

ΦΥΣ 145 – Υπολογιστικές Μέθοδοι στη Φυσική

Τελική εξέταση

5 Μάη 2007

Ομάδα 1^η

Γράψτε το ονοματεπώνυμο, αριθμό ταυτότητάς **και το password** σας στο πάνω μέρος της αυτής της σελίδας.

Πρέπει να απαντήσετε και στα 5 προβλήματα που σας δίνονται. Τα προβλήματα είναι ισότιμα. Η σειρά με την οποία δίνονται δεν είναι αντιπροσωπευτική της δυσκολίας τους.

Πριν ξεκινήσετε διαβάστε προσεκτικά όλα τα προβλήματα. Ξεκινήστε από αυτό που νομίζετε ευκολότερο και συνεχίστε στα υπόλοιπα. Τα προγράμματά σας θα πρέπει να κάνουν compilation και να περιέχουν κάποια σχόλια για την κατανόηση του τι κάνετε.

ΟΔΗΓΙΕΣ – ΚΑΝΟΝΕΣ

Όλα τα προγράμματά σας θα πρέπει να τα γράψετε μέσα στο directory `final_groupA`. Τα προγράμματά σας δεν θα τα στείλετε με e-mail αλλά θα τα αφήσετε μέσα στο directory που δημιουργήσατε.

Μην ξεχάσετε να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας και αριθμό ταυτότητας σε κάθε file που αντιστοιχεί σε άσκηση.

Ο χρόνος εξέτασης είναι 4 ώρες.

Από τη στιγμή αυτή δεν υπάρχει συνεργασία/συζήτηση, ανταλλαγή αρχείων και e-mails με κανένα. Όλα τα κινητά θα πρέπει να παραμείνουν κλειστά. Σημειώσεις, χαρτάκια κλπ απαγορεύονται. Περίεργα logins από/προς accounts, windows κλπ θεωρούνται σοβαρές και άμεσες παραβάσεις των κανόνων των εξετάσεων.

Directories με files που δεν σας ανήκουν (labs ή homeworks) και δεν είναι από τις λύσεις ή παραδείγματα των διαλέξεων (δηλαδή τα πήρατε για εξάσκηση, για διάβασμα ή οτιδήποτε άλλο) θα πρέπει να τα σβήσετε πριν αρχίσει η εξέταση. Κατά τη διάρκεια της εξέτασης θα ελεγχθούν όλοι οι directories και όσοι βρεθούν με περίεργα files στα directories τους θα αποκλειστούν αυτόματα. Επομένως για αποφυγή παρεξηγήσεων σας παρακαλώ να σβήσετε οτιδήποτε δεν πρέπει να υπάρχει τώρα!

Με τον web browser μπορείτε να επισκεφθείτε **μόνο** την ιστοσελίδα του μαθήματος και ιστοσελίδες που είναι linked μέσω του μαθήματος.

Καλή επιτυχία

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ

1. Στη άσκηση αυτή θα πρέπει να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο διαβάζει κάποιους πίνακες δεδομένων θερμοκρασίας και πίεσης από κάποιο αρχείο και τυπώνει την ελάχιστη και μέγιστη θερμοκρασία και πίεση. Θα πρέπει να ελέγξετε το πρόγραμμά σας με τα δεδομένα που βρίσκονται στο αρχείο ~fotis/fgroupA/pt.data (θα πρέπει να το αντιγράψετε στο directory που δουλεύετε). Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να περιέχει τα ακόλουθα στοιχεία:

(α) Μια subroutine με το όνομα **input** η οποία σας ζητά να δώσετε το όνομα του αρχείου που περιέχει τα δεδομένα με τη μορφή “Το αρχείο που περιέχει τα δεδομένα Θερμοκρασίας και Πίεσης είναι:” και κατόπιν δέχεται την απάντηση του χρήστη. Η subroutine θα πρέπει να ελέγχει αν το αρχείο που έδωσε ο χρήστης υπάρχει ή όχι. Αν υπάρχει θα πρέπει να τυπώνει το μήνυμα “Εpekseragasia του arxeiou <filename>” όπου <filename> το όνομα του αρχείου που δώσατε. Αν το αρχείο δεν υπάρχει θα πρέπει να τυπώνει το μήνυμα: “Το arxeio <filename> δεν βρέθηκε” και να σταματά το πρόγραμμα. Προσοχή θα πρέπει να υπάρχει μόνο ένα κενό μεταξύ του ονόματος του αρχείου και της λέξης “δεν” στο παραπάνω μήνυμα. [5μ]

(β) Στην subroutine input θα πρέπει να διαβάσετε από το αρχείο τα δεδομένα θερμοκρασίας και πίεσης σε δύο πίνακες με τα ονόματα Temp και Press. Οι πίνακες θα πρέπει να έχουν ορισθεί με αρκετά μεγάλη φυσική διάσταση (NP) αλλά θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε μόνο το τμήμα τους που αντιστοιχεί στο πλήθος των δεδομένων που διαβάσατε (N). Επίσης το πρόγραμμά σας θα πρέπει να ελέγχει για μη κανονικά δεδομένα ή άδειες σειρές και να συνεχίζει κανονικά. [5μ]

(γ) Μια subroutine με το όνομα **stats** την οποία θα χρησιμοποιήσετε για να υπολογίσετε την μέση τιμή, την μέγιστη και ελάχιστη θερμοκρασία και πίεση. Θα πρέπει επίσης να ξέρετε την τιμή της θερμοκρασίας/(πίεσης) που αντιστοιχεί στην μέγιστη/(ελάχιστη) πίεση/(θερμοκρασία) που βρήκατε. Θα πρέπει να περάσετε τα στοιχεία των δεδομένων από την subroutine input στην stats με την χρήση κατάλληλων παραμέτρων. Για τους υπολογισμούς σας δεν θα πρέπει να λαμβάνετε υπ’ όψη δεδομένα που έχουν τιμές μικρότερες ή ίσες με μηδέν. [5μ]

(δ) Μια subroutine με το όνομα **output** την οποία θα χρησιμοποιήσετε για να τυπώσετε τα αποτελέσματά σας σε ένα αρχείο με όνομα askisi1.res. Θα πρέπει να περάσετε τα αποτελέσματα που βρήκατε στην subroutine stats στην subroutine output μέσω ενός common block κατάλληλα ορισμένο. Τα αποτελέσματά σας για την μέση θερμοκρασία και πίεση θα πρέπει να τα γράψετε με τη μορφή: “ Apotelesmata apo to arxeio ” <filename>

“Mesi thermokrasia dedomenwn = ” <νούμερο>

“Mesi piesi dedomenwn = ” , <νούμερο>

“Megisti thermokrasia poy paratirithike = ” <νούμερο> “gia piesi ” <νούμερο>

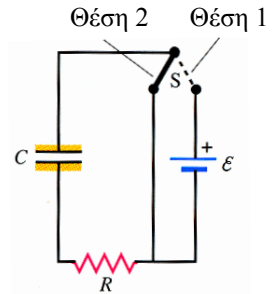
“Elaxisiti thermokrasia poy paratirithike = ” <νούμερο> , “gia piesi ” <νούμερο>

“Megisti piesi poy paratirithike = ” <νούμερο> “gia thermokrasia ” <νούμερο>

“Elaxisti piesi poy paratirithike = ” <νούμερο> “gia thermokrasia ” <νούμερο>

Τα νούμερά που τυπώνετε θα πρέπει να έχουν 2 δεκαδικά ψηφία. Τα αποτελέσματα θα πρέπει να περικλείονται σε 60 “*” στην αρχή και στο τέλος των παραπάνω printouts. [5μ]

2. Το παρακάτω ηλεκτρικό κύκλωμα περιέχει μια πηγή δυναμικού $V_0=10\text{Volts}$, μια αντίσταση $R=1\text{M}\Omega$ και ένα πυκνωτή χωρητικότητας $C = 1\mu\text{F}$. Αρχικά ο διακόπτης είναι ανοικτός και ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κλείνουμε το διακόπτη (θέση 1) και ο πυκνωτής αρχίζει να φορτίζεται. Μετά από 5sec ανοίγουμε και πάλι το διακόπτη (θέση 2) οπότε ο πυκνωτής αρχίζει να εκφορτίζεται. (α) Να γραφούν και να λυθούν οι εξισώσεις που περιγράφουν τη φόρτιση και εκφόρτιση του πυκνωτή στο παρακάτω χώρο που σας δίνεται. [3μ]



(β) Να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο λύνει αριθμητικά το πρόβλημα αυτό [10μ]

(γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση του φορτίου του πυκνωτή συναρτήσει του χρόνου για την διαδικασία που περιγράφηκε παραπάνω και για συνολικό χρόνο 10sec για την αναλυτική και αριθμητική λύση. [5μ] Θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε κατάλληλο χρονικό βήμα για την επίλυση του προβλήματος.

(δ) Να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση της σχετικού σφάλματος συναρτήσει του χρόνου. [2μ]

Τα γραφήματα θα πρέπει να τα αποθηκεύσετε στο αρχείο askisi2.ps και να φαίνεται η σύγκριση μεταξύ της αναλυτικής και αριθμητικής κατανομής.

3. Στις διαλέξεις εξετάσαμε την ραδιενεργή διάσπαση πυρήνων και το νόμο που τη διέπει. Στο πρόβλημα αυτό θα εξετάσουμε την περίπτωση που υπάρχουν δύο είδη πυρήνων A και B με πληθυσμό $N_A(t)$ και $N_B(t)$ αντίστοιχα. Έστω ότι οι πυρήνες A διασπώνται με χρόνο ημισείας ζωής τ_A και σχηματίζουν πυρήνες B οι οποίοι με τη σειρά τους διασπώνται με χρόνο ημισείας ζωής τ_B . Η διεργασία αυτή διέπεται από τις ακόλουθες δύο διαφορικές εξισώσεις:

$$\begin{aligned} dN_A(t)/dt &= -N_A(t)/\tau_A \quad \text{και} \\ dN_B(t)/dt &= N_A(t)/\tau_A - N_B(t)/\tau_B. \end{aligned}$$

Οι δύο αυτές εξισώσεις είναι γνωστές και σαν εξισώσεις ρυθμού. Οι όροι με “+” πρόσημο δηλώνουν παραγωγή κάποιου είδους ενώ οι όροι με “-” πρόσημο δηλώνουν την καταστροφή ενός είδους. Η μέθοδος του Euler μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την λύση των δύο αυτών συζευγμένων διαφορικών εξισώσεων προσεγγίζοντας τις παραγώγους στο αριστερό μέρος των εξισώσεων για να δώσουν όπως έχουμε δει:

$$\begin{aligned} (N_{A,i+1} - N_{A,i})/\Delta t &= -(N_{A,i}/\tau_A) \quad \text{και} \\ (N_{B,i+1} - N_{B,i})/\Delta t &= (N_{A,i}/\tau_A) - (N_{B,i}/\tau_B). \end{aligned}$$

Λύνοντας τις δυο αυτές εξισώσεις διαφορών παίρνουμε την επαναληπτική διαδικασία του αλγορίθμου του Euler.

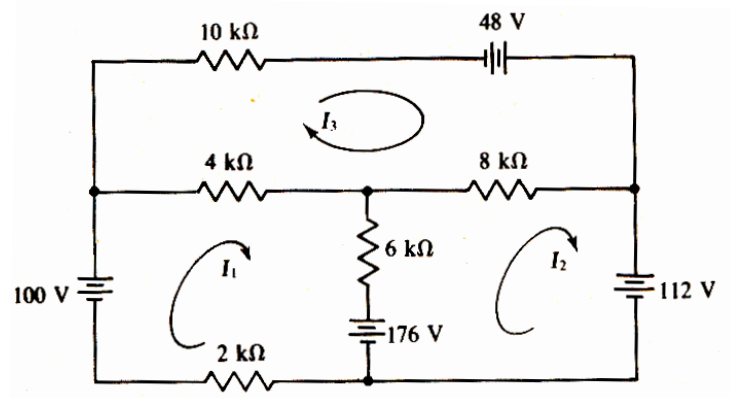
(α) Χρησιμοποιήστε την μέθοδο του Euler για να λύσετε το παραπάνω συζευγμένο σύστημα εξισώσεων για $N_A(t)$ και $N_B(t)$ χρησιμοποιώντας $\Delta t = 0.5 \text{ sec}$ για ένα χρονικό διάστημα 5sec και $N_{A,i=0} = 100$ και $N_{B,i=0} = 0$. Θεωρήστε ότι τ_A και τ_B είναι 4.0 και 1.0 sec αντίστοιχα. [12μ]

(β) Να κάνετε τη γραφική παράσταση του πληθυσμού των δυο τύπων πυρήνων συναρτήσει του χρόνου. [4μ]

(γ) Πως αλλάζουν τα αποτελέσματά σας αν ο αρχικός πληθυσμός των πυρήνων τύπου B είναι $N_{B,i=0} = 100$; Να γίνει και πάλι η αντίστοιχη γραφική παράσταση. [4μ]

Θα πρέπει τα δυο γραφήματά σας να τα αποθηκεύσετε στα αρχεία askisi3_a.ps και askisi3_b.ps. και σε κάθε γράφημα να υπάρχουν οι κατανομές N_A και N_B ώστε να μπορούν να συγκριθούν.

4. (α) Χρησιμοποιώντας την μέθοδο LU να βρεθούν τα ρεύματα I_1 , I_2 και I_3 που δείχνονται στο παρακάτω ηλεκτρικό κύκλωμα [15μ]. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να τυπώνει τα αποτελέσματα σε ένα αρχείο askisi4.res.
- (β) Για επαλήθευση θα πρέπει να λύσετε το πρόβλημα στο χώρο που σας δίνεται παρακάτω. [5μ]



5. Μια μπάλα του τένις μάζας 100gr χτυπά σε ένα κατακόρυφο τοίχο με ταχύτητα 108km/h. Η σύγκρουση με το τοίχο διαρκεί 0.01sec. Η δύναμη η οποία ασκεί ο τοίχος πάνω στην μπάλα έχει τη μορφή $F(t) = 50 \times e^{-0.5[(t-t_0)/\sigma]^2}$ N όπου $t_0=0.005\text{sec}$ και $\sigma = 0.00155\text{sec}$.

(α) Να εξηγήσετε τη μέθοδο που θα ακολουθήσετε για να υπολογίσετε τη ταχύτητα με την οποία αναπηδά η μπάλα μετά την πρόσκρουσή της στο τοίχο. [5μ]

(β) Να βρεθεί αριθμητικά η ταχύτητα με την οποία αναπηδά η μπάλα μετά την πρόσκρουσή της στον τοίχο. [15μ]

Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να τυπώνει σε ένα αρχείο askisi5.res την τιμή της αρχικής ταχύτητας της μπάλας και την τιμή της τελικής της ταχύτητας.