ΦΥΣ 140 – Εισαγωγή στην Επιστημονική Χρήση Υπολογιστών

2η Εργασία **Επιστροφή:**
6/10/2023

<u>Υπενθύμιση:</u> Οι εργασίες πρέπει να επιστρέφονται με e-mail στο ptochos.fotios@ucy.ac.cy που θα στέλνετε από το πανεπιστημιακό σας λογαριασμό το αργότερο μέχρι την ημερομηνία που αναγράφεται.
Ως subject του e-mail θα πρέπει να αναγράφεται την εργασία (username_phy140_hmX όπου X ο αριθμός της εργασίας, 01, 02, 03…)
Κάθε αρχείο που επισυνάπτετε (attach) στο e-mail σας θα πρέπει να έχει το όνομα στη μορφή username_hmX.tgz όπου username είναι το username του e-mail σας και X ο αριθμός της εργασίας. Επίσης σαν πρώτο σχόλιο μέσα σε κάθε file που περιέχει το πρόγραμμά σας θα πρέπει να αναφέρεται το ονοματεπώνυμό σας. Οι εργασίες είναι ατομικές και πανομοιότυπες εργασίες δε θα βαθμολογούνται. Για να κάνετε ένα tgz file (ουσιαστικά tar zipped file) θα πρέπει να δώσετε στο terminal την εντολή tar -czvf username_hmX.tgz *.py όπου py είναι όλα τα py files των προγραμμάτων σας.

1. Γράψτε ένα πρόγραμμα *PYTHON* το οποίο δέχεται έναν ακέραιο τριψήφιο αριθμό (π.χ. 123) που δίνεται από το πληκτρολόγιο και τον επιστρέφει με αναστραμμένα τα ψηφία του (π.χ. 321). Αυτό θα μπορούσατε να το κάνετε πολύ εύκολα αν χρησιμοποιούσατε τη γραμματοσειρά (string) του αριθμού και να την αναστρέψετε όπως είδαμε στις διαλέξεις περί strings. Ωστόσο το πρόγραμμά σας θα πρέπει να δουλεύει και για την περίπτωση που έχετε έναν κανονικό ακέραιο. Έχουμε αναφέρει την συνάρτηση *type*(*arg*) που επιστρέφει τον τύπο του *argument* καθώς και την συνάρτηση *is*. Για παράδειγμα κάποιος θα μπορούσε να δώσει την εντολή *type*(*the_input*) *is str* για να εξετάσει αν η μεταβλητή *the_input* είναι γραμματοσειρά.

2. Το πολυώνυμο Taylor, $P_N(x)$, για τη συνάρτηση $f(x) = \ln(x)$ που αναπτύσσεται ως προς $x_0 = 1$ είναι (προσεγγίζουμε δηλαδή την συνάρτηση ln(*x*) με το παρακάτω άθροισμα):

$$P_N(x) = \sum_{i=1}^{N} \frac{(-1)^{i+1}}{i}(x-1)^i$$

   Γράψτε ένα πρόγραμμα σε *PYTHON* το οποίο υπολογίζει και τυπώνει την αντίστοιχη τιμή $P_N(x)$ για τις περιπτώσεις που το $N = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$. Για κάθε περίπτωση τιμής του *N*, συγκρίνετε το αποτέλεσμά σας με την τιμή που σας δίνει η συνάρτηση *log*(*x*) που αντιστοιχεί στη συνάρτηση *ln*(*x*). Θεωρήστε ότι το *x* έχει κάποια τιμή κοντά στο x_0.

3. Να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο υπολογίζει την ακόλουθη σειρά $\sum_{k=1}^{200}(-1)^k \frac{5k}{k+1}$. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να τυπώνει το αποτέλεσμα στην οθόνη.

4. Γράψτε ένα πρόγραμμα *PYTHON* το οποίο υπολογίζει τη συνάρτηση $y = f(x)$ στο διάστημα $x \in [1,3]$ δηλαδή για τιμές του *x* από 1 έως 3. Η συνάρτηση περιγράφεται από την άπειρη σειρά:

$$f(x) = 0.6 - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{5x^5} + \frac{1}{7x^7} - \frac{1}{9x^9} + \cdots$$

   Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να υπολογίζει το παραπάνω άθροισμα για δεδομένη τιμή του *x* και θα πρέπει να προσθέτει όρους έως ότου η απόλυτη τιμή του προστιθέμενου όρου γίνει μικρότερη από 10^{-4}. Ελέγξετε το πρόγραμμά σας με το γεγονός ότι για $x = 2.5$, $y \sim 0.22$.

<u>Υπόδειξη:</u> Προσέξτε ότι μετά τον σταθερό όρο 0.6 οι υπόλοιποι όροι προκύπτουν από τον προηγούμενο με κάποια σχέση.

5. Γράψτε ένα πρόγραμμα *PYTHON* το οποίο υπολογίζει και επιστρέφει την Poisson πιθανότητα να παρατηρηθούν n γεγονότα όταν ο μέσος αριθμός των γεγονότων είναι μ και το καθένα συμβαίνει ανεξάρτητα από τα άλλα. Η Poisson κατανομή δίνεται από τη σχέση: $P[n;\mu] = \frac{\mu^n e^{-\mu}}{n!}$. Τι είναι περισσότερο πιθανό, να μην παρατηρηθεί κανένα γεγονός όταν ο μέσος όρος είναι μ=10, ή να παρατηρήσουμε ακριβώς 10^6 γεγονότα όταν ο μέσος όρος γεγονότων είναι 10^6; <u>Υπόδειξη:</u> Θα ήταν προτιμότερο το πρόγραμμά σας να υπολογίζει τον λογάριθμο της πιθανότητας $\mathrm{P}[n;\mu]$ για να αποφευχθούν οι υπολογισμοί με χρήση μεγάλων αριθμών.

6. Στην άσκηση αυτή θα γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο θα πρέπει να μετατρέπει ένα οποιοδήποτε πραγματικό αριθμό με βάση το 10, στον αντίστοιχό του με βάση το 2. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να μετατρέπει πρώτα το ακέραιο μέρος του πραγματικού αριθμού που δίνετε στο δυαδικό σύστημα και κατόπιν να χρησιμοποιεί το δεκαδικό μέρος του αριθμού και να το μετατρέπει στο δυαδικό σύστημα. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να γράφει το αποτέλεσμα της μετατροπής στην οθόνη του υπολογιστή. Θα πρέπει να δοκιμάσετε το πρόγραμμά σας για το αριθμό 1352631.4765625. Το πρόγραμμά σας **δεν** θα πρέπει να χρησιμοποιεί την συνάρτηση bin της python.

<u>Υπόδειξη</u>: Στο δεκαδικό σύστημα τα ψηφία ενός αριθμού μπορεί να έχουν 10 δυνατές τιμές (0,1,2,...,9) ενώ στο δυαδικό σύστημα μόνο δυο δυνατές τιμές, 0 ή 1.

<u>Μετατροπή του ακέραιου τμήματος ενός πραγματικού αριθμού σε δυαδική μορφή:</u>
Για να μετατρέψετε ένα ακέραιο αριθμό από το δεκαδικό σύστημα στο δυαδικό σύστημα θα πρέπει να βρείτε την ακολουθία των αριθμών που είναι δυνάμεις του 2 των οποίων το άθροισμα ισούται με τον δεκαδικό αριθμό. Για παράδειγμα ο αριθμός 156 γράφεται στο δυαδικό σύστημα σαν 10011100. Πως βρίσκουμε τον αριθμό αυτό;

Διαιρούμε τον αριθμό με το 2 και κρατάμε το υπόλοιπο της διαίρεσης. Κατόπιν διαιρούμε το πηλίκο της διαίρεσης και το διαιρούμε και πάλι δια 2 και κρατάμε το υπόλοιπο της διαίρεσης. Συνεχίζουμε την διαδικασία έως ότου το πηλίκο είναι 1. Το τελευταίο πηλίκο μαζί με όλα τα υπόλοιπα των διαιρέσεων στα προηγούμενα στάδια **σε αντίστροφη σειρά** είναι ο αριθμός στο δυαδικό σύστημα. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα με τον αριθμό 156 θα είχαμε:

156/2 = 78	78/2 = 39	39/2 = 19	19/2 = 9	9/2 = 4	4/2 = 2	2/2 = 1	
0	0	1	1	1	0	0	1

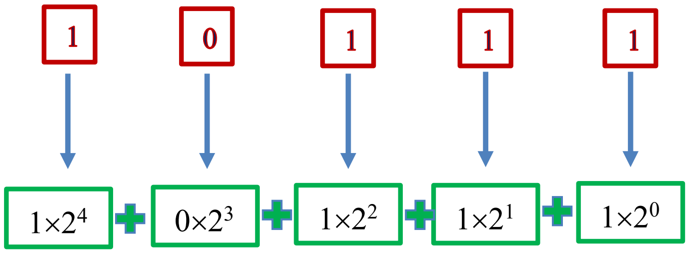
Επομένως: $156_{10} = 10011100_2$
Μετατροπή του δεκαδικού τμήματος ενός αριθμού σε δυαδική μορφή:
Για την περίπτωση του δεκαδικού μέρους η διαδικασία είναι λίγο διαφορετική. Στην περίπτωση αυτή πολλαπλασιάζουμε το δεκαδικό μέρος επί 2 και παίρνουμε ένα νέο πραγματικό αριθμό και κρατάμε το ακέραιο τμήμα του (το οποίο θα είναι 0 ή 1). Το δεκαδικό τμήμα του νέου πραγματικού αριθμού το πολλαπλασιάζουμε επί 2 και κρατάμε το ακέραιο τμήμα του πραγματικού αριθμού που προκύπτει. Συνεχίζουμε την διαδικασία έως ότου το δεκαδικό τμήμα γίνει 0. Όλα τα ακέραια τμήματα που βρήκαμε στη διαδικασία αυτή **με τη σειρά** που βρέθηκαν είναι η δυαδική μορφή του δεκαδικού τμήματος του αριθμού που δώσαμε.

Για παράδειγμα αν το δεκαδικό μέρος του πραγματικού αριθμού ήταν 0.375 τότε η παραπάνω διαδικασία θα έδινε:

2 × 0.375 = 0.750	2 × 0.750 = 1.500	2 × 1.500 = 3.000
0	1	1

Θα πάρουμε: $0.375_{10} = 011_2$

7. Να γράψετε ένα πρόγραμμα σε Python το οποίο να μετατρέπει έναν οποιοδήποτε δυαδικό αριθμό στον αντίστοιχό του στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης.
Υπόδειξη: Για να το κάνετε αυτό θα πρέπει να ξεκινήσετε να κινήστε από δεξιά προς τα αριστερά στον δυαδικό αριθμό και να πάρετε ένα προς ένα τα ψηφία του και κάθε φορά να πολλαπλασιάζετε το ψηφίο που εξετάζετε με κατάλληλη δύναμη του 2 (ο εκθέτης είναι η θέση του ψηφίου που εξετάζεται στον δυαδικό αριθμό) και το αποτέλεσμα να το προσθέτετε σε ένα άθροισμα που αντιπροσωπεύει την δεκαδική αναπαράσταση του δυαδικού αριθμού.
Για παράδειγμα: Έστω δίνεται ο δυαδικός αριθμός 10111. Η αναπαράστασή του σε δεκαδική μορφή είναι: $1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 23$



8. Να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο περιέχει μια συνάρτηση με όνομα *extract_lesser(mylist,N)*, το οποίο χρησιμοποιεί μία λίστα αριθμών, my*list*, για να βρει όλες τις τιμές που είναι μικρότερες από κάποιο αριθμό *N*, και τους τοποθετεί σε μια νέα λίστα την οποία επιστρέφει. Για έλεγχο των αποτελεσμάτων, θα πρέπει να τυπώνετε στην οθόνη του υπολογιστή την αρχική λίστα και την τροποποιημένη σε δύο στήλες, τη μία δίπλα στην άλλη (προσοχή μόνο γιατί δεν θα έχουν το ίδιο μέγεθος).

Θεωρήστε την λίστα *mylist*=[2, 4, 12, 8, 28, 3, 23, 16, 32, 25, -1, 6, 9, -2, 34, 48, 21, 31, 24, 43] και *N*=29.

9. Έστω J και K θετικοί ακέραιοι όπου $J \le K$. Η γενικευμένη ακολουθία Fibonacci προσδιορίζεται αν υποθέσουμε ότι το *J* είναι ο πρώτος όρος της σειράς, και *K* ο δεύτερος της σειράς και όλοι οι υπόλοιποι όροι προκύπτουν από το άθροισμα των δυο προηγούμενων όρων. Να γράψετε ένα πρόγραμμα, το οποίο διαβάζει από το πληκτρολόγιο το *J* και το *K* και τυπώνει τους πρώτους 50 όρους της γενικευμένης ακολουθίας με τέτοιο τρόπο ώστε να εμφανίζονται 5 αριθμοί σε κάθε γραμμή και να υπάρχουν 3 κενά ανάμεσα σε κάθε αριθμό. Δοκιμάστε το πρόγραμμά σας για *J* = 5 και *K* = 7.

10. Γράψτε ένα πρόγραμμα το οποίο βρίσκει τους δύο πρώτους άρτιους αριθμούς οι οποίοι διαιρούνται με το 7 και ο καθένας είναι τέλειο τετράγωνο (δηλαδή η τετραγωνική του ρίζα είναι ένας ακέραιος αριθμός).
Για παράδειγμα, ο πρώτος τέτοιος άρτιος αριθμός είναι το 196. Η τετραγωνική του ρίζα είναι το 14 και διαιρείται με το 7.