

ΦΥΣ. 133
2^η ΠΡΟΟΔΟΣ 12-Νοεμβρίου-2004

1. Ένα σωματίδιο μάζας m κινείται κάτω από την επίδραση μιας ελκτικής δύναμης

$$F(r) = -\frac{k}{r^2} - \frac{k'}{r^4},$$

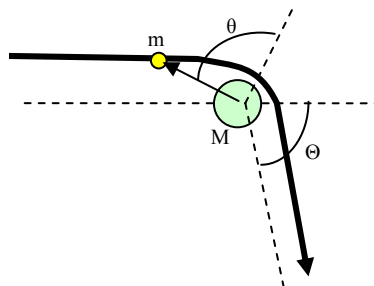
Όπου k και k' υποτίθεται ότι είναι θετικές ποσότητες.

(α) Σχεδιάστε το effective δυναμικό $V(r)$.

(β) Δείξτε ότι μια κυκλική τροχιά είναι δυνατή μόνο όταν $kr_0^2 > k'$, όπου r_0 είναι η ακτίνα μιας τέτοιας τροχιάς. **(30 β)**

2. Ο κομήτης του Halley, έχει εκκεντρότητα $e=0.967$ και η απόσταση του περιήλιου του 89×10^6 Km. Η μέση περίοδος είναι 76 χρόνια. Υπολογίστε την απόσταση του αψήλιου, και τις ταχύτητες στο περιήλιο και αψήλιο. **(15 β)**

3. Ένα διαστημόπλοιο πετά κοντά σε ένα πλανήτη και χρησιμοποιεί την βαρυτική δύναμη για να αλλάξει την ταχύτητά του και διεύθυνσή του (πέρασμα δίπλα). Η μάζα του διαστημόπλοιου είναι m . Η μάζα του πλανήτη είναι M . Υποθέστε ότι ο πλανήτης κινείται με σταθερή ταχύτητα (π.χ. αγνοήστε το γεγονός ότι ο πλανήτης περιστρέφεται γύρω από τον ήλιο). Η τροχία του διαστημόπλοιου ως προς τον πλανήτη είναι τμήμα



κωνικής τομής
$$\frac{1}{r} = \frac{\mu k}{l^2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2El^2}{\mu k^2}} \cos \theta \right),$$

όπου r είναι η απόσταση μεταξύ του διαστημόπλοιου και του πλανήτη, μ είναι η ανηγμένη μάζα, $k=GMm$, l είναι το μέγεθος της στροφορμής, E είναι η ολική ενέργεια στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας, θ είναι η γωνία από το σημείο της πιο κοντινής απόστασης (περιήλιο)

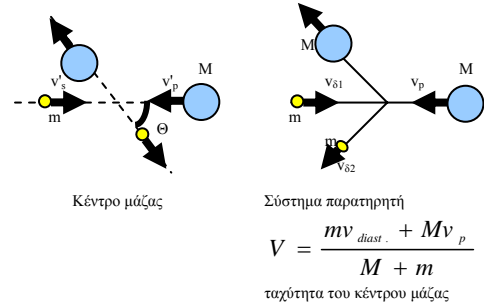
(α) Το «πέρασμα δίπλα» μπορεί να ληφθεί σαν ένα γεγονός σκέδασης. Εκφράστε την γωνίας σκέδασης Θ συναρτήσει της εκκεντρότητας της τροχιάς.

(β) Δείξτε ότι το προηγούμενο αποτέλεσμα ικανοποιεί την σχέση $\sin(\Theta/2)=1/e$ που είναι ίδιο με το αποτέλεσμα που βρήκαμε για την σέδαση Rutherford με απωθητικό ηλεκτροστατικό δυναμικό.

(γ) Υποθέστε ότι στο σύστημα αναφοράς ενός παρατηρητή, ο πλανήτης κινείται προς το διαστημόπλοιο με σταθερή ταχύτητα πριν το «πέρασμα-δίπλα». Το κέντρο μάζας κινείται προς το διαστημόπλοιο (προς τα αριστερά στο παρακάτω σχήμα) με ταχύτητα V . Οι ταχύτητες του διαστημόπλοιου στο σύστημα αναφοράς του παρατηρητή πριν και μετά το «πέρασμα-δίπλα» είναι $v_{\delta 1}$ και $v_{\delta 2}$ αντίστοιχα. Εκφράστε τα μέτρα τους συναρτήσει των Θ , V , και v'_δ , όπου v'_δ είναι το μέτρο της ταχύτητας του διαστημόπλοιου στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας.

(δ) Δείξτε ότι στο σύστημα αναφοράς του παρατηρητή, η κινητική ενέργεια του διαστημόπλοιου αυξάνει μετά το «πέρασμα-δίπλα» κατά $\Delta E = mv'_\delta V(1 - \cos\Theta)$.

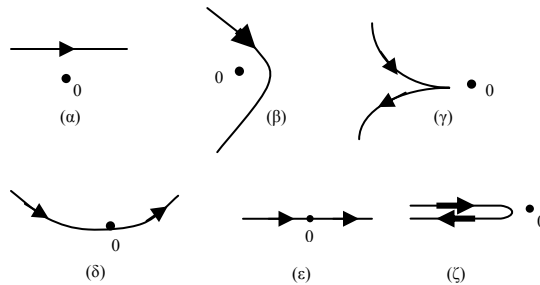
(ε) Το προηγούμενο αποτέλεσμα σημαίνει ότι το διαστημόπλοιο κερδίζει κινητική ενέργεια αν το κέντρο μάζας του συστήματος πλανήτη-διαστημόπλοιο κινείται προς το μέρος του. Από που προέρχεται αυτή η ενέργεια? (40 β)



4. Υπολογίστε την διαφορική ενεργό διατομή $\sigma(\theta)$ και την ολική ενεργό διατομή σ_{tot} για την ελαστική σκέδαση ενός σωματιδίου από μια αδιαπέραστη σφαίρα ακτίνας R . Το δυναμικό δίνεται από

$$U = \begin{cases} 0 & \text{για } r > R \\ \infty & \text{για } r < R \end{cases} \quad (30 \beta)$$

5. Σωματίδιο μάζας m βρίσκεται στην κορυφή λείας σφαίρας μάζας M . Η σφαίρα είναι ελεύθερη να γλυστρήσει πάνω σε λείο δάπεδο. Το σωματίδιο δέχεται μία απειροστή ώθηση. Υποθέστε ότι η γωνία που σχηματίζει η ακτίνα στο σωματίδιο με την κατακόρυφο είναι θ . Βρείτε την εξίσωση κίνησης για θ . Βρείτε ακόμα τη δύναμη του δεσμού συναρτήσει του θ και $d\theta/dt$ (40 β).
6. Κάτω από την υπόθεση ότι η στροφορμή ενός σωματιδίου διατηρείται δείξτε ότι η κίνησή του λαμβάνει χώρα σε ένα επίπεδο το οποίο ορίζεται από το διάνυσμα της αρχικής θέσης, \mathbf{r}_0 , και το διάνυσμα της αρχικής ορμής \mathbf{p}_0 . Ποιές από τις ακόλουθες τροχιές είναι δυνατές σ'αυτή την περίπτωση? (0 δείχνει την αρχή του συστήματος συντεταγμένων). (15 β)



7. Ένας σημειακός κομήτης μάζας m κινείται στο βαρυτικό πεδίο ενός ήλιου μάζας M και ακτίνας R . Ποιά είναι η ολική ενεργός διατομή για τον κομήτη να πέσει στον ήλιο; (30β)