

# ΦΥΣ 331 – Χειμερινό Εξάμηνο 2018

## Τελική Εξέταση

**Τρίτη 11/12/2018**

**Διάρκεια: 15:00 – 18:00**

Σας δίνονται 11 ισοδύναμα προβλήματα και θα πρέπει να απαντήσετε σε 10 από τις 11.  
Σύνολο μονάδων 100.

### Καλή Επιτυχία

Μερικές χρήσιμες σχέσεις:

$$u_1(p) = N \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{p_z}{E+m} \\ \frac{p_x + ip_y}{E+m} \end{pmatrix} \quad u_2(p) = N \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{p_x - ip_y}{E+m} \\ \frac{-p_z}{E+m} \end{pmatrix} \quad v_1(p) = N \begin{pmatrix} \frac{p_x - ip_y}{E+m} \\ \frac{-p_z}{E+m} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad v_2(p) = N \begin{pmatrix} \frac{p_z}{E+m} \\ \frac{p_x + ip_y}{E+m} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$N = \sqrt{E+m}$$

$$u_\uparrow(\theta, \varphi) = N \begin{pmatrix} c \\ se^{i\varphi} \\ \frac{p}{E+m}c \\ \frac{pe^{i\varphi}}{E+m}s \end{pmatrix} \quad u_\downarrow(\theta, \varphi) = N \begin{pmatrix} -s \\ ce^{i\varphi} \\ \frac{p}{E+m}s \\ \frac{-pe^{i\varphi}}{E+m}c \end{pmatrix} \quad v_\uparrow(\theta, \varphi) = N \begin{pmatrix} \frac{p}{E+m}s \\ \frac{-pe^{i\varphi}}{E+m}c \\ -s \\ ce^{i\varphi} \end{pmatrix} \quad v_\downarrow(\theta, \varphi) = N \begin{pmatrix} \frac{p}{E+m}c \\ \frac{pe^{i\varphi}}{E+m}s \\ c \\ se^{i\varphi} \end{pmatrix}$$

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_\mu \\ -\sigma_\mu & 0 \end{pmatrix}, \quad \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}, \quad (\gamma^0)^\dagger = \gamma^0, \quad (\gamma^\mu)^\dagger = -\gamma^\mu$$

**1. [10μ]**

(α) Εξηγήστε γιατί είναι δυνατό χρησιμοποιώντας ζεύγος quark και antiquark, να δημιουργηθούν τόσο βαθμωτά ( $J^P = 0^+$ ) όσο και ψευδο-βαθμωτά μεσόνια ( $J^P = 0^-$ ). [5μ]

(β) Το νετρόνιο και το αντι-νετρόνιο είναι ουδέτερο σωματίδιο-αντισωματίδιο, όπως συμβαίνει με το  $K^0$  και το  $\bar{K}^0$ . Όπως έχουμε δει, τα  $K^0$  και  $\bar{K}^0$  αναμειγνύονται μεταξύ τους ταλαντώντας από τη μία κατάσταση στην άλλη. Εξηγήστε τον λόγο που δεν συμβαίνει το ίδιο με το σύστημα του νετρονίου - αντινετρονίου. [5μ]

(α) Τα φερόνια σχηματίζονται από σειρά quark-antiquark. Τα quarks είναι φερμιόνια με σpin  $1/2$  και εποφένων υπέρχων. Σύν τρόποι με τον οποίο τυπούν να ανδικεύονται για να έχουν ένα φερόνιο με  $J=0$ : είτε τα spins των quarks είναι αντι-παράλληλα και έχουν τροχιακή στροφορμή  $L=0$ , ή τα spins των quarks έχουν παράλληλα και η τροχιακή τους στροφορμή είναι  $L=1$  και αντίστοιχα με τη διείδηση των spins με αντιτελεστέα και αριθμητικά αναρροφής και  $J=0$ .

Από τη σημερινή πορτού πως τα φερμιόνια και τα αντιφερμιόνια έχουν αντιτετελέστερης ομοιοτήτων, η ομοιοτήτα των συστήματος quark-antiquark είναι  $(-1)^{L+1}$ . Έτσι, όταν  $L=0$  η ομοιοτήτα των συστήματος είναι  $P=-1$  (ψευδο-βαρύνιο) και όταν  $L=1$  μεταξύ  $P=+1$  (βαρύνιο φερόνιο).

(β) Τα ουδέτερα καόνια και αντι-καόνια διαφέρουν μεταξύ των μεταβολών της θέσης των μονάδων παραδοσίας, εάλλα μηρούν να αναφερθούν γιατί η παραδοσία της διατηρείται από τις αρδενείς αλληλεπιδράσεις.

Το νετρόνιο και το αντι-νετρόνιο διαφέρουν μεταξύ των μεταβολών των βαρυνικών αριθμών. Μεταξύ των μηρούν να αναφερθούν γιατί ο βαρυνικός αριθμός διατηρείται από όλες τις χωροταχρόνιες

**2. [10μ]**

(α) Εξηγήστε τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα ενός αδρονικού και ενός λεπτονικού επιταχυντή. Ποιός είναι ο βασικός λόγος χρήσης επιταχυντών αδρονίων για έρευνα για νέα φυσική; [4μ]

(β) Το Tevatron στο Fermilab της Αμερικής ήταν ο μεγαλύτερος σε ενέργεια επιταχυντής πριν τη λειτουργία του LHC. Ο επιταχυντής είχε ακτίνα  $R = 1\text{ km}$  και η μέγιστη ένταση πεδίου των διπολικών μαγνητών του ήταν  $3.3T$ . Ο επιταχυντής περιείχε αρκετές  $rf$  κοιλότητες ώστε να επιτυγχάνεται επιτάχυνση των πρωτονίων της δέσμης κατά  $1\text{MeV/περιστροφή}$ . Καθώς ένα φορτισμένο σωματίδιο διαγράφει καμπύλη τροχιά μέσα στο μαγνητικό πεδίο εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία γνωστή ως σύνγχροτρο ακτινοβολία. Η απώλεια ενέργειας ανά περιστροφή δίνεται από τη σχέση:

$$-\delta E = \frac{e^2}{3\varepsilon_0 R} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^4 \quad \text{όπου } \varepsilon_0 \text{ η ηλεκτρική διαπερατότητα του κενού ίση με } \\ \varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C/(Vm)}.$$

(i) Βρείτε τη μέγιστη ορμή που θα μπορούσε να αποκτήσει ένα πρωτόνιο στο Tevatron. [3μ]

(ii) Αν αντί για πρωτόνια, το Tevatron χρησιμοποιούσε δέσμη ηλεκτρονίων-ποζιτρονίων ποιά θα ήταν η μέγιστη ορμή που θα μπορούσαν να αποκτήσουν τα ηλεκτρόνια; [3μ]

(a) Βρείτε πλεονεκτήματα της χρήσης ενός λεπτονικού επιταχυντή είτε:

(i) Η καθαρότητα και απλότητα των γεγονότων της σκέδασης, Αυτό αφείται στο χερούς ότι τα θετόντα δεν έχουν επωτεριστεί δόρυς

(ii) Η φή σηρού επωτεριστεί δόρυς των λεπτονικών οδηγεί και στην αγάπη γνώση της ενέργειας των θέντων φύσης της σκέδασης αφού όλη η ενέργεια των αυτωτοεξιδών των δέρματος είναι διαδέσμη.

(iii) Η ενέργεια και επιταχυντής δύναται να ρυθμίζεται ώστε να υπάρχει η κατεύθυνση ενέργειας για την παραγωγή και διάταξη των επιδεξιών σημασιδίων.

Μεγέλο φυλοτίκημα η φή διαστάζει υψηλής ενέργειας δέρματα σφακιάν των λεγόμενων απαλίων λόγω σύγχρονων ακτινοβολίων. Τα νεανικά αποφεύγονται θα πρέπει να μετασκευάσουν ειδικόρρητοι επιταχυντής που διατίθεται στην παραγωγή των κατεύθυνσης των επιταχυντών.

Τα ταυτισμοί επιταχύνεται τα πλούτερης από την προκάτια γένοντα μετατροπής αφού τα αδρίνα έχουν επωνεγκαίρια. Τούτης της στην περίπτωσης γίνεται πολὺ ενέργεια διασυλλογών στη φλέτη των αιχμών. Σταύρωση, οι αδρίνες επιταχύνεται την προσβολή των επιταχών πολὺ γρήγορας δέσμην των από την προσβολή της χρονοποιητικής για εξαγόμενη συνταγματική ενέργειας των προσβολών, προσβολής στην περιπτώση αναπλήρωσης νέας φυσικής.

(b) Οι γραστοί και ορθοί ενώσεις ακανονίσιμου, τα οποία πληνείται σε βαρύτητα πεδίο  
Σίνεται από τη σχέση:  $P = 0.3 B \cdot R$  όπου  $P$  λεγαρίζεται  $\text{GeV}/c$   
η ανανεωτικότητας της γραστούς σε βάρος και σε βαρύτητα πεδίο είναι.

$$\text{Επομένως θέλετε } P_{\text{max}} = 0.3 \cdot q \cdot 3.3 T \cdot 10^3 \text{ m} \Rightarrow P_{\text{max}} = 0.99 \cdot 10^3 \frac{\text{GeV}}{c} \Rightarrow \\ \boxed{P_{\text{max}} = 990 \text{ GeV}/c}$$

(8) Εφαρμοζεις της συγχρονης ακανονισμούς υπάρχει είναι επιπλέον περιγραφές ως προς την ενέργεια που μπορεί να φέρει σε δέσμη ενώσεις επιταχύνεται.  
Τα ταυτισμοί των αδρίνων, η ενέργεια αυτή είναι πικρή ολίγη περιπτώσεων των ηλεκτρονίων ή ανωτερών ενέργειας τόσο ακανονίσιμης συγχρονης θέσης παραγόντων περιστατικών.

Η ενέργεια που χαίτεται τόσο συγχρονης ακανονισμού, σε μετατροπές  
Σίνεται από τη σχέση:  $\delta E = \frac{q^2}{3 R \epsilon} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^4$

Η ανώτερη ενέργεια δεν μπορεί να φερθείται την ενέργεια που προσφέρεται σε δέσμη ανά περιστατική και τότε ανασυρεται η ενέργεια της δέσμης έχει τη μεγαλύτερη την.

$$\text{Ανά την προστίθιμην σχέση έρχεται: } \delta E = \frac{1.6 \cdot 10^{-18} \text{ C} \cdot \text{e}}{3 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ N} \cdot \text{C}} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^4 \\ \Rightarrow \delta E = \frac{1.6 \cdot 10^{18} \text{ eV}}{3 \cdot 8.85 \cdot 10^{-9}} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^4 = 0.06 \cdot 10^{-10} \text{ eV} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^4$$

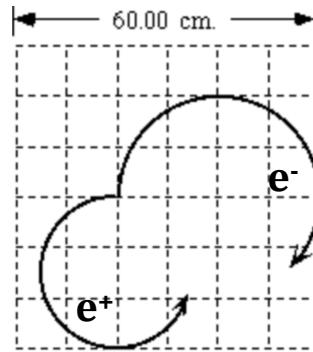
$$\text{Η ενέργεια που προσφέρεται σίνεται σε MeV οπότε: } \frac{1 \cdot 10^6 \text{ eV}}{0.06 \cdot 10^{-10} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^4} = 0.06 \cdot 10^{10} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^4 \\ \Rightarrow \left( \frac{E}{mc^2} \right)^4 = \frac{1}{6} \cdot 10^{18} \Rightarrow E = mc^2 \sqrt[4]{\frac{10^{18}}{6}} \Rightarrow \boxed{E = mc^2 \cdot (20205.16)}$$

$$\text{Τα ταυτισμοί πρωτοπονίας: } mc^2 = 938 \text{ MeV} \text{ οπότε } \boxed{E = 19 \cdot 10^3 \text{ TeV}}$$

$$\text{Τα ταυτισμοί πρωτοπονίας: } mc^2 = 0.511 \text{ MeV} \text{ οπότε } \boxed{E = 0.511 \cdot 20 \cdot 10^3 = 10.3 \text{ GeV}}$$

3. [10μ]

Το διπλανό σχήμα δείχνει τη σπάνια διάσπαση ενός ουδέτερου σωματιδίου. Το σχήμα δείχνει την κλίμακα της διάσπασης. Οι δύο τροχιές σωματιδίων που φαίνονται στο ίδιο επίπεδο, ενώ η αρχική γωνία των δύο σωματιδίων στο σημείο της διάσπασης είναι  $90^{\circ}$ . Η διάσπαση λαμβάνει χώρα μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο  $3.33T$  ( $33,333\text{Gauss}$ ) το οποίο είναι κάθετο στη σελίδα. Βρείτε τη μάζα του άγνωστου σωματιδίου που διασπάστηκε.



Το πρωτότυπο πεδίο είναι:  $B = 3.33T$  και σύμφωνα με το σχήμα, η ακίνητη καμπυλότητα των τροχιών των πομπονίου είναι:  $r_{e^+} = \frac{d}{2} = \frac{30\text{cm}}{2} = 15\text{cm}$   
Ενώ η ακίνητη καμπυλότητα των πλευρονίου είναι:  $r_{e^-} = \frac{d}{2} = \frac{40\text{cm}}{2} = 20\text{cm}$ .

Επομένως από τη σχέση:  $P = 0.3 B(T) R(\text{m})$  θα έχουμε:

$$P_{e^+} = 0.3 \cdot 3.33 \cdot 0.15 \Rightarrow P_{e^+} = 0.1495 \text{ GeV/c} \Rightarrow P_{e^+} \approx 150 \text{ MeV/c}$$

$$P_{e^-} = 0.3 \cdot 3.33 \cdot 0.20 \Rightarrow P_{e^-} = 0.1998 \text{ GeV/c} \Rightarrow P_{e^-} \approx 200 \text{ MeV/c}$$

Η μέση των άγνωστων συμμετοχών θα είναι:  $\overline{M_x^2} = \overline{E_x^2 - |\vec{p}_x|^2}$  Αλλά  
 $E_x = E_{e^+} + E_{e^-}$  (1) για τις ορθες αυτες των Σύντονιων  $m_e \ll P_e$  οπότε  
 $\overline{|\vec{p}_x|} = \overline{|\vec{p}_{e^+} + \vec{p}_{e^-}|}$  Τιπορεύεται να υποθέσουμε ότι  $E_{e^-} \approx |P_{e^-}|$  &  $E_{e^+} \approx |P_{e^+}|$   
 $\overline{|\vec{p}_x|} = \sqrt{\overline{P_{e^+}^2 + P_{e^-}^2}}$  (2)

ΑΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ Έργου μέσα στο σύντονο Σύστημα  $\vec{p}_e^- \perp \vec{p}_{e^+} \Rightarrow |\vec{p}_x| = \sqrt{P_{e^+}^2 + P_{e^-}^2} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow |\vec{p}_x| = \sqrt{150^2 + 200^2} \text{ MeV/c}$   
 $\Rightarrow |\vec{p}_x| = 250 \text{ MeV/c}$

Από την (1) έχουμε  $\overline{E_x^2} = 350 \text{ MeV}$ ,

Επομένως  $M_x = \sqrt{\overline{E_x^2} - |\vec{p}_x|^2} \Rightarrow M_x = \sqrt{350^2 - 250^2} \Rightarrow M_x = 245 \text{ MeV}$

4. [10μ]

(α) Όπως το γερμάνιο και το πυρίτιο, ο άνθρακας σε κρυσταλλική μορφή διαμαντιού συμπεριφέρεται σαν ημιαγωγός και για το λόγο αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή ενός ανιχνευτή σωματιδίων από διαμάντια. Η ενέργεια που απαιτείται για την δημιουργία ενός ζεύγους ιόντων στο διαμάντη είναι  $W = 5eV$ . Υπολογίστε τη διακριτική ικανότητα ενέργειας ενός ανιχνευτή διαμαντιού για φωτόνια ενέργειας  $100 keV$  (ακτίνες X).

(β) Τα διαμάντια, ακόμα και τα τεχνητά, είναι αρκετά ακριβά για την κατασκευή ενός σχετικά μεγάλου ανιχνευτή και για τον λόγο αυτό καταφεύγουμε στη χρήση φθινότερων και πιο πυκνών υλικών. Υπολογίστε πόσο πάχος σιδήρου απαιτείται για να απορροφηθεί πλήρως ένα ηλεκτρόνιο ενέργειας  $24 GeV$ . Δηλαδή ποιό θα πρέπει να είναι το πάχος ώστε η καταγίδα του ηλεκτρονίου να σταματήσει μέσα στον ανιχνευτή. Δίνεται ότι το μήκος ακτινοβολίας του Fe είναι  $X_0 = 1.77cm$  και η πυκνότητά του  $d = 7.87 g/cm^3$  και η κριτική ενέργεια  $E_c = 24 MeV$ .

(γ) Τι πάχος θα πρέπει να έχει ένας ανιχνευτής από σίδηρο ώστε να σταματήσει ένα μιόνιο ενέργειας  $24 GeV$ ;

(α) Η διακριτική ικανότητα ενός ζεύγους εφορτείται από τον αριθμό των σεγκάνιοντων που παρατίθενται. Στο διαμάντιο, προσεξτείτε ότι  $W=5eV$  ωστε να παραχθεί ένα σεύφος ιόντων.

Επομένως χρειάζεται ακτίνες - X με ενέργεια  $E = 100 keV$  ο αριθμός των σεγκάνιοντων που θα δημιουργηθούν είναι:  $n_{ions} = \frac{E}{W} \Rightarrow n_{ions} = \frac{100}{5} = 20 \cdot 10^3$

Η διακριτική ικανότητα ενέργειας θα είναι επομένως  $G_E = \frac{E}{\sqrt{n_{ions}}} = \frac{100}{\sqrt{20 \cdot 10^3}} = \frac{100}{\sqrt{2} \cdot 10^2} = 0.7 keV$

(β) Η πυκνότητα του σιδήρου είναι  $d = 7.87 g/cm^3$ , το μήκος ακτινοβολίας είναι  $X_0 = 1.77cm$  ενώ η κριτική ενέργεια  $E_c = 24 MeV$ .

Ένα ηλεκτρόνιο με ενέργεια  $E = 24 GeV$  εισερχόμενο στον ανιχνευτή θα χάσει ενέργεια προσελίτες με ηλεκτροφωγήσεις ματαγιάδα η οποία δο σερβαριστεί όταν ο αριθμός των ηλεκτρονίων στην ματαγιάδα γίνει μικρότερος από 1. Οι σχολικές επομένων:

$$\frac{E}{E_C} = \frac{24 \cdot 10^3 \text{ MeV}}{24 \cdot 1 \text{ MeV}} \Rightarrow \frac{E}{E_C} = 1000$$

Tο το αριθμό των σαφετιδικών (nʌγρονίκων) οντωτών αναπτύξεων ~20 μικρού αναπτύξεων που να αντιπροσωπεύει 1000 nʌγρονίκων αναπτύξεων αναπτύξεων:  $20 * 1.77 \text{ cm} = \underline{\underline{35.4 \text{ cm}}}$

(8) Τα φύσης χάραν ενέργειες που προκαλούν  $dE/dx \approx 2 \text{ MeV/gr cm}^2$

Για να ασφαλιστεί ενδιαφέροντας η φύσης ενέργειες 24 GeV δαχτυλού της πάχος

$$\text{ισο } t \text{ : } t = \frac{E_h}{dE/dx d} = \frac{24 \cdot 10^3 \text{ cm}}{2 \cdot 4.87} = \frac{24 \cdot 10^3}{9.74} \text{ cm} \Rightarrow \underline{\underline{t = 15.2 \text{ m}}}$$

5. [10μ]

Ένα μεσόνιο με ισοσπίν  $I=1$  παρατηρείται ότι διασπάται σε 3 πιόνια αλλά όχι σε 2 πιόνια.

- (α) Πιστεύετε ότι η διεργασία αυτή γίνεται μέσω των ασθενών αλληλεπιδράσεων; Εξηγήστε.  
 (β) Ποιά μπορεί να είναι η παραδοξότητα για το διασπώμενο μεσόνιο; Εξηγήστε.

(α) Η τελική κατάσταση σε 2 πιόνια  $\rightarrow$  3 πιόνια μπορεί να έχει τους ίδιους κβαντικούς αριθμούς, εκτός από το φορτίο, parity και isospin.

Για την περίπτωση της Σιάσπεσης σε 2 πιόνια, η διαδικασία ενέργειας είναι πολὺ περισσότερη από την περίπτωση της διασποράς σε 3 πιόνια.

Επομένως αν η διασπορά σε 2-πιόνια δεν παρατηρείται υπάρχει κείμενος λόγος που συμβαίνει.

Τη βέβαιη αφει isospin που έχει διαδικασία για τελική κατάσταση η-πιόνιων ένει πολύ  $I_{\max} = n$  και αντίστοιχα το βέβαιο φορτίο είναι  $Q_{\max} = n$ .

Τόσο η κατάσταση με 2 πιόνια όσο και η κατάσταση με 3 πιόνια συνάδουν και είναι συμβασιές με  $I=1$ . (α συνδεσμός των isospins  $1 \oplus 1 = 1$  όπως και  $1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$ )

Τα πιόνια έχουν αριθμούς parity και επομένως η parity των αντικείμενων των δύο πιόνιων είναι  $(-1)(-1)(-1) = (-1)^3$  ενώ η parity των αντικείμενων των τριών πιόνιων είναι  $(-1)(-1)(-1)(-1) = -(-1)^4$ .

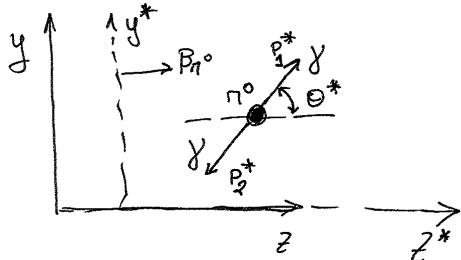
Επομένως αν η parity διασπορίται, έτσι μερικό δεν τιπορεί να διασπαστεί τόσο σε 2 όσο και σε 3 πιόνια.

Η parity δεν διασπορίται όπό τις ασθενείς Σιάσπεσης και επομένως στην περίπτωση μες επεδί η parity διασπορίται η διασπορά του μερικούς δεν πραγματοποιείται μέσαν ασθενών αλληλεπιδράσεων.

- (β) Εφόσον η διασπορά δεν πραγματοποιείται μέσα ασθενών αλληλεπιδράσεων, θα πρέπει να γίνεται μέσω των ισχυρών ή αλεκροδιαγρήψεων που διασπορίται στην παραδοσιακή. Από τη σημερινή πορτού που δεν υπέρχουν ανθρακίδια με παραδοσιακή στην τελική κατάσταση, τη διασπάσθεια μερικούς ποσού θα πρέπει να έχει  $S=0$ .

6. [10μ]

Να βρεθεί η μέγιστη γωνία μεταξύ των δύο φωτονίων που παράγονται κατά τη διάσπαση  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  όταν η ενέργεια του  $\pi^0$  είναι  $10 \text{ GeV}$ . Η μάζα του  $\pi^0$  είναι  $135 \text{ MeV}$ .



Στο σκαρίφια αναφέροις του νέυρων τις  
του  $\pi^0$ , τα δύο φωτόνια εκπέμπονται  
ίσας και αντίθετες ορθές, ενώ η ορθή και  
ευθύγενη των φωτονίων είναι ίση με το μήκος  
της μέσης πρεσβίας του  $\pi^0$ .

Επομένως τα τετραδιενικά των φωτονίων Δα είναι:  $E = m_{\pi^0}/2$ .

$$\vec{P}_1^* = (E, 0, E \sin \theta^*, E \cos \theta^*) \text{ και } \vec{P}_2^* = (E, 0, -E \sin \theta^*, -E \cos \theta^*)$$

Τα τετραδιενικά των φωτονίων στο σκαρίφια αναφοράς των εργαστηρίων προσώπικα σημειώνονται ως  $P_x = P_x^* = 0$ ,  $P_y = P_y^* = \pm E \sin \theta^*$  και:

$$E_1 = \gamma E_1^* + \gamma \beta P_{21}^* = \gamma E (1 + \beta \cos \theta^*) \text{ και } P_{21} = \gamma P_{21}^* + \gamma \beta E = \gamma E (\cos \theta^* + \beta)$$

$$E_2 = \gamma E_2^* + \gamma \beta P_{22}^* = \gamma E (1 - \beta \cos \theta^*) \text{ και } P_{22} = \gamma P_{22}^* + \gamma \beta E = \gamma E (\cos \theta^* - \beta)$$

Η γωνία μεταξύ των δύο φωτονίων στο εργαστήριο την θέλει:

$$\cos \Theta_{12} = \frac{\vec{P}_1 \cdot \vec{P}_2}{|\vec{P}_1| |\vec{P}_2|} = \frac{P_{1x} P_{2x} + P_{1y} P_{2y} + P_{1z} P_{2z}}{E_1 E_2} = \frac{0 - \cancel{\gamma \beta \sin^2 \theta^*} + \cancel{\gamma^2 \beta^2 (\beta^2 - \cos^2 \theta^*)}}{\cancel{\gamma^2 \beta^2 (1 - \beta^2 \cos^2 \theta^*)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \Theta_{12} = \frac{-\frac{\sin^2 \theta^*}{\gamma^2} + \beta^2 - \cos^2 \theta^*}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta^*} \Rightarrow \cos \Theta_{12} = \frac{-\frac{\sin^2 \theta^*}{\gamma^2} + \beta^2 - 1 + \sin^2 \theta^*}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta^*} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \Theta_{12} = \frac{\sin^2 \theta^* (1 - \frac{1}{\gamma^2}) + \beta^2 - 1}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta^*} = \frac{\sin^2 \theta^* (1 - 1 + \beta^2) + \beta^2 - 1}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta^*} \Rightarrow \boxed{\cos \Theta_{12} = \frac{\beta^2 (1 + \sin^2 \theta^*) - 1}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta^*}}$$

Η τελευταία σχέση έχει απρότατος όψης για  $\Theta^* = 0$  και  $\Theta^* = \frac{\pi}{2}$  και  $\cos \Theta_{12} = -1$  και  $\cos \Theta = 2\beta^2 - 1$  αντίστοιχα.

Στην περίπτωση  $\gamma = E_\pi/m_\pi = 74.1$  και όπου  $\beta^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2} \Rightarrow \beta^2 = 0.99982$   
η γωνία Δα είναι ελάχιστη όταν  $\cos \Theta_{min} = 2\beta^2 - 1 = 0.9963 \Rightarrow \underline{\Theta_{min} = 1.5^\circ}$

7. [10μ]

Αποδείξτε ότι αν ένας οποιοσδήποτε από τους 4 Dirac spinors εισαχθεί στην εξίσωση Dirac  $(\gamma^\mu p_\mu - m)u = 0$  τότε παίρνουμε και πάλι τη σχέση ενέργειας – ορμής του Einstein.

Σε πιοφήνη πινάκων θα ισχύει:

$$\gamma^\mu p_\mu - m = E \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} - p_x \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - p_y \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - p_z \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \gamma^\mu p_\mu - m = \begin{pmatrix} E-m & 0 & -p_z & -p_x + ip_y \\ 0 & E-m & -p_x - ip_y & p_z \\ p_z & p_x - ip_y & -(E+m) & 0 \\ p_x + ip_y & -p_z & 0 & -(E+m) \end{pmatrix} \quad \Rightarrow$$

Επομένως ανακαθιστούμε  $(\gamma^\mu p_\mu - m)u = 0$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} E-m & 0 & -p_z & -p_x + ip_y \\ 0 & E-m & -p_x - ip_y & p_z \\ p_z & p_x - ip_y & -(E+m) & 0 \\ p_x + ip_y & -p_z & 0 & -(E+m) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{p_z}{E+m} \\ \frac{p_x + ip_y}{E+m} \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} E-m + 0 - \frac{p_z^2}{E+m} + \frac{-p_x^2 - p_y^2}{E+m} \\ 0 + 0 + \left( \frac{p_z}{E+m} + \frac{p_z}{E+m} \right) (p_x + ip_y) \\ \cancel{\frac{p_z}{E+m} + 0 - \cancel{\frac{p_z}{E+m}} + 0} \\ \cancel{p_x + ip_y + 0 + 0} - \cancel{(p_x + ip_y)} \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \frac{1}{E+m} \begin{pmatrix} E^2 - m^2 - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$E^2 - p^2 = m^2 \text{ γενικά για τα 4 spinors}$$

Αναμενόμενο αριθμός είσαι φέρεται σε εξίσωση Dirac

8. [10μ]

Κάτω από την συνδυαστική δράση των τελεστών της parity  $\hat{P}$  και συζυγίας φορτίου  $\hat{C}$ ,  $(\hat{C}\hat{P})$ , οι spinors μετασχηματίζονται σύμφωνα με τη σχέση:  $\psi \rightarrow \psi^C = \hat{C}\hat{P}\psi = i\gamma^2\gamma^0\psi^*$ .

Δείξτε ότι θεωρώντας ένα γενικό παράγοντα που περιέχει μιγαδική φάση, π.χ.  $e^{i\phi}$ , μπορούμε να γράψουμε ότι  $\hat{C}\hat{P}u_{\uparrow}(\theta, \phi) = v_{\downarrow}(\pi - \theta, \pi + \phi)$ .

Στην αναπαρίσταντα Pauli-Dirac:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ και } \gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ και } u_{\uparrow}(\theta, \phi) = \sqrt{E+m} \begin{pmatrix} c \\ \frac{\cos \theta / 2}{\sqrt{E+m}} \\ \frac{\sin \theta / 2 e^{i\phi}}{\sqrt{E+m}} \\ \frac{p \cos \theta / 2}{E+m} \\ \frac{p \sin \theta / 2 e^{i\phi}}{E+m} \end{pmatrix}$$

Επομένως εφαρμόζοντας τη διεύθυνση  $\hat{C}\hat{P}$  θα διώσει:

$$\begin{aligned} \hat{C}\hat{P}u_{\uparrow}(\theta, \phi) &= i\gamma^0\gamma^2 u_{\uparrow}(\theta, \phi)^* = i \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \sqrt{E+m} \begin{pmatrix} c \\ s e^{-i\phi} \\ \frac{p}{E+m} c \\ \frac{p}{E+m} s e^{-i\phi} \end{pmatrix} \\ &= i \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s e^{-i\phi} \\ -\frac{p}{E+m} c \\ -\frac{p}{E+m} s e^{-i\phi} \end{pmatrix} \sqrt{E+m} = \sqrt{E+m} \begin{pmatrix} -\frac{p}{E+m} s e^{-i\phi} \\ \frac{p}{E+m} c \\ -s e^{-i\phi} \\ c \end{pmatrix} \quad (\text{A}) \end{aligned}$$

Εφετάρισμε τον spinor  $v_{\downarrow}(\pi - \theta, \phi + \pi)$  οπότε έχουμε:

$$\begin{aligned} v_{\downarrow}(\pi - \theta, \phi + \pi) &= N \begin{pmatrix} \frac{p}{E+m} \cos(\frac{\pi - \theta}{2}) \\ \frac{p e^{i(\phi+\pi)}}{E+m} \sin(\frac{\pi - \theta}{2}) \\ \cos(\frac{\pi - \theta}{2}) \\ \sin(\frac{\pi - \theta}{2}) e^{i(\phi+\pi)} \end{pmatrix} = N \begin{pmatrix} \frac{p}{E+m} \sin \frac{\theta}{2} \\ -\frac{p}{E+m} e^{i\phi} \cos \frac{\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \\ -\cos \frac{\theta}{2} e^{i\phi} \end{pmatrix} = N \begin{pmatrix} \frac{p}{E+m} s \\ -\frac{p}{E+m} c e^{i\phi} \\ s \\ -c e^{i\phi} \end{pmatrix} \Rightarrow \\ &\begin{cases} e^{i(\phi+\pi)} = -e^{i\phi} \\ \cos(\frac{\pi - \theta}{2}) = \sin \frac{\theta}{2} \\ \sin(\frac{\pi - \theta}{2}) = \cos \frac{\theta}{2} \end{cases} \Rightarrow v_{\downarrow}(\pi - \theta, \phi + \pi) = N(-e^{-i\phi}) \begin{pmatrix} \frac{p}{E+m} s e^{i\phi} \\ \frac{p}{E+m} c \\ -s e^{i\phi} \\ c \end{pmatrix} \Rightarrow v_{\downarrow} = (-e^{i\phi}) \sqrt{E+m} \begin{pmatrix} -\frac{p}{E+m} s e^{i\phi} \\ \frac{p}{E+m} c \\ -s e^{i\phi} \\ c \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Συγκρίνοντας με την (A) βλέπουμε ότι:

$$[\hat{C}\hat{P}u_{\uparrow}(\theta, \phi) = v_{\downarrow}(\pi - \theta, \phi + \pi)(-e^{i\phi})] \text{ που επιπρέχει μια την παραπομπή στον διαγώνιο όμορφο υπόγειο για να απορρίψει την αντίστροφη στοιχείωση.$$

9. [10μ]

Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των γ-πινάκων και τον ορισμό του  $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$  δείξτε ότι:

$$(a) (\gamma^5)^2 = 1 \quad [3\mu] \quad (b) (\gamma^5)^\dagger = \gamma^5 \quad [3\mu] \quad (c) \{\gamma^5, \gamma^\nu\} = 0 \quad [1\mu]$$

$$\text{Δείξτε ακόμη ότι ο τελεστής της ελικότητας μπορεί να γραφεί ως: } \hat{h} = -\frac{1}{2} \frac{\gamma^0 \gamma^5 \vec{\gamma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|}. \quad [3\mu]$$

$$(a) \text{Όπως ξέρουμε από τις ιδιότητες των πινάκων Dirac: } \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 0 \quad \mu \neq \nu$$

Αυτό θα θέλαμε να εντοπίσουμε να εντοπίσουμε τους γ-πινάκες και να αφανίσουμε χρησιμοποιώντας  $(\gamma^0)^2 = 1$  και  $(\gamma^\kappa)^2 = -1$ .

$$\begin{aligned} \text{Θα έχουμε: } (\gamma^5)^2 &= -\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = +\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^0 \gamma^3 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = \\ &= -\gamma^0 \gamma^1 \gamma^0 \gamma^2 \gamma^3 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = +\gamma^0 \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = \\ &= +\underbrace{\gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3}_{(\gamma^5)^2} = +\gamma^1 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 \gamma^2 \gamma^3 = -\gamma^2 \gamma^3 \gamma^2 \gamma^3 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \boxed{(\gamma^5)^2 = +\underbrace{\gamma^2 \gamma^2 \gamma^3 \gamma^3}_{(\gamma^5)^2} = +1} \end{aligned}$$

(b) Τι προσβαλλει στην θέση αύριο;

$$\begin{aligned} (\gamma^5)^\dagger &= +i \gamma^3 \gamma^2 \gamma^1 \gamma^0 = -i \gamma^3 \gamma^2 \gamma^0 \gamma^1 = +i \gamma^3 \gamma^0 \gamma^2 \gamma^1 = +i \gamma^0 \gamma^3 \gamma^2 \gamma^1 = \\ &= -i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^3 \gamma^2 = +i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 \Rightarrow \boxed{(\gamma^5)^\dagger = \gamma^5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (g) \quad \gamma^5 \gamma^\kappa &= i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 \gamma^\kappa = -i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^\kappa \gamma^3 = +i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 \gamma^\kappa = -i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 \gamma^\kappa \Rightarrow \\ &\quad \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = \delta_{\mu\nu} \quad \mu \neq \nu \\ &\quad \text{n η σελίδης σαγκριθείτε στην σύντομη για} \quad \Rightarrow \quad \gamma^5 \gamma^\kappa = -i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 \Rightarrow \gamma^5 \gamma^\kappa = -\gamma^\kappa \gamma^5 \end{aligned}$$

$$(g) \quad \text{Στην αναπαραγωγή Dirac-Pauli: } \hat{S}_K = \frac{1}{2} \hat{\vec{\gamma}}_K = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^\kappa = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Επίσης } \gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad \text{και} \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Θα έχουμε: } -\frac{1}{2} \gamma^0 \gamma^5 \gamma^\kappa = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0_K \\ -0_K & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & I \\ -I & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0_K \\ -0_K & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

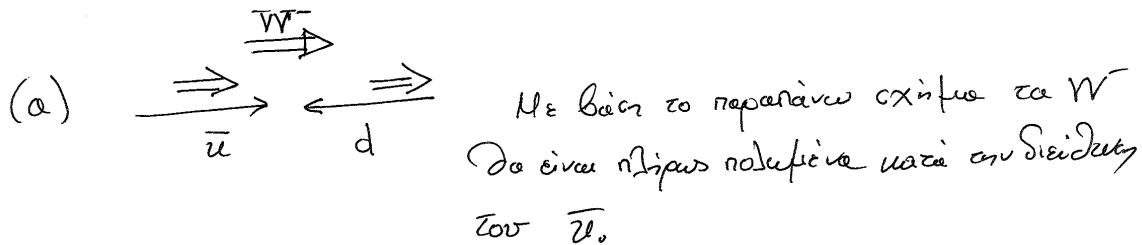
$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \gamma^0 \gamma^5 \gamma^\kappa = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0_K & 0 \\ 0 & 0_K \end{pmatrix} = \hat{S}_K \quad \Rightarrow \quad \hat{h} = -\frac{1}{2} \gamma^0 \gamma^5 \frac{\vec{\gamma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} = \frac{\hat{S}_K \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|}$$

**10.[10μ]**

Μπορούμε να παράξουμε  $W^-$  μποζόνια τόσο σε  $pp$  όσο και σε  $p\bar{p}$  σκεδάσεις μέσω της διεργασίας  $\bar{u}d \rightarrow W^-$ . Στη διεργασία αυτή μόνο αριστερόστροφα φερμιόνια και δεξιόστροφα αντι-φερμιόνια μπορούν να συμμετάσχουν.

(a) Σχεδιάστε την αναμενόμενη πόλωση του μποζονίου  $W^-$  ως προς τη διεύθυνση κίνησης του  $\bar{u}$  και  $d$  quarks. [3μ]

(b) Σχολιάστε ως προς τις διαφορές, αν υπάρχουν, της πόλωσης του  $W^-$  στο Tevatron ( $pp$  επιταχυντής ενέργειας κέντρου μάζας 2  $TeV$ ) και στον LHC ( $pp$  επιταχυντής με ενέργεια κέντρου μάζας 14  $TeV$ ) καθώς και στο  $SppS$  ( $p\bar{p}$  επιταχυντής με ενέργεια κέντρου μάζας 600  $GeV$ ). [7μ]



(b) Δε επιταχυντές  $p\bar{p}$ , υπάρχει η ίδια πιθανότητα να έχουμε συέδαση ενός quark από το ίσα πρωτόνιο και ενός anti-quark από συέδαση πρωτόνιο και analoge ενός anti-quark από το πρώτο πρωτόνιο και ενός quark από το άλλο πρωτόνιο.

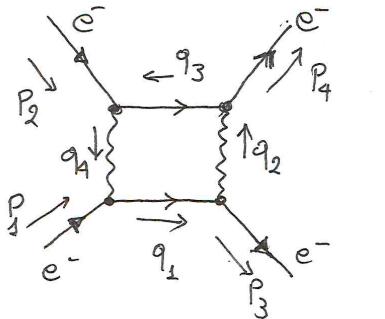
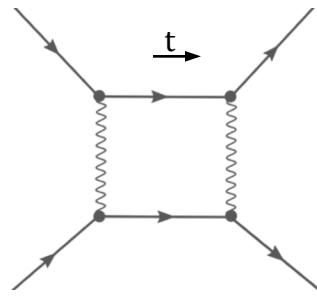
Επομένως στη διείδηση της  $SppS$  είναι κατατίκος των  $\pm 1/2$  τότε  $J_z = +1$  ή  $J_z = -1$  με 50% πιθανότητα. (Η  $J_z = 0$  δεν επιφύγεται)

Στους επιταχυντές  $p\bar{p}$  είναι πολύ πιθανότερο το anti-quark να προέρχεται από το αντι πρωτόνιο. Εφόσον  $J_z = 0$  δεν επιφύγεται τότε  $\overline{p} \quad p \quad z \quad \overline{z}$  το ποιο πιθανό είναι ότι  $J_z = +1$  ή  $J_z = -1$ .

Η πόλωση είναι πιο έντονη στην περίπτωση των  $SppS$  γιατί η ενέργεια είναι μικρότερη και επομένως πολύ πιο δύσκολα να βρεθεί είναι anti-quark από τη διάβαση των πρωτονίων και ενός quark από τη διάβαση των αντι πρωτονίων που θα μετέχει παντού  $J_z = -1$ .

11.[10μ]

Θεωρήστε το διπλανό box-diagramma σκέδασης  $e^-e^-$ . Χρησιμοποιώντας τους κανόνες Feynman για QED να γράψετε το πλάτος μετάβασης για το διάγραμμα αυτό και να πραγματοποιήσετε όλες τις ολοκληρώσεις των δ-συναρτήσεων. Θα πρέπει να αφήσετε την εξίσωση του πλάτους με μια μόνο 4-διάστατη ολοκλήρωση (χρησιμοποιήστε  $q$  για την υπολοίπου σα μεταβλητή). Κρατήστε στην έκφραση τα spinors, (δηλαδή δεν θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε το Casimir trick).



Εφωτερικές και εσωτερικές ορθιές των ασφενών που λαμβάνουν χώρα στη συζήση.

Τα ηλιακούς περιβάσεις Δα γράφει:

$$\int \int \int \int \frac{d^4 q_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 q_2}{(2\pi)^4} \frac{d^4 q_3}{(2\pi)^4} \frac{d^4 q_4}{(2\pi)^4} \bar{u}(4) \gamma^\mu \frac{i(q_3 + mc)}{q_3^2 - m^2 c^2} \gamma^\nu u(2) \frac{-ig^\mu_\nu}{q_2^2}$$

$$\bar{u}(3) \gamma^\lambda \frac{i(q_1 + mc)}{q_1^2 - m^2 c^2} \gamma^\mu u(1) \frac{-ig^\lambda_\mu}{q_4^2} (ig_e)^4$$

$$\underbrace{[(2\pi)^4]}_{q_1 \rightarrow p_1 + q_4} \delta^{(4)}(p_1 - q_1 + q_4) \underbrace{\delta^{(4)}(-p_3 + q_1 - q_2)}_{q_2 \rightarrow q_1 - p_3} \underbrace{\delta^{(4)}(-p_4 + q_2 - q_3)}_{q_3 \rightarrow q_2 - q_4} \underbrace{\delta^{(2)}(p_2 + q_3 - q_4)}_{\text{αναπατάσσεται στη συντελεστή } \frac{p_1 - p_2 - p_3 + q_4}{3!}} \\ \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4)$$

$$\text{Συμβολισμοί: } q \rightarrow q \not g^\mu \not g^\nu = \not g^\mu \not g_\mu \not g^\nu \not g_\nu = \not g^\nu \not g_\nu$$

$$\text{Οπότε γράφουμε: } M = \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} i g_e^4 \left[ \bar{u}(4) \not g^\mu \not g^\nu u(2) \right] \left[ \bar{u}(3) \not g_\mu \not g_\nu u(1) \right] \frac{-p_3 - p_4 + q + mc}{(p_1 - p_3 - p_4 + q)^2 - m^2 c^2}$$

$$\frac{p_1 + q + mc}{(p_1 + q)^2 - m^2 c^2} \frac{1}{(p_1 - p_3 + q)^2} \frac{1}{q^2}$$

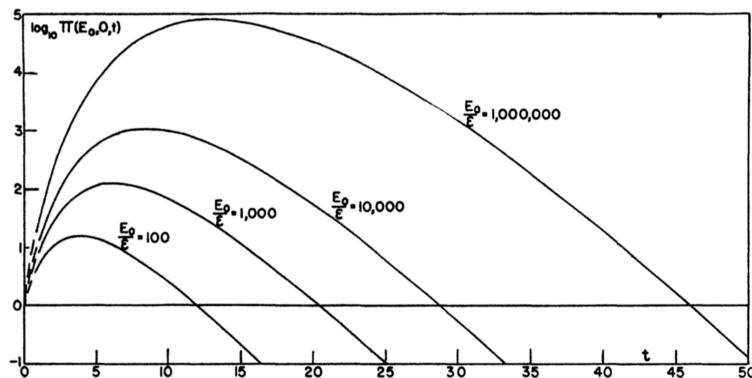


FIG. 19. "Total" number of electrons  $\Pi(E_0, 0, t)$  for electron initiated showers, calculated under approximation  $B$ , according to Eq. (2.104). Multiplication by  $\epsilon/V_0$  yields the specific ionization  $j(E_0, t)$  [see Eq. (2.110)].

