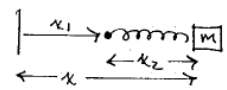
ΦΥΣ. 211
ΕΡΓΑΣΙΑ # 9
Επιστροφή την Παρασκευή 15/3/2016 πριν της 12:00

1. (α) Μια μάζα M είναι προσδεμένη σε ελατήριο σταθεράς k και φυσικού μήκους l_0. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι εξαναγκασμένο να κινείται σύμφωνα με την εξίσωση $x_1 = a\cos\omega t$. Δουλεύοντας στο επιταχυνόμενο σύστημα με αρχή το σημείο x_1, βρείτε την εξίσωση κίνησης $x_2(t)$ του άλλου άκρου του ελατηρίου στο οποίο είναι προσδεμένη η μάζα M και δείξτε ότι είναι της μορφής $x(t) = l_0 + \dfrac{a\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2}\cos\omega t$ $\left(+A\cos\sqrt{\dfrac{k}{M}}t + \varphi\right.$ αν δεν υπάρχει απόσβεση).



(β) Ένα σώμα κινείται με ταχύτητα υ πάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια. Δείξτε ότι το σώμα θα κινείται σε κυκλική τροχιά εξαιτίας της περιστροφής της γης και βρείτε την ακτίνα της τροχιάς αυτής. Μπορείτε να αγνοήσετε όρους τάξης $\Omega^2_{\gamma\eta\varsigma}$, όπου Ω είναι η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της γης.

2. (α) Ένα εκκρεμές δεν δείχνει απευθείας προς το κέντρο της γης εξαιτίας της φυγοκεντρικής δύναμης. Δείξτε ότι η γωνία εκτροπής είναι: $\tan\varphi = \dfrac{\sin\theta\cos\theta}{\dfrac{g}{\Omega^2 R} - \sin^2\theta}$ όπου $\dfrac{g}{R\Omega^2} \sim 290$.

(β) Μπορεί να αναμένουμε ότι η επιφάνεια της γης είναι πάντοτε κάθετη στην διεύθυνση του εκκρεμούς (τουλάχιστον η επιφάνεια της θάλασσας). Αυτό απαιτεί η επιφάνεια της γης να είναι εξογκωμένη στον ισημερινό. Η επιφάνεια θα είναι κάθετη στην διεύθυνση του εκκρεμούς αν είναι ισοδυναμική επιφάνεια του βαρυτικού πεδίου και της φυγοκεντρικής δύναμης. Δείξτε ότι η θεώρηση αυτή οδηγεί στην εξίσωση της επιφάνειας $R^3\sin^2\theta = \dfrac{2GM}{\Omega^2}\left(\dfrac{R}{R_p} - 1\right)$ όπου R_p η ακτίνα στους πόλους. Θεωρήστε ότι η ακτίνα της γης στον ισημερινό είναι R_E και γράψτε ότι $R_E/R_p = 1+\varepsilon$, ώστε να καταλήξετε ότι $\varepsilon \sim 1/580$. Πειραματικά, $\varepsilon \sim 1/297$. Υποθέστε ότι το βαρυτικό δυναμικό της εξογκωμένης γης είναι το ίδιο με το δυναμικό της σφαιρικής γης.

3. (α) Ένα σώμα πέφτει από ύψος h πάνω από την επιφάνεια της γης (θεωρήστε ότι $h \ll R_{\gamma\eta\varsigma}$) με γωνία θ ως προς την κατακόρυφο. Σε πρώτη τάξη ως προς την γωνιακή συχνότητα περιστροφής, Ω, της γης, δείξτε ότι η απόκλιση του σωματιδίου είναι: $d = \dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{2h^3}{g}}\Omega\sin\theta$. Σε ποια διεύθυνση; Θεωρήστε ότι $g =$ σταθ.

(β) Υποθέστε ότι πηδάτε επιτόπια σε ένα ύψος h και πέφτετε πάλι προς τα κάτω. Δείξτε ότι η δύναμη Coriolis επηρεάζει την κίνησή σας και πέφτετε σε απόσταση $d = \dfrac{8}{3}\sqrt{\dfrac{2h^3}{g}}\Omega\sin\theta$ ως προς το σημείο που ξεκινήσατε. Σε ποια διεύθυνση είναι η απόκλιση αυτή; Πως θα αλλάξει αυτό το αποτέλεσμα αν είσασταν στο νότιο ημισφαίριο;

(γ) Χρησιμοποιήστε διατήρηση της στροφορμής και θεώρηση μη επιταχυνόμενου συστήματος για να υπολογίσετε την αλλαγή στην αζιμουθιακή γωνία φ, κατά την διάρκεια του επιτόπιου πηδήματός σας. Δείξτε ότι αυτό οδηγεί στην ίδια μετατόπιση όπως και στο ερώτημα (β). Θεωρήστε ότι $h << R_{γης}$.

4. Ένα πυροβόλο είναι τοποθετημένο στην επιφάνεια της γης σε πολική γωνία θ. Απουσία της δύναμης Coriolis, ένα βλήμα που ρίχνεται από το πυροβόλο αυτό θα προσγειωθεί σε απόσταση D μακριά, έχοντας φθάσει σε ύψος h. Αγνοήστε αποτελέσματα εξαιτίας της καμπυλότητας της γης και θεωρήστε ότι η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της γης είναι Ω.

(α) Αν το πυροβόλο, εκτόξευσε το βλήμα Βόρεια, δείξτε ότι το βλήμα απόκλινε κατά απόσταση $d = 2\sqrt{\frac{2h}{g}}\Omega\left(\frac{4h}{3}\sin\theta - D\cos\theta\right)$. Ποια είναι η κατεύθυνση της απόκλισης;

(β) Αν το πυροβόλο εκτόξευσε το βλήμα Ανατολικά. Δείξτε ότι το βλήμα απόκλινε κατά απόσταση $d = 2\Omega\sqrt{\frac{2h}{g}}D\cos\theta$. Ποια είναι η κατεύθυνση της απόκλισης; Δείξτε ακόμα ότι προσγειώνεται σε απόσταση $D' = D\left(1+\frac{\Omega D\sin\theta}{\sqrt{2gh}}\right)$ ανατολικά. Το αποτέλεσμα αυτό είναι σε $1^{η}$ τάξη προσέγγιση ως προς Ω.