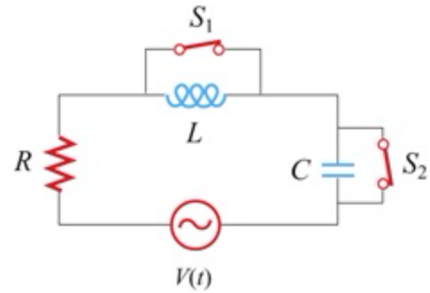
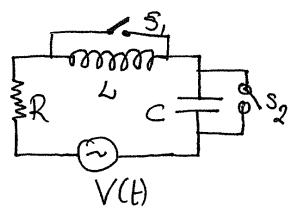
ΦΥΣ. 112

8ο (και τελευταίο) ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ **Επιστροφή 01.12.2023**

1. Θεωρήστε το κύκλωμα του διπλανού σχήματος. Η πηγή του εναλλασσόμενου ρεύματος προσφέρει στο κύκλωμα τάση $V = V_0 \sin(\omega t)$. Αν οι διακόπτες S_1 και S_2 είναι αρχικά κλειστοί, βρείτε τις ακόλουθες ποσότητες αγνοώντας φαινόμενα μετάβασης και υποθέστε ότι R, L, V_0 και ω είναι γνωστά. (α) Το ρεύμα $I(t)$ συναρτήσει του χρόνου. (β) Τη μέση ισχύ που μεταφέρεται στο κύκλωμα. (γ) Το ρεύμα συναρτήσει του χρόνου μετά από μεγάλο διάστημα αφότου ο διακόπτης S_1 έχει ανοίξει. (δ) Την χωρητικότητα C του πυκνωτή όταν έχει περάσει μεγάλο χρονικό διάστημα αφότου οι δύο διακόπτες έχουν ανοίξει και η τάση είναι σε φάση με το ρεύμα. (ε) Την εμπέδιση του κυκλώματος όταν οι δύο διακόπτες S_1 και S_2 είναι ανοικτοί. (στ) Τη μέγιστη ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στον πυκνωτή και στο πηνίο κατά την διάρκεια των ταλαντώσεων. (ζ) Την διαφορά φάσης μεταξύ ρεύματος και τάσης αν η συχνότητα της τάσης $V(t)$ διπλασιαστεί. (η) Τη συχνότητα στην οποία η επαγωγική αντίσταση X_L είναι ίση με το μισό της χωρητικής αντίστασης X_C.





(α) Όταν και οι δύο διακόπτες είναι κλειστοί τότε το ρεύμα διαρρέει την αντίσταση R και παρακάμπτει του πυκνωτή και το πηνίο οπότε η ολική εμπέδηση του κυκλώματος είναι ωμική: $Z = R$ οπότε: $I_R(t) = \frac{V_0}{R}\sin(\omega t)$

(β) Η μέση ισχύς που καταναλώνεται είναι:

$$\langle P(t)\rangle = \langle I_R(t)V(t)\rangle = \frac{V_0^2}{R}\langle \sin^2(\omega t)\rangle = \frac{V_0^2}{2R}$$

(γ) Αν ανοίξει ο διακόπτης S_1, τότε μετά από μεγάλο χρονικό διάστημα, το ρεύμα που διαρρέει του κύκλωμα είναι; αυτό που περνά από την αντίσταση R, το πηνίο L και το βραχυκύκλωμα του S_2. Οπότε η ολική εμπέδηση στην περίπτωση αυτή θα είναι: $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$.

Η διαφορά φάσης θα είναι: $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right)$ ακολουθεί την τάση

Το ρεύμα θα είναι: $I(t) = I_0\sin(\omega t - \phi) = \frac{V_0}{Z}\sin(\omega t - \phi) = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}\sin\left(\omega t - \tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right)\right)$

Αν η αντίσταση R είναι μηδενική, τότε $\phi = \pi/2$ οπότε έχουμε καθαρά επαγωγική αντίσταση.

(δ) Όταν και οι δύο διακόπτες είναι ανοικτοί, τότε έχουμε την περίπτωση ενός RLC κυκλώματος. Η διαφορά φάσης ϕ μεταξύ ρεύματος και τάσης είναι:

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L - \frac{1}{C\omega}}{R}\right)$$

Αν η τάση και το ρεύμα είναι σε φάση, $\phi = 0$, τότε $\tan\phi = 0 \Rightarrow \omega L - \frac{1}{C\omega} = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \omega_0 L = \frac{1}{C\omega_0} \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega_0^2}$$

(ε) Όταν και οι δύο διακόπτες είναι ανοικτοί, το σύστημα βρίσκεται σε συντονισμό όταν $X_L = X_C$ οπότε η ολική εμπέδηση είναι ωμική: $Z = R = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$

(στ) Η ηλεκτρική ενέργεια που αποθηκεύεται στον πυκνωτή είναι:

$$U_E = \frac{1}{2} C V_c^2 = \frac{1}{2} C (I X_c)^2.$$

Γίνεται μέγιστη, όταν το ρεύμα παίρνει την μέγιστη τιμή I_0, οπότε:

$$U_E^{max} = \frac{1}{2} C I_0^2 X_c^2 = \frac{1}{2} \cancel{C} \left(\frac{V_0}{R}\right)^2 \frac{1}{\omega_0^2 C^{\cancel{2}}} \Rightarrow U_E^{max} = \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{R^2} \frac{L\cancel{\omega_0^2}}{\cancel{\omega_0^2}} \Rightarrow U_E^{max} = \frac{1}{2} \frac{V_0^2 L}{R^2}$$

(ζ) Η μέγιστη ενέργεια που αποθηκεύεται στο πηνίο είναι:

$$U_L^{max} = \frac{1}{2} L I_0^2 = \frac{1}{2} L \frac{V_0^2}{R^2}$$

(η) Αν η συχνότητα της πηγής τάσης διπλασιαστεί, $\omega = 2\omega_0 = 2/\sqrt{LC}$ τότε η φάση

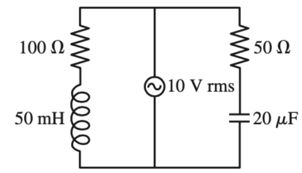
$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L - 1/C\omega}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{2}{\sqrt{LC}} L - \frac{\sqrt{LC}}{2C}}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{4LC - LC}{2RC\sqrt{LC}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3LC}{2RC\sqrt{LC}}\right)$$

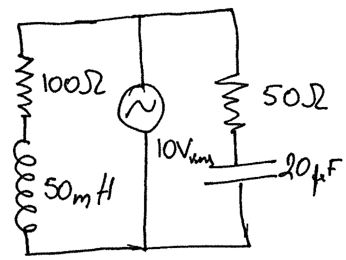
$$\Rightarrow \phi = \tan^{-1}\left[\frac{3}{2R}\sqrt{\frac{L}{C}}\right]$$

(θ) Αν η επαγωγική αντίσταση γίνει ίση με το μισό της χωρητικής: $X_L = \frac{1}{2} X_C \Rightarrow$

$$\Rightarrow \omega L = \frac{1}{2}\frac{1}{C\omega} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{2LC} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{2LC}} \Rightarrow \omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$$

2. Βρείτε το ρεύμα που προσφέρει η πηγή εναλλασσόμενου ρεύματος στο κύκλωμα του διπλανού σχήματος όταν (α) η συχνότητα είναι πολύ μικρή και (β) όταν η συχνότητα είναι πολύ μεγάλη.





Όταν η συχνότητα είναι μικρή $X_C = \frac{1}{\omega C}$ γίνεται πολύ μεγάλη και η επαγωγική αντίσταση $X_L = L\omega$ γίνεται πολύ μικρή. Επομένως ο κλάδος με τον πυκνωτή έχει πολύ μεγάλη εμπέδηση και σαν αποτέλεσμα το περισσότερο ρεύμα περνά από τον κλάδο με το πηνίο.

Όταν η συχνότητα γίνεται μεγάλη, ο πυκνωτής συμπεριφέρεται ως βραχυκύκλωμα και το πηνίο ως διακόπτης και επομένως το περισσότερο ρεύμα θα περνά από τον κλάδο του πυκνωτή.

(α) Για ω μικρή τότε ο κλάδος του πηνίου και της αντίστασης είναι:

$$Z = \sqrt{R_{100}^2 + (L\omega)^2} \simeq R_{100}$$

Το ρεύμα θα είναι: $I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{10V}{100} \Rightarrow I_{rms} = 0.1A$

(β) Όταν ω γίνεται πολύ μεγάλη: $Z = \sqrt{R_{50}^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2} \simeq R_{50}$ οπότε το ρεύμα θα είναι $I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{10V}{50\Omega} \Rightarrow I_{rms} = 0.2A$

3. Για έναν τηλεοπτικό σταθμό έχει δοθεί το εύρος συχνοτήτων 54 – 60 MHz για την λειτουργία του. Ένα κύκλωμα *RLC* σε σειρά που είναι τοποθετημένο σε μια τηλεόραση συντονίζεται με το σήμα του τηλεοπτικού σταθμού στο μέσο του εύρους των παραπάνω συχνοτήτων. Το κύκλωμα της τηλεόρασης χρησιμοποιεί ένα πυκνωτή χωρητικότητας 16*pF*. (a) Ποια είναι η τιμή της αυτεπαγωγής *L*. (β) Για τη σωστή λειτουργία του κυκλώματος, το ρεύμα το οποίο διαρρέει το κύκλωμα στο εύρος των συχνοτήτων εκπομπής του τηλεοπτικού σήματος, θα πρέπει να είναι 50% του ρεύματος που αντιστοιχεί στη συχνότητα συντονισμού. Ποια είναι η ελάχιστη δυνατή τιμή της αντίστασης *R* του κυκλώματος;

(a) Η συχνότητα συντονισμού είναι $f_0 = 57MHz = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C} \Rightarrow L = \frac{1}{4\pi^2 (57\times10^6 Hz)^2 (16\times10^{-12}F)} \Rightarrow L = 0.487\mu H \Rightarrow \underline{L = 0.49\mu H}$$

(b) Σύμφωνα με την άσκηση, έχουμε ότι $I = \frac{1}{2} I_{συν} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}} = \frac{1}{2}\frac{\mathcal{E}_0}{R} \Rightarrow R^2+(X_L-X_C)^2 = 4R^2 \Rightarrow \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 = 3R^2$$

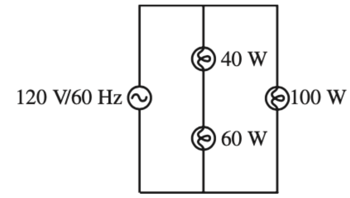
$$\Rightarrow \omega L - \frac{1}{C\omega} = \sqrt{3}R \Rightarrow R = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[2\pi(60\times10^6 Hz)(0.487\mu H) - \frac{1}{2\pi(60\times10^6 Hz)(16\times10^{-12}F)}\right]$$

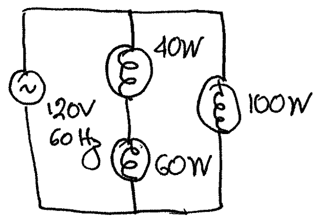
$$\Rightarrow R = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[183.70\Omega - 165.79\Omega\right] \Rightarrow \underline{R = 10.3\Omega}$$

Για συχνότητα $f = 54MHz$, τότε $\underline{R = 10.9\Omega}$.

Επομένως αυτή η αντίσταση είναι και η μικρότερη δυνατή ώστε το κύκλωμα να δουλεύει για όλο το εύρος των συχνοτήτων. Έτσι $\underline{R_{min} = 10.9\Omega}$

4. Οι λαμπτήρες του κυκλώματος του διπλανού σχήματος χαρακτηρίζονται ως 40*W*, 60*W* και 100*W* και συνδέονται με μια πηγή εναλλασσόμενης τάσης 120*V*/60*Hz*. Βρείτε το ρυθμό με τον οποίο ενέργεια καταναλώνεται στην αντίσταση του κάθε λαμπτήρα.





Κάθε λαμπτήρας είναι σχεδιασμένος ώστε να λειτουργεί με μέγιστη κατανάλωση ισχύος σύμφωνα με τα αναγραφόμενα. Επομένως 40W λαμπτήρας καταναλώνει 40W ισχύ σε τάση $V_{rms} = 120V$. Η αντίσταση του λαμπτήρα θα είναι:

$$R_{40W} = \frac{V_{rms}^2}{P_{40W}} = \frac{120 \cdot \cancel{120}^{3}}{\cancel{40}} \Rightarrow \underline{R_{40W} = 360\,\Omega}$$

Όμοια για τους άλλους 2 λαμπτήρες, θα έχουμε: $R_{60W} = \frac{V_{rms}^2}{P_{60W}} = \frac{120 \cdot \cancel{120}^{2}}{\cancel{60}} \Rightarrow \underline{R_{60W} = 240\,\Omega}$

και για τον $R_{100W} = \frac{12\cancel{0} \cdot 12\cancel{0}}{1\cancel{00}} \Rightarrow \underline{R_{100W} = 144\,\Omega}$

Το ρεύμα που διαρρέει τον κλάδο με τους λαμπτήρες των 40W και 60W είναι:

$$I_{rms} = \frac{120V}{600\,\Omega} \Rightarrow \underline{I_{rms} = 0.20A}$$

Η διαφορά δυναμικού στα άκρα κάθε λαμπτήρα του κλάδου αυτού, θα είναι:

$$V_{R40W} = I_{rms} R_{40W} = (0.2A)(360\,\Omega) \Rightarrow V_{R40W} = 72V$$

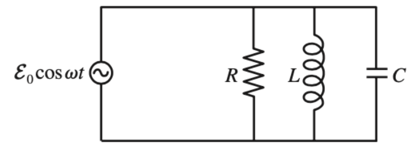
$$V_{R60W} = I_{rms} R_{60W} = (0.2A)(240\,\Omega) \Rightarrow V_{R60W} = 48V$$

Η διαφορά δυναμικού στα άκρα του λαμπτήρα των 100W είναι: $V_{100W} = 120V$

Η ισχύς που καταναλώνεται στις δύο αντιστάσεις των λαμπτήρων 40W και 60W είναι $P_{40} = V_{40} I_{40} = (72V)(0.2A) = \underline{14\,W}$ και $P_{60} = V_{60} \cdot I_{60} = (48V)(0.2A) = \underline{9.6W}$

Η ισχύς στον λαμπτήρα των 100W θα είναι $P_{100} = V_{100}^2 / R_{100} = \frac{120 \cdot 120}{144} \Rightarrow \underline{\underline{P_{100} = 100W}}$

5. Θεωρήστε το κύκλωμα του διπλανού σχήματος όπου τα στοιχεία *RLC* είναι συνδεδεμένα παράλληλα μεταξύ τους.

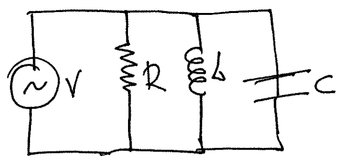


(α) Δείξτε ότι το ρεύμα που προσφέρεται από την πηγή δίνεται από: $I = \mathcal{E}_0\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}$

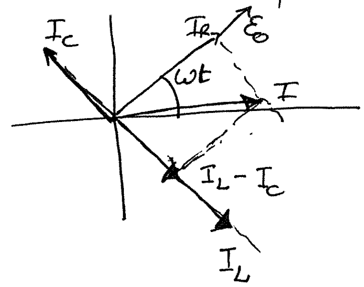
(β) Ποιο είναι το ρεύμα στο όριο $\omega \to 0$ και $\omega \to \infty$;

(γ) Βρείτε την συχνότητα στην οποία η ένταση του ρεύματος γίνεται ελάχιστη.

(δ) Κάντε ένα γράφημα της έντασης του ρεύματος συναρτήσει της γωνιακής συχνότητας *ω*.



Το διάγραμμα των ρευμάτων που διαρρέουν αυτό το RLC παράλληλα κύκλωμα είναι :



Θα έχουμε:

(α) $I^2 = I_R^2 + (I_L - I_C)^2 \Rightarrow \left(\frac{\mathcal{E}_0}{Z}\right)^2 = \left(\frac{\mathcal{E}_0}{R}\right)^2 + \left(\frac{\mathcal{E}_0}{\omega L} - \frac{\mathcal{E}_0}{1/C\omega}\right)^2 \Rightarrow Z = \left[\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{L\omega} - C\omega\right)^2\right]^{-1/2}$

Εφόσον $I = \frac{\mathcal{E}_0}{Z} \Rightarrow I = \mathcal{E}_0\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{L\omega} - C\omega\right)^2}$

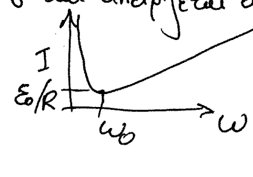
(β) Καθώς $\omega \to 0$, $\omega L \simeq 0$ και επομένως $I \to \infty$. Δηλαδή το πηνίο γίνεται βραχυκύκλωμα για την τάση του τροφοδοτικού. Καθώς $\omega \to \infty$ το $I \to \infty$ γιατί ο πυκνωτής γίνεται βραχυκύκλωμα για το $\mathcal{E}_0$.

(γ) Για να βρούμε τη συχνότητα για την οποία το ρεύμα γίνεται ελάχιστο:

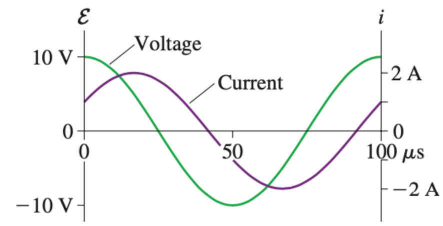
$\frac{dI}{d\omega} = 0$ οπότε θα έχουμε: $\frac{dI}{d\omega} = 0 = \frac{\mathcal{E}_0\left(\frac{1}{2}\right)2\left(\frac{1}{L\omega} - C\omega\right)\left(-\frac{1}{\omega^2 L} - C\right)}{2\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}} \Rightarrow$

$\frac{1}{\omega L} - \omega C = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} = \omega_0^2 \Rightarrow \boxed{\omega_0 = 1/\sqrt{LC}}$ Η συχνότητα συντονισμού είναι ίδια με αυτή του RLC σε σειρά.

(δ) Το ρεύμα είναι ελάχιστο όταν $\omega = \omega_0$ και απειρίζεται όταν $\omega \to 0$ ή $\omega \to \infty$. Το γράφημα θα έχει τη μορφή



6. Το διπλανό σχήμα δείχνει τα γραφήματα του ρεύματος και της τάσης σε ένα κύκλωμα *RLC* σε σειρά. (α) Ποια η αντίσταση *R* του κυκλώματος; (β) Αν η αυτεπαγωγή $L = 200\ \mu H$ βρείτε τη συχνότητα συντονισμού.



(α) Σε ένα κύκλωμα RLC η φάση φ είναι θετική όταν το ρεύμα ακολουθεί την τάση. Επομένως από το γράφημα της τάσης και του ρεύματος μπορούμε να δούμε ότι: $\mathcal{E}_0 = 10V$, $I = 2A$, $f = \frac{1}{100\mu s} \Rightarrow f = 10.0kHz$

Το ρεύμα έχει τη μισή τιμή του όταν $t=0$ και επομένως $\frac{1}{2} = \cos\phi \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{\varphi = 60^\circ}$

Έτσι θα ισχύει: $\tan(60^\circ) = \frac{\omega L - \frac{1}{C\omega}}{R} \Rightarrow \omega L - \frac{1}{\omega C} = R\tan(60^\circ) \Rightarrow$

$\Rightarrow X_L - X_C = R\tan(60^\circ)$

Αλλά $I = \frac{\mathcal{E}_0}{Z} = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}}$ $\Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2+R^2\tan^2(60^\circ)}} \Rightarrow$

$\Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}_0}{R}\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2(60^\circ)}} \Rightarrow$

$\Rightarrow R = \frac{10V}{2A}\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2(60^\circ)}} \Rightarrow \underline{R = 2.5\Omega}$

(β) Η συχνότητα συντονισμού θα είναι: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Αλλά $L\omega - \frac{1}{C\omega} = R\tan(60^\circ) \Rightarrow \omega L\left(1 - \frac{1}{\omega^2 LC}\right) = \omega L\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right) \Rightarrow \omega_0^2 = \omega^2\left[1 - \frac{R\tan(60^\circ)}{\omega L}\right]$

Εφόσον $\omega = 2\pi(10.\times 10^3 Hz)$ και $L = 200\mu H$, έχουμε $\omega_0 = 5\times 10^4 r/s \rightarrow \underline{f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 8.1kHz}$

Το αποτέλεσμα είναι αναμενόμενο αφού η διαφορά φάσης είναι $+60^\circ$ και επομένως χαρακτηρίζεται από την επαγωγική συμπεριφορά του κυκλώματος.

7. Μια κεραία εκπέμπει ραδιοκύματα συχνότητας $1.0 MHz$ με ισχύ $25 kW$. Υποθέστε ότι η ακτινοβολία αυτή εκπέμπεται ομοιόμορφα σε όλες τις διευθύνσεις . Βρείτε (α) την ένταση του κύματος $30 km$ από την κεραία και (β) το πλάτος του ηλεκτρικού πεδίου στην απόσταση αυτή.

(α) Η ενέργεια που μεταφέρεται ανά μονάδα χρόνου από το ραδιοκύμα είναι $25 kW = 25 \cdot 10^3 J/s$.

Η ένταση του κύματος θα είναι $I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{25 \times 10^3 W}{4\pi (30 \times 10^3 m)^2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow I = 2.2 \times 10^{-6} W/m^2$$

(β) Από την εξίσωση της έντασης του κύματος: $I = \frac{c\varepsilon_0}{2} E_0^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow I = 2.2 \times 10^{-6} W/m^2 = \frac{(3 \times 10^8 m/s)(8.85 \times 10^{-12} N^{-1} m^{-2} C^2)}{2} E_0^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{E_0 = 0.041 V/m}$$

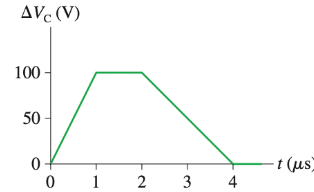
8. Ένα ηλεκτρόνιο κινείται στο χώρο με ταχύτητα $\vec{v} = 5.0 \times 10^6 \hat{\imath}\ m/s$ και διέρχεται από ένα σημείο στο οποίο το ηλεκτρικό πεδίο είναι $\vec{E} = (2.0 \times 10^5 \hat{\imath} - 2.0 \times 10^5 \hat{\jmath}) V/m$ και το μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = -0.10\hat{k}\ T$. Ποια η δύναμη που ασκείται στο ηλεκτρόνιο;

Από την εξίσωση της δύναμης Lorentz θα έχουμε:

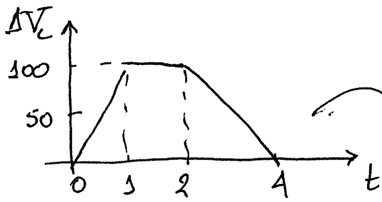
$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right) = \left(-1.6\times10^{-19} C\right)\left[2\times10^{+5}(\hat{i}-\hat{j})\frac{V}{m} + \left(5\times10^{6}\hat{i}\ \frac{m}{s}\right)\times\left(-0.10\hat{k}T\right)\right] \Rightarrow$$

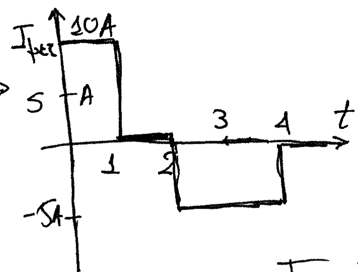
$$\Rightarrow \vec{F} = -3.2\times10^{-14}(\hat{i}-\hat{j})N - \left(8.0\times10^{-14}\hat{j}\right)N = \left(-3.2\times10^{-14}\hat{i} - 4.8\cdot10^{-14}\hat{j}\right)N$$

9. Το διπλανό σχήμα δείχνει τη τάση στα άκρα ενός πυκνωτή χωρητικότητας $0.10\mu F$. Κάντε το γράφημα της έντασης του ρεύματος μετατόπισης που περνά από τον πυκνωτή συναρτήσει του χρόνου.



Το ρεύμα μετατόπισης είναι ίδιο με το ρεύμα αγωγιμότητας στα σύρματα που συνδέουν τον πυκνωτή με την πηγή.





Το ρεύμα μετατόπισης θα είναι

$$I_{μετ} = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\left(\frac{CV_c}{\varepsilon_0}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_{μετ} = \cancel{\varepsilon_0} \frac{C}{\cancel{\varepsilon_0}} \frac{dV_c}{dt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{I_{μετ} = C \frac{dV_c}{dt}} \Rightarrow \begin{cases} I_{μετ} = 10 \quad 0<t<1 \\ I_{μετ} = 0 \quad 1<t<2 \end{cases}$$

$I_{μετ} = 5 \quad 2<t<4$

10. Ένας αστροναύτης μάζας $80kg$ βγήκε για έναν περίπατο έξω από τον διαστημικό σταθμό αλλά ξέχασε να ασφαλίσει το καλώδιο ασφαλείας και ως αποτέλεσμα έχει απομακρυνθεί από τον σταθμό κατά $5.0m$. Ευτυχώς για τον ίδιο, έχει μαζί του ένα laser ισχύος $1000W$ εφοδιασμένο με καινούριες μπαταρίες οι οποίες μπορεί να λειτουργήσουν για 1 ώρα. Η μόνη του ελπίδα να επιστρέψει στον σταθμό είναι να επιταχυνθεί προς τον σταθμό εκπέμποντας το φώς του laser προς την αντίθετη κατεύθυνση. Έχει 10-ώρες υπόλοιπο οξυγόνου. Πόσος χρόνος θα απαιτηθεί ώστε να φθάσει πίσω στον σταθμό ασφαλής;

Σύμφωνα με τον 3° νόμο του Νεύτων, η δύναμη της ακτινοβολίας στον αστροναύτη είναι ίση με την μεταβολή της ορμής πού προσδίδεται, από την ακτινοβολία.

Θα έχουμε επομένως: $F = p_{ακτ} \cdot A = \frac{P}{c} = \frac{1000W}{3\cdot10^{8} m/s} \Rightarrow F = 3.33\times10^{-6}N$

Από τον 2° νόμο του Νεύτων θα έχουμε: $a_{αστρ} = \frac{F}{m} = \frac{3.33\times10^{-6}N}{80kg} \Rightarrow$

$\Rightarrow a_{αστρ} = 4.167\cdot10^{-8} m/s^2$

Από την κινηματική εξίσωση: $v_f = v_i + a(t_f - t_i)$ θα έχουμε:

$v_f = 0 m/s + (4.167\cdot10^{-8} m/s^2)(\overset{\text{χρόνος ζωής της μπαταρίας}}{3600s}) \Rightarrow v_f = 1.500\times10^{-4} m/s$

Η απόσταση που διανύει στην 1η ώρα λειτουργίας του laser είναι:

$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta S \Rightarrow \Delta S = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a} = \frac{(1.500 m/s)^2 - 0^2 m^2/s^2}{2\cdot4.167\cdot10^{-8} m/s^2} \Rightarrow \underline{\Delta S = 0.270m}$

Αυτή είναι η απόσταση που καλύπτει την 1η ώρα.

Θα πρέπει τις υπόλοιπες 9 ώρες να καλύψει απόσταση: $d = 5.0m - 0.27 = 4.73m$

Στο διάστημα αυτό, η ταχύτητά του είναι σταθερή και ίση με $v_f = 1.500 10^{-4} m/s$ και η επιτάχυνσή του $0 m/s^2$. Επομένως θα καλύψει την απόσταση ~~d~~ d σε

χρόνο $t = \frac{d}{v} = \frac{4.73m}{1.5\cdot10^{-4} m/s} = \frac{4.73}{1.5}10^{4}s = 31,533s \Rightarrow \underline{t \simeq 8.76h}$

Άρα φθάνει έγκαιρα στο σταθμό.