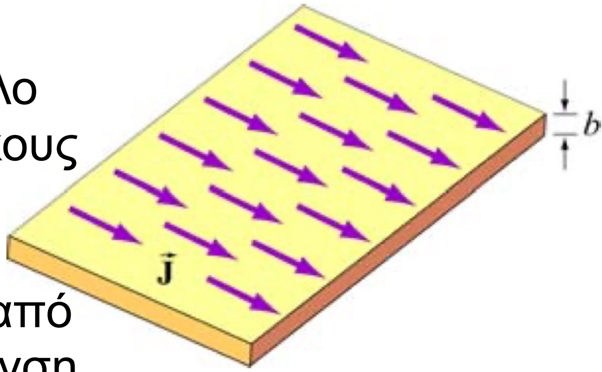
Εφαρμογές του νόμου του Ampere

Μαγνητικό πεδίο επίπεδου αγωγού απείρων διαστάσεων

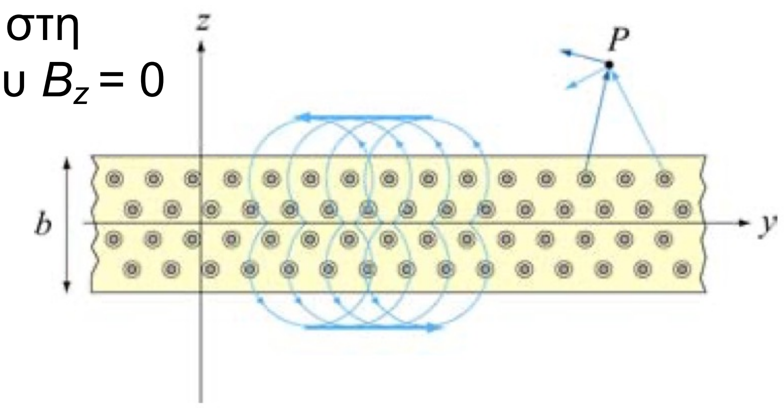
Θεωρούμε έναν απείρων διαστάσεων επίπεδο αγωγό πάχους *b* που βρίσκεται στο *x*-*y* επίπεδο και έχει ομοιόμορφη πυκνότητα ρεύματος $\vec{J} = J_0\hat{\imath}$. Θα υπολογίσουμε το μαγνητικό πεδίο σε οποιοδήποτε σημείο του χώρου



Μπορούμε να θεωρήσουμε το επίπεδο ρευματοφόρο φύλλο ως μια συλλογή από πολλούς ευθύγραμμους απείρου μήκους αγωγούς που διαρρέονται από ρεύμα *I* στην *x*-διεύθυνση.

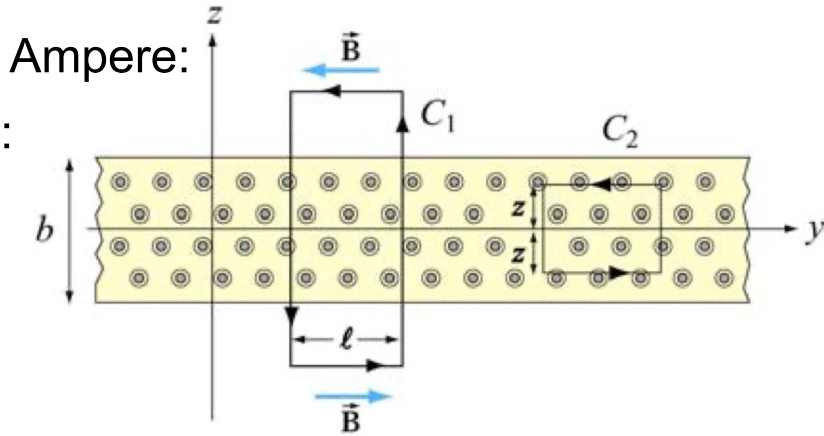
Παρατηρούμε ότι μαγνητικό πεδίο σε ένα σημείο *P* πάνω από το επίπεδο του αγωγού (z>0) έχει φορά προς τη -*y*-διεύθυνση.

Η συνεισφορά όλων των ρευματοφόρων αγωγών στη *z*-διεύθυνση αναιρείται δίνοντας συνιστώσα πεδίου $B_z = 0$



Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να δείξουμε ότι το μαγνητικό πεδίο σε ένα σημείο *P’* κάνω από το επίπεδο του αγωγού (z<0) έχει φορά προς τη +*y*-διεύθυνση.

Μαγνητικό πεδίο επίπεδου αγωγού απείρων διαστάσεων



Μπορούμε να εφαρμόσουμε τώρα τον νόμο του Ampere:

Θεωρούμε τους βρόχους Ampere του σχήματος:

Για το πεδίο στο εξωτερικό του αγωγού, ολοκληρώνουμε κατά μήκος του βρόχου C_1:

Το ρεύμα που περικλείεται στον βρόχο είναι:

$$I_{encl.} = \iint \vec{J}\cdot d\vec{A} = J_0(2|z|l)$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ampere: $\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s} = B2l = \mu_0 I_{encl.} \boxed{\Rightarrow B = \mu_0 J_0(|z|)}$

Για z=0 το μαγνητικό πεδίο μηδενίζεται, όπως απαιτείται από συμμετρία.

Μπορούμε να συνοψίσουμε τα αποτελέσματα: $\vec{B} = \begin{cases} -\dfrac{\mu_0 J_0 b}{2}\hat{j} & z > b/2 \\ -\mu_0 J_0 z\hat{j} & -\dfrac{b}{2} < z < \dfrac{b}{2} \\ +\dfrac{\mu_0 J_0 b}{2}\hat{j} & z < -b/2 \end{cases}$

Στην περίπτωση πολύ λεπτού φύλλου $b \to 0$ και τότε η πυκνότητα ρεύματος γίνεται ρεύμα επιφάνειας: $\vec{K} = K\hat{\imath}$, όπου $K = J_0 b$ (K σε μονάδες ρεύματος/μήκος). Οπότε:

$$\vec{B} = \begin{cases} -\dfrac{\mu_0 K}{2}\hat{j} & z > 0 \\ +\dfrac{\mu_0 K}{2}\hat{j} & z < 0 \end{cases}$$

Επίπεδη Συμμετρία και νόμος του Ampere

Ας θεωρήσουμε to μαγνητικό πεδίο εξαιτίας ομοιόμορφου ρεύματος που διαρρέει έναν επίπεδο αγωγό στο xy-επίπεδο στην x-διεύθυνση.

Από τον νόμο των Biot-Savard: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi}\int \frac{Id\vec{l}\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$

Αλλά $Id\vec{l}\times(\vec{r}-\vec{r}') \perp I$ και αφού I στη x-διεύθυνση $\Rightarrow B_x = 0$

Ας θεωρήσουμε τώρα την *z*-συνιστώσα του πεδίου.

Αν αντιστρέψουμε τη φορά του ρεύματος τότε το μαγνητικό πεδίο θα αντιστραφεί.

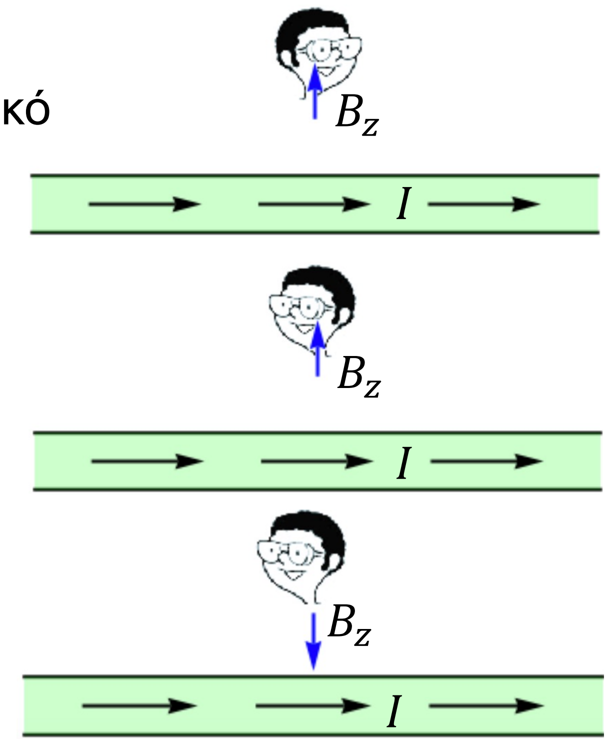
Έστω ότι σε κάποιο σημείο, $B_z > 0$ (όπως στο σχήμα).

Θεωρήστε ότι περιστρέφεστε στο χώρο κατά 180ο.

Το μαγνητικό πεδίο δεν θα αλλάξει ωστόσο αφού δεν έχει περιστραφεί.

Αλλά βλέπετε το ρεύμα να κινείται με αντίθετη φορά και ο μόνος τρόπος για σας είναι το ρεύμα να έχει αντιστραφεί. Άρα το μαγνητικό πεδίο θα είναι $B_z < 0$

Ο μόνος τρόπος για να συμβούν τα δύο προηγούμενα είναι να έχουμε: $B_z = 0$



Επίπεδη Συμμετρία και νόμος του Ampere

Με βάση τα προηγούμενα και το γεγονός ότι το επίπεδο παραμένει αμετάβλητο οπουδήποτε βρισκόμαστε, οδηγεί στο: $\vec{B} = B(z)\hat{\jmath}$

Ξέρουμε από τον νόμο του Ampere ότι: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \frac{\mu_0}{2\pi} I_{encl}$

Χρησιμοποιώντας κατάλληλο amperian βρόχο μπορούμε να βρούμε το $\vec{B}$.

Θεωρούμε ορθογώνιο με 2 πλευρές παράλληλες στην y-διεύθυνση σε κατάλληλα *z* εφόσον το πεδίο, $B(z)$, εξαρτάται από την απόσταση από την επιφάνεια.

Αν υποθέσουμε ότι ο βρόχος δεν τέμνει την *xy*-επιφάνεια, τότε $I_{encl} = 0$ αλλά αφού θα πρέπει $B(z_1)l - B(z_2)l = 0$ για τυχαίο l, θα έχουμε ότι $B = \sigma\tau\alpha\theta$.

Αλλά B δεν είναι σταθερό στην ίδια τιμή και από τις δύο πλευρές της επιφάνειας.

Έστω ότι περιστρέφουμε την επιφάνεια ως προς τον *x*-άξονα.

Αυτό θα φέρει τον *y*-άξονα στον –*y*-άξονα και αντίστροφα αλλά $I = \sigma\tau\alpha\theta$.

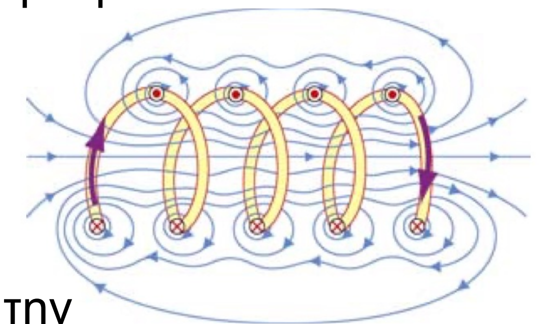
Θεωρούμε amperian βρόχο που τέμνει το αναστραμμένο *xy*-επίπεδο και η πλευρά του στην –*y*-διεύθυνση. Το B_y θα είναι τώρα στην +*y*-κατεύθυνση και το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα θα δώσει $-2B_y l$.

Οπότε: $B_y(z > 0) = -\frac{\mu_0 I}{2l} = -\frac{\mu_0 J_0 l b}{2}$ Ενώ στην –z-διεύθυνση $B_y(z < 0) > 0$

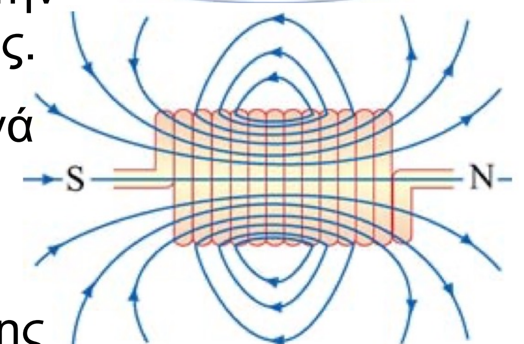
Μαγνητικά Πεδία
Σωληνοειδούς - Τοροειδούς

Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς

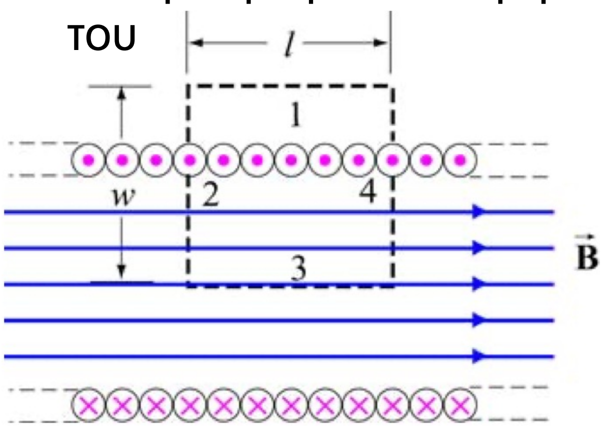
Θεωρούμε ένα σωληνοειδές το οποίο διαρρέεται από σταθερό ρεύμα *I*. Το σωληνοειδές έχει *N* σπείρες. Θεωρούμε ότι οι σπείρες έχουν ακτίνα πολύ μικρότερη από το μήκος του σωληνοειδούς και ότι είναι σφικτά και ομοιόμορφα τυλιγμένες ώστε το μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό του σωληνοειδούς να είναι ομοιόμορφο



Χρησιμοποιώντας τον νόμο του Ampere για να υπολογίσουμε την ένταση του πεδίου στο εσωτερικού ενός ιδανικού σωληνοειδούς.



Θεωρούμε μια διατομή του σωληνοειδούς κατά μήκος του άξονά του



Θεωρούμε ένα ορθογώνιο βρόχο μήκους πλευρών l και w αντίστοιχα και κινούμαστε στο βρόχο αντίθετα της φοράς των δεικτών του ρολογιού:

Τα επικαμπύλια ολοκληρώματα θα είναι:

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int_1 \cancelto{0}{\vec{B}\cdot d\vec{s}} + \int_2 \cancelto{0}{\vec{B}\cdot d\vec{s}} + \int_3 \vec{B}\cdot d\vec{s} + \int_4 \cancelto{0}{\vec{B}\cdot d\vec{s}} = Bl$$

Το συνολικό ρεύμα που περικλείεται από τον βρόχο Ampere είναι: $I_{encl.} = NI$

Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ampere θα πάρουμε: $\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{encl.} \Rightarrow Bl = \mu_0 NI$

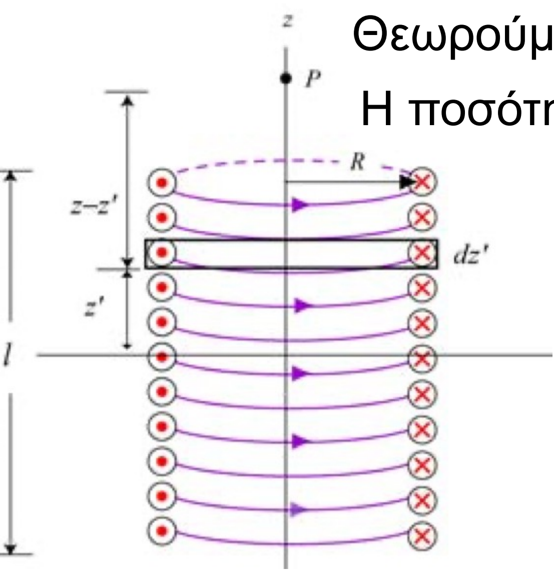
Το πεδίο στο εσωτερικό ενός ιδανικού σωληνοειδούς είναι: $\boxed{B = \dfrac{\mu_0 NI}{l} = \mu_0 nI}$ $n = \dfrac{N}{l}$

➢ Τι θα συμβεί ωστόσο αν το σωληνοειδές είναι πεπερασμένου μήκους?

Προσεγγίζουμε την περίπτωση θεωρώντας έναν μεγάλο αριθμό κυκλικών βρόχων ο ένας πάνω στον άλλο σε μια στήλη βρόχων.

Υπολογίσαμε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ρευματοφόρος κυκλικός βρόχος σε σημείο *P* στον άξονά του και σε απόσταση *z* από το κέντρο του:

$$B_z = \frac{\mu_0 I R^2}{(2[R^2 + z^2]^{3/2})}$$



Θεωρούμε μια διατομή της στήλης των βρόχων στη θέση z' με πάχος dz'

Η ποσότητα ρεύματος που διαπερνά αυτή την διατομή των βρόχων είναι

$dI = I(ndz') = I(N/l)dz'$ όπου $n = N/l$

Η συνεισφορά αυτής της ποσότητας σπειρών στο μαγνητικό πεδίο στο σημείο *P* θα είναι:

$$dB_z = \frac{\mu_0 R^2}{(2[R^2 + (z - z')^2]^{3/2})} dI \Rightarrow dB_z = \frac{\mu_0 R^2 (nIdz')}{(2[R^2 + (z - z')^2]^{3/2})}$$

Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς περασμένου μήκους

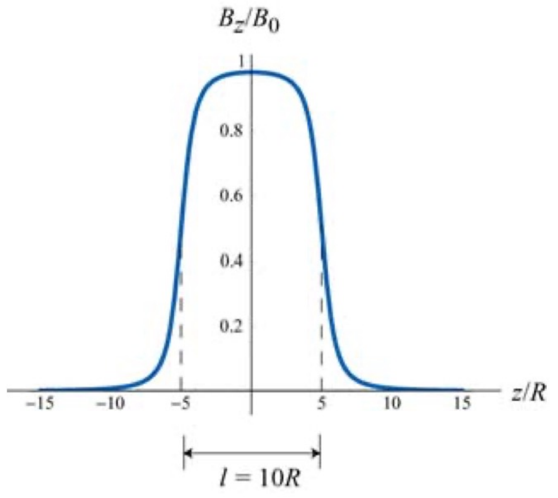
Η συνεισφορά αυτής της ποσότητας σπειρών στο μαγνητικό πεδίο στο σημείο *P* θα είναι:

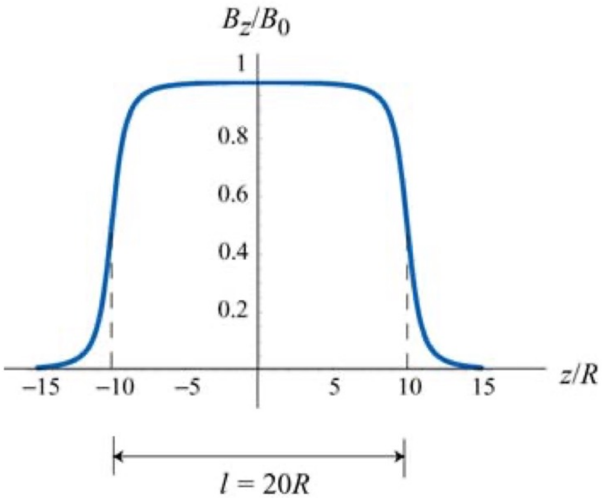
$$dB_z = \frac{\mu_0 R^2 (nI dz')}{(2[R^2 + (z-z')^2]^{3/2})}$$

Ολοκληρώνουμε ως προς το μήκος του σωληνοειδούς:

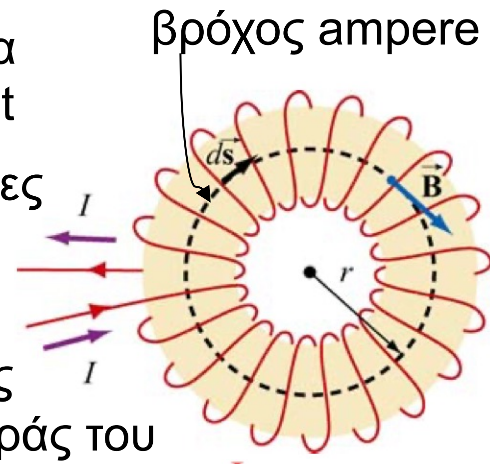
$$B_z = \frac{\mu_0 n I R^2}{2} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{dz'}{[R^2 + (z-z')^2]^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_0 n I R^2}{2} \left. \frac{z'-z}{R^2\sqrt{R^2 + (z-z')^2}} \right|_{-l/2}^{l/2}$$

$$\boxed{\Rightarrow B_z = \frac{\mu_0 n I}{2}\left[\frac{l/2 - z}{\sqrt{R^2 + (z-l/2)^2}} + \frac{l/2 + z}{\sqrt{R^2 + (z+l/2)^2}}\right]}$$





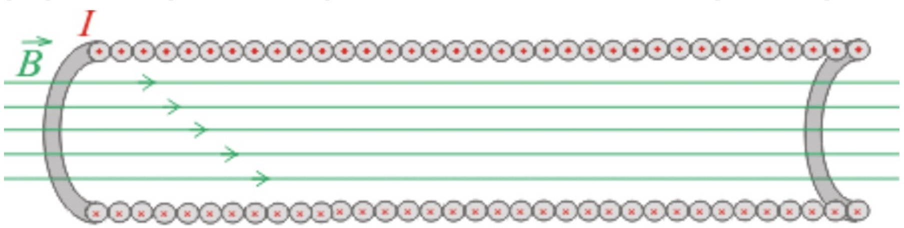
Μαγνητικό πεδίο τοροειδούς

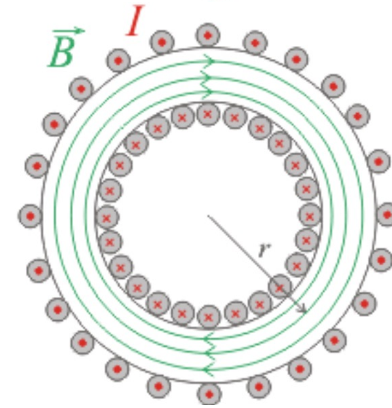


Το τοροειδές είναι ένα λεπτό σωληνοειδές το οποίου τα δύο άκρα συμπίπτουν, οπότε το σωληνοειδές έχει το σχήμα ενός doughnut

Θεωρούμε ότι έχουμε ένα τοροειδές αποτελούμενο από *N* σπείρες και θα βρούμε το μαγνητικό πεδίο σε τυχαίο σημείο στο χώρο.

Από το σχήμα του τοροειδούς, καταλαβαίνουμε ότι το μαγνητικό πεδίο είναι πλήρως εγκλωβισμένο στο εσωτερικό του τοροειδούς και η διεύθυνσή του είναι αζιμουθιακή και με φορά (βάση της φοράς του ρεύματος στο σχήμα), σύμφωνα με αυτή των δεικτών του ρολογιού





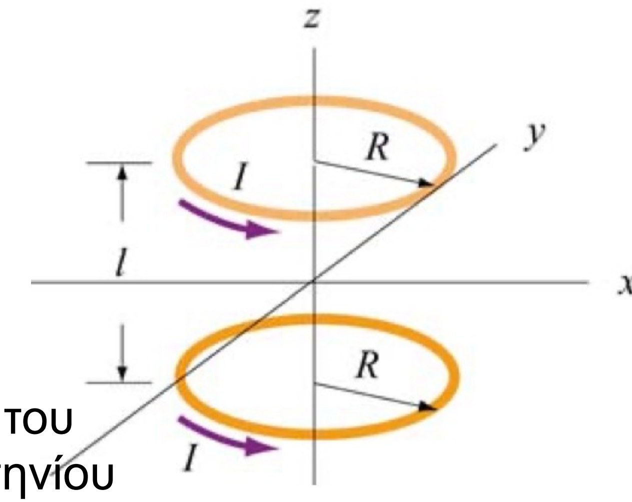
Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ampere, οπότε θα πάρουμε:

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s} = \oint_C B ds = B\oint_C ds = B(2\pi r) = \mu_0 NI \Rightarrow B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

όπου *r* είναι η απόσταση από το κέντρο του τοροειδούς.

- Αντίθετα με το μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικού ενός ιδανικού σωληνοειδούς το οποίο είναι ομοιόμορφο, το μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό ενός τοροειδούς **δεν είναι ομοιογενές** και **ελαττώνεται με την απόσταση από το κέντρο του**

Μαγνητικό πεδίο πηνίων Helmholtz- ομόρροπα ρεύματα



Θεωρήστε δύο πηνία το καθένα με *N* σπείρες ακτίνας *R* κάθετα στον άξονα συμμετρίας και με τα κέντρα τους στις θέσεις $z = -l/2$ και $z = +l/2$.

Θεωρήστε ότι τα πηνία διαρρέονται από σταθερό ρεύμα ίδιας φοράς.

Θα βρούμε το μαγνητικό πεδίο σε ένα σημείο στον άξονα του συστήματος και σε απόσταση *z* από το κέντρο του ενός πηνίου

Υπολογίσαμε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ρευματοφόρος κυκλικός βρόχος σε σημείο *P* στον άξονά του και σε απόσταση *z* από το κέντρο του:

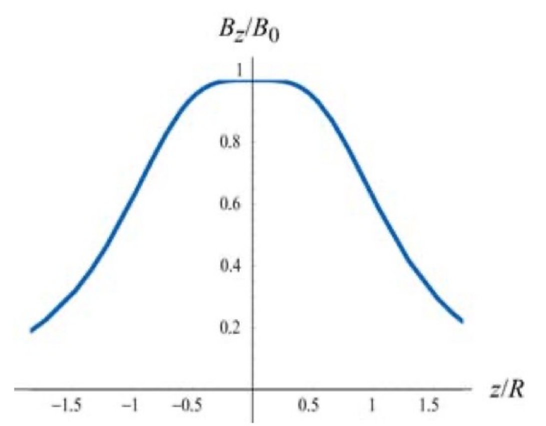
$$B_z = \frac{\mu_0 I R^2}{(2[R^2 + z^2]^{3/2})}$$

Εφαρμόζουμε την αρχή της επαλληλίας στο σημείο *P*(*z*,0) που βρίσκεται σε απόσταση $z - l/2$ και $z + l/2$ από το κέντρο των δύο πηνίων:

$$B_z = B_{top} + B_{\text{bottom}}$$

$$B_z = \frac{\mu_0 N I R^2}{2}\left[\frac{1}{[R^2 + (z - l/2)^2]^{3/2}} + \frac{1}{[R^2 + (z + l/2)^2]^{3/2}}\right]$$

Το γράφημα του B_z/B_0 όπου $B_0 = \mu_0 N I/\left[R(5/4)^{3/2}\right]$ όταν $z = 0$ και $l = R$, συναρτήσει του z/R



Μαγνητικό πεδίο πηνίων Helmholtz

Εξετάζουμε περισσότερα τα χαρακτηριστικά των πηνίων Helmholtz, έχουμε:

Παραγώγιση της σχέσης του B_z ως προς *z*, δίνει:

$$B_z' = \frac{dB_z}{dz} = \frac{\mu_0 N I R^2}{2}\left[-\frac{3(z-l/2)}{[R^2+(z-l/2)^2]^{5/2}} - \frac{3(z+l/2)}{[R^2+(z+l/2)^2]^{5/2}}\right]$$

Στο σημείο *z*=0 η παράγωγος μηδενίζεται, $\frac{dB_z}{dz} = 0$ και θα υπάρχει ακρότατο στο B_z:

Η 2η παράγωγος του B_z ως προς *z* δίνει:

$$B_z'' = \frac{d^2 B_z}{dz^2} = \frac{\mu_0 N I R^2}{2}\left[-\frac{3}{[R^2+(z-l/2)^2]^{5/2}} + \frac{15(z-l/2)^2}{[R^2+(z-l/2)^2]^{7/2}} - \frac{3}{[R^2+(z+l/2)^2]^{5/2}} + \frac{15(z+l/2)^2}{[R^2+(z+l/2)^2]^{7/2}}\right]$$

Στο σημείο *z*=0 η 2η παράγωγος παίρνει τιμή:

$$B_z''(z=0) = \left.\frac{d^2 B_z}{dz^2}\right|_{z=0} = \frac{\mu_0 N I R^2}{2}\left[-\frac{6}{[R^2+(l/2)^2]^{5/2}} + \frac{15 l^2}{2[R^2+(l/2)^2]^{7/2}}\right] \Rightarrow$$

$$B_z''(z=0) = -\frac{\mu_0 N I R^2}{2}\left[\frac{6(R^2-l^2)}{[R^2+(l/2)^2]^{7/2}}\right]$$

Μαγνητικό πεδίο πηνίων Helmholtz

Βλέπουμε ότι στο σημείο z=0, η 2η παράγωγος: $B_z''(0) = -\frac{\mu_0 N I R^2}{2}\left[\frac{6(R^2-l^2)}{[R^2+(l/2)^2]^{7/2}}\right]$

μηδενίζεται όταν: $R = l$

δηλαδή όταν η απόσταση μεταξύ των πηνίων είναι ίση με την ακτίνα των πηνίων

- Η συνθήκη $R = l$ για δύο πηνία είναι γνωστή ως πηνία Helmholtz

Για μικρές τιμές του z μπορούμε να πάρουμε το ανάπτυγμα Taylor ως προς z = 0:

$$B_z(z) = B_z(0) + zB_z'(0) + \frac{1}{2!}z^2 B_z''(0) + \frac{1}{3!}z^3 B_z'''(0) + \cdots$$

Το γεγονός ότι οι πρώτες δύο παράγωγοι του B_z μηδενίζονται για z =0 υποδηλώνει ότι το μαγνητικό πεδίο είναι αρκετά ομογενές για μικρές τιμές του z. Θα μπορούσαμε να εξετάσουμε και την 3η παράγωγο του B_zότι μηδενίζεται στο z = 0.

Είχαμε υπολογίσει τη δύναμη που αναπτύσσεται σε ένα μαγνητικό δίπολο, $\vec{\mu}$, μέσα σε μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ και είχαμε δει ότι είναι: $\vec{F}_B = \vec{\nabla}\left(\vec{\mu}\cdot\vec{B}\right)$

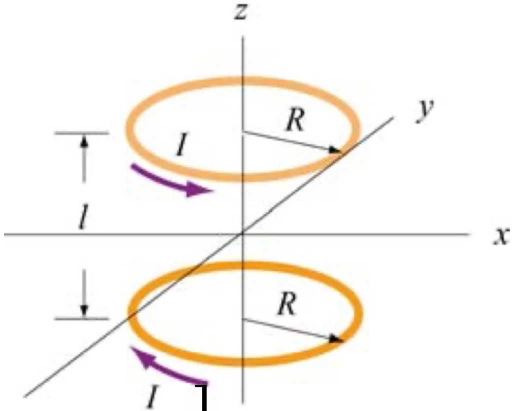
Αν θέσουμε το δίπολο στο μαγνητικό πεδίο στο z = 0 ώστε $\vec{\mu} = \mu_z \hat{k}$, τότε η μαγνητική δύναμη που θα ασκείται στο δίπολο θα είναι:

$$\vec{F}_B = \vec{\nabla}\left(\vec{\mu}\cdot\vec{\mathrm{B}}\right) = \vec{\nabla}(\mu_z B_z) \Rightarrow \vec{F}_B = \mu_z \frac{dB_z}{dz}\hat{k}$$

και αναμένεται να είναι πολύ μικρή εφόσον το πεδίο είναι ομοιόμορφο

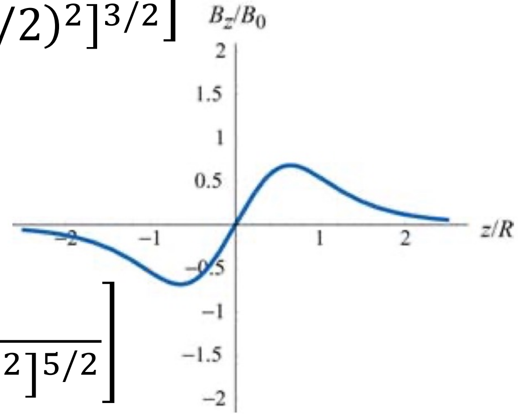
Μαγνητικό πεδίο πηνίων Helmholtz – αντίθετα ρεύματα

Θεωρήστε στην περίπτωση αυτή που τα δύο πηνία διαρρέονται από ρεύματα αντίθετης φοράς.



Εφαρμόζουμε και πάλι την αρχή της επαλληλίας για την συνεισφορά των δύο πηνίων στο μαγνητικό πεδίο σε ένα σημείο *P*(z,0):

$$B_z = B_{1z} + B_{2z} = \frac{\mu_0 N I R^2}{2}\left[\frac{1}{[R^2+(z-l/2)^2]^{3/2}} + \frac{1}{[R^2+(z+l/2)^2]^{3/2}}\right]$$



Το γράφημα B_z/B_0 με $B_0 = \mu_0 N I/2R$ και $l = R$

Παραγώγιση του B_z ως προς *z* δίνει:

$$B_z' = \frac{dB_z}{dz} = \frac{\mu_0 N I R^2}{2}\left[-\frac{3(z-l/2)}{[R^2+(z-l/2)^2]^{5/2}} + \frac{3(z+l/2)}{[R^2+(z+l/2)^2]^{5/2}}\right]$$

Στο ενδιάμεσο σημείο, *z* = 0, θα έχουμε ότι:

$$B_z'(0) = \left.\frac{dB_z}{dz}\right|_{z=0} = \frac{\mu_0 N I R^2}{2}\frac{3l}{[R^2+(l/2)^2]^{5/2}} \neq 0$$

Μαγνητικό πεδίο πηνίων Helmholtz – αντίθετα ρεύματα

Η 1η παράγωγος είναι διαφορετική από 0: $B_z'(0) = \frac{\mu_0 NIR^2}{2}\frac{3l}{[R^2+(l/2)^2]^{5/2}} \neq 0$

Η συνισταμένη δύναμη που αναπτύσσεται σε ένα μαγνητικό δίπολο, $\vec{\mu} = \mu_z\hat{k}$, που εισέρχεται στο σημείο *z* = 0, θα είναι:

$$\vec{F}_B = \vec{\nabla}\left(\vec{\mu}\cdot\vec{\mathrm{B}}\right) = \vec{\nabla}(\mu_z B_z) \Rightarrow \vec{F}_B = \mu_z\frac{dB_z(0)}{dz}\hat{k} \Rightarrow \vec{F}_B = \mu_z\frac{\mu_0 NIR^2}{2}\frac{3l}{[R^2+(l/2)^2]^{5/2}}\hat{k}$$

Για $R = l$ θα πάρουμε: $\vec{F}_B = \frac{3\mu_z\mu_0 NI}{2R^2[5/4]^{5/2}}\hat{k}$

Διαφορική μορφή του νόμου του Ampere

Είδαμε ότι ο νόμος του Ampere λέει: $\oint_{\beta\rho\acute{o}\chi o\varsigma} \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I$ ως προς τυχαίο βρόχο

Αλλά το ρεύμα είναι η ροή της πυκνότητας ρεύματος σε μια τυχαία επιφάνεια που οριοθετείται από τον βρόχο ως προς τον οποίο υπολογίζουμε το ολοκλήρωμα

$$I = \iint_S \vec{J}_0 \cdot d\vec{A} \quad \text{ως προς τυχαία επιφάνεια } S$$

Από το θεώρημα Stokes έχουμε ότι: $\oint_{\beta\rho\acute{o}\chi o\varsigma} \vec{B} \cdot d\vec{r} = \iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{A}$

Θεωρούμε ότι η επιφάνεια στο ολοκλήρωμα ροής του ρεύματος είναι ίδια με την επιφάνεια του οριοθετείται από τον amperian βρόχο στο θεώρημα Stokes.

Επομένως από τον νόμο του Ampere θα έχουμε ότι: $\iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{A} = \mu_0 \iint_S \vec{J}_0 \cdot d\vec{A}$

Για να ισχύει η τελευταία για οποιαδήποτε επιφάνεια, θα πρέπει: $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_0$

η οποία αποτελεί την διαφορική μορφή διατύπωσης του νόμου του Ampere και μια από τις εξισώσεις Maxwell

12ο Quiz

- Γράψτε σε μια σελίδα το όνομά σας και τον αριθμό ταυτότητάς σας

Έτοιμοι

Ρεύμα Μετατόπισης

Ρεύμα Μετατόπισης

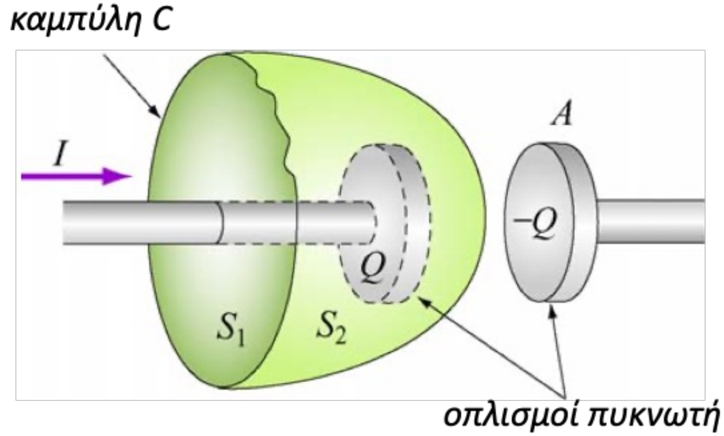
Είδαμε ότι ο νόμος του Ampere μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εύρεση του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$ που δημιουργεί ένα ρεύμα *I*, αρκεί το ρεύμα αυτό να είναι συνεχές και σταθερό

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{encl.}$$

Το ρεύμα $I_{encl.}$, εκφράζει το συνολικό ρεύμα που περικλείεται από την καμπύλη C και ονομάζεται ρεύμα αγωγιμότητας

Αν η ένταση του ρεύματος δεν είναι σταθερή, τότε ο νόμος του Ampere αποτυγχάνει.

Κάτι τέτοιο συμβαίνει κατά την φόρτιση για παράδειγμα ενός πυκνωτή, όπου το ρεύμα δεν είναι σταθερό



Σύμφωνα με τον νόμο του Ampere, το ρεύμα που περικλείεται στην καμπύλη C θα δώσει ότι υπάρχει πεδίο:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{encl.} \neq 0$$

Η καμπύλη C μπορεί να θεωρηθεί σύνορο της επιφάνειας S_1.

Αλλά θα μπορούσε να θεωρηθεί και σύνορο της επιφάνειας S_2 που βρίσκεται ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή, τότε:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{encl.} = 0$$

Ρεύμα Μετατόπισης

Ανάλογα με το ποια επιφάνεια έχουμε θεωρήσει, το συνολικό ρεύμα μπορεί ή όχι να είναι μηδέν και καταλήγουμε σε αντίφαση.

Για να εξασφαλιστεί ότι ο νόμος του Ampere ισχύει και για την περίπτωση των κυκλωμάτων ακόμα και όταν περιέχουν πυκνωτές που παρουσιάζεται κενό ανάμεσα στους οπλισμούς τους, ο Maxwell εισήγαγε ακόμα ένα όρο στο νόμο του Ampere:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 (I + I_d)$$

Ο όρος I_d ονομάζεται **ρεύμα μετατόπισης**

Το ρεύμα μετατόπισης ορίζεται ως: $\boldsymbol{I_d = \frac{\varepsilon_0 d\Phi_e}{dt}}$

όπου, $\Phi_e = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$ η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια των οπλισμών του πυκνωτή

Ρεύμα Μετατόπισης

Αν εφαρμόσουμε τον γενικευμένο αυτό νόμο με την επιφάνεια S_1, το ρεύμα μετατόπισης είναι μηδέν και θα έχουμε:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$ όπως με τον νόμο του Ampere

Αν επιλέξουμε την επιφάνεια S_2, το ρεύμα αγωγιμότητας είναι μηδέν, $I = 0$ και το ρεύμα μετατόπισης υπολογίζεται από την ηλεκτρική ροή που διέρχεται από τους οπλισμούς του πυκνωτή.

Θα έχουμε: $\Phi_e = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = EA,$ όπου A το εμβαδό των οπλισμών του πυκνωτή.

Από τον νόμο του Gauss: $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 A}$

Επομένως η ροή θα είναι: $\Phi_e = EA = \dfrac{Q}{e_0}$

Το ρεύμα μετατόπισης προκύπτει ότι είναι: $$I_d = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt} = \varepsilon_0 \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{dQ}{dt} = \frac{dQ}{dt} = I$$

Εφόσον: $I_d = I$ καταλήγουμε στον ίδιο αποτέλεσμα με τον νόμο Ampere

Νόμος Ampere-Maxwell

Έχουμε επομένως την τροποποίηση του νόμου του Ampere: $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 (I + I_d)$

όπου $I_d = \frac{\varepsilon_0 d\Phi_e}{dt}$ και $\Phi_e = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$

Αυτός ο τροποποιημένος νόμος, ονομάζεται νόμος Ampere-Maxwell

Εκφράζει το γεγονός ότι μαγνητικά πεδία παράγονται από ρεύματα αγωγιμότητας και ρεύματα μετατόπισης. Δηλαδή και από ρεύματα που διαρρέουν αγωγούς αλλά και από χρονικά μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά πεδία

Παράδειγμα:

Στους οπλισμούς ενός πυκνωτή χωρητικότητας C=2μF εφαρμόζεται μεταβαλλόμενη διαφορά δυναμικού: $V = V_0 sin\omega t$ όπου $V_0 = 5V$ και $\omega = 10kHz$. Πόσο ρεύμα διέρχεται από τον πυκνωτή;

- Το ρεύμα αγωγιμότητας μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι 0
- Το ρεύμα μετατόπισης, σύμφωνα με τα προηγούμενα, ισούται με το ρεύμα αγωγιμότητας στους αγωγούς που συνδέονται με τους οπλισμούς του πυκνωτή

$$I_d = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow I_d = \frac{d(CV)}{dt} = C\frac{dV}{dt} = CV_0 \frac{d(sin\omega t)}{dt} = CV_0 \omega cos\omega t \Rightarrow I = I_0 cos\omega t$$

όπου $I_0 = CV_0\omega = 2\times10^{-6}F\times5V\times10\times10^3Hz = 0.1A = 100mA$