

## ΦΥΣ 112

Ενδιάμεση Εξέταση: 24-Οκτωβρίου-2024

Πριν αρχίσετε συμπληρώστε τα στοιχεία σας (ονοματεπώνυμο και αριθμό ταυτότητας).

Ονοματεπώνυμο	Αριθμός Ταυτότητας

**Απενεργοποιήστε τα κινητά σας.**

Το δοκίμιο περιέχει 20 ερωτήσεις πολλαπλών επιλογών (2.5 μονάδες/ερώτηση) και 3 προβλήματα που θα πρέπει να λύσετε αναλυτικά (25 μονάδες/άσκηση). Η μέγιστη συνολική βαθμολογία της εξέτασης είναι 125 μονάδες.

**ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΣΤΕ ΜΟΝΟ ΤΙΣ ΣΕΛΙΔΕΣ ΠΟΥ ΣΑΣ ΔΙΝΟΝΤΑΙ ΚΑΙ ΜΗΝ ΚΟΨΕΤΕ ΟΠΟΙΑΔΗΠΟΤΕ ΣΕΛΙΔΑ**

**Η διάρκεια της εξέτασης είναι 180 λεπτά. Καλή Επιτυχία !**

Μέρος Α – Πολλαπλές επιλογές			
Ερώτηση	Βαθμός	Ερώτηση	Βαθμός
1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	
<b>Σύνολο</b>			

Μέρος Β	
Άσκηση	Βαθμός
1 <sup>η</sup> (25μ)	
2 <sup>η</sup> (25μ)	
3 <sup>η</sup> (25μ)	
<b>Σύνολο</b>	

## Τύποι που μπορούν να φανούν χρήσιμοι

### Ηλεκτροστατική:

$$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad V = \frac{U}{q_0} \quad \text{σημειακό φορτίο: } \vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}, \quad V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

διπολική ροπή:  $\vec{p} = q\vec{L}$  ροπή σε δίπολο:  $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$  δυν. ενέργεια:  $U = -\vec{p} \cdot \vec{E} + U_0$

$$U_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad W_E = -\Delta U = -W_{\epsilon\xi}. \quad \text{συνεχής κατανομή: } E = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

$$\phi = \int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA \quad \phi_{tot} = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \frac{Q_{\epsilon\sigma.}}{\epsilon_0} \quad \text{ασυνέχεια: } E_{n^+} - E_{n^-} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\text{Πεδίο άπειρης γραμμικής κατανομής: } E_R = \frac{2k\lambda}{R} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{R}$$

$$\text{Πεδίο στον άξονα φορτισμένου δακτυλίου: } E_z = \frac{kQz}{(z^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$\text{Πεδίο στον άξονα φορτισμένου δίσκου: } E_z = sign(z) \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{R^2}{z^2} \right)^{1/2} \right]$$

$$\text{Πεδίο επιπέδου άπειρων διαστάσεων: } E_z = sign(z) \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\text{Πεδίο λεπτού σφαιρικού κελύφους: } E_r = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} & r > R \\ 0 & r < R \end{cases}$$

$$\text{Διαφορά δυναμικού: } \Delta V = V_b - V_a = \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

### Χωρητικότητα:

$$C = \frac{Q}{V} \quad \text{Επίπεδος Πυκνωτής: } C = \frac{\epsilon_0 A}{d}, \quad V = Ed \quad U_C = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$\text{Συνδεσμολογία: παράλληλη: } C_p = C_1 + C_2 + \dots \quad \Sigma \text{ σειρά: } \frac{1}{C_\Sigma} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

$$\text{Χωρητικότητα σφαιρικού αγωγού: } C = 4\pi\epsilon_0 R \quad \text{κυλινδρικού: } C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(R_2/R_1)}$$

$$\text{Διηλεκτρικά: } C_k = kC_0 \quad \text{διαπερατότητα: } \epsilon = k\epsilon_0 \quad \text{ηλεκτρικό πεδίο: } E = \frac{E_0}{k}$$

**Αντίσταση:**

$$R = \frac{V}{I} \quad I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad R = \frac{\rho L}{A} \quad I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = qnAv_d \quad \vec{J} = qn\vec{v}_d$$

$$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

Συνδεσμολογία: παράλληλη:  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$  σειρά:  $R = R_1 + R_2 + \dots$

**Κυκλώματα:**

$$\sum \Delta V = 0 \quad \sum I_{\varepsilon \iota \sigma.} = \sum I_{\varepsilon \xi.}$$

$$q(t) = q_\infty(1 - e^{-t/\tau}) \quad q(t) = q_0 e^{-t/\tau} \quad I(t) = I_0 e^{-t/\tau} \quad \tau = RC$$

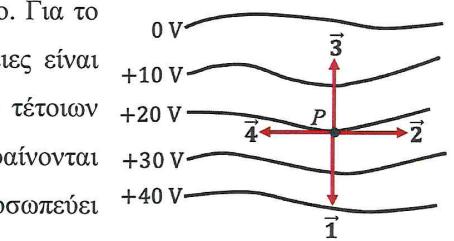
**Σταθερές και μετατροπές μονάδων:**

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2 \quad K_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \text{ C/Nm}^2 \quad e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

**Ερωτήσεις Πολλαπλών Επιλογών – Σύνολο 50 μονάδες – 2.5 μονάδες/ερώτηση**

1. Το σημείο  $P$  βρίσκεται σε ένα ηλεκτροστατικό πεδίο. Για το συγκεκριμένο αυτό πεδίο, οι ισοδυναμικές επιφάνειες είναι κάθετες στο επίπεδο της σελίδας. Η τομή πολλών τέτοιων ισοδυναμικών επιφανειών με το επίπεδο της σελίδας φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Ποιο από τα διανύσματα αντιπροσωπεύει την κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο  $P$ ;

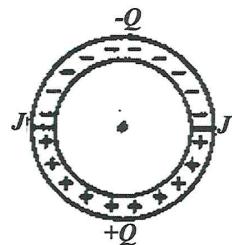
(A)  $\vec{1}$       (B)  $\vec{2}$       (C)  $\vec{3}$       (D)  $\vec{4}$



Οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στις ισοδυναμικές επιφάνειες και με φορά από υψηλότερο σε χαμηλότερο δυναμικό

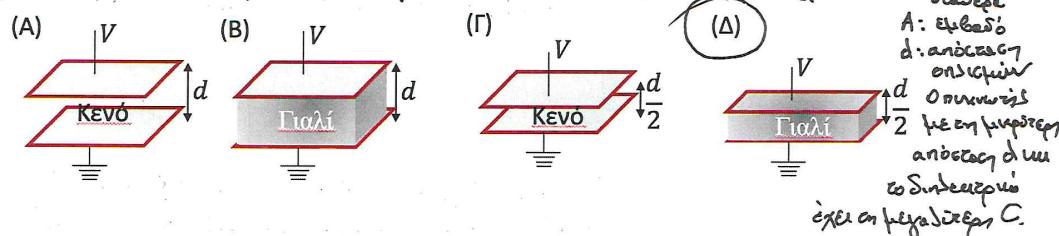
2. Ένας κυκλικός δακτύλιος κατάσκευασμένος από μονωτικό υλικό κόβεται σε δύο ημικυκλικά τμήματα. Στο ένα τμήμα φορτίζεται ομοιόμορφα με θετικό φορτίο  $+Q$  και το άλλο τμήμα του φορτίζεται ομοιόμορφα με αρνητικό φορτίο  $-Q$ . Τα δύο τμήματα συγκολλούνται και πάλι όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα χρησιμοποιώντας κατάλληλη μονωτική κόλλα στα σημεία επαφής τους  $J$ . Αν δεν υπάρχει αλλαγή στην κατανομή φορτίων των δύο τμημάτων, η διεύθυνση της ηλεκτροστατικής δύναμης που ασκείται σε ένα ηλεκτρόνιο που είναι τοποθετημένο στο κέντρο του κύκλου θα είναι:

(A) προς το πάνω μέρος της σελίδας  
 (B) προς το κάτω μέρος της σελίδας  
 (C) προς το δεξιό μέρος της σελίδας  
 (D) προς το αριστερό μέρος της σελίδας  
 (E) η δύναμη που ασκείται στο ηλεκτρόνιο είναι μηδενική

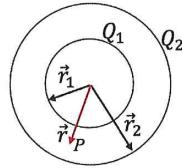


Οι δυνάμεις από κάθε εποικείωση φορτίο στις μεσανοτήτες έχουν αινιγμένη διεύθυνση και ίσης συμβερίδας μόνο η επιστρέφει στην καταλήψη της, επειδή η μετατίθενται προς το κάτω μέρος της σελίδας.

3. Ποιος από τους παρακάτω πυκνωτές, καθένας εκ των οποίων έχει οπλισμούς εμβαδού  $A$ , και στα άκρα τους εφαρμόζεται η ίδια διαφορά δυναμικού  $V$ , θα αποθηκεύσει το περισσότερο φορτίο στον πάνω οπλισμό του; Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή έναιε:  $C = \frac{A}{d} \cdot \text{const}$  όπου  $A$ : Συντετροφές σταθερές,  $d$ : απόσταση οπλισμών,  $V$ : Διαφορά δυναμικών.



**Για τις ερωτήσεις 4 και 5:** Οι επόμενες δύο ερωτήσεις αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση: Δύο λεπτοί ομόκεντροι σφαιρικοί φλοιοί, ακτίνας  $r_1$  και  $r_2$  αντίστοιχα, όπως φαίνονται στο διπλανό σχήμα, είναι φορτισμένοι με φορτίο  $Q_1$  και  $Q_2$ . Εστω  $r$  η απόσταση του σημείου  $P$  από το κέντρο τους.



4. Όταν  $r_1 < r < r_2$ , το ηλεκτρικό πεδίο στο  $P$  είναι ανάλογο ως προς:

(A)  $\frac{Q_1}{r^2}$    (B)  $\frac{Q_2}{r^2}$    (Γ)  $\frac{Q_1+Q_2}{r^2}$    (Δ)  $\frac{Q_1}{r_1^2} + \frac{Q_2}{(r_2-r)^2}$    (Ε)  $\frac{Q_1}{r^2} + \frac{Q_2}{(r_2-r)^2}$

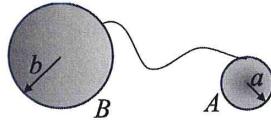
Από τον νότο των Γαμών χαρακτηρίζεται ως ανάλογη στην οπίσθια:  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{Q_1+Q_2}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q_1+Q_2}{4\pi r^2 \epsilon_0}$

5. Όταν  $r_1 < r < r_2$ , το ηλεκτρικό δυναμικό στο  $P$  ως προς το ηλεκτρικό δυναμικό στο άπειρο, είναι ανάλογο ως προς:

$$\nabla V = - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_{r_2}^{r_1} \vec{E}_1 \cdot d\vec{r} - \int_{r_1}^{r} \vec{E}_2 \cdot d\vec{r} = k \left( \frac{Q_1+Q_2}{r_2} \right) - \left( -\frac{Q_1}{r} + \frac{Q_2}{r_1} \right) = k \left[ \frac{Q_1+Q_2}{r_2} + \frac{Q_2}{r_1} - \frac{Q_1}{r} \right]$$

(A)  $\frac{Q_1}{r}$    (B)  $\frac{Q_2}{r}$    (Γ)  $\frac{Q_1+Q_2}{r}$    (Δ)  $\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r}$    (Ε)  $\frac{Q_1}{r} + \frac{Q_2}{r_2}$     $E_2 = k \frac{Q_2}{r^2}$  για  $r > r_2$   
 $E_3 = k \frac{Q_2}{r^2}$  για  $r_1 < r < r_2$

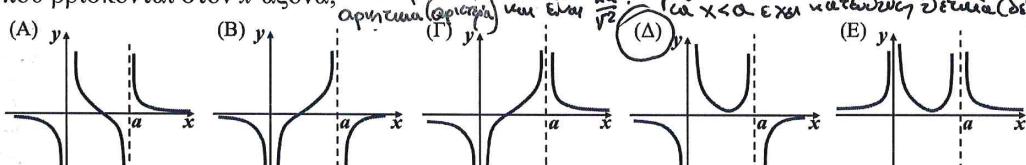
6. Δύο αγώγιμες σφαίρες, σφαίρα  $A$  ακτίνας  $a$  και σφαίρα  $B$  ακτίνας  $b$ , είναι μακριά η μία από την άλλη και είναι ενωμένες με λεπτό αγώγιμο σύρμα. Το σύστημα



φορτίζεται με θετικό φορτίο  $Q$  και επέρχεται ηλεκτροστατική ισορροπία. Το σύρμα κατόπιν αφαιρείται χωρίς να χαθεί οποιοδήποτε φορτίο από το σύστημα. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ακριβώς έξω από την επιφάνεια της σφαίρας  $A$  διαιρούμενη με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ακριβώς έξω από την επιφάνεια της σφαίρας  $B$  ισούται με:

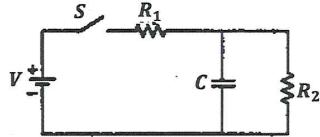
Όταν έναιει αναδεδεκτόν:  $V_A = V_B \Rightarrow k \frac{Q_B}{b} = k \frac{Q_A}{a} \Rightarrow \frac{Q_B}{Q_A} = \frac{b}{a}$  (1)  
 $E_A = k \frac{Q_A}{a^2}$    (Ε)  $E_B = k \frac{Q_B}{b^2}$     $E_A = \frac{b^2 Q_B}{a^2 Q_A} \Rightarrow E_A = \frac{b^2}{a^2} \frac{b}{a} = \frac{b^3}{a^3}$

7. Ένα θετικό φορτίο  $+3Q$  βρίσκεται στον  $x$ -άξονα στη θέση  $x = 0$ , και ένα δεύτερο αρνητικό φορτίο  $-Q$  βρίσκεται στον  $x$ -άξονα στη θέση  $x = a$ . Ποιο από τα παρακάτω γραφήματα αναπαριστά καλύτερα τη  $x$ -συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου συναρτήσει του  $x$ , για σημεία που βρίσκονται στον  $x$ -άξονα;



Στο  $x=\phi$  υπάρχει δευτερία. Για  $x > \phi$  ο πεδίο έχει κατεύθυνση προς τα δευτερά (σερια) εώς ότου  $x < \phi$  έχει κατεύθυνση αριστερά (σερια). Το (Δ) έχει αυτή τη συμπεριφορά.

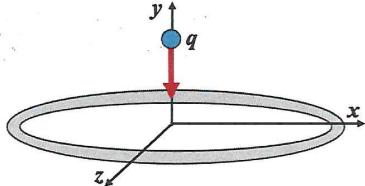
8. Στο κύκλωμα του διπλανού σχήματος, η μπαταρία προσφέρει σταθερή διαφορά δυναμικού  $V$ , όταν κλείσει ο διακόπτης,  $S$ . Ο πυκνωτής του κυκλώματος έχει χωρητικότητα  $C$  και οι δύο αντιστάτες έχουν αντίσταση  $R_1$  και  $R_2$ .



Την στιγμή που κλείνει ο διακόπτης, το ρεύμα που προσφέρει η μπαταρία και διαρρέει το κύκλωμα είναι: *Τη στιγμή που κλείνει ο διακόπτης, η τάση στα άντρα του πυκνών αινι Φ και ενέργειας ως βραχιονίδια και επομένω η ίδια είναι θρεπτικότερη, ώστε δεν διαρρέεται από την επόμενη:  $V = I \cdot R_1 \Rightarrow I = \frac{V}{R_1}$*

- (A)  $\frac{V}{R_1+R_2}$       (B)  $\frac{V}{R_1}$       (Γ)  $\frac{V}{R_2}$       (Δ)  $\frac{V(R_1+R_2)}{R_1R_2}$       (Ε) Μηδέν

9. Ένας κυκλικός δακτύλιος με ομοιόμορφη αρνητική πυκνότητα φορτίου τοποθετείται στο οριζόντιο  $xy$ -επίπεδο με το κέντρο του να συμπίπτει με την αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Σωματίδιο με θετικό φορτίο κινείται κατά μήκος του  $y$ -άξονα προς το κέντρο της κατανομής φορτίου όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τη στιγμή που το σωματίδιο διέρχεται από το κέντρο του κυκλικού δακτυλίου:



- (Α) Η ταχύτητα και η επιτάχυνσή του αποκτούν τις μέγιστες τιμές τους.  
 (Β) Η ταχύτητά του είναι μηδέν και η επιτάχυνσή του μέγιστη.  
 (Γ) Τόσο η ταχύτητα όσο και η επιτάχυνσή του είναι μη μηδενικές αλλά δεν έχουν μερικές αποκτήσει τις μέγιστες τιμές τους. *Στο κέντρο του δακτυλίου το ποδίο έχει ϕόρτο από την μάζα q*  
 (Δ) Η ταχύτητα και η επιτάχυνσή του είναι μηδέν. *Όπως αφιερεύεται και άρα  $F_q = 0$ . Το σώμα δε έχει την θέση της επιτάχυνσής του*  
 (Ε) Η ταχύτητά του είναι μέγιστη και η επιτάχυνσή του μηδέν. *Θα κινείται με σταθερή ταχύτητα*

10. Δύο πανομοιότυποι, μικροί σφαιρικοί αγωγοί βρίσκονται σε απόσταση  $1.0m$  μεταξύ τους. Οι αγωγοί είναι φορτισμένοι με ίσα αλλά αντίθετα φορτία και η δύναμη που αναπτύσσεται πάνω τους είναι  $F_0$ . Μισό από το φορτίο του ενός αγωγού μεταφέρεται στον άλλο αγωγό. Η δύναμη που αναπτύσσεται μεταξύ των σφαιρών είναι τώρα:

- (Α)  $F_0/4$       (Β)  $F_0/2$       (Γ)  $3F_0/2$       (Δ)  $3F_0$       (Ε)  $3F_0/4$

$$\text{Αρχικά, η δύναμη που είναι : } F = k \frac{Q(-Q)}{r^2} = -k \frac{Q^2}{r^2}$$

'Όπως φορτίο  $Q/2$  μετακινήθει από τον ένα αριστερό, η δύναμη που αποκτά το δεύτερο αγωγό θα είναι η δύναμη  $\frac{Q}{2} \times \frac{Q}{2} = \frac{1}{4} F_0$

11. Δύο ίσα φορτία  $Q$  βρίσκονται σε απόσταση  $d$  μεταξύ τους. Το ένα φορτίο ελευθερώνεται και αφήνεται να κινηθεί μακριά από το άλλο φορτίο εξαιτίας της δύναμης ανάμεσά τους. Όταν το κινούμενο φορτίο βρίσκεται σε απόσταση  $3d$  από το άλλο φορτίο, η κινητική του ενέργεια είναι:  $\Delta k + \Delta U = 0 \Rightarrow \Delta k = -\Delta U = -q\Delta V = -q(V_B - V_A) = -q\left(k\frac{Q}{3d} - k\frac{Q}{d}\right) = -k\frac{qQ}{d}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{1}\right) = 2k\frac{qQ}{3d} = \frac{1}{2}Q^2$
- (A)  $\frac{Q}{\pi\epsilon_0 d}$     (B)  $\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 d}$     (C)  $\frac{Q^2}{2d}$     (D)  $\frac{Q^2}{12\pi\epsilon_0 d}$     (E)  $\frac{Q^2}{6\pi\epsilon_0 d}$

12. Δύο μεταλλικές σφαίρες ακτίνας  $R_1$  και  $R_2$  αντίστοιχα έχουν φορτίο  $Q$  η κάθε μια. Οι σφαίρες βρίσκονται σε δυναμικό  $V_1$  και  $V_2$  αντίστοιχα όπου  $V_1 = 3V_2$ . Οι σφαίρες συνδέονται με αγώγιμο σύρμα. Όταν επέλθει ηλεκτροστατική ισορροπία, το φορτίο στη σφαίρα ακτίνας  $R_2$  είναι: Έσσω  $Q'_1$  και  $Q'_2$  τα φορτία των σφαιρών αφού συνδεθούν.  $Q'_1 + Q'_2 = 2Q$  (1)  
Όταν συνδεθούν  $V'_1 = V'_2 \Rightarrow k\frac{Q}{r_1} = k\frac{Q'_2}{r_2} \Rightarrow \frac{Q'_2}{Q'_1} = \frac{r_1}{r_2}$  (2) Αρχικά  $V_1 = 3V_2 \Rightarrow k\frac{Q}{r_1} = 3k\frac{Q}{r_2} \Rightarrow \frac{Q}{r_1} = 3\frac{Q}{r_2} \Rightarrow r_1 = \frac{r_2}{3}$   
(A)  $3Q/2$     (B)  $Q/3$     (C)  $2Q$     (D)  $Q/2$     (E)  $Q$  Άριθμος  $Q'_1 = \frac{r_1}{r_2}Q'_2 = \frac{1}{3}Q'_2 = \frac{1}{3}Q'_2$   
Ανανεώστε την (1):  $(\frac{1}{3} + 1)Q'_2 = 2Q \Rightarrow \frac{4}{3}Q'_2 = 2Q \Rightarrow Q'_2 = \frac{3}{2}Q$

13. Μια φορτισμένη μεταλλική σφαίρα εισάγεται μέσα σε έναν μονωμένο μεταλλικό κοίλο κύλινδρο. Αν η μεταλλική σφαίρα αφαιρεθεί μετά από μερικά λεπτά, ποιο/α από τα παρακάτω είναι σωστό(ά):

- Το εσωτερικό του κοίλου κυλίνδρου είναι φορτισμένο.
- Το εξωτερικό του κοίλου κυλίνδρου είναι φορτισμένο.
- Η μεταλλική σφαίρα είναι φορτισμένη.
- Μια άλλη μη φορτισμένη μεταλλική σφαίρα, θα έλκεται από την αρχική μεταλλική σφαίρα και το εξωτερικό του μεταλλικού κυλίνδρου.

(A) I μόνο

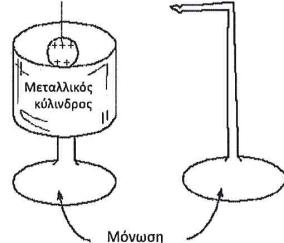
(B) II μόνο

(Γ) III μόνο

(Δ) II και III μόνο

(Ε) II και III και IV μόνο

Η σφαίρα έρχεται σε ηλεκτροστατική ισορροπία με τον κύλινδρο και χάνει όλο το φορτίο της (μηδέτερη από τον κύλινδρο) που ανακατανέμεται στο εξωτερικό τοίχυσμα του κυλίνδρου. (ο κύλινδρος είναι άγημος)  
Η σφαίρα που ήσεν αρχικά φορτίζεται χάνει το φορτίο της και επιφένει δεν μπορεί να γράψει προ το ίσορο της με αλλ ουδέτερη μέσολλωση σφαίρα. Στοιχείο το εξωτερικό τοίχυσμα του κυλίνδρου είναι φορτισμένο γειτονιάσει πόλωση στην ουδέτερη σφαίρα μετατρέπει.



14. Το φορτίο σε έναν αρχικά αφόρτιστο μονωμένο αγωγό διαχωρίζεται επαγωγικά χρησιμοποιώντας μια θετικά φορτισμένη ράβδο η οποία έρχεται κοντά στον αγωγό. Ταξινομήστε σε φθίνουσα φορά την ηλεκτρική ροή ( $\Phi_E$ ) που περνά τις επιφάνειες Gauss με δείκτες  $S_1$  ως  $S_5$  που φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Σημειώστε ότι η ηλεκτρική ροή που διαπερνά την επιφάνεια  $S_1$  συμβολίζεται ως  $\Phi(S_1)$

(A)  $\Phi(S_3) > \Phi(S_4) > \Phi(S_1) = \Phi(S_5) > \Phi(S_2)$

$$\Phi(S_1) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

(B)  $\Phi(S_2) > \Phi(S_5) > \Phi(S_4) = \Phi(S_3) > \Phi(S_1)$

$$\Phi(S_2) = -\frac{Q}{\epsilon_0}$$

(Γ)  $\Phi(S_1) = \Phi(S_5) > \Phi(S_4) = \Phi(S_3) > \Phi(S_2)$

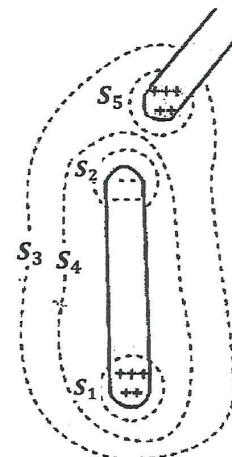
$$\Phi(S_3) = \frac{Q - Q}{\epsilon_0} = 0$$

(Δ)  $\Phi(S_1) = \Phi(S_3) = \Phi(S_5) > \Phi(S_4) > \Phi(S_2)$

$$\Phi(S_4) = \frac{Q - Q}{\epsilon_0} = 0$$

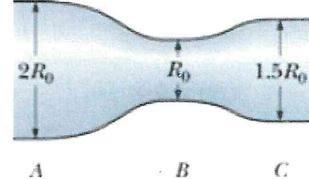
(Ε)  $\Phi(S_3) = \Phi(S_1) = \Phi(S_5) > \Phi(S_2) > \Phi(S_4)$

$$\Phi(S_5) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$



Για τις ερωτήσεις 15 και 16: Οι δύο επόμενες ερωτήσεις αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση.

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα σύρμα το οποίο διαρρέεται από σταθερό ρεύμα. Το σύρμα αποτελείται από τρία διαφορετικά τμήματα με διαφορετικές διατομές.



15. Ταξινομήστε κατά φθίνουσα σειρά τα τμήματα του σύρματος σύμφωνα με το ρεύμα που τα διαρρέει:

(Α)  $I(A) > I(C) > I(B)$

Το ρεύμα είναι συνεχές χωρίς σύρματα στην ανώτατη στάση της στολής των αγγούρων.

(Β)  $I(A) < I(C) < I(B)$

(Γ)  $I(A) = I(B) = I(C)$

16. Ταξινομήστε τα τμήματα του σύρματος κατά φθίνουσα φορά με βάση το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου:

(Α)  $E(A) > E(C) > E(B)$

Η πυκνότητα ρείματος  $J = \rho E$  όπου  $\rho$  η ειδική αρρενωπότητα των υλων και  $E$  η ένταση του πεδίου.

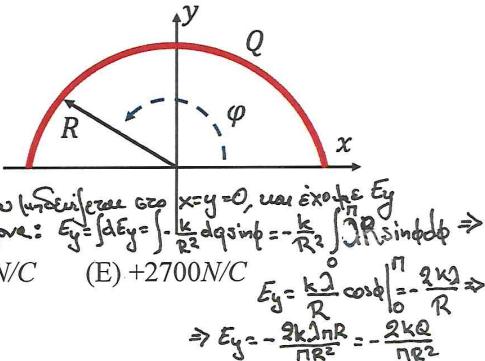
(Β)  $E(A) < E(C) < E(B)$

Αλλά η πυκνότητα ρείματος εφαρμόζεται από την ανώτατη στάση της στολής Επομένως  $A_A > A_C > A_B$  και επομένως  $E_A < E_C < E_B$

(Γ)  $E(A) = E(C) = E(B)$

17. Θεωρήστε ηλεκτρικό φορτίο  $Q = +3nC$  το οποίο είναι κατανεμημένο κατά μήκος ενός μονωμένου σύρματος στο σχήμα ενός ημικυκλίου ακτίνας  $R = 0.1m$ . Βρείτε τη συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου κατά μήκος του γύρου στη θέση  $(0,0)$ :  $\lambda$  έχει κατεύθυνση προς τα αριστερά για-

(A)  $-1700 \text{ N/C}$     (B)  $-2700 \text{ N/C}$     (Γ)  $0$     (Δ)  $+1700 \text{ N/C}$



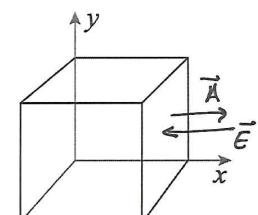
18. Ένα πρωτόνιο τοποθετείται σε μια περιοχή στην οποία το ηλεκτρικό δυναμικό μεταβάλλεται

με τη θέση στον  $x$ -άξονα όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η κλίμακα στον κατακόρυφο άξονα τίθεται από την τιμή  $V_S = 500\text{Volts}$ . Ποια είναι η  $x$ -συνιστώσα της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου (σε  $N$ ) στο πρωτόνιο όταν αυτό τοποθετηθεί στη θέση  $x = 2m$ ; Το πρωτόνιο έχει

$$\text{φορτίο } q = +e = 1.6 \times 10^{-19} C. \quad F_x = qE_x = e\left(-\frac{\Delta V}{\Delta x}\right) = e(-1)\left(-\frac{V_0}{d}\right) = 250e \Rightarrow F_x = 4 \cdot 10^{-17} N$$

- (A)  $-4 \times 10^{-17}$    (B)  $-8 \times 10^{-17}$    (C) 0   (D)  $4 \times 10^{-17}$    (E)  $2 \times 10^{-17}$

19. Το διπλανό σχήμα δείχνει μια κλειστή Gaussian επιφάνεια στη μορφή ενός κύβου με ακμή  $1.0m$  και μια κορυφή στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Ο κύβος βρίσκεται σε μια περιοχή όπου το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου δίνεται από τη σχέση:  $\vec{E} = -2.0x\hat{i} + 2.0\hat{j} N/C$ . Ποια είναι το μηδαμένο ποσό της  $C_x$  στην θέση της κορυφής;

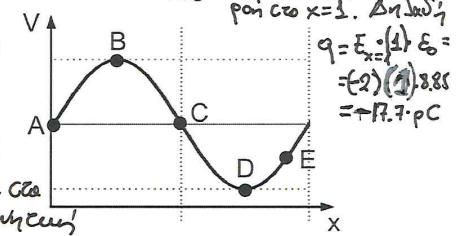


- (A) -17.7      (B) -8.9      (C) 0      (D) +8.9

- 20.** Το ηλεκτρικό δυναμικό συναρτήσει της θέσης φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Σε ποιο από τα αναγραφόμενα σημεία η  $x$ -συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου έχει την μέγιστη θετική τιμή

της:  $E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$  Η μεγαλύτερη δευτερογάλιξη είναι η  $E_x$  από τις άλλες σε  
 (A) E (B) A (C) C (D) D (E) B

- (A) E      (B) A      (C) C      (D) D      (E) B



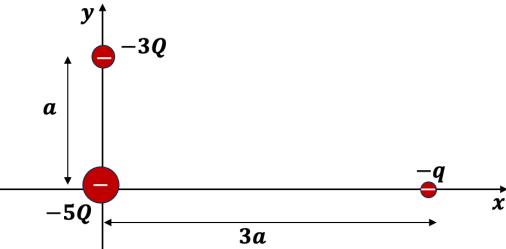
## Μέρος Β – Αναλυτικά προβλήματα – Σύνολο 75 μονάδες

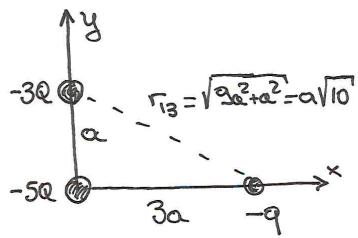
### Άσκηση 1 [25μ]

Το παρακάτω σχήμα παρουσιάζει τη διάταξη τριών σημειακών φορτία τα οποία είναι τοποθετημένα ως ακολούθως: (i) ένα αρνητικό φορτίο  $-5Q$  είναι τοποθετημένο στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων. (ii) Ένα δεύτερο αρνητικό φορτίο  $-3Q$  βρίσκεται στον  $y$ -άξονα και σε απόσταση  $a$  από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων.

(iii) Ένα τρίτο αρνητικό φορτίο  $-q$  βρίσκεται στον  $x$ -άξονα και σε απόσταση  $3a$  από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Η ηλεκτροστατική δυναμική ενέργεια είναι 0 όταν τα φορτία βρίσκονται σε πολύ μεγάλες αποστάσεις μεταξύ τους. Το ηλεκτροστατικό δυναμικό είναι μηδέν στο άπειρο.

- (α) Προσδιορίστε την ολική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια της διάταξης των φορτίων. [5μ]
- (β) Το φορτίο  $-q$  ελευθερώνεται και αφήνεται να κινηθεί στο άπειρο. Βρείτε την κινητική του ενέργεια όταν είναι απείρως μακριά από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Τα άλλα δύο φορτία παραμένουν ακίνητα. [5μ]
- (γ) Προσδιορίστε το δυναμικό  $V(x,y)$  σε ένα τυχαίο σημείο  $P(x,y)$  εξαιτίας των δύο φορτίων που παραμένουν στο χώρο. [5μ]
- (δ) Προσδιορίστε τη  $x$ -συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου  $E_x$  συναρτήσει της  $x$ -συντεταγμένης τυχαίου σημείου στον  $x$ -άξονα. [5μ]
- (ε) Σχεδιάστε τις ηλεκτρικές γραμμές της κατανομής των 2 φορτίων. [5μ]





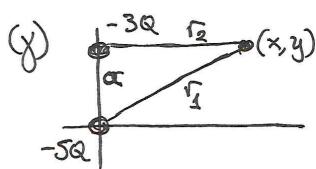
(α) Η ηλεκτροστατική δύναμης ενέργεια προκατα από συνεισφορές και των γραμμών συμμετάσχισης των φορέων στη κατανοή του δίνεται:

$$U_{0,1} = U_{12} + U_{13} + U_{23} = \frac{k(-3Q)(-5Q)}{a} + \frac{k(-5Q)(-q)}{3a} + \frac{k(-3Q)(-q)}{\sqrt{10}a}$$

$$\Rightarrow U_{0,1} = \frac{kQ}{a} \left[ 15Q + \frac{5q}{3} + \frac{3q}{\sqrt{10}} \right] \quad (1)$$

(β) Όταν το φορτίο  $-q$  κινείται, η δύναμης ενέργεια μεταβού των φορέων  $(-q, -5Q)$  και  $(-q, -3Q)$  μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια. Η δύναμης ενέργεια μεταβού των φορέων  $(-5Q, -3Q)$  διατηρείται ως δύναμης ενέργεια

$$\boxed{U = \frac{kQ}{a} 15Q} \quad (2) \text{ και } \boxed{K = \frac{kQ}{a} \left[ \frac{5q}{3} + \frac{3q}{\sqrt{10}} \right]} \quad (3)$$



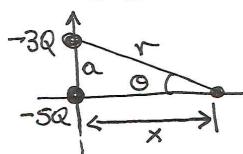
$$V(x, y) = \frac{k(-5Q)}{\sqrt{1}} + \frac{k(-3Q)}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{1} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{x^2 + (y-a)^2}$$

$$\Rightarrow V(x, y) = -kQ \left[ \frac{5}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{3}{\sqrt{x^2 + (y-a)^2}} \right] \quad (4)$$

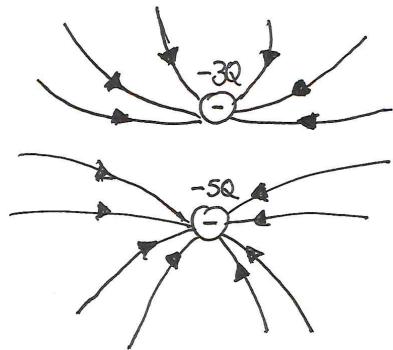
(δ) Η ένταση των ηλεκτρικών πεδίων στον αξόνα  $x$  διδίχεται συνεισφορά τόσο από το φορτίο  $(-5Q)$  όσο και από το φορτίο  $(-3Q)$ .



$$E_{x,1} = -\frac{k(5Q)}{x^2} \hat{i} \quad \begin{cases} x > 0 \\ x < 0 \end{cases} \quad E_{x,2} = -\frac{k(3Q)}{r^2} \cos\theta = -\frac{k(3Q)}{x^2 + a^2} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} \hat{i}$$

$$\vec{E}_x = \begin{cases} -\frac{k(5Q)}{x^2} + \frac{k(3Q)x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \hat{i} & x > 0 \\ \frac{k(5Q)}{x^2} - \frac{k(3Q)x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \hat{i} & x < 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{E}_x = -kQ \left[ \frac{5x}{x^{3/2}} + \frac{3x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \right] \hat{i} \quad \text{όποιο για } x > 0 \text{ και } x < 0$$

(ε) Οι διατάξεις γραφήματος πεδίου θα είναι:



Οι διατάξεις γραφήματος καταλήγουν σε φύση

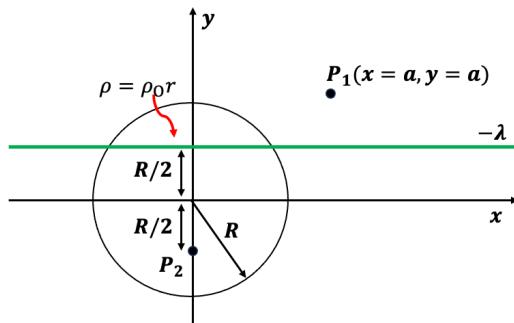
Οι διατάξεις γραφήματος συνέπει από το  $\infty$

Οι διατάξεις γραφήματος δεν τείμονται.

## Άσκηση 2 [25μ]

Μια σφαίρα ακτίνας  $R$  έχει το κέντρο της να συμπίπτει με την αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Η σφαίρα είναι αρνητικά φορτισμένη με ομοιόμορφη αρνητική χωρική πυκνότητα φορτίου που δίνεται από τη σχέση  $\rho = \rho_0 r$  όπου  $r$ , η απόσταση από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων και  $\rho_0$  σταθερά.

- (α) Προσδιορίστε το ολικό φορτίο  $Q$  της σφαίρας. [3μ]
- (β) Προσδιορίστε το ηλεκτρικό πεδίο  $\vec{E}$  παντού στο χώρο. [6μ]
- (γ) Σχεδιάστε το ηλεκτρικό πεδίο συναρτήσει της απόστασης  $r$ . [3μ]
- (δ) Προσδιορίστε το ολικό πεδίο  $\vec{E}$  στο σημείο  $P_1$  το οποίο βρίσκεται έξω από τη σφαίρα με συντεταγμένες  $x=a$  και  $y=a$  όπου  $a > R$ . [6μ]
- (ε) Προσδιορίστε επίσης το ολικό ηλεκτρικό πεδίο  $\vec{E}$  στο σημείο  $P_2$  που βρίσκεται στο εσωτερικό της σφαίρας στη θέση με συντεταγμένες  $x = 0$  και  $y = -R/2$ . [7μ]



(a)

$$Q = \int \rho dV \quad \left\{ \begin{array}{l} Q = \rho_0 \int_0^R (4\pi r^2) r dr \\ dV = 4\pi r^2 dr \end{array} \right. \Rightarrow Q = 4\pi \rho_0 \int_0^R r^3 dr = 4\pi \rho_0 \frac{R^4}{4} \Rightarrow$$

$$\boxed{Q = \rho_0 \frac{4}{3} \pi R^4} \quad (1)$$

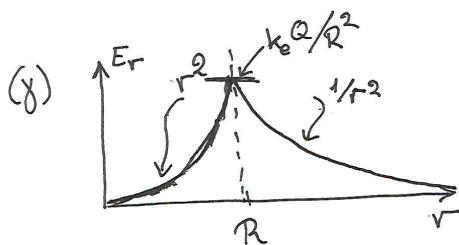
(b) Εφαρμογή συνόλου των Gauss πιστώσεων επωτερικό, ούτοι και στο εξωτερικό της σφαίρας

$$r < R : \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = 4\pi r^2 E = \frac{Q_{\text{νερ}}}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_0^r \rho dV = \frac{1}{\epsilon_0} \rho_0 \int_0^r (4\pi r^2) r' dr' \Rightarrow$$

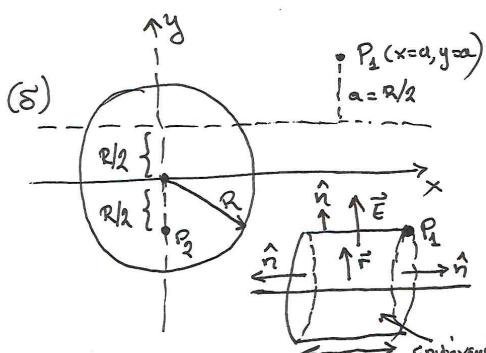
$$\Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{4\pi \rho_0}{\epsilon_0} \frac{r^4}{4} \Rightarrow E = \frac{\rho_0 r^2}{4\epsilon_0} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_{r < R} = \frac{\rho_0 r^2}{4\epsilon_0} \hat{r}} \quad (2)$$

$r > R$ : Στην περίπτωση αυτή η Gauss πιστώση επιφένει όλο το φορτίο της σφαίρας

$$\int \vec{E}_{r>R} \cdot d\vec{A} = 4\pi r^2 E_{r>R} = \frac{Q_{\text{νερ}}}{\epsilon_0} \Rightarrow E_{r>R} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2} \Rightarrow E_{r>R} = \frac{\rho_0 R^4}{4\epsilon_0 r^2} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_{r>R} = \frac{\rho_0 R^4}{4\epsilon_0 r^2} \hat{r}} \quad (3)$$



Για  $r < R$ , η ένταση των πεδίων αυξάνεται με τον γετραίνοντας της απόστασης ( $r^2$ ), ενώ έμεινε από την σφαίρα, ελαττώνεται συστηματικά ανάποδα του  $r$ . ( $1/r^2$ ). Στην επιφάνεια της σφαίρας, η ένταση είναι:

$$\vec{E}_{r=R} = k_e Q / R^2 \hat{r}$$


Στο σημείο  $P_1$  στα υπέρχων συνεισφορές στην ένταση των πεδίων, τόσο από το φορτίο της σφαίρας, δύο και από την χρηματική κατεύθυνση φορτίου.

Η ένταση των πεδίων είναι τόσος όσος χρηματικής κατεύθυνσης.

Από τον νόλη των Gauss:  $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{νερ}}}{\epsilon_0} \Rightarrow 2\pi r E \cdot \epsilon_0 = \frac{Q_{\text{νερ}}}{\epsilon_0}$

(A)  $\Rightarrow \boxed{E = -\frac{Q_{\text{νερ}}}{2\pi r \epsilon_0}}$  το αριθμητικό πρόσβητο δίνεται από το πεδίο είναι προς την χρηματική κατεύθυνση

Στο σημείο  $P_1$ ,  $r = \alpha - \frac{R}{2}$  και η διεύθυνση τα σίδου προς την  $-y$ -διεύθυνση.

Άρα  $\left| \vec{E} \right|_{(γραμμή)} = -\frac{Q \hat{j}}{2\pi\epsilon_0 (\alpha - \frac{R}{2})}$ , (4)

Ως βρούμε εώρε στην ένταση των πεδίων στο  $P_1$  εφαπτός της κανονικής φοράς της σφαίρας

$$\vec{E}(\text{σφαίρα}) = \frac{P_0 R^4}{4\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad \text{όπου } r^2 = x^2 + y^2 = \alpha^2 + \alpha^2 \Rightarrow r^2 = 2\alpha^2 \text{ στο σημείο } P_1$$

Η  $x$ -ενίσχυση των πεδίων θα είναι:  $E_x = \frac{P_0 R^4}{4\epsilon_0 2\alpha^2} \cos\theta$

Η  $y$ -ενίσχυση των πεδίων θα είναι:  $E_y = \frac{P_0 R^4}{4\epsilon_0 2\alpha^2} \sin\theta$

Στο σημείο  $P_1$  ( $x = \alpha = y$ )  $\Rightarrow \theta = 45^\circ$  οπότε θα έχουμε

$$\left| \vec{E}_x \right| = \frac{P_0 R^4}{8\sqrt{2}\epsilon_0 \alpha^2} \hat{i} \quad (5)$$

$$\left| \vec{E}_y \right| = \frac{P_0 R^4}{8\sqrt{2}\epsilon_0 \alpha^2} \hat{j} \quad (6)$$

Επομένως το ιδιό φορτίο στο σημείο  $P_1$  θα είναι: (4, 5, 6)

$$\left| \vec{E}_{P_1} \right| = \frac{P_0 R^4}{8\sqrt{2}\epsilon_0 \alpha^2} \hat{i} + \left[ \frac{P_0 R^4}{8\sqrt{2}\epsilon_0 \alpha^2} - \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 (\alpha - \frac{R}{2})} \right] \hat{j} \quad (7)$$

(ε) Στο σημείο  $P_2$  η ένταση των γλευφρών πεδίων θα προστίθεται στο από τα πεδία εφαπτός της σφαίρας, όποιο κατόπιν γραμμής λεπτώνεται!

Από το προηγούμενο υποεργάστηκε βρίκεται ότι τα πεδία εφαπτός της γραμμής λεπτώνεται στα φορτία των δίνεται από την σχέση (4):

$$\vec{E} = -\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{r} \Rightarrow \left| \vec{E}_{P_2} \right| = +\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R} \hat{j} \quad r = \frac{R}{2} + \frac{R}{2} = R \quad \text{και το } \hat{r} \text{ είναι στο αριστερά γύρω}$$

Από το υποεργάστηκε (6) και χωρίς περιπτώση πως λεπτώνεται στη γεωγερμόνη σφαίρας; Βέροιας από την (2) θα:  $\vec{E} = \frac{P_0 r^2}{4\epsilon_0} \hat{r} \Rightarrow \left| \vec{E}_{P_2} \right| = \frac{P_0 R^2}{16\epsilon_0} (-\hat{j}) \quad r = \frac{R}{2}$

Επομένως η ένταση των γλευφρών πεδίων στο  $P_2$  είναι:

$$\left| \vec{E}_{P_2} \right| = \left[ \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R} - \frac{P_0 R^2}{16\epsilon_0} \right] \hat{j} \quad (8)$$

### Άσκηση 3 [25μ]

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος, ο διακόπτης  $S$  είναι κλειστός και παραμένει κλειστός για μεγάλο χρονικό διάστημα.

(α) Προσδιορίστε το ρεύμα σε κάθε αντιστάτη ενώ ο διακόπτης είναι κλειστός για πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα. [4μ]

(β) Προσδιορίστε τη διαφορά δυναμικού στα άκρα του πυκνωτή ενώ ο διακόπτης είναι κλειστός για μεγάλο διάστημα. [4μ]

(γ) Προσδιορίστε την ισχύ που καταναλώνεται πάνω στον αντιστάτη των  $10\Omega$  ενώ ο διακόπτης είναι κλειστός για μεγάλο διάστημα. [4μ]

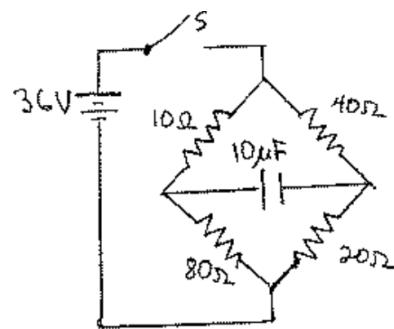
Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , ο διακόπτης ανοίγει και αφαιρείται η μπαταρία από το κύκλωμα.

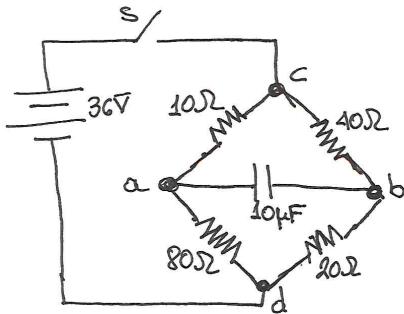
(δ) Προσδιορίστε την ισοδύναμη αντίσταση μέσω της οποίας εκφορτίζεται ο πυκνωτής. [3μ]

(ε) Προσδιορίστε το ρεύμα που διαρρέει τον πυκνωτή τη στιγμή που ανοίγει ο διακόπτης. [3μ]

(στ) Προσδιορίστε μια εξίσωση που δίνει το ρεύμα του πυκνωτή συναρτήσει του χρόνου  $I(t)$ . Σχεδιάστε την καμπύλη  $I(t) - t$ . [4μ]

(ζ) Προσδιορίστε την ολική ενέργεια που καταναλώνεται στην ισοδύναμη αντίσταση από την χρονική στιγμή  $t = 0$  (τη στιγμή που ανοίγει ο διακόπτης) έως τη χρονική στιγμή  $t = \infty$ . [5μ]





(a) Αφούτω μένει σταθότητα για τρεῖς χρονικά διαστήματα, ο πυκνωτής λειτουργεί σαν ανοικτό διαλέκτρο.

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{eq}} &= \frac{1}{80+10} + \frac{1}{40+20} = \frac{1}{90} + \frac{1}{60} \Rightarrow \\ R_{eq} &= \frac{360}{510} \Omega \Rightarrow R_{eq} = 36 \Omega \end{aligned}$$

Επομένως το ρεύμα που λαμβάνει η πηγή διαφέρει ανάλογα με την πυκνωτική επιλογή:

$$I_0 = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{36V}{36\Omega} \Rightarrow I_0 = 1A \quad (2)$$

Το ρεύμα που παρέχεται στον πυκνωτή θα είναι:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{V_{cd}}{R_1} = \frac{36V}{(80+10)\Omega} \Rightarrow I_1 = \frac{36}{90} A \Rightarrow \left| \begin{array}{l} I_1 = \frac{2}{5} A \\ I_1 = \frac{4}{10} A \end{array} \right\| \quad (3) \\ I_2 &= \frac{V_{cb}}{R_2} = \frac{36V}{(40+20)\Omega} \Rightarrow I_2 = \frac{36}{60} A \Rightarrow \left| \begin{array}{l} I_2 = \frac{6}{10} A \\ I_2 = \frac{3}{5} A \end{array} \right\| \quad (4) \end{aligned}$$

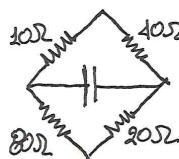
(b) Το διαφέρον στο επίπεδο a θα είναι:  $V_a = I_1 \cdot (80\Omega) = \left(\frac{2}{5} A\right)(80\Omega) \Rightarrow V_a = 32 \text{ Volts} \quad (5)$

Το διαφέρον στο επίπεδο b θα είναι:  $V_b = I_2 \cdot (20\Omega) = \left(\frac{3}{5} A\right)(20\Omega) \Rightarrow V_b = 12 \text{ Volts} \quad (6)$

Επομένως η διαφορά διαφέρουν λεπτού την αρίθμηση των επιπέδων a και b που είναι 20V. Δεσμός διαφέρουν στην αύξηση του πυκνωτή θα είναι:  $V_a - V_b = 32V - 12V \Rightarrow \boxed{\Delta V = 20V} \quad (7)$

(g) Η ισχύς που κατανέμεται σε μια αναστολή είναι:  $P = I^2 R$  επομένως για την αναστολή των 10Ω θα έχουμε:  $P = I_1^2 (10\Omega) = \left(\frac{2}{5} A\right)^2 (10\Omega) \Rightarrow P = \frac{4}{25} 10W \Rightarrow \boxed{P = \frac{8}{5} W} \quad (8)$

(5) Ανοικτήστε την διαστολή και αφεντικήστε την πηγή των 36V. Το νέο ρεύμα που είναι τοποθετημένο:

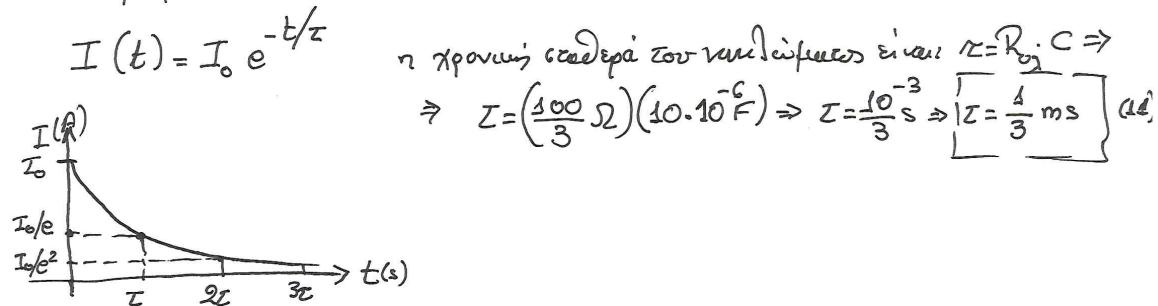


Στην περιπτωση αυτή, οι αναστολές των 10Ω και 40Ω είναι σε σεριά, ενώ οι αναστολές των 80Ω και 20Ω είναι σε σεριά. Επομένως η αναστολή ληφθεί να γράψεται ως:

$$\begin{aligned} &\xrightarrow{\text{αναστολή}} \begin{array}{c} 50\Omega \\ || \\ 100\Omega \end{array} \xrightarrow{\text{αναστολή}} \begin{array}{c} 100/3\Omega \\ || \\ 100\Omega \end{array} \Rightarrow R_{eq} = \frac{100 \cdot 50}{150} \Omega = 33.3 \Omega \end{aligned} \quad (9)$$

$$(ε) \quad I_o = \frac{V_o - V_b}{R_{o2}} = \frac{20V}{\frac{400}{3}\Omega} \Rightarrow I_o = \frac{60}{400} A \Rightarrow \boxed{I_o = \frac{3}{5} A} \quad (10)$$

(ζ) Το πείρα των πυκνών θα ελλιμωθεται ειδευτα με την χρόνο:



$$(η) \quad \text{Η λογικης ειναι: } P = I(t)^2 R_{o2} \Rightarrow P = I_o^2 e^{-2t/\tau} R_{o2}$$

$$\text{Επομενης η ενέργεια θα ειναι: } E = \int_0^\infty P(t) dt = I_o^2 R_{o2} \int_0^\infty e^{-2t/\tau} dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = I_o^2 R_{o2} \left( -\frac{\tau}{2} \right) e^{-2t/\tau} \Big|_0^\infty \Rightarrow E = -I_o^2 R_{o2} \frac{\tau}{2} (0 - 1) \Rightarrow E = + \frac{I_o^2 R_{o2} \tau}{2}, \quad I_o = \frac{\Delta V}{R_{o2}}, \quad \tau = R_{o2} C$$

$$\text{Επομενης: } E = \frac{\Delta V^2}{2 R_{o2} R_{o1} C} \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2} \Rightarrow E = \frac{1}{2} (10^{-5} F) (20V)^2 \Rightarrow \boxed{E = 10^{-4} Joules}$$

Η ενέργεια η οποια καταναλωται πάνω στην οδικη αντισταη των πυκνων ειναι ίδια με την αρχικη ενέργεια που αποδικευεται για πυκνων!