

ΦΥΣ 331 – Χειμερινό Εξάμηνο 2018

Τελική Εξέταση

Τρίτη 11/12/2018

Διάρκεια: 15:00 – 18:00

Σας δίνονται 11 ισοδύναμα προβλήματα και θα πρέπει να απαντήσετε σε όλα.

Σύνολο μονάδων 100.

Καλή Επιτυχία

Μερικές χρήσιμες σχέσεις:

$$u_1(p) = N \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{p_z}{E+m} \\ \frac{p_x + ip_y}{E+m} \end{pmatrix} \quad u_2(p) = N \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{p_x - ip_y}{E+m} \\ \frac{-p_z}{E+m} \end{pmatrix} \quad v_1(p) = N \begin{pmatrix} \frac{p_x - ip_y}{E+m} \\ \frac{-p_z}{E+m} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad v_2(p) = N \begin{pmatrix} \frac{p_z}{E+m} \\ \frac{p_x + ip_y}{E+m} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$N = \sqrt{E+m}$$

$$u_{\uparrow}(\theta, \varphi) = N \begin{pmatrix} c \\ se^{i\varphi} \\ \frac{p}{E+m}c \\ \frac{pe^{i\varphi}}{E+m}s \end{pmatrix} \quad u_{\downarrow}(\theta, \varphi) = N \begin{pmatrix} -s \\ ce^{i\varphi} \\ \frac{p}{E+m}s \\ \frac{-pe^{i\varphi}}{E+m}c \end{pmatrix} \quad v_{\uparrow}(\theta, \varphi) = N \begin{pmatrix} \frac{p}{E+m}s \\ \frac{-pe^{i\varphi}}{E+m}c \\ -s \\ ce^{i\varphi} \end{pmatrix} \quad v_{\downarrow}(\theta, \varphi) = N \begin{pmatrix} \frac{p}{E+m}c \\ \frac{pe^{i\varphi}}{E+m}s \\ c \\ se^{i\varphi} \end{pmatrix}$$

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_\mu \\ -\sigma_\mu & 0 \end{pmatrix}, \quad \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}, \quad (\gamma^0)^\dagger = \gamma^0, \quad (\gamma^\mu)^\dagger = -\gamma^\mu$$

1. [10μ]

(α) Εξηγήστε γιατί είναι δυνατό χρησιμοποιώντας ζεύγος quark και antiquark, να δημιουργηθούν τόσο βαθμωτά ($J^P = 0^+$) όσο και ψευδο-βαθμωτά μεσόνια ($J^P = 0^-$). [5μ]

(β) Το νετρόνιο και το αντι-νετρόνιο είναι ουδέτερο σωματίδιο-αντισωματίδιο, όπως συμβαίνει με το K^0 και το \bar{K}^0 . Όπως έχουμε δει, τα K^0 και \bar{K}^0 αναμειγνύονται μεταξύ τους ταλαντώνοντας από τη μία κατάσταση στην άλλη. Εξηγήστε τον λόγο που δεν συμβαίνει το ίδιο με το σύστημα του νετρονίου – αντινετρονίου. [5μ]

2. [10μ]

(α) Εξηγήστε τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα ενός αδρονικού και ενός λεπτονικού επιταχυντή. Ποιός είναι ο βασικός λόγος χρήσης επιταχυντών αδρονίων για έρευνα για νέα φυσική; [4μ]

(β) Το Tevatron στο Fermilab της Αμερικής ήταν ο μεγαλύτερος σε ενέργεια επιταχυντής πριν τη λειτουργία του LHC. Ο επιταχυντής είχε ακτίνα $R = 1\text{km}$ και η μέγιστη ένταση πεδίου των διπολικών μαγνητών του ήταν 3.3T . Ο επιταχυντής περιείχε αρκετές rf κοιλοότητες ώστε να επιτυγχάνεται επιτάχυνση των πρωτονίων της δέσμης κατά $1\text{MeV}/\text{περιστροφή}$. Καθώς ένα φορτισμένο σωματίδιο διαγράφει καμπύλη τροχιά μέσα στο μαγνητικό πεδίο εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία γνωστή ως σύνγχροτρο ακτινοβολία. Η απώλεια ενέργειας ανά περιστροφή δίνεται από τη σχέση:

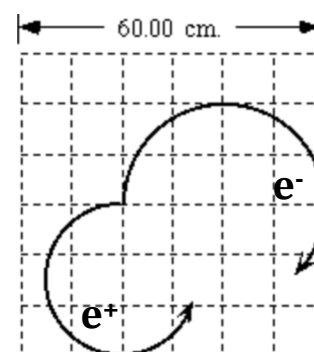
$$-\delta E = \frac{e^2}{3\epsilon_0 R} \left(\frac{E}{mc^2} \right)^4 \quad \text{όπου } \epsilon_0 \text{ η ηλεκτρική διαπερατότητα του κενού ίση με } \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C/(Vm)}.$$

(i) Βρείτε τη μέγιστη ορμή που θα μπορούσε να αποκτήσει ένα πρωτόνιο στο Tevatron. [3μ]

(ii) Αν αντί για πρωτόνια, το Tevatron χρησιμοποιούσε δέσμη ηλεκτρονίων-ποζιτρονίων ποιά θα ήταν η μέγιστη ορμή που θα μπορούσαν να αποκτήσουν τα ηλεκτρόνια; [3μ]

3. [10μ]

Το διπλανό σχήμα δείχνει τη σπάνια διάσπαση ενός ουδέτερου σωματιδίου. Το σχήμα δείχνει την κλίμακα της διάσπασης. Οι δύο τροχιές σωματιδίων που φαίνονται βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο, ενώ η αρχική γωνία των δύο σωματιδίων στο σημείο της διάσπασης είναι 90° . Η διάσπαση λαμβάνει χώρα μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο 3.33T ($33,333\text{Gauss}$) το οποίο είναι κάθετο στη σελίδα. Βρείτε τη μάζα του άγνωστου σωματιδίου που διασπάστηκε.



4. [10μ]

(α) Όπως το γερμάνιο και το πυρίτιο, ο άνθρακας σε κρυσταλλική μορφή διαμαντιού συμπεριφέρεται σαν ημιαγωγός και για το λόγο αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή ενός ανιχνευτή σωματιδίων από διαμάντια. Η ενέργεια που απαιτείται για την δημιουργία ενός ζεύγους ιόντων στο διαμάντι είναι $W = 5eV$. Υπολογίστε τη διακριτική ικανότητα ενέργειας ενός ανιχνευτή διαμαντιού για φωτόνια ενέργειας $100 keV$ (ακτίνες X).

(β) Τα διαμάντια, ακόμα και τα τεχνητά, είναι αρκετά ακριβά για την κατασκευή ενός σχετικά μεγάλου ανιχνευτή και για τον λόγο αυτό καταφεύγουμε στη χρήση φθινότερων και πιο πυκνών υλικών. Υπολογίστε πόσο πάχος σιδήρου απαιτείται για να απορροφηθεί πλήρως ένα ηλεκτρόνιο ενέργειας $24 GeV$. Δηλαδή ποιο θα πρέπει να είναι το πάχος ώστε η καταίγίδα του ηλεκτρονίου να σταματήσει μέσα στον ανιχνευτή. Δίνεται ότι το μήκος ακτινοβολίας του Fe είναι $X_0 = 1.77cm$ και η πυκνότητά του $d = 7.87 g/cm^3$ και η κριτική ενέργεια $E_c = 24MeV$.

(γ) Τι πάχος θα πρέπει να έχει ένας ανιχνευτής από σίδηρο ώστε να σταματήσει ένα μιονίο ενέργειας $24 GeV$;

5. [10μ]

Ένα μεσόνιο με ισοσπίν $I=1$ παρατηρείται ότι διασπάται σε 3 πιόνια αλλά όχι σε 2 πιόνια.

(α) Πιστεύετε ότι η διεργασία αυτή γίνεται μέσω των ασθενών αλληλεπιδράσεων; Εξηγήστε.

(β) Ποιά μπορεί να είναι η παραδοξότητα για το διασπώμενο μεσόνιο; Εξηγήστε.

6. [10μ]

Να βρεθεί η μέγιστη γωνία μεταξύ των δύο φωτονίων που παράγονται κατά τη διάσπαση $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ όταν η ενέργεια του π^0 είναι $10 GeV$. Η μάζα του π^0 είναι $135 MeV$.

7. [10μ]

Αποδείξτε ότι αν ένας οποιοσδήποτε από τους 4 Dirac spinors εισαχθεί στην εξίσωση Dirac $(\gamma^\mu p_\mu - m)u = 0$ τότε παίρνουμε και πάλι τη σχέση ενέργειας – ορμής του Einstein.

8. [10μ]

Κάτω από την συνδυαστική δράση των τελεστών της parity \hat{P} και συζυγίας φορτίου \hat{C} , $(\hat{C}\hat{P})$, οι spinors μετασχηματίζονται σύμφωνα με τη σχέση: $\psi \rightarrow \psi^C = \hat{C}\hat{P}\psi = i\gamma^2\gamma^0\psi^*$.

Δείξτε ότι θεωρώντας ένα γενικό παράγοντα που περιέχει μιγαδική φάση, π.χ. $e^{i\varphi}$, μπορούμε να γράψουμε ότι $\hat{C}\hat{P}u_\uparrow(\theta, \varphi) = v_\downarrow(\pi - \theta, \pi + \varphi)$.

9. [10μ]

Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των γ -πινάκων και τον ορισμό του $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ δείξτε ότι:

$$(a) (\gamma^5)^2 = 1 \quad [3\mu] \quad (b) (\gamma^5)^\dagger = \gamma^5 \quad [3\mu] \quad (c) \{\gamma^5, \gamma^\nu\} = 0 \quad [1\mu]$$

Δείξτε ακόμη ότι ο τελεστής της ελικότητας μπορεί να γραφεί ως: $\hat{h} = -\frac{1}{2} \frac{\gamma^0 \gamma^5 \vec{\gamma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|}$. [3μ]

10. [10μ]

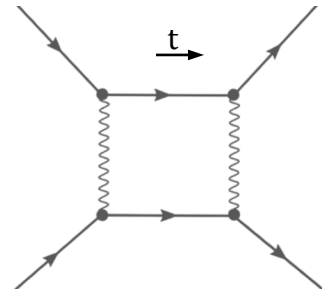
Μπορούμε να παράξουμε W^- μποζόνια τόσο σε pp όσο και σε $p\bar{p}$ σκεδάσεις μέσω της διεργασίας $\bar{u}d \rightarrow W^-$. Στη διεργασία αυτή μόνο αριστερόστροφα φερμιόνια και δεξιόστροφα αντι-φερμιόνια μπορούν να συμμετάσχουν.

(a) Σχεδιάστε την αναμενόμενη πόλωση του μποζονίου W^- ως προς τη διεύθυνση κίνησης του \bar{u} και d quarks. [3μ]

(b) Σχολιάστε ως προς τις διαφορές, αν υπάρχουν, της πόλωσης του W^- στο Tevatron ($p\bar{p}$ επιταχυντής ενέργειας κέντρου μάζας 2 TeV) και στον LHC (pp επιταχυντής με ενέργεια κέντρου μάζας 14 TeV) καθώς και στο $Spp\bar{S}$ ($p\bar{p}$ επιταχυντής με ενέργεια κέντρου μάζας 600 GeV). [7μ]

11. [10μ]

Θεωρήστε το διπλανό box-διάγραμμα σκέδασης e^-e^- . Χρησιμοποιώντας τους κανόνες Feynman για QED να γράψετε το πλάτος μετάβασης για το διάγραμμα αυτό και να πραγματοποιήσετε όλες τις ολοκληρώσεις των δ-συναρτήσεων. Θα πρέπει να αφήσετε την εξίσωση του πλάτους με μια μόνο 4-διάστατη ολοκλήρωση (χρησιμοποιήστε q για την υπολοίπουσα μεταβλητή). Κρατήστε στην έκφραση τα spinors, (δηλαδή δεν θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε το Casimir trick).



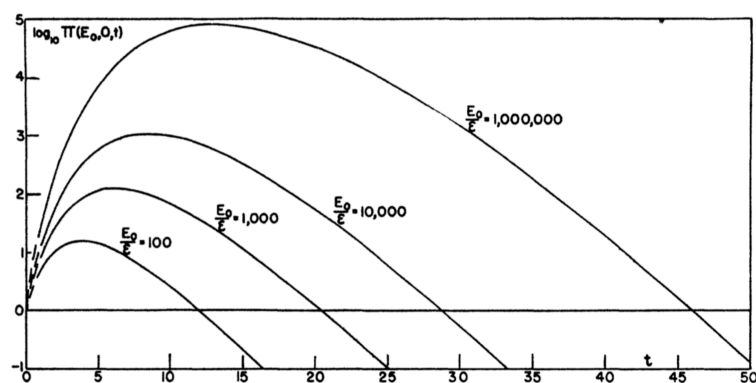


FIG. 19. "Total" number of electrons $\Pi(E_0, 0, t)$ for electron initiated showers, calculated under approximation B , according to Eq. (2.104). Multiplication by ϵ/V_0 yields the specific ionization $j(E_0, t)$ [see Eq. (2.110)].

2018 Reviews of Particle Physics

