

# **Ανελαστικές σκεδάσεις**

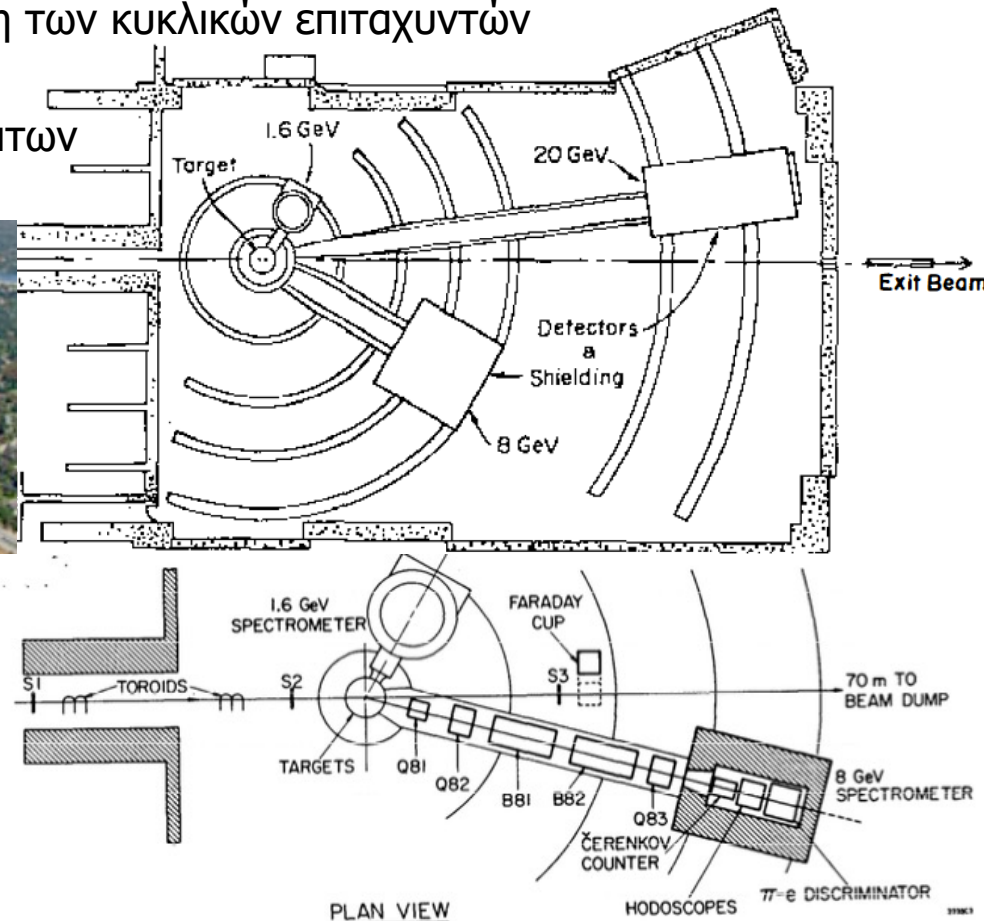
# Βαθεία ανελαστικές σκεδάσεις ηλεκτρονίου -πρωτονίου

Ο γραμμικός επιταχυντής του SLAC μήκους 3km κατασκευάστηκε για την μελέτη σκεδάσεων ηλεκτρονίου – πρωτονίου.

Πειράματα σε χαμηλότερη ενέργεια δέσμης, έδειξαν ότι μόνο ένα μικρό ποσοστό των γεγονότων οφείλονται σε ανελαστικές σκεδάσεις, και η πιθανότητα ελαστικής σκέδασης έπεφτε πολύ γρήγορα καθώς αύξανε η ενέργεια της δέσμης.

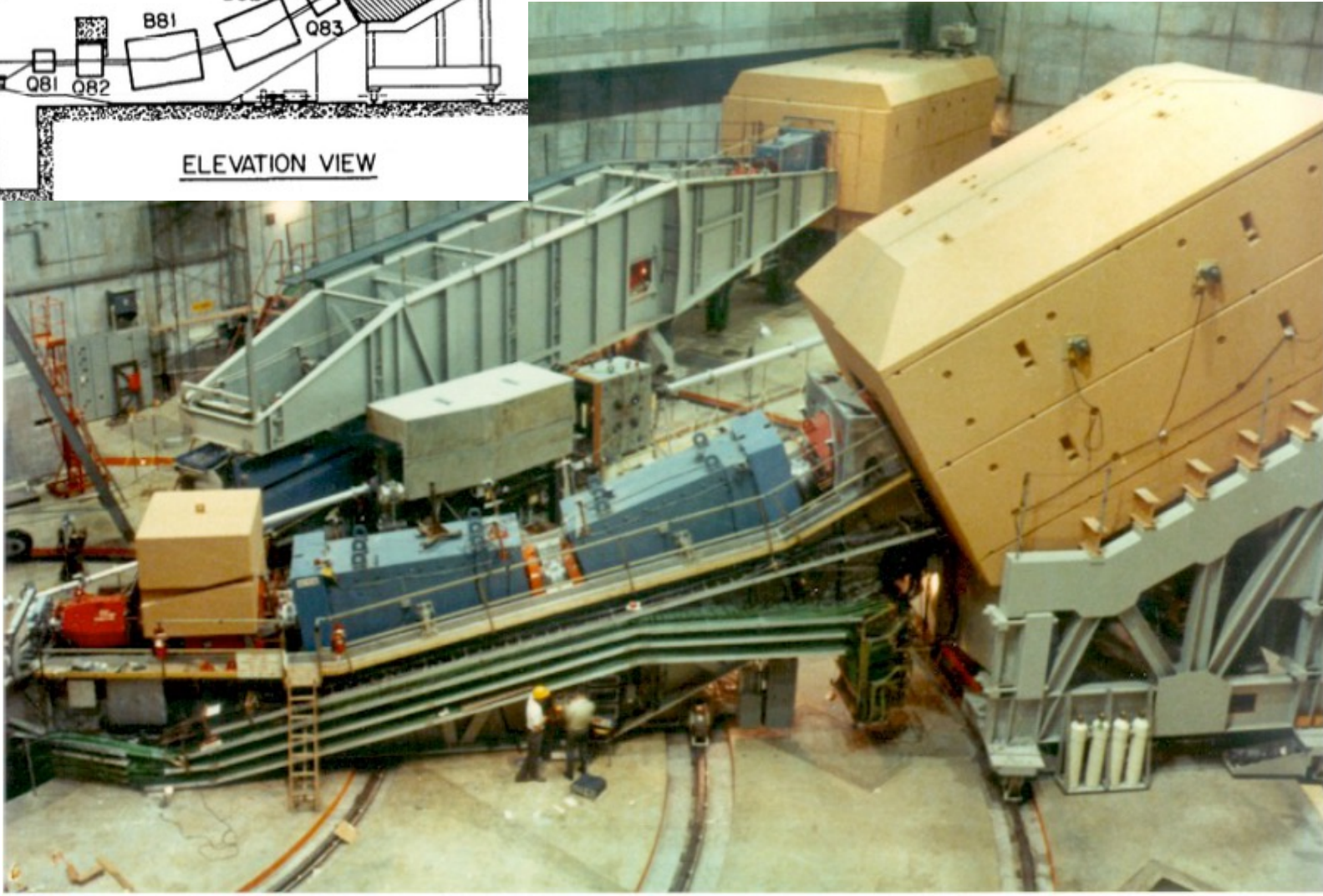
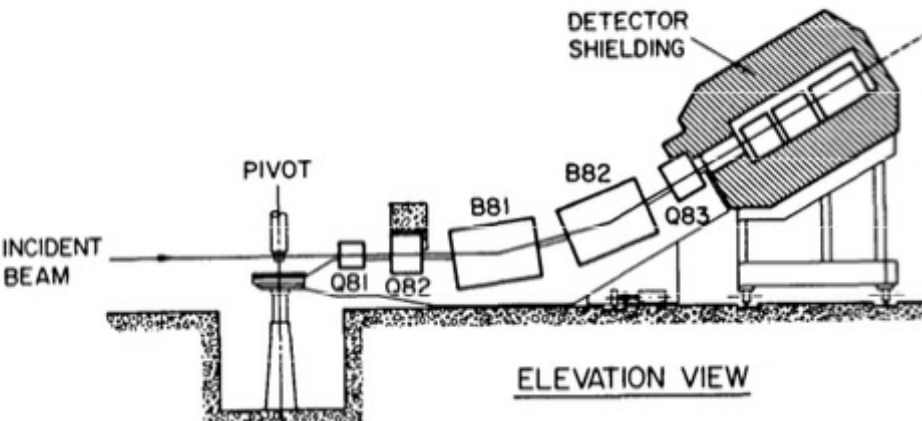
Ο επιταχυντής κατασκευάστηκε ώστε να παρέχει καθαρή δέσμη υψηλής ισχύος (MW) κάτι που ήταν αδύνατο να επιτευχθεί με την χρήση των κυκλικών επιταχυντών

Αρχικά, η επιστημονική κοινότητα πίστευε ότι θα ήταν βαρετά πειράματα και σπατάλη χρημάτων



# Βαθειά ανελαστικές σκεδάσεις ηλεκτρονίου -πρωτονίου

MIT-SLAC collaboration





## Βαθεία ανελαστικές σκεδάσεις ηλεκτρονίου -πρωτονίου

Τα αρχικά αποτελέσματα όντως έδειξαν ότι το πρόγραμμα βάδιζε στην γραμμή της ανιαρής συνέχεισης των ευρημάτων της σκέδασης πρωτονίων-ηλεκτρονίων

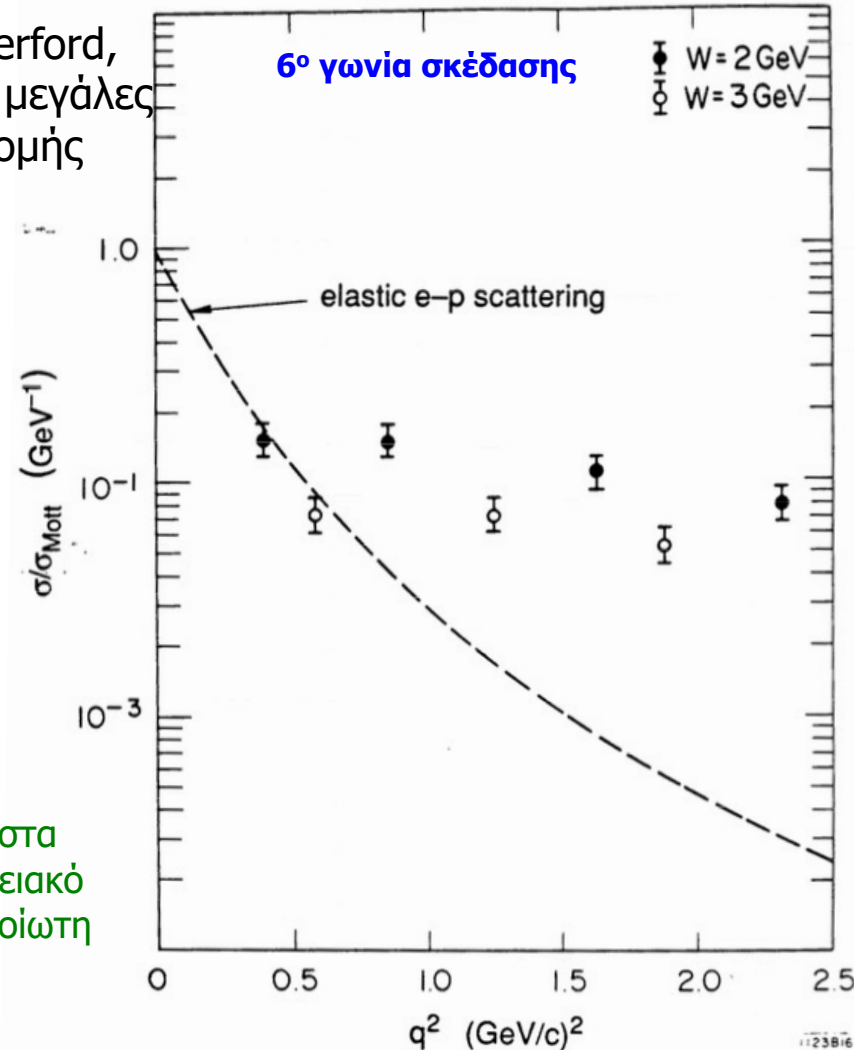
Ωστόσο ο ρυθμός των ανελαστικών γεγονότων ήταν πάρα πολύ μεγάλος.

Τα ευρήματα έμοιαζαν με αυτά του πειράματος Rutherford, όπου ο μεγάλος ρυθμός μετρούμενων γεγονότων σε μεγάλες γωνίες σκέδασης ήταν ενδεικτικός της εσωτερικής δομής του ατόμου

(και σε αντιδιαστολή με τα δεδομένα από σκεδάσεις ηλεκτρονίων-πρωτονίων, όπου ο χαμηλός ρυθμός σκέδασης σε μεγάλες γωνίες άφηνε μια ασαφή εικόνα για το εσωτερικό των πρωτονίων).

Η κατανομή της μεταβλητής,  $x$ , έδειχνε επίσης να είναι πολύ σταθερή και για μεγάλο εύρος τιμών, ενεργειών της προσπίπτουσας δέσμης ηλεκτρονίων, γωνιών σκέδασης και ενεργειών σκεδαζόμενων σωματιδίων.

Αποτελέσματα ανελαστικής σκέδασης e-p κανονικοποιημένα στα αναμενόμενα από Mott σκέδαση (ελαστική σκέδαση από σημειακό φορτίο). Τα αποτελέσματα δίνονται για 2 τιμές  $W$ , την αναλλοίωτη μάζα των μη μετρούμενων αδρονικών προϊόντων σκέδασης



# Βαθεία ανελαστικές σκεδάσεις ηλεκτρονίου -πρωτονίου

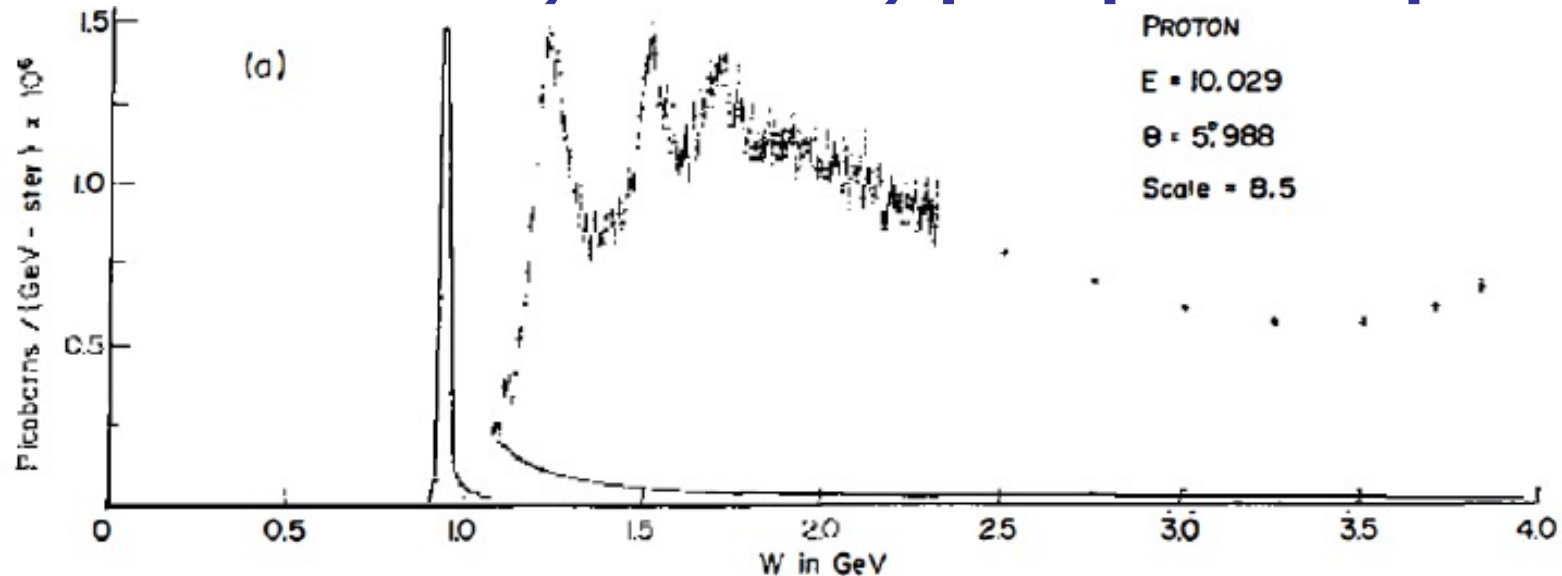


FIGURE 3. Spectra of 10 GeV electrons scattered from hydrogen at  $6^\circ$ , as a function of the final hadronic-state energy  $W$ . The elastic peak has been reduced in scale by a factor

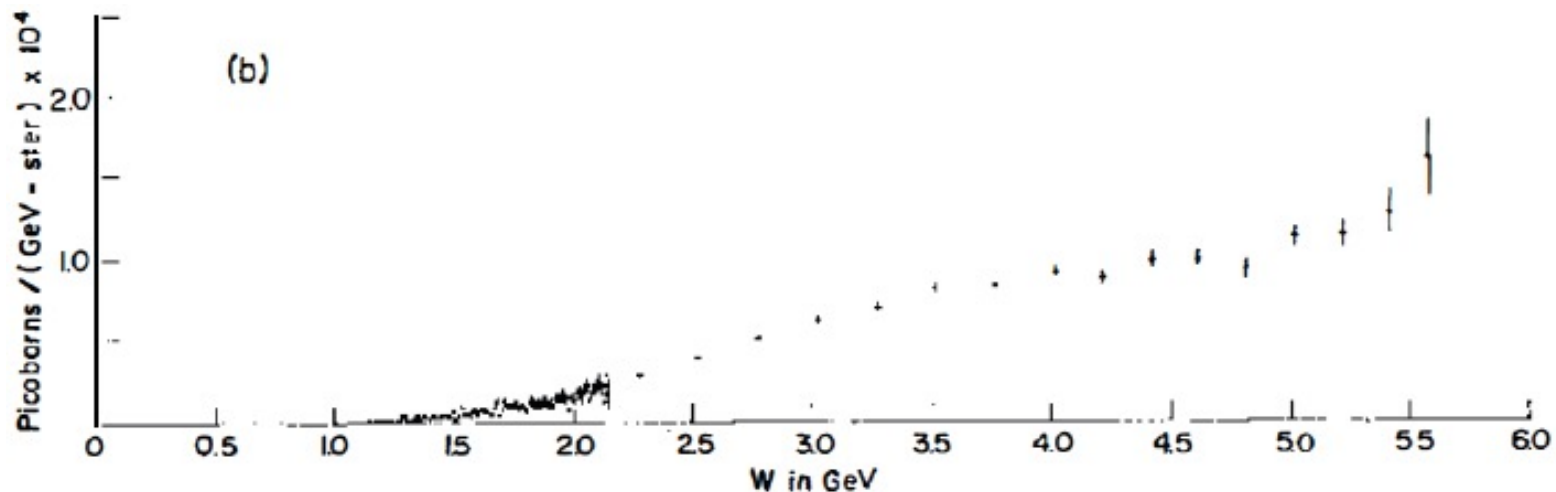


FIGURE 5. Spectra of 19.3 GeV electrons scattered from hydrogen at  $10^\circ$ .

# Βαθειά ανελαστικές σκεδάσεις ηλεκτρονίου -πρωτονίου

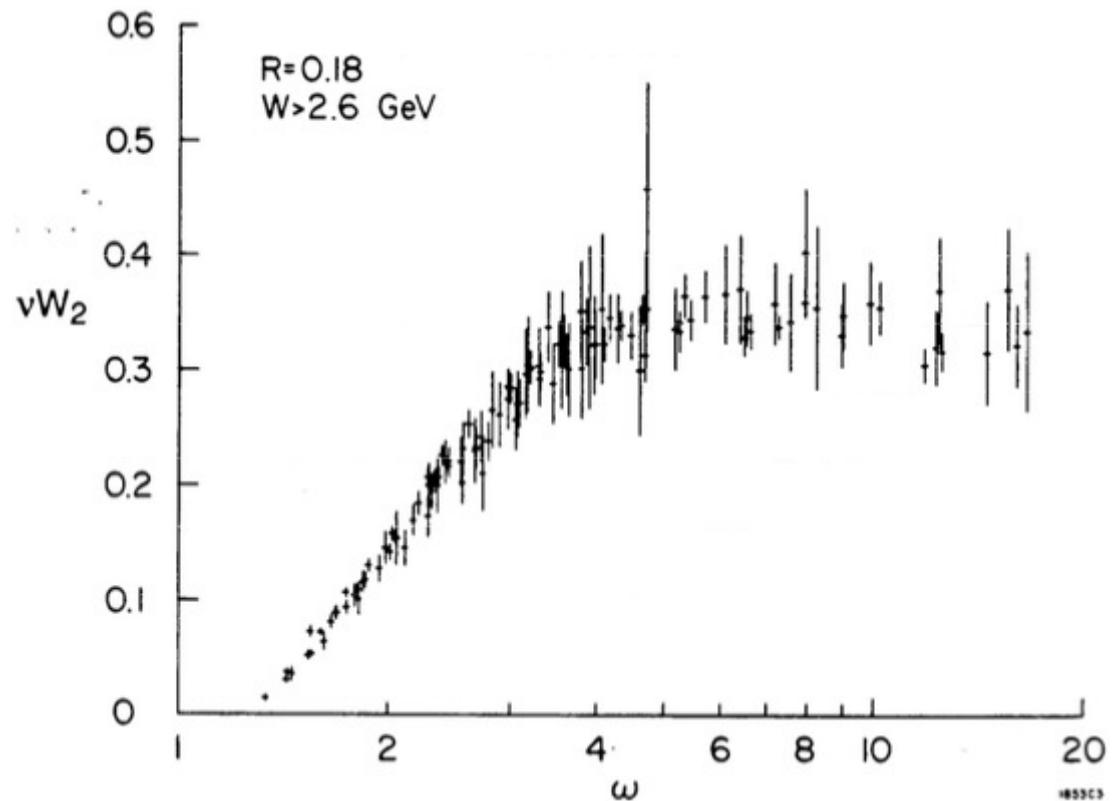
Η κατανομή της μεταβλητής  $\omega$ , όπου  $\omega$  ορίζεται σαν:

$$\omega = \frac{2m_p v}{q^2} = \frac{1}{x} = \frac{2Mv}{Q^2}$$

όπου  $v = E_i - E_f$

ήταν εντυπωσιακά σταθερή ως προς μεγάλο εύρος τιμών ενέργειας δέσμης, γωνίας σκέδασης και ενέργειας σκεδαζόμενων σωματιδίων

Τιμές της **συνάρτησης δομής**,  $F_2 = vW_2$ , του πρωτονίου συναρτήσει της μεταβλητής  $\omega$



## Βαθειά ανελαστικές σκεδάσεις ηλεκτρονίου -πρωτονίου

Η σταθερότητα της κατανομής της μεταβλητής  $x$ , ονομάζεται **βάθμιση Bjorken (Bjorken scaling)**, προς τιμή του θεωρητικού φυσικού που την προέβλεψε.

Η βάθμιση Bjorken δηλώνει ότι αν η σκέδαση ηλεκτρονίου-συστατικού του πρωτονίου (**parton**) είναι σημειακή τότε η  $F_2$  δεν εξαρτάται από το  $q^2$  και το  $\nu$  αλλά μόνο από την μεταβλητή  $x$ .

Επομένως αν στο όριο  $q^2 \rightarrow \infty$ ,  $\nu \rightarrow \infty$  η συνάρτηση  $F_2(q^2, \nu)$  παραμένει πεπερασμένη, τότε αυτή μπορεί να εξαρτάται μόνο από τον αδιάστατο και πεπερασμένο λόγο των δυο ποσοτήτων δηλαδή από το  $x = q^2/(2M\nu)$ .

Εφόσον το  $x$  είναι αδιάστατο, δεν υπάρχει βαθμίδα μάζας ή μήκους και από αυτό προκύπτει ο όρος αναλλοίωτο βαθμίδας.

Η θεώρηση της βάθμισης Bjorken στηριζόταν σε αφηρημένες εννοιες και όχι στο μοντέλο των quarks. Άλλωστε ο Gell-Mann ισχυριζόνταν ότι τα quarks ήταν φανταστικά δημιουργήματα

Με βάση τα αποτελέσματα της ανελαστικής σκέδασης και τις προβλέψεις του Bjorken, ο Feynman κατέληξε ότι τα quarks ήταν πραγματικά

Περισσότερες μετρήσεις και αποτελέσματα έδειξαν ότι τα συστατικά του πρωτονίου είναι πολύ ελαφρύτερα από το  $1/3$  της μάζας του πρωτονίου. Παρουσιάστηκε επίσης ότι τα partons αυτά ήταν φερμιόνια spin  $1/2$  και είχαν μη ακέραιο ηλεκτρικό φορτίο.

Το σημαντικό όμως εύρημα ήταν το γεγονός ότι μετέφεραν το μισό μόνο της ορμής του πρωτονίου

## Σκέδαση ηλεκτρονίου-πρωτονίου

Για ενέργεια ηλεκτρονίου κάτω από 1 MeV, το πρωτόνιο δρα σαν σημειακό Dirac σωματίδιο, αν και η μαγνητική του ροπή είναι 2.8 φορές μεγαλύτερη από αυτή που θα αναμένονταν.

Για ενέργεια ηλεκτρονίου μέχρι 1 GeV, το πρωτόνιο φαίνεται να έχει ακτίνα κατανομής φορτίου περίπου 0.8fm που συνάδει με τις ενεργές διατομές των ισχυρών αλληλεπιδράσεων

Η εκτεταμένη χωρική κατανομή του φορτίου προκαλεί την ενεργό διατομή της ελαστικής σκέδασης  $ep \rightarrow ep$  να είναι τάξεις μεγέθους μικρότερη από αυτή που θα αναμένοντα από ένα Dirac σωματίδιο

Για ενέργειες ηλεκτρονίου πάνω από 1 GeV, τα περισσότερα γεγονότα σκέδασης προέρχονται από ανελαστική σκέδαση  $ep \rightarrow eX$  όπου X είναι το πρωτόνιο (ή νετρόνιο) και άλλα σωματίδια συνήθως πιόνια.

Η ενεργός διατομή σκέδασης είναι αυτή που αναμένεται για σκέδαση από Dirac σωματίδιο (σημειακό φορτίο) και πολύ μεγαλύτερη από αυτή που αναμένεται από μια ομαλή κατανομή φορτίου

Μετρώντας τόσο την ενέργεια όσο και την γωνία εξόδου του σκεδαζόμενου ηλεκτρονίου είναι δυνατό να μετρήσουμε το ποσοστό  $x$ , της ορμής του πρωτονίου στο σύστημα αναφοράς του CM, που μεταφέρεται από το parton ή το quark που βρίσκεται μέσα στο πρωτόνιο.



# Μεταβλητές ανελαστικής σκέδασης

$\underline{p}_1$  αρχική 4-ορμή του ηλεκτρονίου

$\underline{p}_3$  τελική 4-ορμή του ηλεκτρονίου

$E_i$  αρχική ενέργεια του ηλεκτρονίου

$E_f$  τελική ενέργεια του ηλεκτρονίου

$\underline{p}_2 = (m_p, \vec{0})$  αρχική 4-ορμή του πρωτονίου

$\underline{q} = (E_i - E_f, \vec{p}_1 - \vec{p}_3)$  μεταφερόμενη 4-ορμή  $\nu = E_i - E_f$

$$Q^2 = -q^2 = -(\underline{p}_1 - \underline{p}_3)^2 = 2E_i E_f (1 - \cos \theta_{13})$$

$$x = \frac{-\underline{q} \cdot \underline{q}}{2\underline{q} \cdot \underline{p}_2} = \frac{Q^2}{2m_p \nu}$$

$$y = \frac{\underline{q} \cdot \underline{p}_2}{\underline{p}_1 \cdot \underline{p}_2} = \frac{\nu m_p}{E_i m_p} = \frac{\nu}{E_i}$$

$$0 \leq x \leq 1$$

$$0 \leq y \leq 1$$

## Ανελαστικές συναρτήσεις δομής (**structure functions**)

Οι συναρτήσεις δομής του πρωτονίου  $F_1(Q^2, x)$  και  $F_2(Q^2, x)$  για ανελαστική σκέδαση είναι ανάλογες των ηλεκτρομαγνητικών παραγόντων μορφής  $G_E(Q^2)$  και  $G_M(Q^2)$  που εισάγονται στην ελαστική σκέδαση

Η ενεργός διατομή γράφεται με την μορφή:

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 dx} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[ \left( 1 - y - \frac{m_p^2 y^2}{Q^2} \right) \frac{F_2(x, Q^2)}{x} + y^2 F_1(x, Q^2) \right]$$

Ο όρος στην παρένθεση αντιπροσωπεύει υψηλότερες διορθώσεις και μπορεί να αγνοηθεί

Ο Feynman χρησιμοποίησε την έννοια του parton (παρτονίου) για να περιγράψει τα συστατικά του πρωτονίου που ανιχνεύτηκαν στις ανελαστικές σκεδάσεις τους με ηλεκτρόνια, αφήνοντας επίσης ανοικτό το ενδεχόμενο τα partons να μην ήταν τα quarks

Οι παρτονικές συναρτήσεις κατανομής ([parton distribution function - PDFs](#)) περιγράφουν την πυκνότητα των quarks με ποσοστό ορμής  $x$ , μέσα στο πρωτόνιο ή στο νετρόνιο

$u^p(x)dx$  :είναι ο αριθμός των up-quark στο πρωτόνιο με ποσοστό ορμής μεταξύ  $x$  και  $x+dx$

$d^p(x)dx$  :είναι ο αριθμός των down-quark στο πρωτόνιο με ποσοστό ορμής μεταξύ  $x$  και  $x+dx$

$$\int_0^1 u^p(x)dx \approx 2 \quad \int_0^1 d^p(x)dx \approx 1$$

# Κατανομή ορμής των quarks

Η κατανομή των quarks για ένα πρωτόνιο σε ηρεμία που αποτελείται από 3 quarks θα αντιστοιχεί σε μια δ-συνάρτηση στη θέση  $x=1/3$

Τα quarks είναι δέσμια γιατί ανταλλάσσουν μεταξύ τους δυνητικά σωματίδια (gluonia). Σαν αποτέλεσμα η ορμή τους “απλώνει”. Επίσης τα gluons μεταφέρουν μέρος της ορμής του πρωτονίου

Τα gluons μπορούν να μετατραπούν με την σειρά σε ζεύγη quark-antiquark τα οποία με την σειρά του ξαναγίνονται gluons.

Σαν αποτέλεσμα υπάρχει κάποιο περιεχόμενο σε anti-quarks μέσα στο πρωτόνιο

Ονομάζουμε **quark σθένους** (**valence quarks**) τα 3 quarks μέσα σε ένα πρωτόνιο (νετρόνιο) τα οποία μεταφέρουν το καθαρό φορτίο και γεύση. Για το πρωτόνιο αυτά είναι τα 2 u-quarks και το ένα d-quark, ενώ για το νετρόνιο υπάρχουν 2 d-quarks και ένα u-quark

Τα quarks σθένους ανταλλάσσουν συνεχώς μεταξύ τους gluons τα οποία είναι ουδέτερα φορτισμένα και έτσι δεν εμφανίζονται στις σκεδάσεις με ηλεκτρόνια

Οι γραμμές των gluons ωστόσο μπορεί να έχουν βρόγχους quark-antiquark και επομένως σε κάποια σκέδαση με ηλεκτρόνια να συμμετάσχει το ένα σκέλος (φορτισμένο) αυτού του βρόγχου.

Τα anti-quarks (και τα quarks) αυτών των βρόγχων αποτελούν τα λεγόμενα **quarks της θάλασσας** του πρωτονίου (**sea quarks**)

## Sea quarks και antiquarks

Υπάρχει ένα εύρος τιμών ορμών για τα gluons.

Είναι ιδιαίτερα συνηθισμένο να βρεθούν gluons με μικρό ποσοστό ορμής μέσα στο πρωτόνιο, και εξαιρετικά σπάνιο να βρεθεί gluon με μεγάλο ποσοστό ορμής.

Επομένως η κατανομή των μικρών  $x$ -τιμών των gluons παρουσιάζει μέγιστο στο 0 και πέφτει γρήγορα καθώς οι τιμές του  $x$  αυξάνουν

Τα ζεύγη των quarks-antiquarks των βρόγχων των γραμμών gluonίων έχουν  $x$ -τιμές που αθροίζονται στη τιμή  $x$  του gluon.

Επομένως, η  $x$ -κατανομή των anti-quarks μέσα στο πρωτόνιο ελαττώνεται πολύ γρήγορα.

Η  $x$ -κατανομή των sea-quarks είναι ίδια με αυτή των anti-quarks.

## Συναρτήσεις δομής

$u^p(x)dx$  : up-quarks στο πρωτόνιο

$d^p(x)dx$  : down-quarks στο πρωτόνιο

$\bar{u}^p(x)dx$  : up-antiquarks στο πρωτόνιο

$\bar{d}^p(x)dx$  : down-antiquarks στο πρωτόνιο

$$\int_0^1 [u^p(x) - \bar{u}^p(x)] dx = 2$$

$$\int_0^1 [d^p(x) - \bar{d}^p(x)] dx = 1$$

$u^n(x)dx$  : up-quarks στο νετρόνιο

$d^n(x)dx$  : down-quarks στο νετρόνιο

$\bar{u}^n(x)dx$  : up-antiquarks στο νετρόνιο

$\bar{d}^n(x)dx$  : down-antiquarks στο νετρόνιο

$$\int_0^1 [u^n(x) - \bar{u}^n(x)] dx = 1$$

$$\int_0^1 [d^n(x) - \bar{d}^n(x)] dx = 1$$

$s(x) = \bar{s}(x)$  : strange-antistrange quark (ίδια ποσότητα στο πρωτόνιο και νετρόνιο)

$c(x) = \bar{c}(x)$  : charm-anticharm quark (ίδια ποσότητα στο πρωτόνιο και νετρόνιο)

$$\int_0^1 [u^n(x) - \bar{u}^n(x)] dx = 1$$

$$\int_0^1 [d^n(x) - \bar{d}^n(x)] dx = 1$$



## Συναρτήσεις δομής

## Ενεργός διατομή για σκεδάσεις quarks

Ανελαστικές σκεδάσεις με πρωτόνια είναι ουσιαστικά ελαστικές σκεδάσεις με τα συστατικά των πρωτονίων, τα quarks.

Η ενεργός διατομή για την σκέδαση αυτής της μορφής είναι:

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 dx} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[ (1-y) + \frac{y^2}{2} \right] \sum_i Q_i^2 q_i(x)$$

όπου  $q_i(x)$  είναι η πιθανότητα να βρεθεί ένα quark μέσα στο πρωτόνιο να μεταφέρει ποσοστό ορμής  $x$  και  $Q_i$  είναι το ηλεκτρικό φορτίο του.

Όπως έχουμε προαναφέρει, τα up-quarks έχουν ηλεκτρικό φορτίο  $+2/3$  ενώ τα down quarks  $-1/3$

Η σχέση μεταξύ τις συναρτήσεων δομής του πρωτονίου και τις κατανομές των quarks είναι:

$$F_2(x) = 2xF_1(x) = x \sum_i Q_i^2 q_i(x)$$

# Συναρτήσεις δομής

<http://hepdata.cedar.ac.uk/pdf/pdf3.html>

## The Durham HepData Project



REACTION DATABASE • DATA REVIEWS • PDF PLOTTER

ABOUT HEPDATA • SUBMITTING DATA

See also: the [HepData compilation of PDF codes](#) and the [LHAPDF PDF library](#)

Using the form below you can calculate, in real time, values of  $xf(x, Q^2)$  for any of the PDFs from the different groups. You can also generate and compare plots of  $xf(x, Q^2) \propto x$  at any  $Q^2$  for up to 5 different parton types or PDF sets.

Select:	Parton	Group	Set
<input checked="" type="checkbox"/>	upv	CT10	CT10 (central)
<input checked="" type="checkbox"/>	downv	CT10	CT10 (central)
<input checked="" type="checkbox"/>	upbar	CT10	CT10 (central)
<input checked="" type="checkbox"/>	strange	CT10	CT10 (central)
<input checked="" type="checkbox"/>	charm	CT10	CT10 (central)

Xmin = 0.0001 Xmax = 1 Xinc = 0.01

Q2 = 100 GeV<sup>2</sup>

x axis: ☐ lin ☒ log

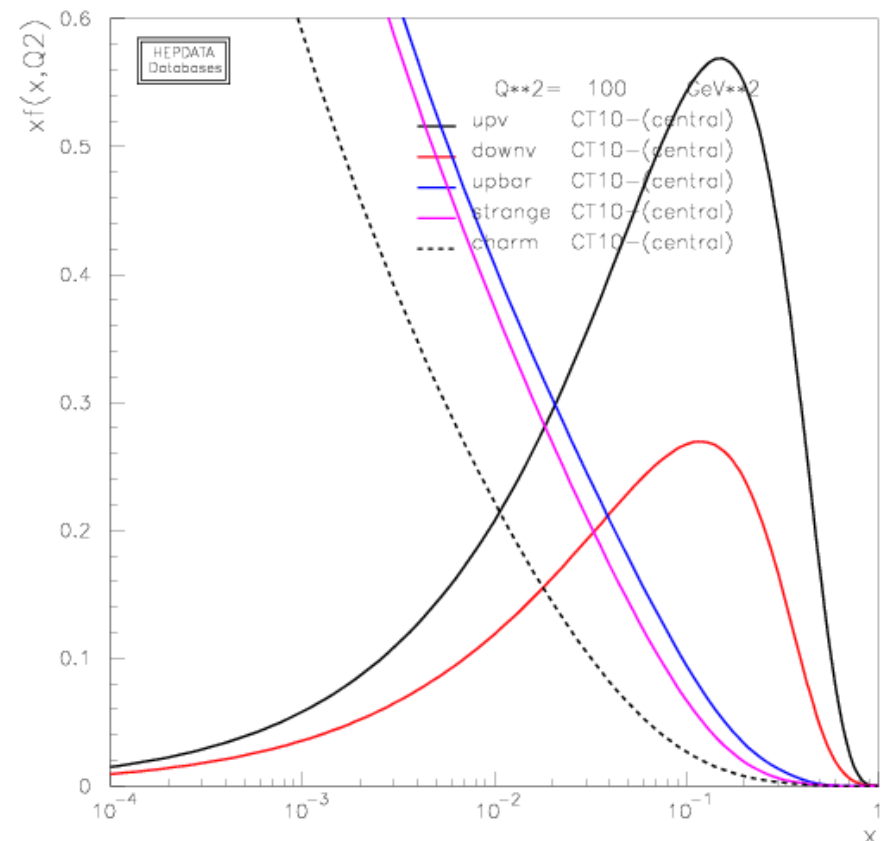
y axis: ☒ lin ☐ log, ymin = 0.0 ymax = 0.6

Output as: ☐ numbers or ☒ plot (line width = 5) as ratio ☐

[Make the Plot](#) [add sets](#) [remove sets](#)

[Change to plotting versus Q<sup>2</sup>](#)

[Change to Error Set plotting](#)



## Παραβίαση της βάθμωσης Bjorken (**scaling violations**)

Παραβίαση της βάθμωσης Bjorken προέρχεται από την εξάρτηση των συναρτήσεων δομής από  $Q^2$

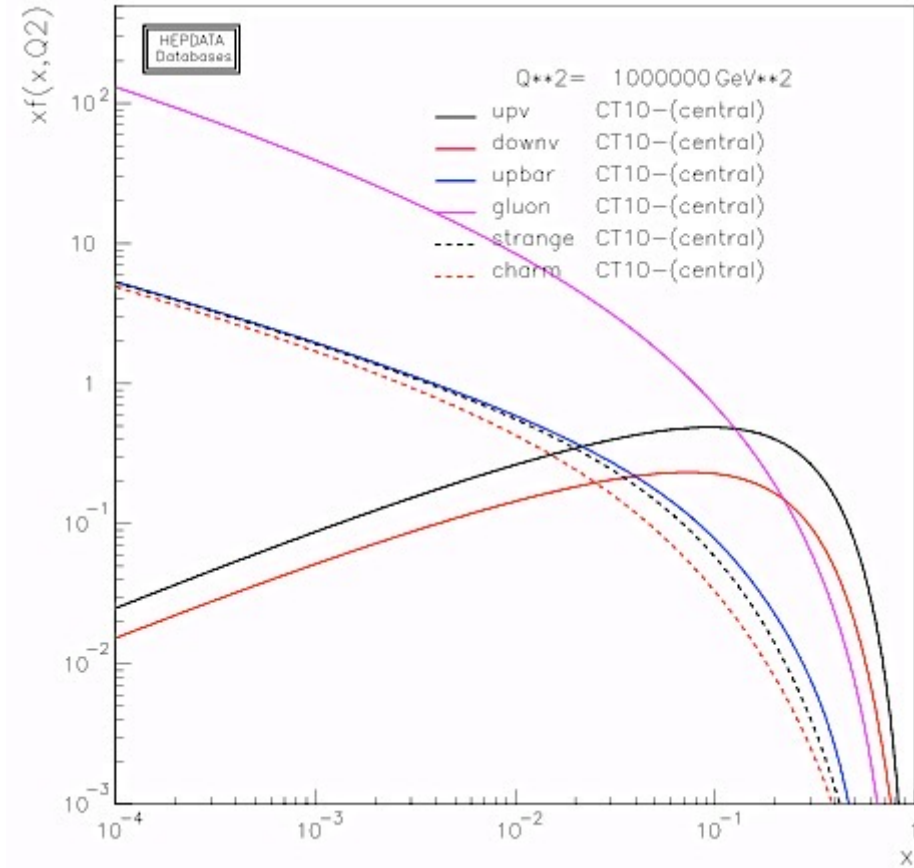
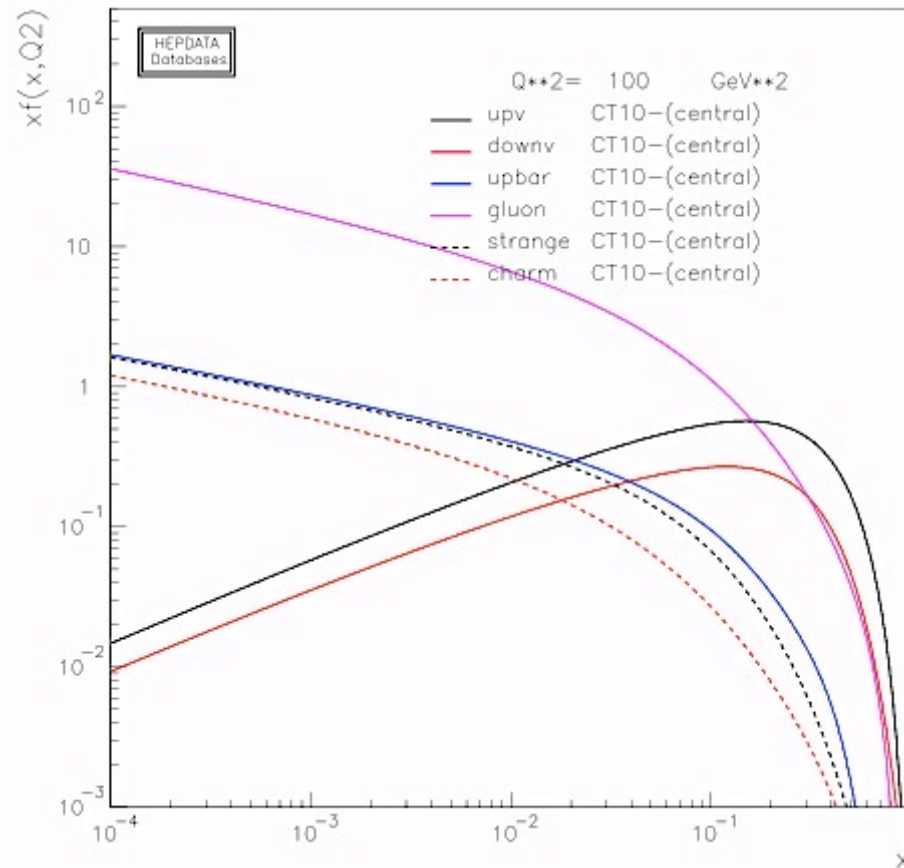
Η εξάρτηση αυτή προέρχεται από το γεγονός ότι quarks ακτινοβολούν gluons που έχει σαν αποτέλεσμα την ελάττωση της ορμής τους (μετατώπιση σε χαμηλότερη  $x$ -τιμή) πριν έρθουν σε αλληλεπίδραση με το δυνητικό φωτόνιο.

Τα gluons και τα υπόλοιπα quarks μετατρέπονται σε αδρόνια

Σε χαμηλές τιμές του  $Q^2$ , το κινηματικά όρια για εκπομπή gluons είναι χαμηλά. Σε υψηλές όμως τιμές του  $Q^2$ , υπάρχουν πολύ περισσότερες δυνατότητες εκπομπής. Σαν αποτέλεσμα οι κατανομές των quarks μετατοπίζονται σε χαμηλότερες τιμές του  $x$  καθώς το  $Q^2$  αυξάνει

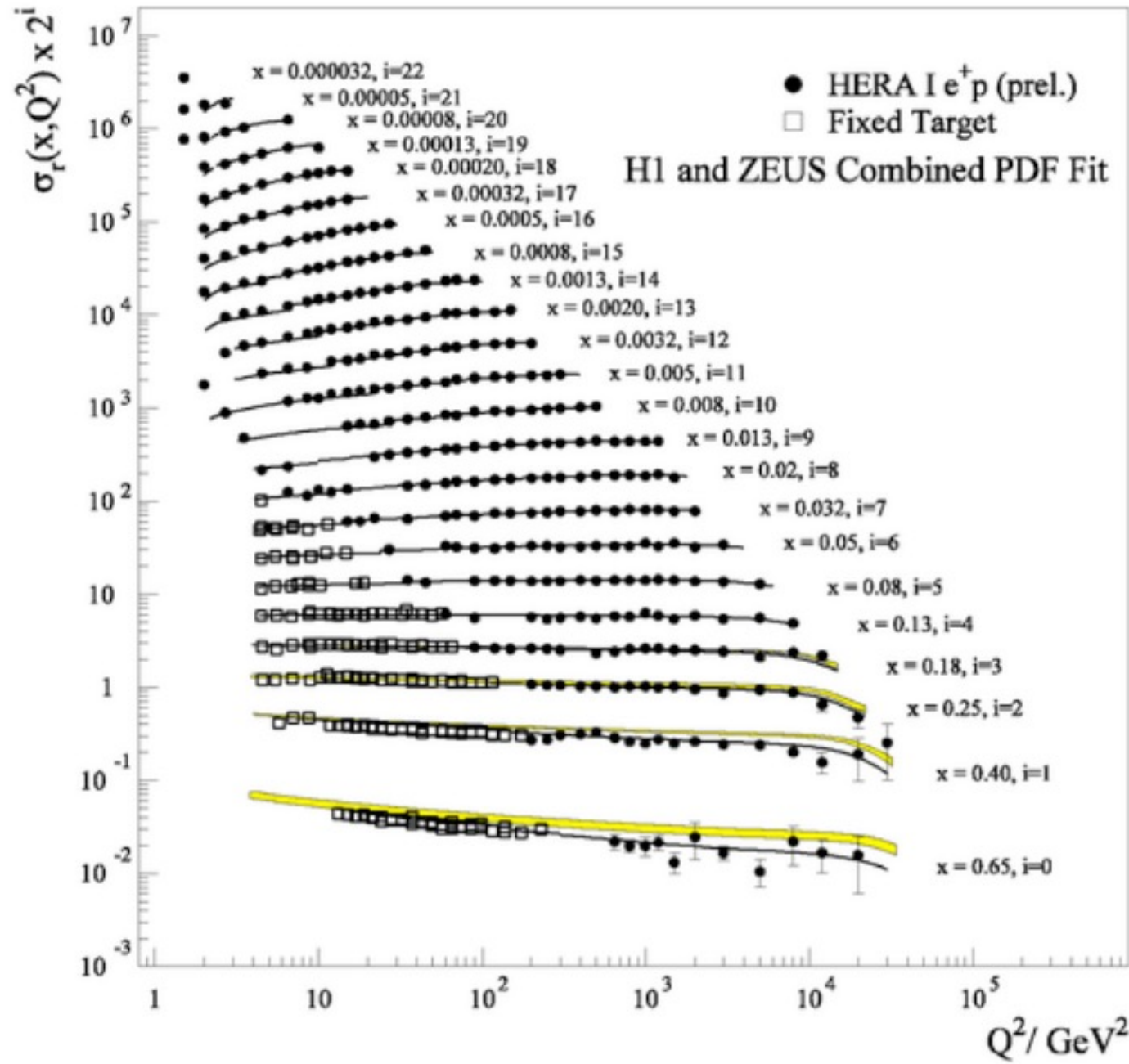
Επειδή οι συναρτήσεις δομής των παρτονίων (**Parton Distribution Functions, PDFs**), πέφτουν για μεγάλες τιμές του  $x$ , όταν το σχήμα μετατοπίζεται προς χαμηλές  $x$ -τιμές, οι PDFs στις μεγάλες  $x$ -τιμές ελαττώνονται με το  $Q^2$  και αυξάνουν στις μικρές  $x$ -τιμές για μεγάλα  $Q^2$

# Παραβίαση της βάθμωσης Bjorken (**scaling violations**)





# Παραβίαση της βάθμωσης Bjorken συναρτήσει $Q^2$

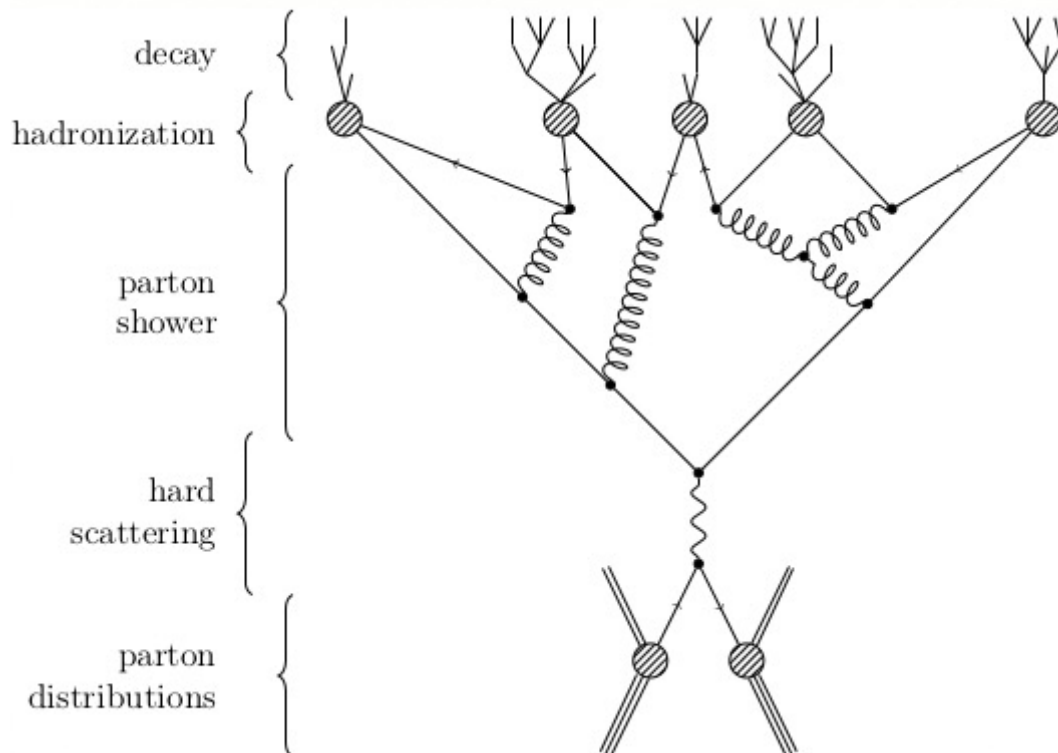


# Αδρονοποίηση

Τόσο για τις ανελαστικές σκεδάσεις με τα ηλεκτρόνια όσο και για  $e^-e^+$  σκεδάσεις θεωρούμε τα quarks σαν θεμελιώδη σωματίδια. Αλλά στην πραγματικότητα δεν ανιχνεύουμε ελεύθερα quarks, αλλά ανιχνεύουμε μόνο αδρόνια – μεσόνια και βαρυόνια

Τα quarks εκπέμπουν gluons τα οποία με την σειρά τους μετατρέπονται σε ζεύγη quark-antiquark και τελικά όλα καταλήγουν σε μονήρη κατάσταση χρώματος τα αδρόνια

Δεν είναι ξεκάθαρο γιατί η διεργασία αυτή δεν χαλά τις προβλέψεις της θεωρίας μας θεωρώντας τα θεμελιώδη quark να συμμετέχουν στις σκεδάσεις αλλά όντως δεν υπάρχουν ενδείξεις για οποιαδήποτε παραβίαση των προβλέψεων



# Κυματοσυναρτήσεις των quarks στην QCD

Τα quarks έρχονται σε τρία χρώματα: red, green και blue

Αναπαριστάμε τις καταστάσεις αυτές με διανύσματα 3-συνιστωσών:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ένα quark είναι σωματίδιο Dirac με σπιν  $\frac{1}{2}$  και επομένως ένα ελεύθερο quark είναι ένα **επίπεδο κύμα**  $\times$  **spinor**  $\times$  **διάνυσμα χρώματος**  $e^{\frac{i}{\hbar}p \cdot x} \times u \times c$

Τα gluons μεταφέρουν χρώμα και αντι-χρώμα και υπάρχουν 8 καταστάσεις:

$$\begin{aligned} |1\rangle &= (r\bar{b} + b\bar{r})/\sqrt{2} & |4\rangle &= (r\bar{g} + g\bar{r})/\sqrt{2} & |7\rangle &= (b\bar{g} + g\bar{b})/\sqrt{2} \\ |2\rangle &= -i(r\bar{b} - b\bar{r})/\sqrt{2} & |5\rangle &= -i(r\bar{g} - g\bar{r})/\sqrt{2} & |8\rangle &= (r\bar{r} + b\bar{b} - 2g\bar{g})/\sqrt{3} \\ |3\rangle &= (r\bar{r} - b\bar{b})/\sqrt{2} & |6\rangle &= -i(b\bar{g} - g\bar{b})/\sqrt{2} \end{aligned}$$

Υπάρχει και μια μονήρης κατάσταση:  $|9\rangle = (r\bar{r} + b\bar{b} + g\bar{g})/\sqrt{3}$   
και δεν αντιστοιχεί σε φυσική κατάσταση

# Κυματοσυνάρτηση gluons

Η αναπαράσταση γίνεται με διανύσματα 8-συνιστωσών

$$a^1 = |1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a^2 = |2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \dots \quad a^8 = |8\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

## λ – πίνακες της QCD

$$\lambda^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda^7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda^8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$



# Κανόνες Feynman για την QCD

Εξωτερική γραμμή quark:  $u c$  ή  $\bar{u} c^\dagger$  και  $v c$  ή  $\bar{v} c^\dagger$  για anti-quarks

Κορυφή quark-gluon:  $\frac{-ig_{strong}}{2} \lambda^\alpha \gamma^\mu$

Διαδότης gluon:  $\frac{-ig_{\mu\nu} \delta^{\alpha\beta}}{q^2}$

Διαδότης quark:  $\frac{-i(\not{q} + mc)}{q^2 - m^2 c^2}$

$$M = -\frac{g_{strong}^2}{4q^2} [\bar{u}_3 \gamma^\mu u_1] [\bar{v}_2 \gamma_\mu v_4] [c_3^\dagger \lambda^\alpha c_1] [c_2^\dagger \lambda^\alpha c_4]$$