ΠΕΙΡΑΜΑ 5

Μελέτη ευθύγραμμης ομαλής και επιταχυνόμενης κίνησης.

Σκοπός του πειράματος

Σκοπός του πειράματος είναι να μελετηθούν τα βασικά φυσικά μεγέθη της μεταφορικής κίνησης σε μία διάσταση. Τα μεγέθη αυτά είναι η ταχύτητα (μέση και στιγμιαία) και η επιτάχυνση. Έπειτα θα γίνει συσχέτιση των μεγεθών αυτών με τις δυνάμεις που τα προκαλούν, οι οποίες βασίζονται στο Θεμελιώδη νόμο του Νεύτωνα. Οι μετρήσεις θα γίνουν με τη χρήση αεροδιαδρόμου και τη βοήθεια της θεωρίας του κεκλιμένου επιπέδου.

Στοιχεία από τη Θεωρία

Κατά τη διάρκεια της μεταφορικής κίνησης ενός σώματος, όλα τα σημεία του σώματος εκτελούν τις ίδιες μετατοπίσεις. Ένα πραγματικό αντικείμενο μπορεί να περιστρέφεται ή να ταλαντώνεται καθώς μεταφέρεται. Οι περιπλοκές αυτές αποφεύγονται αν, θεωρήσουμε το σώμα ως υλικό σημείο. Η μεταφορική κίνηση του υλικού σημείου περιγράφει πλήρως την κίνηση ντου σώματος ως σύνολο.

Υλικό σημείο, ορίζεται ως ένα απειροελάχιστο σημείο στο χώρο, στο οποίο βρίσκεται συγκεντρωμένη όλη η μάζα του σώματος. Επομένως, δεν εμπλέκεται περιστροφή και ταλάντωση. Ακόμα όμως και στην περίπτωση που το σώμα περιστρέφεται ή ταλαντώνεται κατά την κίνησή του, υπάρχει ένα σημείο του σώματος που λέγεται κέντρο μάζας το οποίο κινείται με τον ίδιο τρόπο που θα κινείται το υλικό σημείο με την επίδραση της ίδιας εξωτερικής δύναμης. Η κίνηση του κέντρου μάζας είναι μεταφορική.

Ταχύτητα

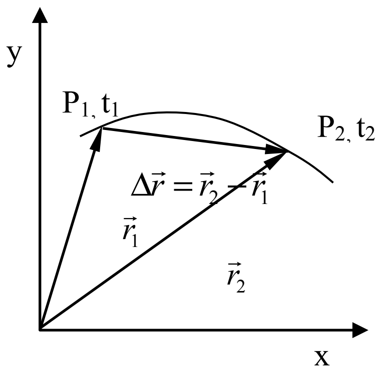
Μέση ταχύτητα

Η ταχύτητα ενός υλικού σημείου είναι ο ρυθμός μεταβολής της θέσης του. Σε ένα ορισμένο σύστημα αναφοράς, η θέση ενός υλικού σημείου δίνεται από το διάνυσμα θέσης $\vec{r}$ που αρχίζει από την αρχή του συστήματος και καταλήγει στο υλικό σημείο. Το Σχήμα α περιγράφει την κίνηση ενός υλικού σημείου. Για λόγους απλότητας θεωρούμε την κίνηση στο επίπεδο x –y. Υποθέτουμε ότι τη χρονική στιγμή t_1 το υλικό σημείο βρίσκεται στη Θέση $\mathbf{P_1}$ με διάνυσμα θέσης $\vec{r}_1$ και αργότερα σε μία χρονική στιγμή t_2 στη θέση $\mathbf{P_2}$ με διάνυσμα θέσης $\vec{r}_2$. Το διάνυσμα μετατόπισης $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ περιγράφει τη μεταβολή της θέσης του σωμάτιου καθώς κινείται από το P_1 στο P_2 σε χρόνο $\Delta t = t_2 - t_1$.

Η μέση ταχύτητα για το σωμάτιο ορίζεται από τη σχέση:

$$\vec{u}_\mu = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta\iota\acute{\alpha}\nu\upsilon\sigma\mu\alpha\ \mu\varepsilon\tau\alpha\tau\acute{o}\pi\iota\sigma\eta\varsigma}{\chi\rho\acute{o}\nu o\varsigma\ \pi o\upsilon\ \pi\varepsilon\rho\alpha\sigma\varepsilon} \tag{1}$$

Η ταχύτητα $\vec{u}_\mu$ είναι διάνυσμα και έχει διεύθυνση και φορά ίδιες με αυτές του $\Delta\vec{r}$ και μέτρο $\left|\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right|$. Η ταχύτητα λέγεται μέση γιατί ορίζεται από τη συνολική μετατόπιση και το συνολικό χρόνο που πέρασε και δεν μας λεει τίποτα για τη μορφή της τροχιάς και τα χαρακτηριστικά της κίνησης ανάμεσα στα P_1 και P_2 (ομαλή ή όχι).



Σχήμα α: Γραφική παράσταση για τον προσδιορισμό της μέσης ταχύτητας.

Για λόγους ευκολίας στην εργαστηριακή άσκηση θα μελετήσουμε τη μονοδιάστατη κίνηση επικεντρώνοντας την προσοχή μας στον άξονα x, οπότε προσδιορίζουμε την συνιστώσα της μέσης ταχύτητας:

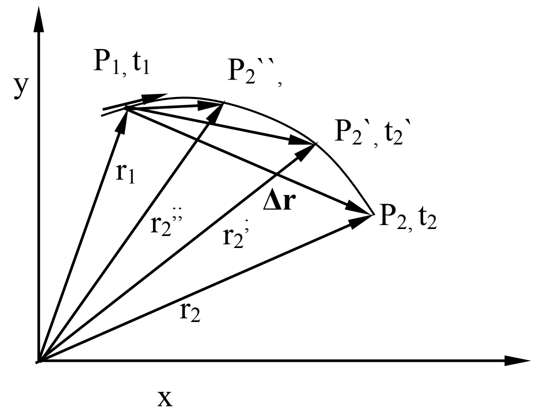
$$V_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{2}$$

Στην περίπτωση αυτή η κίνηση θα είναι ευθύγραμμη και ομαλή και κατά την κίνηση δεν υπάρχουν αλλαγές της ταχύτητας οπότε η τιμή της μέσης ταχύτητας που θα βρεθεί δεν θα διαφέρει ουσιαστικά από την τιμή της στιγμιαίας ταχύτητας που θα μελετηθεί στην επόμενη παράγραφο.

Στιγμιαία ταχύτητα

Όταν το σώμα κινείται με μεταβλητή ταχύτητα, ορίζουμε την στιγμιαία ταχύτητα. Για να ορίσουμε τη στιγμιαία ταχύτητα αναφερόμαστε στο Σχήμα β. Όταν το σώμα κινείται από τη θέση P_1 στη θέση P_2 στο χρόνο t_2-t_1, η μέση ταχύτητα έχει τη διεύθυνση της $\Delta\vec{r}$. Καθώς το P_2 διαλέγεται διαδοχικά στα σημεία P_2' και P_2'', δηλαδή φτάνει συνεχώς πιο κοντά στο P_1, το μέτρο και η διεύθυνση της μέσης ταχύτητας αλλάζουν συνεχώς. Όταν το P_2 πλησιάζει πολύ κοντά στο P_1 το διάνυσμα μετατόπισης μικραίνει και πλησιάζει μία οριακή διεύθυνση, εκείνη που έχει η εφαπτομένη της τροχιάς στο σημείο $\mathbf{P_1}$. Η οριακή τιμή του $\left|\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right|$ονομάζεται στιγμιαία ταχύτητα στο σημείο P_1 ή ταχύτητα του σώματος κατά τη χρονική στιγμή t_1. συγκεκριμένα, η στιγμιαία ταχύτητα ορίζεται από τη σχέση:

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad (3)$$



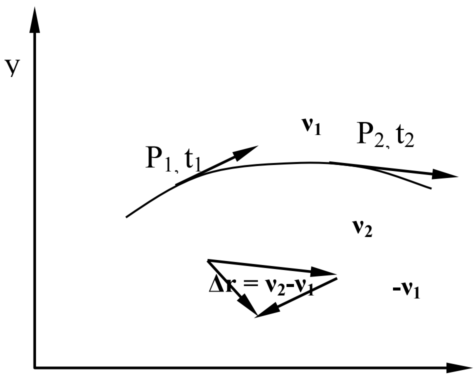
Σχήμα β: Γραφική Παράσταση για τον ορισμό της στιγμιαίας ταχύτητας.

Για την μονοδιάστατη κίνηση στον άξονα των x **:**

$$\vec{\upsilon}_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \qquad (4)$$

<u>3.10.2.2 Επιτάχυνση</u>

Όταν η ταχύτητα ενός κινούμενου σώματος αλλάζει είτε στο μέτρο είτε στη διεύθυνση είτε και στα δύο λέμε ότι το σώμα έχει επιτάχυνση. Η επιτάχυνση ενός σώματος είναι ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του .



Σχήμα γ. Γραφική παράσταση για τον ορισμό της μέσης επιτάχυνσης.

Όπως δείχνει το Σχήμα γ, ένα σώμα βρίσκεται τη στιγμή t_1 στο σημείο P_1 και κινείται στο επίπεδο x-y με στιγμιαία ταχύτητα $\overrightarrow{u_1}$ ενώ αργότερα τη στιγμή t_2 βρίσκεται στο σημείο P_2 όπου κινείται με στιγμιαία ταχύτητα $\overrightarrow{u_2}$. Η μέση επιτάχυνση $\vec{a}_\mu$στη διάρκεια της κίνησης από το P_1 στο P_2 ορίζεται ως η μεταβολή ης ταχύτητας δια του αντίστοιχου χρονικού διαστήματος, δηλαδή:

$$\vec{a}_\mu = \frac{\vec{u}_2 - \vec{u}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{u}}{\Delta t} \qquad (5)$$

Το $\vec{a}_\mu$ λέγεται μέση επιτάχυνση γιατί δεν γνωρίζουμε τίποτα για τη χρονική μεταβολή της ταχύτητας στη διάρκεια του χρονικού διαστήματος Δt. Γνωρίζουμε μόνο τη συνολική μεταβολή της ταχύτητας και το συνολικό χρόνο που πέρασε.

Αν η μεταβολή της ταχύτητας είναι ομαλή κατά διεύθυνση και μέτρο, δηλαδή σε ίσα χρονικά διαστήματα έχουμε ίσες μεταβολές της ταχύτητας, τότε έχουμε σταθερή επιτάχυνση.

Αν ένα σώμα κινείται έτσι ώστε η μέση επιτάχυνση του να μην είναι σταθερή λέμε ότι το σώμα έχει μεταβαλλόμενη επιτάχυνση είτε στο μέτρο είτε στη διεύθυνση είτε και στα δύο. Σε τέτοιες περιπτώσεις ορίζουμε την στιγμιαία επιτάχυνση:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{u}}{\Delta t} = \frac{du}{dt} \tag{6}$$

Όταν η επιτάχυνση είναι σταθερή η στιγμιαία επιτάχυνση ισούται με την μέση επιτάχυνση. Όταν η κίνηση γίνεται κατά μήκος του άξονα x τότε η πιο πάνω εξίσωση γράφεται ως εξής:

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta u_x}{\Delta t} = \frac{du_x}{dt} \tag{7}$$

Από τους ορισμούς της ταχύτητας και της επιτάχυνσης προκύπτουν οι βασικές εξισώσεις της κίνησης οι οποίες σε μία διάσταση και με σταθερή επιτάχυνση είναι:

$$u_x = u_{x0} + a_x t$$

$$x = x_0 + u_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \tag{8}$$

<u>Οι νόμοι του Νεύτωνα</u>

Ο ορισμός της δύναμης συνήθως ταυτίζεται με μια ώθηση ή έλξη. Στη Φυσική όμως, η δύναμη ορίζεται με τη βοήθεια της επιτάχυνσης που προσδίδεται σε σώμα μάζας m.

Η σχέση μεταξύ δύναμης $\vec{F}$ και επιτάχυνσης $\vec{a}$ δίνεται από την έκφραση:

$$\vec{F} = m\vec{a} \tag{9}$$

όπου η σταθερά αναλογίας m είναι η σταθερή μάζα του σώματος. Η εξίσωση (9) είναι ο **Δεύτερος Νόμος του Νεύτωνα**. Στην περίπτωση όπου η μάζα του σώματος δεν είναι σταθερή (όπως π.χ. συμβαίνει στην κίνηση των πυραύλων) τότε ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα γράφεται

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \tag{10}$$

Η έκφραση αυτή μας λεει ότι η δύναμη ισούται με το ρυθμό μεταβολής της ορμής.

Εάν η συνισταμένη δύναμη που ενεργεί σε ένα σώμα μάζας **m≠0** είναι μηδέν τότε:

$$\vec{F} = m\vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{u}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{u} = \textit{σταθερή} \tag{11}$$

Με απλά λόγια: Εάν δεν ενεργούν δυνάμεις σε ένα σώμα τότε το σώμα διατηρεί την κατάσταση ηρεμίας ή ομαλής κίνησης του σε ευθεία γραμμή. Αυτή η διατύπωση αποτελεί τον Πρώτο νόμο του Νεύτωνα που λέγεται συχνά και ο **νόμος της αδράνειας**.

Όταν ένα σώμα Β δέχεται μια δύναμη $\vec{F}$ από ένα σώμα, τότε και το σώμα Α δέχεται μια ίση και αντίθετη δύναμη $\vec{F}$ από το σώμα Β. Επομένως,

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA} \tag{12}$$

Αυτή η έκφραση **είναι ο Τρίτος Νόμος του Νεύτωνα.**

Όταν ένα σώμα μάζας *m* βρίσκεται στο πεδίο βαρύτητας της γης τότε ενεργεί στο σώμα μία δύναμη που είναι το βάρος του W και δίνεται με τη σχέση:

$$W = mg \tag{13}$$

όπου g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας.

Για να έχουμε μία πειραματική εμπειρία μέτρησης της επιτάχυνσης που προσδίδεται σε ένα σώμα, θα ήταν σκόπιμο να έχουμε μια σταθερή δύναμη που θα μπορούσαμε να τη ρυθμίσουμε ώστε να είναι δυνατή η περιγραφή της κίνησης. Δύο από τις περιπτώσεις που μπορούν να μας δώσουν εύκολα την παραπάνω προϋπόθεση είναι το κεκλιμένο επίπεδο και η χρήση της ακίνητης τροχαλίας. Στην άσκηση αυτή θα ασχοληθούμε μόνο με το κεκλιμένο επίπεδο.

Κεκλιμένο επίπεδο

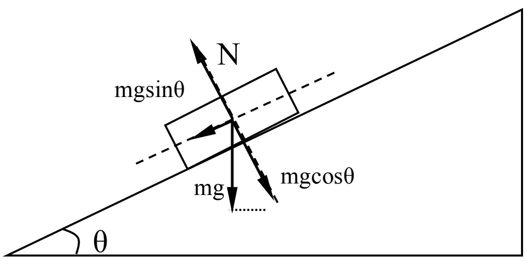
Έστω σώμα μάζας m βρίσκεται πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο με γωνία κλίσης θ Σχήμα δ. Όταν το σώμα αφήνεται ελεύθερο, κινείται με την επίδραση μίας σταθερής δύναμης **F = mgsinθ**, που είναι η συνιστώσα του βάρους κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου. Η δύναμη αυτή εξαρτάται μόνο από τη γωνία κλίσης θ και μπορεί να μεταβληθεί μεταβάλλοντας τη γωνία. Από το Νόμο τον Νεύτωνα έχουμε:

$$F = ma = mg\sin\theta \tag{14}$$

ή

$$a = g\sin\theta$$

Εάν η γωνία θ είναι πολύ μικρή μπορούμε να αντικαταστήσουμε το **sinθ≈θ** και η πιο πάνω εξίσωση γίνεται: $a \cong g\theta$



Σχήμα δ: Κεκλιμένο Επίπεδο.

Πειραματική διαδικασία

Γενικά στοιχεία

- Πριν αρχίσετε τις μετρήσεις να καθαρίσετε με οινόπνευμα (με ένα ρούχο) τόσο τον αεροδιάδρομο όσο και τους δύο δρομείς.
- Θέστε σε λειτουργία την αεραντλία. Ελέγξετε και ρυθμίσετε το οριζόντιο της διαδρομής με την αεροστάθμη και τα ρυθμιζόμενα ποδαράκια στήριξης του αεροδιάδρομου.
- Η συσκευή έναρξης βοηθά στην εκκίνηση του δρομέα.
- Οι τρεις θέσεις σταθεροποίησης αντιστοιχούν σε καθορισμένες και αναπαράξιμες, αρχικές ενέργειες.

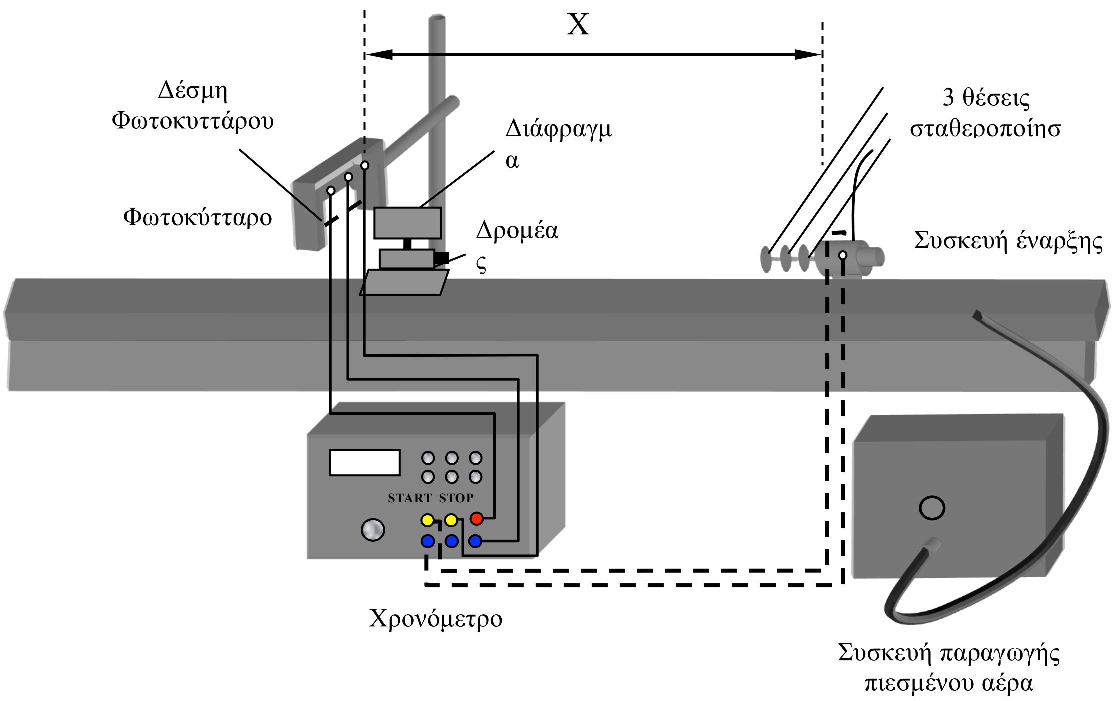
Εκτέλεση

Προσοχή! Η πειραματική διάταξη πρέπει να ελεγχθεί από τους υπεύθυνους του εργαστηρίου πριν την εκτέλεση της άσκησης.

1. Μέτρηση της ταχύτητας στην Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση.

- *Με τη βοήθεια της θεωρίας σφαλμάτων να βρεθεί η μέση τιμή της ταχύτητας καθώς και το σφάλμα για μια τιμή της απόστασης x.*
- *Να υπολογιστεί η ταχύτητα από τη γραφική παράσταση x=f(t).*

Η πειραματική διάταξη φαίνεται στο Σχήμα ε.



Σχήμα ε: Πειραματική διάταξη για υπολογισμό της μέσης ταχύτητας.

Για να επιτύχουμε την επαναληπτικότητα της μέτρησης της ταχύτητας επιβάλλεται το κινούμενο σώμα να ξεκινά σε κάθε μέτρηση με την ίδια ταχύτητα. Αυτό γίνεται με τη βοήθεια της συσκευής έναρξης η οποία προσφέρει τρεις διαφορετικές τιμές αρχικής ταχύτητας. Σ' αυτήν την εργαστηριακή άσκηση χρησιμοποιείστε τη μέγιστη τιμή της ταχύτητας.

Μέτρηση του χρόνου t

t είναι η χρόνος που χρειάζεται το κινούμενο σώμα να καλύψει την απόσταση **x**. Συνδέουμε τη συσκευή έναρξης στις υποδοχές START (Σχήμα ε) και το φωτοανιχνευτή L στο STOP του χρονομέτρου (**προσοχή έτσι ώστε τα χρώματα των υποδοχών του L_1 να ταιριάζουν με τα χρώματα στις υποδοχές STOP του χρονομέτρου**). Με αυτή τη συνδεσμολογία το χρονόμετρο ξεκινά μόλις τεθεί σε λειτουργία η συσκευή έναρξης και σταματά όταν το διάφραγμα του δρομέα διακόψει τη δέσμη του φωτοανιχνευτή (Σχήμα ε).

Μέτρηση απόστασης x.

Η απόσταση x είναι το διάστημα μεταξύ της συσκευής έναρξης και του φωτοανιχνευτή, L. Μετακινώντας το L σε διάφορες θέσεις μετρούμε τα αντίστοιχα διανύσματα $x_1, x_2, x_3, \ldots$ και τους αντίστοιχους χρόνους t_1, $t_2, t_3, \ldots$

Πάρτε μετρήσεις για **10** διαφορετικά διαστήματα που διανύει ο δρομέας και για κάθε διάστημα x μετράτε **5** φορές το χρόνο t.

2. Υπολογισμός της επιτάχυνσης της βαρύτητας g με τη βοήθεια του κεκλιμένου επιπέδου.

- *Να υπολογιστεί η επιτάχυνση $\vec{a}$ και έπειτα η δύναμη F, για 6 τουλάχιστο διαφορετικά ύψη του κεκλιμένου επιπέδου.*
- *Να χαραχθούν οι γραφικές παραστάσεις $F=f(\theta)$ και $F=f(\sin\theta)$ και έπειτα να υπολογιστεί η επιτάχυνση της βαρύτητας **g**. Να συγκρίνειε με την πραγματική τιμή και να υπολογίσετε το ποσοστό απόκλισης της από αυτήν. Που κατά τη γνώμη σας οφείλεται τυχόν αποκλίσεις από την πραγματική τιμή του g.*

Υπολογισμός της επιτάχυνσης $\vec{a}$

Στην ομαλή επιταχυνόμενη κίνηση η επιτάχυνση είναι σταθερή και μπορεί να υπολογιστεί από τον τύπο:

$$a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{u_{\tau\varepsilon\lambda.} - u_{\alpha\rho\chi.}}{t_{\tau\varepsilon\lambda.} - t_{\alpha\rho\chi.}}$$

Σ' αυτό το πείραμα έχουμε αρχικές συνθήκες: $t_{\alpha\rho\chi.}=0$, $u_{\alpha\rho\chi.}=0$ έτσι:

$$a = \frac{u}{t}$$

όπου ***u*** είναι η τελική ταχύτητα του κινητού και **t** ο χρόνος που χρειάστηκε το κινητό να επιταχυνθεί από την ηρεμία στην ταχύτητα ***u***.

Για να υπολογιστεί η τελική ταχύτητα, ***u***, του δρομέα χρησιμοποιείται ο ορισμός της στιγμιαίας ταχύτητας:

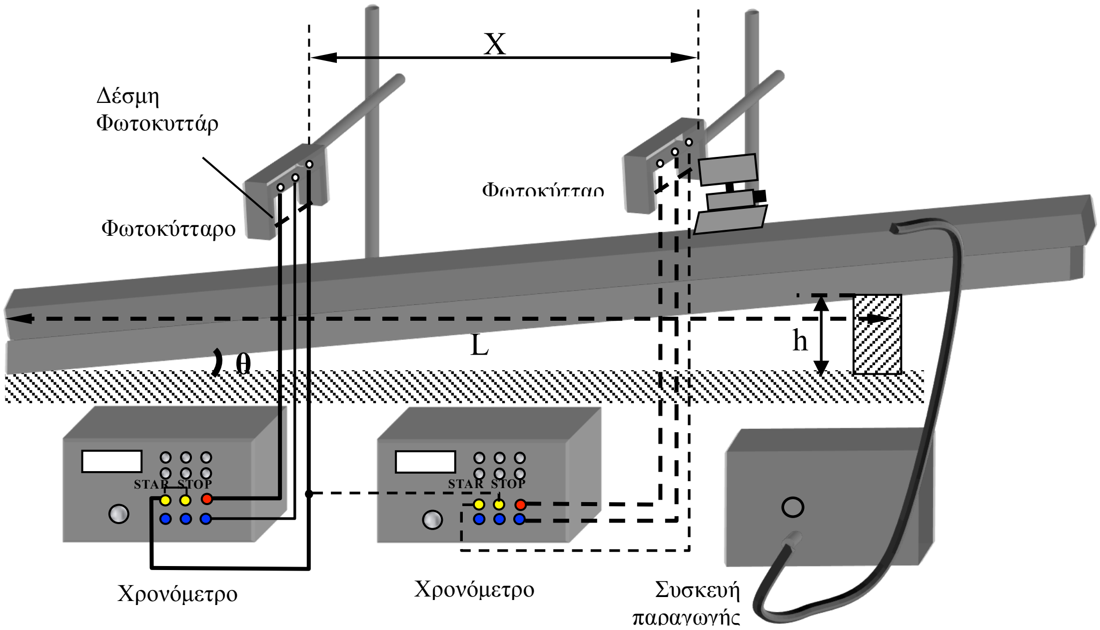
$$u = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

όπου,

ΔS : το μήκος του διαφράγματος και

Δt: ο χρόνος με τον οποίο ο δρομέας καλύπτει το μήκος του διαφράγματος (διαφορικός χρόνος)

Η πειραματική διάταξη για τον υπολογισμό του t και Δt φαίνεται στο Σχήμα (στ).



Σχήμα στ: Πειραματική διάταξη για τον υπολογισμό της επιτάχυνσης.

Το χρονόμετρο T_1, μετρά το χρόνο **t** (ο χρόνος με τον οποίο ο δρομέας καλύπτει την απόσταση **X**): το L_1 είναι συνδεδεμένο με το START του T_1 και το L_2 με το STOP έτσι ο χρόνος ξεκινά μόλις ο δρομέας διακόψει τη δέσμη του L_1 και σταματά όταν ο δρομέας διακόψει τη δέσμη του L_2. **Προσοχή :** Η εκκίνηση του δρομέα γίνεται 1mm πριν αρχίσει να μετράει ο χρόνος στο T1 οπότε η αρχική ταχύτητα του δρομαία θα είναι μηδέν.

Το T_2 είναι ρυθμισμένο να μετρά το Δt (ο χρόνος με τον οποίο ο δρομέας καλύπτει το μήκος του διαφράγματος του κινητού). Το τελευταίο επιτυγχάνεται βραχυκυκλώνοντας τις υποδοχές *START-STOP* του T_2, ενώ ο διακόπτης *STOP-INVERT* είναι πιεσμένος. Μ' αυτό τον τρόπο το φωτοκύτταρο δίνει σήμα στο μετρητή τόσο να ξεκινήσει όσο και να σταματήσει τη μέτρηση. Η μέτρηση αρχίζει όταν το διάφραγμα του δρομέα διακόψει τη δέσμη φωτός στο φωτοκύτταρο και σταματά όταν η δέσμη επανέλθει. Έτσι ο μετρητής μετρά το χρόνο που το διάφραγμα χρειάζεται να περάσει μέσα από το φωτοκύτταρο, το διαφορικό χρόνο Δt.

Υπολογισμός της γωνίας θ

Για τον υπολογισμό της γωνιάς θ χρησιμοποιείται απλή τριγωνομετρία. Από το Σχήμα στ βλέπουμε ότι: $\tan\theta = \frac{h}{L}$