ΦΥΣ 140 **Lab12 - QUIZ - 20 λεπτά** **29/11/2023**

Άσκηση [15μ]

Χρησιμοποιώντας την μέθοδο μετασχηματισμού Monte Carlo, δείξτε ότι για να πάρετε τυχαίους αριθμούς ομοιόμορφα κατανεμημένους σε ένα διάστημα $[\alpha, b]$ θα πρέπει να τους δημιουργήσετε με την συνάρτηση $f(x) = a + (b - a) * x$ όπου x είναι τυχαίοι αριθμοί ομοιόμορφα κατανεμημένοι στο διάστημα [0,1).

Η probability density function, PDF, της κατανομής των τυχαίων αριθμών που επιθυμούμε θα έχει την μορφή:

$$PDF = f(x) = \begin{cases} N \times 1 \text{ για } a \leq x \leq b \\ 0 \qquad\qquad \text{αλλού} \end{cases}$$

Βρίσκουμε αρχικά τον παράγοντα κανονικοποίησης ζητώντας $\int_a^b f(x)dx = 1$.

Θα έχουμε:

$$\int_a^b f(x)dx = 1 \Longrightarrow \int_a^b N dx = 1 \Longrightarrow Nx|_a^b = 1 \Longrightarrow N(b-a) = 1 \Longrightarrow N = \frac{1}{b-a}$$

Επομένως η κανονικοποιημένη *PDF* θα είναι:

$$PDF = f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} \text{ για } a \leq x \leq b \\ 0 \qquad\qquad \text{αλλού} \end{cases}$$

Βρίσκουμε την *CDF* (cumulative distribution function) $F(x)$:

$$F(x) = y = \int_a^x f(x')dx' = \int_a^x \frac{1}{b-a} dx' = \frac{1}{b-a} x'|_a^x = \frac{x-a}{b-a}$$

Αντιστρέφουμε την *CDF* λύνοντας ως προς x:

$$x - a = (b-a)y \Longrightarrow x = a + (b-a)y$$

Η y παίρνει τιμές στο διάστημα $[0,1)$ χρησιμοποιώντας την συνάρτηση *random().* Οπότε έχουμε: $x = a + (b-a) \times random()$ και χρησιμοποιώντας την συνάρτηση αυτή θα πάρουμε τυχαίους αριθμούς ομοιόμορφα κατανεμημένους στο διάστημα ενδιαφέροντος $[a, b]$.