# Ηλεκτρισμός

## Επανάληψη – Παραδείγματα/Προβλήματα

# Εύρεση του ηλεκτρικού πεδίου E από το δυναμικό V

Το διπλανό γράφημα δείχνει τη μεταβολή του ηλεκτρικού δυναμικού V με την απόσταση *z.* Το δυναμικό V δεν εξαρτάται από το *x* και το *y* Το δυναμικό V στην περιοχή -1m < z < 1m δίνεται σε Volts από την εξίσωση:

$$V(z) = 15 - 5z^2.$$

Έξω από την περιοχή, το ηλεκτρικό δυναμικό μεταβάλλεται γραμμικά με το *z*, όπως φαίνεται από το γράφημα.


(α) Βρείτε μια εξίσωση για την z-συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου, $E_Z$, στην περιοχή -1m < z < 1m.

(β) Ποια η ένταση του πεδίου, $E_Z$, στην περιοχή *z* > +1m; Προσοχή στο πρόσημο.

(γ) Ποια η ένταση του πεδίου, $E_Z$, στην περιοχή *z* < -1m; Προσοχή στο πρόσημο.

(δ) Το δυναμικό δημιουργείται εξαιτίας μιας χωρικής κατανομής φορτίων χωρικής πυκνότητας $\rho_o$. Που στο χώρο βρίσκεται η συγκεκριμένη κατανομή φορτίων; Θα πρέπει να δώσετε τις *z*-συνιστώσες που οριοθετούν την χωρική κατανιμή. Ποια η πυκνότητα φορτίου $\rho_0$ του αντικειμένου που οριοθετεί την χωριτική κατανομή σε C/m$^3$.

# Εύρεση του ηλεκτρικού πεδίου Ε από το δυναμικό V


(α) $V(z) = 15 - 5z^2$

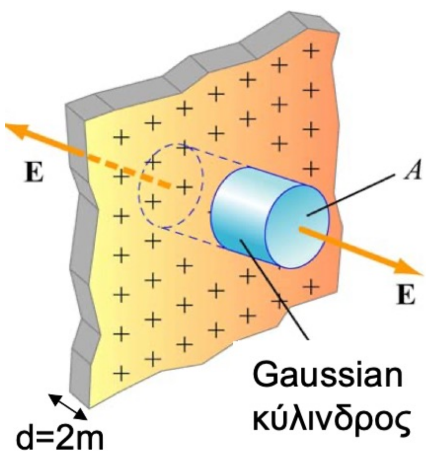
$$\vec{E}(z) = -\vec{\nabla}V \Rightarrow E(z) = -\frac{\partial V}{\partial z} \Rightarrow \vec{E}(z) = 10z\hat{k}$$

(β) $(Z > +1\text{m})\ E(z) = -\frac{\partial V}{\partial z} = +10V/m$

(γ) $(Z < -1\text{m})\ E(z) = -\frac{\partial V}{\partial z} = -10V/m$

(δ) Το ηλεκτρικό πεδίο είναι σταθερό έξω από την περιοχή [-1m, +1m]

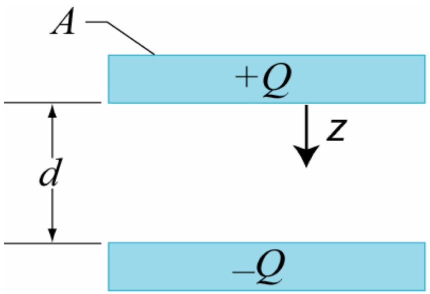
Το φορτίο της κατανομής είναι θετικό γιατί η ένταση του πεδίου έχει διεύθυνση μακριά από την κατανομή (προς $+\infty$ όταν $z > 1$ και προς το $-\infty$ όταν $z < -1$) .




$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\pi\varepsilon\rho\iota\kappa.}}{\varepsilon_0} = E_{Rt}A + E_{Lt}A = 2EA = \frac{q_{\pi\varepsilon\rho\iota\kappa.}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_0 V_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_0 A d}{\varepsilon_0}$$

$$\rho_0 = \frac{2EA\varepsilon_0}{Ad} \Rightarrow \rho_0 = 2(10V/m)\varepsilon_0(2m) \Rightarrow \rho_0 = 10\varepsilon_0[\frac{C}{m^3}]$$

# Επίπεδος Πυκνωτής




Ένας επίπεδος πυκνωτής παράλληλων πλακών εμβαδού A με απόσταση d μεταξύ τους, έχουν φορτίο +Q (υψηλότερος οπλισμός) και -Q (χαμηλότερος οπλισμός). Ο z-άξονας είναι όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

(α) Ποιο το μέτρο και η διεύθυνση και κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου στις ακόλουθες περιπτώσεις: πάνω και κάτω από τους οπλισμούς, στους οπλισμούς και ανάμεσα στους οπλισμούς.

(β) Ποιο το δυναμικό $V(z)$ στις προηγούμενες 5 περιοχές; Θεωρήστε ότι το δυναμικό είναι 0 στην περιοχή $V(z=0) = \alpha$ .

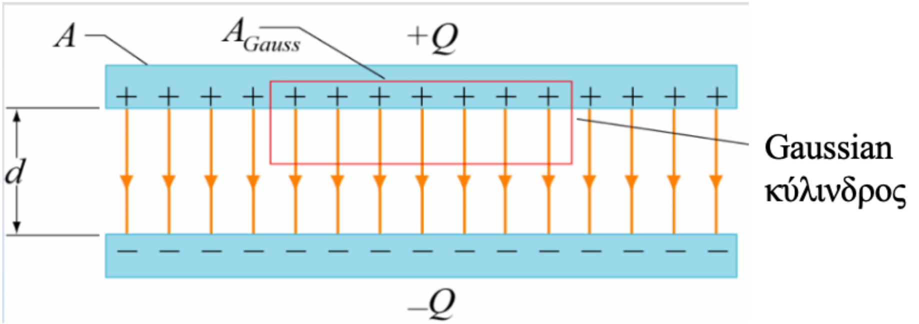
(γ) Ποια η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στον υψηλότερο και χαμηλότερο οπλισμό;

(δ) Ποια η χωρητικότητα του πυκνωτή αυτού;

(ε) Φανταστείτε ότι ο πυκνωτής αυτός βυθίζεται σε μια λεκάνη με υγρό διηλεκτρικό υλικό διηλεκτρικής $\kappa$. Ποιο το δυναμικό V(z) τώρα σε τυχαίο σημείο στο χώρο;

# Επίπεδος Πυκνωτής

(α) Οι αγωγοί έχουν $E = 0$ στο εσωτερικό τους, οπότε σύμφωνα με τον νόμο Gauss η μόνη περιοχή με $E \neq 0$ είναι αυτή ανάμεσα στους οπλισμούς.




$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\pi\varepsilon\rho\iota\kappa.}}{\varepsilon_0} \Rightarrow EA_{Gauss} = \frac{\sigma A_{Gauss}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{A\varepsilon_0}$$ με φορά προς τα κάτω

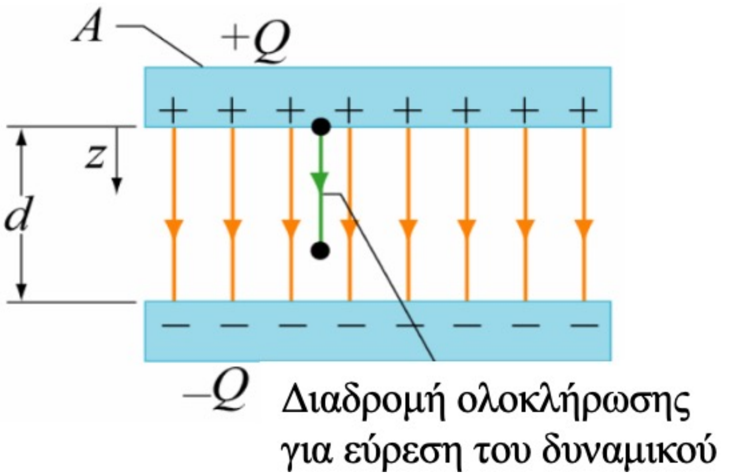
Πρόσεξετε ότι χρειάζεται να θεωρήσετε μόνο τον έναν από τους δύο οπλισμούς ! Ο 2ος οπλισμός χρησιμοποιήθηκε ήδη από το γεγονός ότι το φορτίο είναι $\pm Q$ στις εσωτερικές επιφάνειες των οπλισμών.

(β) Ξεκινούμε από μια περιοχή που το δυναμικό είναι γνωστό $V(z = 0) = 0$

Στον χώρο πάνω και στο εσωτερικό του οπλισμού $\vec{E} = \vec{0}$ και άρα $V = \sigma\tau\alpha\theta. \Rightarrow V = 0$

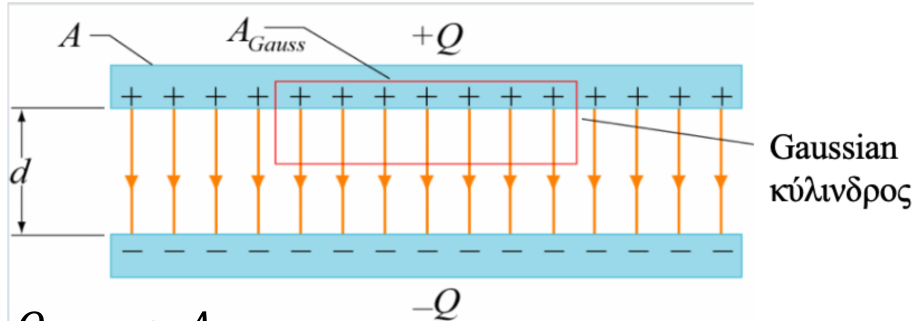
Μεταξύ των οπλισμών: $V_{\varepsilon\sigma.}(z) = \Delta V = -\int_0^z \vec{E} \cdot d\vec{S}$

$$\Rightarrow \Delta V = -Ez \Rightarrow \Delta V = -\frac{Qz}{A\varepsilon_0}$$




Στον χαμηλότερο οπλισμό και στην περιοχή κάτω από αυτόν ($\vec{E} = \vec{0}$ ): $\Delta V = -\frac{Qd}{A\varepsilon_0}$

# Επίπεδος Πυκνωτής




(γ) Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών θα είναι:

$$\Delta V = V(0) - V(d) = \frac{Qd}{A\varepsilon_0}$$

(δ) Η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι: $C = \dfrac{Q}{|\Delta V|} = \dfrac{\varepsilon_0 A}{d}$

(ε) Όταν βυθίζεται ο πυκνωτής στο διηλεκτρικό τότε η διηλεκτρική σταθερά είναι παντού ίση με τη διηλεκτρική σταθερά του υλικού *κ*:

Σαν αποτέλεσμα το πεδίο και το δυναμικό ελαττώνονται κατά έναν παράγοντα 1/*κ*

Το δυναμικό στην περιοχή πάνω και στο εσωτερικό του οπλισμού είναι 0

$$V_{\varepsilon\sigma.}(z) = -\frac{Q}{\kappa A\varepsilon_0} z \qquad V_{\kappa\acute{\alpha}\tau\omega}(z) = -\frac{Q}{\kappa A\varepsilon_0} d$$

# Ηλεκτρική Δυναμική Ενέργεια

Το έργο που παράγει μια δύναμη $\vec{F}$ είναι: $W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{s}$

Αν η δύναμη $\vec{F}$ είναι συντηρητική, το έργο της εκφράζεται συναρτήσει της U.

$$W_{A\to B} = U_A - U_B = -(U_B - U_A) = -\Delta U$$

όπου $W_{A\to B}$ το έργο της ηλεκτροστατικής δύναμης και όχι της εξωτερικής δύναμης

Όταν **το έργο της συντηρητικής δύναμης είναι θετικό**, **η δυναμική ενέργεια του συστήματος ελαττώνεται** και το αντίθετο

Ηλεκτρικό δυναμικό σε σημείο ορίζεται ως: $V_A = \dfrac{U_A}{q}$

Το έργο που εκτελεί η ηλεκτροστατική δύναμη για να μετακινήσει ένα τεστ φορτίο $q_0$ από το σημείο Α στο σημείο Β μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο είναι:

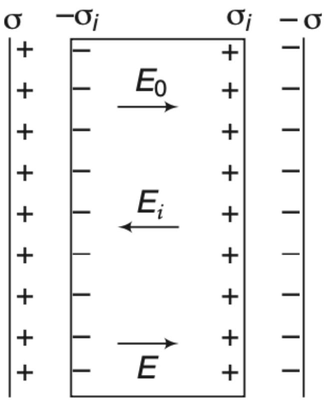
$$W_{A\to B} = -(U_B - U_A) \Rightarrow \frac{U_A}{q_0} - \frac{U_B}{q_0} = \frac{W_{A\to B}}{q_0} \Rightarrow V_A - V_B = \frac{W_{A\to B}}{q_0}$$

το έργο της συντηρητικής δύναμης ανά μονάδα φορτίου καθώς το φορτίο μετακινείται από το Α στο Β είναι ίσο με το δυναμικό στο Α μείον το δυναμικό στο Β

# Πυκνωτές - Διηλεκτρικά

Εισαγωγή διηλεκτρικού αυξάνει την χωρητικότητα του πυκνωτή:

$$C' = \kappa C$$



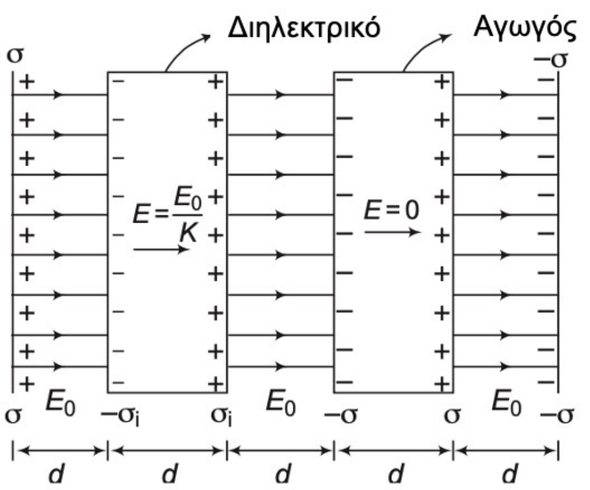

Ελαττώνεται το ηλεκτρικό πεδίο: $E = \dfrac{E_0}{\kappa}$ και το δυναμικό: $V = \dfrac{V_0}{\kappa}$

$$E = E_0 - E_i \Rightarrow \frac{E_0}{\kappa} = E_0 - E_i \Rightarrow E_i = E_0\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)$$

Επομένως: $\dfrac{\sigma_i}{\varepsilon_0} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(1 - \dfrac{1}{\kappa}\right) \Rightarrow \sigma_i = \sigma\left(1 - \dfrac{1}{\kappa}\right)$ ή $\Rightarrow Q_i = Q\left(1 - \dfrac{1}{\kappa}\right)$

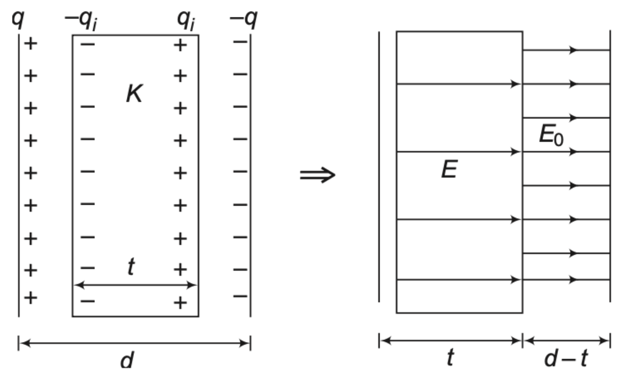
Για αγωγό $\kappa = \infty \Rightarrow \sigma_i = \sigma \Rightarrow q_i = q$ και $E = 0$

Σε όλες τις άλλες περιπτώσεις: $q_i \leq q$ και $\sigma_i \leq \sigma$



# Πυκνωτές - Διηλεκτρικά

Εισαγωγή διηλεκτρικού σε περιοχή του πυκνωτή:




Αν στον πυκνωτή δοθεί φορτίο $q$ τότε φορτίο $q_i$ επάγεται στο διηλεκτρικό και

$$q_i = q\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)$$

Αν $E_0$ το πεδίο έξω από το διηλεκτρικό, τότε μέσα στο διηλεκτρικό θα είναι $E = E_0/\kappa$

Η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή θα είναι:

$$V = V_+ - V_- \quad = Et + E_0(d-t) = \frac{E_0}{\kappa}t + E_0(d-t) = E_0\left[\frac{t}{\kappa} + \ (d-t)\right]$$

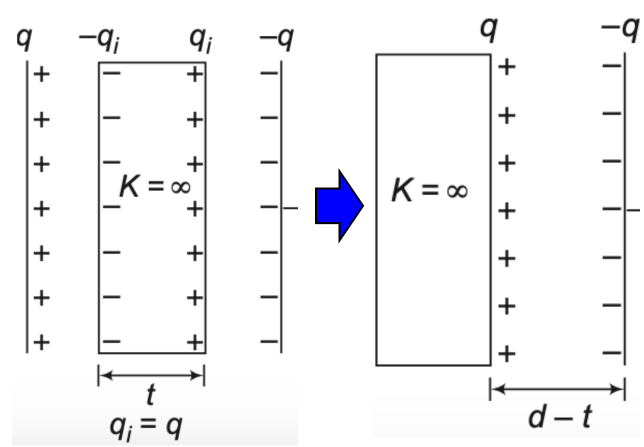
$$\Rightarrow V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(d - t + \frac{t}{\kappa}\right) \Rightarrow V = \frac{q}{A\varepsilon_0}\left(d - t + \frac{t}{\kappa}\right)$$

Η χωρητικότητα θα είναι: $C = \dfrac{q}{V} = \dfrac{\varepsilon_0 A}{d - t + \dfrac{t}{\kappa}}$

Αν $t = d$ τότε: $C = \dfrac{\varepsilon_0 A}{d/\kappa} = \kappa C_0$

Αν $\kappa = \infty$ (αγωγός) τότε: $C = \dfrac{\varepsilon_0 A}{d - t + d/\kappa} = \dfrac{\varepsilon_0 A}{d - t}$

Αν $\kappa = \infty$ και $t = d$ τότε $C = \infty$



# Συνδεσμολογία Αντιστάσεων/Πυκνωτών

Εν γένει για συνδεσμολογία αντιστάσεων/πυκνωτών σε σειρά:

$$R_{ισοδ.} = R_1 + R_2 + \cdots + R_N \qquad \frac{1}{C_{ισοδ.}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_N}$$

Εν γένει για συνδεσμολογία αντιστάσεων/πυκνωτών παράλληλα:

$$\frac{1}{R_{ισοδ.}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N} \qquad C_{ισοδ.} = C_1 + C_2 + \cdots C_N$$

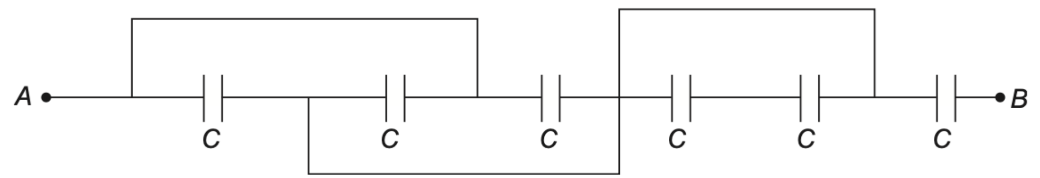
Σε πολλές περιπτώσεις εμφανίζονται μικτοί τύποι συνδεσμολογιών:

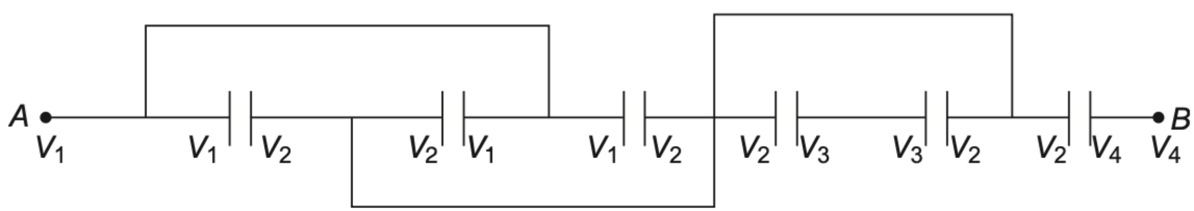
# Μικτή Συνδεσμολογία Αντιστάσεων/Πυκνωτών

Δύο μέθοδοι που μπορούν να χρησιμοποιηθούν:

- Μέγεθος των ίδιων δυναμικών: Στα άκρα των ακροδεκτών αντιστατών ή πυκνωτών υπάρχουν διάφορα δυναμικά. Σημεία που συνδέονται με αγωγό βρίσκονται στο ίδιο δυναμικό. Αντιστάτες ή πυκνωτές με την ίδια διαφορά δυναμικού είναι παράλληλα συνδεδεμένοι.

Ποια η ισοδύναμη χωρητικότητα στη συνδεσμολογία:



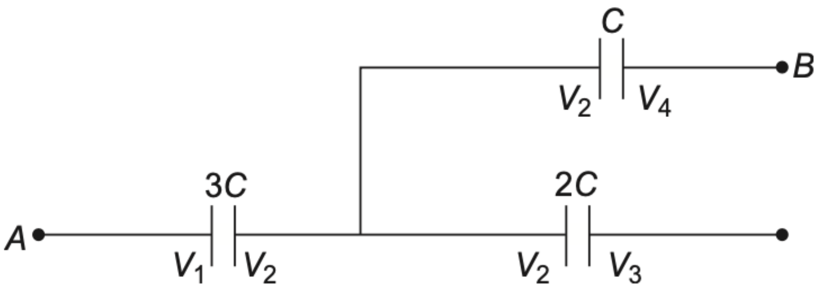

Τρεις πυκνωτές έχουν διαφορά δυναμικού $V_1 - V_2$ και είναι παράλληλα συνδεδεμένοι. Επομένως η ισοδύναμη χωρητικότητά τους είναι 3C

Δύο πυκνωτές έχουν διαφορά δυναμικού $V_2 - V_3$ και είναι παράλληλα συνδεδεμένοι και η ισοδύναμη χωρητικότητά τους θα είναι 2C

Ένας πυκνωτής έχει διαφορά δυναμικού $V_2 - V_4$

# Μικτή Συνδεσμολογία Αντιστάσεων/Πυκνωτών

Με βάση τα προηγούμενα έχουμε:




| Διαφορά Δυναμικού | Χωρητικότητα |
|---|---|
| $V_1 - V_2$ | 3C |
| $V_2 - V_3$ | 2C |
| $V_2 - V_4$ | C |

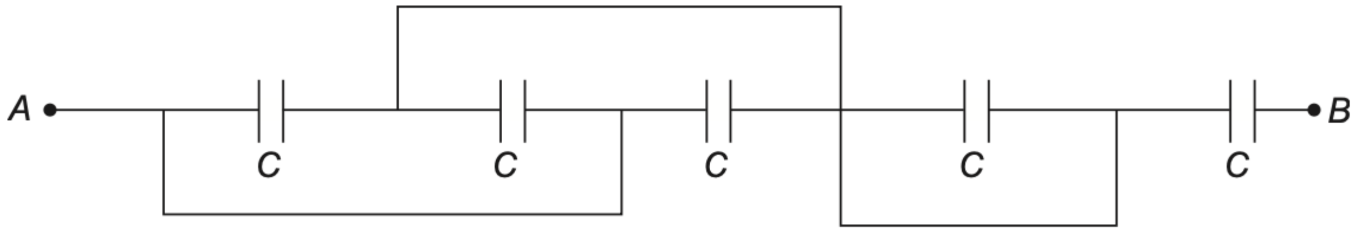
Έχουμε να υπολογίσουμε την ισοδύναμη χωρητικότητα μεταξύ των σημείων A-B που η διαφορά δυναμικού είναι $V_1 - V_4$

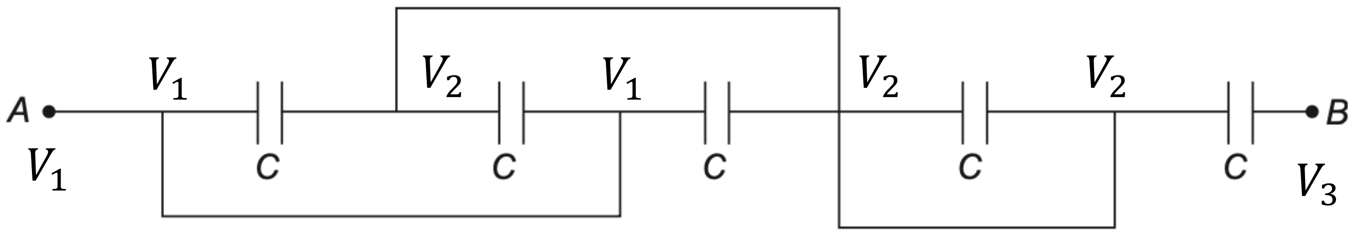
Ο πυκνωτή 2C είναι εκτός του κυκλώματος και επομένως έχουμε τους πυκνωτές 3C και C συνδεδεμένους σε σειρά:

$$C_{\iota\sigma o\delta.} = \frac{3\mathrm{CC}}{4\mathrm{C}} = \frac{3}{4}\mathrm{C}$$

# Μικτή Συνδεσμολογία Αντιστάσεων/Πυκνωτών

Αποδείξτε ότι η ισοδύναμη χωρητικότητα του κυκλώματος μεταξύ A και B είναι $\frac{3}{4}C$




Υπάρχουν 3 πυκνωτές με διαφορά δυναμικού $V_1 - V_2$ με ισοδύναμη χωρητικότητα 2C

Υπάρχουν 1 πυκνωτής που είναι είναι βραχυκυκλωμένος $(V_2 - V_2)$ επομένως δεν μπορεί να αποθηκεύσει φορτίο

Υπάρχουν 1 πυκνωτής με δυναμικό $V_2 - V_3$

Επομένως η ισοδύναμη χωρητικότητα θα είναι: $C_{\iota\sigma o\delta.} = \frac{C_{3C} \times C}{C_{3C} + C} = \frac{3C^2}{4C} = \frac{3}{4}C$

# Μικτή Συνδεσμολογία Αντιστάσεων/Πυκνωτών

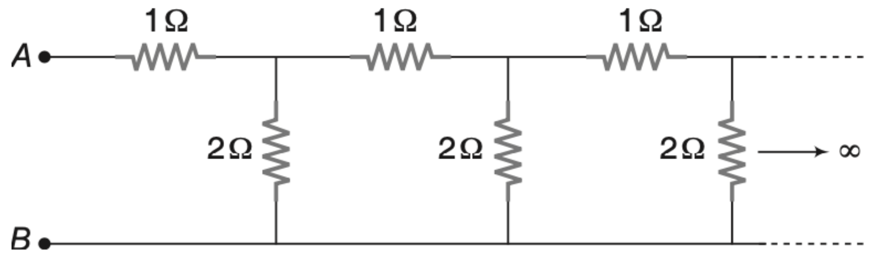
- Προβλήματα με άπειρη σειρά αντιστατών ή πυκνωτών:
  Το κύκλωμα αποτελείται από άπειρη σειρά με παρόμοιους βρόχους. Για να βρούμε την ισοδύναμη αντίσταση ή ισοδύναμη χωρητικότητα ενός τέτοιο κυκλώματος:

  (α) Θεωρούμε μια τυχαία τιμή έστω *x*, την οποία θέτουμε ως την ισοδύναμη αντίσταση ή χωρητικότητα.

  (β) Σπάζουμε την αλυσίδα με τέτοιο τρόπο ώστε να μείνει ένας βρόχος και στο τμήμα που απομένει ανοικτό, θεωρούμε ότι συνδέεται η ισοδύναμη αντίσταση ή χωρητικότητα της υπόλοιπης αλυσίδας που θεωρήσαμε ότι είναι *x*.

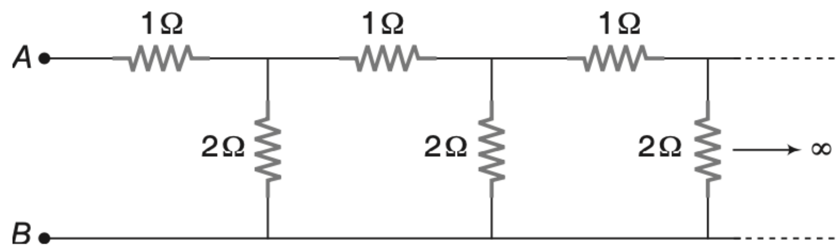
  (γ) Υπολογίζουμε για τον βρόχο που δημιουργείται την ισοδύναμη αντίσταση ή χωρητικότητα και την θέτουμε ίση με *x*.

  (δ) Λύνουμε την δευτεροβάθμια εξίσωση ως προς *x* και βρίσκουμε την επιθυμητή τιμή του *x*.



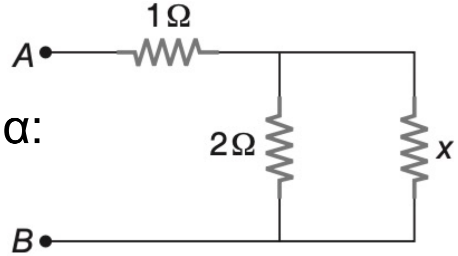
# Προβλήματα με άπειρη σειρά αντιστατών/πυκνωτών

Η άπειρη σκάλα αντιστατών με τις αντιστάσεις ίσες με 1Ω και 2Ω όπως φαίνεται στο παρακάτω κύκλωμα. Θέλουμε την ισοδύναμη αντίσταση μεταξύ των σημείων A και B




Έστω η ισοδύναμη αντίσταση μεταξύ των σημείων A και B ότι είναι *x*: $R_{\iota\sigma o\delta.} = x$

Σπάζουμε το παραπάνω κύκλωμα σε ένα ισοδύναμο:




Υπολογίζουμε την ισοδύναμη αντίσταση στο απλούστερο κύκλωμα:

Η αντιστάτης των 2Ω είναι παράλληλα συνδεδεμένος με τον αντιστάτη με αντίσταση $R_{\iota\sigma o\delta.} = x$ και ο συνδυασμός τους σε σειρά με την 1Ω

$$R_{AB} = \frac{2\Omega \times R_{\iota\sigma o\delta.}(\Omega)}{2\Omega + R_{\iota\sigma o\delta.}(\Omega)} + 1\Omega = x \Rightarrow 2x + 2 + x = 2x + x^2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

Οι λύσεις της εξίσωσης αυτής είναι: $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1\Omega \\ x_2 = 2\Omega \end{cases}$

απορρίπτεται

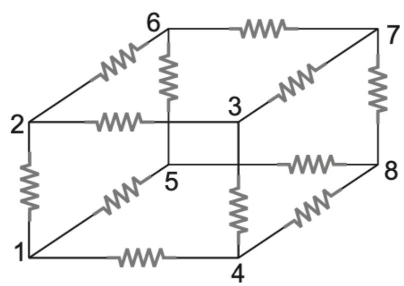
Επομένως η ισοδύναμη αντίσταση μεταξύ των A και B είναι: $R_{AB} = 2\Omega$

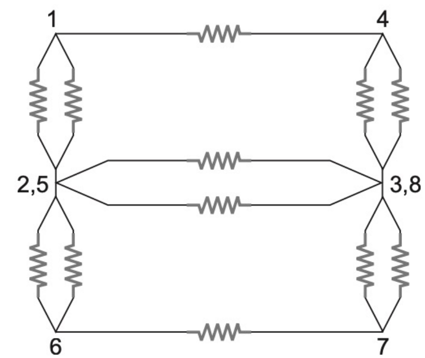
# Συνδεσμολογία Αντιστάσεων/Πυκνωτών - Συμμετρίες

Τέσσερεις διαφορετικοί τρόποι για περιπτώσεις συμμετριών

**(1η) :** Σημεία που είναι συμμετρικά τοποθετημένα ως το αρχικό και τελικό σημείο του κυκλώματος είναι στο ίδιο δυναμικό και επομένως οι αντιστάσεις/πυκνωτές μεταξύ των σημείων αυτών μπορούν να αγνοηθούν

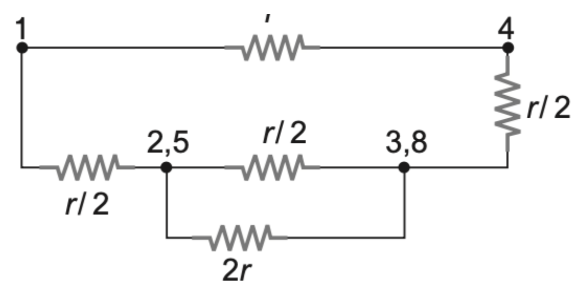
Ποια η ισοδύναμη αντίσταση μεταξύ των 1 και 4




Τα σημεία 2, 5 και 3, 8 είναι συμμετρικά ως προς τα 1 και 4.

Επομένως $V_2 = V_5$ και $V_3 = V_8$

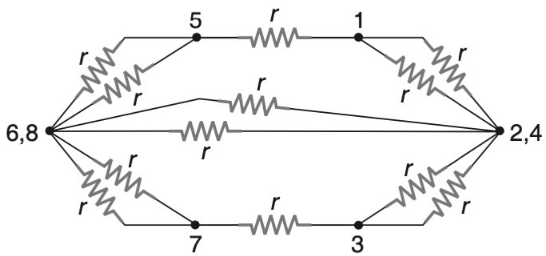


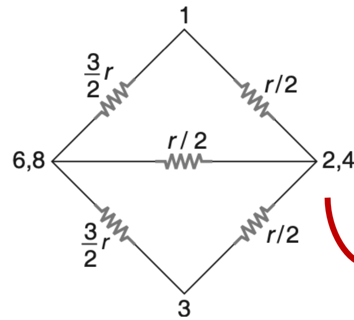
# Συνδεσμολογία Αντιστάσεων/Πυκνωτών - Συμμετρίες

Ποια η ισοδύναμη αντίσταση μεταξύ των 1 και 3

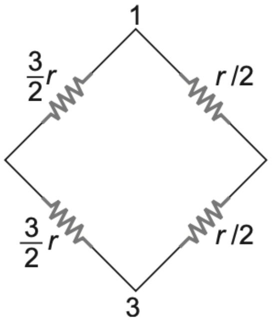
Τα σημεία 6, 8 και 2, 4 είναι συμμετρικά ως προς τα 1 και 3.

Επομένως $V_6 = V_8$ και $V_2 = V_4$



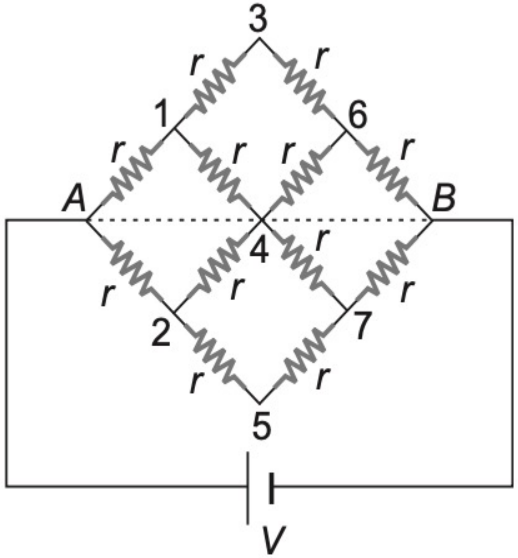




Γέφυρα Wheatstone σε ισορροπία



# Συνδεσμολογία Αντιστάσεων/Πυκνωτών - Συμμετρίες

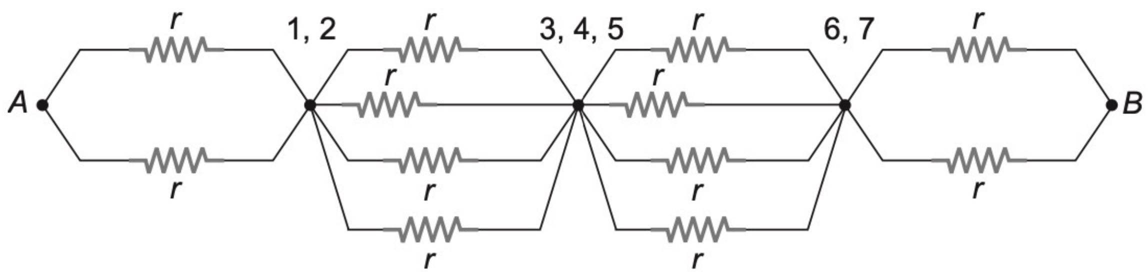
**(2$^{η}$) :** Αν τα σημεία A και B είναι συνδεδεμένα με μπαταρία και AB είναι άξονας συμμετρίας, τότε όλα τα σημεία που βρίσκονται σε καθέτους στον άξονα έχουν το ίδιο δυναμικό.




Για παράδειγμα:

Τα σημεία (1,2), (3,4,5) και (6,7) βρίσκονται στις τρεις καθέτους στη γραμμή AB και θα βρίσκονται στο ίδιο δυναμικό.

Επομένως μπορούμε να ενώσουμε τα σημεία αυτά και να κατασκευάσουμε ένα απλούστερο κύκλωμα:



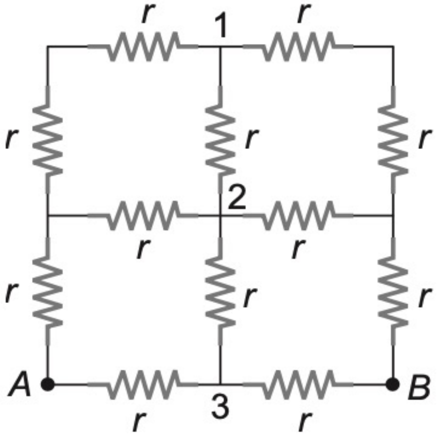

Η ισοδύναμη αντίσταση θα είναι: $R_{AB} = R_{A-1,2} + R_{1,2-3,4,5} + R_{3,4,5-6,7} + R_{6,7-B}$

$$\Rightarrow R_{AB} = \frac{r}{2} + \frac{r}{4} + \frac{r}{4} + \frac{r}{2} \Rightarrow R_{AB} = \frac{6r}{4} \Rightarrow R_{AB} = \frac{3r}{2}$$

# Συνδεσμολογία Αντιστάσεων/Πυκνωτών - Συμμετρίες

**(3η) :** Τα σημεία A και B είναι συνδεδεμένα με μπαταρία αλλά ο AB **δεν είναι** άξονας συμμετρίας, ωστόσο αν η κάθετος που διχοτομεί το κύκλωμα είναι άξονας συμμετρίας τότε όλα τα σημεία που βρίσκονται στην κάθετο αυτή διχοτόμο βρίσκονται στο ίδιο δυναμικό.

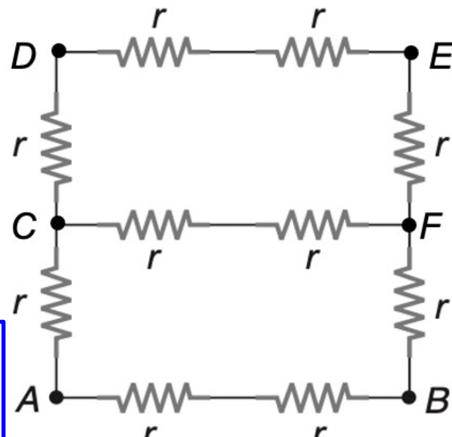
Για παράδειγμα:




Ο άξονας AB δεν είναι άξονας συμμετρίας. Ωστόσο η ευθεία που ορίζεται από τα σημεία 1, 2 και 3 είναι άξονας συμμετρίας και θα βρίσκονται στο ίδιο δυναμικό (αν τα A και B ήταν συνδεδεμένα σε μία μπαταρία).

Σαν αποτέλεσμα, δεν υπάρχει ρεύμα να διαρρέει τον κλάδο 1,2,3 αφού όλα τα σημεία είναι στο ίδιο δυναμικό και άρα οι αντιστάτες δεν παίζουν κάποιο λόγο και μπορούν να αγνοηθούν.

Το κύκλωμα μπορεί να γραφεί απλούστερα σύμφωνα με το διπλανό σχήμα:




Η ισοδύναμη αντίσταση μεταξύ των σημείων A και B θα είναι:

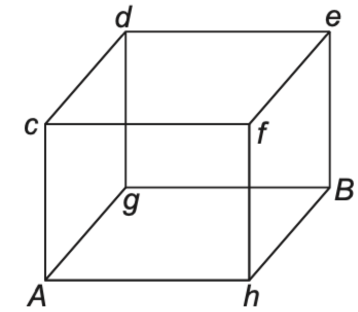
$$R_{AB} = [(R_{CDEF}//R_{CF}) + (R_{ACFB})]//R_{AB}) = [4r//2r + 2r]//2r \Rightarrow$$

$$R_{AB} = [\frac{4r}{3} + 2r]//2r \Rightarrow R_{AB} = \frac{10r}{3}//2r \Rightarrow R_{AB} = \frac{20r}{16} \Rightarrow \boxed{R_{AB} = \frac{5r}{4}}$$

# Συνδεσμολογία Αντιστάσεων/Πυκνωτών - Συμμετρίες

**(4$^{\eta}$) :** Αντί για άξονα συμμετρίας μπορεί να υπάρχει επίπεδο συμμετρίας. Σημεία συμμετρικά στο επίπεδο συμμετρίας έχουν το ίδιο δυναμικό

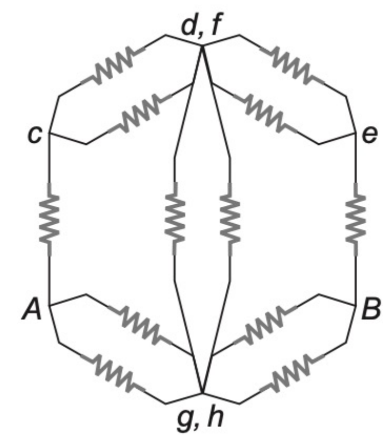
Για παράδειγμα:




Θέλουμε την ισοδύναμη αντίσταση μεταξύ των σημείων A και B

Το επίπεδο που οριοθετείται από τα σημεία AceB είναι επίπεδο συμμετρίας.

Τα σημεία (d,f) και (g,h) είναι συμμετρικά και έχουν το ίδιο δυναμικό.

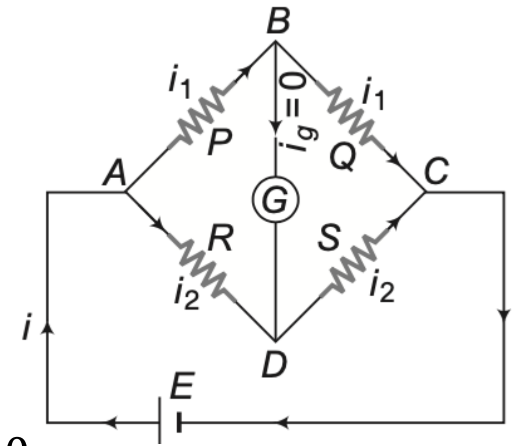



Ενώνοντας τα σημεία αυτά, το ισοδύναμο κύκλωμα θα είναι όπως αυτό του διπλανού σχήματος:

Το κύκλωμα που προκύπτει είναι ανάλογο με το κύκλωμα της γέφυρας Wheatstone:

# Συνδεσμολογία Αντιστάσεων/Πυκνωτών

## Γέφυρα Wheatstone




Μια διάταξη τεσσάρων αντιστάσεων (ή πυκνωτών) όπως αυτή του διπλανού σχήματος αποτελεί μια γέφυρα Wheatstone.

Η διάταξη χρησιμοποιείται για την μέτρηση μιας άγνωστης αντίστασης που είναι μέρος της γέφυρας.

Η γέφυρα είναι σε ισορροπία όταν η διαφορά δυναμικού $V_{BD} = 0$ οπότε το Αμπερόμετρο (G) δεν διαρρέεται από ρεύμα.

Επομένως: $V_B = V_D \Rightarrow V_A - V_B = V_A - V_D \Rightarrow i_1 P = i_2 R \Rightarrow \boxed{\frac{i_1}{i_2} = \frac{R}{P}}$ (1)

Παρομοίως: $V_B = V_D \Rightarrow V_B - V_c = V_D - V_C \Rightarrow i_1 Q = i_2 S \Rightarrow \boxed{\frac{i_1}{i_2} = \frac{S}{Q}}$ (2)

Από την (1) και (2): $\boxed{\frac{R}{P} = \frac{S}{Q}}$ Συνθήκη ισορροπίας γέφυρας Wheatstone

# Συνδεσμολογία Αντιστάσεων/Πυκνωτών

## Μέθοδος Αφαίρεσης

Η μέθοδος είναι χρήσιμη όταν το διάγραμμα του κυκλώματος είναι συμμετρικό με τη διαφορά ότι η είσοδος και έξοδος είναι ανάποδα. Δηλαδή η ροή του ρεύματος είναι κατοπτρικό είδωλο μεταξύ εισόδου και εξόδου ως προς κάποιον άξονα.
Στην περίπτωση αυτή κάποιοι κόμβοι δεν χρειάζονται και επομένως αν αφαιρεθούν δεν θα αλλάξει κάτι στις διακλαδώσεις του ρεύματος του κυκλώματος. Ωστόσο μετά την αφαίρεση το κύκλωμα γίνεται πολύ απλό.

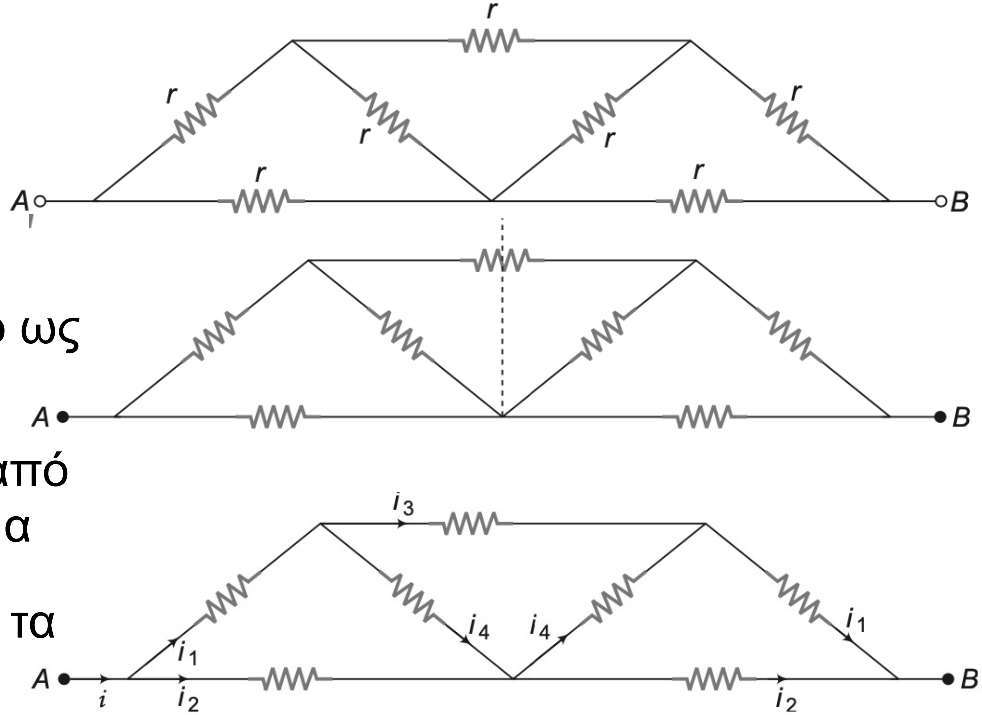
Για παράδειγμα:

Θα βρούμε την ισοδύναμη αντίσταση μεταξύ των σημείων A και B:

Παρατηρούμε ότι το τμήμα εισόδου του κυκλώματος είναι κατοπτρικά συμμετρικό ως προς τη διακεκομμένη γραμμή.

Αν ένα ρεύμα εισέλθει από το A και βγει από το B τότε θα διακλαδιστεί όπως στο σχήμα

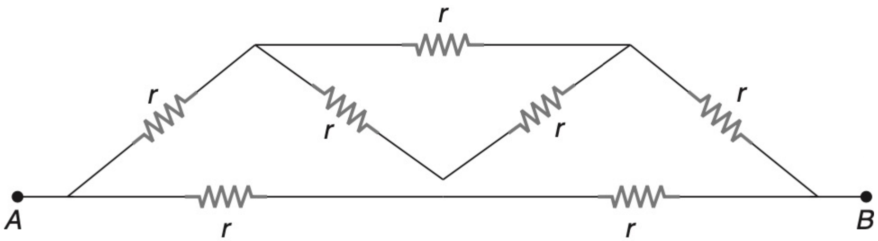
Βλέπουμε ότι στον κόμβο που ενώνονται τα $i_4$ και $i_2$ μπορούν να αφαιρεθούν και το κύκλωμα γίνεται όπως φαίνεται παρακάτω:



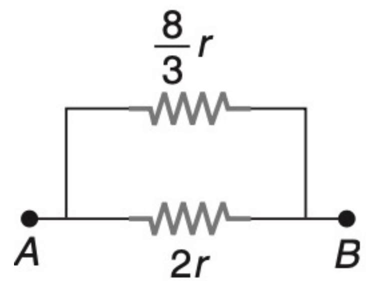
# Συνδεσμολογία Αντιστάσεων/Πυκνωτών

## Μέθοδος Αφαίρεσης

Μετά την αφαίρεση του κόμβου το κύκλωμα είναι:




Θεωρώντας την παραπάνω συνδεσμολογία, το κύκλωμα απλουστεύεται σε αυτό του διπλανού σχήματος :




Οπότε η ισοδύναμη αντίσταση μεταξύ των σημείων A και B είναι: $R_{AB} = \frac{8}{7}r$