ΦΥΣ. 211
$2^{η}$ ΠΡΟΟΔΟΣ 5-Απρίλη-2014

Πριν ξεκινήσετε συμπληρώστε τα στοιχεία σας (ονοματεπώνυμο, αριθμό ταυτότητας) στο πάνω μέρος της σελίδας αυτής.

Για τις λύσεις των ασκήσεων θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε μόνο τις σελίδες που δίνονται και μην κόψετε καμιά από τις σελίδες.

Προσπαθήστε να δείξετε τη σκέψη σας και να γράψετε καθαρές εξισώσεις. Για πλήρη ή μερική βαθμολόγηση θα πρέπει να φαίνεται καθαρά αυτό που προσπαθείτε να δείξετε. Αν δεν μπορώ να διαβάσω τι γράφετε αυτόματα θα υποθέσω ότι είναι λάθος.

Σας δίνονται 4 ισοδύναμες ασκήσεις με σύνολο 100 μονάδων και πρέπει να απαντήσετε σε όλες.

Η σειρά των προβλημάτων δεν είναι αντιπροσωπευτική της δυσκολίας τους. Πριν ξεκινήσετε διαβάστε όλα τα προβλήματα και σκεφτείτε τι χρειάζεται να κάνετε.

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 150 λεπτά.

Καλή επιτυχία.

1. Σωματίδιο μάζας m, κινείται σε μονοδιάστατο δυναμικό $U(x) = U_0 \frac{x^2}{a^2} e^{-x/a}$.

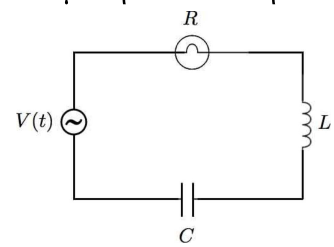
(α) Κατασκευάστε το γράφημα του δυναμικού $U(x)$. Θα πρέπει να αναφέρετε όλα τα τοπικά ελάχιστα και μέγιστα. Το γράφημά σας θα πρέπει να δείχνει την σωστή συμπεριφορά για $x \to \pm\infty$. [**5μ**]

(β) Κατασκευάστε το γράφημα αντιπροσωπευτικών τροχιών του σώματος στον φασικό χώρο. Βρείτε και χαρακτηρήστε πιθανά σταθερά σημεία. Βρείτε την ενέργεια των διαχωριστικών καμπυλών. [**7μ**]

(γ) Σχεδιάσετε όλες τις φασικές καμπύλες για ενέργεια ίση με $E = 2U_0/5$. Να κάνετε το ίδιο για E=U_0. (Θυμηθείτε ότι η τιμή του e = 2.71828…) [**5μ**]

(δ) Να βρεθεί μια εξίσωση που δίνει την περίοδο, T, της κίνησης όταν $|x| \ll a$. [**8μ**]

2. Σας δίνεται το κύκλωμα R-L-C του διπλανού σχήματος. Η μόνη αντίσταση του κυκλώματος προέρχεται από τον λαμπτήρα. Η επαγωγή του πηνίου είναι L=400μH, η χωρητικότητα του πυκνωτή, C = 1μF, και η αντίσταση του λαμπτήρα R=32Ω. Η τάση, $V(t)$, εναλλάσεται συνημιτονοειδώς, $V(t) = V_0 \cos(\omega t)$, όπου V_0=4V. Ενδιαφερόμαστε για την σταθερή κατάσταση λειτουργίας του κυκλώματος (μετά από μεγάλο χρονικό διάστημα). Θυμηθείτε ότι οι μονάδες μέτρησης των διαφόρων μεγεθών είναι: $1\Omega = 1V \cdot s/C$, $1F = 1C/V$ και $1H = 1V\,s^2/C$.



(α) Σχεδιάστε το μηχανικό ισοδύναμο του παραπάνω κυκλώματος. [**4μ**]

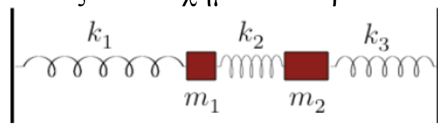
(β) Να βρεθεί το είδος της απόσβεσης του ταλαντωτή; [**2μ**]

(γ) Υποθέστε ότι ο λαμπτήρας ακτινοβολεί φως μόνο όταν η μέση ισχύς που καταναλώνει είναι μεγαλύτερη από ένα κατώφλι $P_{thr} = 2/9\,W$. Για συγκεκριμένη τιμή V_0=4V να βρεθεί το διάστημα συχνοτήτων, ω, για το οποίο ο λαμπτήρας ακτινοβολεί φως. <u>*Υπόδειξη:*</u> Η στιγμιαία ισχύς που καταναλώνεται από μια αντίσταση είναι $P_R(t) = I^2(t)R$. Η μέση ισχύς θα βρεθεί αν πάρετε την μέση τιμή της ισχύος για μια περίοδο. [**8μ**]

(δ) Συγκρίνετε τις σχέσεις που δίνουν την στιγμιαία ισχύ της πηγής, $P_V(t)$, και την ισχύ της αντίστασης $P_R(t) = I^2(t)R$. Αν $P_R(t) \neq P_V(t)$, εξηγήστε την διαφορά στην ισχύ (αιτία προέλευσης και αν είναι χάνεται ή παράγεται). Τι μπορείτε να πείτε σχετικά με τις μέσες τιμές των $P_V(t)$ και $P_R(t)$ για μια περίοδο T; Εξηγήστε πλήρως την απάντησή σας. [**7μ**]

(ε) Ποιο είναι το μέγιστο φορτίο, Q_{max}, στον πυκνωτή αν $\omega = 30000 s^{-1}$. [**4μ**]

3. Δυο μάζες και τρια ελατήρια είναι συνδεδεμένα όπως στο σχήμα. Μπορείτε να υποθέσετε ότι σε ισορροπία όλα τα ελατήρια έχουν φυσικό μήκος l_0. Οι μάζες και οι σταθερές των ελατηρίων είναι πολλαπλάσια μιας θεμελειώδους ποσότητας, π.χ. $m_1 = 2m$, $m_2 = m$, $k_1 = 4k$, $k_2 = k$ και $k_3 = 2k$.



(α) Να βρεθεί η Lagrangian του συστήματος. [**4μ**]

(β) Βρείτε τους πίνακες ***T*** και ***V***. [**4μ**]

(γ) Βρείτε τις ιδιοσυχνότητες. [**4μ**]

(δ) Βρείτε τον πίνακα που διαγωνοποιεί τους πίνακες ***T*** και ***V***. [**7μ**]

(ε) Γράψτε την πλέον γενική λύση που περιγράφει την κίνηση του συστήματος. Την χρονική στιγμή $t = 0$, η μάζα m_1 είναι μετατοπισμένη ως προς την θέση ισορροπίας της κατά b, δηλαδή $x_1(0) = b$. Οι άλλες αρχικές συνθήκες είναι: $x_2(t=0) = 0$ και $\dot{x}_1(t=0) = \dot{x}_2(t=0) = 0$. Να βρεθεί η αμέσως επόμενη χρονική στιγμή t^*, κατά την οποία η μετατόπιση x_2 γίνεται και πάλι μηδέν, δηλαδή $x_2(t^*) = 0$. [**6μ**]

4. Ένας κουβάς με νερό τίθεται σε περιστροφή γύρω από τον κατακόρυφο άξονα συμμετρίας του. Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής είναι Ω.

(α) Θεωρήστε ένα μικρό τμήμα όγκου του νερού μάζας *m*, το οποίο βρίσκεται στην επιφάνεια και σε απόσταση *r* από τον άξονα συμμετρίας. Ποια είναι η δρώσα δύναμη στην μάζα αυτή του νερού. [**4μ**]

(β) Μετά από κάποιο χρονικό διάστημα, το σχήμα της επιφάνειας του νερού μέσα στον κουβά δεν μεταβάλλεται. Ποια είναι η δρώσα δύναμη στην στοιχειώδη μάζα, *m*, του νερού στην περίπτωση αυτή; [**3μ**]

(γ) Ποια είναι η κλίση της πίεσης η οποία ασκείται στον όγκο αυτό του νερού; Μπορείτε να εκφράσετε την απάντησή σας σε διανυσματική μορφή.[**8μ**]

(δ) Όταν το σύστημα βρεθεί στην κατάσταση ισορροπίας, ποια είναι η συνάρτηση $z(r)$ που περιγράφει το σχήμα της επιφάνειας του νερού στον κουβά; (Θεωρήστε ότι z είναι η κατακόρυφη μετατόπιση ενώ r είναι η απόσταση από τον άξονα περιστροφής). [**10μ**]