1^η Εργασία Επιστροφή: 23/9/18

Υπενθύμιση: Οι εργασίες πρέπει να επιστρέφονται με e-mail που θα στέλνετε από το πανεπιστημιακό σας λογαριασμό το αργότερο μέχρι την ημερομηνία που αναγράφεται. Σα θέμα (subject) του e-mail θα πρέπει να αναγράφεται την εργασία (Homework 1) Κάθε αρχείο που επισυνάπτετε (attach) στο e-mail σας θα πρέπει να έχει το όνομα στη μορφή username_hmX.tgz όπου username είναι το username του e-mail σας και X ο αριθμός της εργασίας. Επίσης σα πρώτο σχόλιο μέσα σε κάθε file που περιέχει το πρόγραμμά σας θα πρέπει να αναφέρεται το ονοματεπώνυμό σας. Οι εργασίες είναι ατομικές και πανομοιότυπες εργασίες δε θα βαθμολογούνται.

1. Χρησιμοποιώντας μια διαδικασία επανάληψης στην οποία κάθε νέος όρος υπολογίζεται από τους προηγούμενους n-1 όρους, να γράψετε ένα πρόγραμμα σε C++ που να υπολογίζει τα αθροίσματα:

$$\sin(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(-1\right)^k x^{2k+1}}{\left(2k+1\right)!} \quad \text{ken } \cos(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(-1\right)^k x^{2k}}{\left(2k\right)!}$$

Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να τυπώνει τα αποτελέσματα στην οθόνη όταν φθάσετε σε μια επιθυμητή ακρίβεια 10^{-12} . Θα πρέπει επίσης να συγκρίνει με το αποτέλεσμα της συνάρτησης βιβλιοθήκης.

2. Το πολυώνυμο Legendre τάξης L ορίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$P(L,x) = A(L) \sum_{r=0}^{r=L/2} \left[B(L,r) x^{(L-2r)} \right]$$

όπου $A(L)=1/2^L$ και B(L,r) δίνεται από τη σχέση:

$$B(L,r) = (-1)^r \frac{(2L-2r)!}{\lceil r!(L-r)!(L-2r)! \rceil}$$

Στο πρόβλημα αυτό θα μελετήσετε το πολυώνυμο Legendre με L=8. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να έχει τα ακόλουθα στοιχεία:

- (α) Μία συνάρτηση, FACT, η οποία υπολογίζει το παραγοντικό ενός ακεραίου που εισάγετε σαν όρισμα.
- (β) Μία συνάρτηση, LEGENDRE, η οποία υπολογίζει την τιμή του πολυωνύμου Legendre P(8,x) για κάποια τιμή του x που εισάγετε.
- (γ) Θα πρέπει να γράψετε ένα κύριο πρόγραμμα το οποίο δέχεται από το πληκτρολόγιο την αρχική τιμή του x για την οποία θα πρέπει να υπολογίσετε το P(8,x). Η αρχική αυτή τιμή είναι x=-1.0. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να υπολογίζει την τιμή του πολυωνύμου για όλες τις τιμές του x στο διάστημα $\left[-1.0,1.0\right]$ με βήμα $\delta x=0.05$.

Θα πρέπει να γράψετε τις τιμές του x και τις αντίστοιχες τιμές του πολυονύμου P(8,x) σαν ζεύγη, σε ένα file το οποίο ονομάζεται Legendre.dat.

(δ) Βλέποντας το file αυτό θα παρατηρήσετε ότι P(8,x) έχει 4 ρίζες στο διάστημα $\begin{bmatrix} -1.0,0.0 \end{bmatrix}$. Επειδή το πολυόνυμο είναι συμμετρικό ως προς x, αυτές οι ρίζες θα είναι συμμετρικές και θα υπάρχουν και στο διάστημα [0.0,1.0]. Επομένως βρίσκοντας τις 4 αρνητικές ρίζες θα έχουμε βρει και τις 4 θετικές. Θα πρέπει τώρα να προσθέσετε στο πρόγραμμά σας μια συνάρτηση, NEWTON, η οποία υπολογίζει την ρίζα μιας συνάρτησης, η οποία βρίσκεται ανάμεσα σε δυο τιμές x1 και x2 που περνάτε σαν ορίσματα στην συνάρτηση NEWTON. Η συνάρτηση NEWTON θα πρέπει να έχει δυο ακόμα ορίσματα, την συνάρτηση την ρίζα της οποίας θέλετε να βρείτε και την ακρίβεια με την οποία θέλετε να βρείτε τη ρίζα. Θεωρήστε ότι η ακρίβεια που θέλετε να πετύχετε για την εύρεση της ρίζας είναι $\varepsilon = 0.000001$. Η τιμή της ρίζας θα είναι αυτή για την οποία είτε η τιμή του $|P(8,x)| < \varepsilon$ ή $|x_1 - x_2| < \varepsilon$. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει τώρα να τυπώνει και τις ρίζες τις οποίες βρίσκετε σε ένα file το οποίο ονομάζεται LegendreRoots.dat.

 $\underline{Yπόδειζη:}$ Μπορείτε να προσεγγίσετε τη παράγωγο του πολυονύμου από την κλίση της ευθείας που ορίζεται από τα σημεία x_1 και x_2 και τις αντίστοιχες τιμές του πολυονύμου.

- 3. Το παλίνδρομο είναι ένας αριθμός ο οποίος διαβάζεται το ίδιο είτε από δεξιά προς τα αριστερά ή από τα αριστερά προς τα δεξιά. Για παράδειγμα οι αριθμοί 12321, 45554 είναι παλίδρομα. Να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο διαβάζει έναν 5-ψηφίο αριθμό από το πληκτρολόγιο και ανιχνεύει αν είναι ή όχι παλίνδρομο.
- 4. Στο πρόβλημα αυτό θα πρέπει να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο εκτυπώνει ένα χάρακα. Για να το κάνει αυτό θα πρέπει να σημειώσει τα δύο άκρα, να βρεί το μέσο του διαστήματος και να το σημειώσει. Κατόπιν να επαναλάβει την διαδικασία αυτή στο αριστερό μισό μέρος του χάρακα και κατόπιν στο δεξί μισό μέρος του χάρακα. Αν θέλετε περισσότερες υποδιαιρέσεις θα πρέπει να επαναλάβετε τη διαδικασία στα νέα υποδιαστήματα που κατασκευάσατε. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να καλεί μία συνάρτηση subdivide() η οποία θα πρέπει να περιέχει μια επαναληπτική κλίση του εαυτού της. Η συνάρτηση χρησιμοποιεί αρχικά μια γραμματοσειρά η οποία περιέχει κενά και μόνο στα άκρα της περιέχει τον χαρακτήρα «|». Το κύριο πρόγραμμα χρησιμοποιεί ένα βρόγχο επανάληψης που καλεί την συνάρτηση subdive() έξι φορές, και κάθε φορά που την καλεί αυξάνει το επίπεδο της επανάληψης και εκτυπώνει την γραμματοσειρά. Μετά τις 6 επαναλήψεις θα πρέπει να πάρετε ένα output το οποίο μοιάζει όπως το παρακάτω σχήμα:

