-e^+e^-$  εμπροσής 3 φωτόνια και επομένως θα είναι μεγαλύτερο από την παραγόντα  $(\alpha^2)^3 \rightarrow \alpha^6$ , με επομένως πολὺ σημαντικά να είπει.



Το  $n^0$  θα γίνεται να διεγράφεται σε 2 για από αυτά σε 4  $e^-$  ( $e^+e^-e^+e^-$ ) που είναι διεργασία της  $\alpha^4$ , η οποία διεργασία είναι ανώρεγης της διεργασίας αλλά είναι διαφορετική. Επομένως η διεργασία  $n^0 \rightarrow e^+e^-$  είναι πολύ σημαντική αλλά είναι επιχρεωτής.

(8) At Sinciang  $\pi \rightarrow \pi^+ \pi^-$  has parity conservation law - 1.

If parity and the coexisting epotheplis are  $(-1)^6$  we are an odd factor, and this  
necessitates  $\exists$  parity:  $(-1)^6(-1)(-1) = (-1)^4$ .

Alli ola ta synkretida tou sufflerixou en Sacraha exou spin=0 kaor anotis lefke pto Sacraha en synkretis da yoniket  $\lambda=0$ . Otiore n parity gen rekeni merakay da eina  $(-1)^\lambda = +1$ .

И следва да се употребят тези правилца при

If iða archeologia reyndi var yfir til að vinna með fyrirvara af meðal nýrri Sacsacísa  
geðsins hefðinni sínar iðsor tilhorur,

Σε αυτός, η διέναση γε  $n^+n^-n^0$  λιποει και έχει οπωρώση πολλή στην εργασία του σεργού  $n^+n^-$  και αλλάζει την ποσότητα της διένασης και έχει αυτόδικη επίπεδη περιοχή του σεργού  $n^+n^-$  και του  $n^0$  ωστε οι τρεις προσδιορίσμενες διένασης να διασυνορούν στην αρχή της σεργούς  $n^+n^-$  και την αρχή της σεργούς  $n^0$ .

Ennemigos & parity da elas:  $(-1)^6 (-1)^4 (-1)(-1)(-1) = -1$  com zero  
enquanto que suas cores tem parity.

Η περινέων πόρπη είναι παρόμοια ως bi αντιδιπλασία της Bose-Einstein αφεγοίας που ανατεί η μετάσταση της 2<sup>nd</sup> γενετικής σε ασύρματη κοινωνίας συντελεστής. Επομένως η άλιμη parity θα είναι -1

Γα το  $p^0$ , η αρχική κατάσταση είναι  $P=-1$  αλλά  $J=1$ . Από γενέτυς  
καταγράφεται ότι η παριτάτη  $(-1)^L(-1)(-1) = -1$ . Μεταβιβάζεται  
στη  $p^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  επικίνδυνη αντιδράση παριτάτη.

Τα τρία ιδιώτα περιστατικά στην επιφύλαξη της  $p^0$  δεν αποτελούν παραπομπή στην επιφύλαξη της  $p^\pm$ . Το πρώτο περιστατικό συμβαίνει όταν η επιφύλαξη της  $p^0$  δεν είναι στην επιφύλαξη της  $p^\pm$ , καθώς οι δύο περιπτώσεις δεν μπορούν να συμβαίνουν μαζί. Το δεύτερο περιστατικό συμβαίνει όταν η επιφύλαξη της  $p^0$  δεν είναι στην επιφύλαξη της  $p^\pm$  και η επιφύλαξη της  $p^\pm$  δεν είναι στην επιφύλαξη της  $p^0$ . Το τρίτο περιστατικό συμβαίνει όταν η επιφύλαξη της  $p^0$  δεν είναι στην επιφύλαξη της  $p^\pm$  και η επιφύλαξη της  $p^\pm$  δεν είναι στην επιφύλαξη της  $p^0$ .

Erfolgen gäbe  $n^+n^-$ -Zähler Kontrahenz) da ist der  $C = (-1)^b = -1$  nur  
eine Idee für den C und  $\rho^0$  war erstmals in Schwach-Strangeness und Strangeness  
im C-Spektrum.

Σε αυτές, οι διανομές  $\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$  και  $\rho^0 \rightarrow \eta \pi^0$  δεν επηρεάζονται.

Τας περινοίσσεις αυτής της αναφοράς των σταθμών περιτίκων είναι πληναρικά.  
της C. μεταξύ για την περινοίσση  $\pi \pi^0$  η έποχη  $C_{\pi \pi} = +1$  ενώ  
για  $C_{\eta \pi} = +1$ , αντί της συγκίνησης δεν χρειάζεται να αναπληριχθεί μετανομάσια.  
Επιλογή συμβόλων για την πέραση των αρχών περιτίκων.

Άπω από αυτές διανομές είναι όμως επηρεαστικές.

Η διανομή  $\rho^0 \rightarrow \eta \eta^0$  είναι ανεγγείληγ όχι πάντα της παραβίασης της C  
αλλά και της παραβίασης της P. Αυτό γιατί τα δύο  $\pi^0$  είναι παραδοτικά  
συμβόλων Box-Einstein συμβόλων και ανατίκτουν ότι τα δύο πεντάνεα  
επιστρέφουν σε μετατόπιση με αριθμό συμμετόχων 5.

**6. [25μ]**

Μπορούμε να ανιχνεύσουμε ηλεκτρόνια και μιόνια και να τα ξεχωρίσουμε από αδρόνια βασιζόμενοι στη διαφορετική συμπεριφορά τους σε ηλεκτρομαγνητικά και αδρονικά καλορίμετρα. Σε αντίθεση, η ανίχνευση διαφορετικών ειδών αδρονίων είναι αρκετά δύσκολη. Συνήθως χρειάζεται να ανιχνεύσουμε φορτισμένα  $\pi^\pm$  ( $m_{\pi^\pm} = 139.6 \text{ MeV}$ ) από φορτισμένα  $K^\pm$  ( $m_{K^\pm} = 493.7 \text{ MeV}$ ). Οι ορμές των σωματιδίων αυτών μετρούνται στον ανιχνευτή τροχιών.

Το πρόβλημα πραγματεύεται με τρεις διαφορετικούς τρόπους που χρησιμοποιούνται για την ανίχνευση και ταυτοποίηση και στηρίζονται στην μέτρηση της ταχύτητας των σωματιδίων.

(α) Δείξτε ότι αν η ταχύτητα  $\beta$  και η ορμή  $p$  ενός σωματιδίου είναι γνωστά τότε η μάζα του μπορεί να υπολογισθεί από την σχέση:  $m = \frac{p\sqrt{1-\beta^2}}{\beta}$ . [1μ]

(β) Σε ένα σύστημα χρόνου πτήσης (time of flight), η ταχύτητα μετριέται απευθείας βρίσκοντας το χρόνο που απαιτείται ώστε ένα σωματίδιο να διασχύσει μια συγκεκριμένη απόσταση. Ο χρόνος μετριέται συνήθως με την χρήση ενός πλαστικού σπινθηροστή. Αν ο χρόνος που χρειάζεται ένα σωματίδιο να διασχύσει μια απόσταση  $L$  είναι  $t$ , να δείξετε ότι:

$$\langle t \rangle = L \sqrt{1 + \frac{m^2}{p^2}} \quad [4\mu]$$

Σχεδιάστε τη μορφή του  $\langle t \rangle$  συναρτήσει της  $p$  για δύο διαφορετικές μάζες. [1μ]

Ο ανιχνευτής CLEO χρησιμοποιούσε ένα ανιχνευτικό σύστημα time of flight το οποίο ήταν τοποθετημένο ακριβώς μετά τον ανιχνευτή τροχιών τους σχηματίζοντας ένα κύλινδρο ακτίνας 90cm γύρω από την δέσμη των σωματιδίων. Η χρονική διακριτική ικανότητα του ανιχνευτικού αυτού συστήματος ήταν  $\sigma_t = 150 \text{ ps}$ . Να δείξετε ότι για  $\pi^\pm$  και  $K^\pm$  με ορμή  $p < 830 \text{ MeV}$ , οι αναμενόμενοι χρόνοι πτήσης είναι σημαντικά διαφορετικοί, όπου σημαντικά σημαίνει διαχωρίσιμοι σε  $3\sigma_t$ . [2μ]

(γ) Η ενέργεια που εναποτίθεται στο αέριο μέσο ενός ανιχνευτή τροχιών εξαρτάται από την ταχύτητα του σωματιδίου. Αν αγνοήσουμε σχετικιστικές διορθώσεις, η ενέργεια που εναποτίθεται ανά μονάδα μήκους δίνεται από τη σχέση:  $-\frac{dE}{dx} \approx \frac{A}{\beta^2}$ , όπου  $A$  είναι σταθερά που εξαρτάται από το αέριο του ανιχνευτή. Δείξτε επομένως ότι η αναμενόμενη ενέργεια που εναποτίθεται ανά μονάδα μήκους δίνεται από τη σχέση:

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = A \left( 1 + \frac{m^2}{p^2} \right)$$

και σχεδιάστε την μορφή της απώλειας ενέργειας συναρτήσει της ορμής  $p$ , για δύο διαφορετικές μάζες. [2μ]

Το ανιχνευτικό σύστημα τροχιών του ανιχνευτή ALEPH δίνει για το αέριο που χρησιμοποιείται  $A = 0.9 \text{ keV/cm}$  και έχει διακριτική ικανότητα για την εναποτιθέμενη ενέργεια ανά μονάδα μήκους  $\sigma_E = 0.08 \text{ keV/cm}$ . Να βρείτε την μεγαλύτερη ορμή για την οποία,  $\pi^\pm$  μπορούν να διαχωριστούν από  $K^\pm$  με μεγάλη βεβαιότητα. [2μ]

Η απώλεια ενέργειας λόγω ιονισμού χρησιμοποιείται με διαφορετικούς τρόπους για την ανίχνευση φορτισμένων σωματιδίων. Αναφέρετε γιατί η ενέργεια που εναποτίθεται ανά μονάδα μήκους πέφτει συναρτήσει της  $1/p^2$  όπως βρέθηκε προηγουμένως. [2μ]

(δ) Η ακτινοβολία Cherenkov εκπέμπεται όταν ένα φορτισμένο σωματίδιο διαπερνά κάποιο υλικό μέσο με ταχύτητα μεγαλύτερη από την ταχύτητα του φωτός στο μέσο αυτό. Τα κύματα που εκπέμπονται συμβάλουν συνεκτικά. Δείξτε ότι σε υλικό μέσο με δείκτη διάθλαση  $n$ , η γωνία εκπομπής  $\theta$  της ακτινοβολίας Cherenkov ως προς τη διεύθυνση κίνησης του σωματιδίου δίνεται από τη σχέση:

$$\cos\theta = 1/(\beta n)$$

και επομένως δείξτε ότι η ελάχιστη ορμή που πρέπει να έχει ένα σωματίδιο για παραγωγή ακτινοβολίας Cherenkov δίνεται από τη σχέση:

$$p > m/\sqrt{n^2 - 1} \quad [2μ]$$

Να δείξτε ότι για σωματίδια με ορμή πάνω από την ορμή κατωφλίου, η αναμενόμενη γωνία εκπομπής δίνεται από τη σχέση:

$$\langle\theta\rangle = \cos^{-1}\left(\frac{1}{n}\sqrt{1+\frac{m^2}{p^2}}\right) \quad [2μ]$$

Να σχεδιάστε την εξάρτηση της γωνίας από την ορμή δύο σωματιδίων. [2μ]

Ο ανιχνευτής DELPHI χρησιμοποιούσε ένα υποανιχνευτικό σύστημα Cherenkov απεικόνισης δακτυλιδιών (RICH) όπου χρησιμοποιούνταν δύο Cherenkov υλικά μέσα, υγρό  $C_6F_{14}$  με δείκτη διάθλασης  $n_1 = 1.2718$  και το δεύτερο υλικό ήταν αέριο  $C_5F_{12}$  με δείκτη διάθλασης  $n_2 = 1.00194$ . Η γωνία του δακτυλιδιού Cherenkov μπορούσε να μετρηθεί με διακριτική ικανότητα  $\sigma_\theta = 4 \text{ mrad}$ . Να βρείτε τη μέγιστη γωνία Cherenkov στα δύο υλικά μέσα. [1μ]

Υπολογίστε τις ορμές κατωφλίου για πόνια και καόνια στα δύο υλικά μέσα και επομένως δείξτε ότι πόνια και καόνια μπορούν να διαχωριστούν για όλες τις τιμές ορμής στην περιοχή  $180 \text{ MeV}$  έως  $13 \text{ GeV}$ . [3μ]

(a) Η ορθή διανομή είναι  $P = \gamma \beta m$  οπότε  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

$$\text{Επομένως } m = \frac{P}{\gamma \beta} = \frac{P \sqrt{1-\beta^2}}{\beta} \quad (1)$$

(b) Ο χρόνος που ανατίθεται είναι αναπαράγοντας τη διαδικασία  $L$

$$\beta = \frac{L}{c t} \Rightarrow \langle t \rangle = \frac{L}{\beta} \quad (2)$$

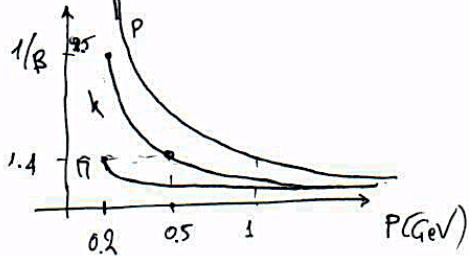
Αλλά από την (1) έχουμε:  $m^2 \beta^2 = P^2 (1-\beta^2) \Rightarrow \beta^2 (P^2 + m^2) = P^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \beta^2 = \frac{P^2}{P^2 + m^2} \Rightarrow \beta^2 = \frac{1}{1 + \frac{m^2}{P^2}} \Rightarrow \frac{1}{\beta^2} = 1 + \frac{m^2}{P^2} \Rightarrow \frac{1}{\beta} = \sqrt{1 + \frac{m^2}{P^2}} \quad (3)$$

Αναπαράγεται την (3) στη (2) θα δώσει:  $\boxed{\langle t \rangle = L \sqrt{1 + \frac{m^2}{P^2}}} \quad (4)$

Το γράφημα της (4) ήταν προηγουμένως:  $\frac{\langle t \rangle}{L} = \frac{1}{\beta} = \sqrt{1 + \frac{m^2}{P^2}}$

Επομένως θα ξεδιαγραφεί το  $1/\beta$  ως γράφημα στην ορθή  $P$



Για ορθή 830 MeV και φίλτρο 90 cm,

ο χρόνος περίγραψε τα μέσα είναι:

$$t_n = \frac{0.9}{c} \sqrt{1 + \left( \frac{0.139}{0.830} \right)^2} = \frac{0.9}{3 \cdot 10^8} \cdot 1.0139 \Rightarrow$$

$$t_n = 0.30417 \cdot 10^{-8} \Rightarrow \boxed{t_n = 3.042 \cdot ns}$$

Ο αντίστοιχος χρόνος για τα μέσα είναι:  $t_k = \frac{0.9}{c} \sqrt{1 + \left( \frac{0.4937}{0.830} \right)^2} = \frac{0.9}{3 \cdot 10^8} \cdot 1.161 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \boxed{t_k = 3.491 \cdot ns}$

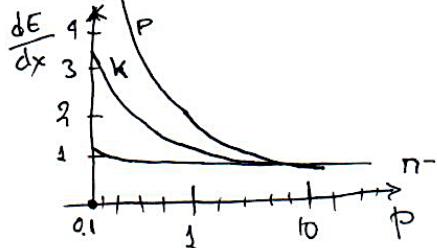
Παρατηρούμε ότι οι δύο χρόνοι μέσα διαφέρουν μεταξύ  $t_{k\pm} - t_{n\pm} = 3.491 - 3.042 \Rightarrow$

$$\Rightarrow t_{k\pm} - t_{n\pm} = 449 ps \quad \text{Ο χρόνος αυτός είναι περίπου } 3.150 = 3.150 = 450 ps \text{ και επομένως αυτό διευκολύνεται.}$$

(γ) Ανοί γενν εργασιών (δ) του προγράμματος εργασιών έχουμε:

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = \frac{A}{P^2} = A \left( 1 + \frac{m^2}{P^2} \right)$$

To γράφημα της ενεργειας επανόδεων  $\frac{dE}{dx}$  αναπτυχείται στο όριο:



Για μίαν και καὶ οὐσίαν προποίειν  
Σαχαρίαν εύκλετον:

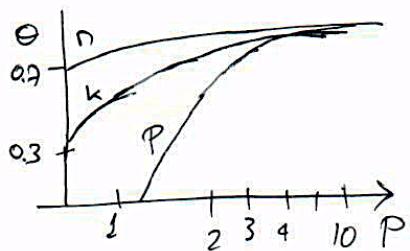
$$A\left(1 + \frac{m_k^2}{p^2}\right) - A\left(1 + \frac{m_n^2}{p^2}\right) \geq 3G_E \Rightarrow$$

$$A \frac{m_k^2 - m_n^2}{p^2} \geq 3G_E \Rightarrow p^2 \leq A \frac{m_k^2 - m_n^2}{3G_E} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P \leq \sqrt{A \frac{m_k^2 - m_n^2}{3G_E}} \Rightarrow P \leq \sqrt{0.8 \frac{480^2 - 130^2}{3 \cdot 10.08}} \Rightarrow P \leq \sqrt{3.75 \cdot 290.773} \Rightarrow P \leq 810 \text{ keV}$$

(5) Για να ισχύει αυτονόμοια Cherenkov διάρρεε  $\beta > \frac{1}{n}$  που είναι  
ισοδύναμη συνθήκη να απλιγούμε το  $\cos\Theta < 1$ . Επομένως  $\frac{1}{\beta} = \sqrt{1 + \frac{m^2}{p^2}} < n$   
 $\Rightarrow 1 + \frac{m^2}{p^2} < n^2 \Rightarrow \frac{m^2}{p^2} < n^2 - 1 \Rightarrow p > \frac{m}{\sqrt{n^2 - 1}} \Rightarrow \Theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\beta n}\right) \Rightarrow$

H αναφεύθεις ταχύτητα σημείουν ότι είναι:  $\langle \Theta \rangle = \cos^{-1} \left( \frac{1}{n} \sqrt{1 + \frac{m^2}{p_z^2}} \right)$



Hfigura junta Cherenkov associa-se com a radiação  
e onda visível fez toxigênios marcar com toxicidade  
nos quais, encontra  $\beta = 1$  nas opas:

$$\cos \theta_{\max} = \frac{1}{n}$$

Hence even Sinc  $\Theta_{\max} = 38^\circ = 0.666$  rad goes to upto  $C_6F_{14}$  here  $\Theta_{\max} = 36^\circ = 0.628$   
goes upto  $C_5F_{12}$ .

H optionnerwifior yue zo upò  $C_6 F_{14}$  eiver yue ja nivoue  $P_n = 0.178 \text{ GeV}$   
kou zo kaaro  $P_n = 0.628 \text{ GeV}$ .

Endoivis καὶ εὐ αὐτὸς κακοποιός εστί τοι τὸν 180 MeV, δεν εποίησε αἴσια  
τὰ πάντα καὶ κακά τα δεν είναι δυνατόν να διεχωρίσουν.

Μετρήσιμοι πίνακες στην περιοχή της Κεντρικής Ευρώπης είναι οι πίνακες της Σύμπλεγματικής Ανάλυσης των δεδομένων που παραχθήσαν από την περιοχή της Κεντρικής Ευρώπης με την χρήση της περιοχής της Κεντρικής Ευρώπης ως προστιθέμενης πληροφορίας στην περιοχή της Κεντρικής Ευρώπης. Τα πρώτα πέντε πίνακες που παραχθήσαν από την περιοχή της Κεντρικής Ευρώπης με την χρήση της περιοχής της Κεντρικής Ευρώπης ως προστιθέμενης πληροφορίας στην περιοχή της Κεντρικής Ευρώπης είναι οι πίνακες της Σύμπλεγματικής Ανάλυσης των δεδομένων που παραχθήσαν από την περιοχή της Κεντρικής Ευρώπης με την χρήση της περιοχής της Κεντρικής Ευρώπης ως προστιθέμενης πληροφορίας στην περιοχή της Κεντρικής Ευρώπης.

Ενδιένως η Διαφορά ανάμεσα στις είναι  $\Theta_{\eta} - \Theta_K = 0.663 - 0.634 = 0.029$  rad >  $36_0 = 0.012$  πλευρή 2.2 GeV με 4.9 GeV, τα μέσα σίνου αίρεται για αίρεση  $C_5 F_2$  και ενδιένως λιγότεροι και διαχειριστώνται τα λειτουργικά τοπία της φύσης αντίθετα με τα κατόνια. Τα αριθμητικά δεδομένα 7.9 GeV σίνου αίρεται για να υπάρχει και για αίρεση. Στα 13 GeV,  $\Theta_{\eta} = 0.061$  rad και  $\Theta_K = 0.049$  rad με από  $\Theta_{\eta} - \Theta_K = 0.012 = 36_0$ . Ενδιένως τα  $\pi^\pm$  και  $K^\pm$  λιγότεροι και διαχειριστώνται απλά με 180 MeV μεταξύ 13 GeV.

**7. [25μ]**

Η κύρια διάσπαση ενός ουδέτερου πιονίου (δέσμια κατάσταση u και d quark),  $\pi^0$ , μάζας  $m_{\pi^\pm} = 139.6 \text{ MeV}$  είναι σε 2 φωτόνια. Ο χρόνος ζωής του είναι  $\tau_{\pi^0} = 8.4 \times 10^{-17} \text{ s}$ .

(a) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα Feynman χαμηλότερης τάξης για την διάσπαση αυτή.

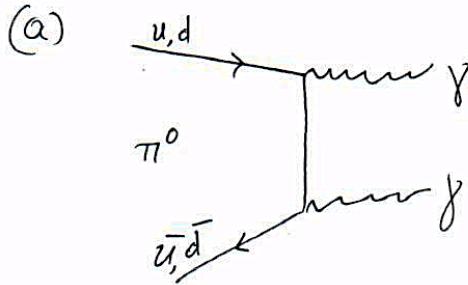
Ποιες είναι οι ενέργειες των δύο εκπεμπόμενων φωτονίων στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας του  $\pi^0$ ; [3μ]

(β) Σε ένα πείραμα όπως το BaBar, τα μεσόνια  $\pi^0$  συχνά παράγονται κατά τις διασπάσεις βαρύτερων σωματιδίων όπως τα B μεσόνια. Τυπικές ενέργειες για τα  $\pi^0$  που παράγονται στις διασπάσεις αυτές στο πείραμα BaBar είναι περίπου 0.5 GeV. Υπολογίστε τη μέγιστη ενέργεια ενός φωτονίου το οποίο μπορεί να παρατηρηθεί κατά τη διάσπαση ενός  $\pi^0$  ενέργειας 0.5 GeV. Ποια είναι η ενέργεια του δεύτερου φωτονίου στη διάσπαση αυτή; [5μ]

(γ) Η παρουσία ενός  $\pi^0$  σε τέτοια διάσπαση B μεσονίου, επιβεβαιώνεται με την ανίχνευση και μέτρηση της ορμής των δύο φωτονίων και ανακατασκευή της αμετάβλητης μάζας των δύο φωτονίων η οποία θα πρέπει να είναι κοντά στη μάζα του  $\pi^0$ . Να βρείτε μία εξίσωση για την αμετάβλητη μάζα των δύο φωτονίων συναρτήσει της μετρούμενης ενέργειας των φωτονίων για την περίπτωση του ερωτήματος (β). [5μ]

(δ) Το καλορίμετρο του πειράματος BaBar είχε 2% διακριτική ικανότητα ενέργειας και επομένως μπορούμε να υποθέσουμε ότι  $\sigma_E/E = 0.02$ . Ποια θα ήταν η αναμενόμενη διακριτική ικανότητα, σε MeV, για τη μετρούμενη μάζα του  $\pi^0$  εξαιτίας της διακριτικής ικανότητας του καλοριμέτρου; Ποια θα ήταν η τάξη μεγέθους της αναμενόμενης διασποράς της μάζας του  $\pi^0$  εξαιτίας του φυσικού του εύρους; Σχολιάστε τις τιμές που βρήκατε. [5μ]

(ε) Η μέγιστη ενέργεια ενός  $\pi^0$  που παράγεται από τη διάσπαση ενός B-μεσονίου στο πείραμα BaBar είναι περίπου 4 GeV. Πόση διαδρομή θα κάλυπτε ένα τέτοιο  $\pi^0$  ποιν διασπαστεί; Θεωρήστε την περίπτωση των δύο φωτονίων που εκπέμπονται, στο σύστημα αναφοράς του  $\pi^0$  κάθετα στη διεύθυνση πτήσης του  $\pi^0$  όπως μετράται στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου. Υπολογίστε την γωνία μεταξύ των δύο φωτονίων στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου για ένα  $\pi^0$  μεσόνιο ενέργειας 4 GeV. Σχολιάστε το αποτέλεσμά σας σε σχέση με τις διαστάσεις του πειράματος BaBar το οποίο είναι ένας κύλινδρος ακτίνας 100cm, που είναι κατασκευασμένος από κρυστάλλους διαστάσεων 5 cm x 5 cm στη πλευρά που βλέπει προς τη δέσμη. [7μ]



(c) Γ<sub>π</sub> π<sup>0</sup> ειργεις 0.5 GeV, Δα είστε!

$$\gamma = \frac{E_\pi}{m_\pi} = \frac{0.5 \text{ GeV}}{0.134 \text{ GeV}} \Rightarrow \gamma = 3.70$$

$$\beta = \frac{P_\pi}{E_\pi} = \frac{\sqrt{E_\pi^2 - m_\pi^2}}{E_\pi} \Rightarrow \beta = 0.963$$

Στο σύνθετο ακτινοβούς των  
π<sup>0</sup>, οι ενέργειες των φωτονίων  
Είναι ίσες τις  $E_\gamma = m_\pi/2 = 0.0675 \text{ GeV}$

Η ενέργεια των φωτονίων που  
εκτείνεται στη διεύθυνση του π<sup>0</sup>  
Δα είστε:  $E'_1 = \gamma(E_\gamma + \beta P_\gamma) \Rightarrow$

$$E'_1 = \gamma(1 + \beta)E_\gamma = 3.70(1 + 0.963)0.0675 \Rightarrow E'_1 = 0.490 \text{ GeV.}$$

Επομένως τα δύο φωτόνια θα έχουν  
επέργεια 0.5 - 0.490 ⇒  $E'_2 = 0.010 \text{ GeV}$

(g) Για φωτονίες να ευνηφωνεται η ίδια ανάρτηση σε όλα, η ολική ορθότητα

$$\text{διατασσεις } (\bar{p}_1 + \bar{p}_2)^2 = (E'_1 - E'_2)^2 = (A)$$

Άριθμοι η ολική ενέργεια Δα είστε:  $E'_1 + E'_2$ , οπότε η αναλογία μεταξύ

$$\text{Δα είστε: } m = \sqrt{(E'_1 + E'_2)^2 - (\bar{p}_1 + \bar{p}_2)^2} \stackrel{(A)}{=} \sqrt{(E'_1 + E'_2)^2 - (E'_1 - E'_2)^2} \Rightarrow$$

$$m = \sqrt{E'^2_1 + E'^2_2 + 2E'_1 E'_2 - E'^2_1 - E'^2_2 + 2E'_1 E'_2} \Rightarrow m = \sqrt{2E'_1 E'_2} \Rightarrow m = 2\sqrt{E'_1 E'_2}$$

(5) Η τερτιάρια παραγωγής των αναλογιώντων λειψών Δα είστε:

$$\frac{\partial m}{\partial E'_1} = \frac{E'_2}{\sqrt{E'_1 E'_2}} = \sqrt{\frac{E'_2}{E'_1}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial m}{\partial E'_2} = \frac{E'_1}{\sqrt{E'_1 E'_2}} = \sqrt{\frac{E'_1}{E'_2}}$$

Επομένως τα σχετικά στοιχεία αναλογιώντων λειψών Δα είστε:

$$G_m^2 = \left(\frac{\partial m}{\partial E'_1}\right)^2 G_{E'_1}^2 + \left(\frac{\partial m}{\partial E'_2}\right)^2 G_{E'_2}^2 \Rightarrow G_m^2 = \frac{E'_2}{E'_1} (0.02) E'_1^{1/2} + \frac{E'_1}{E'_2} (0.02) E'_2^{1/2}$$

$$\Rightarrow G_m^2 = \frac{E_2'^2 E_1'^2}{E_1'E_2'} (0.02)^2 + \frac{E_2'^2 E_1'^2}{E_1'E_2'} (0.02)^2 \Rightarrow G_m = 0.02 \sqrt{2 E_1'E_2'} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G_m = 0.02 \frac{m}{\sqrt{2}} \Rightarrow G_m = 0.02 \frac{\sqrt{m}}{2} \Rightarrow \boxed{G_m = 0.01\sqrt{2} m}$$

$$\Rightarrow \underline{G_m = 1.8 \text{ MeV}}$$

(d) Τα φυσικά σύντομα ο γρίπες φαίνεται ως  $\pi^0$  ή είναι:

$$8.4 \cdot 10^{-17} \text{ s} + 1.519 \cdot 10^{21} \text{ GeV} \cdot \text{s}^{-1} = 1.28 \cdot 10^8 \text{ GeV}^{-1}$$

Επομένως ο φυσικός εύρος των τιμών  $\pi^0$  ή είναι:

$$\bar{t}_n = \frac{1}{T_\pi} = \frac{1}{1.28 \cdot 10^8 \text{ GeV}^{-1}} \Rightarrow T_\pi = 7.8 \cdot 10^{-9} \text{ GeV} \Rightarrow \bar{t}_\pi = 7.8 \cdot 10^{-6} \text{ keV}$$

Το εύρος αυτό είναι πολύ μηδέποτε από το εύρος των περιφερειακής κεραυνοφύσης των τιμών, εφαρμόζεται διαμερισμός κενότητας των κελτορυθμών. Επομένως οι εύροι τιμών αντικαίνεται αδιέξοδα περιφερειακής κελτορυθμών.

(e) Για το  $\pi^0$  ενέργειας 4 GeV, ο παραγόντας λορεντζ είναι  $\gamma = \frac{E_\pi}{m_\pi} \Rightarrow \gamma = 29.6$   
και  $\beta = \frac{P_\pi}{E_\pi} = \frac{\sqrt{E_\pi^2 - P_{\pi 0}^2}}{E_\pi} \Rightarrow \beta = 0.9994$ .

Τα σύντομα ανταπόκειται  $\pi^0$ , οι ίδιοι χρόνοι φαίνεται να είναι  $\tau_\pi$ . Τα αισθητά των επεξεργασιών φαίνεται να διασταθμώνονται, οι ίδιοι χρόνοι φαίνεται να είναι  $\langle t_n \rangle = \gamma \tau_\pi$ . κατά τη διάρκεια αυτή το πιο μεγάλο διανομέοντας είναι  $\langle t_n \rangle < \beta$  και το πιο αρνητικός διανομέοντας θα είναι:

$$\langle t_f \rangle = \langle t_i \rangle < \beta = \gamma \beta < \tau_\pi \Rightarrow \langle t_{\pi^0} \rangle = \underline{7.45 \times 10^{-7} \text{ m}}$$

Που είναι πολύ μηδέποτε από τη διάρκεια των κελτορυθμών

Oι γενιτικές της αφίσεις των φυσικών μεταλλικών και ζ-αϊδρων και  
η εγκριθείσα γενιτική (μεταλλική ή ζ-αϊδρη) στην περιοχή από σύντομη  
ανάθροψη των εργαστηρίων Δα οίσει:

$$P_{\text{ej}}' = \gamma (P_{\text{ej}}^{>0} + \beta E_\gamma) \Rightarrow P_{\text{ej}}' = \gamma \beta E_\gamma \Rightarrow \underline{P_{\text{ej}}'} = 1.9989 \text{ GeV}$$

$P_{Tg}' = P_{Tg}^{cu}$  naprifera avallaiwy arii tawhing cou  $77^\circ$ , enufier

$$P_{T\gamma}' = P_{T\gamma}^{cm} = 0.0675 \text{ GeV.}$$

Enofinie  $\Rightarrow$  júvia fezafj cur Sio eniorwçan da eira:  $\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{P_T'}{P_E} \right)$   
 $\Rightarrow \alpha = 3.9^\circ \Rightarrow \underline{\alpha = 6.7 \text{ m rad.}}$

Afăi său ca putere produsă sau emisie cu respectiv cor  
 valoare, de exemplu fără emisie  $R = 100\text{cm}$  nu face bine  
 în general. De exemplu arătă că, în anotății prefațăi vorbește că:  $R \Rightarrow$   
 $\Rightarrow d = 100 \cdot 6.7 \cdot 10^{-3} \Rightarrow d = 6.7\text{cm}$  anotății vorbește că  
 fără produsă sau emisie. În schimb să putere produsă sau  
 și se spune că  $d = 100\text{cm}$  este o valoare corectă. Aceea că  
 anotăție eibă să fie și să se schimbe. În anotăție,  
 au și spus că  $\pi^0$  eibă că la  $4\text{GeV}$  să fie  
 valoarea la care se schimba la  $\pi^0$  sau că  $\pi^0$  să eibă  
 că se schimba la  $4\text{GeV}$  să fie valoarea la care se schimba  
 la  $\pi^0$ , respectiv la care se schimba la  $4\text{GeV}$ .



$$/G(J^P) = 1^-(0^-)$$

We have omitted some results that have been superseded by later experiments. The omitted results may be found in our 1988 edition Physics Letters **B204** 1 (1988).

### $\pi^\pm$ MASS

VALUE (MeV)	DOCUMENT ID	TECN	CHG	COMMENT
<b>139.57018±0.00035 OUR FIT</b>				Error includes scale factor of 1.2.

### $\pi^+$ DECAY MODES

$\pi^-$  modes are charge conjugates of the modes below.

For decay limits to particles which are not established, see the section on Searches for Axions and Other Very Light Bosons.

Mode	Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )	Confidence level
$\Gamma_1 \mu^+ \nu_\mu$	[a] (99.98770±0.00004) %	
$\Gamma_2 \mu^+ \nu_\mu \gamma$	[b] ( 2.00 ±0.25 ) × 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_3 e^+ \nu_e$	[a] ( 1.230 ±0.004 ) × 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_4 e^+ \nu_e \gamma$	[b] ( 7.39 ±0.05 ) × 10 <sup>-7</sup>	
$\Gamma_5 e^+ \nu_e \pi^0$	( 1.036 ±0.006 ) × 10 <sup>-8</sup>	
$\Gamma_6 e^+ \nu_e e^+ e^-$	( 3.2 ±0.5 ) × 10 <sup>-9</sup>	
$\Gamma_7 e^+ \nu_e \nu \bar{\nu}$	< 5 × 10 <sup>-6</sup>	90%

Citation: K.A. Olive *et al.* (Particle Data Group), Chin. Phys. C, **38**, 090001 (2014) and 2015 update



$$/G(J^P) = 1^-(0^{-+})$$

We have omitted some results that have been superseded by later experiments. The omitted results may be found in our 1988 edition Physics Letters **B204** 1 (1988).

### $\pi^0$ MASS

The value is calculated from  $m_{\pi^\pm}$  and  $(m_{\pi^\pm} - m_{\pi^0})$ . See also the notes under the  $\pi^\pm$  Mass Listings.

VALUE (MeV)	DOCUMENT ID
<b>134.9766±0.0006 OUR FIT</b>	Error includes scale factor of 1.1.

### $\pi^0$ DECAY MODES

For decay limits to particles which are not established, see the appropriate Search sections ( $A^0$  (axion) and Other Light Boson ( $X^0$ ) Searches, etc.).

Mode	Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )	Scale factor/ Confidence level
$\Gamma_1 2\gamma$	(98.823±0.034) %	S=1.5
$\Gamma_2 e^+ e^- \gamma$	( 1.174±0.035 ) %	S=1.5
$\Gamma_3 \gamma$ positronium	( 1.82 ±0.29 ) × 10 <sup>-9</sup>	
$\Gamma_4 e^+ e^+ e^- e^-$	( 3.34 ±0.16 ) × 10 <sup>-5</sup>	
$\Gamma_5 e^+ e^-$	( 6.46 ±0.33 ) × 10 <sup>-8</sup>	
$\Gamma_6 4\gamma$	< 2 × 10 <sup>-8</sup>	CL=90%
$\Gamma_7 \nu \bar{\nu}$	[a] < 2.7 × 10 <sup>-7</sup>	CL=90%
$\Gamma_8 \nu_e \bar{\nu}_e$	< 1.7 × 10 <sup>-6</sup>	CL=90%
$\Gamma_9 \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$	< 1.6 × 10 <sup>-6</sup>	CL=90%

Citation: K.A. Olive *et al.* (Particle Data Group), Chin. Phys. C, **38**, 090001 (2014) and 2015 update

$\omega(782)$

$J^{PC} = 0^-(1^{--})$

### $\omega(782)$ DECAY MODES

Mode	Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )	Scale factor/ Confidence level
$\Gamma_1 \pi^+ \pi^- \pi^0$	(89.2 $\pm$ 0.7) %	
$\Gamma_2 \pi^0 \gamma$	( 8.28 $\pm$ 0.28) %	S=2.1
$\Gamma_3 \pi^+ \pi^-$	( 1.53 $\pm$ 0.11 ) $\pm$ 0.13 %	S=1.2
$\Gamma_4$ neutrals (excluding $\pi^0 \gamma$ )	( 8 $\pm$ 8 ) $\times$ 10 <sup>-3</sup>	S=1.1
$\Gamma_5 \eta \gamma$	( 4.6 $\pm$ 0.4 ) $\times$ 10 <sup>-4</sup>	S=1.1
$\Gamma_6 \pi^0 e^+ e^-$	( 7.7 $\pm$ 0.6 ) $\times$ 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_7 \pi^0 \mu^+ \mu^-$	( 1.3 $\pm$ 0.4 ) $\times$ 10 <sup>-4</sup>	S=2.1

Citation: K.A. Olive *et al.* (Particle Data Group), Chin. Phys. C, **38**, 090001 (2014) and 2015 update

$\eta$

$J^{PC} = 0^+(0^{++})$

We have omitted some results that have been superseded by later experiments. The omitted results may be found in our 1988 edition Physics Letters **B204** (1988).

### $\eta$ MASS

Recent measurements resolve the obvious inconsistency in previous  $\eta$  mass measurements in favor of the higher value first reported by NA48 (LAI 02). We use only precise measurements consistent with this higher mass value for our  $\eta$  mass average.

VALUE (MeV)	EVTS	DOCUMENT ID	TECN	COMMENT
<b>547.862 <math>\pm</math> 0.017 OUR AVERAGE</b>				

### $\eta$ DECAY MODES

Mode	Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )	Scale factor/ Confidence level
<b>Neutral modes</b>		
$\Gamma_1$ neutral modes	(72.12 $\pm$ 0.34) %	S=1.2
$\Gamma_2 2\gamma$	(39.41 $\pm$ 0.20) %	S=1.1
$\Gamma_3 3\pi^0$	(32.68 $\pm$ 0.23) %	S=1.1
$\Gamma_4 \pi^0 2\gamma$	( 2.56 $\pm$ 0.22 ) $\times$ 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_5 2\pi^0 2\gamma$	< 1.2 $\times$ 10 <sup>-3</sup>	CL=90%
$\Gamma_6 4\gamma$	< 2.8 $\times$ 10 <sup>-4</sup>	CL=90%
$\Gamma_7$ invisible	< 1.0 $\times$ 10 <sup>-4</sup>	CL=90%
<b>Charged modes</b>		
$\Gamma_8$ charged modes	(28.10 $\pm$ 0.34) %	S=1.2
$\Gamma_9 \pi^+ \pi^- \pi^0$	(22.92 $\pm$ 0.28) %	S=1.2
$\Gamma_{10} \pi^+ \pi^- \gamma$	( 4.22 $\pm$ 0.08 ) %	S=1.1



$$I(J^P) = \frac{1}{2}(0^-)$$

---

A REVIEW GOES HERE – Check our WWW List of Reviews

---

### $K^\pm$ MASS

VALUE (MeV)	DOCUMENT ID	TECN	CHG	COMMENT
<b>493.677±0.016 OUR FIT</b>	Error includes scale factor of 2.8.			
<b>493.677±0.013 OUR AVERAGE</b>	Error includes scale factor of 2.4. See the ideogram below.			

### $K^+$ DECAY MODES

$K^-$  modes are charge conjugates of the modes below.

Mode	Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )	Scale factor/ Confidence level
<b>Leptonic and semileptonic modes</b>		
$\Gamma_1 e^+ \nu_e$	( $1.582 \pm 0.007$ ) $\times 10^{-5}$	
$\Gamma_2 \mu^+ \nu_\mu$	( $63.56 \pm 0.11$ ) %	S=1.2
$\Gamma_3 \pi^0 e^+ \nu_e$ Called $K_{e3}^+$	( $5.07 \pm 0.04$ ) %	S=2.1
$\Gamma_4 \pi^0 \mu^+ \nu_\mu$ Called $K_{\mu 3}^+$	( $3.352 \pm 0.033$ ) %	S=1.9
$\Gamma_5 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu_e$	( $2.55 \pm 0.04$ ) $\times 10^{-5}$	S=1.1
$\Gamma_6 \pi^+ \pi^- e^+ \nu_e$	( $4.247 \pm 0.024$ ) $\times 10^{-5}$	
$\Gamma_7 \pi^+ \pi^- \mu^+ \nu_\mu$	( $1.4 \pm 0.9$ ) $\times 10^{-5}$	
$\Gamma_8 \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu_e$	< 3.5 $\times 10^{-6}$	CL=90%
<b>Hadronic modes</b>		
$\Gamma_9 \pi^+ \pi^0$	( $20.67 \pm 0.08$ ) %	S=1.2
$\Gamma_{10} \pi^+ \pi^0 \pi^0$	( $1.760 \pm 0.023$ ) %	S=1.1
$\Gamma_{11} \pi^+ \pi^+ \pi^-$	( $5.583 \pm 0.024$ ) %	



$$I(J^P) = \frac{1}{2}(0^-)$$

---

### $K^0$ MASS

VALUE (MeV)	EVTS	DOCUMENT ID	TECN	COMMENT
<b>497.611±0.013 OUR FIT</b>	Error includes scale factor of 1.2.			
<b>497.611±0.013 OUR AVERAGE</b>	Error includes scale factor of 1.2.			



$I(J^P) = 1(\frac{1}{2}^+)$  Status: \*\*\*

We have omitted some results that have been superseded by later experiments. See our earlier editions.

### $\Sigma^+$ MASS

The fit uses  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ , and  $\Lambda$  mass and mass-difference measurements.

VALUE (MeV)	EVTS	DOCUMENT ID	TECN	COMMENT
<b>1189.37±0.07 OUR FIT</b>		Error includes scale factor of 2.2.		
<b>1189.37±0.06 OUR AVERAGE</b>		Error includes scale factor of 1.8. See the ideogram below.		

### $\Sigma^+$ DECAY MODES

Mode	Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )	Confidence level
$\Gamma_1 p\pi^0$	(51.57±0.30) %	
$\Gamma_2 n\pi^+$	(48.31±0.30) %	
$\Gamma_3 p\gamma$	( 1.23±0.05 ) $\times 10^{-3}$	
$\Gamma_4 n\pi^+\gamma$	[a] ( 4.5 ±0.5 ) $\times 10^{-4}$	
$\Gamma_5 \Lambda e^+ \nu_e$	( 2.0 ±0.5 ) $\times 10^{-5}$	



$I(J^P) = 1(\frac{1}{2}^+)$  Status: \*\*\*

COURANT 63 and ALFF 65, using  $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda e^+ e^-$  decays (Dalitz decays), determined the  $\Sigma^0$  parity to be positive, given that  $J = 1/2$  and that certain very reasonable assumptions about form factors are true. The results of experiments involving the Primakoff effect, from which the  $\Sigma^0$  mean life and  $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda$  transition magnetic moment come (see below), strongly support  $J = 1/2$ .

### $\Sigma^0$ MASS

The fit uses  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ , and  $\Lambda$  mass and mass-difference measurements.

VALUE (MeV)	EVTS	DOCUMENT ID	TECN	COMMENT
<b>1192.642±0.024 OUR FIT</b>				

### $\Sigma^0$ DECAY MODES

Mode	Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )	Confidence level
$\Gamma_1 \Lambda\gamma$	100 %	
$\Gamma_2 \Lambda\gamma\gamma$	< 3 %	90%
$\Gamma_3 \Lambda e^+ e^-$	[a] $5 \times 10^{-3}$	

[a] A theoretical value using QED.



$I(J^P) = 1(\frac{1}{2}^+)$  Status: \*\*\*\*

We have omitted some results that have been superseded by later experiments. See our earlier editions.

### $\Sigma^-$ MASS

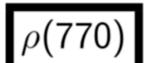
The fit uses  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ , and  $\Lambda$  mass and mass-difference measurements.

VALUE (MeV)	EVTS	DOCUMENT ID	TECN	COMMENT
<b>1197.449 ± 0.030 OUR FIT</b>		Error includes scale factor of 1.2.		
<b>1197.45 ± 0.04 OUR AVERAGE</b>		Error includes scale factor of 1.2.		

### $\Sigma^-$ DECAY MODES

Mode	Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )
$\Gamma_1 n\pi^-$	(99.848 ± 0.005) %
$\Gamma_2 n\pi^-\gamma$	[a] ( 4.6 ± 0.6 ) × 10 <sup>-4</sup>
$\Gamma_3 n e^- \bar{\nu}_e$	( 1.017 ± 0.034 ) × 10 <sup>-3</sup>
$\Gamma_4 n\mu^-\bar{\nu}_\mu$	( 4.5 ± 0.4 ) × 10 <sup>-4</sup>
$\Gamma_5 \Lambda e^- \bar{\nu}_e$	( 5.73 ± 0.27 ) × 10 <sup>-5</sup>

Citation: C. Patrignani *et al.* (Particle Data Group), Chin. Phys. C, **40**, 100001 (2016) and 2017 update



$I(G(J^P)) = 1^+(1^{--})$

A REVIEW GOES HERE – Check our WWW List of Reviews

### $\rho(770)$ MASS

We no longer list S-wave Breit-Wigner fits, or data with high combinatorial background.

#### NEUTRAL ONLY, $e^+e^-$

VALUE (MeV)	EVTS	DOCUMENT ID	TECN	COMMENT
<b>775.26 ± 0.25 OUR AVERAGE</b>				

### $\rho(770)$ DECAY MODES

Mode	Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )	Scale factor/ Confidence level
$\Gamma_1 \pi\pi$	~ 100	%
<b><math>\rho(770)^{\pm}</math> decays</b>		
$\Gamma_2 \pi^\pm\pi^0$	~ 100	%
$\Gamma_3 \pi^\pm\gamma$	( 4.5 ± 0.5 ) × 10 <sup>-4</sup>	S=2.2
$\Gamma_4 \pi^\pm\eta$	< 6	× 10 <sup>-3</sup> CL=84%
$\Gamma_5 \pi^\pm\pi^+\pi^-\pi^0$	< 2.0	× 10 <sup>-3</sup> CL=84%
<b><math>\rho(770)^0</math> decays</b>		
$\Gamma_6 \pi^+\pi^-$	~ 100	%
$\Gamma_7 \pi^+\pi^-\gamma$	( 9.9 ± 1.6 ) × 10 <sup>-3</sup>	
$\Gamma_8 \pi^0\gamma$	( 4.7 ± 0.6 ) × 10 <sup>-4</sup>	S=1.4
$\Gamma_9 \eta\gamma$	( 3.00 ± 0.21 ) × 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_{10} \pi^0\pi^0\gamma$	( 4.5 ± 0.8 ) × 10 <sup>-5</sup>	
$\Gamma_{11} \mu^+\mu^-$	[a] ( 4.55 ± 0.28 ) × 10 <sup>-5</sup>	
$\Gamma_{12} e^+e^-$	[a] ( 4.72 ± 0.05 ) × 10 <sup>-5</sup>	
$\Gamma_{13} \pi^+\pi^-\pi^0$	( 1.01 $^{+0.54}_{-0.36}$ ± 0.34 ) × 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_{14} \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$	( 1.8 ± 0.9 ) × 10 <sup>-5</sup>	
$\Gamma_{15} \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$	( 1.6 ± 0.8 ) × 10 <sup>-5</sup>	
$\Gamma_{16} \pi^0e^+e^-$	< 1.2	× 10 <sup>-5</sup> CL=90%
$\Gamma_{17} \eta e^+e^-$		

**$\eta'(958)$**

$J^G(J^{PC}) = 0^+(0^-+)$

### **$\eta'(958)$ MASS**

VALUE (MeV)	EVTS	DOCUMENT ID	TECN	COMMENT
<b>957.78 ± 0.06 OUR AVERAGE</b>				

### **$\eta'(958)$ DECAY MODES**

Mode	Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )	Confidence level
$\Gamma_1 \pi^+ \pi^- \eta$	(42.6 ± 0.7 ) %	
$\Gamma_2 \rho^0 \gamma$ (including non-resonant $\pi^+ \pi^- \gamma$ )	(28.9 ± 0.5 ) %	
$\Gamma_3 \pi^0 \pi^0 \eta$	(22.8 ± 0.8 ) %	
$\Gamma_4 \omega \gamma$	( 2.62 ± 0.13 ) %	
$\Gamma_5 \omega e^+ e^-$	( 2.0 ± 0.4 ) × 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_6 \gamma \gamma$	( 2.22 ± 0.08 ) %	
$\Gamma_7 3\pi^0$	( 2.54 ± 0.18 ) × 10 <sup>-3</sup>	
$\Gamma_8 \mu^+ \mu^- \gamma$	( 1.09 ± 0.27 ) × 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_9 \pi^+ \pi^- \mu^+ \mu^-$	< 2.9 × 10 <sup>-5</sup>	90%
$\Gamma_{10} \pi^+ \pi^- \pi^0$	( 3.61 ± 0.17 ) × 10 <sup>-3</sup>	
$\Gamma_{11} (\pi^+ \pi^- \pi^0)$ S-wave	( 3.8 ± 0.5 ) × 10 <sup>-3</sup>	
$\Gamma_{12} \pi^\mp \rho^\pm$	( 7.4 ± 2.3 ) × 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_{13} \pi^0 \rho^0$	< 4 %	90%
$\Gamma_{14} 2(\pi^+ \pi^-)$	( 8.6 ± 0.9 ) × 10 <sup>-5</sup>	
$\Gamma_{15} \pi^+ \pi^- 2\pi^0$	( 1.8 ± 0.4 ) × 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_{16} 2(\pi^+ \pi^-)$ neutrals	< 1 %	95%
$\Gamma_{17} 2(\pi^+ \pi^-) \pi^0$	< 1.8 × 10 <sup>-3</sup>	90%
$\Gamma_{18} 2(\pi^+ \pi^-) 2\pi^0$	< 1 %	95%
$\Gamma_{19} 3(\pi^+ \pi^-)$	< 3.1 × 10 <sup>-5</sup>	90%
$\Gamma_{20} K^\pm \pi^\mp$	< 4 × 10 <sup>-5</sup>	90%
$\Gamma_{21} \pi^+ \pi^- e^+ e^-$	( 2.4 ± 1.3 ) × 10 <sup>-3</sup>	
$\Gamma_{22} \pi^+ e^- \nu_e + \text{c.c.}$	< 2.1 × 10 <sup>-4</sup>	90%
$\Gamma_{23} \gamma e^+ e^-$	( 4.73 ± 0.30 ) × 10 <sup>-4</sup>	
$\Gamma_{24} \pi^0 \gamma \gamma$	< 8 × 10 <sup>-4</sup>	90%
$\Gamma_{25} 4\pi^0$	< 3.2 × 10 <sup>-4</sup>	90%
$\Gamma_{26} e^+ e^-$	< 5.6 × 10 <sup>-9</sup>	90%
$\Gamma_{27}$ invisible	< 5 × 10 <sup>-4</sup>	90%

### 43. CLEBSCH-GORDAN COEFFICIENTS, SPHERICAL HARMONICS, AND $d$ FUNCTIONS

Note: A square-root sign is to be understood over *every* coefficient, e.g., for  $-8/15$  read  $-\sqrt{8/15}$ .

$1/2 \times 1/2$  $1 \times 1/2$  $2 \times 1$  $1 \times 1$  $Y_\ell^{-m} = (-1)^m Y_\ell^m$	$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$ $Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\phi}$ $Y_2^0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right)$ $Y_2^1 = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi}$ $Y_2^2 = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin^2 \theta e^{2i\phi}$	Notation: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td><math>J</math></td><td><math>J</math></td><td>...</td></tr> <tr><td><math>M</math></td><td><math>M</math></td><td>...</td></tr> </table> Coefficients: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td><math>m_1</math></td><td><math>m_2</math></td><td></td></tr> <tr><td><math>m_1</math></td><td><math>m_2</math></td><td></td></tr> <tr><td>.</td><td>.</td><td></td></tr> <tr><td>.</td><td>.</td><td></td></tr> </table>	$J$	$J$	...	$M$	$M$	...	$m_1$	$m_2$		$m_1$	$m_2$		.	.		.	.	
$J$	$J$	...																		
$M$	$M$	...																		
$m_1$	$m_2$																			
$m_1$	$m_2$																			
.	.																			
.	.																			
$2 \times 3/2$  $2 \times 2$  $d_{3/2,3/2}$ $d_{3/2,1/2}$ $d_{3/2,-1/2}$ $d_{3/2,-3/2}$ $d_{1/2,1/2}$ $d_{1/2,-1/2}$	$3/2 \times 3/2$  $d_{0,0}$ $d_{1/2,1/2}$ $d_{1/2,-1/2}$ $d_{1,0}$ $d_{1,-1}$	$d_{1/2} = \cos \theta$ $d_{1/2,1/2} = \cos \frac{\theta}{2}$ $d_{1/2,-1/2} = -\sin \frac{\theta}{2}$ $d_{1,0} = -\frac{\sin \theta}{\sqrt{2}}$ $d_{1,-1} = \frac{1 - \cos \theta}{2}$																		
$3/2 \times 1$  $3/2 \times 3/2$  $d_{1/2,0}$ $d_{1/2,1/2}$ $d_{1/2,-1/2}$ $d_{1,0}$ $d_{1,-1}$	$d_{0,0}$ $d_{1/2,1/2}$ $d_{1/2,-1/2}$ $d_{1,0}$ $d_{1,-1}$	$d_{0,0} = \cos \theta$ $d_{1/2,1/2} = \cos \frac{\theta}{2}$ $d_{1/2,-1/2} = -\sin \frac{\theta}{2}$ $d_{1,0} = -\frac{\sin \theta}{\sqrt{2}}$ $d_{1,-1} = \frac{1 - \cos \theta}{2}$																		
$d_{2,2}$ $d_{2,1}$ $d_{2,0}$ $d_{2,-1}$ $d_{2,-2}$ $d_{1,1}$ $d_{1,0}$ $d_{1,-1}$ $d_{0,0}$	$d_{2,2}$ $d_{2,1}$ $d_{2,0}$ $d_{2,-1}$ $d_{2,-2}$ $d_{1,1}$ $d_{1,0}$ $d_{1,-1}$ $d_{0,0}$	$d_{2,2} = \left( \frac{1 + \cos \theta}{2} \right)^2$ $d_{2,1} = -\frac{1 + \cos \theta}{2} \sin \theta$ $d_{2,0} = \frac{\sqrt{6}}{4} \sin^2 \theta$ $d_{2,-1} = -\frac{1 - \cos \theta}{2} \sin \theta$ $d_{2,-2} = \left( \frac{1 - \cos \theta}{2} \right)^2$ $d_{1,1} = \frac{1 + \cos \theta}{2} (2 \cos \theta - 1)$ $d_{1,0} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta \cos \theta$ $d_{1,-1} = \frac{1 - \cos \theta}{2} (2 \cos \theta + 1)$ $d_{0,0} = \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right)$																		

**Figure 43.1:** The sign convention is that of Wigner (*Group Theory*, Academic Press, New York, 1959), also used by Condon and Shortley (*The Theory of Atomic Spectra*, Cambridge Univ. Press, New York, 1953), Rose (*Elementary Theory of Angular Momentum*, Wiley, New York, 1957), and Cohen (*Tables of the Clebsch-Gordan Coefficients*, North American Rockwell Science Center, Thousand Oaks, Calif., 1974).

