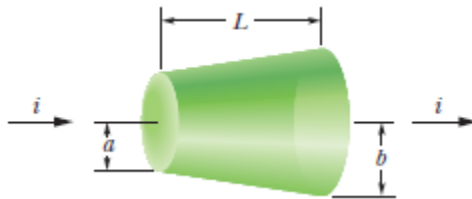


Φροντιστήριο 4 ΦΥΣ112

5/10/2022

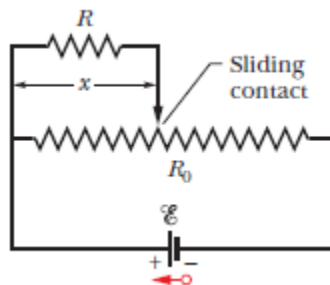
26.27) Δύο αγωγοί είναι φτιαγμένοι από το ίδιο υλικό και έχουν το ίδιο μήκος. Ο αγωγός A είναι συμπαγές καλώδιο διαμέτρου 1.00 mm . Ο αγωγός B είναι κούφιος σωλήνας με εξωτερική διάμετρο 2.00 mm και εσωτερική διάμετρο 1.00 mm . Ποιος είναι ο λόγος των αντιστάσεών τους R_A/R_B που μετρώνται μεταξύ των δύο ακρών τους;

26.35) Στο σχήμα πιο κάτω περνάει ρεύμα διαμέσου ενός πλαγιαστού κόλουρου κώνου ειδικής αντίστασης $731\ \Omega \cdot m$, αριστερή ακτίνα $a = 2.00\text{ mm}$, δεξιά ακτίνα $b = 2.30\text{ mm}$ και μήκος $L = 1.94\text{ cm}$. Υποθέστε ότι η πυκνότητα ρεύματος είναι ομοιόμορφα κατανομημένη σε κάθε επιφάνεια διατομής παρμένη κάθετα στο μήκος του κώνου. Ποια είναι η αντίσταση του κώνου;

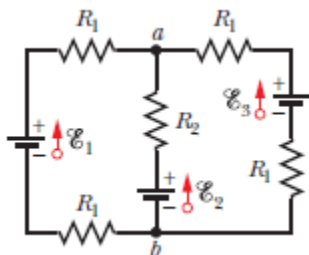


26.49) Ένας λαμπτήρας 100 W είναι συνδεδεμένος σε πηγή 120 V . (a) Πόσο στοιχίζει ανά μήνα 31 ημερών να αφήνεται ανοιχτός ο λαμπτήρας συνεχώς; Υποθέστε ότι η ηλεκτρική ενέργεια κοστίζει $\text{€}0.06/kW \cdot h$. (b) Ποια είναι η αντίσταση του λαμπτήρα; (c) Πόσο ρεύμα διαπερνά τον λαμπτήρα;

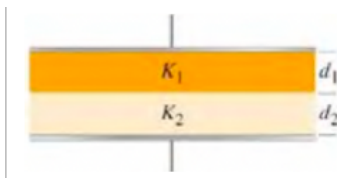
27.26) Το παρακάτω σχήμα δείχνει μια μπαταρία συνδεδεμένη με ομοιόμορφο αντιστάτη R_0 . Μια κυλιόμενη επαφή μπορεί να κινείται κατά μήκος του αντιστάτη από $x = 0$ στα αριστερά έως και $x = 10\text{ cm}$ στα δεξιά. Μετακινώντας την επαφή αλλάζουμε πόση αντίσταση υπάρχει στα αριστερά και δεξιά της. Εξάγετε μια έκφραση για τον ρυθμό που φθίνει η ενέργεια εντός του αντιστάτη R σαν συνάρτηση του x . Ζωγραφίστε την γραφική παράσταση για $\mathcal{E} = 50\text{ V}$, $R = 2000\ \Omega$ και $R_0 = 100\ \Omega$.



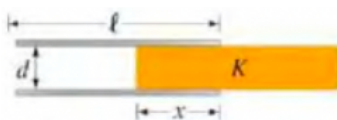
27.45) Στο σχήμα που ακολουθεί οι αντιστάσεις είναι $R_1 = 1.0\ \Omega$ και $R_2 = 2.0\ \Omega$, και οι ιδανικές μπαταρίες έχουν ΗΕΔ $\mathcal{E}_1 = 2.0\text{ V}$ και $\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_3 = 4.0\text{ V}$. Πόσο είναι (a) το μέγεθος και (b) η κατεύθυνση (πάνω ή κάτω) του ρεύματος στην μπαταρία 1, (c) το μέγεθος και (d) η κατεύθυνση του ρεύματος στην μπαταρία 2, και (e) το μέγεθος και (f) η κατεύθυνση του ρεύματος στην μπαταρία 3; (g) Πόση είναι η διαφορά δυναμικού $V_a - V_b$;



Πρόβλημα 1: Δύο διαφορετικά διηλεκτρικά συμπληρώνουν τον χώρο ανάμεσα στους οπλισμούς ενός επίπεδου πυκνωτή όπως φαίνεται στο σχήμα. Προσδιορίστε την εξίσωση που δίνει την χωρητικότητα του πυκνωτή αυτού συναρτήσει των διηλεκτρικών σταθερών K_1, K_2 των υλικών, της επιφάνειας A και του πάχους των διηλεκτρικών υλικών απόστασης $d_1 = d_2 = \frac{d}{2}$. Υπόδειξη: θα μπορούσατε να θεωρήσετε τον πυκνωτή αυτόν σαν δύο πυκνωτές συνδεδεμένους σε σειρά ή παράλληλα.



Πρόβλημα 2: Ένα κομμάτι υλικού πάχους d και διηλεκτρικής σταθεράς K έχει εισαχθεί κατά απόσταση x , στο χώρο ανάμεσα στους οπλισμούς ενός επίπεδου τετραγωνικού πυκνωτή πλευράς ℓ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Προσδιορίστε συναρτήσει του x , (α) τη χωρητικότητα, (β) την αποθηκευμένη ενέργεια αν η διαφορά δυναμικού είναι V_0 και (γ) το μέτρο και διεύθυνση της δύναμης που ασκείται στο διηλεκτρικό υλικό. Υποθέστε ότι V_0 παραμένει σταθερό και δεν μεταβάλλεται.



Problem

26.27) $\rightarrow R = \frac{\rho L}{\pi r^2}$

①

$d_A = 2r_A = 100 \text{ mm}$

$d_{B_1} = 2r_{B_1} = 200 \text{ mm}$

$d_{B_0} = 2r_{B_0} = 100 \text{ mm}$

$= d_A$

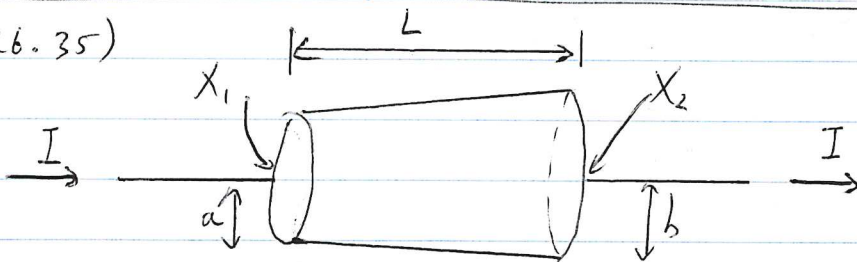
$\Rightarrow R_A = \frac{\rho_A L_A}{\pi r_A^2}$

$R_B = \frac{\rho_B L_B}{\pi (r_{B_1}^2 - r_{B_0}^2)}$

\rightarrow Όσο υλικά και μήκος: $\rho_A = \rho_B = \rho$
 $L_A = L_B = L$ $\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{r_{B_1}^2 - r_{B_0}^2}{r_A^2} = \frac{r_{B_1}^2}{r_A^2} - 1$
 $= 4 - 1 = 3$

Problem

26.35)



$\rightarrow \rho = 731 \Omega \cdot \text{m}$

$\rightarrow L = 1.94 \text{ cm}$

$\rightarrow a = 200 \text{ mm}$

$\rightarrow b = 230 \text{ mm}$

$\rightarrow \vec{J} = \frac{I}{A} \hat{i} \Rightarrow J_x = \frac{I}{\pi r^2}$
 $\rightarrow \vec{J} = \frac{\vec{E}}{\rho} \Rightarrow J_x = \frac{E_x}{\rho} \Rightarrow E_x = \frac{I \rho}{\pi r^2}$

\rightarrow Σχέση μεταξύ r και x : Η παραγωγή ενοποιηθεί του νέου σχηματίζει ενδιάμεση μεταξύ x_1 και x_2
 \Rightarrow Η ανάλυση r αυξάνεται γραμμικά με x
 $\Rightarrow r = c \cdot x + d \Rightarrow \begin{cases} r(x_1) = a \\ r(x_2) = b \end{cases}$

$\rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow d = a$

$\rightarrow x_2 = L \Rightarrow b = c \cdot L + a \Rightarrow c = \frac{b-a}{L}$

$\Rightarrow E_x = \frac{I \rho}{\pi} \left[\left(\frac{b-a}{L} \right) x + a \right]^{-2} \Rightarrow r = \left(\frac{b-a}{L} \right) x + a$

$\rightarrow V = - \int_0^L E_x dx = - \frac{I \rho}{\pi} \int_0^L \frac{dx}{\left[\left(\frac{b-a}{L} \right) x + a \right]^2}$
 $= \frac{I \rho}{\pi} \frac{L}{b-a} \left[\left(\frac{b-a}{L} \right) x + a \right]^{-1} \Big|_0^L$
 $= \frac{I \rho}{\pi} \frac{L}{b-a} \left[\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right] = \frac{I \rho L}{\pi b a}$

(2)

0hm: $R = \frac{V}{I} = \frac{\rho L}{\pi a b} = 9,81 \cdot 10^5 \Omega$

Problem 26.49) $P = 100 \text{ W}$

$V = 120 \text{ V}$

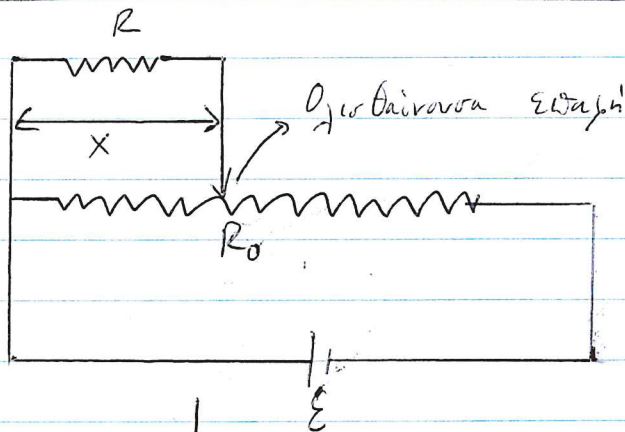
Kostas: € 0,06 / kWh

(a) $t = 31 \text{ days} = 31 \cdot (24 \text{ h}) \Rightarrow \text{cost} = \frac{P \cdot t}{\text{€ 0,06 / kWh}} = \boxed{\text{€ 4,46}}$

(b) $\left. \begin{aligned} R &= \frac{V}{I} \\ I &= \frac{P}{V} \end{aligned} \right\} \Rightarrow R = \frac{V^2}{P} = \boxed{144 \Omega}$

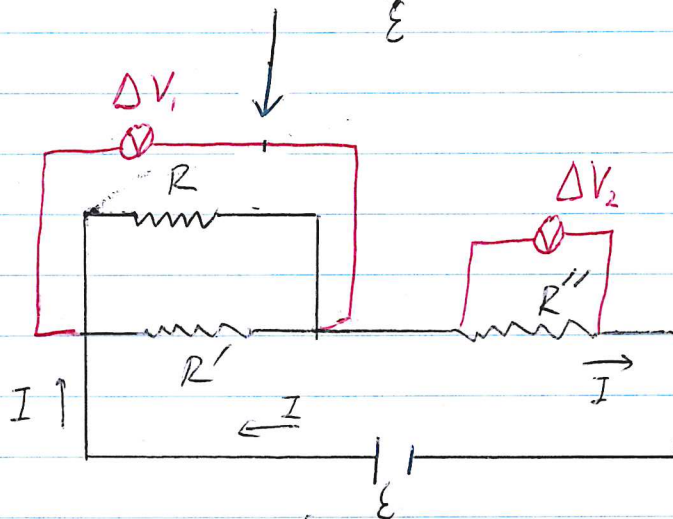
(c) $I = \frac{P}{V} = \boxed{0,833 \text{ A}}$

Problem 27.26)

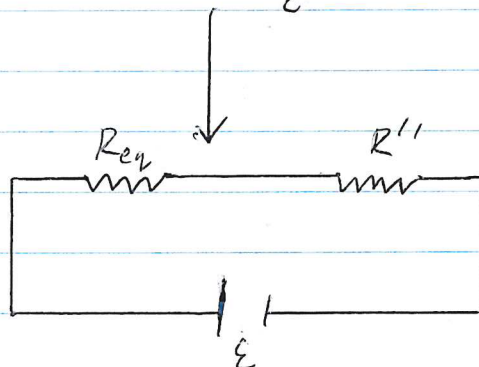


$\rightarrow X_i = 0$

$\rightarrow X_f = 10 \text{ cm} \equiv L$



$\rightarrow R' = \frac{x}{L} R_0$
 $\rightarrow R'' = R_0 - R' = \frac{L-x}{L} R_0$
 $\rightarrow \Delta V_1 + \Delta V_2 = \varepsilon$



$\rightarrow \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} = \frac{1}{R_0}$ (συνθήκη)
 $\Rightarrow R_{eq} = \frac{R R'}{R + R'} = \frac{R R_0 \frac{x}{L}}{R + R_0 \frac{x}{L}} = \frac{R R_0}{R L + R_0 x}$

$$\text{Ohm: } I = \frac{\Delta V_1}{R_{eq}} = \frac{\Delta V_2}{R''} \quad (3)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V_1}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon - \Delta V_1}{R''}$$

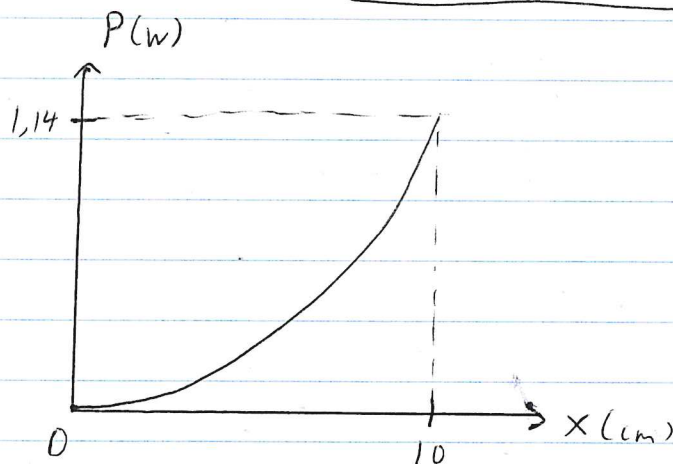
$$\Rightarrow R'' \Delta V_1 = (\varepsilon - \Delta V_1) R_{eq}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta V_1 &= \frac{\varepsilon R_{eq}}{R'' + R_{eq}} = \frac{\frac{\varepsilon R R_0 x}{R L + R_0 x}}{\frac{R R_0 x}{R L + R_0 x} + R_0 \frac{L-x}{L}} \\ &= \frac{L \varepsilon R R_0 x}{L R R_0 x + R_0 (L-x)(R L + R_0 x)} \\ &= \frac{L \varepsilon R x}{R L^2 + R_0 x L - R_0 x^2} \end{aligned}$$

→ Ρύθμος αλλαγής ενέργειας = \dot{W}

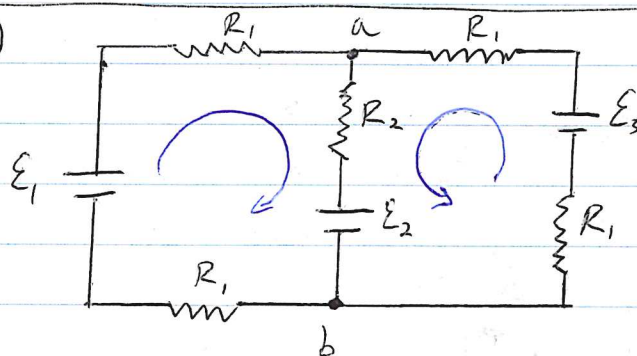
$$\Rightarrow P = \frac{(\Delta V_1)^2}{R} = \frac{R L^2 \varepsilon^2 x^2}{(R L^2 + R_0 x L - R_0 x^2)^2}$$

→ Γραφική:



problem

27.45)



$$\rightarrow R_1 = 1,0 \, \Omega$$

$$\rightarrow R_2 = 2,0 \, \Omega$$

$$\rightarrow \varepsilon_1 = 2,0 \, V$$

$$\rightarrow \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 4,0 \, V$$

Kirchhoff:

$$\Delta \varepsilon_{\text{zros}} \text{ βρόχος: } \varepsilon_3 - I_3 R_1 + I_2 R_2 - \varepsilon_2 - I_3 R_1 = 0$$

$$\Rightarrow I_2 = 2 I_3 \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow I_3 = I_2 \frac{R_2}{2 R_1} = I_2$$

(4)

Απώτερος βρόχος: $\mathcal{E}_1 - I_1 R_1 + I_2 R_2 - \mathcal{E}_2 - I_1 R_1 = 0$

$$2\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 \Rightarrow 2I_1 R_1 = I_2 R_2 - \mathcal{E}_1$$

$$\underline{R_2 = 2R_1} \Rightarrow I_1 = I_2 \frac{R_2}{2R_1} - \frac{\mathcal{E}_1}{2R_1} = I_2 - \frac{\mathcal{E}_1}{2R_1}$$

$$(a) \rightarrow I_1 + I_2 + I_3 = 0 \Rightarrow I_1 + I_2 + I_2 = 0$$

$$\Rightarrow I_1 + 2\left(I_1 + \frac{\mathcal{E}_1}{2R_1}\right) = 0$$

$$\Rightarrow 3I_1 = -\frac{\mathcal{E}_1}{R_1} \Rightarrow I_1 = -\frac{\mathcal{E}_1}{3R_1} = \boxed{-\frac{2}{3}A}$$

$$(b) \underline{I_1 < 0} \Rightarrow \boxed{\text{σρος } I_1 \text{ αντί}} = \boxed{-0,67A}$$

$$(c) I_2 = I_1 + \frac{\mathcal{E}_1}{2R_1} = \boxed{\frac{1}{3}A} = \boxed{0,33A}$$

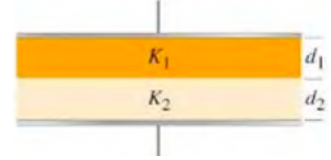
$$(d) \underline{I_2 > 0} \Rightarrow \boxed{\text{σρος } I_2 \text{ είναι}}$$

$$(e) I_3 = I_2 = \boxed{\frac{1}{3}A} = \boxed{0,33A}$$

$$(f) \underline{I_3 > 0} \Rightarrow \boxed{\text{σρος } I_3 \text{ είναι}}$$

$$(g) \Delta V_2 \equiv V_a - V_b = \mathcal{E}_2 - I_2 R_2 = \boxed{\frac{10}{3}V} = \boxed{3,33V}$$

9. Δύο διαφορετικά διηλεκτρικά συμπληρώνουν τον χώρο ανάμεσα στους οπλισμούς ενός επίπεδου πυκνωτή όπως φαίνεται στο σχήμα. Προσδιορίστε την εξίσωση που δίνει την χωρητικότητα του πυκνωτή αυτού συναρτήσει των διηλεκτρικών σταθερών K_1, K_2 των υλικών, της επιφάνειας A και του πάχους των διηλεκτρικών υλικών απόστασης $d_1 = d_2 = d/2$. Υπόδειξη: θα μπορούσατε να θεωρήσετε τον πυκνωτή αυτόν σαν δύο πυκνωτές συνδεδεμένους σε σειρά ή παράλληλα;



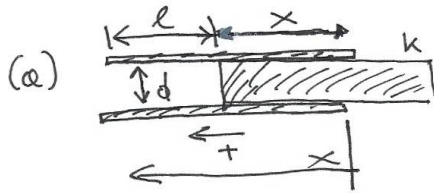
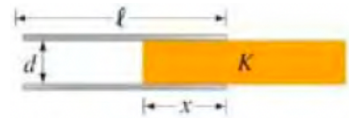
Ο πυκνωτής μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι δύο πυκνωτές σε σειρά που έχουν την ίδια επιφάνεια οπλισμών, αλλά η μεταξύ τους απόσταση και διηλεκτρικό υλικό είναι διαφορετικά:

Η χωρητικότητα του ισοδύναμου πυκνωτή θα είναι επομένως:

$$\frac{1}{C_{\text{ολ}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{\frac{K_1 A \epsilon_0}{d_1}} + \frac{1}{\frac{K_2 A \epsilon_0}{d_2}} = \frac{d_1}{K_1 A \epsilon_0} + \frac{d_2}{K_2 A \epsilon_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C_{\text{ολ}}} = \frac{(d_1 K_2 + d_2 K_1) A \epsilon_0}{K_1 K_2 A \epsilon_0} \Rightarrow \frac{1}{C_{\text{ολ}}} = \frac{d_1 K_2 + d_2 K_1}{K_1 K_2} \Rightarrow \boxed{C_{\text{ολ}} = \frac{K_1 K_2}{d_1 K_2 + d_2 K_1}}$$

10. Ένα κομμάτι υλικού πάχους d και διηλεκτρικής σταθεράς K έχει εισαχθεί κατά απόσταση x , στο χώρο ανάμεσα στους οπλισμούς ενός επίπεδου τετραγωνικού πυκνωτή πλευράς l , όπως φαίνεται στο σχήμα. Προσδιορίστε συναρτήσει του x , (α) τη χωρητικότητα, (β) την αποθηκευμένη ενέργεια αν η διαφορά δυναμικού είναι V_0 και (γ) το μέτρο και διεύθυνση της δύναμης που ασκείται στο διηλεκτρικό υλικό. Υποθέστε ότι V_0 παραμένει σταθερό και δεν μεταβάλλεται.

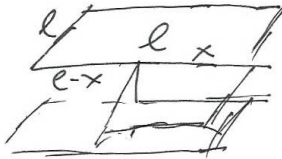


(α) Θεωρούμε το σύστημα από δύο πυκνωτές ένας με διηλεκτρικό και ένας χωρίς διηλεκτρικό, και οι δύο πυκνωτές έχουν τους δύο οπλισμούς τους με υψηλό δυναμικό ενώ οι δύο οπλισμούς με χαμηλό δυναμικό επίσης ενώ τους. Επομένως οι δύο πυκνωτές σαν περίπτωση αυτή είναι συνδεδεμένοι παράλληλα μεταξύ τους.

Επομένως η ισοδύναμη χωρητικότητα θα είναι: $C = C_1 + C_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow C = \epsilon_0 \frac{l(l-x)}{d} + K\epsilon_0 \frac{lx}{d} \Rightarrow \boxed{C = \epsilon_0 \frac{l^2}{d} \left[1 + (K-1) \frac{x}{l} \right]}$$

Εφόσον ο πυκνωτής είναι τετραγωνικός η μία πλευρά του θα είναι l ως



(β) και οι δύο πυκνωτές έχουν την ίδια διαφορά δυναμικού, επομένως $V = \frac{1}{2} CV^2$

$$\text{Επομένως } U = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) V_0^2 = \epsilon_0 \frac{l^2}{d} \left[1 + (K-1) \frac{x}{l} \right] V_0^2$$

(γ) Όταν η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στους οπλισμούς ενός πυκνωτή είναι σταθερή και διηλεκτρικό υλικό εισέρχεται ανάμεσα στους οπλισμούς, φορτίο εκρέει από την πηγή δυναμικού (μπαταρία) στον πυκνωτή. Υποθέτουμε ότι το έργο που παράγεται από ένα εξωτερικό φορέα, με τέτοιο τρόπο ώστε το διηλεκτρικό να μην έχει κινητική ενέργεια. Επομένως $W_{\text{ext}} = \Delta U \Rightarrow dW_{\text{ext}} = dU$. Αυτό είναι ανάλογο με τη βαρυτική ^{δυναμική} ενέργεια όπου κινάμε ένα σώμα με σταθερή ταχύτητα κατακόρυφα. Για να αξιολογήσουμε (μετρήσουμε) τη βαρυτική δυναμική ενέργεια, δεικνύει (αρχαίως) έργο πρέπει να μεταναστεύει από μια εξωτερική μη βαρυτική πηγή.

Στην προκείμενη περίπτωση, η δυναμική ενέργεια της πηγής δυναμικώς και η δυναμική ενέργεια του πυκνωτή αλλάζουν καδώς αλλάζει το x .

Προβείτε επίσης ότι η αλλαγή στο φορτίο που είναι αποθηκευμένο στον πυκνωτή είναι αντίθετη από την αλλαγή στο φορτίο που είναι αποθηκευμένο στην πηγή δυναμικού.

$$dW_{\text{εξ}} = dU = dU_{\text{πικ}} + dU_{\text{πηγ}} \Rightarrow F_{\text{εξ}} dx = d\left(\frac{1}{2} C V_0^2\right) + d(Q_{\text{πηγ}} V_0) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\text{εξ}} = \frac{1}{2} V_0^2 \frac{dC}{dx} + V_0 \frac{dQ_{\text{πηγ}}}{dx} = \frac{1}{2} V_0^2 \frac{dC}{dx} - V_0 \frac{dQ_{\text{πικ}}}{dx} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\text{εξ}} = \frac{1}{2} V_0^2 \frac{dC}{dx} - V_0^2 \frac{dC}{dx} \Rightarrow F_{\text{εξ}} = -\frac{1}{2} V_0^2 \frac{dC}{dx} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\text{εξ}} = -\frac{1}{2} V_0^2 \epsilon_0 \frac{d}{dx} \left[\frac{(\kappa-1)}{d} \right] \Rightarrow F_{\text{εξ}} = -\frac{V_0^2 \epsilon_0 l}{2d} (\kappa-1)$$

Η δύναμη αυτή είναι στην αντίθετη διεύθυνση του dx , και επομένως είναι προς τα δεξιά. Αυτή η δύναμη εφαρμόζεται ώστε να κρατά το διηλεκτρικό από το να επιταχύνεται. Επομένως θα πρέπει να υπάρχει μια δύναμη ίσου μέτρου με κατεύθυνση προς τα αριστερά ~~η~~ οποία τραβά το διηλεκτρικό.

Η δύναμη αυτή προέρχεται από την ^{φορτίων} έλξη του ^{οπλισμών} του πυκνωτή και του επαγόμενου φορτίου στο διηλεκτρικό. Η δύναμη αυτή έχει επομένως μέτρο: $F_{\text{ελ}} = \frac{V_0^2 \epsilon_0 l}{2d} (\kappa-1)$ με φορά προς τα αριστερά