

ΦΥΣ. 133
2^η ΠΡΟΟΔΟΣ 10-Απρίλη-2006

Πριν ξεκινήσετε συμπληρώστε τα στοιχεία σας (ονοματεπώνυμο, αριθμό ταυτότητας) στο πάνω μέρος της σελίδας αυτής.

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τις σημειώσεις από τις διαλέξεις καθώς και τις λύσεις των ασκήσεων από τα homeworks και τα φροντιστήρια και μόνο αυτά.

Ανταλλαγή σημειώσεων, ιδεών και οποιαδήποτε μορφή συζήτησης απαγορεύεται. Για τις λύσεις των ασκήσεων θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε μόνο τις σελίδες που σας δίνονται.

Προσπαθήστε να δείξετε τη σκέψη σας και να γράψετε καθαρές εξισώσεις. Για πλήρη ή μερική βαθμολόγηση θα πρέπει να φαίνεται καθαρά το τι προσπαθείτε να δείξετε.

Σας δίνονται 3 ασκήσεις και πρέπει να απαντήσετε σε όλες. Σύνολο μονάδων 40.

Διαβάστε πρώτα όλες τις ασκήσεις και προσπαθήστε να σκεφτείτε τι περίπου χρειάζεται να κάνετε. Η σειρά των προβλημάτων είναι ενδεικτική και δεν αντικατοπτρίζει τη δυσκολία τους.

Η διάρκεια της εξέτασης είναι ακριβώς 90 λεπτά.

Καλή επιτυχία.

1. (α) Ξεκινώντας από τις ακόλουθες συναρτήσεις Hamilton να βρεθούν οι αντίστοιχες συναρτήσεις Lagrange \mathcal{L} :

(i) $H = \frac{p^2}{2m} + \lambda qp + \frac{1}{2} kq^2$, όπου λ και k είναι σταθερές. (2β)

(ii) $H = \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2}$, όπου c είναι σταθερά. (3β)

(iii) $H = \frac{p_1^2}{2m} + \lambda p_1 p_2 + ax_2^4$, όπου m , λ και a είναι σταθερές. (2β)

(β) Να γραφούν οι εξισώσεις κίνησης του Hamilton και για τις τρεις παραπάνω περιπτώσεις. (3β)

2. Ένας πλανήτης μάζας m περιστρέφεται σε κυκλική τροχιά ακτίνας R , γύρω από ένα αστέρα μάζας M . Θεωρείστε ότι $M \gg m$. Ξαφνικά σαν αποτέλεσμα μιας έκρηξης supernova, ο αστέρας χάνει ακριβώς το 20% της αρχικής του μάζας. Η έκρηξη είναι σφαιρικά συμμετρική οπότε το δυναμικό εξακολουθεί να είναι κεντρικό δυναμικό Kepler και τα εκτοξευόμενα τμήματα της μάζας του αστέρα δεν επηρεάζουν την κίνηση του πλανήτη τη στιγμή της έκρηξης (δηλαδή δεν έρχονται σε σύγκρουση με τον πλανήτη). Θεωρείστε ότι τόσο η έκρηξη όσο και η απώλεια της μάζας του αστέρα γίνονται στιγμιαία.

(α) Να βρεθούν η ενέργεια και η στροφορμή του συστήματος πριν και μετά την έκρηξη. (7β)

(β) Να βρεθεί η εκκεντρότητα της τροχιάς του πλανήτη μετά την έκρηξη. (3β)

(γ) Να βρεθούν πόσα και ποια είναι τα σημεία καμπής της νέας τροχιάς συναρτήσει της ακτίνας, R , της αρχικής τροχιάς. (2β)

(δ) Κάντε ένα καθαρό σχήμα στο οποίο να φαίνονται η αρχική τροχιά του πλανήτη, η θέση του πλανήτη τη στιγμή της έκρηξης και η νέα τροχιά του πλανήτη, αυτή δηλαδή που θα ακολουθήσει ο πλανήτης μετά την έκρηξη. Στο σχήμα σας θα πρέπει να φαίνονται όλα τα σχετικά μεγέθη που περιγράφουν το είδος της τροχιάς του πλανήτη. (3β)

3. Ένα σώμα κινείται κάτω από την επίδραση μιας κεντρικής δύναμης που δίνεται από την εξίσωση $F(r) = -\frac{k}{r^n}$. Αν η τροχιά του σώματος περνά από κέντρο της δύναμης, δείξτε ότι $n = 5$. (15β)