

16° Mini Exam – 5-λεπτά

Ένα σώμα μάζας m κρέμεται από νήμα αμελητέας μάζας. Το νήμα μπορεί να τυλιχθεί γύρω από ένα σύστημα τροχαλιών όπως στο σχήμα, είτε γύρω από την τροχαλία ακτίνας R_1 (ροπή αδράνειας I_1) είτε γύρω από την τροχαλία ακτίνας R_2 (ροπή αδράνειας I_2) ενώ $R_1 < R_2$.

Το σώμα αφήνεται να κατέβει προς το έδαφος από ύψος H .

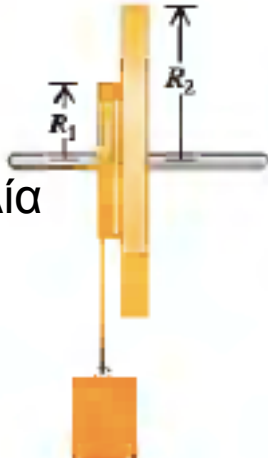
➤ Η ταχύτητα του σώματος είναι:

(Α) Μεγαλύτερη όταν το νήμα είναι τυλιγμένο γύρω από τη μικρή τροχαλία

(Β) Μεγαλύτερη όταν το νήμα είναι τυλιγμένο γύρω από τη μεγάλη τροχαλία

(Γ) Η ταχύτητα του σώματος είναι ίδια και στις δυο περιπτώσεις

(Δ) Δεν δίνονται αρκετά στοιχεία



Από διατήρηση της μηχανικής ενέργειας έχουμε: $E_{kin}^i + U_g^i = E_{kin}^f + U_g^f$ (1)

Αρχικά: $E_{kin}^i = 0$ και $U_g^i = mgH$ (2)

Τελικά: $E_{kin}^f = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(I_{\tau p1} + I_{\tau p2})\omega^2$ (Οι 2 τροχαλίες έχουν ίδιο ω) ενώ $U_g^f = 0$ (3)

Αλλά η ταχύτητα του σώματος είναι ίδια με του νήματος που είναι ίδια με την εφαπτομενική ταχύτητα των σημείων της τροχαλίας και άρα: $v = \omega R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R}$ (4)

Αντικαθιστώντας (2), (3) και (4) στην (1) και λύνοντας ως προς v έχουμε:

$$mgH = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_{ολ} \frac{v^2}{R^2} \Rightarrow 2mgHR^2 = (mR^2 + I_{ολ})v^2 = mR^2 \left(1 + I_{ολ}/mR^2\right)v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2gH}{1 + I_{ολ}/mR^2}}$$