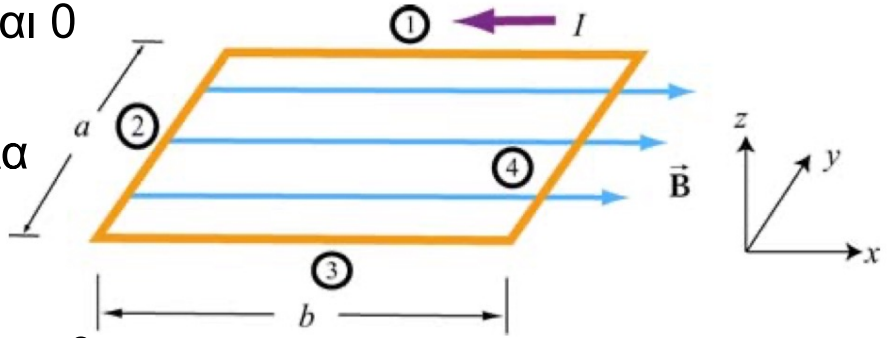
Μαγνητικά Φαινόμενα

Ροπές σε βρόχους ρεύματος και μαγνήτες

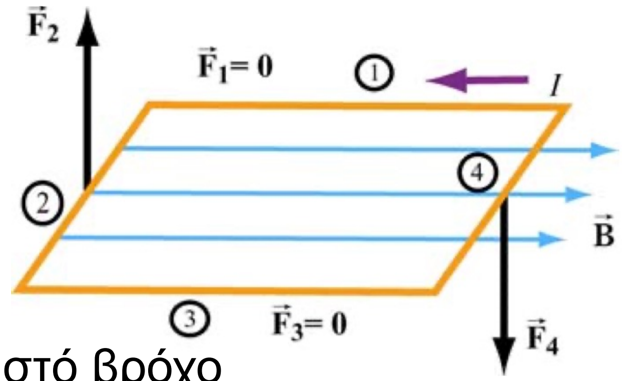
- Θεωρήστε ένα σύρμα σε σχήμα ορθογωνίου βρόχου που διαρρέεται από ρεύμα I, και βρίσκεται στο xy επίπεδο μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = B\hat{\imath}$.

- Οι δυνάμεις στα τμήματα (1) και (3) θα είναι 0 γιατί τα διανύσματα μήκους $\vec{l}_1 = -b\hat{\imath}$ και $\vec{l}_2 = b\hat{\imath}$ είναι παράλληλα και αντιπαράλληλα με το μαγνητικό πεδίο και το εξωτερικό γινόμενο μηδενίζεται.



- Οι δυνάμεις στα τμήματα (2) και (4) δεν είναι 0.

$$\begin{cases} \vec{F}_2 = I(-a\hat{\jmath})\times(B\hat{\imath}) = IaB\hat{k} \\ \vec{F}_4 = I(a\hat{\jmath})\times(B\hat{\imath}) = -IaB\hat{k} \end{cases}$$



- Η συνισταμένη δύναμη στον ορθογώνιο βρόχο είναι:

$\vec{F}_{o\lambda.} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0}$ όπως αναμέναμε για κλειστό βρόχο

- Οι δυνάμεις $\vec{F}_2$ και $\vec{F}_4$ αποτελούν ζεύγος δυνάμεων και θα προκαλέσουν ροπή στο βρόχο με αποτέλεσμα να περιστραφεί ως προς τον y-άξονα

Ροπές σε βρόχους ρεύματος και μαγνήτες

- Η ροπή του ζεύγους ως προς το κέντρο του βρόχου θα είναι:

$$\vec{\tau} = \left(-\frac{b}{2}\hat{\imath}\right)\times\vec{F}_2 + \left(\frac{b}{2}\hat{\imath}\right)\times\vec{F}_4 = \left(-\frac{b}{2}\hat{\imath}\right)\times IaB\hat{k} + \left(\frac{b}{2}\hat{\imath}\right)\times\left(-IaB\hat{k}\right) \Rightarrow$$

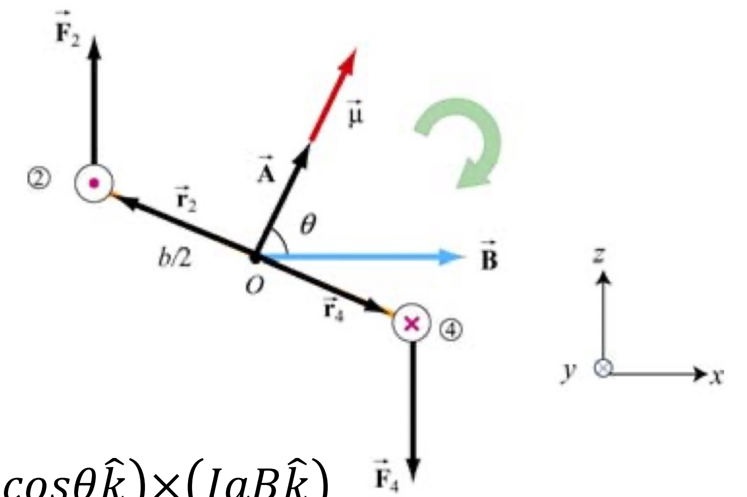
$$\vec{\tau} = \left(\frac{IabB}{2} + \frac{IabB}{2}\right)\hat{\jmath} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\vec{\tau} = IabB\hat{\jmath} \\ A = ab\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\vec{\tau} = IAB\hat{\jmath}}$$

περιστροφή με τη φορά των δεικτών του ρολογιού

- Εισάγουμε το διάνυσμα του εμβαδού του βρόχου $\vec{A} = A\hat{n}$ όπου $\hat{n}$ το μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια του βρόχου. Η διεύθυνση της θετικής φοράς του $\hat{n}$ καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.
  - Στην περίπτωσή μας έχουμε: $\hat{n} = \hat{k}$
  - Η εξίσωση της ροπής γράφεται επομένως ως: $\boxed{\vec{\tau} = I\vec{A}\times\vec{B}}$
  - Μέγιστη ροπή εμφανίζεται όταν το μαγνητικό πεδίο είναι παράλληλο προς την επιφάνεια του βρόχου

Ροπές σε βρόχους ρεύματος και μαγνήτες

- Θεωρούμε την περίπτωση που το διάνυσμα της επιφάνειας $\hat{n}$ σχηματίζει γωνία θ με την διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου



- Με βάση το σχήμα, μπορούμε να γράψουμε τα διανύσματα θέσης των σημείων εφαρμογής των δυνάμεων ως:

$$\vec{r}_2 = \frac{b}{2}\left(-sin\theta\hat{\imath} + cos\theta\hat{k}\right) = -\vec{r}_4$$

- Η συνισταμένη ροπή θα είναι:

$$\vec{\tau} = \vec{r}_2\times\vec{F}_2 + \vec{r}_4\times\vec{F}_4 = 2\vec{r}_2\times\vec{F}_2 \Rightarrow \vec{\tau} = \frac{2b}{2}\left(-sin\theta\hat{\imath} + cos\theta\hat{k}\right)\times\left(IaB\hat{k}\right)$$

$$\Rightarrow \vec{\tau} = IabBsin\theta\hat{\jmath} \Rightarrow \vec{\tau} = I\vec{A}\times\vec{B}$$

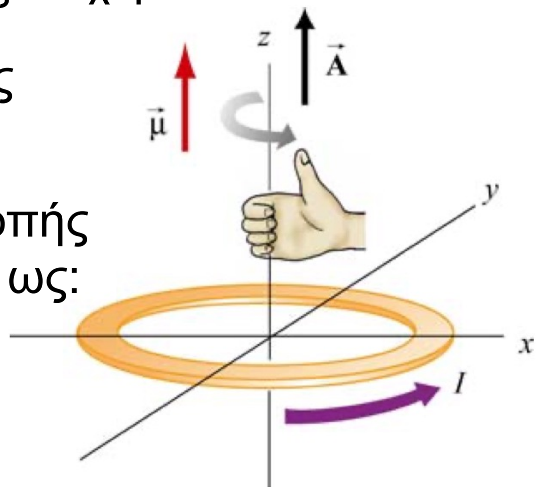
- Για βρόχο που αποτελείται από N περιελίξεις, η ροπή θα είναι: $\boxed{\vec{\tau} = NI\vec{A}\times\vec{B}}$

- Η ποσότητα $NI\vec{A}$ ονομάζεται **μαγνητική διπολική ροπή $\vec{\mu}$**: $\boxed{\vec{\mu} = NI\vec{A}}$

Μαγνητική διπολική ροπή

- Η διεύθυνση της μαγνητικής διπολικής ροπής $\vec{\mu}$ ταυτίζεται με αυτή του διανύσματος της επιφάνειας $\vec{A}$ και προσδιορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού.
- Στο SI, μονάδες μέτρησης της μαγνητικής διπολικής ροπής είναι $A \cdot m^2$
- Χρησιμοποιώντας τον ορισμό της μαγνητικής διπολικής ροπής η ροπή σε ένα βρόχο που διαρρέεται από ρεύμα γράφεται ως:

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}}$$



- Η εξίσωση αυτή είναι ανάλογη της εξίσωσης $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ που εκφράζει την ροπή που ασκείται από ένα ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ σε ηλεκτρική διπολική ροπή $\vec{p}$

Δυναμική ενέργεια μαγνητικού δίπολου σε μαγνητικό πεδίο

- Όταν ροπή ασκείται σε ένα περιστρεφόμενο σώμα, παράγεται έργο.
- Όταν ένα μαγνητικό δίπολο περιστρέφεται κατά γωνία *dθ* το έργο που παράγεται:

$$dW = -\tau d\theta = -\mu B sin\theta d\theta$$

όπου *θ* η γωνία ανάμεσα στη μαγνητική διπολική ροπή $\vec{\mu}$ και το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$

- Το αρνητικό πρόσημο προέρχεται από το γεγονός ότι η μαγνητική ροπή τείνει να περιστρέψει το μαγνητικό δίπολο ώστε να ελαττώσει την γωνία *θ.*
- Θέτοντας το έργο ίσο με την ελάττωση στη δυναμική ενέργεια *U*, έχουμε:

$$dU = -dW = +\mu B sin\theta d\theta$$

- Ολοκληρώνοντας: $W_{\varepsilon\xi.} = \int_{\theta_0}^{\theta} dW = \mu B(cos\theta_0 - cos\theta) \Rightarrow W_{\varepsilon\xi.} = \Delta U = U - U_0$

όπου θεωρούμε όπως και πριν ότι: $W_{\varepsilon\xi.} = -W_{\pi\varepsilon\delta\acute{\iota}o\upsilon}$

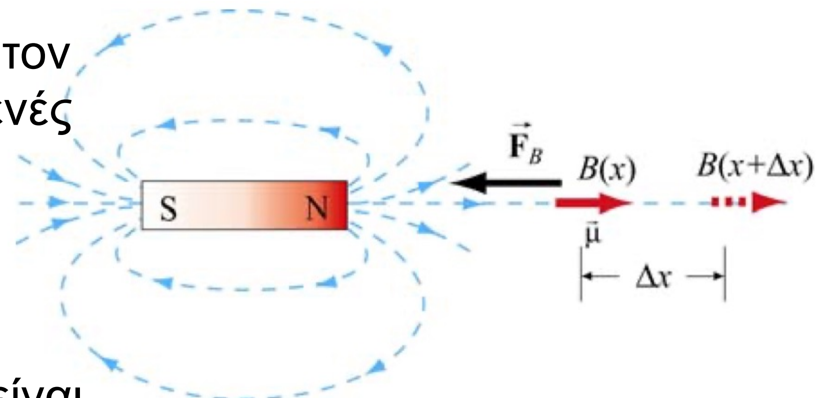
- Για *θ=0* και θ_0=π/2, η δυναμική ενέργεια ενός δίπολου σε παρουσία μαγνητικού πεδίου είναι:

$$U = -\mu B cos\theta = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

- Η κατάσταση είναι σε σταθερή ισορροπία όταν $\vec{\mu} \parallel \vec{B}$ και *U* σε ελάχιστο. Όταν είναι αντιπαράλληλα τότε *U* μέγιστο και η κατάσταση είναι ασταθής

Μαγνητική δύναμη σε μαγνητικό δίπολο

- Όταν ένα μαγνητικό δίπολο εισέλθει σε μη ομογενές μαγνητικό πεδίο, τότε πάνω του ασκείται δύναμη, κάτι που όπως είδαμε δεν ισχύει για ομογενές μαγνητικό πεδίο όπου η συνισταμένη δύναμη είναι 0.
- Θεωρούμε την περίπτωση όπου ένα μικρό μαγνητικό δίπολο βρίσκεται στο μαγνητικό πεδίο ενός ραβδόμορφου μαγνήτη και κατά μήκος του άξονα συμμετρίας
- Στο δίπολο ασκείται μια ελκτική δύναμη από τον μαγνήτη το πεδίο του οποίου δεν είναι ομογενές



- Εξωτερική δύναμη θα πρέπει να ασκηθεί ώστε το δίπολο να κινηθεί προς τα δεξιά
- Η δύναμη που θα ασκηθεί εξωτερικά για να κινηθεί το δίπολο κατά μια απόσταση Δx θα είναι

$$F_{\varepsilon\xi.}\Delta x = W_{\varepsilon\xi.} = \Delta U = -\mu B(x+\delta x) + \mu B(x) = -\mu[B(x+\delta x) - B(x)]$$

- Για μικρό Δx θα έχουμε: $F_{\varepsilon\xi.} = -\dfrac{\mu[B(x+\delta x) - B(x)]}{\delta x} = -\mu\dfrac{dB}{dx} > 0$ γιατί B ελαττώνεται
- Αυτή είναι η δύναμη που απαιτείται για να ξεπεραστεί η δύναμη του μαγνήτη.

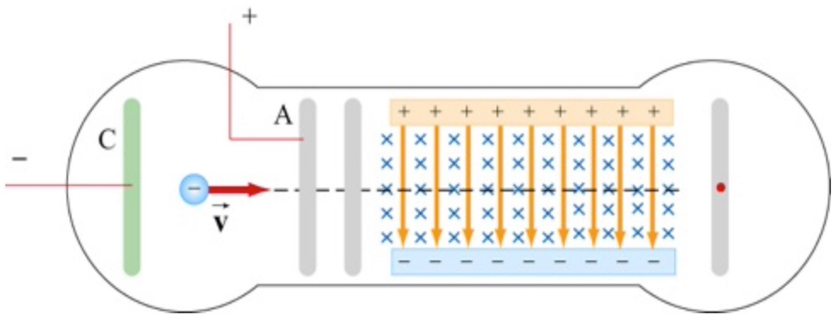
Άρα : $F_B = \mu\dfrac{dB}{dx} \Rightarrow \boxed{\vec{F}_B = \dfrac{d(\vec{\mu}\cdot\vec{B})}{dx}}$ Σε γενική μορφή γράφεται: $\boxed{\vec{F}_B = \vec{\nabla}(\vec{\mu}\cdot\vec{B})}$

Επιλογέας ταχυτήτων

- Στην παρουσία τόσο ηλεκτρικού, $\vec{E}$, όσο και μαγνητικού πεδίου, $\vec{B}$, η ολική δύναμη που ασκείται πάνω σε ένα κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο είναι:

  $\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{v}\times\vec{B})$ δύναμη Lorentz

- Συνδυάζοντας τα δύο πεδία μπορούμε να επιλέξουμε φορτισμένα σωματίδια που κινούνται με συγκεκριμένες ταχύτητες.
- Η δυνατότητα αυτή χρησιμοποιήθηκε από τον J.J.Thomson για την μέτρηση του λόγου q/m του ηλεκτρονίου
- Ηλεκτρόνια, q=-e και μάζας m, εκπέμπονται από την κάθοδο C και κινούνται προς την σχισμή στο A.



- Υπάρχει διαφορά δυναμικού μεταξύ της καθόδου C και της σχισμής A: $\Delta V = V_A - V_C$
- Η αλλαγή στην ηλεκτρική δυναμική ενέργεια θα είναι: $\Delta U = q(V_A - V_C) = -e(V_A - V_C)$
- Η αλλαγή στην κινητική ενέργεια θα είναι: $\Delta K = \frac{1}{2}mv^2$
- Θεωρώντας το ηλεκτρικό πεδίο ως μέρος του συστήματος, δεν υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις που εκτελούν έργο στο σύστημα και η ενέργεια είναι σταθερή: $\Delta K = -\Delta U$

Επιλογέας ταχυτήτων

- Επομένως θα έχουμε: $\Delta K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = -\Delta U = e(V_A - V_C) \Rightarrow \upsilon^2 = \frac{2e}{m}\Delta V \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{2e}{m}\Delta V}$
- Αν εφαρμόσουμε ηλεκτρικό πεδίο με φορά προς τα κάτω σε μια περιοχή και επιτρέψουμε τα ηλεκτρόνια να περάσουν από την περιοχή, τότε θα ασκηθεί μία δύναμη στα ηλεκτρόνια με φορά προς τα πάνω.
- Αν στην ίδια περιοχή εφαρμόσουμε και μαγνητικό πεδίο με φορά προς το εσωτερικό της σελίδας, τότε θα ασκηθεί μία δύναμη στα ηλεκτρόνια με φορά προς τα κάτω:

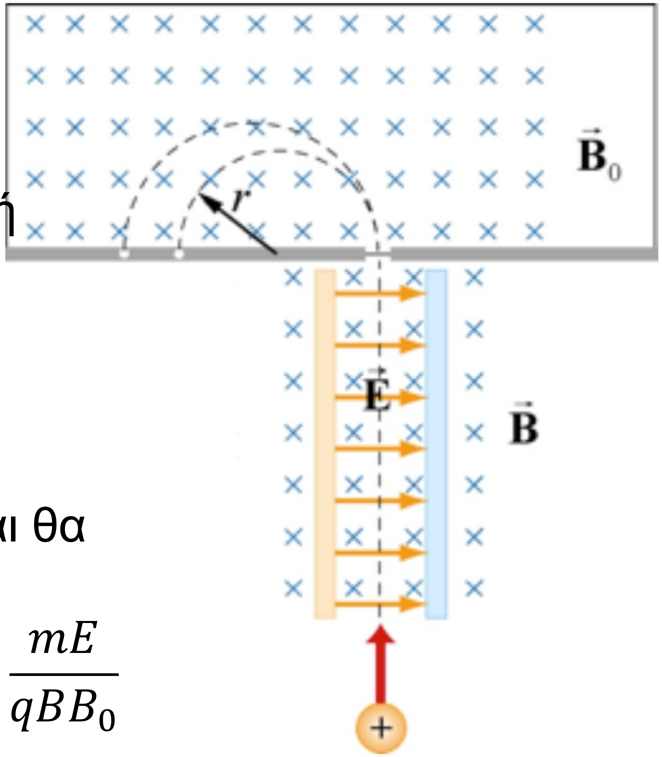
  $F_B = -e\vec{\upsilon}\times\vec{B}$
- Όταν οι δύο δυνάμεις γίνουν ίσες και αντίθετες, τα ηλεκτρόνια κινούνται σε ευθεία
- Η συνθήκη ικανοποιείται όταν: $\vec{F} = \vec{0} = q\vec{E} + q\left(\vec{\upsilon}\times\vec{B}\right) \Rightarrow q\vec{E} = -q\left(\vec{\upsilon}\times\vec{B}\right) \Rightarrow E = \upsilon B$

  $\Rightarrow \upsilon = \frac{E}{B}$ σωματίδια με αυτή την ταχύτητα κινούνται σε ευθεία τροχιά
- Συνδυάζοντας τις δύο σχέσεις των ταχυτήτων θα έχουμε: $\sqrt{\frac{2e}{m}\Delta V} = \frac{E}{B} \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{E^2}{2\Delta V B^2}$
- Μετρώντας το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο, και για συγκεκριμένη διαφορά δυναμικού προσδιορίζεται ο λόγος:

$$\frac{e}{m} = 1.758820174(71)\times 10^{11}\mathrm{C}/kg$$

Φασματογράφος μάζας

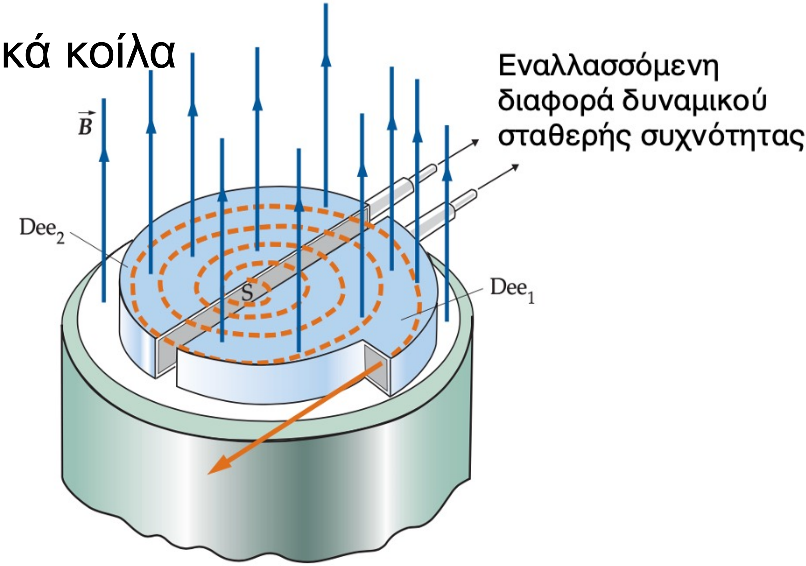
- Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη δύναμη Lorentz για να διαχωρίσουμε διάφορα άτομα με βάση τη μάζα τους και ουσιαστικά να μετρήσουμε τη μάζα τους.
- Τα βασικά χαρακτηριστικά ενός φασματογράφου *Bainbridge* φαίνονται στο σχήμα.



- Αρχικά ένα σωματίδιο φορτίου +*q* και μάζας *m* περνά από την περιοχή στην οποία εφαρμόζονται ένα κάθετο ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο και επιλέγεται κάποια συγκεκριμένη ταχύτητα ώστε η ηλεκτρική και μαγνητική δύναμη να αλληλοαναιρούνται: $E = B\upsilon$
- Το σωματίδιο εισέρχεται κατόπιν σε περιοχή με μαγνητικό πεδίο, $\vec{B}$, προς το εσωτερικό της σελίδας
- Το σωματίδιο θα εκτελέσει κυκλική τροχιά ακτίνας *R* και θα χτυπήσει σε φωτογραφική πλάκα:
- Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς είναι: $R = \frac{m\upsilon}{qB_0} \Rightarrow \quad R = \frac{mE}{qBB_0}$
- Μετρώντας την ακτίνα της τροχιάς και γνωρίζοντας τα πεδία μπορούμε να υπολογίσουμε την μάζα του σωματιδίου $\boxed{m = \frac{RqBB_0}{E}}$

Το κύκλοτρο

- Ανακαλύφθηκε το 1934 από τους Lawrence και Livingston για την επιτάχυνση σωματιδίων, *p, d*
- Τα σωματίδια κινούνται μέσα σε δύο ημικυκλικά κοίλα ηλεκτρόδια που ονομάζονται *Dees*
- Το εσωτερικό των *Dees* είναι σε κενό και βρίσκονται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο κάθετο στην επιφάνειά τους.
- Ανάμεσα στα δύο ηλεκτρόδια εφαρμόζεται διαφορά δυναμικού που αλλάζει πολικότητα με σταθερή περίοδο *T* ίση με την συχνότητα κύκλοτρου $T = 2\pi m/(qB)$



- Η διαφορά δυναμικού εφαρμόζεται μεταξύ των *Dees* στο διάκενο χώρο. Επειδή τα ηλεκτρόδια είναι μεταλλικά δεν δημιουργείται πεδίο στο εσωτερικό τους.
- Σωματίδια εισάγονται με μικρή ταχύτητα στο κέντρο των *Dees* και επιταχύνονται καθώς περνούν από το διάκενο χώρο ανάμεσα στα δύο *Dees:* $K = q\Delta V$
- Εισέρχονται στο 2º *Dee* με μεγαλύτερη ταχύτητα και επομένως κινούνται σε μεγαλύτερη ακτίνα και μετά από χρόνο *T/2* επιταχύνονται ανάμεσα στα *Dees.*
- Θέτοντας την μεγαλύτερη ακτίνα των Dees, βρίσκουμε τη μέγιστη ταχύτητα των σωματιδίων, $v_{max.} = qBr_{max.}/m$ οπότε η μέγιστη κινητική ενέργεια: $K = \frac{1}{2}mv_{max.}^2$

9ο Quiz

- Γράψτε σε μια σελίδα το όνομά σας και τον αριθμό ταυτότητάς σας

Έτοιμοι