

ΦΥΣ. 131
Τελική εξέταση: 10-Δεκεμβρίου-2005

Πριν αρχίσετε συμπληρώστε τα στοιχεία σας (ονοματεπώνυμο και αριθμό ταυτότητας).

Ονοματεπώνυμο	Αριθμός ταυτότητας
----------------------	---------------------------

Σας δίνονται 20 ισότιμα προβλήματα (10 βαθμοί το καθένα).

Προσπαθήστε να δείξετε την σκέψη σας και να εξηγήσετε όσο το δυνατόν πιο καθαρά για ποιό λόγο κάνετε ότι γράφετε. Γράψτε καθαρά διαγράμματα με δυνάμεις, ταχύτητες, επιταχύνσεις.

Η δεύτερη σελίδα περιέχει τυπολόγιο με τύπους που ίσως σας φανούν χρήσιμοι.

ΑΠΑΓΟΡΕΥΟΝΤΑΙ: ΨΙΘΥΡΟΙ, ΧΡΗΣΗ ΣΗΜΕΙΩΣΕΩΝ, ΒΙΒΛΙΩΝ, ΚΙΝΗΤΩΝ Η ΟΤΙΔΗΠΟΤΕ ΑΛΛΟ. ΟΙ ΠΑΡΑΒΑΤΕΣ ΘΑ ΜΗΔΕΝΙΣΤΟΥΝ ΑΥΤΟΜΑΤΑ

Έχετε συνολικά 3 ώρες, αλλά δεν είναι περιοριστικός. Αν χρειαστείτε περισσότερο χρόνο θα σας δοθεί.

Καλή Επιτυχία

Τύποι που μπορεί να φανούν χρήσιμοι

Γραμμική κίνηση:

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

Στροφική κίνηση:

$$1 \text{ περιστροφή} = 360^\circ = 2\pi \text{ ακτίνια}$$

$$\theta = \frac{s}{r}$$

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}, \quad \bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

$$v_{\varepsilon\phi} = \omega R$$

$$a_{\varepsilon\phi} = \alpha R$$

$$a_{\kappa\epsilon\nu\tau\rho} = \frac{v_{\varepsilon\phi}^2}{R} = \omega^2 R$$

$$\vec{a}_{\gamma\rho\alpha\mu} = \vec{a}_{\kappa\epsilon\nu\tau\rho} + \vec{a}_{\varepsilon\phi}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{v_{\varepsilon\phi}}$$

Περιστροφή σώματος:

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

$$E_{\kappa\iota\nu}^{\text{περιστροφική}} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = I \alpha$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$L = I \omega$$

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

$$\text{Απομονωμένο σύστημα: } L_i = L_f$$

Έργο – Ενέργεια:

$$\text{Έργο σταθερή δύναμης: } W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

$$\text{Έργο μεταβαλλόμενης δύναμης: } W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$\vec{F} = -\frac{dU}{d\vec{r}}$$

$$\Delta U = -\int_{r_i}^{r_f} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} kx^2$$

$$U_g = mgh \quad (h \ll R_{\gamma\eta\varsigma})$$

$$W = \Delta E_{\kappa\iota\nu}.$$

$$W = -\Delta U \quad (\text{για συντηρητικές δυνάμεις})$$

$$E_{\mu\eta\chi.} = E_{\kappa\iota\nu.} + U$$

$$E_{\kappa\iota\nu.} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$W = \Delta E_{\mu\eta\chi.} \quad (\text{για μη συντηρητικές δυνάμεις})$$

$$\vec{F}_{\varepsilon\lambda} = -k\vec{x}$$

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Ορμή – Ώθηση - Κρούσεις:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$\text{Ώθηση: } \vec{I} = \int F dt = \Delta \vec{p}$$

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

$$\text{Απομονωμένο σύστημα: } \vec{p}_i = \vec{p}_f$$

$$\text{Ελαστική κρούση: } \Delta \vec{p} = 0, \Delta E = 0$$

$$\text{Μη ελαστική κρούση: } \Delta \vec{p} = 0, \Delta E \neq 0$$

$$\text{Ελαστική κρούση σε 1-Δ: } \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = -(\vec{v}'_1 - \vec{v}'_2)$$

Κέντρο μάζας:

$$x_{CM} = \frac{1}{M_{ολ}} \sum_i m x_i$$

$$\bar{v}_{CM} = \frac{1}{M_{ολ}} \sum_i m v_i$$

$$\sum \vec{F}_{εξ} = M \vec{a}_{CM}$$

απόσβεση)

Συνθήκες στατικής ισορροπίας:

$$\sum \vec{F}_{εξ} = 0 \text{ και } \sum \vec{\tau}_{εξ} = 0$$

Βαρυντική έλξη:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$$

$$U_g = -G \frac{m_1 m_2}{r}$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{m_1 m_2}{r}$$

$$v_{\deltaορυφ.} = \sqrt{\frac{2GM_{\gamma\eta}}{R_{\gamma\eta}}}$$

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_H} \right) r^3$$

$$R_{\gamma\eta} = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$$

$$M_{\gamma\eta} = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$$

Ταλαντώσεις:

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

Λύσεις:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$x(t) = B \sin(\omega t + \psi)$$

$$x(t) = C \cos(\omega t) + D \sin(\omega t)$$

$$x(t) = E e^{i\omega t} + F e^{-i\omega t}$$

$$v(t) = -A\omega \sin(\omega t + \phi)$$

$$a(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \phi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$E = U + E_{κιν} = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k A^2$$

$$v = \pm \omega \sqrt{(A^2 - x^2)}$$

Φθίνουσες ταλαντώσεις:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad \gamma = \frac{b}{2m}, \quad \omega_0 = \frac{k}{m}$$

$$x(t) = D e^{-\gamma t} \cos(\Omega t + \phi), \quad \Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \text{ (μικρή απόσβεση)}$$

$$x(t) = A e^{-(\gamma+\Omega)t} + B e^{-(\gamma-\Omega)t}, \quad \Omega = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \text{ (μεγάλη}$$

$$x(t) = e^{-\gamma t} (A + Bt) \text{ (κριτική απόσβεση, } \gamma = \omega_0)$$

Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f \cos \omega_d t$$

$$\text{Λύση: } x(t) = \frac{f}{R} \cos(\omega_d t - \theta), \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_d^2)^2 + (2\gamma\omega_d)^2}}$$

Κυματική:

$$y(t) = A \sin[2\pi(x - vt)]$$

$$y(t) = A \sin(kx - \omega t), \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v$$

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \text{ (υγρά)} \quad v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \text{ (στερεά)}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$s(x, t) = s_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

$$\Delta P = \Delta P_{\max} \sin(kx - \omega t)$$

$$\Delta P_{\max} = \rho v \omega s_{\max}$$

$$I = \frac{1}{2} \rho v (\omega s_{\max})^2$$

$$\beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

$$f' = \left(\frac{v \pm v_{\pi\alpha\rho}}{v \mp v_{\pi\eta\gamma\eta}} \right) f$$

Στάσιμα κύματα:

$$y(t) = (2A \sin kx) \cos \omega t$$

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad n=1,2,3,\dots$$

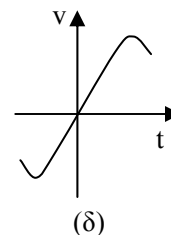
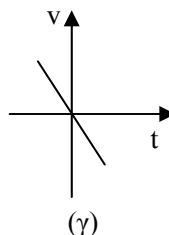
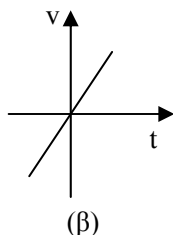
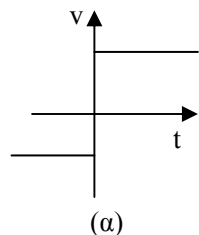
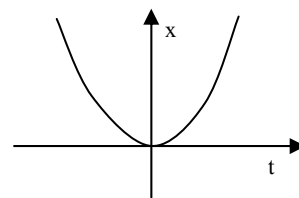
$$f_n = \frac{n}{2L} v \quad n=1,2,3,\dots \text{ (για δύο άκρα ανοικτά ή κλειστά)}$$

$$f_n = \frac{n}{4L} v \quad n=1,3,5,\dots \text{ (για άκρο κλειστό και άκρο ανοικτό)}$$

$$\text{Απλό εκκρεμές: } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

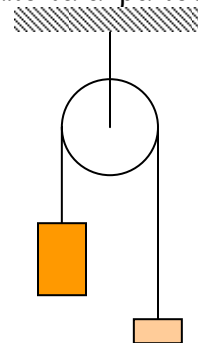
$$\text{Φυσικό εκκρεμές: } T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}$$

1. Το διπλανό σχήμα δείχνει τη γραφική παράσταση της μεταβολής της θέσης ενός σώματος συναρτήσει του χρόνου. Ποιο από τα ακόλουθα διαγράμματα αντιπροσωπεύουν την μεταβολή της ταχύτητας του σώματος συναρτήσει του χρόνου; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

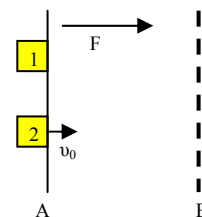


2. Μια μηχανή Atwood αποτελείται από μια αβαρή, λεία τροχαλία και ένα σχοινί από τα άκρα του οποίου κρέγονται δυο κιβώτια διαφορετικών μαζών m_1 και m_2 . Αφού τα σώματα αφεθούν από την κατάσταση ισορροπίας, τι ισχύει από τα ακόλουθα; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

- (α) Η θέση του κέντρου μάζας του συστήματος δεν αλλάζει με το χρόνο.
 (β) Η τάση του σχοινιού δεν παράγει έργο στο σύστημα.
 (γ) Η ολική ορμή του συστήματος είναι σταθερή με το χρόνο.
 (δ) Η κινητική ενέργεια του συστήματος ελαττώνεται με το χρόνο.
 (ε) Η μηχανική ενέργεια των δυο μαζών + γης αυξάνει με το χρόνο.



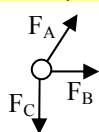
3. Θεωρήστε δύο όμοια τούβλα 1 και 2. Μια σταθερή δύναμη F ασκείται στο καθένα καθώς κινούνται από το σημείο A στο σημείο B. Η μόνη διαφορά μεταξύ τους είναι ότι το τούβλο 1 είναι αρχικά σε ηρεμία ενώ το τούβλο 2 αρχικά κινείται με ταχύτητα $v_0 > 0$. Τι ισχύει από τα ακόλουθα και γιατί:



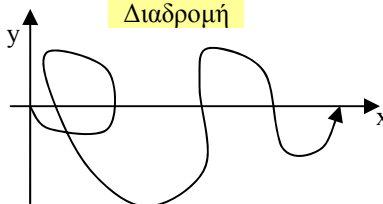
- (α) Το τούβλο 1 έχει μεγαλύτερη αλλαγή στην κινητική του ενέργεια απ' ότι το τούβλο 2.
 (β) Το τούβλο 2 έχει μεγαλύτερη αλλαγή στην κινητική του ενέργεια απ' ότι το τούβλο 1.
 (γ) Το τούβλο 1 έχει μεγαλύτερη αλλαγή στην ορμή του απ' ότι το τούβλο 2.
 (δ) Το τούβλο 2 έχει μεγαλύτερη αλλαγή στην ορμή του απ' ότι το τούβλο 1.
 (ε) Και τα δύο τούβλα έχουν την ίδια αλλαγή στην ορμή και κινητική τους ενέργεια.

4. Μια μπάλα υπόκειται στην επίδραση των τριών σταθερών δυνάμεων του παρακάτω σχήματος. Αν η μπάλα διανύει τη διαδρομή που φαίνεται στο σχήμα, ποια από τις τρεις δυνάμεις παράγει το περισσότερο καθαρό έργο στην μπάλα; Δικαιολογήστε την απάντησή σας. Μπορείτε να θεωρήσετε ότι τα μεγέθη των διανυσμάτων αντιπροσωπεύουν ακριβώς τα μεγέθη και διευθύνσεις των δυνάμεων.

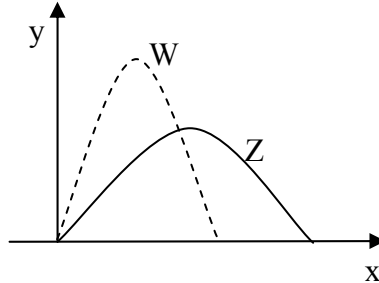
Δυνάμεις



Διαδρομή



5. Πετάτε δύο αυγά (W και Z) από το ίδιο αρχικό σημείο σύμφωνα με τις τροχιές που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα. Η αρχική ταχύτητα του αυγού W, u_w , σχηματίζει γωνία 75° με την οριζόντια διεύθυνση ενώ η αρχική ταχύτητα του αυγού Z, u_z , σχηματίζει γωνία 30° με την οριζόντια διεύθυνση. Αν ο λόγος των βεληνεκών τους είναι $R_w/R_z = 5/8$ ποιος είναι ο λόγος των αρχικών τους ταχυτήτων u_w/u_z ; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.



6. Ένα απλό εκκρεμές αποτελείται από μια μικρή μπάλα μάζας m που εξαρτάται από ένα νήμα μήκους L . Το άλλο άκρο του νήματος είναι στερεωμένο σε ένα σημείο O και το εκκρεμές αιωρείται γύρω από το σημείο αυτό. Ποιος είναι ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του εκκρεμούς τη στιγμή που η μάζα έχει τη μέγιστη κινητική της ενέργεια; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

7. Ένα ελατήριο που κρέμεται κατακόρυφα από την οροφή ενός δωματίου, παρατηρείται ότι επιμηκύνεται κατά 1.5cm από το φυσικό του μήκος όταν κρεμάμε μια μπάλα μάζας m από το ελεύθερο άκρο του και αφήνεται να φθάσει σε στατική ισορροπία. Αν δώσουμε στη μπάλα μια μικρή ώθηση προς τα πάνω και την αφήσουμε να κινηθεί, ποια θα είναι η συχνότητα των ταλαντώσεων του συστήματος μάζας-ελατηρίου;
8. Ένα σώμα μάζας 2.0kg κινείται κατά μήκος του x -άξονα κάτω από την επίδραση μιας δύναμης $F = -6x \text{ N}$, όπου x είναι η θέση του σώματος σε μέτρα. Αν η ταχύτητα του σώματος στη θέση $x = 3.0\text{m}$ είναι 8.0m/s , ποια είναι η ταχύτητα του σώματος στη θέση $x = 4.0\text{m}$;

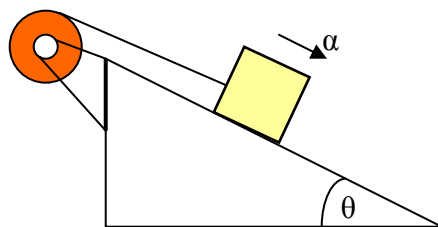
9. Μια πέτρα μάζας 5kg πέφτει ένα ύψος 15m υπό την επίδραση της βαρύτητας. Σχεδιάστε τις γραφικές παραστάσεις του έργου που καταναλώνεται από την πέτρα και της ισχύος που αποδίδει η πέτρα συναρτήσει του χρόνου. Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

10. Αν η ακτίνα της γης ελαττώνονταν κατά 0.5% πόσο μικρότερη ή μεγαλύτερη θα ήταν η διάρκεια μιας ημέρας; (Υποθέστε ότι η γη είναι ομοιόμορφη σφαίρα με ροπή αδράνειας $I = 2/5MR^2$).

11. Ένα νόμισμα μάζας m βρίσκεται στην περιφέρεια ενός περιστρεφόμενου δίσκου ακτίνας R από το κέντρο του δίσκου. Το νόμισμα περιστρέφεται με την ίδια σταθερή ταχύτητα όπως και ο περιστρεφόμενος δίσκος. Ο συντελεστής της στατικής τριβής μεταξύ του νομίσματος και του δίσκου είναι μ_s . Να βρεθεί μια εξίσωση για την μέγιστη ταχύτητα περιστροφής, v_{\max} , του δίσκου ώστε το νόμισμα να παραμένει στο δίσκο.

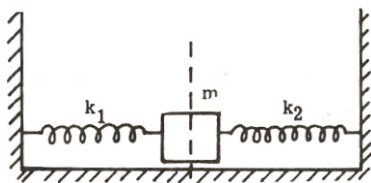
12. Φυσώντας στο στόμιο ενός άδειου μπουκαλιού, προκαλείται μια σειρά στάσιμων ηχητικών κυμάτων που παράγουν ένα ακουστικό σήμα. Αν το μπουκάλι έχει μήκος 12cm , και ταχύτητα του ήχου στο δωμάτιο είναι 340m/s , ποια είναι η διαφορά στη συχνότητα μεταξύ δύο διαδοχικών αρμονικών συχνοτήτων που παράγονται στο μπουκάλι;

13. Το παρακάτω σχήμα δείχνει ένα κιβώτιο 18kg το οποίο μπορεί να γλιστρά προς το κατώτερο μέρος ενός κεκλιμένου επιπέδου το οποίο σχηματίζει γωνία 30° με την οριζόντια διεύθυνση. Το κιβώτιο εξαρτάται από το άκρο ενός σχοινιού αμελητέας μάζας. Το άλλο άκρο του σχοινιού είναι τυλιγμένο γύρω από ομοιόμορφη τροχαλία ακτίνας 0.25m και μάζας 6.0kg και μπορεί να ξετυλίγεται χωρίς να γλιστρά πάνω στην τροχαλία. Ο συντελεστής κινητικής τριβής μεταξύ του κιβωτίου και του κεκλιμένου επιπέδου είναι $\mu_k = 0.24$. Ποιο είναι το μέγεθος της γραμμικής επιτάχυνσης του κιβωτίου; (Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας είναι $I = mr^2/2$.)

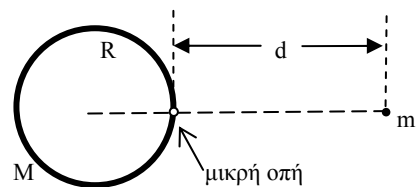


14. Μια νυχτερίδα μπορεί να κινείται μέσα σε μια σπηλιά χρησιμοποιώντας υπερηχητικά τιτιβίσματα τα οποία έχουν συχνότητα 41.0kHz. Αν η νυχτερίδα κινείται κατευθείαν προς ένα τοίχο της σπηλιάς με ταχύτητα 0.12 φορές τη ταχύτητα του ήχου στον αέρα της σπηλιάς, ποια είναι η συχνότητα του ανακλώμενου τιτιβίσματος που ακούει η νυχτερίδα;

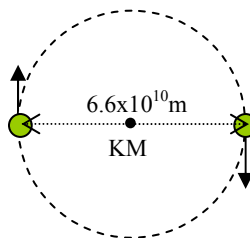
15. Υπολογίστε την συχνότητα ταλαντώσεων του συστήματος του παρακάτω σχήματος. Υποθέστε ότι δεν υπάρχουν τριβές μεταξύ των επιφανειών.



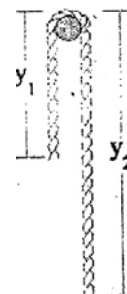
16. Σκεφθείτε το ακόλουθο πείραμα το οποίο θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί στα βάθη του διαστήματος: Μια πολύ μικρή μάζα m (test μάζα) αφήνεται από την κατάσταση ηρεμίας και απόσταση d από την περιφέρεια ενός λεπτού σφαιρικού κελύφους μάζας M ($M \gg m$) και ακτίνας R . Η βαρύτητα έλκει τη μάζα m προς το μέρος του σφαιρικού κελύφους, και διαμέσου μιας μικρής τρύπας στην εξωτερική επιφάνεια του κελύφους, η μάζα εισέρχεται στο εσωτερικό του κελύφους. Ποια είναι η ταχύτητα της μάζας m καθώς περνά από το κέντρο του κελύφους;



17. Δύο αστέρες ίδιας μάζας περιστρέφονται γύρω από το κέντρο μάζας τους όπως στο σχήμα. Αν η απόσταση μεταξύ των αστερών είναι $6.6 \times 10^{10} \text{ m}$ και ο καθένας κινείται εκτελεί μια πλήρη περιστροφή κάθε 32 ημέρες ($= 2.7648 \times 10^6$ δευτερόλεπτα), ποια είναι η μάζα του κάθε αστέρα;



18. Ένα σχοινί μάζας 2 kg και συνολικού μήκους $l = 1 \text{ m}$ βρίσκεται αρχικά σε ηρεμία διπλωμένο πάνω σε ένα λείο και πολύ μικρό καρφί. Το ένα τμήμα του σχοινιού μήκους $y_1 = 1/3 \text{ m}$ κρέμεται στα αριστερά και το υπόλοιπο τμήμα μήκους $y_2 = 2/3 \text{ m}$ κρέμεται στα δεξιά του καρφιού. Το σχοινί αρχίζει να γλιστρά πάνω στο καρφί και να πέφτει προς τα κάτω. Ποια είναι η ταχύτητα του σχοινιού τη στιγμή που το αριστερό άκρο του αφήνει το καρφί;



19. Ένα σώμα βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω με κάποια αρχική ταχύτητα v_0 . Φτάνει στο μέγιστο ύψος της πορείας του σε χρόνο T_1 (χρόνος ανόδου) και έπειτα επιστρέφει πίσω στο έδαφος σε χρόνο T_2 (χρόνος καθόδου). Η αντίσταση του αέρα ΔΕΝ είναι αμελητέα στην κίνηση του σώματος. Ποιος από τους δύο χρόνους είναι μεγαλύτερος και γιατί.

20. Μια λεπτή βέργα μάζας $M=6.0\text{kg}$ και μήκους $L=8.0\text{cm}$ βρίσκεται πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο. Ένα σχοινί δένεται πάνω στη βέργα (σε ορθή γωνία) για να την κρατήσει κατακόρυφη και κάθετη πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Ο συντελεστής της στατικής τριβής μεταξύ της βέργας και του κεκλιμένου επιπέδου είναι $\mu_s = 0.80$. (α) Υπολογίστε τη μέγιστη γωνία θ για την οποία η βέργα δεν γλιστρά. (β) Υπολογίστε την τάση του σχοινιού όταν η γωνία θ είναι αυτή που βρήκατε στο ερώτημα (α).

