

ΦΥΣ. 133

ΕΡΓΑΣΙΑ # 7

Επιστροφή 7-4-2006

1. Ένα ελατήριο αμελητέας μάζας και σταθεράς k_1 , κρέμεται από ένα σταθερό σημείο, ενώ μια μάζα m κρέμεται από το ελεύθερο άκρο του. Ένα δεύτερο ελατήριο σταθεράς k_2 κρέμεται από τη μάζα m_1 και μια δεύτερη μάζα m_2 κρέμεται από το ελεύθερο άκρο του δεύτερου αυτού ελατηρίου. Υποθέτοντας ότι οι μάζες μπορούν να κινούνται μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση και χρησιμοποιώντας συντεταγμένες y_1 και y_2 μετρούμενες από τις θέσεις ισορροπίας των μαζών, δείξτε ότι οι εξισώσεις κίνησης μπορούν να γραφούν σε μορφή εξίσωσης πινάκων: $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} = -\mathbf{K}\mathbf{y}$ όπου \mathbf{y} είναι η 2×1 στήλη που αποτελείται από τα y_1 και y_2 . Βρείτε τους πίνακες \mathbf{M} και \mathbf{K} .

 2. Ένα απλό εκκρεμές μάζας M και μήκους L κρέμεται από ένα καρότσι μάζας m το οποίο μπορεί να ταλαντώνεται στην οριζόντια διεύθυνση εξαρτώμενο από το ένα άκρο ενός ελατηρίου σταθεράς k , το άλλο άκρο του οποίου είναι εξαρτημένο από ακλόνητο σημείο (δείτε το σχήμα). (α) Υποθέτοντας ότι η γωνία ϕ παραμένει μικρή, γράψτε τη Lagrangian του συστήματος και τις εξισώσεις κίνησης για x και ϕ . (β) Υποθέτοντας ότι $m = M = L = g = 1$ και $k = 2$ (όλα με τις κατάλληλες μονάδες) να βρεθούν οι φυσικές συχνότητες ταλάντωσης και για κάθε φυσική συχνότητα να βρεθεί και να περιγραφεί η κίνηση του αντίστοιχου φυσικού τρόπου ταλάντωσης (normal mode).
-
-
3. Θεωρήστε το πρόβλημα των δύο συζευγμένων ταλαντωτών αποτελούμενων από 2 μάζες και 3 ελατήρια που είδαμε στη διάλεξη 25 (σελ. 9) και υποθέστε ότι τα τρία ελατήρια έχουν διαφορετικές σταθερές. Να βρεθούν οι δύο χαρακτηριστικές συχνότητες και να συγκριθούν τα μεγέθη τους με τις φυσικές συχνότητες των δύο ταλαντωτών σε απουσία σύζευξης.

 4. Θεωρήστε και πάλι το πρόβλημα των συζευγμένων ταλαντωτών της προηγούμενης άσκησης. Δείξτε ότι η ολική ενέργεια του συστήματος είναι σταθερή. (Αθροίστε τις κινητικές ενέργειες των δύο ταλαντωτών και τις δυναμικές ενέργειες των ελατηρίων). Προσέξτε ότι οι όροι της κινητικής και η δυναμικής ενέργεια που περιέχουν σα συντελεστή την σταθερά του ελατηρίου σύζευξης εξαρτώνται από το πλάτος ταλάντωσης A_1 και τη συχνότητα ω_1 και όχι από το πλάτος ταλάντωσης A_2 και τη συχνότητα ω_2 . Γιατί θα περιμέναμε ένα τέτοιο αποτέλεσμα;

 5. Θεωρήστε και πάλι το πρόβλημα των ασκήσεων 3 και 4. Αυτή τη φορά τα ελατήρια έχουν την ίδια σταθερά k , αλλά οι μάζες των σωμάτων είναι διαφορετικές $m_1 \neq m_2$. Να βρεθούν οι κανονικές συντεταγμένες η_1 και η_2 .