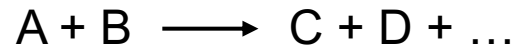


# Σχετικιστικές σκεδάσεις

Γενικά μια σκέδαση, από τη φύση της, είναι ένα φαινόμενο το οποίο συμβαίνει τόσο γρήγορα που δεν υπάρχουν εξωτερικές επιρροές από δυνάμεις όπως η βαρύτητα, η τριβή κλπ



## Κλασικές Σκεδάσεις:

- Ολική μάζα διατηρείται:  $m_A + m_B = m_C + m_D$
- Ολική ορμή διατηρείται:  $\vec{p}_A + \vec{p}_B = \vec{p}_C + \vec{p}_D$

Σύμφωνα με την μεταβολή της κινητικής ενέργειας μπορούμε να έχουμε:

- Πλαστική κρούση:  $T_A + T_B > T_C + T_D$  Μείωση της κινητικής ενέργειας
- Εκρηκτική κρούση:  $T_A + T_B < T_C + T_D$  Αύξηση της κινητικής ενέργειας
- Ελαστική κρούση:  $T_A + T_B = T_C + T_D$  Διατήρηση της κινητικής ενέργειας

## Σχετικιστικές Σκεδάσεις:

- Ολική ενέργεια διατηρείται:  $E_A + E_B = E_C + E_D$
  - Ολική ορμή διατηρείται:  $\vec{p}_A + \vec{p}_B = \vec{p}_C + \vec{p}_D$
- }  $p_A^\mu + p_B^\mu = p_C^\mu + p_D^\mu$   
Διατήρηση 4-ορμής

Η κινητική ενέργεια μπορεί να διατηρείται ή όχι

Μπορούμε να ορίσουμε την ολική μάζα ενός συστήματος:  $M_T^2 c^4 = E_T^2 - p_T^2 c^2$

αλλά η ολική μάζα αυτή δεν είναι απαραίτητα το άθροισμα των μαζών:  $M_T \neq \sum_i m_i$

# Σχετικιστικές σκεδάσεις

Μπορούμε να κατατάξουμε τις σκεδάσεις σε:

- Πλαστική σκέδαση: Μείωση της κινητικής ενέργειας      Αύξηση μάζας και ενέργειας ηρεμίας
- Εκρηκτική κρούση: Αύξηση της κινητικής ενέργειας      Μείωση μάζας και ενέργειας ηρεμίας
- Ελαστική κρούση: Διατήρηση της κινητικής ενέργειας      Διατήρηση μάζας και ενέργειας ηρεμίας

□ Το σύστημα αναφοράς του κέντρο μάζας ορίζεται σαν το σύστημα στο οποίο  $\vec{p}_T = 0$

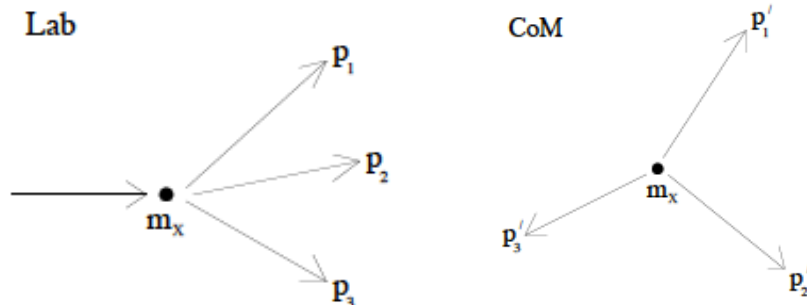
□ Επομένως στο σύστημα αυτό θα έχουμε:  $m_T c^2 = E_{cm} = \sqrt{s}$

➤ Καλούμε την ολική μάζα του συστήματος σαν ενέργεια κέντρου μάζας και συμβολίζεται με το τετράγωνο του  $s$

➤ Πολύ σημαντικό το αναλλοίωτο της ποσότητας αυτής

□ Παράδειγμα: Διάσπαση σωματιδίου

Έστω σωματίδιο  $X$  διασπάται σε 3 άλλα σωματίδια, τα οποία εξερχόμενα έχουν ορμές και  $E$ . Αθροίζοντας τις ενέργειες και ορμές μπορούμε να βρούμε την συνολική μάζα  $m_T$



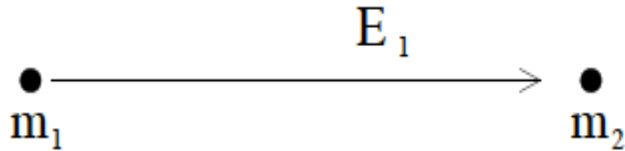
Η  $m_T$  είναι ίδια για όλα τα συστήματα αναφοράς επομένως και για το σύστημα COM

Εξ' ορισμού όμως:  $m_T = m_X$

οπότε μπορούμε να βρούμε τη μάζα του  $X$ :

# Σύγκρουση με ακίνητο στόχο

Θεωρούμε τη σκέδαση ενός σωματιδίου μάζας  $m_1$  και ενέργειας  $E_1$  το οποίο πέφτει σε ακίνητο σωματίδιο μάζας  $m_2$ .



Η ολική ενέργεια είναι:  $E_T = E_1 + m_2 c^2$

Η ολική ορμή είναι:  $p_T c = \sqrt{E_1^2 - m_1^2 c^4}$

Η ενέργεια COM θα είναι:  $s = m_T^2 c^4 = E_T^2 - p_T^2 c^2 = E_1^2 + 2 E_1 m_2 c^2 + m_2^2 c^4 - E_1^2 + m_1^2 c^4$   
 $s = 2 E_1 m_2 c^2 + m_2^2 c^4 + m_1^2 c^4$

Δηλαδή δεν χρειάζεται να κάνουμε το μετασχηματισμό στο COM για να βρούμε την ενέργεια του κέντρου μάζας  $E_{\text{COM}}$  αφού είναι αναλλοίωτη ποσότητα

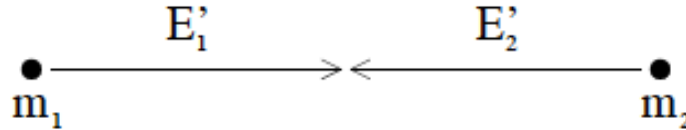
Διαφορετικά σε αρκετές περιπτώσεις θέλουμε μια συγκεκριμένη ενέργεια κέντρου μάζας π.χ. ενός σωματιδίου που θέλουμε να παράξουμε. Στην περίπτωση αυτή, ανακατανομή θα δώσει:

$$E_1 = \frac{s - m_1^2 c^4 - m_2^2 c^4}{2 m_2^2 c^4}$$

Το σύστημα αυτό ονομάζεται σύστημα ακίνητου στόχου

# Σύγκρουση με κινούμενα σωματίδια

Θεωρούμε τη σκέδαση στο COM σωματιδίου μάζας  $m_1$  και ενέργειας  $E_1$  με σωματίδιο μάζας  $m_2$  και ενέργειας  $E_2$  που έχει αντίθετη ορμή.



Η ολική ενέργεια είναι:  $E_1' + E_2' = \sqrt{s}$  (1)

Επειδή είμαστε στο COM:  $\vec{p}_T = 0 \Rightarrow |\vec{p}_1| = |\vec{p}_2| \Rightarrow E_1'^2 - m_1^2 c^4 = E_2'^2 - m_2^2 c^4$

Μπορούμε να το γράψουμε:  $E_1'^2 - E_2'^2 = (E_1' - E_2')(E_1' + E_2') = (m_1^2 - m_2^2) c^4$

$$\Rightarrow (E_1' - E_2') = \frac{(m_1^2 - m_2^2) c^4}{\sqrt{s}} \quad (2)$$

Αθροίζοντας (1) και (2):  $\Rightarrow 2E_1' = \sqrt{s} + \frac{(m_1^2 - m_2^2) c^4}{\sqrt{s}} \Rightarrow E_1' = \frac{s + (m_1^2 - m_2^2) c^4}{2\sqrt{s}}$  ανάλογα για το  $E_2'$

## Συγκρουόμενες δέσμες vs σταθερός στόχος

Είναι ενδιαφέρον να συγκρίνουμε αυτό το αποτέλεσμα με αυτό για σταθερό στόχο,  $m_{1,2}c^2 \ll \sqrt{s}$

$$\begin{aligned} \text{Έχουμε: } E'_1 &\approx \frac{s}{2\sqrt{s}} = \frac{\sqrt{s}}{2} \quad \text{συγκρουόμενες δέσμες} \\ \text{Έχουμε: } E_1 &\approx \frac{s}{2m_2c^2} = \frac{\sqrt{s}}{2} \frac{\sqrt{s}}{m_2c^2} \quad \text{σταθερός στόχος} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{Έχουμε: } E'_1 &\approx \frac{s}{2\sqrt{s}} = \frac{\sqrt{s}}{2} \quad \text{συγκρουόμενες δέσμες} \\ \text{Έχουμε: } E_1 &\approx \frac{s}{2m_2c^2} = \frac{\sqrt{s}}{2} \frac{\sqrt{s}}{m_2c^2} \quad \text{σταθερός στόχος} \end{aligned}} \right\} \Rightarrow E_1 > E'_1 \quad \text{κατά ένα παράγοντα } \frac{\sqrt{s}}{m_2c^2}$$

Έστω θέλουμε να παράξουμε σωματίδια  $Z^0$  (μάζα ηρεμίας  $m_Z \sim 91 \text{ GeV}/c^2$ ) συγκρούοντας  $e^+$  με  $e^-$

Η μάζα του ηλεκτρονίου και ποζιτρονίου είναι:  $m_{e^+} = m_{e^-} = 511 \text{ keV}/c^2 = 511 \times 10^{-6} \text{ GeV}/c^2$

Εφόσον η μάζα του  $Z^0$  είναι  $91 \text{ GeV}/c^2$  η ενέργεια του COM είναι:  $E_{cm} = \sqrt{s} = 91 \text{ GeV}$

Για συγκρουόμενες δέσμες θα πρέπει:  $E_{e^+} = E_{e^-} = \frac{\sqrt{s}}{2} = 45.5 \text{ GeV}$

Για σταθερό στόχο θα πρέπει ποζιτρόνια να πέφτουν πάνω σε ηλεκτρόνια οπότε:

$$E_1 \approx \frac{91^2}{2m_{e^-}c^2} = \frac{8281}{1022} \times 10^6 \text{ GeV} \Rightarrow E_1 \approx 8 \text{ PeV}!!$$

Χρειάζεται τεράστια ενέργεια για να παραχθεί το ίδιο σωματίδιο

Το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας χάνεται άσκοπα σε κινητική ενέργεια για το σωματίδιο  $Z^0$

Οι συγκρούσεις αντίθετων δεσμών πολύ πιο αποδοτικές από αυτές σε σταθερό στόχο

# Διαγράμματα Feynman

# Εισαγωγή

Μέχρι τώρα έχουμε δει διάφορες αλληλεπιδράσεις και έχουμε σχεδιάσει γραφήματα που αντιπροσωπεύουν την αλληλεπίδραση που έλαβε χώρα.

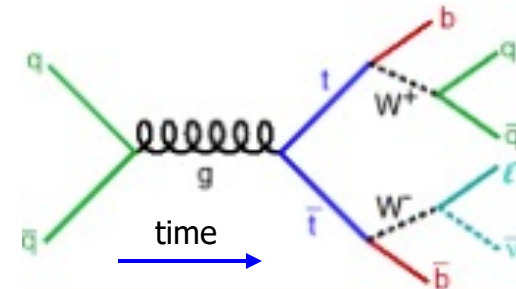
Ονομάσαμε τα διαγράμματα αυτά: **Διαγράμματα Feynman**

Στα διαγράμματα αυτά είπαμε ότι υπήρχαν τα αρχικά συστατικά της αλληλεπίδρασης αλλά και άλλα σωματίδια κάποια από τα οποία ονομάσαμε **virtual σωματίδια** (ή **δυναμικά σωματίδια**)

Τα διαγράμματα αυτά αναπαριστούν στην μια διεύθυνση το χρόνο που συμβαίνει η αλληλεπίδραση (συνήθως αυτή είναι η οριζόντια διεύθυνση) ενώ η κατακόρυφη διεύθυνση αναπαριστά τον χώρο

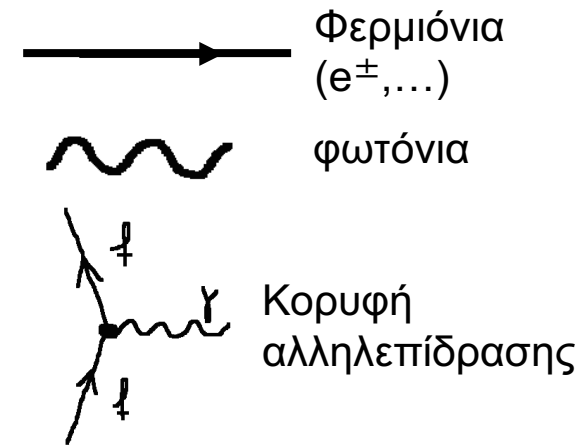
- Ελευθερία ως προς την επιλογή των «αξόνων» αλλά πρέπει να σημειωθεί ποιες διευθύνσεις λαμβάνονται για κάθε αναπαράσταση

Αυτό που έχει σημασία είναι η τοπολογία του διαγράμματος (τι συνδέεται που) και όχι πως θα ζωγραφιστεί στο χαρτί



# Η πρώτη κβαντική θεωρία πεδίου: QED

- Η Κβαντική Ηλεκτροδυναμική (QED) περιγράφει τις αλληλεπιδράσεις ηλεκτρικά φορτισμένων σωματιδίων (ηλεκτρόνια, μίονια, quarks...) με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο
- Εμπεριέχει μόνο μια κορυφή αλληλεπίδρασης (**interaction vertex**), αυτή με  $e\bar{e}\gamma$ 
  - Αποτελεί την πρώτη ρεαλιστική κβαντική θεωρία πεδίου και αποτέλεσε παράδειγμα για την κατασκευή όλων των άλλων θεωριών πεδίου
  - Χρησιμοποίηση του αναλλοίωτου της βαθμίδας σαν τη βασική αρχή για την δημιουργία αλληλεπιδράσεων





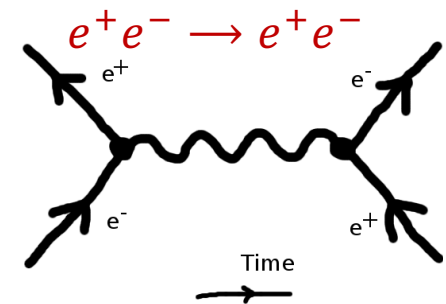
# Κατασκευή των διαγραμμάτων Feynman

## ➤ Κανόνες για QED

- ❑ Για απλότητα: θεώρηση ενός σταθερού άξονα - χρόνων
- ❑ Τα φερμιόνια (ηλεκτρόνια, ποζιτρόνια) αναπαριστώνται με ευθύγραμμα τμήματα και βέλη ενώ τα φωτόνια με κυματιστές γραμμές
- Αν τα βέλη των φερμιονίων δείχνουν:
  - (αντι-)παράλληλα με τον άξονα του χρόνου, τότε αναπαριστούν (αντι-)σωματίδια.
  - ✓ Αυτό είναι σημαντικό μόνο για τις εξωτερικά σωματίδια (εξωτερικές γραμμές)
- Κατά μήκος μιας φερμιονικής γραμμής δεν επιτρέπεται να υπάρχουν "συγκρουόμενα" βέλη φερμιονίων. Σχετίζονται με παραβίαση λεπτονικού αριθμού (και φορτίου)

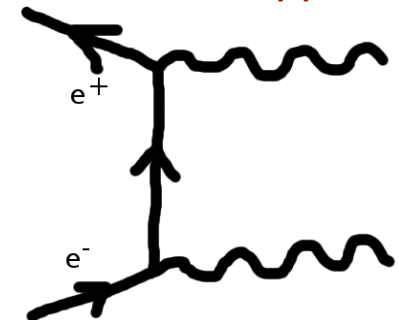
## Παραδείγματα

### ✓ Σκέδαση Bhabha



### ✓ Εξαϋλωση ζεύγους

$$e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$$



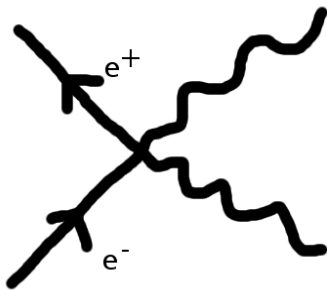
# Τι να αποφεύγεται στη κατασκευή διαγραμμάτων Feynman

## ▪ Μη επιτρεπόμενες κορυφές αλληλεπίδρασης

❑ **Κανόνας:** Θεώρηση μόνο κορυφών που υπάρχουν στη θεωρία. Οι κορυφές αυτές αντιστοιχούν στους όρους αλληλεπίδρασης στη Hamiltonian

❑ QED: μόνο κορυφές  $e e \gamma$

➤ Κακό παράδειγμα:

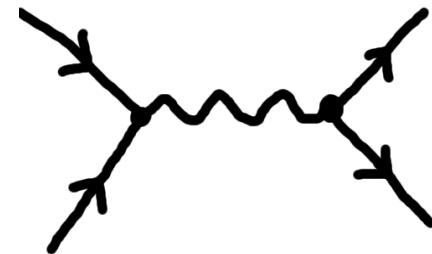


## ▪ Συγκρουόμενα βέλη

**Κανόνας:** Μην αλλάζετε τη ροή του βέλους κατά μήκος μιας φερμιονικής γραμμής, γιατί τότε αλλάζει η ροή των κβαντικών αριθμών και νόμων διατήρησης.

Στην QED έχουμε διατήρηση φερμιονικού αριθμού και φορτίου

➤ **Κακό παράδειγμα:** γενικά φαίνεται καλό αλλά τοπικά σε κάθε κορυφή έχουμε παραβίαση λεπτονικού αριθμού και φορτίου



# Διάγραμμα Feynman – ΕΜ αλληλεπιδράσεις

Το απλούστερο διάγραμμα είναι για τις ηλεκτρομαγνητικές (φωτόνιο) αλληλεπιδράσεις των λεπτονίων (ηλεκτρόνιο, μίονιο, τ-λεπτόνιο)

Το ηλεκτρόνιο (μίονιο, τ) αντιπροσωπεύονται με συμπαγείς γραμμές με ένα βέλος προς την θετική διεύθυνση του χρόνου (+t)

Τα αντισωματίδια αντιπροσωπεύονται με συμπαγείς γραμμές με το βέλος να δείχνει προς την αρνητική διεύθυνση του χρόνου (-t)

➤ Τα διανύσματα δεν έχουν καμιά σχέση με διανύσματα ορμής

Τα φωτόνια είναι κυματοειδής μορφής χωρίς να προσδιορίζεται κάποια διεύθυνση στο χρόνο

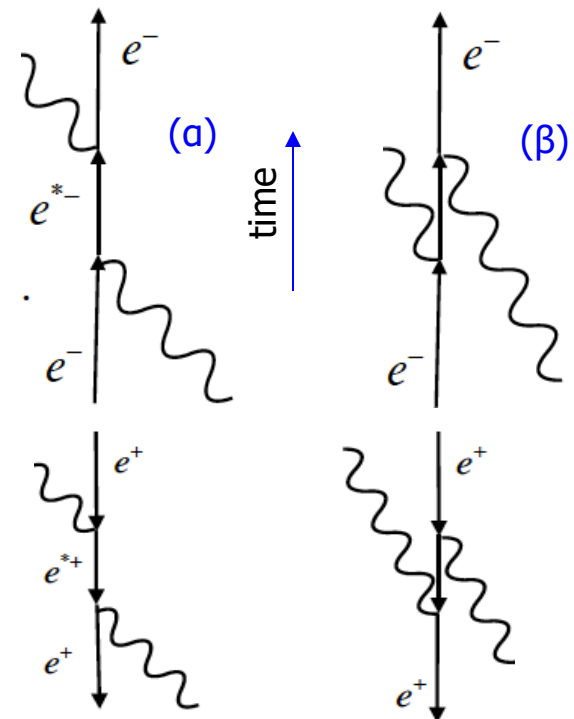
Τα φωτόνια συνδέονται στις συμπαγείς γραμμές σε κορυφές

□ Η σκέδαση ηλεκτρονίου-φωτονίου έχει 2 διαγράμματα:

Στο διάγραμμα (α) το αρχικό φωτόνιο συνδέεται στο αρχικό ηλεκτρόνιο

Στο διάγραμμα (β) το αρχικό φωτόνιο συνδέεται στο τελικό ηλεκτρόνιο

Για σκέδαση φωτονίου-ποζιτρονίου χρειάζεται να αντιστρέψουμε τα διανύσματα



# Διάγραμμα Feynman – ΕΜ αλληλεπιδράσεις

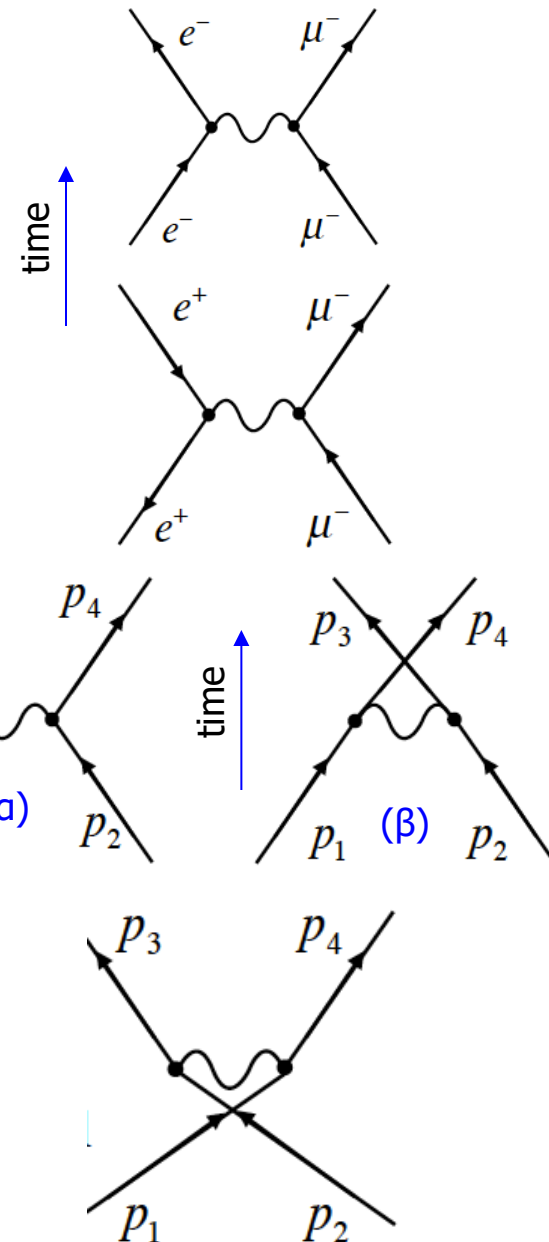
- Η σκέδαση ηλεκτρονίου-μιονίου έχει 1 μόνο διάγραμμα γιατί μπορούμε να ξεχωρίσουμε μεταξύ ηλεκτρονίου-μιονίου

- Η σκέδαση μιονίου-ποζιτρονίου έχει 1 μόνο διάγραμμα γιατί μπορούμε να ξεχωρίσουμε μεταξύ μιονίου-ποζιτρονίου

- Η σκέδαση ηλεκτρονίου-ηλεκτρονίου έχει 2 διαγράμματα γιατί δεν μπορούμε να ξεχωρίσουμε πειραματικά τα δυο ηλεκτρόνια της τελικής κατάστασης

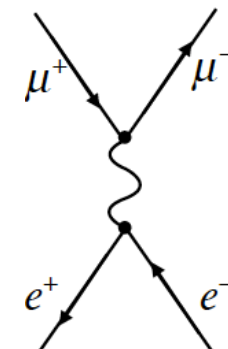
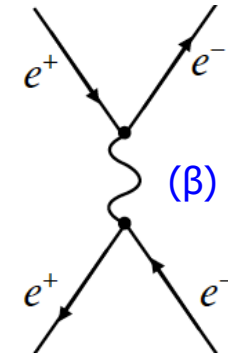
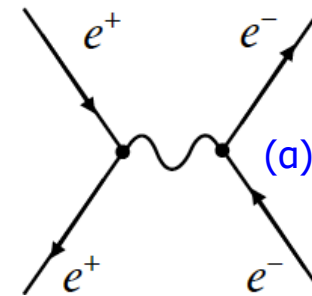
➤  $p_1, p_2, p_3, p_4$  αντιπροσωπεύουν τα διανύσματα ορμών των σωματιδίων που συμμετέχουν στην σκέδαση

- Δεν μπορούμε να ξεχωρίσουμε τα δυο αρχικά ηλεκτρόνια αλλά αυτή η κατάσταση είναι τοπολογικά πανομοιότυπη με το διάγραμμα (β) και επομένως δεν αποτελεί ξεχωριστή περίπτωση



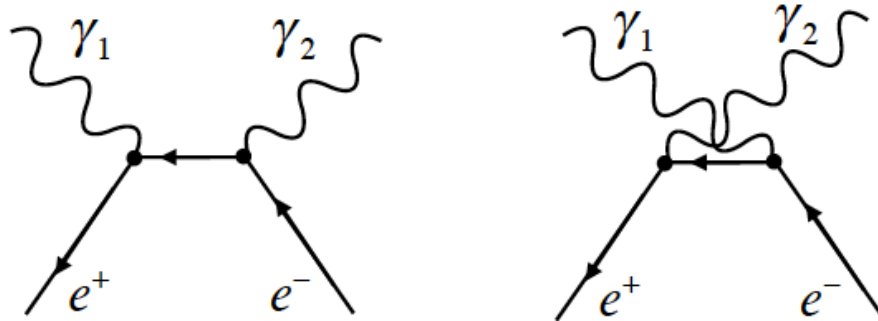
# Διάγραμμα Feynman – ΕΜ αλληλεπιδράσεις

- Η σκέδαση ποζιτρονίου-ηλεκτρονίου έχει 2 διαγράμματα τα οποία μπορούμε να διαχωρίσουμε ως προς τον τρόπο που γίνεται η ανταλλαγή του φωτονίου μεταξύ των δυο σκεδαζόμενων σωματιδίων
- Το ένα διάγραμμα (α), συχνά ονομάζεται **διάγραμμα σκέδασης** ή **t-κανάλι** σκέδασης (**t-channel**), το φωτόνιο κινείται στην χωρική διεύθυνση.
- Σκέδαση ποζιτρονίου-ηλεκτρονίου, (β), μπορεί να γίνει ώστε το φωτόνιο να ανταλλάσσεται χρονικά. Το διάγραμμα αυτό ονομάζεται **διάγραμμα εξαϋλωσης** ή **s-κανάλι** σκέδασης (**s-channel**).
- Σκέδαση ποζιτρονίου-ηλεκτρονίου μπορεί να δημιουργήσει ένα ζεύγος μιονίου-αντιμιονίου. Υπάρχει 1 μόνο διάγραμμα



# Διάγραμμα Feynman – EM αλληλεπιδράσεις

- Σκέδαση ποζιτρονίου-ηλεκτρονίου μπορεί να δημιουργήσει ένα ζεύγος φωτονίων και υπάρχουν 2 διαγράμματα



- Από την διαγραμματική καθαρά πλευρά της αλληλεπίδρασης του ζεύγους ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου, θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε ότι παράγεται ένα μόνο φωτόνιο (α)

- Ή ότι ένα φωτόνιο δημιουργεί ένα ζεύγος  $e^+e^-$  (β).

- Τα διαγράμματα αυτά είναι **κινηματικώς αδύνατα**:  
Μπορούμε να διατηρήσουμε είτε την ενέργεια ή την ορμή αλλά όχι και τα δυο ταυτόχρονα.

