ΦΥΣ 145 –Υπολογιστικές Μέθοδοι στη Φυσική

2η Εργασία **Επιστροφή: 08/02/21**

<u>Υπενθύμιση:</u> Οι εργασίες πρέπει να επιστρέφονται με e-mail στο fotis@ucy.ac.cy που θα στέλνετε από το πανεπιστημιακό σας λογαριασμό το αργότερο μέχρι την ημερομηνία που αναγράφεται και πριν το εργαστήριο της συγκεκριμένης ημέρας.
Ως subject του e-mail θα πρέπει να αναγράφεται την εργασία (username_phy145_hmX όπου X ο αριθμός της εργασίας)
Κάθε αρχείο που επισυνάπτετε (attach) στο e-mail σας θα πρέπει να έχει το όνομα στη μορφή username_hmX.tgz όπου username είναι το username του e-mail σας και X ο αριθμός της εργασίας. Επίσης σαν πρώτο σχόλιο μέσα σε κάθε file που περιέχει το πρόγραμμά σας θα πρέπει να αναφέρεται το ονοματεπώνυμό σας. Οι εργασίες είναι ατομικές και πανομοιότυπες εργασίες δε θα βαθμολογούνται. Για να κάνετε ένα tgz file (ουσιαστικά tar zipped file) θα πρέπει να δώσετε στο terminal την εντολή tar -czvf username_hmX.tgz *.py όπου py είναι όλα τα py files των προγραμμάτων σας

1. Η κατανομή Poisson δίνεται από την σχέση $P(n;a)=\frac{a^n e^{-a}}{n!}$ και δίνει την πιθανότητα για την ύπαρξη n γεγονότων όταν γνωρίζουμε ότι ο μέσος αριθμός των γεγονότων είναι α και τα γεγονότα είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να ζητά από τον χρήστη τον μέσο αριθμό γεγονότων α, καθώς και τον αριθμό των γεγονότων που υπάρχουν n, και να τυπώνει την πιθανότητα *P*(n;α) να εμφανιστούν τα γεγονότα αυτά δεδομένου του α. Για τους υπολογισμούς σας θεωρήστε α = 10. Θα πρέπει να τυπώσετε τις πιθανότητες να βρούμε n=1, n=2, …, n=20 γεγονότα (όπου το n αλλάζει με βήμα 1) όταν αναμένουμε α=10. Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να είναι δομημένο με τέτοιο τρόπο ώστε να καλεί κατάλληλες *functions* που εκτελούν τους υπολογισμούς.

2. Να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο υπολογίζει την συνάρτηση $y=f(x)$ με *x* στο διάστημα [1,3]. Η συνάρτηση $f(x)$ περιγράφεται από την άπειρη σειρά:

$$y=f(x)=0.6-\frac{1}{x}+\frac{1}{3x^3}-\frac{1}{5x^5}+\frac{1}{7x^7}-\frac{1}{9x^9}+\dots$$

Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να υπολογίζει την παραπάνω σειρά με ακρίβεια 10^{-5} για διαφορετικές τιμές του *x* στο διάστημα που ορίζεται το *x* και να τυπώνει σε ένα αρχείο με όνομα *Seira.txt* την τιμή του *x* που χρησιμοποιήσατε και την αντίστοιχη τιμή της συνάρτησης που υπολογίσατε. Θα πρέπει το *x* να αλλάζει από την τιμή $x_{min}=1$ στην τιμή $x_{max}=3$ με βήμα 0.5. Για να επαληθεύσετε το πρόγραμμά σας θα πρέπει να βρείτε ότι για *x*=2.5, *y*~0.22.

3. Γράψτε ένα πρόγραμμα το οποίο υπολογίζει τη σειρά:

$$f_N=\sum_{n=1}^{N}\frac{2}{\pi}\left[1-(-1)^n\right]\frac{\sin(nx)}{n}$$

η οποία δίνει την αναπαράσταση Fourier της συνάρτησης βήματος:

$$f(x)=\begin{cases}-1, & -\pi\le x<0\\ 1, & 0\le x<\pi\end{cases}$$

Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να υπολογίζει τις $f(x)$, $f_1(x)$, $f_5(x)$, $f_{10}(x)$και $f_{100}(x)$ για $0 \le x < \pi$ με βήμα δx = π/500. Τα αποτελέσματα θα πρέπει να τα γράψετε σε ένα αρχείο με όνομα *fourier.dat* σε μορφή 6 στηλών όπου η 1η στήλη περιέχει την τιμή του *x*, η 2η στήλη την τιμή της $f(x)$, η 3η στήλη την τιμή της $f_1(x)$, η 4η στήλη την τιμή της $f_5(x)$, η 5η στήλη την τιμή της $f_{10}(x)$ και η 6η στήλη την τιμή της $f_{100}(x)$. Χρησιμοποιώντας το file αυτό, να κάνετε τη γραφική παράσταση όλων των *f* συναρτήσει του *x* στο ίδιο γράφημα. Θα πρέπει μαζί με το πρόγραμμά σας να επιστρέψετε και το γράφημα αυτό.

4. Τα πολυώνυμα Legendre ικανοποιούν την αναγωγική σχέση:

$$P_n(x) = \frac{2n-1}{n} x P_{n-1}(x) - \frac{n-1}{n} P_{n-2}(x)$$

με $P_0(x) = 1$ και $P_n(x) = 0$ για n<0. Να γραφεί ένα πρόγραμμα σε Python το οποίο περιέχει μια *function* που να υπολογίζει το $P_n(x)$ για δεδομένα *n* και *x*. Σαν εφαρμογή να υπολογισθούν τα P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 για x = 0.0, 0.1, 0.2, 0.3,…,1.0.

5. Μια φοιτήτρια χρησιμοποιεί μια ζυγαριά ελατηρίου για να μετρήσει διάφορες μάζες. Κρεμά το ένα άκρο του ελατηρίου σε ακλόνητο σημείο, κρεμά ένα δίσκο στο άλλο άκρο του και επικολλά ένα ξύλινο χάρακα στο πίσω μέρος της διάταξης ώστε να μετρά τις αποκλίσεις του ελατηρίου από τη θέση ισορροπίας. Ωστόσο πριν χρησιμοποιήσει το μέτρο θα πρέπει να το βαθμονομήσει. Δηλαδή πρέπει να βρει τη σχέση μεταξύ της μάζας που τοποθετεί στο δίσκο και της επιμήκυνσης του ελατηρίου. Για να βαθμονομήσει τη διάταξη χρησιμοποιεί 5 γνωστές μάζες (μετρημένες με μεγάλη ακρίβεια) των 2.0*kg* και τις τοποθετεί τη μια μετά την άλλη στο δίσκο του ελατηρίου και μετρά την επιμήκυνση. Οι μετρήσεις της φαίνονται στον παρακάτω πίνακα. Υποθέτοντας ότι το ελατήριο ακολουθεί το νόμο του Hooke περιμένει ότι η επιμήκυνση του ελατηρίου θα είναι γραμμική συνάρτηση της μάζας, *m*, που βρίσκεται πάνω στο δίσκο:

$$l = A + Bm$$

όπου *A* είναι το μήκος του ελατηρίου χωρίς κάποιο μάζα εξαρτημένη πάνω του και *B* είναι ίσο με *g*/*k*, όπου *k* η σταθερά του ελατηρίου. Χρησιμοποιώντας την παραπάνω σχέση και ξέροντας τις σταθερές *A* και *B* μπορεί να υπολογίσει μια οποιαδήποτε άγνωστη μάζα *m* μετρώντας την επιμήκυνση του ελατηρίου.

Για να βρει τις σταθερές αυτές χρησιμοποιεί τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Όπως ξέρετε οι τύποι που δίνουν τις σταθερές *A* και *B* είναι:

$$A = \frac{\sum m^2 \sum l - \sum m \sum (m \cdot l)}{\Delta},\ B = \frac{N \sum (m \cdot l) - \sum m \sum l}{\Delta} \ \text{ και } \ \Delta = N \sum m^2 - \left(\sum m\right)^2.$$

όπου οι μεταβλητές *m* και *l* υποτίθεται ότι καλύπτουν όλες τις μετρήσεις *N* και τα αθροίσματα είναι πάνω σε όλες τις μετρήσεις *N*.

Για τον υπολογισμό του σφάλματος των τιμών *A* και *B*, υποθέτει ότι όλες οι μετρήσεις της επιμήκυνσης ακολουθούν Gaussian κατανομή γύρω από την "αληθινή" τιμή $A + Bm_i$ με εύρος σ_l. Επομένως οι αποκλίσεις $l_i - A - Bm_i$ είναι όλες Gaussian κατανεμημένες με την κεντρική τιμή ίση με μηδέν και το ίδιο εύρος σ_l. Μια καλή εκτίμηση της σ_l δίνεται από την σχέση $\sigma_l = \sqrt{\frac{1}{N-2}\sum (l_i - A - Bm_i)^2}$ όπου το άθροισμα είναι ως προς όλες τις μετρήσεις *N*. Με βάση τη σχέση αυτή, οι αβεβαιότητες των *A* και *B* είναι: $\sigma_A = \sigma_l \sqrt{\frac{\sum m^2}{\Delta}}$ και $\sigma_B = \sigma_l \sqrt{\frac{N}{\Delta}}$.

Με βάση τους παραπάνω τύπους να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο διαβάζει τις τιμές του πίνακα των μετρήσεών της που δίνονται από το αρχείο *Measurements.dat* και τις αποθηκεύει σε κατάλληλες λίστες. Κατόπιν το πρόγραμμα χρησιμοποιεί τις παραπάνω σχέσεις και υπολογίζει την ευθεία των ελαχίστων τετραγώνων και επομένως τις σταθερές *A*, *B* και τα αντίστοιχα σφάλματα. Θα πρέπει να επιστρέψετε το πρόγραμμά σας μαζί με τα αποτελέσματα για τις τιμές των *A, B* και τα αντίστοιχα σφάλματά τους ως σχόλια στο τέλος του προγράμματός σας.

Να κάνετε την γραφική παράσταση των μετρήσεων και της ευθείας των ελαχίστων τετραγώνων και να την αποθηκεύσετε στο αρχείο *FitMeasurements.dat*

Χρησιμοποιήστε τα ακόλουθα δεδομένα:

Μέτρηση	Μάζα (kgr) - x_i	Επιμήκυνση, l_i (cm) - y_i
1	2	42.0
2	4	48.4
3	6	51.3
4	8	56.3
5	10	58.6