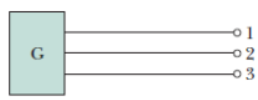
Φροντιστήριο 12 ΦΥΣ112

4/12/2024

31.68) Ένα κύκλωμα RLC σε σειρά τροφοδοτείται από μία γεννήτρια με συχνότητα $2000\,Hz$ και πλάτος ΗΕΔ $170\,V$. Η επαγωγή είναι $60.0\,mH$, η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι $0.400\,\mu F$, και η αντίσταση $200\,\Omega$. (a) Πόση είναι η σταθερά φάσης σε ακτίνια; (b) Πόσο είναι το πλάτος της έντασης ρεύματος;

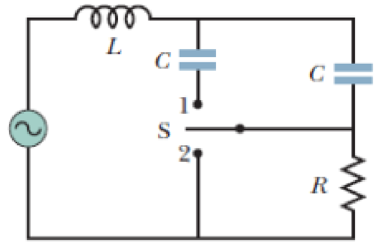
31.77) Στο πιο κάτω σχήμα μια τριφασική γεννήτρια G παράγει ηλεκτρική ισχύ που μεταφέρεται μέσω τριών καλωδίων. Τα ηλεκτρικά δυναμικά (το καθένα σε σχέση με ένα κοινή τάση αναφοράς) είναι $V_1 = A\sin\omega_d t$ για το καλώδιο 1, $V_2 = A\sin(\omega_d t - 120°)$ για το καλώδιο 2, και $V_3 = A\sin(\omega_d t - 240°)$ για το καλώδιο 3. Κάποια είδη βιομηχανικού εξοπλισμού (π.χ. κινητήρες) έχουν τρία τερματικά και είναι σχεδιασμένοι να ενώνονται απευθείας σε αυτά τα τρία καλώδια. Για να χρησιμοποιηθεί μια πιο κοινότοπη συσκευή δύο τερματικών (π.χ. ένας λαμπτήρας), πρέπει να την ενώσουμε σε οποιαδήποτε δύρο από τα τρία καλώδια. Δείξτε ότι η διαφορά δυναμικού ανάμεσα σε οποιαδήποτε δύο καλώδια (a) μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με γωνιακή συχνότητα ω_d, και (b) έχει πλάτος ταλάντωσης $A\sqrt{3}$.



Three-wire transmission line

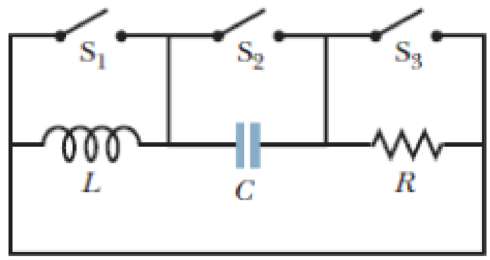
31.81) Σε ένα συγκεκριμένο κύκλωμα RLC σε σειρά με συχνότητα $60.0\,Hz$, η μέγιστη τάση κατά μήκος της επαγωγής είναι 2.00 φορές μεγαλύτερη της μέγιστης τάσης κατά μήκος του αντιστάτη και 2.00 φορές μεγαλύτερη της μέγιστης τάσης κατά μήκος του πυκνωτή. (a) Κατά ποια γωνία θα προηγείται η ΗΕΔ της γεννήτριας σε σχέση με το ρεύμα; (b) Εάν η μέγιστη ΗΕΔ της γεννήτριας είναι $30.0\,V$, ποια θα πρέπει να είναι η τιμή της αντίστασης του κυκλώματος ώστε να πάρουμε μέγιστη ένταση ρεύματος $300\,mA$;

31.87) Η γεννήτρια εναλλασσόμενου ρεύματος στο κάτωθι σχήμα παρέχει τάση $120\,V$ με συχνότητα $60.0\,Hz$. Με τον διακόπτη ανοιχτό όπως φαίνεται στο διάγραμμα, το ρεύμα προηγείται της ΗΕΔ της γεννήτριας κατά $20.0°$. Με τον διακόπτη στην θέση 1, το ρεύμα μένει πίσω σε σχέση με την ΗΕΔ της γεννήτριας κατά $10.0°$. Όταν ο διακόπτης είναι στην θέση 2, το πλάτος ταλάντωσης της έντασης είναι $2.00\,A$. Πόσο είναι τα (a) R, (b) L, και (c) C;



31.89) Για ένα κύκλωμα RLC σε σειρά που ταλαντώνεται ημιτονοειδώς, δείξτε ότι μετά από ένα πλήρη κύκλο περιόδου T (a) η ενέργεια που αποθηκεύεται στον πυκνωτή δεν αλλάζει· (b) η ενέργεια που αποθηκεύεται στο πηνίο δεν αλλάζει· (c) η ΗΕΔ της συσκευής παρέχει ενέργεια $\left(\frac{1}{2}T\right)\mathcal{E}_m I\cos\phi$· και (d) ο αντιστάτης καταναλώνει ενέργεια $\left(\frac{1}{2}T\right)RI^2$. (e) Να δείξετε ότι οι ποσότητες που βρήκατε στα (c) και (d) ισούνται.

31.92) Θεωρείστε το σχήμα που φαίνεται πιο κάτω. Με τον διακόπτη S_1 κλειστό και τους άλλους δύο διακόπτες ανοιχτούς, το κύκλωμα έχει χρονική σταθερά τ_C. Με τον διακόπτη S_2 κλειστό και τους άλλους δύο διακόπτες ανοιχτούς, το κύκλωμα έχει χρονική σταθερά τ_L. Με τον διακόπτη S_3 κλειστό και τους άλλους δύο διακόπτες ανοιχτούς, το κύκλωμα ταλαντώνεται με περίοδο T. Να δείξετε ότι $T = 2\pi\sqrt{\tau_C \tau_L}$.



Ευτύχιος Καϊμακάμη

Problem

31.68) $f = 2000\ Hz$

$\mathcal{E}_0 = 170\ V$

$L = 60{,}0\ mH$

$C = 0{,}400\ \mu F$

$R = 200\ \Omega$

(a) $\omega_d = 2\pi f \Rightarrow X_L = \omega_d L$

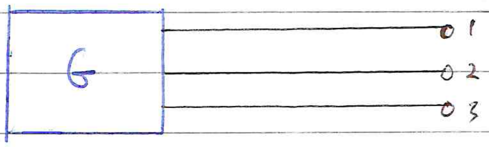
$\Rightarrow X_C = (\omega_d C)^{-1}$

$$\Rightarrow \boxed{\phi = \arctan\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) = \arctan\left(\frac{2\pi f L - \frac{1}{2\pi f C}}{R}\right) = 1{,}22\ rad}$$

(b) $$\boxed{I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = 0{,}288\ A}$$

Problem

31.77)



$\rightarrow V_1 = A \sin\omega_d t$

$\rightarrow V_2 = A \sin(\omega_d t - 120^\circ)$

$\rightarrow V_3 = A \sin(\omega_d t - 240^\circ)$

$$\rightarrow \Delta V_{12} = V_1 - V_2 = A\left[\sin\omega_d t - (\sin\omega_d t \cos 120^\circ - \cos\omega_d t \sin 120^\circ)\right]$$
$$= A\left(\frac{3}{2}\sin\omega_d t + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega_d t\right)$$
$$= \sqrt{3}A\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\omega_d t + \frac{1}{2}\cos\omega_d t\right), \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ, \ \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$$
$$= \sqrt{3}A(\sin 60^\circ \sin\omega_d t + \cos 60^\circ \cos\omega_d t)$$
$$= \boxed{\sqrt{3}A \cos(\omega_d t - 60^\circ)}$$

$$\rightarrow \Delta V_{13} = V_1 - V_3 = A\left[\sin\omega_d t - (\sin\omega_d t \cos 240^\circ - \cos\omega_d t \sin 240^\circ)\right]$$
$$= A\left(\frac{3}{2}\sin\omega_d t - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega_d t\right)$$
$$= \sqrt{3}A\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\omega_d t - \frac{1}{2}\cos\omega_d t\right), \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 120^\circ, \ -\frac{1}{2} = \cos 120^\circ$$
$$= \boxed{\sqrt{3}A \cos(\omega_d t - 120^\circ)}$$

$$\rightarrow \Delta V_{23} = V_2 - V_3 = A\left[(\cancel{\sin\omega_d t} \cos 120^\circ - \cos\omega_d t \sin 120^\circ) - (\cancel{\sin\omega_d t} \cos 240^\circ - \cos\omega_d t \sin 240^\circ)\right]$$
$$= \boxed{-\sqrt{3}A \cos\omega_d t}$$

(a), (b) Όλα τα ΔV έχουν συνημιτονοειδή συμπεριφορά και πλάτος $\sqrt{3}A$

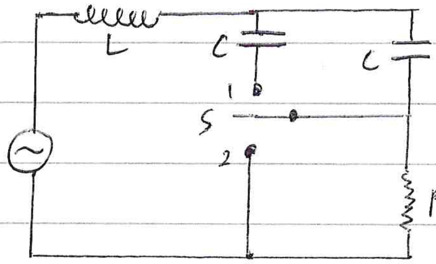
Problem 31.81) $f = 60{,}0\ Hz$
$V_L = 2{,}00\ V_R$
$V_L = 2{,}00\ V_C$

(α) $$\varphi = \arctan\left(\frac{V_L - V_C}{V_R}\right) = \arctan\left(\frac{V_L - \frac{V_L}{2}}{\frac{V_L}{2}}\right) = \arctan(1) = \frac{\pi}{4}$$

(β) $\left.\begin{array}{l} \mathcal{E}_0 = 30{,}0\ V \\ I_0 = 300\ mA \end{array}\right\} \Rightarrow \mathcal{E}_0 = I_0 Z \Rightarrow Z = \frac{\mathcal{E}_0}{I}$

$\rightarrow R = Z\cos\varphi \Big\} \Rightarrow \boxed{R = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\mathcal{E}_0}{I} = 70{,}7\,\Omega}$

Problem 31.87)



$\rightarrow \mathcal{E}_0 = 120\ V$, $\Delta\varphi = \varphi_I - \varphi_{emf}$

$\rightarrow f = 60{,}0\ Hz \Rightarrow \omega_d = 2\pi f$

$\rightarrow$ Αρχικά: $\Delta\varphi_0 = 20{,}0°$

$\rightarrow$ Θέση 1: $\Delta\varphi_1 = -10{,}0°$

$\rightarrow$ Θέση 2: $I_0^{(2)} = 2{,}00\ A$

Θέλω σαν γωνία αναφοράς το $\varphi_{emf} = 0 \Rightarrow \varphi_0 = 20{,}0°$
$\Rightarrow \varphi_1 = -10{,}0°$

$$\rightarrow \varphi_0 = \arctan\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) \Rightarrow \frac{\omega_d L - \frac{1}{\omega_d C}}{R} = \tan\varphi_0 \Rightarrow R = \frac{\omega_d L - \frac{1}{\omega_d C}}{\tan\varphi_0}$$

$$\rightarrow \varphi_1 = \arctan\left(\frac{X_L - X_C'}{R}\right) \Rightarrow \frac{\omega_d L - \frac{1}{2\omega_d C}}{R} = \tan\varphi_1 \Rightarrow R = \frac{\omega_d L - \frac{1}{2\omega_d C}}{\tan\varphi_1}$$

$$\Rightarrow \frac{\omega_d L - \frac{1}{\omega_d C}}{\tan\varphi_0} = \frac{\omega_d L - \frac{1}{2\omega_d C}}{\tan\varphi_1}$$

$$\Rightarrow \omega_d L(\tan\varphi_1 - \tan\varphi_0) = \frac{1}{\omega_d C}\left(\tan\varphi_1 - \frac{1}{2}\tan\varphi_0\right)$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{\omega_d^2 C}\,\frac{\tan\varphi_1 - \frac{1}{2}\tan\varphi_0}{\tan\varphi_1 - \tan\varphi_0}$$

$\rightarrow I_0^{(2)} = \frac{\mathcal{E}_0}{Z_2}$

$Z_2 = X_L - X_C = \omega_d L - \frac{1}{\omega_d C}$

$$\Rightarrow \omega_d L - \frac{1}{\omega_d C} = \frac{\mathcal{E}_0}{I_0^{(2)}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\omega_d C}\left(\frac{\tan\varphi_1 - \frac{1}{2}\tan\varphi_0}{\tan\varphi_1 - \tan\varphi_0} - 1\right) = \frac{\mathcal{E}_0}{I_0^{(2)}}$$

(γ) $$\Rightarrow \boxed{C = \frac{I_0^{(2)}}{2\mathcal{E}_0\omega_d}\,\frac{\tan\varphi_0}{\tan\varphi_1 - \tan\varphi_0} = 1{,}49\cdot 10^{-5}\ F}$$

(β) $$\boxed{L = \frac{2\mathcal{E}_0}{I_0^{(2)}\omega_d}\,\frac{\tan\varphi_1 - \frac{1}{2}\tan\varphi_0}{\tan\varphi_0} = 0{,}313\,H}$$

(α) $$R = \frac{2\mathcal{E}_0}{I_0^{(2)}}\,\frac{\tan\varphi_1 - \frac{1}{2}\tan\varphi_0}{\tan^2\varphi_0} - \frac{2\mathcal{E}_0}{I_0^{(2)}}\cdot\frac{\tan\varphi_1 - \tan\varphi_0}{\tan^2\varphi_0}$$

$$= \boxed{\frac{\mathcal{E}_0}{I_0^{(2)}}\,\frac{1}{\tan\varphi_0} = 164{,}85\ \Omega}$$

Problem

31.89) (a) $q = Q\cos(\omega_d t + \phi)$

$\hookrightarrow U_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C}\cos^2(\omega_d t + \phi)$

$\Rightarrow \Delta U_C = \frac{Q^2}{2C}\left[\cos^2(\omega_d t_f + \phi) - \cos^2(\omega_d t_i + \phi)\right] \rightarrow t_i = 0,\ \phi = 0,\ t_f = T$

$= \frac{Q^2}{2C}\left[\underbrace{\cos^2(\omega_d T)}_{=1} - 1\right] = 0$ ✓

(b) $I = \frac{dq}{dt} = -\omega_d Q\sin(\omega_d t + \phi)$

$\hookrightarrow U_L = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{\omega_d^2 Q^2}{2}L\sin^2(\omega_d t + \phi)$

$\Rightarrow \Delta U_L = \frac{\omega_d^2 Q^2}{2}L\left[\sin^2(\omega_d t_f + \phi) - \sin^2(\omega_d t_i + \phi)\right] \rightarrow t_i = 0,\ \phi = 0,\ t_f = T$

$= \frac{\omega_d^2 Q^2}{2}L\left[\underbrace{\sin^2(\omega_d T)}_{=0} - 0\right] = 0$ ✓

(γ) $P_\mathcal{E} = I\mathcal{E}$, $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m\sin\omega_d t$ $\Rightarrow P_\mathcal{E} = -\omega_d Q\,\mathcal{E}_m\sin\omega_d t\,\sin(\omega_d t + \phi)$

$\hookrightarrow U_\mathcal{E} = \int_0^T P_\mathcal{E}\,dt = -\omega_d Q\mathcal{E}_m\int_0^T dt\,\sin\omega_d t\,\sin(\omega_d t + \phi)$

$= -\omega_d Q\mathcal{E}_m\int_0^T dt\left[\sin\omega_d t\,(\sin\omega_d t\cos\phi + \cos\omega_d t\sin\phi)\right]$

$= -\omega_d Q\mathcal{E}_m\int_0^T dt\,(\sin^2\omega_d t\cos\phi + \underbrace{\sin\omega_d t\cos\omega_d t\sin\phi}_{0})$

$= -\omega_d Q\mathcal{E}_m\cos\phi\int_0^T dt\left(\frac{1 - \overbrace{\cos(2\omega_d t)}^{0}}{2}\right)$

$= -\omega_d Q\mathcal{E}_m\cos\phi\,\frac{T}{2} \overset{I_0 = -\omega_d Q}{=} \boxed{\frac{T}{2}I_0\mathcal{E}_m\cos\phi}$ ✓

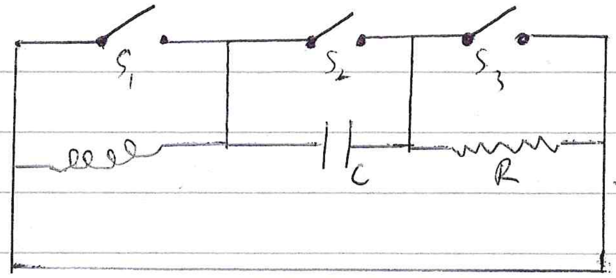
(δ) $P_R = I^2 R = \omega_d^2 Q^2 R\sin^2(\omega_d t + \phi) = \omega_d^2 Q^2 R\left(\frac{1 - \cos(2\omega_d t + 2\phi)}{2}\right)$

$\hookrightarrow U_R = \int_0^T dt\,P_R = \frac{\omega_d^2 Q^2 R}{2}\int_0^T dt\,(1 - \overbrace{\cos(2\omega_d t + 2\phi)}^{0})$

$= \frac{\omega_d^2 Q^2 R}{2}T = \frac{I_0^2 RT}{2}$ ✓

(ε) $V_R = \mathcal{E}_m\cos\phi$, $V_R = I_0 R$ $\Rightarrow \cos\phi = \frac{I_0 R}{\mathcal{E}_m} \Rightarrow U_\mathcal{E} = \frac{T}{2}I_0\mathcal{E}_m\frac{I_0 R}{\mathcal{E}_m} = \boxed{\frac{I_0^2 RT}{2} = U_R}$ ✓

Problem 31.92)



→ S_1 κλειστός : τ_C

→ S_2 κλειστός : τ_L

→ S_3 κλειστός : περίοδος T

S_1 κλειστός : RC κύκλωμα $\Rightarrow \tau_C = RC$

S_2 κλειστός : RL κύκλωμα $\Rightarrow \tau_L = \frac{L}{R}$

S_3 κλειστός : LC κύκλωμα $\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{LC}$

$$\left.\begin{array}{l}\tau_C = RC \\ \tau_L = \frac{L}{R}\end{array}\right\} \Rightarrow \tau_C \tau_L = LC \quad \left.\begin{array}{l}\tau_C \tau_L = LC \\ T = 2\pi\sqrt{LC}\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\tau_C \tau_L}}$$

✓