

Φροντιστήριο #12

Άσκηση 1

Η ελάχιστη απόσταση στην οποία ο κομήτης Halley πλησιάζει τον ήλιο είναι 0.57AU με ταχύτητα 54Km/s και η μέγιστη απόσταση 35AU. Ποια η ταχύτητα του στη μέγιστη απόσταση;

Στα δύο σημεία, η στροφορμή του κομήτη είναι σταθερή

$$L = m \cdot r \cdot u$$

$$\Rightarrow m \cdot r_0 \cdot u_0 = m \cdot r' \cdot u' \Rightarrow 0.57 \text{ AU} \cdot 54 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 35 \text{ AU} \cdot u_1$$

$$\Rightarrow u_1 = \frac{0.57 \cdot 54}{35} \frac{\text{km}}{\text{s}} = \boxed{0.879 \text{ km/s}}$$

Άσκηση 2

Ένας δορυφόρος βρίσκεται σε κυκλική τροχιά γύρω από τη γη με ταχύτητα $u=6000\text{m/s}$. Βρείτε το ύψος στο οποίο βρίσκεται ο δορυφόρος και τη περίοδο της τροχιάς του. Η γή έχει μάζα $5.97 \times 10^{24}\text{kg}$ και ακτίνα $R=6.378 \times 10^6\text{m}$

Η κεντρομόλος επιτάχυνση που ασκείται σαν δορυφόρο οφείλεται στην επιτάχυνση της βαρύτητας

$$\Rightarrow \frac{u^2}{r^2} = \frac{G \cdot M}{r^2} \Rightarrow r = \frac{G \cdot M}{u^2} = \frac{(6.673 \times 10^{-11}) \times (5.97 \times 10^{24})}{(6000)^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{r = 1.107 \times 10^7 \text{ m}}$$

r : Η απόσταση από το κέντρο της γης.

$$\Rightarrow H = r - R = 1.107 \times 10^7 - 6.378 \times 10^6 = \boxed{4.69 \times 10^6 \text{ m}}$$

$$T = \frac{2\pi r}{u} = 2\pi \left(\frac{1.107 \times 10^7}{6000} \right) \Rightarrow \boxed{T = 3.22 \text{ hours}}$$



Άσκηση 3

Ένας πλανήτης βρίσκεται σε κυκλική τροχιά γύρω από ένα άστρο. Η περίοδος της τροχιάς είναι $T=4.3 \times 10^7 \text{ s}$, και η ακτίνα $r=2.34 \times 10^{11} \text{ m}$. Υπολογίστε τη μάζα του άστρου.

$$\omega^2 \cdot r = \frac{G \cdot M}{r^2} \Rightarrow M = \frac{\omega^2 \cdot r^3}{G}$$

\downarrow \downarrow
κεντρομόλος επιτάχυνση επιταχυν. βαρύτητας

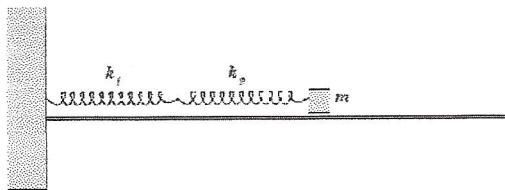
$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow M = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{r^3}{G}$$

$$\Rightarrow M = \frac{4\pi^2 \times (2.34 \times 10^{11})^3}{(6.673 \times 10^{-11}) \times (4.3 \times 10^7)^2} = \boxed{4.01 \times 10^{30} \text{ Kg}}$$



Άσκηση 4

Ένα τούβλο μάζας $m=3\text{kg}$ είναι συνδεδεμένο με δυο ενωμένα σε σειρά ελατήρια, και κυλά πάνω επιφάνεια χωρίς τριβή. Οι σταθερές των ελατηρίων είναι $k_1=1200\text{N/m}$, $k_2=400\text{N/m}$. Βρείτε τη περίοδο του συστήματος.



Έστω: x_1 και x_2 οι επιμήκυνση των ελατηρίων και $x = x_1 + x_2$

$f_1 = k_1 x_1$, $f_2 = k_2 x_2$ οι δυνάμεις από τα ελατήρια

και $f_1 = f_2 \Rightarrow k_1 x_1 = k_2 x_2$

$f =$ δυνάμει επαναφοράς, $f = f_1 = f_2 = K \cdot x = k_1 x_1$

$$\Rightarrow K = \frac{k_1 x_1}{x} = \frac{k_1 x_1}{x_1 + x_2} = \frac{k_1}{1 + \frac{k_1}{k_2}} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

\Rightarrow Ιδίο πρόβλημα με ένα ελατήριο σταθεράς $K = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{\frac{1200 \times 400}{1200 + 400}}{3}} = \sqrt{\frac{300}{3}} = \boxed{10 \text{ rad/s}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \boxed{T = 0.6283 \text{ s}}$$

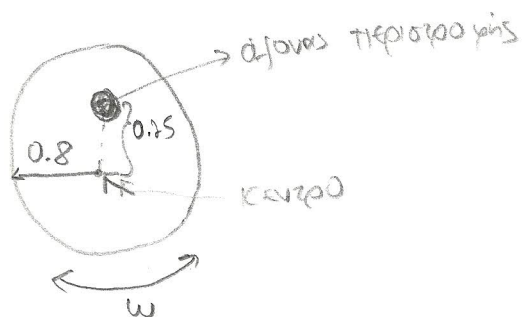


Άσκηση 5

Ένας ομοιόμορφος δίσκος ακτίνας $r=0.8\text{m}$, μάζας $M=3\text{kg}$, κρέμεται ελεύθερα από ένα άξονα περιστροφής σε απόσταση $d=0.25\text{m}$. Βρείτε τη γωνιακή συχνότητα του δίσκου για ταλαντώσεις μικρού πλάτους.

$$I = \frac{1}{2}Mr^2 \Rightarrow I_0 = \frac{1}{2}Mr^2 + Md^2 = \frac{3 \times (0.8)^2}{2} + 3 \times (0.25)^2$$
$$\Rightarrow I_0 = 1.1475 \text{ kg m}^2$$

Για φυσικό εκκρεμές, $\omega = \sqrt{\frac{Mgd}{I_0}} = \sqrt{\frac{3 \times 9.81 \times 0.25}{1.1475}} = 2.532 \text{ rad/s}$



Άσκηση 6

Μέσα σε μια ατμομηχανή, ένα πιστόνι μάζας $m=4\text{kg}$, κάνει αρμονικές ταλαντώσεις με μέγιστο πλάτος 7cm . Βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα του πιστονιού όταν η μηχανή τρέχει με 4000 rev/min . Ποια η μέγιστη επιτάχυνση;

$$\omega = 2\pi \cdot 4000 = 418.88 \text{ rad/s}$$

$$u(t) = -A\omega \cdot \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow v_{\max} = |-A\omega| = A\omega$$

$$\Rightarrow v_{\max} = 0.07 \times 418.88 = \boxed{29.32 \text{ m/s}}$$

$$a(t) = \frac{du(t)}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = a_{\max} = A\omega^2$$

$$\Rightarrow a_{\max} = 0.07 \times (418.88)^2 = \boxed{1.228 \times 10^4 \text{ m/s}^2}$$
