

Σάββατο 02/11/2019

Διάρκεια: 11:00 – 14:00

Σας δίνονται 10 ισοδύναμες ασκήσεις και θα πρέπει να απαντήσετε σε όλες. Σύνολο μονάδων 100.

Καλή Επιτυχία**1. [10μ]**

Έστω μια αλληλεπίδραση δύο σωματιδίων A και B με τετραδιανύσματα ορμών p_A και p_B τα οποία σκεδάζονται μεταξύ τους και δίνουν σαν προϊόντα τα σωματίδια C και D με τετραδιανύσματα ορμών p_C και p_D αντίστοιχα. Ορίζουμε ως μεταβλητές Mandelstam τις ποσότητες $s = (p_A + p_B)^2$, $t = (p_A - p_C)^2$ και $u = (p_A - p_D)^2$, αντίστοιχα. Αποδείξτε ότι $s + t + u = m_A^2 + m_B^2 + m_C^2 + m_D^2$ όπου m_A , m_B , m_C και m_D οι μάζες ηρεμίας των σωματιδίων A, B, C και D αντίστοιχα.

2. [10μ]

Θεωρήστε τις ακόλουθες αλληλεπιδράσεις υψηλών ενεργειών ή διασπάσεις σωματιδίων:

- (i) $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$
- (ii) $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma + \gamma$
- (iii) $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$
- (iv) $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$
- (v) $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \bar{\nu}_\mu$
- (vi) $p + \bar{p} \rightarrow \Lambda^0 + \Lambda^0$
- (vii) $p + \bar{p} \rightarrow \gamma$
- (viii) $n \rightarrow p + \pi^-$
- (ix) $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^+ + \pi^- + \pi^+ + \pi^0$
- (x) $p \rightarrow e^+ + \nu_e$

Για κάθε περίπτωση σημειώστε αν η διεργασία είναι (α) επιτρεπτή ή μή, (β) τον λόγο για τον οποίο απαγορεύεται και (γ) τον τύπο της αλληλεπίδρασης (ασθενής, ηλεκτρομαγνητική ή ισχυρή) αν επιτρέπεται. Το $\Lambda^0(uds)$ βαρυόνιο έχει μάζα $m_{\Lambda^0} = 1115.7 \text{ MeV}/c^2$.

3. [10μ]

Θεωρήστε δέσμη πρωτονίων υψηλής ενέργειας η οποία προσπίπτει σε στόχο. Μετά τον στόχο υπάρχει μία διάταξη αποτελούμενη από σχισμές και μαγνήτες η οποία χρησιμοποιείται ώστε να δημιουργήσει μία δέσμη μικρής διαμέτρου που αποτελείται από θετικά φορτισμένα

σωματίδια, ορμής $10\text{GeV}/c$. Η δέσμη περιέχει διάφορα ποσοστά από δευτερογενή σωματίδια, όπως e , μ , π , K και p τα οποία παράχθηκαν μετά την αλληλεπίδραση της αρχικής δέσμης πρωτονίων με το στόχο. Είναι επιθυμητό να ανιχνευτούν τα K^+ τα οποία περιέχονται στη δευτερογενή δέσμη. Πόσοι Cherenkov ανιχνευτές κατωφλίου θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν; Ποιό είναι το κατώφλι της β που θα πρέπει να έχει κάθε ανιχνευτής Cherenkov; Δίνονται οι μάζες των σωματιδίων $m_{e^+} = 0.511\text{MeV}/c^2$, $m_{\mu^+} = 105.6\text{MeV}/c^2$, $m_{\pi^+} = 139.6\text{MeV}/c^2$, $m_{K^+} = 493.7\text{MeV}/c^2$ και $m_p = 938.3\text{MeV}/c^2$.

4. [10μ]

Θεωρήστε ότι πραγματοποιείτε ένα πείραμα στο οποίο θέλετε να διερευνήσετε την ύπαρξη ή όχι της αλληλεπίδρασης $p + p \rightarrow H + K^+ + K^+$, όπου το H είναι άγνωστο σωματίδιο.

(α) Ποιές οι τιμές του ηλεκτρικού φορτίου, παραδοξότητας, και βαρυονικού αριθμού του σωματιδίου H ; Πόσα quarks μπορεί να περιέχει το H σωματίδιο; [5μ]

(β) Ένας θεωρητικός υπολογισμός της μάζας του H σωματιδίου προβλέπει ότι η μάζα του είναι $m_H = 2150\text{MeV}$. Ποιά είναι η ελάχιστη τιμή της ορμής της δέσμης των προσπίπτοντων πρωτονίων ώστε να παραχθεί το σωματίδιο αυτό; Υποθέστε ότι τα πρωτόνια του στόχου είναι σε ηρεμία. [5μ]

Δίνεται ότι το K^+ είναι δέσμια κατάσταση ($u\bar{s}$) με μάζα $m_{K^+} = 493.7\text{MeV}/c^2$ και το p είναι δέσμια κατάσταση (uud) με μάζα $m_p = 938.3\text{MeV}/c^2$.

5. [10μ]

Το ηλεκτρικά ουδέτερο βαρυόνιο Σ^0 μάζας $m_{\Sigma^0} = 1915.0\text{MeV}/c^2$, έχει isospin $I = 1$, $I_3 = 0$.

Θεωρήστε ότι τα Γ_{K^-p} , $\Gamma_{\bar{K}^0n}$, Γ_{π^-p} , και $\Gamma_{\pi^-\pi^+}$ αναφέρονται στο επιμέρος εύρος διάσπασης του σωματιδίου $\Sigma^0 \rightarrow K^-p$, $\Sigma^0 \rightarrow \bar{K}^0n$, $\Sigma^0 \rightarrow \pi^-p$ και $\Sigma^0 \rightarrow \pi^-\pi^+$ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε τους λόγους:

$$\frac{\Gamma_{\bar{K}^0n}}{\Gamma_{K^-p}}, \quad \frac{\Gamma_{\pi^-p}}{\Gamma_{K^-p}} \quad \text{και} \quad \frac{\Gamma_{\pi^-\pi^+}}{\Gamma_{K^-p}}$$

Οι μάζες των K^- και π^- είναι τέτοιες ώστε οι διασπάσεις επιτρέπονται κινηματικά.

6. [10μ]

Το βαρυόνιο Σ^{*+} είναι ένα ασταθές σωματίδιο μάζας $m_{\Sigma^{*+}} = 1385.0\text{MeV}/c^2$ και ολικού εύρους $\Gamma = 35\text{MeV}$, και ποσοστό διάσπασης σε $\Sigma^{*+} \rightarrow \pi^+\Lambda$ ίσο με 88%. Παράγεται στη διάσπαση $K^- + p \rightarrow \pi^- + \Sigma^{*+}$ ενώ η διάσπαση $K^+ + p \rightarrow \pi^+ + \Sigma^{*+}$ δεν παρατηρείται.

(α) Ποιά η τιμή της παραδοξότητας του σωματιδίου Σ^{*+} ; Εξηγήστε την απάντησή σας βασιζόμενοι στις διεργασίες που σας δίνονται στο πρόβλημα. [5μ]

(β) Η διάσπαση του Σ^{*+} προχωρά μέσω ισχυρών ή ασθενών αλληλεπιδράσεων; [3μ]

(γ) Ποια η τιμή του isospin του Σ^{*+} ; Εξηγήστε με βάση τις πληροφορίες που δίνονται και καταλήξατε στα προηγούμενα ερωτήματα. [2μ]

7. [10μ]

Υποθέστε ότι το π^- έχει spin 0 και αρνητική τιμή parity. Το π^- συλλαμβάνεται από πυρήνα δευτερίου, d , ενώ βρίσκεται σε P τροχιά μέσω της διεργασίας: $d + \pi^- \rightarrow n + n$. Να δείξετε ότι τα δύο νετρόνια στην τελική κατάσταση βρίσκονται σε μονήρη κατάσταση. Δίνεται ότι

$$\text{για το } n \quad J^P = \frac{1}{2}^+ \text{ και για το δευτέριο } J^P = 1^+.$$

8. [10μ]

Μία δέσμη π^+ -μεσονίων κινητικής ενέργειας T παράγει ένα ποσοστό μ^+ τα οποία κινούνται αντίθετα από την κίνηση των π^+ . Τα μ^+ παράγονται στη διάσπαση $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$ όπου $m_{\pi^+} = 139.57 \text{ MeV}/c^2$, $m_{\mu^+} = 105.66 \text{ MeV}/c^2$ και $m_\nu = 0.0 \text{ MeV}/c^2$. Για ποιο εύρος τιμών ενέργειας T είναι πιθανή αυτή η διεργασία;

9. [10μ]

Το μεσόνιο ρ^0 έχει μάζα $m_{\rho^0} = 769 \text{ MeV}/c^2$ και εύρος $\Gamma = 154 \text{ MeV}/c^2$. Μπορεί να παραχθεί με βομβαρδισμό στόχου υγρού υδρογόνου με δέσμη π^- μέσω της αλληλεπίδρασης $\pi^- + p \rightarrow \rho^0 + n$.

(α) Ποιός είναι ο χρόνος ζωής και η μέση απόσταση διάσπασης ρ^0 -μεσονίων ενέργειας 5 GeV ;

(β) Ποιά είναι η ενέργεια κατωφλίου της δέσμης των π^- ώστε να παραχθούν ρ^0 -μεσόνια; [2μ]

(γ) Αν η ενεργός διατομή παραγωγής ρ^0 -μεσονίων είναι $1 \text{ mb} \equiv 10^{-27} \text{ cm}^2$ και ο στόχος του υγρού υδρογόνου έχει μήκος 30 cm , πόσα ρ^0 -μεσόνια παράγονται κατά μέσο όρο για κάθε προσπίπτον π^- ; Η πυκνότητα του υγρού υδρογόνου είναι $0.07 \text{ gr}/\text{cm}^3$. [3μ]

(δ) Τα ρ^0 -μεσόνια διασπώνται σχεδόν αμέσως σε ζεύγος $\pi^+\pi^-$. Δεδομένου ότι στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου το ρ^0 παράγεται στην διεύθυνση κοντά στη διεύθυνση της προσπίπτουσας δέσμης των π^- , και με ενέργεια 5 GeV , ποιά είναι η ελάχιστη γωνία μεταξύ των παραγόμενων $\pi^+\pi^-$ στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου; [3μ]

10. [10μ]

- (i) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα Feynman για τη διάσπαση: $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$
- (ii) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα Feynman που περιγράφουν τη σκέδαση $e^- + \nu_e \rightarrow e^- + \nu_e$ μέσω ουδέτερων και φορτισμένων ρευμάτων.
- (iii) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα Feynman για τη διάσπαση: $D^{*+}(c\bar{d}) \rightarrow D^0(c\bar{u})\pi^+(u\bar{d})$
- (iv) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα Feynman για τη διάσπαση: $D^+(c\bar{d}) \rightarrow \bar{K}^0(s\bar{d})\pi^+(u\bar{d})$
- (v) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα Feynman για τη σκέδαση: $e^- + e^+ \rightarrow \nu_\tau + \bar{\nu}_\tau$
- (vi) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα Feynman για τη σκέδαση: $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$
- (vii) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα Feynman για τη διάσπαση: $B^0(d\bar{b}) \rightarrow K^+(u\bar{s})\pi^-(\bar{u}d)$
- (viii) Σε αντιστοιχία με τα διαγράμματα Feynman που περιγράφουν την ταλάντωση των ουδέτερων καονίων ($K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$) να σχεδιάσετε τα διαγράμματα Feynman που περιγράφουν τις ταλαντώσεις των ουδέτερων $B_s^0(\bar{b}s)$ μεσονίων ($B_s^0 \leftrightarrow \bar{B}_s^0$).
- (ix) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα Feynman για τη παραγωγή ενός μποζονίου Higgs μέσω σύντηξης γκλουονίων και διάσπασής του σε ζεύγος φωτονίων: $g + g \rightarrow H^0 \rightarrow \gamma + \gamma$.
- (x) Η διεργασία παραγωγής ζεύγους top-quarks ($t\bar{t}$) σε αδρονικούς επιταχυντές (pp ή $p\bar{p}$) πραγματοποιείται μέσω ισχυρών αλληλεπιδράσεων. Ποιά τα δύο διαγράμματα χαμηλότερης τάξης που περιγράφουν τη διεργασία της παραγωγής αυτής; Σε αντίθεση η διεργασία της παραγωγής ενός μόνο top quark πραγματοποιείται μέσω ασθενών αλληλεπιδράσεων. Ποιά είναι τα δύο διαγράμματα χαμηλότερης τάξης που περιγράφουν τη παραγωγή ενός top quark;

43. CLEBSCH-GORDAN COEFFICIENTS, SPHERICAL HARMONICS, AND d FUNCTIONS

Note: A square-root sign is to be understood over *every* coefficient, e.g., for $-8/15$ read $-\sqrt{8/15}$.

Notation:

J	J	...
M	M	...
m_1	m_2	
m_1	m_2	
\vdots	\vdots	
\vdots	\vdots	

Coefficients

$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$
 $Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\phi}$
 $Y_2^0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right)$
 $Y_2^1 = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi}$
 $Y_2^2 = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin^2 \theta e^{2i\phi}$

$Y_\ell^{-m} = (-1)^m Y_\ell^{m*}$
 $d_{m,0}^\ell = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} Y_\ell^m e^{-im\phi}$

$d_{m',m}^j = (-1)^{m-m'} d_{m,-m'}^j$
 $d_{m',m}^j = (-1)^{m-m'} d_{-m,-m'}^j$

$d_{3/2,3/2}^{3/2} = \frac{1+\cos\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$
 $d_{3/2,1/2}^{3/2} = -\sqrt{3} \frac{1+\cos\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2}$
 $d_{3/2,-1/2}^{3/2} = \sqrt{3} \frac{1-\cos\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$
 $d_{3/2,-3/2}^{3/2} = -\frac{1-\cos\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2}$
 $d_{1/2,1/2}^{3/2} = \frac{3\cos\theta-1}{2} \cos \frac{\theta}{2}$
 $d_{1/2,-1/2}^{3/2} = -\frac{3\cos\theta+1}{2} \sin \frac{\theta}{2}$

$d_{2,2}^2 = \left(\frac{1+\cos\theta}{2} \right)^2$
 $d_{2,1}^2 = -\frac{1+\cos\theta}{2} \sin \theta$
 $d_{2,0}^2 = \frac{\sqrt{6}}{4} \sin^2 \theta$
 $d_{2,-1}^2 = -\frac{1-\cos\theta}{2} \sin \theta$
 $d_{2,-2}^2 = \left(\frac{1-\cos\theta}{2} \right)^2$

$d_{1,1}^2 = \frac{1+\cos\theta}{2} (2\cos\theta-1)$
 $d_{1,0}^2 = -\sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta \cos \theta$
 $d_{1,-1}^2 = \frac{1-\cos\theta}{2} (2\cos\theta+1)$
 $d_{0,0}^2 = \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right)$

$d_{1,0}^1 = \cos \theta$
 $d_{1/2,1/2}^{1/2} = \cos \frac{\theta}{2}$
 $d_{1/2,-1/2}^{1/2} = -\sin \frac{\theta}{2}$
 $d_{1,1}^1 = \frac{1+\cos\theta}{2}$
 $d_{1,0}^1 = -\frac{\sin\theta}{\sqrt{2}}$
 $d_{1,-1}^1 = \frac{1-\cos\theta}{2}$

$\langle j_1 j_2 m_1 m_2 | j_1 j_2 J M \rangle$
 $= (-1)^{J-j_1-j_2} \langle j_2 j_1 m_2 m_1 | j_2 j_1 J M \rangle$

Figure 43.1: The sign convention is that of Wigner (*Group Theory*, Academic Press, New York, 1959), also used by Condon and Shortley (*The Theory of Atomic Spectra*, Cambridge Univ. Press, New York, 1953), Rose (*Elementary Theory of Angular Momentum*, Wiley, New York, 1957), and Cohen (*Tables of the Clebsch-Gordan Coefficients*, North American Rockwell Science Center, Thousand Oaks, Calif., 1974).