**ΦΥΣ 140 Φροντιστήριο 9 08 /11/2022**



**Παράδειγμα 1:**

Δείξτε γραφικά ποια θα είναι τα δυο πρώτα βήματα εύρεσης της ρίζας της συνάρτησης f(x) που φαίνεται στο παρακάτω γράφημα ξεκινώντας από τη τιμή και χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Newton-Raphson.

**Απάντηση**:  
Ξεκινώντας από το σημείο x1 =-0.5 βρίσκουμε το σημείο *f*(-0.5*)* και φέρνουμε την εφαπτομένη στην καμπύλη της γραφικής παράστασης. Η κλίση της ευθείας της εφαπτομένης ισούται, όπως ξέρουμε, με την παράγωγο της συνάρτησης στο σημείο αυτό.

Η ευθεία της εφαπτομένης τέμνει τον x-άξονα στη θέση x2 που είναι η 1η προσεγγιστική λύση της εξίσωσης *f*(x)=0 σύμφωνα με τη μέθοδο του Newton.

Για το νέο σημείο x2, επαναλαμβάνουμε την προηγούμενη διαδικασία. Φέρνουμε την εφαπτομένη της καμπύλης της συνάρτησης στο σημείο *f(x*2) που τέμνει τον x-άξονα στο σημείο x3 που αποτελεί την λύση της εξίσωσης *f*(x)=0.

Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται έως ότου βρεθεί η τιμή του x για την οποία *f*(x)=0 ή |*f*(x)|<epsilon



x3

x2

x1

**Παράδειγμα 2**

Περιγράψτε τον αλγόριθμο που θα χρησιμοποιήσετε για να υπολογίσετε τον αντίστροφο ενός αριθμού χωρίς να χρησιμοποιήσετε κάποια συνάρτηση βιβλιοθήκης (1/x, x-1 κλπ).

Ανάλογα, πως μπορούμε να βρούμε την τετραγωνική ρίζα ενός αριθμού χωρίς να χρησιμοποιήσετε κάποια συνάρτηση βιβλιοθήκης (sqrt, pow(x,0.5)).

**Απάντηση:**  
Έστω w ο αριθμός που δίνεται. Ο αντίστροφός του θα είναι x. Ξέρουμε ότι το γινόμενο του αριθμού με τον αντίστροφό του δίνει: w \* x = 1 . Επομένως χρειάζεται να βρούμε τη λύση της συνάρτησης και μπορούμε να το κάνουμε με τη μέθοδο Newton-Raphson.

Ανάλογα, έστω *w* o αριθμός που δίνεται. Η τετραγωνική ρίζα ενός αριθμού είναι ο αριθμός x που ικανοποιεί τη σχέση x2=w. Επομένως θα χρειαστεί να λύσουμε την εξίσωση και θα χρειαστεί να εφαρμόσουμε τη μέθοδο Newton.

**Παράδειγμα 3**

Χρησιμοποιείτε τη μέθοδο Newton για να βρείτε μια λύση της όπου . Αν η αρχική σας υπόθεση για λύση ήταν η , ποια θα είναι η πρόβλεψη της μεθόδου Newton για την επόμενη προσεγγιστική λύση.

**Απάντηση:**

H λύση σύμφωνα με τη μέθοδο Νewton-Raphson είναι: .

H συνάρτηση είναι και η παράγωγός της

Για αρχική λύση , θα έχουμε:

**Άσκηση 4**

H εξίσωσητης μορφής , με λύση δεν μπορεί να λυθεί με τη χρήση της μεθόδου bisection γιατί:

(α) Η συνάρτηση είναι πολυώνυμο.

(β) Υπάρχουν πολλαπλές λύσεις στο .

(γ) Η συνάρτηση είναι πάντοτε θετική.

(δ) Η κλίση της συνάρτησης στο είναι 0.

**Απάντηση:**

H συνάρτηση είναι πάντοτε θετική και επομένως δεν μπορεί να οριστεί ένα διάστημα τιμών που να περιέχει αλλαγή της συνάρτησης από θετικές σε αρνητικές τιμές.