

ΦΥΣ 145 – Μαθηματικές Μέθοδοι στη Φυσική

Πρόοδος

13 Μαρτίου 2010

Ομάδα

Γράψτε το ονοματεπώνυμο και αριθμό ταυτότητάς σας στο πάνω μέρος της αυτής της σελίδας.

Πρέπει να απαντήσετε σε όλα τα προβλήματα που σας δίνονται.

Ο χρόνος εξέτασης είναι 150 λεπτά και χωρίζεται σε 2 μέρη. Στο πρώτο μέρος, διάρκειας 60 λεπτών, θα πρέπει να απαντήσετε στο γραπτό μέρος χωρίς τη χρήση υπολογιστών. Στο δεύτερο μέρος, διάρκειας 90 λεπτών, θα πρέπει να γράψετε τα προγράμματα που περιγράφονται στις ασκήσεις. Το σύνολο των μονάδων από το Α' μέρος της εξέτασης είναι 60 όπως και το σύνολο των μονάδων από το δεύτερο μέρος της εξέτασης.

Από τη στιγμή αυτή δεν υπάρχει συνεργασία/συζήτηση ανταλλαγή αρχείων και e-mails με κανένα και φυσικά κουδούνισμα κινητού που πρέπει να κλείσουν. Σημειώσεις, χαρτάκια κλπ απαγορεύονται όπως και επισκέψεις σε ιστοσελίδες ή accounts που δεν αναφέρονται στην ιστοσελίδα του μαθήματος.

Καλή επιτυχία

Α' Μέρος - ΑΣΚΗΣΕΙΣ χωρίς υπολογιστή

1. [10μ] Τα ακόλουθα ερωτήματα είναι Αληθή ή Ψευδή. Σημειώστε καθαρά στην αρχή κάθε ερωτήματος ένα [T] αν αυτό που δηλώνεται στο ερώτημα είναι αληθές ή ένα [F] αν είναι ψευδές. (1μ/ερώτημα)
- (A) Αν $i1=2$ και $i2=2$ τότε οι εντολές που βρίσκονται σε ένα DO loop το οποίο ξεκινά ως "DO 100 I=i1, i2, -1" δεν θα εκτελεστούν
- (B) Ο αριθμός $1.2345789 \times 10^{300}$ μπορεί να αναπαρασταθεί πλήρως σαν σταθερά DOUBLE PRECISION
- (Γ) Ο αριθμός -2,000,000,000 μπορεί να αποθηκευτεί σε μια INTEGER τύπου μεταβλητή
- (Δ) Αν σε μια μεταβλητή A έχει δοθεί η τιμή 1 μέσω μιας εντολής PARAMETER, τότε μπορούμε να τη μεταβάλλουμε κατά τη διάρκεια εκτέλεσης του προγράμματος δίνοντας της τιμή από το πληκτρολόγιο
- (Ε) Όταν χρησιμοποιούμε IMPLICIT NONE, ο τύπος των δεδομένων (REAL, INTEGER,...) θα πρέπει να δηλωθεί για όλα τα ονόματα των FUNCTIONS
- (ΣΤ) Όταν χρησιμοποιούμε υποπρόγραμμα FUNCTION περνούμε μόνο τη τιμή του ορίσματος αλλά όταν χρησιμοποιούμε υποπρόγραμμα SUBROUTINE περνούμε τη διεύθυνση μνήμης του υπολογιστή στο οποίο δείχνει το όρισμα.
- (Ζ) Όταν χρειάζεται να χρησιμοποιήσουμε πίνακες ενός κυρίου προγράμματος σε κάποιους υπολογισμούς σε ένα υποπρόγραμμα θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε υποπρόγραμμα SUBROUTINE γιατί υποπρόγραμμα FUNCTION δεν μπορούν να χειριστούν κατάλληλα πίνακες όταν αυτοί υπάρχουν στη λίστα των ορισμάτων της συνάρτησης
- (Η) Αν $A=1.0$, $B=2.0$ και $C=3.0$ η ακόλουθη λογική έκφραση όταν υπολογίζεται είναι .FALSE.
 $LTEST = A.LT.0.0 .OR. B.EQ.0.0 .AND. C.LT.0.0$
- (Θ) Αν η μεταβλητή I=100 τότε η ακόλουθη εντολή WRITE(6,100) I όπου 100 αντιστοιχεί στην εντολή FORMAT(1x,A3) θα τυπώσει b100 όπου b αντιστοιχεί σε ένα κενό.
- (Ι) Αν η μεταβλητή B έχει δηλωθεί σαν τύπου INTEGER και περάσουμε στο πρόγραμμα τον αριθμό 99.1 σα τιμή της μέσω της εντολή READ(5,100) B όπου 100 αντιστοιχεί στην εντολή FORMAT(F3.1) τότε η τιμή της στο πρόγραμμα θα είναι 99

2. [5μ] Διαλέξτε τη σωστή απάντηση στις επόμενες ερωτήσεις που αναφέρονται σε εντολές Linux (1μ/ερώτηση)

(A) Η εντολή *cat* χρησιμοποιείται για

- (a) Να σβήσουμε ένα file
- (b) Να δούμε το περιεχόμενο ενός file
- (c) Να πάρουμε ένα κατάλογο των files ενός directory
- (d) Να δούμε τις πρώτες σειρές ενός file
- (e) Δεν υπάρχει τέτοια εντολή

(B) Η εντολή *cp ~/fotis/test.f test1.f* θα

- (a) Αντιγράφει το file *test.f* από το home directory του χρήστη fotis στο directory που βρίσκεστε και του δίνει το όνομα *test1.f*
- (b) Αντιγράφει το file *test.f* από το subdirectory fotis του home directory σας στο directory που βρίσκεστε και του δίνει το όνομα *test1.f*
- (c) Μετονομάζει το file *test.f* που βρίσκεται στο home directory του χρήστη fotis σε *test1.f*
- (d) Μετονομάζει το file *test.f* που βρίσκεται στο subdirectory fotis του home directory σας σε *test1.f*
- (e) Δεν υπάρχει τέτοια εντολή

(Γ) Αν θέλουμε να δούμε σε ποιο directory βρισκόμαστε θα πρέπει να δώσουμε την εντολή

- (a) *show dir* (b) *chmod dir* (c) *ls -al* (d) *ls* (e) *pwd*

(Δ) Δίνοντας την εντολή *rm rf test*

- (a) Θα σβήσει τα files *rf* και *test*
- (b) Θα σβήσει το περιεχόμενο του directory *rf* και *test*
- (c) Θα σβήσει όλα τα files και subdirectories του directory *test*
- (d) Θα μεταφέρει όλα τα files του subdirectory *rf* στο directory *test* και θα σβήσει τον directory *rf*
- (e) Δεν θα εκτελέσει τίποτα λόγω λάθους σύνταξης

(Ε) Η εντολή *head test.dat*

- (a) Θα θέσει το file *test.dat* στη κορυφή της λίστας των files ενός directory
- (b) Θα δώσει τις πρώτες γραμμές του περιεχομένου του file *test.dat*
- (c) Θα εκτυπώσει το περιεχόμενο του file *test.dat* ανα σελίδα
- (d) Θα εκτυπώσει όλο το περιεχόμενο του file *test.dat*
- (e) Θα μεταφέρει το file *test.dat* στο home directory σας

3. [10μ] Διαλέξτε την απάντηση στις επόμενες ερωτήσεις: (2μ/ερώτηση)

(A) Τι θα τυπωθεί στο ακόλουθο τμήμα ενός προγράμματος FORTRAN;

```
REAL A(20)
DO 20 J = 1, 9, 3
    A(J) = 3*J - 1
20 CONTINUE
PRINT *, J
```

- (a) 3 (b) 7 (c) 8 (d) 9 (e) 10

(B) Πόσα bytes χρησιμοποιούνται για να αποθηκεύσουμε ένα αριθμό DOUBLE PRECISION

- (a) 4 (b) 8 (c) 16 (d) 32 (e) 64

(Γ) Ποια θα είναι η τελική τιμή της μεταβλητής ANS στο ακόλουθο τμήμα κώδικα FORTRAN

```
x=1.0
y=2.0
z=3.0
ans=0.0
if (z .GT. 2.0) then
    ans = 1.0
else if (z .GE. 3.0) then
    ans = 2.0
else if (y .EQ. 2.0) then
    ans = 3.0
else
    ans = 4.0
endif
```

- (a) 0.0 (b) 1.0 (c) 2.0 (d) 3.0 (e) 4.0

(Δ) Ποιο θα είναι το αποτέλεσμα του ακόλουθου τμήματος προγράμματος FORTRAN

```
integer ind(5)
data ind/1,4,9,16,25/
do j = 2, 5
    ind(j) = sqrt(ind(j-1))
end do
print *, ind
```

- (a) 1-4-9-16-25 (b) 1-1-4-9-16 (c) 1-2-3-4-5 (d) 1-1-2-3-4 (e) Υπάρχει λάθος στο πρόγραμμα

(E) Χρησιμοποιείτε τη μέθοδο Newton για να βρείτε μια λύση της $f(x)$ όπου $f(x) = x^2 - 1$. Αν η αρχική σας υπόθεση για λύση ήταν η $x_0 = 2.0$ ποια θα είναι η πρόβλεψη της μεθόδου Newton για την επόμενη προσεγγιστική λύση;

- (a) 0.5 (b) 0.75 (c) 1.0 (d) 1.25 (e) 1.5

4. [5β] Το ακόλουθο πρόγραμμα χρησιμοποιεί μια συνάρτηση για να υπολογίζει το μισό της διαφοράς της τιμής ενός στοιχείου του πίνακα A από τη τετραγωνική ρίζα της τιμής και το αποτέλεσμα το θέτει σε νέα τιμή στο στοιχείο του πίνακα. Ωστόσο έχει 2 λάθη. Βρείτε τα λάθη αυτά και κάνετε τις απαραίτητες διορθώσεις ώστε το πρόγραμμα να δουλεύει σωστά.

```
Program test1
real a(5), func
data a/9,64,25,16,81,100,121/
do j = 1, 5
    a(j) = 2*func(a(j))
enddo
print *, a
end
REAL FUNCTION FUNC(B(I))
INTEGER I
REAL B, Test1
test1 = (B - sqrt(B))/2
If (test1.lt.10) then
    func = 10
endif
Return
End
```

5. [5β] Βρείτε τι θα τυπώσει το ακόλουθο πρόγραμμα:

```
Program test2
integer IA(5)
do 10 I = 5, 1, -1
10  IA(I) = 5 - I
write(6,2000) (IA(I), I=1, 5)
2000 Format ("IA=",3(I5))
end
```

6. [25μ] Στα ακόλουθα 5 ερωτήματα συμπληρώστε τις απαραίτητες γραμμές κώδικα ανάλογα με το ζητούμενο (5μ/ερώτημα)

(A) Προσθέστε μια εντολή WRITE η οποία να περιέχει ένα έμμεσο DO loop και την κατάλληλη εντολή FORMAT ώστε να τυπώσετε στην οθόνη τα στοιχεία του πίνακα A με την ακόλουθη μορφή: (οι ακόλουθες 2 γραμμές δεν είναι μέρος του προγράμματος. Χρησιμοποιούνται σαν ορόσημα των στηλών στα οποία θα πρέπει να εμφανίζονται οι τιμές του πίνακα ώστε να μη μετράτε κενά)

```
          1          2          3          4
12345678901234567890123456789012345678901234
```

```
n =      8
```

```
A =
```

```
2.10e+01  3.20e+01  4.30e+01  5.40e+01
6.50e+01  7.60e+01  8.70e+01  9.80e+01
```

```
PROGRAM OUTPUT
```

```
real A(100)
```

```
n=8
```

```
DO 10 i=1, n
```

```
    A(i) = 11*I + 10
```

```
10 continue
```

```
end
```

(B) Γράψτε μια συνάρτηση για να προσομοιώσετε την αύξηση του δυναμικού σε κάποιο κύκλωμα. Το όνομα της συνάρτησης είναι VSMOOTH και πρέπει να έχει 3 ορίσματα. Το πρώτο είναι time, το δεύτερο είναι t1 η χρονική στιγμή που το δυναμικό αρχίζει να αυξάνει από τη τιμή 0V και το τρίτο όρισμα είναι t2, η χρονική στιγμή όπου το δυναμικό αποκτά τη τιμή 1V και σταματά να αυξάνει. Η συνάρτηση επιστρέφει μια πραγματική τιμή η οποία είναι 0 αν time έχει τιμή μικρότερη της t1, 1 αν time έχει τιμή μεγαλύτερη της t2, ενώ για οποιαδήποτε άλλη τιμή της μεταβλητής time στο διάστημα [t1,t2] η συνάρτηση επιστρέφει σα τιμή το αποτέλεσμα της σχέσης: $3w^2 - 2w^2$ όπου $w = (t - t1)/(t2 - t1)$. Η συνάρτηση θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί με τον ακόλουθο τρόπο

```
volt1 = vsmooth(time, 1.0, 2.0)
```

```
volt2 = vsmooth(t, tlow, thigh)
```

(Γ) Να προσθέσετε ένα DO loop και όποιες άλλες απαραίτητες εντολές στη συνάρτηση INTSUM έτσι ώστε να υπολογίζει το άθροισμα όλων των ακεραίων από το αριθμό M ως τον αριθμό N. Για παράδειγμα $IS35 = INTSUM(3,5)$ δίνει το άθροισμα των αριθμών από το 3 ως το 5 και η μεταβλητή IS35 έχει τιμή 12 ενώ $IS05 = INTSUM(0,5)$ έχει τιμή 15.

(Δ) Γράψτε μια SUBROUTINE η οποία πραγματοποιεί το πολλαπλασιασμό δυο δυσδιάστατων πινάκων A και B μεγέθους $N \times N$ και επιστρέφει το πίνακα $C = A \times B$. Η SUBROUTINE θα πρέπει να δέχεται σαν ορίσματα τους πραγματικούς πίνακες A και B, το μέγεθός τους N καθώς και το πίνακα C.

(Ε) Έστω ένας $N \times N$ πίνακας A ο οποίος βρίσκεται στη μνήμη του υπολογιστή. Γράψτε μια συνάρτηση η οποία αθροίζει τα στοιχεία του πίνακα A που βρίσκονται πάνω από τη κύρια διαγώνιό του και επιστρέφει το άθροισμα αυτό.

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

USERNAME

PASSWORD:

Ασκήσεις για τον υπολογιστή

Δημιουργήστε ένα subdirectory midterm στον οποίο θα δουλέψετε τις παρακάτω δυο ασκήσεις. Θα πρέπει στο τέλος της εξέτασης να δημιουργήσετε ένα tar file με όλα τα f, pdf και dat files τα οποία δημιουργήσατε ή χρησιμοποιήσατε. Το tar file θα πρέπει να βρίσκεται στο subdirectory midterm και να έχει όνομα με τη μορφή `<username>_groupX.tgz` όπου username ο e-mail account σας στο πανεπιστήμιο. Το file αυτό θα το πάρουμε από τους directories σας.

Θα πρέπει να γράψετε το κωδικό εισόδου σας στο πάνω μέρος της σελίδας αυτής. Αν το password σας είναι διαφορετικό από αυτό που σας δώθηκε αρχικά και ξεχάσετε να το δώσετε δε θα βαθμολογηθείτε στις παρακάτω ασκήσεις

Μην ξεχάσετε να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας και αριθμό ταυτότητας σε κάθε file που αντιστοιχεί στο πρόγραμμα που στέλνετε.

7. [20μ] Η παραβολή $y = x^2 + 1$ έχει μια εφαπτόμενη σε κάποιο σημείο με συντεταγμένες (x_0, y_0) , όπου $x_0 > 0$. Η εφαπτόμενη αυτή περνά και από το σημείο A με συντεταγμένες (1,-3). Το σημείο A δεν ανήκει στην παραβολή.
- (Α) Να βρεθεί αναλυτικά το σημείο αυτό [5μ]
- (Β) Να βρεθούν αριθμητικά οι συντεταγμένες (x_0, y_0) με ακρίβεια 10^{00} δεκαδικού ψηφίου. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να τυπώνει στην οθόνη με κατάλληλο Format τις συντεταγμένες [10μ].
- (Γ) Να κάνετε την γραφική αναπαράσταση της παραβολής και της εφαπτομένης στο σημείο που βρήκατε και να την αποθηκεύσετε στο file askisi6_plot.pdf το οποίο θα πρέπει να στείλετε με το πρόγραμμά σας [5μ]
8. [40μ] Στο πρόβλημα αυτό θα πρέπει να κάνετε τη κατανομή της μάζας του σωματιδίου Z^0 που είναι ένα από τους φορείς των ασθενών αλληλεπιδράσεων και μπορεί να παραχθεί σε υψηλές ενέργειες συγκρούσεις δεσμών πρωτονίου – αντιπρωτονίου ή πρωτονίου-πρωτονίου στους επιταχυντές Tevatron και LHC αντίστοιχα. Το σωματίδιο αυτό διασπάται σε χρόνο 10^{-23} sec και επομένως δεν μπορούμε να το ανιχνεύσουμε απ' ευθείας. Μπορούμε όμως να το δούμε ανιχνεύοντας τα τελικά προϊόντα της διάσπασής του τα οποία είναι είτε σταθερά είτε ζουν μεγάλο χρονικό διάστημα. Ένας από τους τρόπους διάσπασής του είναι σε ζεύγος ηλεκτρονίου ποζιτρονίου (το αντισωματίδιο του ηλεκτρονίου), δηλαδή $Z^0 \rightarrow e^+ e^-$. Με κατάλληλους ανιχνευτές μετρούμε την ορμή και ενέργεια των ηλεκτρονίων και ποζιτρονίων και τις αποθηκεύουμε σε κάποιο αρχείο. Κάθε γραμμή των δεδομένων του αρχείου περιέχει τις τιμές της ενέργειας, E, και των τριών συνιστωσών της ορμής, p_x , p_y , p_z , του ηλεκτρονίου και ποζιτρονίου αντίστοιχα. Συνολικά σε κάθε γραμμή του file υπάρχουν 8 δεδομένα και αντιστοιχούν στη παραγωγή και διάσπαση ενός σωματιδίου Z^0 , ένα γεγονός σύγκρουσης δηλαδή στο οποίο παράχθηκε το συγκεκριμένο σωματίδιο. Από τα δεδομένα της κάθε γραμμής μπορούμε να υπολογίσουμε την μάζα του σωματιδίου Z^0 με βάση τη θεωρία της ειδικής σχετικότητας ως εξής:
- $$M_{Z^0} = \sqrt{E_{Z^0}^2 - \vec{p}_{Z^0}^2} \quad (1),$$
- όπου θεωρούμε μονάδες τέτοιες ώστε η ταχύτητα του φωτός, c, να είναι c=1. Εφόσον η ενέργεια και ορμή διατηρούνται, μπορούμε να γράψουμε την ενέργεια και ορμή του

σωματιδίου Z^0 βάση την ενέργεια και ορμή των προϊόντων διάσπασής του οπότε πέρνουμε τη σχέση:

$$M_{Z^0} = \sqrt{(E_{e^-} + E_{e^+})^2 - (p_{e^-}^x + p_{e^+}^x)^2 - (p_{e^-}^y + p_{e^+}^y)^2 - (p_{e^-}^z + p_{e^+}^z)^2} \quad (2)$$

Τι θα πρέπει να κάνετε στο πρόγραμμά σας

(Α)[1μ] Θα πρέπει να αντιγράψετε το αρχείο *Zres.dat* από <http://www2.ucy.ac.cy/~phy145/Zres.dat>.

Το αρχείο αυτό περιέχει τα δεδομένα της ενέργειας και ορμής των ηλεκτρονίων και ποζιτρονίων στη μορφή που περιγράφηκε παραπάνω. Το αρχείο δεν έχει περισσότερο από 10,000 γεγονότα (γραμμές).

(Β)[5μ] Θα πρέπει το πρόγραμμά σας να ανοίγει το αρχείο αυτό και να διαβάζει τα δεδομένα της ενέργειας και ορμής για το ηλεκτρόνιο και ποζιτρόνιο και να τα αποθηκεύει σε κατάλληλους πίνακες. Θα χρειαστείτε συνολικά 8 πίνακες για το σκοπό αυτό κατάλληλα ορισμένους. 4 πίνακες (E , και τις 3 συνιστώσες της ορμής) για το ηλεκτρόνιο και τους αντίστοιχους για το ποζιτρόνιο. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να διαβάζει τα στοιχεία από το file και να σταματά αν το file έχει εξαντληθεί.

(Γ)[4μ] Θα πρέπει για κάθε γεγονός, δηλαδή ζεύγος του ηλεκτρονίου ποζιτρονίου της ίδιας γραμμής, να ελέγχει αν η εγκάρσια ορμή, $p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$, και των δύο σωματιδίων ξεχωριστά (ηλεκτρονίου ή ποζιτρονίου) είναι μεγαλύτερη από 20 GeV/c (μη δίνετε σημασία στις μονάδες). Αν είναι να συνεχίζει για τον υπολογισμό της μάζας του Z^0 , διαφορετικά να απορρίπτει το ζεύγος από περεταίρω υπολογισμούς

(Δ)[5μ] Μια συνάρτηση, *GET_MASS*, η οποία να καλείται για κάθε ζεύγος e^+e^- που περνά την επιλογή και επιστρέφει τη μάζα του Z^0 που υπολογίζεται σύμφωνα με την εξίσωση (2). Κάθε τιμή της μάζας που βρίσκετε θα πρέπει να φυλάσσεται σε κατάλληλο πίνακα.

(Ε)[3μ] Το πρόγραμμά σας θα πρέπει μετά το τέλος αυτών των υπολογισμών να τυπώνει στην οθόνη τον αριθμό των γεγονότων που διάβασε και τον αριθμό των Z^0 γεγονότων που επιλέχθηκαν με βάση το αποτέλεσμα του ερωτήματος (Γ).

(ΣΤ)[12μ] Το πρόγραμμά σας θα πρέπει στο σημείο αυτό να καλεί μια subroutine η οποία θα υπολογίσει τη συχνότητα με την οποία εμφανίζονται οι διάφορες τιμές μαζών του Z^0 έτσι ώστε να βρείτε την κατανομή της μάζας. Θα πρέπει μέσα στην υπορουτίνα να βρείτε τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή της μάζας από όλες τις μετρήσεις που έχετε επιλέξει [5μ]. Κατόπιν θα πρέπει να χωρίσετε το εύρος αυτό των μαζών ($Z_{mass_{max}} - Z_{mass_{min}}$) σε 40 επιμέρους υποδιαστήματα του ίδιου εύρους (Δm). Κάθε τιμή της μάζας θα πρέπει να την αντιστοιχήσετε σε κάποιο από τα 40 υποδιαστήματα [$m, m + \Delta m$]. Προσέξτε ότι το διάστημα είναι κλειστό αριστερά και ανοικτό δεξιά. Κάθε φορά που βρίσκετε μια τιμή σε κάποιο υποδιάστημα θα πρέπει να αυξάνετε το πλήθος των τιμών που βρίσκονται στο εν λόγω διάστημα. Αυτό γίνεται εύκολα αν ορίσετε κατάλληλο πίνακα και θυμηθείτε την άσκηση 4 του LAB04. Ιδιαίτερη προσοχή θα πρέπει να δείξετε για την περίπτωση που η τιμή που εξετάζετε είναι ίση με τη μέγιστη τιμή της μάζας που βρήκατε. Αυτό γιατί η τιμή αυτή θα αντιστοιχεί στο 41^ο υποδιάστημα που δεν υπάρχει. Για τη περίπτωση αυτή θα πρέπει να αυξήσετε το πλήθος του προηγούμενου υποδιαστήματος. Η subroutine θα πρέπει να επιστρέφει το πίνακα συχνοτήτων των υποδιαστημάτων, τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή που βρήκατε και το εύρος του υποδιαστήματος Δm . [7μ]

(Ζ)[5μ] Το πρόγραμμά σας θα πρέπει μετά την κλίση της subroutine, να τυπώνει σε ένα file *mass.dat*, τη τιμή του μέσου του κάθε υποδιαστήματος και το αντίστοιχο πλήθος τιμών που έχετε βρει από το προηγούμενο ερώτημα. Δηλαδή το file θα πρέπει να έχει 2 στήλες και 40 γραμμές.

(Η)[5μ] Χρησιμοποιώντας το λογισμικό gnuplot να κάνετε τη γραφική παράσταση της κατανομής μάζας των σωματιδίων Z^0 σε κατάλληλα ονοματισμένους άξονες και να σώσετε τη γραφική παράσταση σε ένα file *Zmass.pdf* το οποίο θα πρέπει να επιστρέψετε μαζί με το κώδικα του προγράμματός σας.