ΦΥΣ 112

Τελική Εξέταση: 11-Δεκεμβρίου-2023

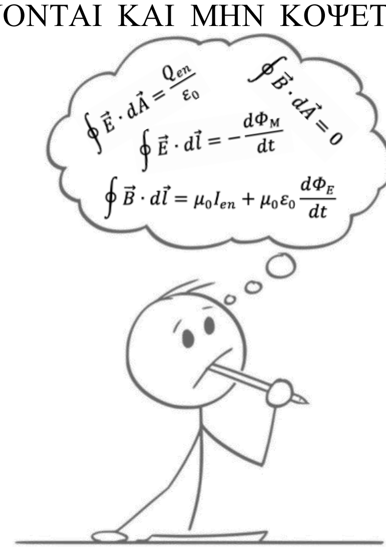
Πριν αρχίσετε συμπληρώστε τα στοιχεία σας (ονοματεπώνυμο και αριθμό ταυτότητας).

Ονοματεπώνυμο	**Αριθμός Ταυτότητας**

Απενεργοποιήστε τα κινητά σας.

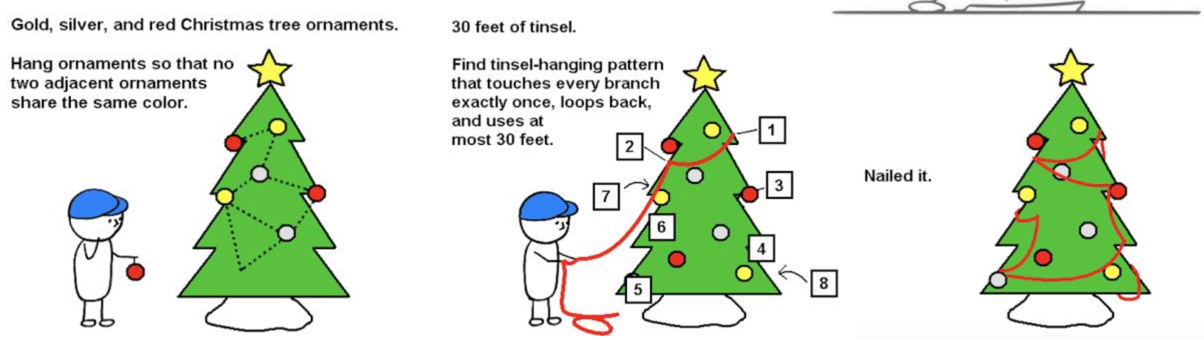
Το δοκίμιο περιέχει 20 ερωτήσεις πολλαπλών επιλογών (3.0 μονάδες/ερώτηση) και 4 προβλήματα που θα πρέπει να λύσετε αναλυτικά (35 μονάδες/άσκηση). Η μέγιστη συνολική βαθμολογία της εξέτασης είναι 200 μονάδες.

ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΣΤΕ ΜΟΝΟ ΤΙΣ ΣΕΛΙΔΕΣ ΠΟΥ ΣΑΣ ΔΙΝΟΝΤΑΙ ΚΑΙ ΜΗΝ ΚΟΨΕΤΕ ΟΠΟΙΑΔΗΠΟΤΕ ΣΕΛΙΔΑ



Η διάρκεια της εξέτασης είναι 3-ώρες. Καλή Επιτυχία !

Καλές Γιορτές

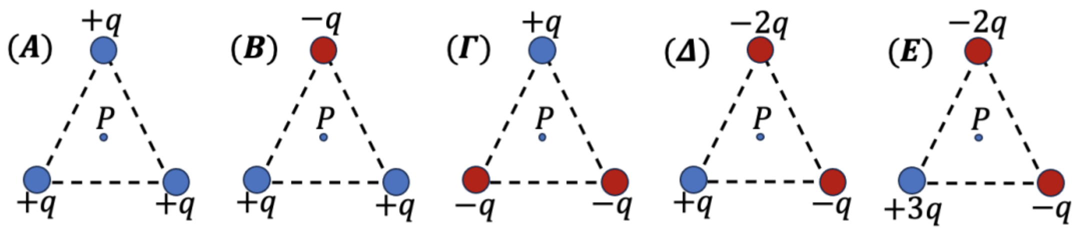


Μέρος Α – Πολλαπλές επιλογές			
Ερώτηση	**Βαθμός**	**Ερώτηση**	**Βαθμός**
1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	
Σύνολο			
Σύνολο			

Μέρος Β	
Άσκηση	**Βαθμός**
1η (35μ)	
2η (35μ)	
3η (35μ)	
4η (35μ)	
Σύνολο	

Ερωτήσεις Πολλαπλών Επιλογών – Σύνολο 60 μονάδες – 3.0 μονάδες/ερώτηση

***Ερωτήσεις* 1- 3**: Οι *επόμενες τρεις ερωτήσεις αναφέρονται στις κατανομές φορτίων που φαίνονται στα επόμενα σχημάτων. Για όλες τις περιπτώσεις τα φορτία βρίσκονται στις κορυφές ενός ισόπλευρου τριγώνου και το σημείο P ισαπέχει από όλες τις κορυφές.*



1. Για ποια κατανομή φορτίων, το μέτρο της έντασης, $|\vec{E}|$, του ηλεκτρικού πεδίου είναι ελάχιστο;

(**A**) A.
(**B**) B.
(**Γ**) Γ.
(**Δ**) Δ.
(**E**) E.

2. Θεωρώντας ότι το δυναμικό είναι μηδέν ($V = 0$) σε κάποια σημείο πολύ μακριά από το σημείο P, για ποια κατανομή η απόλυτη τιμή του δυναμικού στο σημείο P είναι μέγιστη;

(**A**) A.
(**B**) B.
(**Γ**) Γ.
(**Δ**) Δ.
(**E**) E.

3. Για ποια από τις κατανομές, το διάνυσμα της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου, $\vec{E}$, έχει κατεύθυνση προς το μέσο της απόστασης μεταξύ δύο φορτίων της κατανομής;

(**A**) A.
(**B**) B.
(**Γ**) Γ.
(**Δ**) Δ.
(**E**) E.

4. Ένας επίπεδος πυκνωτής είναι συνδεδεμένος με μπαταρία ηλεκτρεγερτικής δύναμης $\mathcal{E}$. Ενώ η μπαταρία παραμένει συνδεδεμένη, οι οπλισμοί του πυκνωτή μετακινούνται και η μεταξύ τους απόσταση γίνεται μισή της αρχικής. Ως αποτέλεσμα:

(Α) Το ηλεκτρικό φορτίο στους οπλισμούς του πυκνωτή διπλασιάζεται.

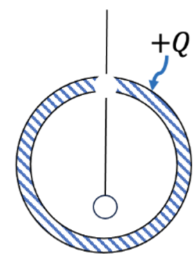
(Β) Το ηλεκτρικό φορτίο στους οπλισμούς του πυκνωτή υποδιπλασιάζεται.

(Γ) Το ηλεκτρικό φορτίο στους οπλισμούς του πυκνωτή παραμένει σταθερό.

(Δ) Η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή υποδιπλασιάζεται.

(Ε) Η ηλεκτρική ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στον πυκνωτή παραμένει σταθερή.

5. Θεωρήστε μία κοίλη αγώγιμη σφαίρα φορτισμένη με μεγάλο θετικό φορτίο $+Q$. Η σφαίρα έχει στο πάνω ημισφαίριό της μια μικρή οπή από όπου μπορεί να εισέλθει μια μικρή μεταλλική μπάλα που είναι αφόρτιστη. Η μπάλα κρέμεται από λεπτή μη αγώγιμη κλωστή και χαμηλώνει στο εσωτερικό της κοίλης σφαίρας έως ότου ακουμπήσει στην επιφάνειά της. Η μπάλα απομακρύνεται προσεκτικά από την σφαίρα χωρίς να ακουμπήσει ξανά την σφαίρα. Μετά την απομάκρυνσή της από τη σφαίρα, η μπάλα έχει:



(Α) Μεγάλο θετικό φορτίο.

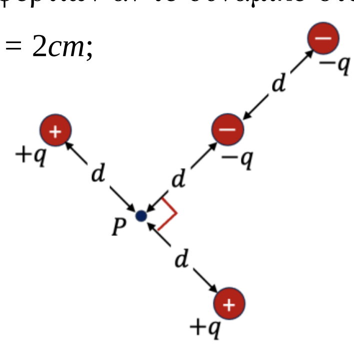
(Β) Μηδενικό φορτίο

(Γ) Μεγάλο αρνητικό φορτίο.

(Δ) Φορτίο το πρόσημο του οποίου εξαρτάται από το τμήμα της επιφάνειας που ακούμπησε η σφαίρα.

(Ε) Φορτίο το πρόσημο του οποίου εξαρτάται από την θέση της οπής στην κοίλη σφαίρα.

6. Ποιο είναι το δυναμικό στο σημείο P εξαιτίας των 4 σημειακών φορτίων αν το δυναμικό στο άπειρο είναι $V = 1mV$ και το φορτίο $|q| = 7pF$ ενώ η απόσταση $d = 2cm$;



(Α) $+3.2mV$.

(Β) $+2.6mV$

(Γ) $+1.6mV$

(Δ) $-1.6mV$

(Ε) Κανένα από τα προηγούμενα

7. Ένας πυκνωτής χωρητικότητας $140pF$ είναι πλήρως φορτισμένος με την βοήθεια μπαταρίας ηλεκτρεγερτικής δύναμης $\mathcal{E} = 60V$. Η μπαταρία αποσυνδέεται και ο πυκνωτής συνδέεται κατόπιν παράλληλα με έναν δεύτερο πυκνωτή χωρητικότητας C_2 ο οποίος είναι αρχικά αφόρτιστος. Ποια η χωρητικότητα του δεύτερου πυκνωτή αν η διαφορά δυναμικού στα άκρα του πρώτου πυκνωτή γίνει $48V$;

(A) $35pF$

(B) $20pF$

(Γ) $15pF$

(Δ) $10pF$

(E) Κανένα από τα προηγούμενα.

8. Δύο πανομοιότυπες αγώγιμες σφαίρες Α και Β είναι φορτισμένες με ίδιο φορτίο Q. Οι σφαίρες βρίσκονται σε απόσταση d που είναι πολύ μεγαλύτερη των διαμέτρων τους. Μία τρίτη αγώγιμη σφαίρα Γ, πανομοιότυπη με τις δύο προηγούμενες, είναι ηλεκτρικά αφόρτιστη και έρχεται αρχικά σε επαφή με τη σφαίρα Α. Κατόπιν έρχεται σε επαφή με την σφαίρα Β και κατόπιν απομακρύνεται. Ως αποτέλεσμα των παραπάνω ενεργειών, η ηλεκτροστατική δύναμη μεταξύ των σφαιρών Α και Β που αρχικά ήταν F, γίνεται:

(A) $5F/8$

(B) $3F/8$.

(Γ) $F/4$.

(Δ) $F/2$.

(E) 0.

9. Επιλέξτε από τα ακόλουθα τον λανθασμένο ισχυρισμό:

(A) Σύμφωνα με τον νόμο του Gauss, αν μια κλειστή επιφάνεια περικλείει μηδενικό φορτίο, τότε το ηλεκτρικό πεδίο πρέπει να μηδενίζεται παντού στην κλειστή επιφάνεια.

(B) Ο νόμος του Gauss λέει ότι ο αριθμός των δυναμικών γραμμών που διαπερνούν προς τα έξω μια κλειστή επιφάνεια είναι ανάλογος προς το συνολικό φορτίο που περικλείεται από την κλειστή αυτή επιφάνεια.

(Γ) Ο νόμος του Coulomb μπορεί να εξαχθεί από τον νόμο του Gauss και συμμετρία.

(Δ) Ο νόμος του Gauss μπορεί να εφαρμοστεί σε κλειστή επιφάνεια οποιουδήποτε σχήματος.

(E) Ο νόμος του Gauss μπορεί να εξαχθεί από τον νόμου του Coulomb.

10. Θεωρήστε έναν επίπεδο πυκνωτή των οποίων οι διαστάσεις των οπλισμών και χωρητικότητα δεν είναι γνωστά. Ποια πληροφορία είναι απαραίτητη ώστε να μπορέσετε να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου $|\vec{E}|$ ανάμεσα στους οπλισμούς του; Μπορείτε να θεωρήσετε ότι γνωρίζετε όλες τις σταθερές της ηλεκτροστατικής;

(**Α**) Η ηλεκτρική ροή μεταξύ των οπλισμών.

(**Β**) Τη διαφορά δυναμικού ανάμεσα στους οπλισμούς του.

(**Γ**) Το ολικό φορτίο σε έναν από τους οπλισμούς του.

(**Δ**) Την επιφανειακή πυκνότητα φορτίου σε έναν από τους οπλισμούς του.

(**Ε**) Την ολική ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στον πυκνωτή.

11. Σε ένα κύκλωμα που αποτελείται από αντιστάτη αντίστασης R, πυκνωτή χωρητικότητας C και πηνίο αυτεπαγωγής L, όλα συνδεδεμένα σε σειρά, με πηγή εναλλασσόμενης ηλεκτρεγερτικής δύναμης της μορφής $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin(\omega t)$, η διαφορά φάσης μεταξύ του ρεύματος και της τάσης είναι τέτοια ώστε:

(**Α**) Το ρεύμα πάντοτε προηγείται της τάσης.

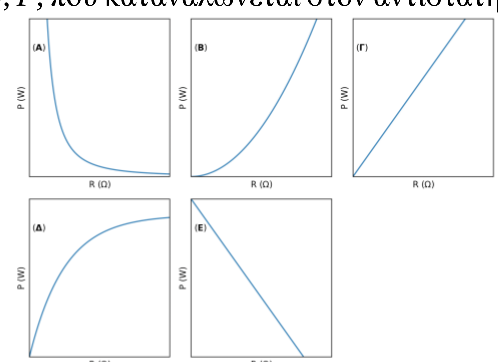
(**Β**) Το ρεύμα πάντοτε έπεται της τάσης.

(**Γ**) Το ρεύμα προηγείται ή έπεται της τάσης ανάλογα με τις τιμές της αυτεπαγωγής, χωρητικότητας και γωνιακής συχνότητας ω.

(**Δ**)Το ρεύμα προηγείται ή έπεται της τάσης ανάλογα με τις τιμές της αυτεπαγωγής L, και χωρητικότητας C αλλά ανεξάρτητα της γωνιακής συχνότητας ω.

(**Ε**) Το ρεύμα προηγείται ή έπεται της τάσης ανάλογα με τις τιμές της γωνιακή συχνότητας ω, αλλά ανεξάρτητα της αυτεπαγωγής L και χωρητικότητας C.

12. Ένας αντιστάτης μεταβλητής αντίστασης είναι συνδεδεμένος με πηγή σταθερής τάσης. Ποιο από τα παρακάτω γραφήματα αντιπροσωπεύει την ισχύ, P, που καταναλώνεται στον αντιστάτη συναρτήσει της αντίστασης R;



(**Α**) Α

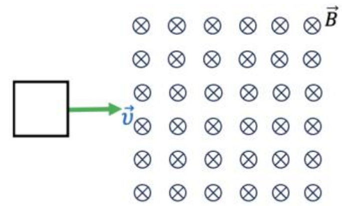
(**Β**) Β

(**Γ**) Γ

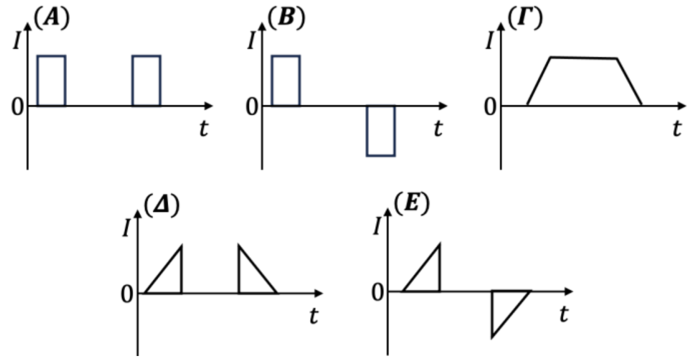
(**Δ**) Δ

(**Ε**) Ε

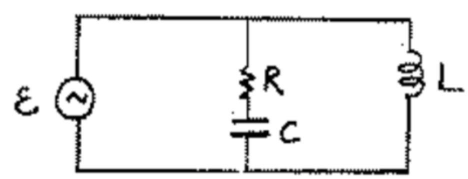
13. Ένας τετραγωνικός μεταλλικός βρόχος κινείται με σταθερή ταχύτητα υ, από μία περιοχή χωρίς μαγνητικό πεδίο σε μία περιοχή όπου εφαρμόζεται ομογενές μαγνητικό πεδίο και κατόπιν και πάλι σε περιοχή χωρίς μαγνητικό πεδίο. Ποιο από τα παρακάτω γραφήματα περιγράφει καλύτερα το ρεύμα I που διαρρέει τον βρόχο συναρτήσει του χρόνου;



(A) Α
(B) Β
(Γ) Γ
(Δ) Δ
(E) Ε



14. Ένας λαμπτήρας αντίστασης R είναι συνδεδεμένος με ένα πηνίο αυτεπαγωγής L και έναν πυκνωτή χωρητικότητας C όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Μια πηγή εναλλασσόμενης ημιτονοειδούς τάσης πλάτους $\mathcal{E}_0$ και γωνιακής συχνότητας ω εφαρμόζεται στο σύστημα. Αν το πλάτος της τάσης είναι σταθερό και η γωνιακή συχνότητα μεταβάλλεται σε ένα μεγάλο εύρος τιμών, ο λαμπτήρας θα φωτοβολεί φωτεινότερα όταν:



(A) Η γωνιακή συχνότητα ω έχει την μικρότερη τιμή της.
(B) Η γωνιακή συχνότητα ω έχει την μεγαλύτερη τιμή της.
(Γ) Η γωνιακή συχνότητα ω ισούται με $\sqrt{LC}$.
(Δ) Η γωνιακή συχνότητα ω ισούται με $1/\sqrt{LC}$.
(E) Φωτοβολεί το ίδιο σε όλες τις συχνότητες.

15. Ένας κυκλικός βρόχος ακτίνας R_0 είναι κατασκευασμένος από μεταλλικό σύρμα ειδικής αντίστασης ρ και είναι τοποθετημένος σε μαγνητικό πεδίο το οποίο είναι κάθετο στο επίπεδο του βρόχου. Όταν το πεδίο αυξάνει γραμμικά με τον χρόνο, το ρεύμα στον βρόχο είναι I_0. Αν η ακτίνα του βρόχου γίνει $R_0/3$ και το σύρμα που χρησιμοποιείται είναι το ίδιο, το ρεύμα στο βρόχο θα είναι

(A) $9I_0$.

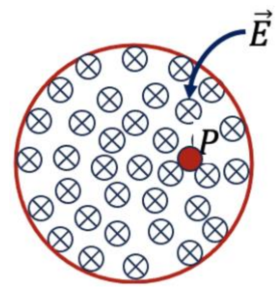
(B) $3I_0$.

(Γ) I_0

(Δ) $I_0/3$

(Ε) $I_0/9$

16. Ένα ηλεκτρικό πεδίο είναι κάθετο στο επίπεδο της σελίδας και είναι ομογενές σε μία κυλινδρική περιοχή ακτίνας *R*. Έξω από την κυλινδρική περιοχή το ηλεκτρικό πεδίο είναι μηδέν. Μία κάτοψη της διάταξης φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου αυξάνει. Σύμφωνα με την τροποποίηση του νόμου του Ampere από τον Maxwell, το μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο επάγει μαγνητικό πεδίο.



Το διάνυσμα του επαγόμενου μαγνητικού πεδίου στο σημείο *P* που βρίσκεται σε απόσταση *R*/2 από το κέντρο της κυλινδρικής περιοχής θα έχει κατεύθυνση:

(A) Στο επίπεδο της σελίδας και προς το πάνω μέρος της.

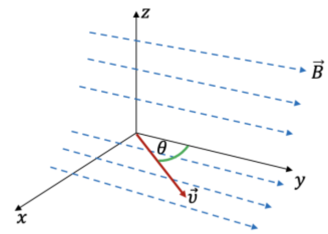
(B) Στο επίπεδο της σελίδας και προς το κάτω μέρος της.

(Γ) Στο επίπεδο της σελίδας και προς τα δεξιά.

(Δ) Στο επίπεδο της σελίδας και προς τα αριστερά.

(Ε) Προς το εξωτερικό της σελίδας.

17. Ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο B είναι παράλληλο προς το x-y επίπεδο και έχει κατεύθυνση προς τον $+y$-άξονα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ένα πρωτόνιο p, κινείται αρχικά με ταχύτητα σταθερού μέτρου υ στο x-y επίπεδο με το διάνυσμα της ταχύτητά του να σχηματίζει γωνία θ με την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου και τον y-άξονα. Ποια θα είναι η τροχιά που θα ακολουθήσει μετέπειτα το πρωτόνιο;



(**Α**) Ευθύγραμμη τροχιά στην διεύθυνση της αρχικής του ταχύτητας.

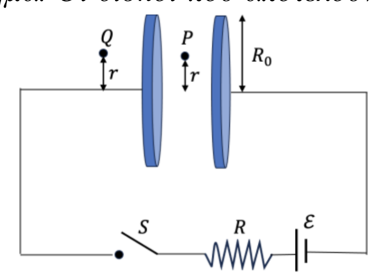
(**Β**) Κυκλική τροχιά στο x-y επίπεδο.

(**Γ**) Κυκλική τροχιά στο y-z επίπεδο.

(**Δ**) Ελικοειδή τροχιά ο άξονας της οποίας θα είναι κατά μήκος του y-άξονα.

(**Ε**) Ελικοειδή τροχιά ο άξονας της οποίας θα είναι κατά μήκος του z-άξονα.

***Ερωτήσεις* 18 – 20: *Οι επόμενες τρεις ερωτήσεις αναφέρονται στην ακόλουθη περίπτωση*.**
Θεωρήστε έναν επίπεδο κυκλικό πυκνωτή όπως στο διπλανό σχήμα. Οι δίσκοι που αποτελούν τους οπλισμούς του έχουν πολύ μεγάλη ακτίνα R_0 και συνδέονται με τους πόλους μιας μπαταρίας ηλεκτρεγερτικής δύναμης $\mathcal{E}_0$. Στο κύκλωμα υπάρχει συνδεδεμένος σε σειρά αντιστάτης με αντίσταση R και ένας διακόπτης ο οποίος είναι ανοικτός για πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα. Την χρονική στιγμή t = 0 ο διακόπτης κλείνει.



18. Ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις που χαρακτηρίζουν το ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ που υπάρχει ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή και στην περιοχή του σημείου P είναι αληθείς; .

(I) Το ηλεκτρικό πεδίο είναι σταθερό συναρτήσει του χρόνου.
(II) Το ηλεκτρικό πεδίο αυξάνει συναρτήσει του χρόνου.
(III) Το ηλεκτρικό πεδίο ελαττώνεται συναρτήσει του χρόνου.
(IV) Για μικρές αποστάσεις r ($\ll R_0$) από τον κεντρικό άξονα των οπλισμών, το ηλεκτρικό πεδίο αυξάνει συναρτήσει της απόστασης r.
(V) Για μικρές αποστάσεις r ($\ll R_0$) από τον κεντρικό άξονα των οπλισμών, το ηλεκτρικό πεδίο παραμένει σταθερό συναρτήσει της απόστασης r.

(**Α**) Μόνο τα (I) και (IV) είναι σωστά.

(**Β**) Μόνο τα (I) και (V) είναι σωστά.

(**Γ**) Μόνο τα (II) και (IV) είναι σωστά.

(**Δ**) Μόνο τα (II) και (V) είναι σωστά.

(**Ε**) Μόνο τα (III) και (IV) είναι σωστά.

19. Ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις που χαρακτηρίζουν το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ που υπάρχει ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή είναι αληθείς;

(I) Το μαγνητικό πεδίο είναι σταθερό συναρτήσει του χρόνου.

(II) Το μαγνητικό πεδίο αυξάνει συναρτήσει του χρόνου.

(III) Το μαγνητικό πεδίο ελαττώνεται συναρτήσει του χρόνου.

(IV) Για μικρές αποστάσεις r ($\ll R_0$) από τον κεντρικό άξονα των οπλισμών, το μαγνητικό πεδίο αυξάνει συναρτήσει της απόστασης r.

(V) Για μικρές αποστάσεις r ($\ll R_0$) από τον κεντρικό άξονα των οπλισμών, το μαγνητικό πεδίο παραμένει σταθερό συναρτήσει της απόστασης r.

(**A**) Μόνο τα (I) και (IV) είναι σωστά.

(**B**) Μόνο τα (I) και (V) είναι σωστά.

(**Γ**) Μόνο τα (II) και (IV) είναι σωστά.

(**Δ**) Μόνο τα (II) και (V) είναι σωστά.

(**E**) Μόνο τα (III) και (IV) είναι σωστά.

20. Θεωρήστε δύο σημεία P και Q, όπου P είναι μεταξύ των οπλισμών και Q είναι εκτός της περιοχής των οπλισμών όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Τα δύο σημεία βρίσκονται σε απόσταση r από τον κεντρικό άξονα των οπλισμών και το καλώδιο συνδεσμολογίας. Το μέτρο του μαγνητικού πεδίου στο σημείο P $\left(= |\vec{B}_P|\right)$ και στο σημείο Q $\left(= |\vec{B}_Q|\right)$ σχετίζονται ως ακολούθως:

(**A**) $|\vec{B}_P| < |\vec{B}_Q|$

(**B**) $|\vec{B}_P| = |\vec{B}_Q|$

(**Γ**) $|\vec{B}_P| > |\vec{B}_Q|$

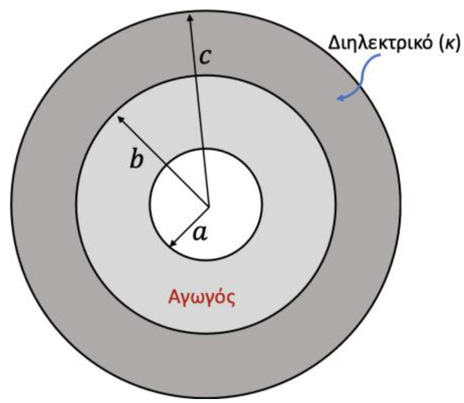
(**Δ**) Η σχέση που συνδέει τα μέτρα του μαγνητικού πεδίου στο P και Q αλλάζει με τον χρόνο.

(**E**) Η σχέση που συνδέει τα μέτρα του μαγνητικού πεδίου στο P και Q εξαρτάτα από τις τιμές της αντίστασης R και χωρητικότητας του πυκνωτή C.

<u>Μέρος Β – Αναλυτικά προβλήματα – Σύνολο 140 μονάδες</u>

<u>Άσκηση 1</u> [35μ]

Ένας αγώγιμος σφαιρικός φλοιός έχει εσωτερική ακτίνα a και εξωτερική ακτίνα b. Ο φλοιός φορτίζεται με θετικό φορτίο $+Q$ με την βοήθεια μιας φορτισμένης ράβδου η οποία έρχεται σε επαφή με τον φλοιό και κατόπιν απομακρύνεται από την περιοχή. Θεωρήστε ότι ο αγωγός βρίσκεται απομονωμένος από την επιρροή άλλων φορτίων και ότι δεν υπάρχουν άλλοι αγωγοί στην περιοχή.



(**Α**) Εξηγήστε λεπτομερώς πως θα κατανεμηθεί το φορτίο στον σφαιρικό φλοιό. [**3μ**]

(**Β**) Χρησιμοποιώντας τον νόμο του Gauss προσδιορίστε το ηλεκτρικό πεδίο παντού στον χώρο. [**6μ**]

(**Γ**) Προσδιορίστε την ολική ηλεκτροστατική δυναμική ενέργεια, U_E, που περιέχεται στο ηλεκτροστατικό πεδίο για όλες τις τιμές του r. [**6μ**]

Στα επόμενα τέσσερα (4) ερωτήματα (Δ έως Ζ), υποθέστε ότι ένα διηλεκτρικό υλικό με διηλεκτρική σταθερά κ τοποθετείται στο εξωτερική επιφάνεια της σφαίρας δημιουργώντας έναν σφαιρικό φλοιό εσωτερικής ακτίνας b και εξωτερικής ακτίνας c.

(**Δ**) Εξηγήστε ποιοτικά πως θα αλλάξει το ηλεκτρικό πεδίο στην περιοχή του $b < r < c$ συγκριτικά με το αποτέλεσμά σας στο ερώτημα (Β). [**4μ**]

(**Ε**) Προσδιορίστε το νέο ηλεκτρικό πεδίο παντού στο χώρο. [**5μ**]

(**ΣΤ**) Προσδιορίστε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων $r = b$ και $r = c$. [**5μ**]

(**Ζ**) Σχεδιάστε ποιοτικά το δυναμικό, $V(r)$, συναρτήσει της απόστασης r για $0 < r < \infty$. Υποθέστε ότι $V = 0$ για $r = \infty$. [**6μ**]

(α) Το φορτίο θα κατανεμηθεί ομοιόμορφα στην εξωτερική επιφάνεια του αγωγού. Το ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}=\vec{0}$ παντού στο εσωτερικό του αγωγού, διαφορετικά τα φορτία θα μετακινούνταν. Σύμφωνα με τον νόμο του Gauss, αν $\vec{E}=\vec{0}$ στο εσωτερικό του αγωγού, τότε το περικλειόμενο φορτίο σε μια κλειστή Gaussian επιφάνεια θα είναι μηδενικό: $Q_{encl}=0$, και επομένως όλο το φορτίο θα πρέπει να κατανέμεται στην εξωτερική επιφάνεια. Εξαιτίας της σφαιρικής συμμετρίας, η κατανομή του φορτίου θα είναι ομοιόμορφη.

(β) Όταν $r<b$, χρησιμοποιώντας τον νόμο του Gauss, θα έχουμε:

$$\int \vec{E}\cdot\hat{n}\,dA = \frac{Q_{encl}}{\varepsilon_0} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{E}=\vec{0} \quad \text{για } r<b}$$

Όταν $r>b$:

$$\int(\vec{E}\cdot\hat{n})\,dA = 4\pi r^2 E_r = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r} \quad \text{για } r>b}$$

(γ) Η ηλεκτροστατική ενέργεια μπορεί να βρεθεί ολοκληρώνοντας την ενέργεια στο ηλεκτρικό πεδίο:

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\cancel{\varepsilon_0}\frac{Q^2}{(4\pi)^2\varepsilon_0^{\cancel{2}} r^4} \Rightarrow u_E = \frac{1}{32\pi^2\varepsilon_0}\frac{Q^2}{r^4}$$

Επομένως

$$U = \int u_E\,dV = \overbrace{\int \cancel{u_E(r<b)}\,dV}^{0\ \text{επειδή}\ E=0} + \int u_E(r>b)\,dV = \int u_E(r>b)\,dV \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U = \frac{Q^2}{8\cdot\cancel{32}\pi^{\cancel{2}}\varepsilon_0}\int_b^\infty \frac{1}{r^{\cancel{4}2}}\cancel{4\pi r^2}\,dr \Rightarrow U = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\int_b^\infty \frac{dr}{r^2} \Rightarrow U = -\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{r}\Big|_b^\infty \Rightarrow$$

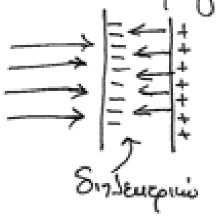
$$\Rightarrow \boxed{U = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 b} = \frac{kQ^2}{2b}}$$

Θα μπορούσαμε να καταλήξουμε στο ίδιο αποτέλεσμα αν θεωρούσαμε το έργο που απαιτείται για να δημιουργήσουμε την κατανομή φορτίου:

$W = U = \frac{1}{2}QV$ όπου $V = \frac{kQ}{b} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b}$ οπότε $\boxed{U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 b} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 b}}$ όπως πριν.

Για τα ερωτήματα (Δ) - (Ζ) θα πρέπει να λάβουμε υπόψη την τοποθέτηση διηλεκτρικού υλικού γύρω από την επιφάνεια του αγωγού.

(δ) Το ηλεκτρικό πεδίο πολώνει το διηλεκτρικό, δημιουργώντας ένα επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο το οποίο αντιτίθεται στο εξωτερικό πεδίο. Σαν αποτέλεσμα στο εσωτερικό του διηλεκτρικού, το ηλεκτρικό πεδίο ελαττώνεται κατά έναν παράγοντα k όπου k η διηλεκτρική σταθερά.



$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{1}{k} \quad \text{για } b<r<c$$

(ε) Όπως και πριν, όταν $\boxed{r<b, \ \vec{E}=\vec{0}}$ όπως και πριν.

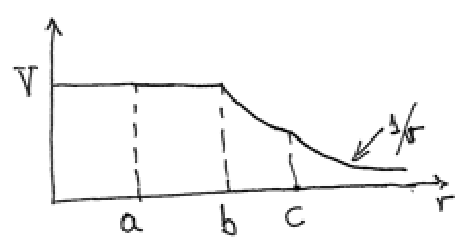
Όταν $\boxed{b<r<c \quad \text{τότε} \quad \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{1}{k}\hat{r}}$

Το διηλεκτρικό υλικό δεν έχει συνιστάμενο φορτίο, δηλαδή $Q_{διηλ}=0$, οπότε όταν $r>c$ το περικλειόμενο φορτίο από μια Gaussian σφαιρική επιφάνεια πέρα από τον αγωγό θα είναι και πάλι Q. Επομένως $\boxed{\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r} \quad r>c}$

(στ) Ξέρουμε ότι: $\Delta V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{l}$ όπου $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{1}{k}\hat{r}$ και $d\vec{l} = d\vec{r}$

Επομένως: $\Delta V = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 k}\int_{r=b}^{r=c}\frac{dr}{r^2} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 k}\left(-\frac{1}{r}\right)_b^c \Rightarrow \boxed{\Delta V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 k}\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{b}\right)}$

(ζ)

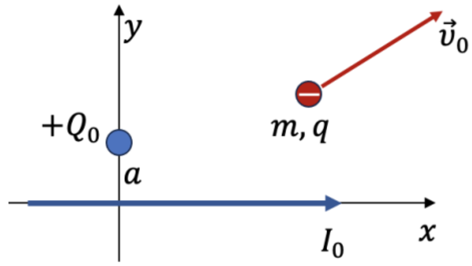


Το δυναμικό στο c είναι μικρότερο από το δυναμικό στο b εφόσον

$$V_c - V_b = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 k}\left(\frac{b-c}{bc}\right) < 0$$

<u>Άσκηση 2</u> [35μ]

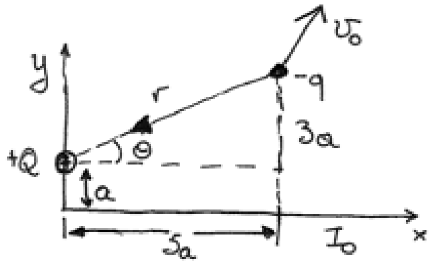
Ένας ρευματοφόρος αγωγός άπειρου μήκους και αμελητέας αντίστασης, διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_0 στην $+x$-διεύθυνση. Ένα θετικό σημειακό φορτίο $+Q$ βρίσκεται στον y-άξονα σε απόσταση a από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Την χρονική στιγμή $t = 0$, ένα φορτισμένο σωματίδιο μάζας m και αρνητικό φορτίο $-q$ βρίσκεται στη θέση $(x, y, z) = (5a, 3a, 0)$ και κινείται με ταχύτητα $\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{\imath} + v_{0y}\hat{\jmath}$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



(**Α**) Προσδιορίστε την x-, y- και z-συνιστώσα της δύναμης που ασκείται στο σωματίδιο την χρονική στιγμή $t = 0$. [**18μ**]

(**Β**) Προσδιορίστε την ολική ενέργεια (άθροισμα κινητικής και δυναμικής ενέργειας) την χρονική στιγμή $t = 0$. Θεωρήστε ότι η δυναμική ενέργεια είναι 0 στο άπειρο. [**10μ**]

(**Γ**) Υποθέτοντας ότι το σωματίδιο δεν κτυπά ποτέ στον ρευματοφόρο αγωγό ή το σημειακό φορτίο Q_0, θα ακολουθήσει μια αρκετά πολύπλοκη τροχιά, αλλά ποτέ δεν θα απομακρυνθεί από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων περισσότερο από κάποια συγκεκριμένη απόσταση d. Προσδιορίστε την απόσταση d εξηγώντας λεπτομερώς τη δικαιολόγησή σας. [**7μ**]



(a) Το σωματίδιο βρίσκεται μέσα σε περιοχή όπου υπάρχει τόσο μαγνητικό πεδίο, όσο και ηλεκτρικό από το φορτίο Q. Επομένως οι δυνάμεις που δέχεται θα είναι:

$$\vec{F}_E = -\frac{kqQ}{r^2}\hat{r} = -\frac{kqQ}{(25a^2+4a^2)}\hat{r}$$ όπου $\vec{r} = 5a\,\hat{i} + 2a\,\hat{j}$

Αναλύουμε την $\vec{F}_E$ σε 2 συνιστώσες στην x- και y- διεύθυνση οπότε:

$$\vec{F}_{Ex} = -\frac{kqQ}{29a^2}\cos\Theta\,\hat{i}$$ όπου $\cos\Theta = \frac{5\cancel{a}}{\sqrt{29}\,\cancel{a}} \Rightarrow \cos\Theta = \frac{5}{\sqrt{29}}$

οπότε $$\boxed{\vec{F}_{Ex} = -\frac{kqQ}{29a^2}\,\frac{5}{\sqrt{29}}\,\hat{i}} \quad (1)$$

Ανάλογα για την F_{Ey} θα έχουμε: $\vec{F}_{Ey} = -\frac{kqQ}{29a^2}\sin\Theta\,\hat{j}$ με $\sin\Theta = \frac{2\cancel{a}}{\sqrt{29}\,\cancel{a}} = \frac{2}{\sqrt{29}}$

οπότε $$\boxed{\vec{F}_{Ey} = -\frac{kqQ}{29a^2}\,\frac{2}{\sqrt{29}}\,\hat{j}} \quad (2)$$

Για να βρούμε τη μαγνητική δύναμη, χρησιμοποιούμε τον τύπο της δύναμης Lorentz

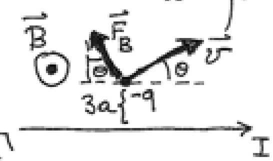
$\vec{F}_B = -q\,\vec{v}\times\vec{B}$ όπου $\vec{B}$ προέρχεται από τον ρευματοφόρο αγωγό.

Χρησιμοποιούμε τον νόμο του Ampere; για αγωγό απείρου μήκους οπότε:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = 2\pi r B = \mu_0 I_0 \Rightarrow |B| = \mu_0 I_0/(2\pi r)$$

Στη θέση που βρίσκεται το φορτίο q, η κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου είναι προς το εσωτερικό της σελίδας όπως προκύπτει από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Σχεδιάζοντας την προκύπτουσα μαγνητική δύναμη:



Το μέτρο της δύναμης $|\vec{F}_B| = |q|\,v_0 B$ όπου $v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}$

Οι συνιστώσες στην x- και y- διεύθυνση θα είναι: $v_{0y}\hat{j}\times B\hat{k} = v_{0y}B\hat{i}$

$$\left.\begin{aligned}\vec{F}_{Bx} &= -q v_0 B\sin\Theta\,\hat{i}\\ \sin\Theta &= v_{0y}/v_0\end{aligned}\right\} \Rightarrow \vec{F}_{Bx} = -q\frac{\cancel{v_0}Bv_{0y}}{\cancel{v_0}}\hat{i} \Rightarrow \vec{F}_{Bx} = -q B v_{0y}\,\hat{i}$$

Αλλά το μαγνητικό πεδίο $B = \mu_0 I / 2\pi r$ και $r = 3a$ οπότε:

$$\boxed{\vec{F}_{Bx} = -q \frac{\mu_0 I}{6\pi a} v_{oy} \hat{i}} \quad (3)$$

Για την y-συνιστώσα θα πάρουμε: $v_{ox} \hat{i} \times B\hat{k} = -v_{ox} B \hat{j}$

$$\vec{F}_{By} = +q \cancel{v_0} B \cos\theta \hat{j} = q \cancel{v_0} B \frac{v_{ox}}{\cancel{v_0}} \hat{j} \Rightarrow \vec{F}_{By} = q B v_{ox} \hat{j}$$

Αντικαθιστούμε το μαγνητικό πεδίο οπότε: $\boxed{\vec{F}_{By} = q \frac{\mu_0 I}{6\pi a} v_{ox} \hat{j}}$ (4)

Η συνισταμένη δύναμη είναι το διανυσματικό άθροισμα της $\vec{F}_B$ και $\vec{F}_E$

Από τις (1), (2), (3) και (4) θα έχουμε:

$$\boxed{\vec{F} = \left(-\frac{5kQq}{(29)^{3/2} a^2} - \frac{q\mu_0 I v_{oy}}{6\pi a} \right) \hat{i} + \left(-\frac{2kQq}{(29)^{3/2} a^2} + \frac{q\mu_0 I v_{ox}}{6\pi a} \right) \hat{j}}$$

(β) Η ολική ενέργεια είναι η κινητική ενέργεια του σωματιδίου: $K = \frac{1}{2} m (v_{ox}^2 + v_{oy}^2)$ και η δυναμική ενέργεια λόγω του ηλεκτρικού πεδίου: $PE = -\frac{kQq}{r} = -\frac{kQq}{\sqrt{29}a}$

Επομένως $\boxed{E_{TOT} = K + P.E. = \frac{1}{2} m (v_{ox}^2 + v_{oy}^2) - \frac{kQq}{\sqrt{29}a}}$

(γ) Η μεγαλύτερη απόσταση που μπορεί να βρεθεί το σωματίδιο από το φορτίο Q είναι όταν η κινητική του ενέργεια μηδενιστεί, και όλη η ενέργεια μετατραπεί σε δυναμική ενέργεια. Σημειωτέον ότι το μαγνητικό πεδίο δεν προκαλεί μεταβολή στην κινητική ενέργεια και δεν σχετίζεται με δυναμική ενέργεια.

Η μεγαλύτερη απόσταση από το φορτίο Q συμβαίνει όταν $K = 0$, οπότε:

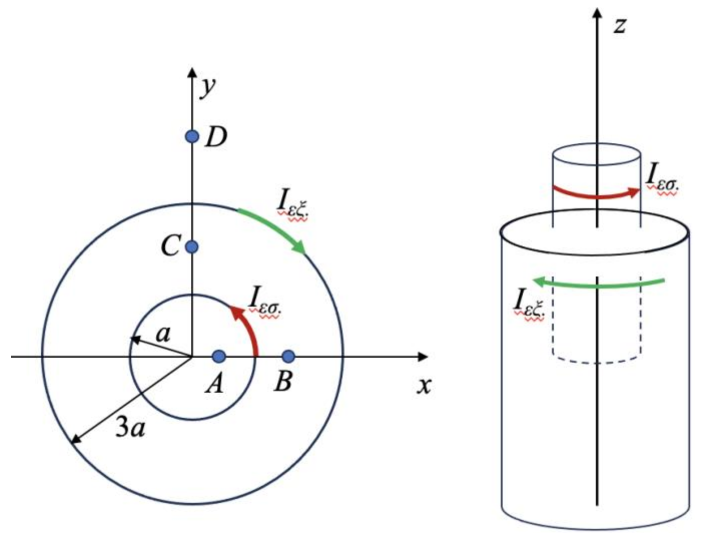
$$E_{TOT} = PE = -\frac{kQq}{r_{Qq}^{max}} = -\frac{kQq}{\sqrt{29}a} + \frac{1}{2} m (v_{ox}^2 + v_{oy}^2) \Rightarrow -kQq = \left[\frac{-kQq}{\sqrt{29}a} + \frac{1}{2} m (v_{ox}^2 + v_{oy}^2) \right] r_{Qq}^{max}$$

$$\Rightarrow r_{Qq}^{max} = -kQq \left[-\frac{kQq}{\sqrt{29}a^2} + \frac{1}{2} m (v_{ox}^2 + v_{oy}^2) \right]^{-1}$$

Η μέγιστη απόσταση από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων θα είναι: $\boxed{d_{max} = r_{Qq}^{max} + a}$

<u>Άσκηση 3</u> [35μ]

Δύο σωληνοειδή πολύ μεγάλου μήκους είναι προσανατολισμένα με τέτοιο τρόπο ώστε ο άξονάς τους να ταυτίζεται με τον z-άξονα. Το μικρότερο σωληνοειδές έχει ακτίνα a, ενώ το μεγαλύτερο σωληνοειδές έχει ακτίνα $3a$. Τα σωληνοειδή έχουν τον ίδιο αριθμό σπειρών ανά μονάδα μήκους και διαρρέονται από ρεύμα ίδιας έντασης I. Όπως βλέπουμε τα σωληνοειδή από τον θετικό z-άξονα, το σωληνοειδές με την μεγαλύτερη ακτίνα διαρρέεται από ρεύμα με διεύθυνση ίδια με την φορά των δεικτών του ρολογιού ενώ το εσωτερικό σωληνοειδές διαρρέεται από ρεύμα με φορά αντίθετη με τη φορά των δεικτών του ρολογιού, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



(**Α**) Προσδιορίστε το μαγνητικό πεδίο σε απόσταση r από τον άξονα των σωληνοειδών και μακριά από τα άκρα τους, για τα ακόλουθα:

(I) για $r < a$. [**7μ**]

(II) για $a < r < 3a$. [**7μ**]

(III) για $r > 3a$. [**6μ**]

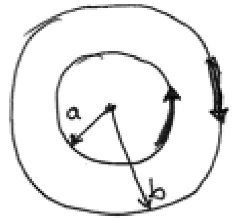
Υποθέστε τώρα ότι τα ρεύματα αυξάνουν σε κάθε σωληνοειδές με τον ίδιο τρόπο, έτσι ώστε $\frac{dI}{dt} = \sigma\tau\alpha\theta.$ και ταυτόχρονα το $\frac{d\vec{B}}{dt} = \sigma\tau\alpha\theta.$ Προσδιορίστε το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου $\vec{E}$, στα σημεία τα οποία φαίνονται στο σχήμα. Τα σημεία είναι μακριά από τα άκρα των σωληνοειδών:

(**Β**) Σημείο Α, $r = a/2$, στον x-άξονα. [**4μ**]

(**Γ**) Σημείο Β, $r = 2a$, στον x-άξονα. [**4μ**]

(**Δ**) Σημείο C, $r = 2a$, στον y-άξονα. [**3μ**]

(**Ε**) Σημείο D, $r = 4a$, στον y-άξονα. [**4μ**]



(α) Το μαγνητικό πεδίο για ένα σωληνοειδές είναι:

$|\vec{B}| = \mu_0 n I$ το οποίο είναι ομογενές στο εσωτερικό του σωληνοειδούς και μηδέν εκτός σωληνοειδούς.

Για το εσωτερικό σωληνοειδές, το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ θα έχει φορά προς το εξωτερικό της σελίδας.
Για το εξωτερικό σωληνοειδές, το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ θα έχει φορά προς το εσωτερικό της σελίδας.
Επομένως στο εσωτερικό του εσωτερικού σωληνοειδούς, το μαγνητικό πεδίο μηδενίζεται λόγω εξουδετέρωσης των δύο πεδίων που είναι ίσα και αντίθετης κατεύθυνσης.

(i) Για $r<a$, $\vec{B}=\vec{0}$.

(ii) Για $a<r<b$ $\vec{B}=\mu_0 n I$ με κατεύθυνση προς το εσωτερικό της σελίδας ή διαφορετικά στην $-z$ κατεύθυνση.

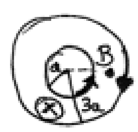
(iii) Για $r>3a$, $\vec{B}=\vec{0}$

(β)

Το μαγνητικό πεδίο είναι μηδέν $\vec{B}=\vec{0}$ για $r<a$

Επομένως $\frac{d\Phi_m}{dt}=0 \Rightarrow \boxed{\vec{E}_A=\vec{0} \text{ στο } A}$

(γ)



Από τον νόμο του Faraday: $\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_m}{dt} \Rightarrow 2\pi r E = -\frac{d\Phi_m}{dt}$

Αλλά $\Phi_m = \int(\vec{B}\cdot\hat{n})dA = B(\pi r^2 - \pi a^2) \Rightarrow \Phi_m = \pi B(r^2-a^2) \Rightarrow \frac{d\Phi_m}{dt} = \pi(r^2-a^2)\frac{dB}{dt}$

Το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ αυξάνει προς το εσωτερικό της σελίδας, και επομένως $\vec{E}$ θα είναι με φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού, σύμφωνα με τον νόμο του Lenz.

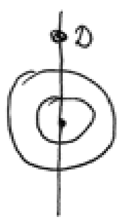
Επομένως $2\cancel{\pi} r E = \cancel{\pi}(r^2-a^2)\frac{dB}{dt} \Rightarrow |\vec{E}| = \frac{(r^2-a^2)}{2r}\frac{dB}{dt}$ με φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού, ενώ $r=2a$

Για το σημείο B θα έχουμε ότι: $\vec{E}_B = \frac{3a^2}{2a}\frac{dB}{dt}\hat{j} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_B = \frac{3a}{2}\frac{dB}{dt}\hat{j}}$

(δ) 

Στο σημείο C, το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου $\vec{E}$ είναι το ίδιο με αυτό που υπολογίσαμε στο προηγούμενο ερώτημα για το σημείο B, με τη διαφορά ότι η κατεύθυνσή του είναι στην $-x$-διεύθυνση.

Επομένως: $\boxed{\vec{E}_C = -\frac{3a}{2}\frac{dB}{dt}\hat{i}}$

(ε) 

Η μαγνητική ροή στο σημείο D θα είναι: $\phi_m = \int(\vec{B}\cdot\hat{n})dA \Rightarrow$

$$\Rightarrow \phi_m = B\left(\pi(9a^2) - \pi a^2\right) \Rightarrow \phi_m = 8\pi a^2 B$$

Επομένως $\frac{d\phi_m}{dt} = 8\pi a^2\frac{dB}{dt} = -\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} \Rightarrow 2\pi r E = -\frac{d\phi_m}{dt} \Rightarrow$

$r = 4a$ στο σημείο D

$$\Rightarrow \cancel{2}\cancel{\pi}(\cancel{4}a)|\vec{E}| = \cancel{8}\cancel{\pi}a^{\cancel{2}}\frac{dB}{dt} \Rightarrow |\vec{E}| = a\frac{dB}{dt}$$

η διεύθυνση είναι αντίθετη με τη φορά των δεικτών του ρολογιού

Επομένως $\boxed{\vec{E}_D = -a\frac{dB}{dt}\hat{i}}$

<u>Άσκηση 4</u> [**35μ**]

Τρεις αντιστάτες αντίστασης R_1, R_2, και R_3 και ένα ιδανικό πηνίο αυτεπαγωγής L συνδέονται όπως φαίνεται στο παρακάτω κύκλωμα. Είναι συνδεδεμένα σε μπαταρία σταθερής ηλεκτρεγερτικής δύναμης $\mathcal{E}_0$. Την χρονική στιγμή $t = 0$, ο διακόπτης κλείνει.

(**Α**) Προσδιορίστε το ρεύμα I_1 τις χρονικές στιγμές $t = 0$ και $t = \infty$. [**6μ**]

(**Β**) Προσδιορίστε τη διαφορά δυναμικού στα άκρα του πηνίου τις χρονικές στιγμές $t = 0$ και $t = \infty$. [**6μ**]

Ενώ έχει παρέλθει μεγάλο χρονικό διάστημα από το κλείσιμο του διακόπτη, ο διακόπτης ανοίξει και πάλι.

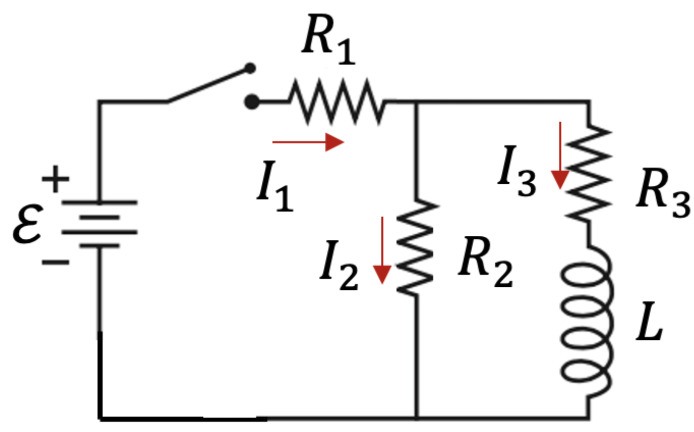
(**Γ**) Προσδιορίστε το ρεύμα στο πηνίο ακριβώς όταν ανοίξει ο διακόπτης. [**6μ**]

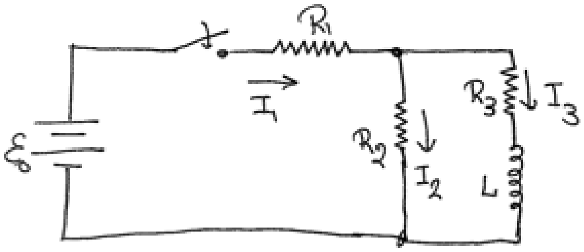
(**Δ**) Πόσο χρόνο χρειάζεται για να πέσει το ρεύμα στο πηνίο στο 20% της τιμής που βρήκατε στο υπο-ερώτημα (Γ). [**6μ**]

Η μπαταρία αντικαθίσταται με πηγή εναλλασσόμενου ρεύματος γωνιακής συχνότητας ω και *rms* διαφοράς δυναμικού $\mathcal{E}_{rms}$. Η *rms* διαφορά δυναμικού στα άκρα του αντιστάτη R_3 μετρήθηκε και βρέθηκε ότι είναι $V_{3,rms}$. Από την προηγούμενη πληροφορία, προσδιορίστε:

(**Ε**) Την *rms* τιμή του ρεύματος που διαπερνά την R_3. [**6μ**]

(**ΣΤ**) Την *rms* τιμή της διαφοράς δυναμικού στα άκρα του κλάδου R_3 και πηνίου L. [**5μ**]





(α) Την χρονική στιγμή $t=0$, το πηνίο ενεργεί ως ένας ανοικτός διακόπτης και επομένως ο κλάδος του κυκλώματος με το πηνίο και την αντίσταση R_3 δεν διαρρέεται από ρεύμα

Επομένως $I_1 = I_2$

Από τον αριστερό βρόχο του κυκλώματος θα έχουμε:

$$\mathcal{E}_0 = I_1 (R_1+R_2) \Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{\mathcal{E}_0}{(R_1+R_2)} \text{ για } t=0}$$

Την χρονική στιγμή $t=\infty$, το πηνίο ενεργεί ως βραχυκύκλωμα και επομένως

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R_{23} = \frac{R_2R_3}{R_2+R_3} \Rightarrow R_{TOT} = R_1 + R_{23} = R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2+R_3} \Rightarrow R_{TOT} = \frac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{R_2+R_3}$$

Το ρεύμα $I_1 = \frac{\mathcal{E}_0}{R_{Tot}} \Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{\mathcal{E}_0(R_2+R_3)}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3} \text{ για } t=\infty}$

(β) Την χρονική στιγμή $t=0$, ο κλάδος με την R_3 και L δεν διαρρέεται από ρεύμα αλλά η διαφορά δυναμικού στα άκρα του κλάδου αυτού θα είναι ίδια με την διαφορά δυναμικού στα άκρα της R_2 (αφού είναι συνδεδεμένα παράλληλα).

$$I_1 = I_2 = \frac{\mathcal{E}_0}{R_1+R_2} \text{ οπότε } V_2 = I_2 \cdot R_2 = \frac{\mathcal{E}_0}{R_1+R_2} R_2 \Rightarrow \boxed{V_2 = V_L = \mathcal{E}_0 \frac{R_2}{R_1+R_2} \text{ για } t=0}$$

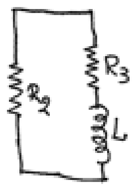
$$\boxed{\text{Για } t=\infty, \ \frac{dI}{dt} = 0 \text{ οπότε } V_L = 0}$$

(γ) Ακριβώς μετά την χρονική στιγμή που ο διακόπτης ανοίγει, το ρεύμα θα είναι το ίδιο με την περίπτωση $t=\infty$ του (α) ερωτήματος: $I_1(t=\infty) = \frac{\mathcal{E}_0(R_2+R_3)}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$

$$I_1R_1 + I_3R_3 = \mathcal{E}_0 \Rightarrow I_3 = \frac{\mathcal{E}_0}{R_3} - I_1\frac{R_1}{R_3} \Rightarrow I_3 = \frac{\mathcal{E}_0}{R_3} - \frac{R_1}{R_3}\frac{(R_2+R_3)\mathcal{E}_0}{[R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3]} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{\mathcal{E}_0}{R_3}\left[\frac{\cancel{R_1R_2} + \cancel{R_1R_3} + R_2R_3 - \cancel{R_1R_2} - \cancel{R_1R_3}}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}\right] \Rightarrow \boxed{I_3 = \frac{\mathcal{E}_0 R_2}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3} \text{ ακριβώς μετά το άνοιγμα του διακόπτη}}$$

(δ)



Η συνολική αντίσταση του βρόχου αυτού είναι: $R_{tot} = R_2 + R_3$

$$\tau = \frac{L}{R_{TOT}} \Rightarrow \tau = \frac{L}{R_2+R_3}$$ η χρονική σταθερά του κυκλώματος

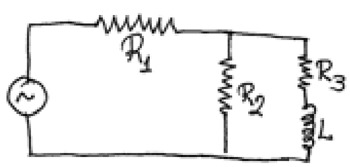
Το ρεύμα που διαρρέει τον βρόχο θα είναι: $I = I_0 e^{-t/\tau} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{I}{I_0} = e^{-t/\tau} \Rightarrow 0.2 = e^{-t/\tau} \Rightarrow \ln(0.2) = -t/\tau \Rightarrow t = -\tau \ln(0.2$$

$$\Rightarrow t = -\frac{L\ln(0.2)}{R_2+R_3}$$ ο χρόνος για να πάρουμε 20% του ρεύματος

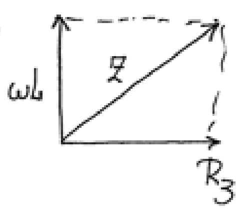
$$\Rightarrow \boxed{t = \frac{1.61 \cdot L}{R_2+R_3}}$$

(ε)



$$\boxed{I_{3,rms} = \frac{V_{3,rms}}{R_3}}$$

(στ)



$$Z = \sqrt{R_3^2 + (L\omega)^2}$$

$$\left(V_{R_3,L}\right)_{rms} = I_{3,rms}\, Z \Rightarrow \boxed{\left(V_{R_3,L}\right)_{rms} = \frac{V_{3,rms}}{R_3}\sqrt{R_3^2+(\omega L)^2}}$$