

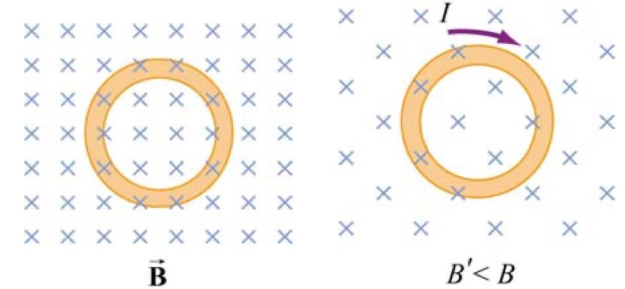
Νόμος του Faraday - Επαγωγή

Νόμος του Faraday

Είδαμε ότι σε μια αγώγιμη ράβδο που κινείται με ταχύτητα u μέσα σε μαγνητικό πεδίο \vec{B} επάγεται ηλεκτρεγερτική δύναμη, $\mathcal{E} = Bvl$

Θεωρούμε ένα ακίνητο αγώγιμο βρόχο μέσα στο μαγνητικό πεδίο και ελαττώνουμε το πεδίο.

Ρεύμα επάγεται με φορά αυτή της φοράς των δεικτών του ρολογιού για να αντισταθμίσει την μεταβολή της μαγνητικής ροής.



Ο βρόχος όμως είναι ακίνητος οπότε για την κίνηση των φορτίων και παραγωγή ρεύματος θα πρέπει να υπάρχει ένα ηλεκτρικό πεδίο.

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Αυτό το ηλεκτρικό πεδίο δεν μπορεί να είναι ηλεκτροστατικό γιατί το ολοκλήρωμα του ηλεκτροστατικού πεδίου κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής είναι μηδέν

Ο Faraday, θεώρησε ότι η μεταβολή του μαγνητικού πεδίου επάγει ένα μη συντηρητικό ηλεκτρικό πεδίο (μή ηλεκτροστατικής φύσης)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_m}{dt}$$

Η ολοκλήρωση γίνεται σύμφωνα με τη φορά του δεξιού χεριού ώστε να συμπίπτει με το μοναδιαίο διάνυσμα της επιφάνειας στον ορισμό της ροής

Επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο

Είδαμε ότι το ηλεκτρικό πεδίο και το δυναμικό μεταξύ δύο σημείων συνδέονται με την σχέση:

$$\Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Όταν το ηλεκτρικό πεδίο είναι συντηρητικό όπως στην περίπτωση του ηλεκτροστατικού πεδίου, το παραπάνω επικαμπύλιο ολοκλήρωμα είναι ανεξάρτητο της διαδρομής, επομένως για μια κλειστή διαδρομή θα είναι 0:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

Σύμφωνα με τον νόμο του Faraday, καθώς η μαγνητική ροή μεταβάλλεται χρονικά, εμφανίζεται επαγόμενο ρεύμα το οποίο προκαλείται από την επαγόμενη ΗΕΔ που είναι το έργο που δαπανάται ανά μονάδα φορτίου.

Αλλά το μαγνητικό πεδίο δεν παράγει έργο και επομένως το έργο που δαπανάται πάνω στο κινούμενο φορτίο πρέπει να είναι ηλεκτρικής φύσεως.

Στην περίπτωση αυτή ωστόσο το ηλεκτρικό πεδίο δεν μπορεί να είναι συντηρητικό γιατί τότε θα έπρεπε να μηδενιστεί για μια κλειστή διαδρομή.

Επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο

Άρα υπάρχει ένα μη-συντηρητικό πεδίο που σχετίζεται με την επαγόμενη ΗΕΔ:

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{s} \quad \left. \vphantom{\oint \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{s}} \right\} \Rightarrow \oint \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_m}{dt}$$

Συνδυάζοντας με τον νόμο του Faraday: $\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_m}{dt}$

Η προηγούμενη έκφραση λέει ότι η μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή επάγει ένα μη συντηρητικό ηλεκτρικό πεδίο το οποίο μεταβάλλεται με τον χρόνο.

Είναι σημαντικός ο διαχωρισμός μεταξύ ενός επαγόμενου ηλεκτρικού πεδίου που δεν είναι συντηρητικό από το ηλεκτρικό πεδίο που προκαλούν ηλεκτρικά φορτία

Έστω ένα μαγνητικό πεδίο περιορισμένο σε μια κυκλική περιοχή ακτίνας R και με κατεύθυνση στο εσωτερικό της σελίδας.

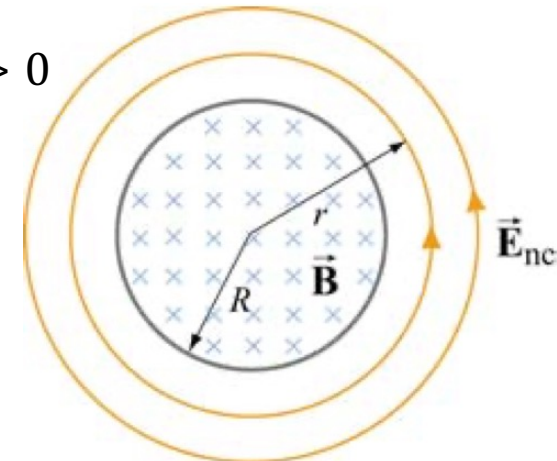
Υποθέτουμε ότι το μαγνητικό πεδίο αυξάνει με το χρόνο, $\frac{dB}{dt} > 0$

Θα βρούμε το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο.

Θεωρούμε έναν κύκλο ακτίνας r ως τη διαδρομή που θα χρησιμοποιήσουμε για το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα.

Το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο έχει σταθερό μέτρο κατά μήκος της περιφέρειας του κύκλου.

Σύμφωνα με τον νόμο του Lenz, η διεύθυνση του \vec{E}_{nc} θα πρέπει να είναι τέτοια ώστε το επαγόμενο ρεύμα που δημιουργεί να είναι αντίθετο της αλλαγής της μαγνητικής ροής



Επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο

Θεωρώντας το διάνυσμα της επιφάνειας \vec{A} με κατεύθυνση προς το εξωτερικό της σελίδας, $\Phi_m < 0$.

Επειδή $\frac{dB}{dt} > 0$ η μεταβολή στη μαγνητική ροή αυξάνει αρνητικά

Επομένως το επαγόμενο ρεύμα θα πρέπει να έχει διεύθυνση αντίθετη με τη φορά των δεικτών του ρολογιού ώστε να αντισταθμίσει τη μεταβολή αυτή της μαγνητικής ροής

Άρα και το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο θα έχει διεύθυνση ίδια με του επαγόμενου ρεύματος.

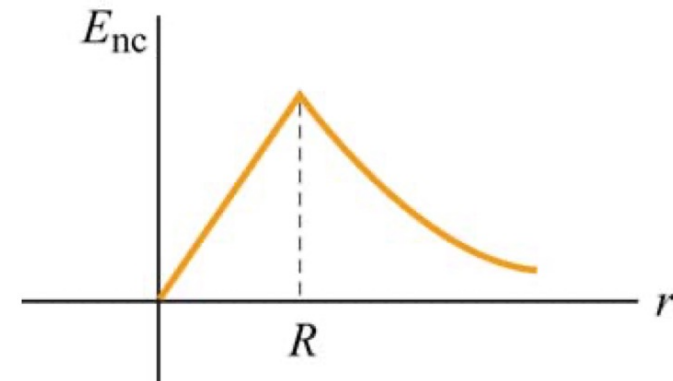
Για να υπολογίσουμε το μέτρο του επαγόμενου ηλεκτρικού πεδίου, θα έχουμε:

$$\text{Για } r < R: \quad \frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{d(\vec{B} \cdot \vec{A})}{dt} = \frac{d(-BA)}{dt} \Rightarrow \frac{d\Phi_m}{dt} = -\pi r^2 \frac{dB}{dt}$$

$$\text{Έχουμε ακόμα:} \quad -\frac{d\Phi_m}{dt} = \oint_C \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{s} \Rightarrow \pi r^2 \frac{dB}{dt} = E_{nc} 2\pi r \Rightarrow E_{nc} = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

Παρόμοια για $r > R$ θα έχουμε:

$$E_{nc} 2\pi r = \pi R^2 \frac{dB}{dt} \Rightarrow E_{nc} = \frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt} \Rightarrow$$



Επαγόμενη ΗΕΔ και συστήματα αναφοράς

Στη προηγούμενη διάλεξη αναφέραμε ότι η γενική εξίσωση της κινητικής ΗΕΔ είναι:

$$\mathcal{E} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} \quad \text{όπου η } \vec{v} \text{ είναι η ταχύτητα του τμήματος του αγωγού μήκους } d\vec{s}$$

Ξέρουμε ακόμα ότι η επαγόμενη ΗΕΔ που σχετίζεται με έναν ακίνητο αγωγό δίνεται από:

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{s}$$

Αλλά αν ένα σώμα κινείται ή είναι ακίνητο εξαρτάται από το σύστημα αναφοράς.

Εξετάζουμε το ακόλουθο παράδειγμα:

Ένας ραβδόμορφος μαγνήτης πλησιάζει έναν αγωγίμο βρόχο.

Ένας παρατηρητής στο σύστημα αναφοράς του βρόχου βλέπει τον μαγνήτη να πλησιάζει στον βρόχο.

Εξαιτίας της κίνησης αυτής, αναπτύσσεται ένα επαγόμενο μη συντηρητικό ηλεκτρικό πεδίο, \vec{E}_{nc} το οποίο ασκεί δύναμη στα ελεύθερα ηλεκτρόνια του αγωγού.

Η δύναμη αυτή είναι: $\vec{F}_{el} = q\vec{E}_{nc}$

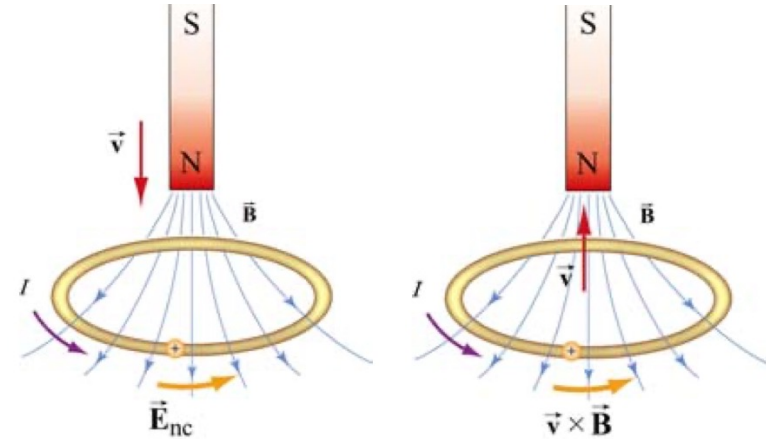
Το φορτίο ωστόσο είναι ακίνητο σύμφωνα με τον παρατηρητή στον βρόχο, και επομένως δεν αναπτύσσεται μαγνητική δύναμη στο φορτίο.

Επαγόμενη ΗΕΔ και συστήματα αναφοράς

Από την σκοπιά ενός παρατηρητή στον σύστημα αναφοράς του μαγνήτη, βλέπει τον βρόχο να κινείται προς τον μαγνήτη.

Ο βρόχος κινείται με ταχύτητα \vec{v} προς τον μαγνήτη και επομένως επάγεται κινητική ΗΕΔ στον βρόχο.

Σε αυτό το σύστημα αναφοράς, ο παρατηρητής στο σύστημα αναφοράς του μαγνήτη βλέπει τα φορτία να κινούνται με ταχύτητα \vec{v} . Επομένως ασκείται πάνω τους μαγνητική δύναμη: $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$



Από τη στιγμή που το ίδιο φαινόμενο παρατηρείται από δύο διαφορετικούς παρατηρητές με μόνη διαφορά το σύστημα αναφοράς, θα πρέπει οι δυνάμεις που ασκούνται στα φορτία όπως γίνονται αντιληπτές από τους δύο παρατηρητές να είναι ίσες:

$$\vec{F}_B = \vec{F}_{el} \Rightarrow q\vec{v} \times \vec{B} = q\vec{E}_{nc} \Rightarrow \vec{E}_{nc} = \vec{v} \times \vec{B}$$

Εν γένει, ως αποτέλεσμα της σχετικότητας, ένα ηλεκτρικό φαινόμενο που παρατηρείται από έναν παρατηρητή σε σύστημα αναφοράς Ο μπορεί να εμφανίζεται ως μαγνητικό για κάποιον άλλον παρατηρητή σε ένα σύστημα αναφοράς Ο' το οποίο κινείται με ταχύτητα \vec{v} ως προς το σύστημα αναφοράς Ο.

Γεννήτριες

Οι περισσότερες σημαντικές εφαρμογές της επαγωγής Faraday είναι στις γεννήτριες και κινητήρες

Η απλούστερη γεννήτρια αποτελείται από έναν βρόχο που περιστρέφεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο.

Τα άκρα του βρόχου συνδέονται με κάποια δακτυλίδια που περιστρέφονται με τον βρόχο. Ηλεκτρική επαφή επιτυγχάνεται με κατάλληλους ακροδέκτες που βρίσκονται σε επαφή με τα δακτυλίδια.

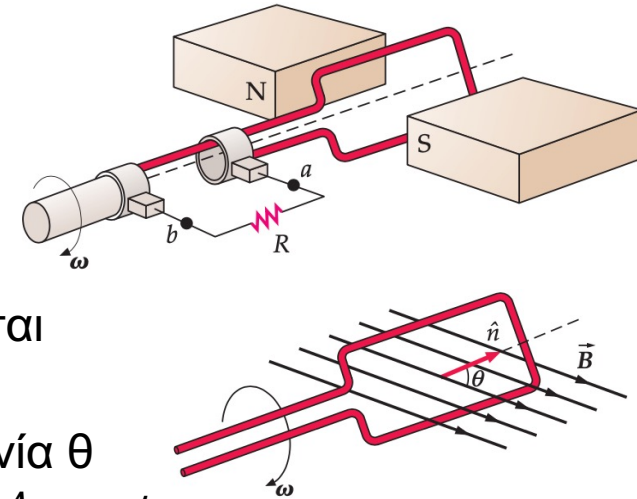
Η ροή που διέρχεται από τον βρόχο όταν σχηματίζει γωνία θ με τη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου είναι: $\Phi_m = NBA \cos \omega t$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d(\vec{B} \cdot \vec{A})}{dt} = -\frac{d(NBA \cos \omega t)}{dt} \Rightarrow \mathcal{E} = -NBA \frac{d(\cos \omega t)}{dt} \Rightarrow \mathcal{E} = \omega NBA \sin \omega t$$

Αν συνδέσουμε την γεννήτρια σε ένα κύκλωμα που έχει αντίσταση R τότε το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα θα είναι:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\omega NBA}{R} \sin \omega t$$

Το ρεύμα είναι εναλλασσόμενο και η πολικότητά του αλλάζει ενώ παρουσιάζει πλάτος ταλάντωσης: $I_0 = \omega NBA/R$



Γεννήτριες

Η ισχύς που προσφέρεται στο κύκλωμα θα είναι: $P = I|\mathcal{E}| = \frac{(\omega NBA)^2}{R} \sin^2 \omega t$

Η ροπή που αναπτύσσεται στο βρόχο θα είναι: $\tau = \mu B \sin \theta = \mu B \sin \omega t$

Επομένως η μηχανική ισχύς που προσφέρεται για να περιστραφεί ο βρόχος θα είναι:

$$P_m = \tau \omega = \mu B \omega \sin \theta = \mu B \omega \sin \omega t$$

Η διπολική ροπή ενός πηνίου με N σπείρες είναι:

$$\mu = NIA = N \frac{N\omega BA}{R} A \sin \omega t \Rightarrow \mu = \frac{\omega B N^2 A^2}{R} \sin \omega t$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση της μηχανικής ισχύος: $P_m = \frac{(\omega BNA)^2}{R} \sin^2 \omega t$

Βλέπουμε επομένως ότι η ηλεκτρική ισχύς και η μηχανική ισχύς είναι ίσες όπως ήταν αναμενόμενο

Ρεύματα Eddy

Είδαμε ότι καθώς ένας βρόχος περιστρέφεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο, επάγεται ρεύμα.

Τι θα συνέβαινε αν ένας συμπαγής αγωγός περιστρέφονταν μέσα σε μαγνητικό πεδίο?

Και πάλι εμφανίζεται επαγόμενο ρεύμα το οποίο εμφανίζεται να περιστρέφεται και ονομάζεται **eddy ρεύμα**.

Το επαγόμενο eddy ρεύμα προκαλεί την εμφάνιση μιας μαγνητικής δύναμης η οποία κάνει δυσκολότερη την μετακίνηση του αγωγού μέσα στο εξωτερικό μαγνητικό πεδίο.

Ο αγωγός όμως παρουσιάζει αντίσταση και σαν αποτέλεσμα ο αγωγός θερμαίνεται εξαιτίας της απώλειας ισχύος: $P = I^2 R$ ή συναρτήσει της επαγόμενης ΗΕΔ: $P = \mathcal{E}^2 / R$

Αυξάνοντας την τιμή της αντίστασης R μπορούμε να ελαττώσουμε την απώλεια ενέργειας.

Για να αυξήσουμε την αντίσταση μπορούμε να επικαλύψουμε την επιφάνεια του αγωγού με κάποιο μεταλλικό φύλλο ή να δημιουργήσουμε εγκοπές στην επιφάνεια ή να τον κατασκευάσουμε χρησιμοποιώντας λωρίδες από μη αγώγιμο υλικό

Ρεύματα eddy χρησιμοποιούνται για την καταστολή μηχανικών ταλαντώσεων, ή για το φρενάρισμα τρένων υψηλής ταχύτητας

