Ορμή - Κρούσεις

Γραμμική Ορμή - Κρούσεις

- Ορισμός: $\vec{p} \equiv m\vec{\upsilon}$

- Ενδιαφέρουσα ποσότητα:
  - 2ο Νόμο του Newton $\vec{F} \equiv m\vec{a} = m\dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \dfrac{d(m\vec{\upsilon})}{dt} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Σωστή διατύπωση του 2ου Νόμου

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός σώματος ισούται με την συνισταμένη δύναμη που δρα πάνω στο σώμα

- Ο ορισμός αυτός της δύναμης είναι πολύ πιο γενικός από ότι έχουμε χρησιμοποιήσει μέχρι τώρα.
- Επιτρέπει επίσης τον υπολογισμό και για μεταβαλλόμενες μάζες.

Αν F=0 τότε η ορμή σταθερή

Διατήρηση Ορμής

- Θεωρούμε σύστημα ≥2 σώματα απομονωμένο από το περιβάλλον:
  - Από 3ο Νόμο του Newton $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ (Δύναμη στο 1 λόγω 2)

$$\Rightarrow \frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt} \Rightarrow \frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0 \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \sigma\tau\alpha\theta$$

Νόμος Διατήρησης της Ορμής:

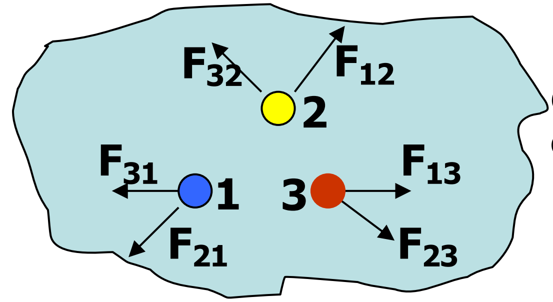
Σε ένα απομονωμένο σύστημα 2 ή περισσοτέρων σωμάτων που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους η ολική ορμή του συστήματος διατηρείται ανεξάρτητα από το είδος της αλληλεπίδρασης μεταξύ των σωμάτων.

- Δηλαδή σε απομονωμένα συστήματα δεν υπάρχει κανένας μηχανισμός που να δημιουργεί ή να καταστρέφει ορμή.

- Η ορμή του συστήματος διατηρείται αλλά όχι απαραίτητα η ορμή του κάθε σώματος ξεχωριστά.

- Η ολική ορμή ενός απομονωμένου συστήματος ισούται με την αρχική του ορμή.

Διατήρηση της ορμής



απομονωμένο σύστημα

- Αν είχαμε περισσότερα σώματα τότε

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{p}_1+\vec{p}_2+\vec{p}_3\right)=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3=\left(\vec{F}_{12}+\vec{F}_{13}\right)+\left(\vec{F}_{21}+\vec{F}_{23}\right)+\left(\vec{F}_{31}+\vec{F}_{32}\right)=\vec{0}$$

- Γενικά σε απομονωμένο σύστημα όλες οι δυνάμεις εξουδετερώνονται σε ζεύγη

Τι συμβαίνει σε μια μπάλα που κινείται σε παραβολική τροχιά ?

Η ταχύτητα της αλλάζει και επομένως αλλάζει και η ορμή της

Υπάρχει μια ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ δύναμη (η βαρύτητα).

Το σύστημα δεν είναι απομονωμένο

- Αν υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις τότε:

$$\frac{d\vec{p}_i}{dt}=\vec{F}_i^{\varepsilon\sigma\omega\tau.}+\vec{F}_i^{\varepsilon\xi\omega\tau.}\Rightarrow\frac{d\left(\sum\vec{p}_i\right)}{dt}=\sum\vec{F}_i^{\varepsilon\sigma\omega\tau.}+\sum\vec{F}_i^{\varepsilon\xi\omega\tau.}\Rightarrow\frac{d\vec{P}_{o\lambda\iota\kappa\eta}}{dt}=\vec{F}_{\varepsilon\xi\omega\tau.}+0$$

Αν θεωρήσουμε τη γη-μπάλα σαν ένα σύστημα (απομονωμένο τώρα) τότε η ορμή διατηρείται

Διατήρηση της ορμής

- Η διατήρηση της ορμής μπορεί να εκφραστεί μαθηματικά με διάφορους τρόπους

$$\vec{p}_{ολ.} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = σταθ$$

$$\vec{p}_1^{\,i} + \vec{p}_2^{\,i} = \vec{p}_1^{\,f} + \vec{p}_2^{\,f}$$

- Σε μορφή συνιστωσών, η συνολική ορμή σε κάθε διεύθυνση διατηρείται:

$$p_x^i = p_x^f \qquad p_y^i = p_y^f \qquad p_z^i = p_z^f$$

- Διατήρηση της ορμής μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε συστήματα με οποιαδήποτε αριθμό σωμάτων

Τοξοβόλος

Έστω ένας τοξοβόλος ο οποίος βρίσκεται πάνω σε μια λεία επιφάνεια (δεν υπάρχουν τριβές)

Πως μπορούμε να μελετήσουμε την δυναμική του συστήματος αυτού;

- Εφαρμογή του 2ου Νόμου του Newton? OXI

  Δεν υπάρχουν πληροφορίες για F ή α

- Εφαρμογή διατήρησης ενέργειας? OXI

  Δεν υπάρχουν πληροφορίες για έργο ή ενέργεια

- Εφαρμογή διατήρησης ορμής? NAI

Τοξοβόλος (συνέχεια)

- Έστω ότι το σύστημά μας είναι ο τοξοβόλος με το τόξο (σώμα 1) και το βέλος (σώμα 2)
- Δεν υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις που ενεργούν στα σώματα στην x-διεύθυνση

  Το σύστημα είναι απομονωμένο ως προς την x-διεύθυνση και άρα η ορμή διατηρείται.

- Η ορμή του συστήματος πριν αφήσει το βέλος = 0
- Η ολική ορμή του συστήματος αφού ρίξει το βέλος θα είναι:

$$\vec{p}^{\,f}_{\tau o \xi o \beta o \lambda o \varsigma} + \vec{p}^{\,f}_{\beta \varepsilon \lambda o \varsigma} = \vec{0} \Rightarrow \vec{p}^{\,f}_{\tau o \xi o \beta o \lambda o \varsigma} = -\vec{p}^{\,f}_{\beta \varepsilon \lambda o \varsigma}$$

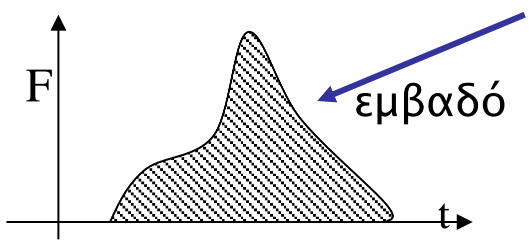
- Ο τοξοβόλος θα κινηθεί αντίθετα με την φορά κίνησης του βέλους
  - Συμφωνεί και με το 3º νόμο του Newton
- Επειδή η μάζα του τοξοβόλου είναι πολύ μεγαλύτερη από του βέλους η ταχύτητα και η επιτάχυνσή του είναι αμελητέες σε σχέση με αυτές του βέλους

Ώθηση

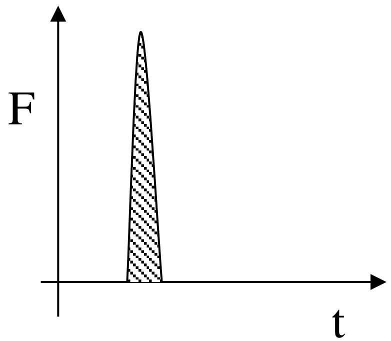
Από το 2ο νόμο του Newton έχουμε $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$

$$d\vec{p} = \vec{F}dt \Rightarrow \int d\vec{p} = \int \vec{F}\,dt \Rightarrow \Delta\vec{p} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}\,dt \Rightarrow$$

Ώθηση: $\boxed{I \equiv \Delta\vec{p} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}\,dt}$



Για μικρό Δt, F μπορεί να ΄ναι μεγάλη ➔ μεγάλη μεταβολή ορμής



Θεώρημα ώθησης – ορμής: Η ώθηση μιας δύναμης F που δρα σε ένα σώμα ισούται με τη μεταβολή της ορμής του σώματος

- Αυτό είναι ισοδύναμο με το 2ο νόμο του Newton

Η ώθηση δεν είναι ιδιότητα του σώματος αλλά ένας μέγεθος που δείχνει την μεταβολή της ορμής ενός σώματος

Χτύπημα καράτε

- Σπάσιμο μιας σανίδας ξύλου με την ώθηση

$I = F\Delta t = \Delta p = m\Delta \upsilon$ Δt πολύ μικρό και Δp = σταθ. ➔ F μεγάλη

- Σώματα:
  - ✓Χέρι: $M_{\chi\varepsilon\rho\iota o\acute{\upsilon}}$=3Kg, ταχύτητα $\upsilon_{\chi\varepsilon\rho\iota o\acute{\upsilon}}$=15m/s, ορμή $p_{\chi\varepsilon\rho\iota o\acute{\upsilon}}$ =45Kg m/s
  - ✓Σανίδα: l=30 cm, κινείται ~1cm πριν σπάσει, ~500Nt για 1cm λύγισμα

Αν υποθέσουμε ότι η σανίδα σταματά το χέρι τότε:

$$\Delta l = \overline{\upsilon}\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta l}{\overline{\upsilon}} = \frac{1cm}{(\upsilon_f - \upsilon_i)/2} = \frac{1cm}{7.5m/s} \Rightarrow \Delta t = 10ms$$

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{45\text{K}gm/s}{0.001s} = 4.5\times 10^4 N!!!$$

Παράδειγμα

Δυο όμοιες μπάλες αφήνονται να πέσουν στο έδαφος από το ίδιο ύψος. Και στις δυο περιπτώσεις οι μπάλες έχουν την ίδια ταχύτητα προς τα κάτω καθώς χτυπούν στο έδαφος. Στην περίπτωση 1 η μπάλα αναπηδά ενώ στη περίπτωση 2 η μπάλα παραμένει κολλημένη στο έδαφος. Σε ποιά περίπτωση το μέγεθος της ώθησης από το έδαφος στη μπάλα είναι μεγαλύτερη;

(Α) Περίπτωση 1 (Β) Περίπτωση 2 (Γ) Ίδια και στις δυο περιπτώσεις

Περίπτωση 1 - Αναπήδηση

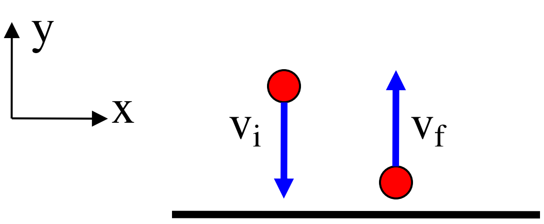
$$|\mathrm{I}| = |\Delta\vec{p}| \Rightarrow |\mathrm{I}| = |m\vec{\upsilon}_f - m\vec{\upsilon}_i|$$

$$\Rightarrow |\mathrm{I}| = m|\vec{\upsilon}_f - (-\vec{\upsilon}_i)| = 2m\upsilon$$

Περίπτωση 2 – Μη αναπήδηση

$$|\mathrm{I}| = |\Delta\vec{p}| \Rightarrow |\mathrm{I}| = |m\vec{\upsilon}_f - m\vec{\upsilon}_i|$$

$$\Rightarrow |\mathrm{I}| = m|0 - (-\vec{\upsilon}_i)| = m\upsilon$$



Παράδειγμα

Ο Γιώργος μάζας 75kg και η Μαρία μάζας 50kg είναι ακίνητοι στηριζόμενοι στα πατίνια τους κοιτάζοντας ο ένας τον άλλο. Η Μαρία σπρώχνει το Γιώργο με μια σταθερή δύναμη F = 45N για Δt = 3sec. Ποιός από τους δύο θα κινείται με μεγαλύτερη ταχύτητα μετά την ώθηση;

(Α) Γιώργος (Β) Μαρία (Γ) Έχουν την ίδια ταχύτητα

$$\Rightarrow \vec{P}^{f}_{\Gamma/M} = 0 = \vec{P}^{i}_{\Gamma/M}$$

Γιώργος (κίνηση σε + διεύθυνση)

$$I = |\Delta\vec{p}| = \mathrm{F}_{M\to\Gamma}\Delta t = 45\mathrm{N}\times 3s = 135Ns$$

$$\vec{\mathrm{I}} = \Delta\vec{p} = m\left(\vec{v}_f - \vec{v}_i\right) \Rightarrow \mathrm{I} = m_\Gamma v_\Gamma$$

Από τις 2 παραπάνω σχέσεις

$$\upsilon_\Gamma = \frac{135N\sec}{75kg} = 1.8m/s$$

Μαρία (κίνηση σε – διεύθυνση)

$$I = |\Delta\vec{p}| = \mathrm{F}_{\Gamma\to\mathrm{M}}\Delta t = (-45\mathrm{N})\times 3s = 135Ns$$

$$\vec{\mathrm{I}} = \Delta\vec{p} = m\left(\vec{v}_f - \vec{v}_i\right) \Rightarrow \mathrm{I} = -m_\mathrm{M} v_\mathrm{M}$$

Από τις 2 παραπάνω σχέσεις

$$\upsilon_\mathrm{M} = -\frac{135Ns}{50kg} = -2.7m/s$$

Σημειώστε:

$$\vec{P}_\Gamma + \vec{P}_M = \vec{0} \Rightarrow P_\Gamma + P_M = 75kg\times 1.8\frac{m}{s} + 50kg\times\left(-2.7\frac{m}{s}\right) = 135Ns - 135Ns = 0Ns$$

$$\Rightarrow \vec{P}^{f}_{\Gamma/\mathrm{M}} = \vec{P}^{i}_{\Gamma/\mathrm{M}}$$