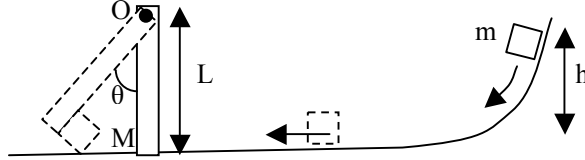


ΦΥΣ. 131
ΕΡΓΑΣΙΑ # 12 – ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

1. Ένας πίθηκος μάζας m σκαρφαλώνει ένα αβαρές σχοινί το οποίο περνά πάνω από ένα λείο κλαδί δέντρου. Το άλλο άκρο του σχοινιού είναι δεμένο σε ένα πακέτο μάζας M που βρίσκεται στο έδαφος. Έστω g είναι η επιτάχυνση εξαιτίας της βαρύτητας. (α) Συναρτήσει των M , m και g ποιο είναι το μέγεθος της ελάχιστης επιτάχυνσης που πρέπει να έχει ο πίθηκος ώστε να σηκώσει το πακέτο από το έδαφος; (β) Υποθέστε ότι αφού έχει σηκωθεί το πακέτο, ο πίθηκος σταματά να σκαρφαλώνει και απλά κρατιέται από το σχοινί. Την χρονική αυτή στιγμή ποια είναι η επιτάχυνση του πιθήκου και η τάση T του σχοινιού; Αφήστε τις απαντήσεις σας συναρτήσει των M , m και g .

2. Ένα τούβλο μάζας m , βρίσκεται αρχικά σε ύψος h και σε ηρεμία. Αρχίζει κατόπιν να γλιστρά προς τα κάτω πάνω σε ένα λείο επίπεδο όπως φαίνεται στο σχήμα. Συγκρούεται κατόπιν πλαστικά με μια ομοιόμορφη κατακόρυφο ράβδο μάζας M και μήκους L . Από την στιγμή που η ράβδος είναι στερεωμένη από ένα σημείο O , το σύστημα ράβδος/τούβλο, αιωρείται γύρω από το σημείο αυτό μετά την σύγκρουση. Απαντήστε στα ακόλουθα, εκφράζοντας τις απαντήσεις σας συναρτήσει των M , m , L , h .



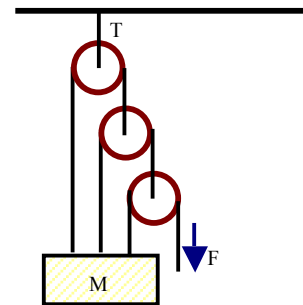
(α) Ποια είναι η στροφορμή του τούβλου σχετικά με το σημείο O ακριβώς πριν την σύγκρουσή του με την ράβδο.

(β) Ποια είναι η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος ράβδος/τούβλο την στιγμή μετά την σύγκρουση. Μπορεί να βρείτε το ακόλουθο αρκετά χρήσιμο: Η ροπή αδράνειας μιας λεπτής ομοιόμορφης ράβδου γύρω από ένα άξονα κάθετο στο μήκος της και που περνά από το κέντρο μάζας της είναι $I = ML^2/12$, όπου M και L η μάζα και το μήκος της αντίστοιχα.

(γ) Μετά τη σύγκρουση, το σύστημα ράβδου/τούβλου αιωρείται γύρω από το σημείο O πριν έλθει στιγμιαία σε κατάσταση ηρεμίας σε μιά γωνία θ ως προς την κατακόρυφο διεύθυνση. Δείξτε ότι $\cos\theta$ δίνεται από την σχέση:

$$\cos\theta = 1 - \frac{6hm^2}{(3m+M)(2m+M)L}$$

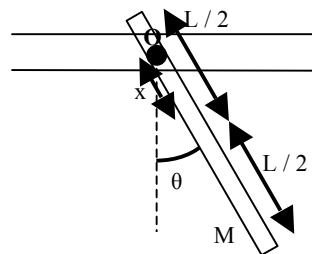
3. Θεωρήστε το σύστημα των τροχαλιών που φαίνεται δίπλα. Η άγνωστη δύναμη F που ασκείται είναι ακριβώς αυτή που χρειάζεται ώστε να κρατά το σύστημα σε ισορροπία. Το τούβλο έχει μάζα M , ενώ οι τροχαλίες και τα σχοινιά θεωρούνται αμελητέας μάζας. Ποια είναι η τάση T στο υψηλότερο σχοινί (π.χ. το σχοινί που συνδέει την πιο πάνω τροχαλία με την οροφή), συναρτήσει της μάζας M και της επιτάχυνσης εξαιτίας της βαρύτητας g .



4. Μια ράβδος μάζας M και μήκους L , είναι στερεωμένη σε ένα σημείο O , το οποίο έχει απόσταση x από το κέντρο μάζας της ράβδου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Έστω g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Εκφράστε όλες τις απαντήσεις σας συναρτήσει των M , g , x , L και θ .

(α) Υποθέστε ότι η ράβδος περιστρέφεται κατά μία γωνία θ ως προς την κατακόρυφο (όπως φαίνεται στο σχήμα). Ποιο είναι το μέγεθος της ροπής στην ράβδο ως προς το σημείο O εξαιτίας της δύναμης της βαρύτητας.

(β) Ποιά είναι η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το σημείο O ; Υπόδειξη: Η ροπή αδράνειας μιας λεπτής ομοιόμορφης ράβδου μήκους L και μάζας M ως προς ένα άξονα κάθετο στο μήκος της ράβδου και που περνά από το κέντρο μάζας της ράβδου είναι $I = 1/12 ML^2$.



(γ) Υποθέστε τώρα ότι η ράβδος μετατοπίζεται κατά μία δεδομένη σταθερή γωνία θ και αφήνεται ελεύθερη. Βρείτε μια εξίσωση για το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης, α , της ράβδου όταν σχηματίζει γωνία θ ως προς την κατακόρυφο συναρτήσει των g , M , x , L και θ .

(δ) Αυτή η ράβδος είναι ένα καλό παράδειγμα ενός φυσικού εκκρεμούς. Συναρτήσει και πάλι των g , M , x , και L , ποιά είναι η συχνότητα των μικρών ταλαντώσεων της ράβδου γύρω από την θέση ισορροπίας; Χρησιμοποιήστε την προσέγγιση $\sin\theta \sim \theta$.

5. Θεωρήστε ένα σύστημα τριων αστερων, αποτελούμενο από 2 αστέρες μάζας m περιστρεφόμενοι γύρω από ένα κεντρικό άστρο μάζας M στην ίδια κυκλική τροχιά ακτίνας r . Καθ'όλη τη διάρκεια της κίνησής τους, οι δύο αστέρες βρίσκονται πάντοτε στα αντίθετα άκρα της διαμέτρου της κυκλικής τους τροχιάς. Συναρτήσει των r , M και m και της παγκόσμιας σταθεράς της βαρύτητας G , βρείτε την περίοδο περιστροφής ενός από τους δυο περιστρεφόμενους αστέρες.

6. Μια χορδή μήκους 75cm είναι τεντωμένη μεταξύ 2 σταθερών στηριγμάτων. Μία γεννήτρια συχνοτήτων είναι συνδεδεμένη με μια συσκευή που μπορεί να παράγει στάσιμα κύματα. Έχει βρεθεί ότι στάσιμα κύματα μπορούν να παραχθούν στις συχνότητες 315Hz και 420Hz και σε καμιά άλλη συχνότητα μεταξύ των δύο.

(α) Ποιά είναι η χαμηλότερη συχνότητα στην οποία ένα στάσιμο κύμα μπορεί να προκληθεί στην χορδή;

(β) Με ποια ταχύτητα μπορούν διαμήκη κύματα να μεταδωθούν στην χορδή;

(γ) Δύο ηχεία σε απόσταση d βρίσκονται σε φάση μεταξύ τους. Ένας ακροατής στέκεται σε απόσταση $4d/3$ ακριβώς μπροστά από ένα από τα ηχεία. Το σήμα το οποίο εκπέμπεται από τα ηχεία καλύπτει μια ευρεία ζώνη συχνοτήτων. Σε ποιές συχνότητες ο ακροατής θα ακούσει μέγιστο σήμα εξαιτίας της μέγιστης ενισχυτικής συμβολής; Η απάντησή σας θα πρέπει να εκφραστεί συναρτήσει της απόστασης d .

(δ) Σε ποιές συχνότητες ο ακροατής θα ακούσει ένα ελάχιστο σήμα εξαιτίας της καταστρεπτικής συμβολής; Εκφράστε την απάντησή σας συναρτήσει του d .

7. Μια σιδηροδρομική τροχιά ενός παιδικού τρένου είναι τοποθετημένη σε μία μεγάλη ρόδα η οποία είναι ελεύθερη να περιστρέφεται χωρίς τριβή γύρω από ένα κατακόρυφο άξονα. Το παιδικό τρένο μάζας m , βρίσκεται πάνω στην τροχιά και όταν η τροφοδοτείται με ρεύμα, φθάνει σε μια σταθερή ταχύτητα v σχετικά με τις σιδηροδρομική ράγα. Αν η ρόδα έχει μάζα M , ακτίνα R , και ροπή αδράνειας $I=MR^2$ γύρω από τον άξονα περιστροφής, ποια είναι η γωνιακή ταχύτητα, ω , της ρόδας; Εκφράστε την απάντησή σας συναρτήσει των m , M , v , a και R . Υπόδειξη: Η ισχύς που χρησιμοποιείται για να επιταχύνει το τρένο προσθέτει εξωτερική ενέργεια στο σύστημα, αλλά δεν δημιουργεί κάποια εξωτερική ροπή στο σύστημα.

8. Δύο γεννήτριες συχνοτήτων συνδέονται στα αντίθετα άκρα μιας πολυ μακριάς χορδής. Το κύμα που προκαλείται από την γεννήτρια στο ένα άκρο της χορδής περιγράφεται από την εξίσωση $y_1(x,t) = (6.0\text{cm}) \cos(\frac{\pi}{2}[(2.0\text{m}^{-1})x + (8.0\text{s}^{-1})t])$. Το κύμα που προκαλείται από την γεννήτρια στο άλλο άκρο της χορδής περιγράφεται από την εξίσωση $y_2(x,t) = (6.0\text{cm}) \cos(\frac{\pi}{2}[(2.0\text{m}^{-1})x - (8.0\text{s}^{-1})t])$

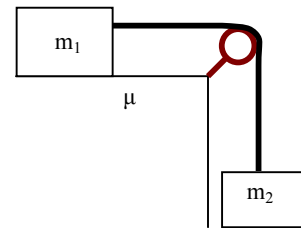
(α) Προσδιορίστε την συχνότητα, μήκος κύματος και ταχύτητα κάθε κύματος.

(β) Γράψτε μία σχέση που να περιγράφει την υπέρθεση των δύο κυμάτων (π.χ. τι είναι το $y_1(x,t) + y_2(x,t)$). Μπορεί η ακόλουθη ταυτότητα να σας φανεί χρήσιμη: $2 \sin A \sin B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$.

(γ) Όπως θα σας είναι προφανές από το αποτέλεσμα του υποερωτήματος (β), η υπέρθεση των y_1 και y_2 είναι ένα στάσιμο κύμα. Αν υπάρχουν ακριβώς 5 δεσμοί εξαιρουμένων των 2 άκρων της χορδής ποιο είναι το μήκος της χορδής;

9. Δύο τούβλα μάζας m_1 και m_2 συνδέονται με μια χορδή αμελητέας μάζας όπως φαίνεται στο σχήμα. Η τροχαλία έχει αμελητέα μάζα και δεν παρουσιάζει οποιαδήποτε τριβή, αλλά ο συντελεστής τριβής, μ , μεταξύ του τραπεζιού και της μιας μάζας δεν είναι μηδέν. Αν τα δύο τούβλα αφήνονται από την κατάσταση της ηρεμίας, δείξτε ότι η κοινή τους ταχύτητα, αφού έχουν διανύσει μια απόσταση L , δίνεται από την σχέση:

$$v = \sqrt{\frac{2(m_2 - \mu m_1)gL}{m_1 + m_2}}$$



10. Θεωρήστε ένα σύστημα αποτελούμενο από δύο σωματίδια μάζας M και m αρχικά σε ηρεμία σχετικά το ένα με το άλλο ενώ χωρίζονται από τεράστια απόσταση. Παρά το γεγονός ότι τα σώματα έχουν τόσο μεγάλη απόσταση μεταξύ τους, αλληλεπιδρούν εξαιτίας της βαρυτικής έλξης και επομένως αφού έχουν αφεθεί ελεύθερα να κινηθούν θα ξεκινήσουν να κινούνται το ένα προς το άλλο.

(α) Έστω ότι οι ταχύτητες των σωματιδίων σε κάποια ορισμένη χρονική στιγμή είναι v_M και v_m . Βρείτε μια σχέση για την ταχύτητα v_M συναρτήσει των m , M και v_m . Υπόδειξη: 1) Δεν υπάρχουν δυνάμεις εξωτερικές στο σύστημα. Προσέξτε ότι το

σωματίδια κινούνται προς το μέρος του άλλου. Σαν αποτέλεσμα οι ταχύτητες, v_M και v_m έχουν αντίθετα πρόσημα.

(β) Έστω d παριστάνει την απόσταση μεταξύ των δυο μαζών σε κάποια δεδομένη χρονική στιγμή. Γράψτε μια εξίσωση που να σχετίζει τις μάζες των σωματιδίων, m και M , τις ταχύτητες των σωματιδίων, v_M και v_m , την δεδομένη χρονική στιγμή και την απόσταση d . Υπόδειξη: Από την στιγμή που τα σωματίδια έχουν αρχικά μεγάλη απόσταση, μπορείτε να υποθέσετε ότι η ολική αρχική βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι ίση με μηδέν.

(γ) Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα από τα υποερωτήματα (α) και (β) δείξτε ότι η ταχύτητα οποιουδήποτε των δύο σωματιδίων σχετικά με το άλλο σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή δίνεται από την ακόλουθη ισότητα, όπου d η απόστασή τους την δεδομένη χρονική στιγμή:

$$v_{\text{σχετ.}} = \sqrt{\frac{2G(M+m)}{d}}$$

11. Δυο φοιτητές (ο καθένας με μάζα $m=65\text{Kg}$) κάθονται στις αντίθετες άκρες ενός έλκυθρου (4 μέτρα μακρύ και μάζας 30Kg), αρχικά σε ηρεμία σε λείο πάγο. Ένας φοιτητής κρατά ένα μολυβδένιο δίσκο μάζας 3Kg . Σπρώχνει το δίσκο πάνω στο λείο έλκυθρο στον άλλο φοιτητή με ταχύτητα 6m/sec σχετικά με το έλκυθρο.

(α) Ποια είναι η ταχύτητα του έλκυθρου σχετικά με τον πάγο πριν ο δεύτερος φοιτητής πιάσει το δίσκο;

(β) Ποια είναι η ταχύτητα του έλκυθρου αφού ο δεύτερος φοιτητής πιάσει το δίσκο;

(γ) Πόση απόσταση καλύπτει το έλκυθρο;

(δ) Πόση απόσταση μετακινείται το κέντρο μάζας;

12. Μια ομοιόμορφη κυκλική πέτρα μάζας M και ακτίνας R περιστρέφεται γύρω από ένα κατακόρυφο άξονα, που περνά από το κέντρο της, με μια γωνιακή ταχύτητα ω , την χρονική στιγμή 0 . Η πέτρα έχει μια βαθιά αυλακιά κατά μήκος της περιφέρειάς της. Άμμος χύνεται μέσα στην αυλακιά με ένα σταθερό ρυθμό q (όπου q μετριέται σε Kg/sec). Η άμμος δεν φεύγει έξω από την αυλακιά ή γλυστρά σχετικά με την πέτρα από την στιγμή που έπεσε μέσα στην αυλακιά.

(α) Υποθέτοντας ότι δεν υπάρχει εξωτερική ροπή, δώστε την γωνιακή ταχύτητα της πέτρας συναρτήσει του χρόνου t .

(β) Πόση εξωτερική ροπή χρειάζεται να εφαρμοστεί ώστε να κρατηθεί η πέτρα σε σταθερή γωνιακή ταχύτητα;

13. Ένας άνδρας επιβαίνει σε ένα επίπεδο βαγόνι το οποίο κινείται με ταχύτητα 9.10m/sec . Επιθυμεί να ρίξει μιά μπάλα μέσα από ένα σταθερό στεφάνι 4.90 m πάνω από το ύψος των χεριών του με τέτοιο τρόπο ώστε η μπάλα να κινείται οριζόντια καθώς περνά μέσα από το στεφάνι. Ρίχνει την μπάλα με ταχύτητα 10.8m/s ως προς αυτόν. (Υπόδειξη: Θυμηθείτε ότι οι x και y κινήσεις είναι ανεξάρτητες).

(α) Ποιά πρέπει να είναι η κατακόρυφη συνιστώσα της αρχικής ταχύτητας της μπάλας;

(β) Πόσα δευτερόλεπτα αφού έχει αφήσει την μπάλα, αυτή θα περάσει μέσα από το στεφάνι;

(γ) Σε ποιά οριζόντια απόσταση πριν το στεφάνι θα πρέπει να αφήσει την μπάλα;

(δ) Όταν η μπάλα φεύγει από τα χέρια του άνδρα, ποια είναι η διεύθυνση της ταχύτητάς της σχετικά με το σύστημα αναφοράς του επίπεδου βαγονιού;

14. Κάποιος μοτοσυκλετιστής θέλει να πηδήξει πάνω από μιά χαράδρα με την μοτοσυκλέτα του. Το πλάτος της χαράδρας είναι w . Η ταχύτητα της μοτοσυκλέτας την στιγμή του άλματος είναι ορισμένη σε v , αλλά οποιοσδήποτε μπορεί να αλλάξει την διεύθυνση του διανύσματος της ταχύτητας φτιάχνοντας ένα κεκλιμένο επίπεδο μεταβαλλόμενης γωνίας κλίσης θ , ως προς τον ορίζοντα. Το ύψος του κεκλιμένου επιπέδου είναι αμελητέο σχετικά με το πλάτος της χαράδρας. Θεωρήστε ότι η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας είναι g ενώ η μάζα του ρινοκίνδυνου μοτοσυκλετιστή είναι M .

(α) Η ελάχιστη ταχύτητα v επιτυγχάνεται όταν το διάνυσμα της ταχύτητας της μοτοσυκλέτας και ο οδηγός σχηματίζουν 45° γωνία ως προς την οριζόντια διεύθυνση (έδαφος). Ποια είναι η ελάχιστη ταχύτητα; Εκφράστε την απάντησή σας συναρτήσει των υπόλοιπων μεταβλητών που σας δίνονται.

(β) Υποθέτοντας ότι ο μοτοσυκλετιστής επιτυγχάνει ταχύτητα μεγαλύτερη από αυτή την ελάχιστη ταχύτητα, ποιά είναι η μικρότερη και η μεγαλύτερη γωνία που μπορεί να έχει το κεκλιμένο επίπεδο ώστε ο μοτοσυκλετιστής να περάσει πάνω από την χαράδρα; Εκφράστε και πάλι την απάντησή σας συναρτήσει των δεδομένων του προβλήματος.

(γ) Ευτυχώς, κατά την διάρκεια του πραγματικού άλματος, το κεκλιμένο επίπεδο τέθηκε με γωνία κλίσης 45° . Δυστυχώς όμως, η ταχύτητα της μοτοσυκλέτας ήταν ελάχιστα ανεπαρκής για να περάσει την χαράδρα και ο οδηγός προφανώς είχε πρόβλημα. Κατάλαβε όμως την αποτυχία του εγχειρήματός του και στην κορυφή της τροχιάς πηδά κατακόρυφα προς τα πάνω, πάνω από την μοτοσυκλέτα, χάνοντας επαφή με το όχημα. Γενικά, νομίζετε ότι αυτό το τέχνασμα τον έσωσε; (αν όχι την μοτοσυκλέτα). Εξηγήστε ποιοτικά γιατί ή γιατί όχι.

15. Μια σανίδα βρίσκεται πάνω σε 2 ομοιόμορφους κυλίνδρους (με ροπή αδράνειας $I=MR^2/2$) που βρίσκονται πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης θ όπως φαίνεται στο σχήμα. Η σανίδα έχει μάζα m και κάθε ένας από τους κυλίνδρους έχει μάζα $m/2$. Αν δεν υπάρχει ολίσθηση μεταξύ των διαφόρων επιφανειών, ποια είναι η επιτάχυνση της σανίδας;

