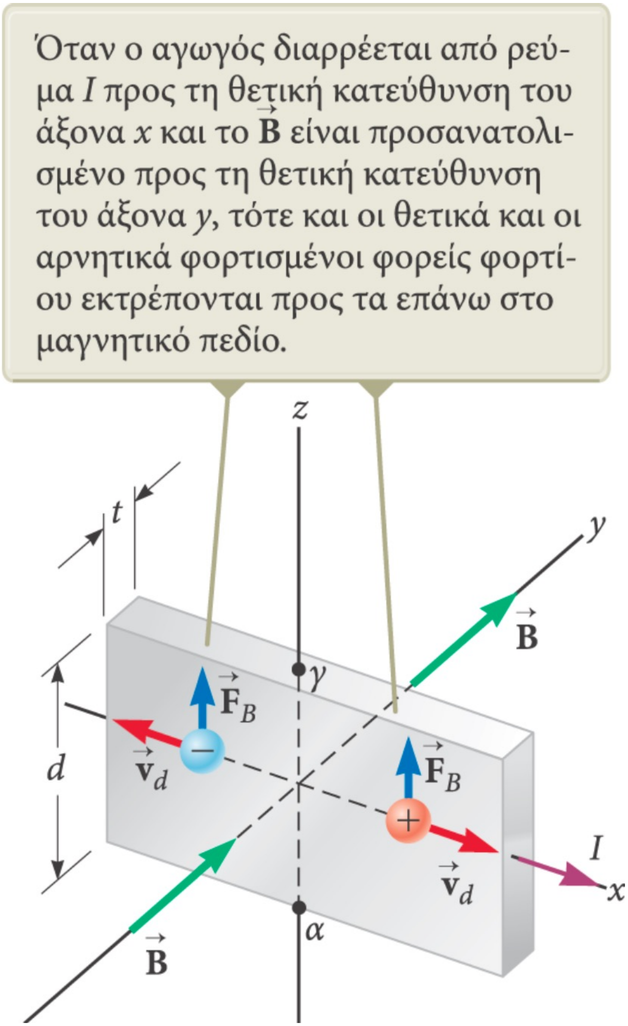
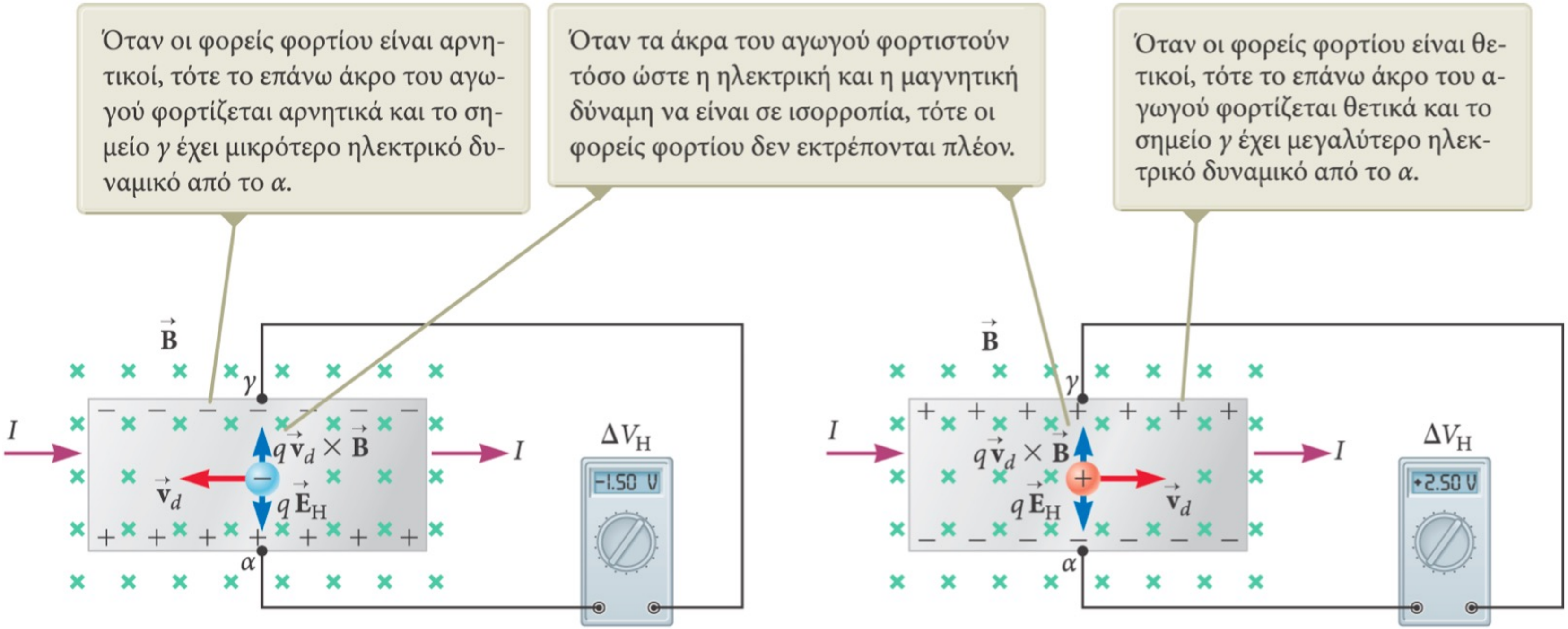
Μαγνητικά Φαινόμενα

Φαινόμενο Hall

- Όταν ένας ρευματοφόρος αγωγός τοποθετηθεί μέσα σε μαγνητικό πεδίο, τότε δημιουργείται διαφορά δυναμικού σε διεύθυνση κάθετη ως προς το ρεύμα όσο και προς το μαγνητικό πεδίο.
- Το φαινόμενο είναι γνωστό ως φαινόμενο Hall
- Είναι αποτέλεσμα της εκτροπής των φορέων του φορτίου προς μια πλευρά του αγωγού λόγω των μαγνητικών δυνάμεων που δέχονται
- Το φαινόμενο Hall μας επιτρέπει να προσδιορίσουμε το πρόσημο των φορέων φορτίου και την πυκνότητά τους
- Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε διατάξεις που η λειτουργία τους στηρίζεται στο φαινόμενο αυτό για την μέτρηση του μαγνητικού πεδίου



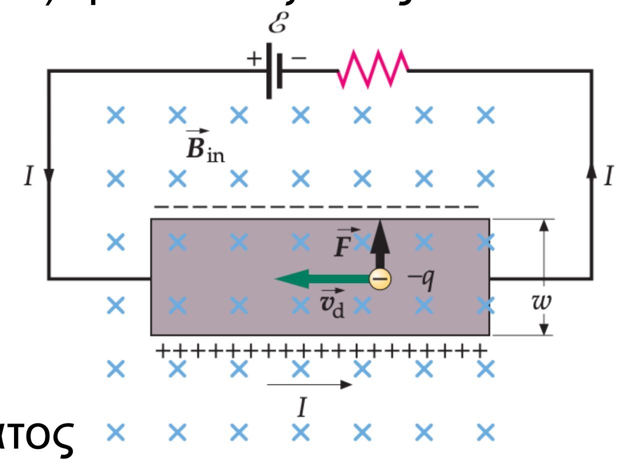
Φαινόμενο Hall



- Όταν οι φορείς του φορτίου είναι αρνητικοί, δέχονται μια μαγνητική δύναμη προς τα επάνω, εκτρέπονται προς τα επάνω, και στο κάτω άκρο δημιουργείται πλεόνασμα θετικών φορτίων.
- Η συσσώρευση αντίθετων φορτίων στο επάνω και κάτω μέρος του αγωγού δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του αγωγό.
- Το πεδίο αυξάνει έως ότου η ηλεκτρική δύναμη εξισορροπήσει τη μαγνητική
- Αν οι φορείς είναι θετικοί, τότε στο κάτω άκρο δημιουργείται πλεόνασμα αρνητικού φορτίου.

Φαινόμενο Hall

- Μέτρηση του πρόσημου της διαφοράς δυναμικού μεταξύ του πάνω και κάτω τμήματος του υλικού μας πληροφορεί για το είδος των φορέων φορτίου
- Για ημιαγωγούς μπορεί να είναι είτε αρνητικό (ηλεκτρόνια) ή θετικό εξαιτίας των οπών
- Για μεταλλικούς αγωγούς βρέθηκε ότι σε μια διάταξη όπως στο σχήμα, το πάνω μέρος του αγωγού είναι σε χαμηλότερο δυναμικό οπότε ανακαλύφθηκε ότι σε μεταλλικούς αγωγούς οι φορείς του ρεύματος είναι ηλεκτρόνια.



- Η διαφορά δυναμικού μεταξύ του πάνω και κάτω τμήματος ονομάζεται δυναμικό Hall.
- Το δυναμικό Hall μπορούμε να το υπολογίσουμε όταν εξισωθεί η ηλεκτρική και μαγνητική δύναμη στους φορείς των φορτίων:

$$\left.\begin{aligned} F_B &= q\upsilon_d B \\ F_E &= qE_H \end{aligned}\right\} \Rightarrow E_H = \upsilon_d B$$

Αν το εύρος του υλικού είναι *w*: $V_H = E_H w$

$$\Rightarrow \boxed{V_H = B\upsilon_d w}$$

Φαινόμενο Hall

- Μπορούμε να βρούμε τον αριθμό των φορέων φορτίου ανά μονάδα όγκου, n, στο υπό εξέταση υλικό το οποίο έχει επιφάνεια *A* και οι φορείς κινούνται με ταχύτητα υ_d
  - ✓ Το ρεύμα είναι: $|I| = |q|n\upsilon_d A$
  - ✓ Για διαστάσεις του υλικού, w: εύρος και t: πάχος: $A = wt$
  - ✓ Για φορείς ηλεκτρόνια |*q*|=*e* οπότε: $n = \dfrac{|I|}{|q|\upsilon_d A} \Rightarrow n = \dfrac{|I|}{e\upsilon_d tw}$
  - ✓ Αλλά το δυναμικό Hall είναι: $V_H = B\upsilon_d w \Rightarrow \upsilon_d w = \dfrac{V_H}{B}$

$$\boxed{n = \frac{B|I|}{etV_H}}$$

- Το δυναμικό Hall προσφέρει έναν εύκολο τρόπο για τη μέτρηση του μαγνητικού πεδίου χρησιμοποιώντας την προηγούμενη σχέση:

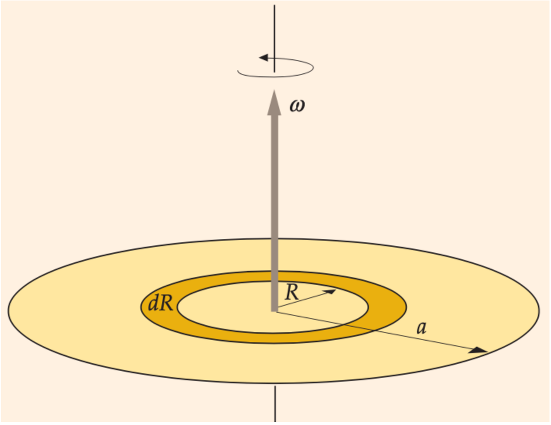
$$V_H = \frac{|I|}{net}B$$

Μπορούμε να βαθμονομήσουμε τη διάταξη μετρώντας το δυναμικό Hall για συγκεκριμένο γνωστό μαγνητικό πεδίο και συγκεκριμένο ρεύμα.

Η βαθμονομημένη διάταξη μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση ενός άγνωστου πεδίου μετρώντας το δυναμικό Hall για συγκεκριμένο ρεύμα.

Παράδειγμα:

- Ένας λεπτός μη αγώγιμος δίσκος έχει μάζα *m* και ακτίνα α, ενώ η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου είναι σ. Ο δίσκος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ ως προς άξονα που περνά από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδο του δίσκου. Ποια η μαγνητική ροπή $\vec{\mu}$ του δίσκου.



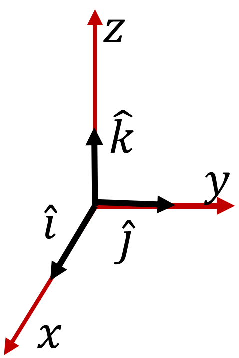
- ✓ Βρίσκουμε την μαγνητική ροπή σε ένα στοιχειώδη δακτύλιο πάχους d*R*, ακτίνας *R* και ολοκληρώνουμε
- ✓ Το φορτίο θα είναι: $dq = 2\pi R dR \sigma$
- ✓ Η μαγνητική ροπή θα είναι στην κατεύθυνση του $\vec{\omega}$
- ✓ $d\mu = AdI = \pi R^2 dI$
- ✓ Το ρεύμα στο δακτύλιο θα είναι το ολικό φορτίο dq ως προς την περίοδο *T*.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{επομένως:} \quad I = \frac{dq}{T} = \frac{2\pi\sigma R\omega dR}{2\pi} \Rightarrow I = \omega\sigma R dR$$

- ✓ Η στοιχειώδης μαγνητική διπολική ροπή θα είναι: $d\mu = \pi R^3 \omega\sigma dR$
- ✓ Ολοκλήρωση θα δώσει: $\mu = \int_0^{\alpha} \pi R^3 \omega\sigma dR \Rightarrow \mu = \frac{1}{4}\pi\omega\sigma\alpha^4 \Rightarrow \vec{\mu} = \frac{1}{4}\pi\sigma\alpha^4\vec{\omega}$
- ✓ Εφόσον η στροφορμή του δίσκου είναι: $\vec{L} = \frac{1}{2}m\alpha^2\vec{\omega}$ γράφουμε: $\vec{\mu} = \frac{Q}{2m}\vec{L}$

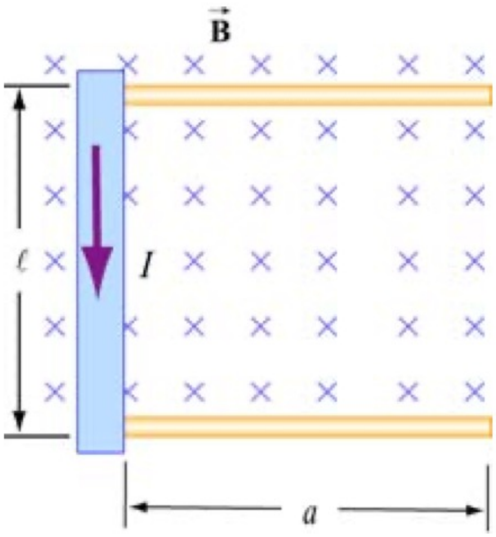
Παράδειγμα: Κυλιόμενη ράβδος σε μαγνητικό πεδίο

Μία ράβδος μάζας m και ακτίνας R κινείται πάνω σε δύο παράλληλες ράγες μήκους a που βρίσκονται σε απόσταση l μεταξύ τους. Η ράβδος διαρρέεται από ρεύμα I και κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στις ράγες οι οποίες βρίσκονται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ με φορά προς το εσωτερικό της σελίδας. Αν η ράβδος ήταν αρχικά ακίνητη, ποια είναι η ταχύτητα με την οποία φεύγει από τις ράγες.



Θεωρώντας το σύστημα αναφοράς του σχήματος η δύναμη Lorentz που αναπτύσσεται στη ράβδο θα είναι:

$$\vec{F}_B = I\vec{l}\times\vec{B} = I(l\hat{\imath})\times\left(-B\hat{k}\right) = IlB\hat{\jmath}$$



Το ολικό έργο που παράγει η μαγνητική δύναμη στη ράβδο καθώς κυλίεται μέσα στην περιοχή του πεδίου είναι: $W = \int \vec{F}_B \cdot d\vec{s} = F_B a = (IBl)a$

Σύμφωνα με το θεώρημα έργου-κινητικής ενέργειας, το *W* θα ισούται με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας της ράβδου: $W = \Delta K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

Η ροπή αδράνειας της ράβδου είναι $I = \frac{1}{2}mR^2$ και η συνθήκη της κύλισης χωρίς ολίσθηση: $\omega = \upsilon/R$.

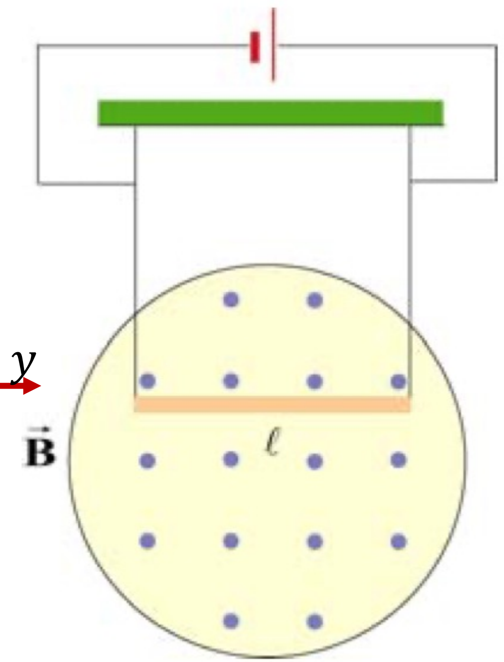
Παράδειγμα: Κυλιόμενη ράβδος σε μαγνητικό πεδίο

$$W = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow IlBa = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}I\frac{\upsilon^2}{R^2} \Rightarrow IlBa = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}mR^2\frac{\upsilon^2}{R^2} \Rightarrow$$

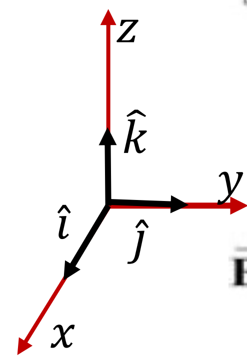
$$\Rightarrow IlBa = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow IlBa = \frac{3}{4}m\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{4}{3}\frac{IlBa}{m}}$$

Παράδειγμα: Αιωρούμενη αγώγιμη ράβδος

Μία αγώγιμη ράβδος με γραμμική πυκνότητα μάζας λ (kg/m) αιωρείται από δύο εύκαμπτα σύρματα μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο με φορά από το εσωτερικό της σελίδας προς τα έξω. Αν η τάση στα σύρματα είναι μηδενική, ποια είναι το μέτρο και η διεύθυνση του ρεύματος στη ράβδο;



Για να είναι η τάση στα σύρματα ίση με μηδέν,0, η μαγνητική που ασκείται στον αγωγό θα πρέπει να εξουδετερώνει τη βαρυτική δύναμη.



$$\vec{F}_B = \vec{F}_G = I\vec{l}\times\vec{B} = -m\vec{g} \Rightarrow$$

$$I(-l\hat{\jmath})\times B\hat{\imath} = -mg\hat{k} \Rightarrow IlB\hat{k} = -mg\hat{k} \Rightarrow$$

$$IlB = mg \Rightarrow I = \frac{mg}{lB} \Rightarrow I = \frac{\lambda g}{B}$$

Παράδειγμα: Φορτισμένα σωματίδια σε μαγνητικό πεδίο

Σωματίδιο A μάζας m_A και φορτίου q και σωματίδιο B μάζας m_B και φορτίου $2q$, επιταχύνονται από την κατάσταση της ηρεμίας με τη βοήθεια διαφοράς δυναμικού ΔV, και κατόπιν αποκλίνουν με την βοήθεια ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου σε ημικυκλικές τροχιές. Οι ακτίνες των ημικυκλικών αυτών τροχιών είναι R και $2R$ για το σωματίδιο A και B αντίστοιχα. Η διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετη στην ταχύτητα των σωματιδίων. Να βρεθεί ο λόγος των μαζών των σωματιδίων.

Η κινητική ενέργεια που αποκτούν τα σωματίδια είναι: $\frac{1}{2}mv^2 = q\Delta V \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m}}$

Τα σωματίδια κινούνται σε ημικυκλικές τροχιές, από τη στιγμή που η μαγνητική δύναμη δείχνει ακτινικά προς το εσωτερικό και προκαλεί μια κεντρομόλο δύναμη:

$$F_B = F_{\kappa\epsilon\nu\tau.} \Rightarrow qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB} \Rightarrow R = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2q\Delta V}{m}} \Rightarrow R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m\Delta V}{q}}$$

Επομένως η ακτίνα R είναι ανάλογη της ποσότητας: $\sqrt{m/q}$

Ο λόγος των μαζών προκύπτει επομένως από τη σχέση: $\frac{R_A}{R_B} = \sqrt{\frac{m_A/q_A}{m_B/q_B}}$

$$\Rightarrow \frac{R_A^2}{R_B^2} = \frac{m_A/q_A}{m_B/q_B} \Rightarrow \frac{R_A^2}{R_B^2} = \frac{m_A q_B}{m_B q_A} \Rightarrow \frac{q_A R_A^2}{q_B R_B^2} = \frac{m_A}{m_B} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{qR}{2q4R} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{8}$$