



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(B) = 0,7; P(A \cap B) = 0,2$ thì $P(A|B)$ bằng:

- A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{7}{50}$. D. $\frac{2}{7}$.

Câu 2: Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4; P(B|A) = 0,6$ thì $P(A \cap B)$ bằng:

- A. $\frac{6}{25}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{5}$. D. 1.

Câu 3: Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4; P(B|A) = 0,3$ thì $P(AB)$ bằng:

- A. $\frac{3}{25}$. B. $\frac{7}{10}$. C. $\frac{1}{10}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 4: Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(B) = 0,5; P(AB) = 0,3$ thì $P(\overline{AB})$ bằng:

- A. $\frac{3}{20}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 5: Cho hai biến cố A và B với $P(B) = 0,5, P(A \cap B) = 0,2$. Tính $P(\overline{A} \setminus B)$.

- A. 0,4. B. 0,1. C. 0,6. D. 0,3.

Câu 6: Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo bằng 8 biết rằng lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt 5 chấm.

- A. $\frac{1}{36}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{5}{6}$.

Câu 7: Một công ty xây dựng đấu thầu hai dự án độc lập. Khả năng thắng của dự án thứ nhất là 0,5 và dự án thứ hai là 0,6. Tính xác suất để công ty thắng thầu dự án thứ hai biết công ty thắng thầu dự án thứ nhất.

- A. 0,3. B. 0,7. C. 0,5. D. 0,6.

Câu 8: Lớp 10A có 45 học sinh trong đó có 20 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Trong bài kiểm tra môn Toán cả lớp có 22 học sinh đạt điểm giỏi (trong đó có 10 học sinh nam và 12 học sinh nữ). Giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh từ danh sách lớp. Tính xác suất để giáo viên chọn được một học sinh đạt điểm giỏi môn Toán biết học sinh đó là học sinh nam.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{4}{15}$.

Câu 9: Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất số chấm trên con xúc xắc không nhỏ hơn 4, biết rằng con xúc xắc xuất hiện mặt lẻ.

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 10: Một cửa hàng thời trang ước lượng rằng có 86% khách hàng đến cửa hàng mua quần áo là phụ nữ, và có 25% số khách mua hàng là phụ nữ cần nhân viên tư vấn. Biết một người mua quần áo là phụ nữ, tính xác suất người đó cần nhân viên tư vấn.

- A. $\frac{1}{4}$. B. 0,86. C. $\frac{30}{43}$. D. $\frac{25}{86}$.

Câu 11: Cho hai biến cố A và B có $P(B) = 0,4$ và $P(AB) = 0,1$. Tính $P(A|B)$

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 12: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,7$ và $P(A|B) = 0,5$. Tính $P(\overline{AB})$

- A. 0,35. B. 0,3. C. 0,65. D. 0,55.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hai biến cố A, B có xác suất lần lượt là $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{3}{5}$ và $P(AB) = \frac{1}{5}$.

- a) Xác suất của biến cố \overline{A} là $P(\overline{A}) = \frac{3}{5}$.
 b) Xác suất của biến cố B với điều kiện A là $P(B|A) = \frac{1}{3}$.
 c) Xác suất của biến cố $A \cup B$ là $P(A \cup B) = 1$.
 d) Xác suất của biến cố \overline{A} với điều kiện \overline{B} là $P(\overline{A}|\overline{B}) = \frac{1}{2}$.

Câu 2: Một công ty đấu thầu hai dự án. Xác suất thắng thầu cả hai dự án là 0,3. Xác suất thắng thầu của dự án 1 là 0,4 và dự án 2 là 0,5. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

- a) A, B là hai biến cố độc lập.
 b) Xác suất để công ty thắng thầu ít nhất một dự án là 0,6.
 c) Nếu công ty thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,75.
 d) Xác suất thắng thầu đúng 1 dự án là 0,2.

Câu 3: Một công ty kim cương thống kê có 60% người mua kim cương là nam, có 40% số người mua kim cương là nam trên 50 tuổi và 30% số người mua kim cương là nữ trên 50 tuổi (giả sử chỉ có 2 giới tính nam và nữ).

- a) Xác suất một người nữ mua kim cương của công ty trên là 0,4.
 b) Biết một người mua kim cương là nam, xác suất người đó trên 50 tuổi là $\frac{1}{3}$.
 c) Biết một người mua kim cương là nữ, xác suất người đó trên 50 tuổi là $\frac{3}{4}$.
 d) Trong số những người mua kim cương tại công ty này thì tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nam cao hơn tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nữ là 2 lần.

- Câu 4:** Bạn Lan chuẩn bị đi thăm nhà ngoại tại một thành phố A trong hai ngày thứ sáu và thứ bảy. Tại thành phố này mỗi ngày chỉ có nắng hoặc sương mù, nếu một ngày là nắng thì khả năng ngày tiếp theo có sương mù là 30 %, nếu một ngày là sương mù thì khả năng ngày tiếp theo có sương mù là 40%. Theo dự báo thời tiết, xác suất trời sẽ nắng vào thứ sáu là 0,8.
- a) Xác suất trời sẽ có sương mù vào ngày thứ sáu là 0,2.
 - b) Xác suất trời sẽ có sương mù vào cả hai ngày là 0,32.
 - c) Xác suất trời sẽ có nắng vào cả hai ngày là 0,16.
 - d) Xác suất trời sẽ có sương mù vào ngày thứ sáu và có nắng vào ngày thứ bảy là 0,12.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1:** Bạn Minh làm hai bài tập kế tiếp. Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu Minh làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 nhưng nếu Minh làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất để Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*)
- Câu 2:** Một lớp có 16 học sinh nữ, còn lại là học sinh nam. Trong giờ giáo dục thể chất thầy giáo khảo sát kết quả rèn luyện thể lực của học sinh bằng cách bốc thăm trong danh sách lớp để chọn hai bạn chạy tiếp sức. Biết xác suất để chọn được hai bạn tham gia khảo sát đều là nữ bằng $\frac{15}{62}$. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh?
- Câu 3:** Một kỳ thi có hai vòng. Thí sinh đỗ nếu vượt qua được cả hai vòng. Bạn An tham dự kỳ thi này. Xác suất để An qua được vòng 1 là 0,8. Nếu qua được vòng 1 thì xác suất để An qua được vòng 2 là 0,7. An được thông báo là bị loại. Tính xác suất để An qua được vòng 1 nhưng không qua được vòng 2. (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)
- Câu 4:** Tỷ lệ phế phẩm của một công ty là 10% . Trước khi đưa ra thị trường, các sản phẩm được kiểm tra bằng máy nhằm loại bỏ phế phẩm. Xác suất để máy nhận biết đúng chính phẩm là 95%, nhận biết đúng phế phẩm là 90% . Tính tỉ lệ phế phẩm của công ty trên thị trường. (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)
- Câu 5:** Trong cộng đồng, tỉ lệ tự nhiên của các nhóm máu O, A, B, AB lần lượt là 33,7%, 37,5% , 20,9% và 7,9% . Lấy ngẫu nhiên một người cần máu và 1 người hiến máu. Hỏi xác suất có thể thực hiện truyền máu là bao nhiêu? (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)
- Câu 6:** Ba cầu thủ sút phạt đền 11m , mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là a ; b và 0,7 (với $0 < b < a < 1$). Biết xác suất ghi bàn để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là 0,982 và xác suất để ba cầu thủ ghi bàn là 0,392. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn. (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(B) = 0,7$; $P(A \cap B) = 0,2$ thì $P(A|B)$ bằng:

- A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{7}{50}$. D. $\frac{2}{7}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2}{7}.$$

Câu 2: Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4$; $P(B|A) = 0,6$ thì $P(A \cap B)$ bằng:

- A. $\frac{6}{25}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{5}$. D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = \frac{6}{25}.$$

Câu 3: Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4$; $P(B|A) = 0,3$ thì $P(AB)$ bằng:

- A. $\frac{3}{25}$. B. $\frac{7}{10}$. C. $\frac{1}{10}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{3}{25}.$$

Câu 4: Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(B) = 0,5$; $P(AB) = 0,3$ thì $P(\overline{AB})$ bằng:

- A. $\frac{3}{20}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Vì \overline{AB} và AB là hai biến cố xung khắc và $\overline{AB} \cup AB = B$ nên $P(\overline{AB}) + P(AB) = P(B)$

$$\text{Suy ra } P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = \frac{1}{5}.$$

Câu 5: Cho hai biến cố A và B với $P(B) = 0,5$, $P(A \cap B) = 0,2$. Tính $P(\overline{A} \setminus B)$.

- A. 0,4. B. 0,1. C. 0,6. D. 0,3.

Lời giải

$$\text{Ta có } P(A \setminus B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0,4.$$

$$P(\overline{A} \setminus B) = 1 - P(A \setminus B) = 0,6.$$

Câu 6: Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo bằng 8 biết rằng lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt 5 chấm.

- A. $\frac{1}{36}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo bằng 8”.

Gọi B là biến cố “Lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt 5 chấm”.

$$B = \{(5;1);(5;2);(5;3);(5;4);(5;5);(5;6)\}. \text{ Vậy } P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

$$\text{Ta có } A \cap B = \{(5;3)\}. \text{ Nên } P(A \cap B) = \frac{1}{36}.$$

$$P(A \setminus B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{6}.$$

Vậy xác suất để tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo bằng 8 biết rằng lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt 5 chấm là $\frac{1}{6}$.

Câu 7: Một công ty xây dựng đấu thầu hai dự án độc lập. Khả năng thắng của dự án thứ nhất là 0,5 và dự án thứ hai là 0,6. Tính xác suất để công ty thắng thầu dự án thứ hai biết công ty thắng thầu dự án thứ nhất.

A. 0,3.

B. 0,7.

C. 0,5.

D. 0,6.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Công ty thắng thầu dự án thứ nhất”. Ta có $P(A) = 0,5$.

Gọi B là biến cố “Công ty thắng thầu dự án thứ hai”. Ta có $P(B) = 0,6$.

Vì A và B là hai biến cố độc lập nên ta có $P(B \setminus A) = P(B) = 0,6$.

Vậy xác suất để công ty thắng thầu dự án thứ hai biết công ty thắng thầu dự án thứ nhất là 0,6.

Câu 8: Lớp 10A có 45 học sinh trong đó có 20 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Trong bài kiểm tra môn Toán cả lớp có 22 học sinh đạt điểm giỏi (trong đó có 10 học sinh nam và 12 học sinh nữ). Giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh từ danh sách lớp. Tính xác suất để giáo viên chọn được một học sinh đạt điểm giỏi môn Toán biết học sinh đó là học sinh nam.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{4}{5}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{4}{15}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Chọn được một học sinh nam”.

Gọi B là biến cố “Chọn được một học sinh đạt điểm giỏi môn Toán”.

$A \cap B$ là biến cố “Chọn được một học sinh đạt điểm giỏi môn Toán biết học sinh đó là học sinh nam”.

$$\text{Ta có } P(A \cap B) = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}; P(A) = \frac{20}{45} = \frac{4}{9}.$$

$$P(B \setminus A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{2}.$$

Vậy xác suất để giáo viên chọn được một học sinh đạt điểm giỏi môn Toán biết học sinh đó là học sinh nam là $\frac{1}{2}$.

Câu 9: Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất số chấm trên con xúc xắc không nhỏ hơn 4, biết rằng con xúc xắc xuất hiện mặt lẻ.

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “ số chấm trên xúc xắc không nhỏ hơn 4 ”

B là biến cố “ xúc xắc xuất hiện mặt lẻ”, ta cần tính $P(A|B)$

Kết quả thuận lợi của biến cố $A = \{4; 5; 6\}$

Kết quả thuận lợi của biến cố $B = \{1; 3; 5\}$

Vậy $P(A|B) = \frac{1}{3}$.

Câu 10: Một cửa hàng thời trang ước lượng rằng có 86% khách hàng đến cửa hàng mua quần áo là phụ nữ, và có 25% số khách mua hàng là phụ nữ cần nhân viên tư vấn. Biết một người mua quần áo là phụ nữ, tính xác suất người đó cần nhân viên tư vấn.

- A. $\frac{1}{4}$. B. 0,86. C. $\frac{30}{43}$. D. $\frac{25}{86}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “ người mua hàng là phụ nữ”

B là biến cố “ người mua hàng cần nhân viên tư vấn ”, ta cần tính $P(B|A)$

$P(A) = 0,86$; $P(AB) = 0,25$

Vậy $P(B|A) = \frac{0,25}{0,86} = \frac{25}{86}$.

Câu 11: Cho hai biến cố A và B có $P(B) = 0,4$ và $P(AB) = 0,1$. Tính $P(A|B)$

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Ta có $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,1}{0,4} = \frac{1}{4}$.

Câu 12: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,7$ và $P(A|B) = 0,5$. Tính $P(\overline{AB})$

- A. 0,35. B. 0,3. C. 0,65. D. 0,55.

Lời giải

Ta có $P(AB) = P(A|B) \cdot P(B) = 0,35$

Vì \overline{AB} và AB là hai biến cố xung khắc và $\overline{AB} \cup AB = B$ nên

$P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = 0,35$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hai biến cố A, B có xác suất lần lượt là $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{3}{5}$ và $P(AB) = \frac{1}{5}$.

a) Xác suất của biến cố \overline{A} là $P(\overline{A}) = \frac{3}{5}$.

b) Xác suất của biến cố B với điều kiện A là $P(B|A) = \frac{1}{3}$.

c) Xác suất của biến cố $A \cup B$ là $P(A \cup B) = 1$.

d) Xác suất của biến cố \bar{A} với điều kiện \bar{B} là $P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{1}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{3}{5}$.

b) $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{1}{5} : \frac{2}{5} = \frac{1}{2}$.

c) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$.

d) Ta có $P(\bar{A}|\bar{B}) = 1 - P(A|\bar{B}) = 1 - \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})}$.

Lại có $P(A\bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}|A) = P(A) \cdot (1 - P(B|A)) = \frac{2}{5} \cdot (1 - \frac{1}{2}) = \frac{1}{5} = 0,2$.

Mặt khác $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} = 0,4$.

Do đó $P(\bar{A}|\bar{B}) = 1 - \frac{0,2}{0,4} = \frac{1}{2}$.

Câu 2: Một công ty đấu thầu hai dự án. Xác suất thắng thầu cả hai dự án là 0,3. Xác suất thắng thầu của dự án 1 là 0,4 và dự án 2 là 0,5. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a) A, B là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất để công ty thắng thầu ít nhất một dự án là 0,6.

c) Nếu công ty thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,75.

d) Xác suất thắng thầu đúng 1 dự án là 0,2.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Ta có $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,5$, $P(AB) = 0,3$.

$\Rightarrow P(AB) \neq P(A) \cdot P(B)$. Do đó A, B là hai biến cố không độc lập.

b) Xác suất để công ty thắng thầu ít nhất một dự án là

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,4 + 0,5 - 0,3 = 0,6$.

c) Ta có $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75$.

d) Gọi D là biến cố công ty thắng thầu đúng 1 dự án, ta có $P(D) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B)$.

Lại có:

$P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB) = 0,4 - 0,3 = 0,1$.

$P(\bar{A}B) = P(B) - P(AB) = 0,5 - 0,3 = 0,2$.

$\Rightarrow P(D) = 0,1 + 0,2 = 0,3$.

Câu 3: Một công ty kim cương thống kê có 60% người mua kim cương là nam, có 40% số người mua kim cương là nam trên 50 tuổi và 30% số người mua kim cương là nữ trên 50 tuổi (giả sử chỉ có 2 giới tính nam và nữ).

- a) Xác suất một người nữ mua kim cương của công ty trên là 0,4 .
- b) Biết một người mua kim cương là nam, xác suất người đó trên 50 tuổi là $\frac{1}{3}$.
- c) Biết một người mua kim cương là nữ, xác suất người đó trên 50 tuổi là $\frac{3}{4}$.
- d) Trong số những người mua kim cương tại công ty này thì tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nam cao hơn tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nữ là 2 lần.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Gọi A là biến cố: “người mua kim cương là nam” suy ra $P(A) = 0,6$.

Khi đó \bar{A} là biến cố: “người mua kim cương là nữ ” suy ra $P(\bar{A}) = 1 - 0,6 = 0,4$.

b) Gọi B là biến cố: “người mua kim cương trên 50 tuổi”.

Có 40% số người mua kim cương là nam trên 50 tuổi suy ra $P(AB) = 0,4$.

Theo yêu cầu của đề bài ta cần tính : $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,6} = \frac{2}{3}$.

c) Có 30% số người mua kim cương là nữ trên 50 tuổi suy ra $P(\bar{A}B) = 0,3$.

Theo yêu cầu của đề bài ta cần tính : $P(B|\bar{A}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,3}{0,4} = \frac{3}{4}$.

d) Dựa vào kết quả ở câu b) và câu c) ta thấy $\frac{P(B|\bar{A})}{P(B|A)} = \frac{9}{8}$.

Vậy tỉ lệ người mua trên 50 tuổi trong số những người nữ cao hơn người nam gấp 1,125 lần.

Câu 4: Bạn Lan chuẩn bị đi thăm nhà ngoại tại một thành phố A trong hai ngày thứ sáu và thứ bảy. Tại thành phố này mỗi ngày chỉ có nắng hoặc sương mù, nếu một ngày là nắng thì khả năng ngày tiếp theo có sương mù là 30 %, nếu một ngày là sương mù thì khả năng ngày tiếp theo có sương mù là 40%. Theo dự báo thời tiết, xác suất trời sẽ nắng vào thứ sáu là 0,8.

- a) Xác suất trời sẽ có sương mù vào ngày thứ sáu là 0,2.
- b) Xác suất trời sẽ có sương mù vào cả hai ngày là 0,32 .
- c) Xác suất trời sẽ có nắng vào cả hai ngày là 0,16 .
- d) Xác suất trời sẽ có sương mù vào ngày thứ sáu và có nắng vào ngày thứ bảy là 0,12 .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Gọi A là biến cố: “ngày thứ sáu trời nắng” suy ra $P(A) = 0,8$.

Khi đó \bar{A} là biến cố: “ngày thứ sáu trời có sương mù ” suy ra $P(\bar{A}) = 1 - 0,8 = 0,2$.

b) Gọi B là biến cố: “ngày thứ bảy trời có sương mù”.

Theo đề $P(B|\bar{A}) = 0,4$.

Xác suất trời sẽ có sương mù vào cả hai ngày là $P(\bar{A}B) = P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,4 = 0,08$.

c) $P(B|A) = 0,3 \Rightarrow P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 0,7$.

Xác suất trời sẽ có nắng vào cả hai ngày là $P(A\bar{B}) = P(A).P(\bar{B}|A) = 0,8.0,7 = 0,56$.

d) $P(B | \bar{A}) = 0,4 \Rightarrow P(\bar{B} | \bar{A}) = 1 - P(B | \bar{A}) = 0,6$.

Xác suất trời sẽ có sương mù vào ngày thứ sáu và có nắng vào ngày thứ bảy là

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}).P(\bar{B} | \bar{A}) = 0,2.0,6 = 0,12.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Bạn Minh làm hai bài tập kế tiếp. Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu Minh làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 nhưng nếu Minh làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất để Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Trả lời: 0,9

Gọi A là biến cố: “Minh làm đúng bài thứ nhất”, theo đề bài ta có $P(A) = 0,7$.

Gọi B là biến cố: “Minh làm đúng bài thứ hai”, theo đề bài ta có $P(B | A) = 0,8; P(B | \bar{A}) = 0,2$.

Gọi C là biến cố “Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai”, ta có

$$P(C) = P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(BA)}{P(B)} = \frac{P(B | A).P(A)}{P(B)}.$$

Theo đề bài ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = P(A) + P(B) - P(B | A).P(A)$.

Mặt khác $P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A}\bar{B}) = 1 - P(\bar{B} | \bar{A}).P(\bar{A}) = 1 - 0,8.0,3 = 0,76$.

$$P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(B | A).P(A) = 0,76 - 0,7 + 0,8.0,7 = 0,62.$$

$$\text{Vậy } P(C) = \frac{P(B | A).P(A)}{P(B)} = \frac{0,8.0,7}{0,62} = \frac{28}{31} \approx 0,9.$$

Câu 2: Một lớp có 16 học sinh nữ, còn lại là học sinh nam. Trong giờ giáo dục thể chất thầy giáo khảo sát kết quả rèn luyện thể lực của học sinh bằng cách bốc thăm trong danh sách lớp để chọn hai bạn chạy tiếp sức. Biết xác suất để chọn được hai bạn tham gia khảo sát đều là nữ bằng $\frac{15}{62}$. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh?

Lời giải

Trả lời: 32

Gọi A là biến cố: “Lần thứ nhất chọn được bạn nữ”

Gọi B là biến cố: “Lần thứ hai chọn được bạn nữ”

Gọi C là biến cố: “Chọn được hai bạn tham gia khảo sát đều là nữ”

$$\text{Theo đề bài ta có } C = AB \Rightarrow P(C) = P(AB) = \frac{15}{62}.$$

Gọi số học sinh của lớp là $x, x \in \mathbb{N}, x > 16$.

$$\text{Theo đề bài ta có: } P(A) = \frac{16}{x}, P(B | A) = \frac{15}{x-1}.$$

$$\text{Do } P(AB) = P(BA) = P(B | A).P(A) \Leftrightarrow \frac{15}{62} = \frac{16}{x} \cdot \frac{15}{x-1} \Leftrightarrow x^2 - x - 992 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 32 \\ x = -31 \end{cases}.$$

Vậy số học sinh của lớp là 32 học sinh.

Câu 3: Một kỳ thi có hai vòng. Thí sinh đỗ nếu vượt qua được cả hai vòng. Bạn An tham dự kỳ thi này. Xác suất để An qua được vòng 1 là 0,8. Nếu qua được vòng 1 thì xác suất để An qua được vòng

2 là 0,7. An được thông báo là bị loại. Tính xác suất để An qua được vòng 1 nhưng không qua được vòng 2. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,55

Ta có gọi A là biến cố: “An qua được vòng 1”; $P(A) = 0,8$.

B là biến cố: “An qua được vòng 2”; $P(B|A) = 0,7$.

C là biến cố: “An đỗ kỳ thi”;

D là biến cố: “An qua được vòng 1 nhưng không qua được vòng 2”;

Ta có $D = A\bar{B}$.

$$P(D|\bar{C}) = \frac{P(D\bar{C})}{P(\bar{C})}.$$

Mặt khác, nếu An qua được vòng 1 nhưng không qua vòng 2 thì An không đỗ kỳ thi, nên

$$P(\bar{C}|D) = 1 \text{ hay } P(D\bar{C}) = P(D).P(\bar{C}|D) = P(D).$$

$$\text{Vì } P(D) = P(A\bar{B}) = P(A).P(\bar{B}|A) \text{ nên } P(D) = 0,8.0,3 = 0,24.$$

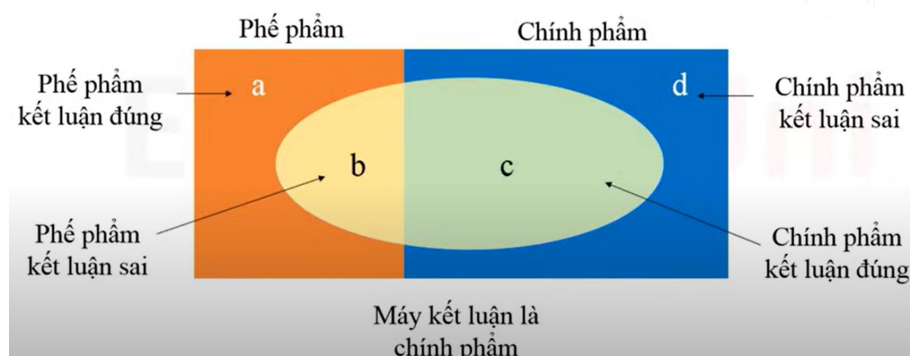
$$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - P(AB) = 1 - P(A).P(B|A) = 1 - 0,8.0,7 = 0,44.$$

$$\text{Vậy } P(D|\bar{C}) = \frac{P(D\bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{0,24}{0,44} = \frac{6}{11} \approx 0,55$$

Câu 4: Tỷ lệ phế phẩm của một công ty là 10%. Trước khi đưa ra thị trường, các sản phẩm được kiểm tra bằng máy nhằm loại bỏ phế phẩm. Xác suất để máy nhận biết đúng chính phẩm là 95%, nhận biết đúng phế phẩm là 90%. Tính tỉ lệ phế phẩm của công ty trên thị trường. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,01



Gọi a là phế phẩm kết luận đúng

b là phế phẩm kết luận sai

c là chính phẩm kết luận đúng

d là chính phẩm kết luận sai

Ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} a+b+c+d=1 \\ a+b=0,1 \\ \frac{a}{a+b}=0,9 \\ \frac{c}{c+d}=0,95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c+d=1 \\ a+b=0,1 \\ 0,1a-0,9b=0 \\ 0,05c-0,95d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0,09 \\ b=0,01 \\ c=0,855 \\ d=0,045 \end{cases}$$

Vậy tỉ lệ phế phẩm của công ty trên thị trường là $P_b = \frac{b}{b+c} = \frac{0,01}{0,01+0,855} = 0,012 \approx 0,01$.

Câu 5: Trong cộng đồng, tỉ lệ tự nhiên của các nhóm máu O, A, B, AB lần lượt là 33,7%, 37,5%, 20,9% và 7,9%. Lấy ngẫu nhiên một người cần máu và 1 người hiến máu. Hỏi xác suất có thể thực hiện truyền máu là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,57

Gọi H là biến cố có thể thực hiện truyền máu.

Gọi O là biến cố người nhận có nhóm máu O. Khi đó, người hiến chỉ có thể có nhóm máu O.

$$\Rightarrow P(H|O) = 0,337$$

Gọi A là biến cố người nhận có nhóm máu A. Khi đó, người hiến có thể có nhóm máu O và A.

$$\Rightarrow P(H|A) = 0,337 + 0,375$$

Gọi B là biến cố người nhận có nhóm máu B. Khi đó, người hiến có thể có nhóm máu O và B.

$$\Rightarrow P(H|B) = 0,337 + 0,209$$

Gọi C là biến cố người nhận có nhóm máu AB. Khi đó, người hiến có thể có nhóm máu O, A, B và AB.

$$\Rightarrow P(H|C) = 0,337 + 0,375 + 0,209 + 0,079 = 1$$

$$\begin{aligned} P(H) &= P(O).P(H|O) + P(A).P(H|A) + P(B).P(H|B) + P(C).P(H|C) \\ &= 0,337.0,337 + 0,375(0,337 + 0,375) + 0,209(0,337 + 0,209) + 0,079.1 \\ &= 0,573683 \end{aligned}$$

Vậy xác suất có thể truyền máu là 0,57.

Câu 6: Ba cầu thủ sút phạt đền 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là a ; b và $0,7$ (với $0 < b < a < 1$). Biết xác suất ghi bàn để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là 0,982 và xác suất để ba cầu thủ ghi bàn là 0,392. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,43

Gọi A_i là biến cố “người thứ i ghi bàn” với $i = \overline{1, 3}$.

Ta có các biến cố A_1, A_2, A_3 là các biến cố độc lập và $P(A_1) = a, P(A_2) = b, P(A_3) = 0,7$

Gọi A là biến cố: “Có ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn”

B là biến cố: “Cả ba cầu thủ đều ghi bàn”

C là biến cố: “Có đúng hai cầu thủ ghi bàn”

Ta có

$$\overline{A} = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \Rightarrow P(\overline{A}) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_3}) = 0,3 \cdot (1-a) \cdot (1-b).$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - 0,3 \cdot (1-a)(1-b).$$

$$\text{Lại có } B = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \Rightarrow P(B) = P(A_1 \cdot A_2 \cdot A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0,7 \cdot ab.$$

Từ giả thiết ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 1 - 0,3 \cdot (1-a) \cdot (1-b) = 0,982 \\ 0,7ab = 0,392 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + ab - (a+b) = 0,06 \\ ab = 0,56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = 1,5 \\ ab = 0,56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0,8 \\ b = 0,7 \end{cases} \text{ (do } a > b)$$

Mặt khác ta có $C = \overline{A_1} \cdot A_2 \cdot A_3 + A_1 \cdot \overline{A_2} \cdot A_3 + A_1 \cdot A_2 \cdot \overline{A_3}$ nên

$$P(C) = (1-a) \cdot b \cdot 0,7 + a \cdot (1-b) \cdot 0,7 + a \cdot b \cdot 0,3 = 0,2 \cdot 0,7 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,3 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,3 = 0,434 \approx 0,43.$$



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Gieo con xúc xắc 1 lần. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt 2 chấm. B là biến cố xuất hiện mặt chẵn. Xác suất $P(A|B)$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 2: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,6$; $P(A \cap B) = 0,2$. Xác suất $P(A|B)$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 3: Từ một hộp có 4 tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn An lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa. Xét biến cố A là “thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số 3”. Số các kết quả thuận lợi của biến cố A là

- A. 3. B. 2 C. 4. D. 1.

Câu 4: Cho hai biến độc lập A, B với $P(A) = 0,8$; $P(B) = 0,3$. Khi đó, $P(A|B)$ bằng

- A. 0,8. B. 0,3. C. 0,4. D. 0,6.

Câu 5: Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,7$; $P(AB) = 0,3$. Tính $P(A|B)$

- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{6}{7}$. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 6: Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,8$; $P(A|B) = 0,5$. Tính $P(AB)$

- A. $\frac{3}{7}$. B. 0,4 C. 0,8. D. 0,5.

Câu 7: Một hộp chứa 8 bi xanh, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi xanh. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ.

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{8}{9}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 8: Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là

- A. $\frac{1}{17}$. B. $\frac{3}{17}$ C. $\frac{17}{30}$. D. $\frac{13}{30}$.

- Câu 9:** Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,8$ và $P(A|B) = 0,5$. Tính $P(\overline{AB})$ có kết quả là
- A.** $P(\overline{AB}) = 0,9$. **B.** $P(\overline{AB}) = 0,6$. **C.** $P(\overline{AB}) = 0,04$. **D.** $P(\overline{AB}) = 0,4$.
- Câu 10:** Cho hai biến cố A và B có $P(B) > 0$ và $P(A|B) = 0,7$. Tính $P(\overline{A}|B)$ có kết quả là
- A.** $P(\overline{A}|B) = 0,5$. **B.** $P(\overline{A}|B) = 0,6$. **C.** $P(\overline{A}|B) = 0,3$. **D.** $P(\overline{A}|B) = 0,4$.
- Câu 11:** Một hộp chứa bốn viên bi cùng loại ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Mạnh lấy ra một cách ngẫu nhiên một viên bi, bỏ viên bi đó ra ngoài và lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một viên bi nữa. Không gian mẫu của phép thử đó là
- A.** $\Omega = \{(1,2); (1,3); (1,4); (2,3); (2,4); (3,4)\}$.
- B.** $\Omega = \{(1,2); (1,1); (1,3); (1,4); (2,1); (2,3); (2,4); (3,1); (3,2); (3,4); (4,1); (4,2); (4,3)\}$
- C.** $\Omega = \{(1,2); (1,3); (1,4); (2,1); (2,2); (2,3); (2,4); (1,1); (3,4); (4,4); (3,3)\}$.
- D.** $\Omega = \{(1,2); (1,3); (1,4); (2,1); (2,3); (2,4); (3,1); (3,2); (3,4); (4,1); (4,2); (4,3)\}$.
- Câu 12:** Một lớp học có 40 học sinh, mỗi học sinh giỏi ít nhất một trong hai môn Văn hoặc môn Toán. Biết rằng có 30 học sinh giỏi môn Toán và 15 học sinh giỏi môn Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Tính xác suất để học sinh đó học giỏi môn Toán, biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn.
- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Một công ty đấu thầu hai dự án. Khả năng thắng thầu các dự án lần lượt là 0,4 và 0,5. Khả năng thắng thầu cả hai dự án là 0,3. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.
- a) Hai biến cố A và B độc lập.
- b) Biết công ty thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là: 0,75
- c) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là: $\frac{2}{3}$
- d) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là: 0,3
- Câu 2:** Một hộp chứa 4 quả bóng màu đỏ và 6 quả bóng màu xanh. Lấy từ hộp hai lần liên tiếp mỗi lần 1 quả bóng. Gọi A là biến cố “Lần 2 lấy được quả màu xanh”; B là biến cố “Lần 1 lấy được quả bóng màu đỏ”. Khi đó
- a) Xác suất xảy ra biến cố B là: $P(B) = \frac{2}{5}$.
- b) Xác suất xảy ra biến cố A khi B xảy ra là: $P(A|B) = \frac{3}{5}$.
- c) Xác suất xảy ra biến cố A khi B không xảy ra là: $P(A|\overline{B}) = \frac{5}{9}$.
- d) Xác suất xảy ra cả biến cố A và B là: $P(AB) = \frac{4}{15}$.

- Câu 3:** Một nhóm học sinh gồm 12 nam và 13 nữ đi tham quan Công viên nước Hạ Long, tới lúc tham gia trò chơi mỗi học sinh chọn một trong hai trò chơi là Sóng thần hoặc Đảo hải tặc. Xác suất chọn trò chơi Sóng thần của mỗi học sinh nam là 0,6 và của mỗi học sinh nữ là 0,3. Chọn ngẫu nhiên một bạn của nhóm. Xét tính đúng, sai của mỗi khẳng định sau?
- a) Xác suất để bạn được chọn là nam là 0,48.
 - b) Xác suất để bạn được chọn là nữ là 0,5.
 - c) Xác suất để bạn được chọn là nam và tham gia trò chơi Đảo hải tặc là 0,195.
 - d) Xác suất để bạn được chọn là nữ và tham gia trò chơi Sóng thần là 0,156.
- Câu 4:** Ở cửa ra vào của nhà sách Nguyễn Văn Cừ có một thiết bị cảnh báo hàng hóa chưa được thanh toán khi qua cửa. Thiết bị phát chuông cảnh báo với 99% các hàng hóa ra cửa mà chưa thanh toán và 0,1% các hàng hóa đã thanh toán. Tỷ lệ hàng hóa qua cửa không được thanh toán là 0,1%. Chọn ngẫu nhiên một hàng hóa khi đi qua cửa. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau?
- a) Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán là 99,9%.
 - b) Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là 1%.
 - c) Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là 0,1%.
 - d) Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị không phát chuông cảnh báo là 0,001%.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1:** Một lô các sản phẩm do hai nhà máy sản xuất, biết rằng số sản phẩm của nhà máy thứ nhất gấp ba lần số sản phẩm của nhà máy thứ hai. Tỷ lệ sản phẩm tốt của nhà máy thứ nhất là 0,8 và nhà máy thứ hai là 0,7. Lấy ngẫu nhiên ra một sản phẩm. Tính xác suất để sản phẩm lấy ra là tốt. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 2:** Có hai hộp chứa bi, hộp thứ nhất chứa 2 bi trắng và 8 bi đen, hộp thứ hai chứa 9 bi trắng và 1 bi đen. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ hộp thứ nhất bỏ sang hộp thứ hai, sau đó lấy ngẫu nhiên ba viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để trong ba viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 2 viên bi trắng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 3:** Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 4 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, Sau đó lại lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Xác suất các biến cố: A: “ Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh và viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ” là $\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $a + b$.
- Câu 4:** Cho 2 biến cố A và B có $P(A) = 0,5$; $P(B) = 0,8$; $P(A|\overline{B}) = 0,6$. Tìm $P(A|B)$
- Câu 5:** Tỷ lệ người nghiện thuốc lá ở một vùng là 30%. Biết tỷ lệ viêm họng trong số người nghiện thuốc lá là $a\%$ còn người không nghiện là 40%. Gặp ngẫu nhiên một người trong vùng thì xác suất để người đó nghiện thuốc và bị viêm họng bằng 0,21; xác suất để người đó không nghiện thuốc và bị viêm họng là $b\%$. Tính $a + b$.
- Câu 6:** A và B mỗi người bắn một viên đạn vào cùng mục tiêu độc lập. Giả sử xác suất bắn trúng đích của A và B lần lượt là 0,7 và 0,4. Giả sử có một viên đạn trúng đích, tính xác suất để đó là của B (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Gieo con xúc xắc 1 lần. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt 2 chấm. B là biến cố xuất hiện mặt chẵn. Xác suất $P(A|B)$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Theo định nghĩa xác suất có điều kiện ta có: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{3}$

Câu 2: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,3; P(B) = 0,6; P(A \cap B) = 0,2$. Xác suất $P(A|B)$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Theo định nghĩa xác suất có điều kiện ta có: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3}$

Câu 3: Từ một hộp có 4 tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn An lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa. Xét biến cố A là “thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số 3”. Số các kết quả thuận lợi của biến cố A là

- A. 3. B. 2 C. 4. D. 1.

Lời giải

Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố A là $\{(3;1), (3;2), (3;4)\}$.

Vậy $n(A) = 3$.

Câu 4: Cho hai biến độc lập A, B với $P(A) = 0,8; P(B) = 0,3$. Khi đó, $P(A|B)$ bằng

- A. 0,8. B. 0,3. C. 0,4. D. 0,6.

Lời giải

Do A, B là hai biến cố độc lập nên $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A) = 0,8$.

Câu 5: Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,7; P(AB) = 0,3$. Tính $P(A|B)$

- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{6}{7}$. D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Ta có $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,7} = \frac{3}{7}$.

Câu 6: Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,8; P(A|B) = 0,5$. Tính $P(AB)$

- A. $\frac{3}{7}$. B. 0,4 C. 0,8. D. 0,5.

Lời giải

Ta có $P(AB) = P(A|B)P(B) = 0,5.0,8 = 0,4$

Câu 7: Một hộp chứa 8 bi xanh, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi xanh. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ.

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{8}{9}$ D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố lần 1 bốc được bi xanh.

Gọi B là biến cố lần 2 bốc được bi đỏ.

Xác suất lần 2 bốc được bi đỏ khi lần 1 đã bốc được bi trắng là $P(B/A)$

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}; P(AB) = \frac{8}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{8}{45}.$$

$$\text{Suy ra } P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{\frac{8}{45}}{\frac{4}{5}} = \frac{2}{9}.$$

Câu 8: Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là

- A. $\frac{1}{17}$ B. $\frac{3}{17}$ C. $\frac{17}{30}$ D. $\frac{13}{30}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “bạn học sinh được thầy giáo gọi lên bảng tên là Hiền”.

Gọi B là biến cố “bạn học sinh được thầy giáo gọi lên bảng là nữ”.

$$\text{Ta có } P(B) = \frac{17}{30}, P(AB) = \frac{1}{30}.$$

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là

$$P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{17}.$$

Câu 9: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,8$ và $P(A|B) = 0,5$. Tính $P(\overline{AB})$ có kết quả là

- A. $P(\overline{AB}) = 0,9$. B. $P(\overline{AB}) = 0,6$. C. $P(\overline{AB}) = 0,04$. D. $P(\overline{AB}) = 0,4$.

Lời giải

Theo công thức nhân xác suất, ta có $P(AB) = P(B) \cdot P(A|B) = 0,8 \cdot 0,5 = 0,4$

Vì AB và \overline{AB} là hai biến cố xung khắc nên

$$AB \cup \overline{AB} = B \Rightarrow P(\overline{AB}) = 1 - P(AB) = 1 - 0,4 = 0,6.$$

Câu 10: Cho hai biến cố A và B có $P(B) > 0$ và $P(A|B) = 0,7$. Tính $P(\overline{A}|B)$ có kết quả là

- A. $P(\overline{A}|B) = 0,5$. B. $P(\overline{A}|B) = 0,6$. C. $P(\overline{A}|B) = 0,3$. D. $P(\overline{A}|B) = 0,4$.

Lời giải

Với mọi biến cố A và B , $P(B) > 0$ ta có $P(\overline{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - 0,7 = 0,3$.

Câu 11: Một hộp chứa bốn viên bi cùng loại ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Mạnh lấy ra một cách ngẫu nhiên một viên bi, bỏ viên bi đó ra ngoài và lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một viên bi nữa. Không gian mẫu của phép thử đó là

A. $\Omega = \{(1,2); (1,3); (1,4); (2,3); (2,4); (3,4)\}.$

B. $\Omega = \{(1,2); (1,1); (1,3); (1,4); (2,1); (2,3); (2,4); (3,1); (3,2); (3,4); (4,1); (4,2); (4,3)\}$

C. $\Omega = \{(1,2); (1,3); (1,4); (2,1); (2,2); (2,3); (2,4); (1,1); (3,4); (4,4); (3,3)\}.$

D. $\Omega = \{(1,2); (1,3); (1,4); (2,1); (2,3); (2,4); (3,1); (3,2); (3,4); (4,1); (4,2); (4,3)\}.$

Lời giải

$$\Omega = \{(1,2); (1,3); (1,4); (2,1); (2,3); (2,4); (3,1); (3,2); (3,4); (4,1); (4,2); (4,3)\},$$

Câu 12: Một lớp học có 40 học sinh, mỗi học sinh giỏi ít nhất một trong hai môn Văn hoặc môn Toán. Biết rằng có 30 học sinh giỏi môn Toán và 15 học sinh giỏi môn Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Tính xác suất để học sinh đó học giỏi môn Toán, biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn.

A. $\frac{1}{2}.$

B. $\frac{1}{6}.$

C. $\frac{1}{3}.$

D. $\frac{1}{5}.$

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Học sinh được chọn giỏi môn Toán”, B là biến cố: “Học sinh được chọn giỏi môn Văn”.

Số học sinh giỏi cả hai môn là $30 + 15 - 40 = 5$

Trong 30 học sinh đó có đúng 5 học sinh giỏi môn Văn. Vậy xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán với điều kiện học sinh đó giỏi môn Văn là $P(A|B) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một công ty đấu thầu hai dự án. Khả năng thắng thầu các dự án lần lượt là 0,4 và 0,5. Khả năng thắng thầu cả hai dự án là 0,3. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a) Hai biến cố A và B độc lập.

b) Biết công ty thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là: 0,75

c) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là: $\frac{2}{3}$

d) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là: 0,3

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Ta có $P(A).P(B) = 0,4.0,5 = 0,2 \neq 0,3 = P(AB).$

b) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 khi đã biết thắng dự án 1 là $P(B|A)$

$$\text{Ta có } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75.$$

c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 khi đã biết điều kiện không thắng dự án 1 là:

$$P(B|\bar{A}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})}$$

Vì hai biến cố $\bar{A}B$ và $A\bar{B}$ xung khắc nhau và $\bar{A}B \cup A\bar{B} = B$ nên theo tính chất của xác suất ta có

$$P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB).$$

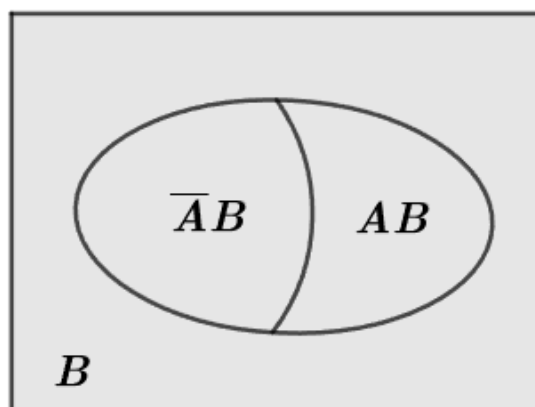
$$\text{Suy ra } P(B \setminus \overline{A}) = \frac{P(\overline{AB})}{P(\overline{A})} = \frac{P(B) - P(AB)}{1 - P(A)} = \frac{0,5 - 0,3}{1 - 0,4} = \frac{1}{3}.$$

d) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án là $P(\overline{AB} + \overline{AB})$

Vì hai biến cố \overline{AB} và AB xung khắc nhau nên $P(\overline{AB} + \overline{AB}) = P(\overline{AB}) + P(\overline{AB})$.

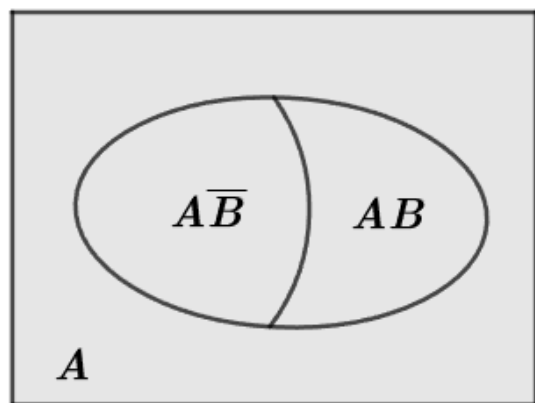
Vì hai biến cố \overline{AB} và AB xung khắc nhau và $\overline{AB} \cup AB = B$ nên theo tính chất của xác suất ta có

$$P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) \quad (1).$$



Vì hai biến cố \overline{AB} và AB xung khắc nhau và $\overline{AB} \cup AB = A$ nên theo tính chất của xác suất ta có

$$P(\overline{AB}) = P(A) - P(AB) \quad (2).$$



Từ (1) và (2) ta được như sau:

$$\begin{aligned} P(\overline{AB} + \overline{AB}) &= P(A) - P(AB) + P(B) - P(AB) \\ &= P(A) + P(B) - 2P(AB) = 0,4 + 0,5 - 2 \cdot 0,3 = 0,3. \end{aligned}$$

Câu 2: Một hộp chứa 4 quả bóng màu đỏ và 6 quả bóng màu xanh. Lấy từ hộp hai lần liên tiếp mỗi lần 1 quả bóng. Gọi A là biến cố “Lần 2 lấy được quả màu xanh”; B là biến cố “Lần 1 lấy được quả bóng màu đỏ”. Khi đó

a) Xác suất xảy ra biến cố B là: $P(B) = \frac{2}{5}$.

- b) Xác suất xảy ra biến cố A khi B xảy ra là: $P(A|B) = \frac{3}{5}$.
- c) Xác suất xảy ra biến cố A khi B không xảy ra là: $P(A|\bar{B}) = \frac{5}{9}$.
- d) Xác suất xảy ra cả biến cố A và B là: $P(AB) = \frac{4}{15}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

- a) Ta có $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.
- b) Lần 1 lấy được quả bóng màu đỏ nên số bóng còn lại là 9 nên $n(\Omega) = 9$. Do có 6 quả bóng màu xanh và lần 1 lấy được quả bóng đỏ nên số phần tử thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 6$
 $P(A|B) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.
- c) Do biến cố B không xảy ra tức là lần 1 lấy 1 quả màu xanh nên số bóng còn lại là 5 quả xanh và 4 quả đỏ. Do đó $P(A|\bar{B}) = \frac{5}{9}$.
- d) Ta có $P(AB) = P(B) \cdot P(A|B) = \frac{2}{5} \cdot \frac{6}{9} = \frac{4}{15}$.

Chú ý: Không thể tính theo công thức $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A)$.

Câu 3: Một nhóm học sinh gồm 12 nam và 13 nữ đi tham quan Công viên nước Hạ Long, tới lúc tham gia trò chơi mỗi học sinh chọn một trong hai trò chơi là Sóng thần hoặc Đảo hải tặc. Xác suất chọn trò chơi Sóng thần của mỗi học sinh nam là 0,6 và của mỗi học sinh nữ là 0,3. Chọn ngẫu nhiên một bạn của nhóm. Xét tính đúng, sai của mỗi khẳng định sau?

- a) Xác suất để bạn được chọn là nam là 0,48.
- b) Xác suất để bạn được chọn là nữ là 0,5.
- c) Xác suất để bạn được chọn là nam và tham gia trò chơi Đảo hải tặc là 0,195.
- d) Xác suất để bạn được chọn là nữ và tham gia trò chơi Sóng thần là 0,156.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

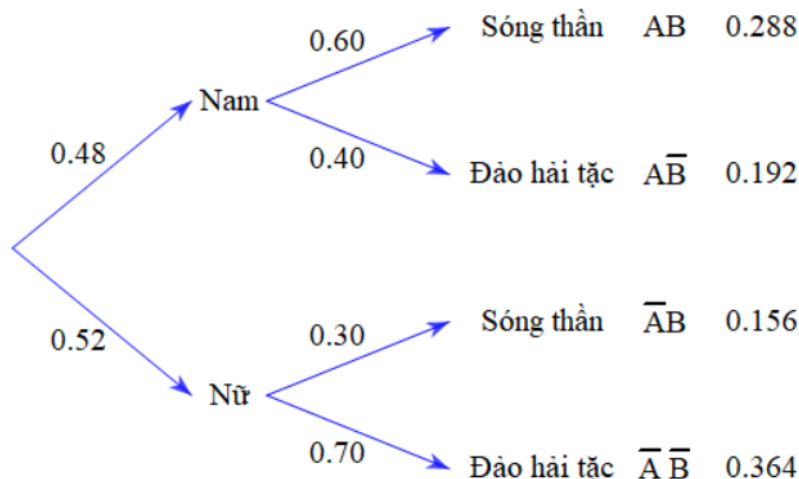
Gọi A là biến cố “chọn được bạn nam” và B là biến cố “chọn được bạn tham gia trò chơi Sóng thần”.

Nhóm có 12 nam và 13 nữ nên xác suất để chọn được một bạn nam là $\frac{12}{25} = 0,48$.

Nhóm có 12 nam và 13 nữ nên xác suất để chọn được một bạn nữ là $\frac{13}{25} = 0,52$.

Ta có $P(A) = \frac{12}{25} = 0,48$ và $P(B|A) = 0,6$ và $P(B|\bar{A}) = 0,3$.

Ta có sơ đồ hình cây như sau:



Xác suất để bạn được chọn là nam và tham gia trò chơi Đào hải tặc là $P(A\bar{B}) = 0,192$.

Xác suất để bạn được chọn là nữ và tham gia trò chơi Sóng thần $P(\bar{A}B) = 0,156$.

Câu 4: Ở cửa ra vào của nhà sách Nguyễn Văn Cừ có một thiết bị cảnh báo hàng hóa chưa được thanh toán khi qua cửa. Thiết bị phát chuông cảnh báo với 99% các hàng hóa ra cửa mà chưa thanh toán và 0,1% các hàng hóa đã thanh toán. Tỷ lệ hàng hóa qua cửa không được thanh toán là 0,1%. Chọn ngẫu nhiên một hàng hóa khi đi qua cửa. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau?

- Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán là 99,9%.
- Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là 1%.
- Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là 0,1%.
- Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị không phát chuông cảnh báo là 0,001%.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

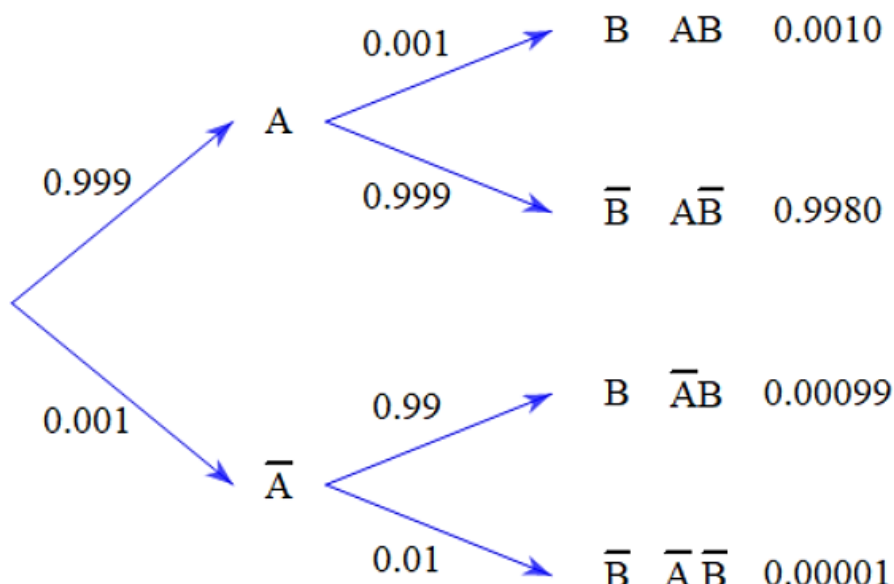
Gọi A là biến cố “Hàng qua cửa đã được thanh toán” và B là biến cố “Thiết bị phát chuông cảnh báo”.

Tỷ lệ hàng qua cửa không được thanh toán là 0,1% tức là $P(\bar{A}) = 0,1\%$ suy ra $P(A) = 100\% - 0,1\% = 99,9\%$.

Ta có $P(B|A) = 0,1\%$ và $P(B|\bar{A}) = 99\%$;

$P(\bar{B}|A) = 100\% - P(B|A) = 99,9\%$; $P(\bar{B}|\bar{A}) = 100\% - P(B|\bar{A}) = 1\%$.

Ta có sơ đồ hình cây như sau:



Từ đây ta có:

Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán là 99,9%.

Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là $P(\overline{AB}) = 0,099\%$

Xác suất để hàng hóa qua cửa đã thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là $P(\overline{AB}) = 0,1\%$

Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị không phát chuông cảnh báo là $P(\overline{AB}) = 0,001\%$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một lô các sản phẩm do hai nhà máy sản xuất, biết rằng số sản phẩm của nhà máy thứ nhất gấp ba lần số sản phẩm của nhà máy thứ hai. Tỷ lệ sản phẩm tốt của nhà máy thứ nhất là 0,8 và nhà máy thứ hai là 0,7. Lấy ngẫu nhiên ra một sản phẩm. Tính xác suất để sản phẩm lấy ra là tốt. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,78

Gọi A là biến cố “Lấy được sản phẩm tốt”

B_i là biến cố “Sản phẩm lấy ra từ nhà máy thứ i sản xuất”, với $i = 1; 2$

Ta có: $P(B_1) = \frac{3}{4}$; $P(B_2) = \frac{1}{4}$

$P(A) = P(B_1).P(A/B_1) + P(B_2).P(A/B_2) = \frac{3}{4}.0,8 + \frac{1}{4}.0,7 = 0,775 \approx 0,78$

Câu 2: Có hai hộp chứa bi, hộp thứ nhất chứa 2 bi trắng và 8 bi đen, hộp thứ hai chứa 9 bi trắng và 1 bi đen. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ hộp thứ nhất bỏ sang hộp thứ hai, sau đó lấy ngẫu nhiên ba viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để trong ba viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 2 viên bi trắng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,31

Gọi A là biến cố “Trong ba viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 2 bi trắng”

B_i là biến cố “Trong hai viên bi bỏ từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai có i bi trắng”, với $i = 0; 1; 2$

$$P(A) = P(B_0).P(A/B_0) + P(B_1).P(A/B_1) + P(B_2).P(A/B_2) =$$

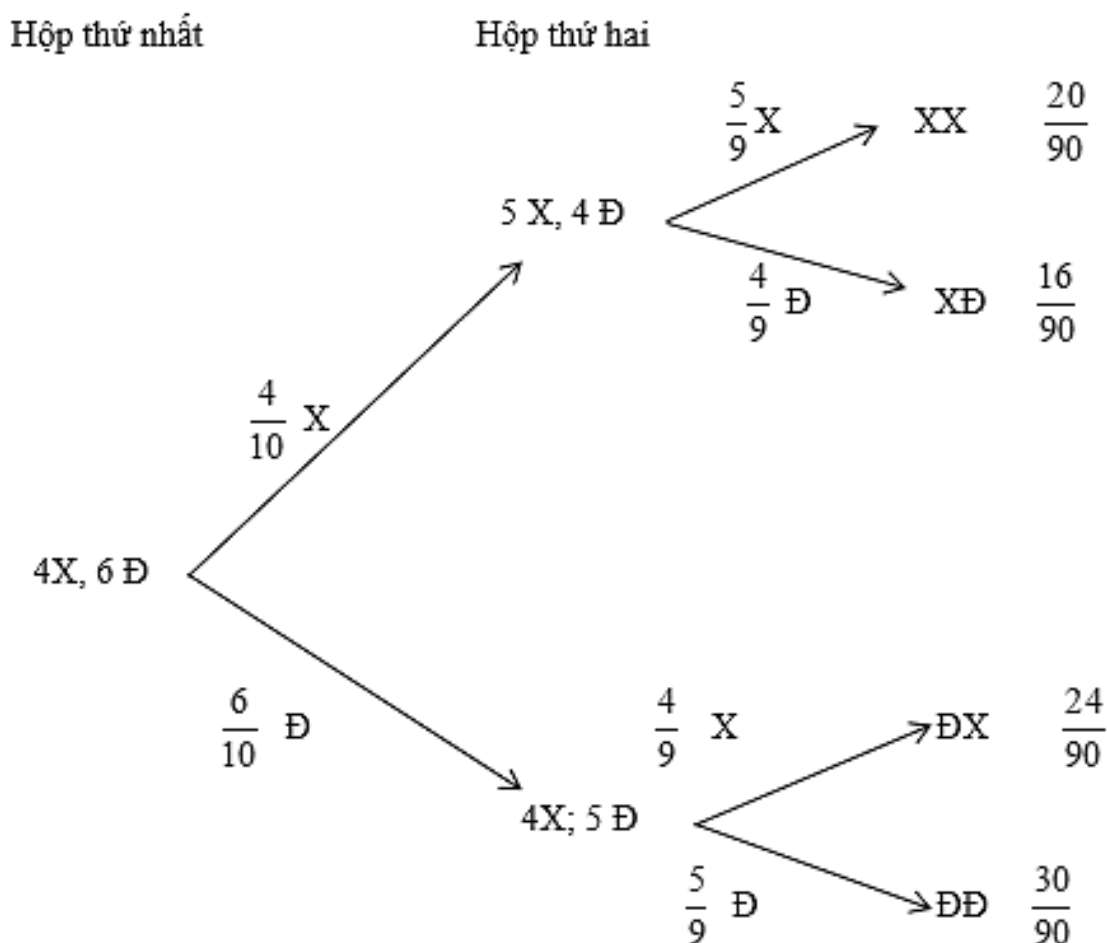
$$= \frac{C_2^2}{C_{10}^2} \cdot \frac{C_9^2 \cdot C_3^1}{C_{12}^3} + \frac{C_8^1 \cdot C_2^1}{C_{10}^2} \cdot \frac{C_{10}^2 \cdot C_2^1}{C_{12}^3} + \frac{C_8^2}{C_{10}^2} \cdot \frac{C_{11}^2 \cdot C_1^1}{C_{12}^3} = \frac{772}{2475} \approx 0,31$$

Câu 3: Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 4 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, Sau đó lại lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Xác suất các biến cố: A: “ Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh và viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ” là $\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $a + b$.

Lời giải

Trả lời: 53

Ta có sơ đồ hình cây



Vậy ta có: $P(A) = \frac{16}{90} = \frac{8}{45} \Rightarrow a = 8; b = 45 \Rightarrow a + b = 53$.

Câu 4: Cho 2 biến cố A và B có $P(A) = 0,5$; $P(B) = 0,8$; $P(A|\bar{B}) = 0,6$. Tìm $P(A|B)$

Lời giải

Trả lời: 0,48

Ta có: $P(B) = 0,8 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,2$

$P(A\bar{B}) = P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,2.0,6 = 0,12$

Mặt khác: $P(AB) = P(A) - P(A\bar{B}) = 0,5 - 0,12 = 0,38$.

$$\text{Do đó: } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,38}{0,8} = 0,475 \approx 0,48$$

Câu 5: Tỷ lệ người nghiện thuốc lá ở một vùng là 30%. Biết tỷ lệ viêm họng trong số người nghiện thuốc lá là $a\%$ còn người không nghiện là 40%. Gặp ngẫu nhiên một người trong vùng thì xác suất để người đó nghiện thuốc và bị viêm họng bằng 0,21; xác suất để người đó không nghiện thuốc và bị viêm họng là $b\%$. Tính $a + b$.

Lời giải

Trả lời: 98

Gọi A : “Người nghiện thuốc lá”

B : “Người bị viêm họng”

Khi đó: AB : “Người nghiện thuốc và bị viêm họng”

\overline{AB} : “Người không nghiện thuốc và bị viêm họng”

Theo đề bài ta có $P(A) = 30\%$; $P(B|A) = a\%$ và $P(AB) = 0,21$ nên theo công thức xác suất

$$\text{có điều kiện ta được: } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Leftrightarrow a\% = \frac{0,21}{30\%} = 70\%.$$

Tương tự: $P(\overline{A}) = 1 - 30\% = 70\%$; $P(B|\overline{A}) = 40\%$ và $P(\overline{AB}) = b\%$ nên theo công thức xác suất

$$\text{có điều kiện ta được: } P(B|\overline{A}) = \frac{P(\overline{AB})}{P(\overline{A})} \Leftrightarrow 40\% = \frac{b\%}{70\%} \Leftrightarrow b\% = 28\%.$$

Vậy $a + b = 98$.

Câu 6: A và B mỗi người bắn một viên đạn vào cùng mục tiêu độc lập. Giả sử xác suất bắn trúng đích của A và B lần lượt là 0,7 và 0,4. Giả sử có một viên đạn trúng đích, tính xác suất để đó là của B (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,22

Gọi A, B, C lần lượt là biến cố “ A bắn trúng”, “ B bắn trúng”, “có một người bắn trúng”

$$\text{Ta có } P(B|C) = \frac{P(B\overline{A})}{P(C)} = \frac{P(B\overline{A})}{P(B\overline{A}) + P(\overline{B}A)} = \frac{0,4.0,3}{0,4.0,3 + 0,7.0,4} = 0,22.$$



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN - BAYES ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Có hai chiếc hộp đựng 30 chiếc bút chì có hình dáng, kích thước giống nhau. Sau khi thống kê nhận được bảng số liệu sau:

Hộp	I	II
Màu		
Xanh	15	5
Vàng	5	5

Lấy ngẫu nhiên một chiếc bút từ hộp I bỏ sang hộp II. Sau đó, lấy ngẫu nhiên một chiếc bút từ hộp II. Xác suất để chiếc bút lấy ra từ hộp II có màu xanh là

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{6}{11}$. D. $\frac{23}{44}$.

Câu 2: Có hai chiếc hộp đựng 50 viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê nhận được bảng số liệu sau:

Hộp	I	II
Màu		
Xanh	15	10
Đỏ	20	5

Chọn ngẫu nhiên một hộp, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp được chọn. Xác suất để chọn được viên bi màu đỏ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{19}{42}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{4}{7}$.

Câu 3: Trong lễ khai giảng năm học mới, bạn An tham gia trò chơi gồm hai vòng. Xác suất thắng ở vòng chơi đầu tiên là 0,7. Nếu An thắng ở vòng thứ nhất thì xác suất thắng ở vòng hai là 0,8. Ngược lại, nếu An thua ở vòng thứ nhất thì xác suất thắng ở vòng hai là 0,4. Gọi:

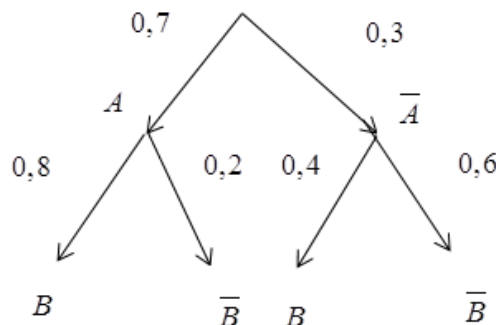
Biến cố A : “Bạn An thắng ở vòng thứ nhất”;

Biến cố B : “Bạn An thắng ở vòng thứ hai”

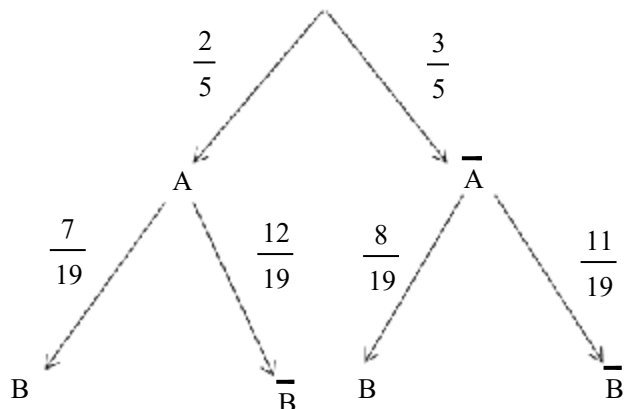
Ta có sơ đồ hình cây biểu thị tình huống trên như sau:

Xác xuất để An thắng ở vòng chơi thứ hai là

- A. 0,56. B. 0,12. C. 0,68. D. 0,32.



- Câu 4:** Trong trò chơi bốc thăm trúng thưởng, có 20 phiếu bốc thăm trong đó có 8 phiếu trúng thưởng. Bạn Anh bốc thăm phiếu thứ nhất, sau đó bạn Bảo bốc thăm phiếu thứ hai. Gọi
Biến cố A : “Bạn Anh bốc được phiếu trúng thưởng”;
Biến cố B : “Bạn Bảo bốc được phiếu trúng thưởng”
Ta có sơ đồ hình cây biểu thị tình huống trên như sau:



Xác suất bạn Bảo bốc được phiếu trúng thưởng là

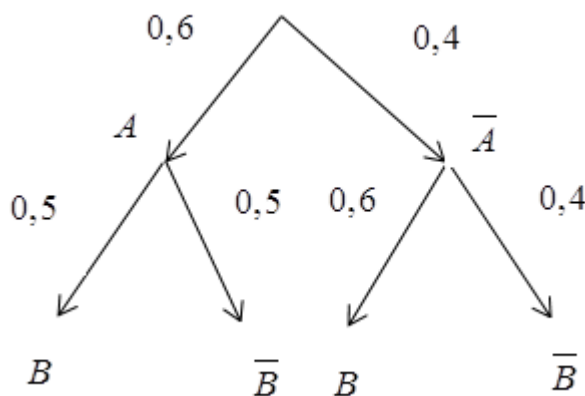
- A. $\frac{14}{95}$. B. $\frac{24}{95}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{2}{5}$.

- Câu 5:** Hàng ngày, Hùng luyện tập hai môn thể thao là bóng chuyền hoặc cầu lông. Nếu hôm nay Hùng chơi bóng chuyền thì xác suất để hôm sau Hùng chơi cầu lông là 0,6. Nếu hôm nay Hùng chơi cầu lông thì xác suất để hôm sau Hùng chơi bóng chuyền là 0,5. Xét một tuần mà thứ hai Hùng chơi bóng chuyền. Gọi hai biến cố:

A : “Thứ ba Hùng chơi cầu lông”;

B : “Thứ ba Hùng chơi cầu lông”

Ta có sơ đồ hình cây biểu thị tình huống trên trong hai ngày thứ ba, thứ tư như sau:



Xác suất bạn Hùng chơi cầu lông vào thứ tư là

- A. 0,54. B. 0,3. C. 0,24. D. 0,16.

- Câu 6:** Cho hai biến cố A và B , với $P(B)=0,8$, $P(A|B)=0,7$, $P(A|\bar{B})=0,45$. Tính $P(B|A)$.

- A. 0,25. B. $\frac{56}{65}$. C. 0,65. D. 0,5.

Câu 7: Một hộp chứa bóng xanh và bóng đỏ. Biết rằng xác suất của việc chọn được một quả bóng xanh là 0.6. Xác suất chọn được một quả bóng xanh biết rằng quả bóng đó là bị lỗi là 0.7. Xác suất chọn được một quả bóng bị lỗi là 0.2. Xác suất chọn bóng bị lỗi biết bóng đã chọn màu xanh là bao nhiêu?

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{7}{30}$. D. $\frac{7}{10}$.

Câu 8: Cho bảng dữ liệu sau về kết quả xét nghiệm một loại bệnh:

	Dương tính	Âm tính
Bệnh	100	20
Không bệnh	30	850

Nếu một người có kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất người đó thực sự mắc bệnh là bao nhiêu?

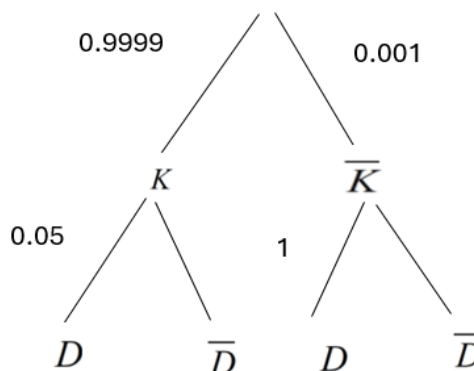
- A. 10%. B. 77%. C. 90%. D. 50%.

Câu 9: Giả sử có một loại bệnh mà tỉ lệ mắc bệnh là 0,1%, ai mắc bệnh khi xét nghiệm cũng có phản ứng dương tính, nhưng tỉ lệ phản ứng dương tính giả là 5% (tức là trong số những người không bị bệnh có 5% số người xét nghiệm lại có phản ứng dương tính).

Gọi biến cố K : "Người được chọn ra không mắc bệnh"

Biến cố D : "Người được chọn ra có phản ứng dương tính"

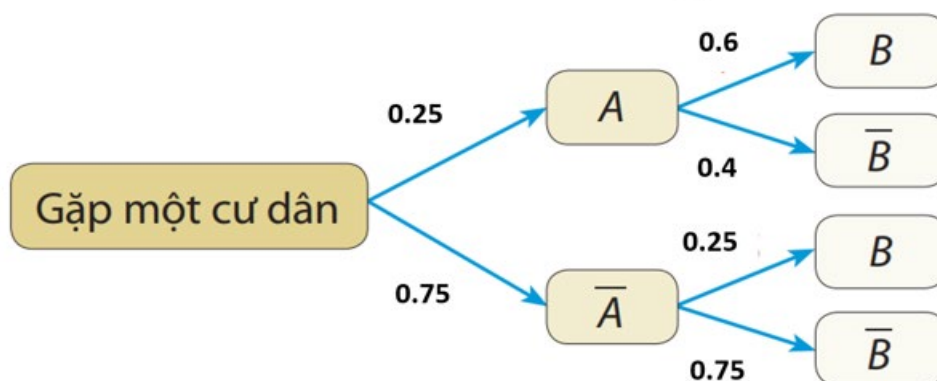
Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên như sau:



Xác suất để một người xét nghiệm có phản ứng dương tính và thực sự mắc bệnh (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

- A. 1.96%. B. 1.91%. C. 0.18%. D. 1.54%.

Câu 10: Kết quả khảo sát tại một xã cho thấy có 25% cư dân hút thuốc lá. Tỉ lệ cư dân thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp trong số những người hút thuốc lá và không hút thuốc lá lần lượt là 60% và 25% , được biểu diễn ở sơ đồ hình cây sau:



Nếu ta gặp một cư dân của xã thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp thì xác suất người đó có hút thuốc lá là bao nhiêu?

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{8}{9}$.

Câu 11: Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%. Tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, còn tỉ lệ này đối với người không nghiện thuốc lá là 15%. Gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X, biết rằng người này bị bệnh phổi, tính xác suất mà người này nghiện thuốc lá?

- A. $\frac{7}{13}$. B. $\frac{6}{13}$. C. $\frac{4}{13}$. D. $\frac{9}{13}$.

Câu 12: Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số bằng

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{4}{13}$. D. $\frac{9}{16}$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Bạn Ngọc phải thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Thí nghiệm thứ nhất có xác suất thành công là 0,8. Nếu thí nghiệm thứ nhất thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai là 0,9. Nếu thí nghiệm thứ nhất không thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai chỉ là 0,5. Xét các biến cố sau:

Gọi A là biến cố “Thí nghiệm thứ nhất thành công”.

Gọi B là biến cố “Thí nghiệm thứ hai thành công”.

a) $P(B|A) = 0,9$.

b) $P(\overline{B}|A) = 0,5$.

c) $P(AB) = 0,72$.

d) $P(\overline{AB}) = 0,1$.

Câu 2: Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 8 vận động viên, đội II có 10 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,6 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.

a) Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\frac{5}{9}$

b) Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là 0,45

c) Xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng là $\frac{103}{180}$

d) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\frac{48}{103}$.

Câu 3: Một kho hàng có 1000 thùng hàng với bề ngoài giống hệt nhau, trong đó có 480 thùng hàng loại I và 520 thùng hàng loại II. Trong số các thùng hàng đó, có 80% thùng hàng loại I và 85% thùng hàng loại II đã được kiểm định. Chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho.

a) Xác suất chọn được thùng hàng loại I bằng 48%.

b) Xác suất chọn được thùng hàng loại II đã được kiểm định bằng 38,4%.

c) Xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định bằng 17,4%.

d) Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định, xác suất thùng hàng đó là thùng loại I thấp hơn xác suất thùng hàng đó là thùng loại II.

Câu 4: Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Các câu sau là đúng hay sai?

a) Chọn ngẫu nhiên 1 xạ thủ bắn và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Gọi A là biến cố “Viên đạn trúng đích”. B là biến cố “Xạ thủ loại I bắn”. C là biến cố “Xạ thủ loại II bắn”. Khi đó ta có xác suất để viên đạn trúng đích được tính theo công thức công thức:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(C).P(A|\overline{C})$$

b) Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Xác suất để viên đạn đó trúng đích là 0.74.

c) Chọn ngẫu nhiên ra hai xạ thủ và cả hai xạ thủ đều bắn một viên đạn. Gọi E là biến cố “Cả hai viên đạn đều bắn trúng đích” E_i là biến cố chọn được i xạ thủ loại I. Khi đó ta có công thức tính xác suất để cả hai xạ thủ đều bắn trúng là

$$P(E) = P(E_0).P(E|E_0) + P(E_1).P(E|E_1) + P(E_2).P(E|E_2).$$

d) Chọn ngẫu nhiên hai xạ thủ, mỗi người bắn một viên đạn. Xác suất để cả hai viên đạn đó trúng đích là 0.596

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong hội thảo, xác suất chọn được một người trình bày báo cáo bằng tiếng anh là 0,6. Xác suất để chọn một người trình bày là nữ là 0,4. Xác suất để chọn được một người trình bày báo cáo bằng tiếng anh biết người đó là nữ là 0,3. Tính xác suất để chọn được một người là nữ sao cho người đó có thể trình bày báo cáo bằng tiếng anh.

Câu 2: Thống kê hồ sơ 250 học sinh khối 10 trong đó có 150 học sinh nữ và 100 học sinh nam. Sau khi thống kê, kết quả có 60% học sinh nữ là đoàn viên, 50% học sinh nam là đoàn viên; những học sinh còn lại không là đoàn viên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong 250 học sinh khối 10. Tính xác suất để học sinh được chọn là đoàn viên.

Câu 3: Có 1 kho bia kém chất lượng chứa các thùng giống nhau (24 lon/thùng) gồm 3 loại: loại I để lần mỗi thùng 3 lon quá hạn sử dụng, loại II để lần mỗi thùng 2 lon quá hạn và loại III để lần mỗi thùng có 4 lon quá hạn. Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II và số thùng loại II gấp 3 lần thùng loại III. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ đó chọn ngẫu nhiên 10 lon. Tính xác suất để lấy được 2 lon quá hạn sử dụng (làm tròn đến kết quả phần chục).

Câu 4: Trước khi đưa sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó và thấy có 50 người trả lời “sẽ mua”, 90 người trả lời “có thể sẽ mua” và 60 người trả lời “không mua”. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời trên tương ứng là 60%, 40% và 1%. Trong số khách hàng thực sự mua sản phẩm thì xác suất khách hàng trả lời “sẽ mua” là $\frac{a}{b}$. Tính giá trị của biểu thức $T = \frac{1}{2}a + b$.

Câu 5: Một nhà đầu tư phân loại các dự án trong một chu kỳ đầu tư thành 3 loại: ít rủi ro, rủi ro trung bình và rủi ro cao. Tỷ lệ các dự án các loại đó tương ứng là 20%; 45% và 35%. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ các dự án gặp rủi ro khi đầu tư tương ứng là 5%; 20% và 40%. Nếu một dự án gặp rủi ro sau kỳ đầu tư thì khả năng dự án rủi ro lớn nhất là bao nhiêu?

Câu 6: Có hai đồng xu có hình thức giống nhau, trong có có một đồng xu cân đối đồng chất và một đồng xu không cân đối có xác suất khi tung đồng xu xuất hiện mặt ngửa là $\frac{2}{3}$. Một người lấy ngẫu nhiên một đồng xu trong hai đồng xu đã cho, tung đồng xu đó 3 lần thì đều thấy xuất hiện mặt ngửa, xác suất người đó lấy được đồng xu cân đối là bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần mười.)

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Có hai chiếc hộp đựng 30 chiếc bút chì có hình dáng, kích thước giống nhau. Sau khi thống kê nhận được bảng số liệu sau:

Hộp \ Màu	I	II
Xanh	15	5
Vàng	5	5

Lấy ngẫu nhiên một chiếc bút từ hộp I bỏ sang hộp II. Sau đó, lấy ngẫu nhiên một chiếc bút từ hộp II. Xác suất để chiếc bút lấy ra từ hộp II có màu xanh là

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{6}{11}$.

D. $\frac{23}{44}$.

Lời giải

Gọi hai biến cố:

A : “Lấy được bút xanh từ hộp I”;

B : “Lấy được bút xanh từ hộp II”.

Theo bài ra, ta có

$$P(A) = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}; P(\bar{A}) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}; P(B|A) = \frac{6}{11}; P(B|\bar{A}) = \frac{5}{11}.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{11} + \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{11} = \frac{23}{44}.$$

Câu 2: Có hai chiếc hộp đựng 50 viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê nhận được bảng số liệu sau:

Hộp \ Màu	I	II
Xanh	15	10
Đỏ	20	5

Chọn ngẫu nhiên một hộp, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp được chọn. Xác suất để chọn được viên bi màu đỏ là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{19}{42}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{4}{7}$.

Lời giải

Xét hai biến cố

A : “Chọn được hộp I”;

B : “Chọn được viên bi màu đỏ”

$$P(A) = \frac{1}{2}; P(\bar{A}) = \frac{1}{2}; P(B|A) = \frac{20}{35} = \frac{4}{7}; P(B|\bar{A}) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

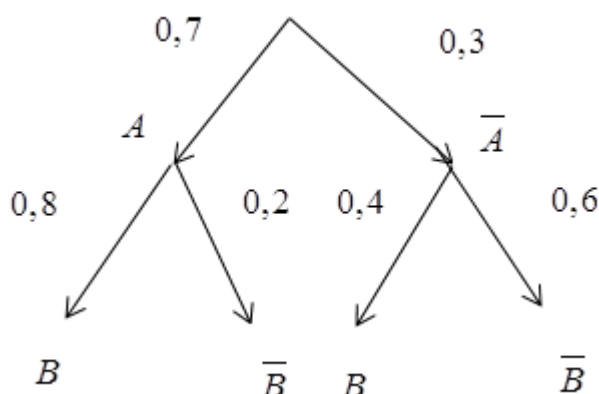
$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{19}{42}.$$

Câu 3: Trong lễ khai giảng năm học mới, bạn An tham gia trò chơi gồm hai vòng. Xác suất thắng ở vòng chơi đầu tiên là $0,7$. Nếu An thắng ở vòng thứ nhất thì xác suất thắng ở vòng hai là $0,8$. Ngược lại, nếu An thua ở vòng thứ nhất thì xác suất thắng ở vòng hai là $0,4$. Gọi:

Biến cố A : “Bạn An thắng ở vòng thứ nhất”;

Biến cố B : “Bạn An thắng ở vòng thứ hai”

Ta có sơ đồ hình cây biểu thị tình huống trên như sau:



Xác suất để An thắng ở vòng chơi thứ hai là

A. 0,56.

B. 0,12.

C. 0,68.

D. 0,32.

Lời giải

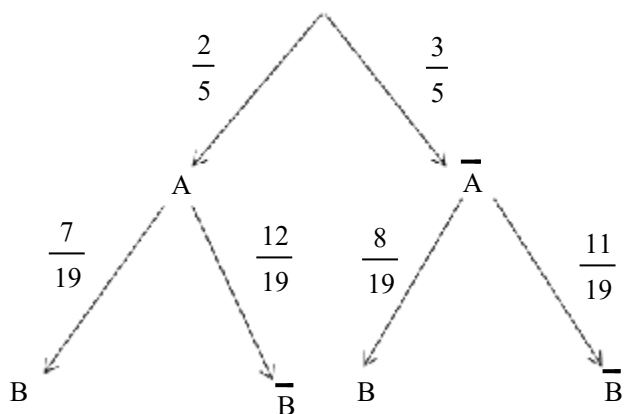
$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,7 \cdot 0,8 + 0,3 \cdot 0,4 = 0,68.$$

Câu 4: Trong trò chơi bốc thăm trúng thưởng, có 20 phiếu bốc thăm trong đó có 8 phiếu trúng thưởng. Bạn Anh bốc thăm phiếu thứ nhất, sau đó bạn Bảo bốc thăm phiếu thứ hai. Gọi

Biến cố A : “Bạn Anh bốc được phiếu trúng thưởng”;

Biến cố B : “Bạn Bảo bốc được phiếu trúng thưởng”

Ta có sơ đồ hình cây biểu thị tình huống trên như sau:



Xác suất bạn Bảo bốc được phiếu trúng thưởng là

A. $\frac{14}{95}$.

B. $\frac{24}{95}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Dựa theo sơ đồ hình cây, ta có

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = \frac{7}{19} \cdot \frac{2}{5} + \frac{8}{19} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5}.$$

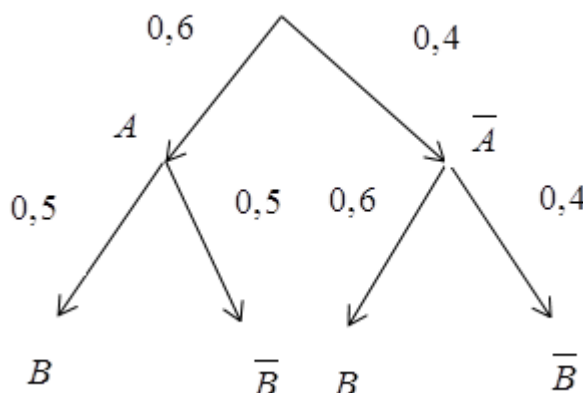
Câu 5: Hàng ngày, Hùng luyện tập hai môn thể thao là bóng chuyền hoặc cầu lông. Nếu hôm nay Hùng chơi bóng chuyền thì xác suất để hôm sau Hùng chơi cầu lông là 0,6. Nếu hôm nay Hùng chơi

cầu lông thì xác suất để hôm sau Hùng chơi bóng chuyền là $0,5$. Xét một tuần mà thứ hai Hùng chơi bóng chuyền. Gọi hai biến cố:

A : “Thứ ba Hùng chơi cầu lông”;

B : “Thứ ba Hùng chơi cầu lông”

Ta có sơ đồ hình cây biểu thị tình huống trên trong hai ngày thứ ba, thứ tư như sau:



Xác suất bạn Hùng chơi cầu lông vào thứ tư là

A. $0,54$.

B. $0,3$.

C. $0,24$.

D. $0,16$.

Lời giải

Dựa theo sơ đồ hình cây, ta có

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,6 \cdot 0,5 + 0,4 \cdot 0,6 = 0,54.$$

Câu 6: Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(B|A)$.

A. $0,25$.

B. $\frac{56}{65}$.

C. $0,65$.

D. $0,5$.

Lời giải

+ Ta có: $P(\bar{B}) = 1 - 0,8 = 0,2$.

$$+ \text{ Công thức Bayes: } P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$$

$$\Rightarrow P(B|A) = \frac{0,8 \cdot 0,7}{0,8 \cdot 0,7 + 0,2 \cdot 0,45} = \frac{56}{65}.$$

Câu 7: Một hộp chứa bóng xanh và bóng đỏ. Biết rằng xác suất của việc chọn được một quả bóng xanh là $0,6$. Xác suất chọn được một quả bóng xanh biết rằng quả bóng đó là bị lỗi là $0,7$. Xác suất chọn được một quả bóng bị lỗi là $0,2$. Xác suất chọn bóng bị lỗi biết bóng đã chọn màu xanh là bao nhiêu?

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{7}{30}$.

D. $\frac{7}{10}$.

Lời giải

Gọi biến cố X : "Chọn được quả bóng xanh", biến cố L : "chọn được quả bóng lỗi".

Ta có:

$P(X) = 0,6$: xác suất chọn được bóng xanh.

$P(X|L) = 0,7$: xác suất chọn được bóng xanh biết bóng bị lỗi.

$P(L) = 0,2$: xác suất chọn được bóng bị lỗi.

Xác suất chọn bóng bị lỗi biết bóng đã chọn màu xanh là:

$$P(L | X) = P(X | L) \cdot \frac{P(L)}{P(X)} = 0.7 \cdot \frac{0.2}{0.6} = \frac{7}{30}$$

Câu 8: Cho bảng dữ liệu sau về kết quả xét nghiệm một loại bệnh:

	Dương tính	Âm tính
Bệnh	100	20
Không bệnh	30	850

Nếu một người có kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất người đó thực sự mắc bệnh là bao nhiêu?

A. 10%.

B. 77%.

C. 90%.

D. 50%.

Lời giải

Gọi biến cố A : "Người đó mắc bệnh"

Biến cố B : "Người đó có kết quả xét nghiệm dương tính".

Với $P(B | A)$: xác suất kết quả dương tính khi người đó mắc bệnh,

$$P(B | A) = \frac{100}{100 + 20} = \frac{5}{6}.$$

$$P(A) = \frac{100 + 20}{1000} = \frac{120}{1000} = 0.12.$$

$$P(B) = \frac{100 + 30}{1000} = 0.13.$$

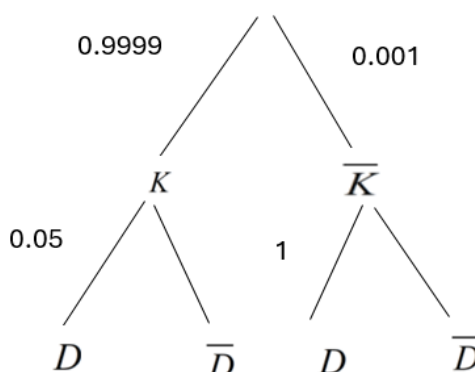
$$\text{Từ đó suy ra: } P(A | B) = \frac{P(B | A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{5}{6} \cdot \frac{0.12}{0.13} = 0.7692 \approx 77\%.$$

Câu 9: Giả sử có một loại bệnh mà tỉ lệ mắc bệnh là 0,1%, ai mắc bệnh khi xét nghiệm cũng có phản ứng dương tính, nhưng tỉ lệ phản ứng dương tính giả là 5% (tức là trong số những người không bị bệnh có 5% số người xét nghiệm lại có phản ứng dương tính).

Gọi biến cố K : "Người được chọn ra không mắc bệnh"

Biến cố D : "Người được chọn ra có phản ứng dương tính"

Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên như sau:



Xác suất để một người xét nghiệm có phản ứng dương tính và thực sự mắc bệnh (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

A. 1.96%.

B. 1.91%.

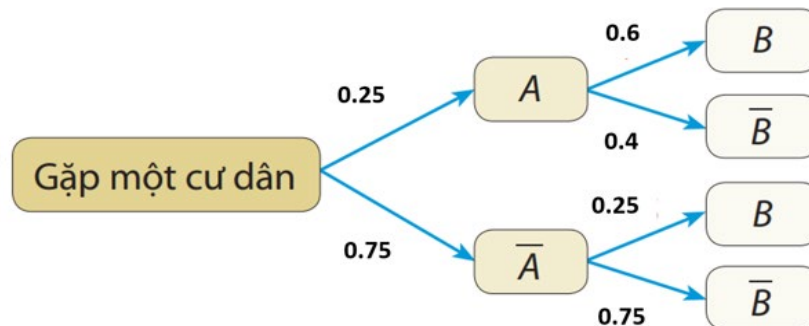
C. 0.18%.

D. 1.54%.

Lời giải

$$P(\bar{K} | D) = \frac{P(\bar{K}) \cdot P(D | \bar{K})}{P(\bar{K}) \cdot P(D | \bar{K}) + P(K) \cdot P(D | K)} = \frac{0.001}{0.001 + 0.999 \cdot 0.05} \approx 1.96\%.$$

Câu 10: Kết quả khảo sát tại một xã cho thấy có 25% cư dân hút thuốc lá. Tỷ lệ cư dân thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp trong số những người hút thuốc lá và không hút thuốc lá lần lượt là 60% và 25%, được biểu diễn ở sơ đồ hình cây sau:



Nếu ta gặp một cư dân của xã thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp thì xác suất người đó có hút thuốc lá là bao nhiêu?

A. $\frac{4}{9}$

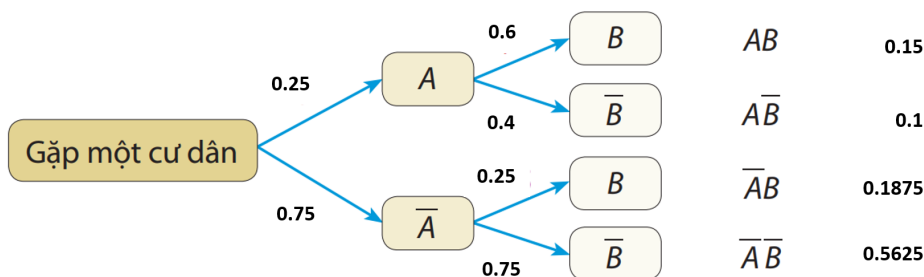
B. $\frac{5}{9}$

C. $\frac{7}{9}$

D. $\frac{8}{9}$

Lời giải

Giả sử ta gặp một cư dân của xã, gọi A là biến cố "Người đó có hút thuốc lá" và B là biến cố "Người đó thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp". Ta có sơ đồ hình cây sau:



Ta có $P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,15 + 0,1875 = 0,3375$.

Theo công thức Bayes, ta có $P(A | B) = \frac{P(A)P(B | A)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,3375} = \frac{4}{9}$.

Câu 11: Giả sử tỷ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%. Tỷ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, còn tỷ lệ này đối với người không nghiện thuốc lá là 15%. Gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X, biết rằng người này bị bệnh phổi, tính xác suất mà người này nghiện thuốc lá?

A. $\frac{7}{13}$

B. $\frac{6}{13}$

C. $\frac{4}{13}$

D. $\frac{9}{13}$

Lời giải

Gọi A là biến cố "người nghiện thuốc lá", suy ra \bar{A} là biến cố "người không nghiện thuốc lá". Gọi B là biến cố "người bị bệnh phổi".

Ta có: $P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})$.

Theo bài ra có $P(A) = 0,2$; $P(B | A) = 0,7$; $P(\bar{A}) = 0,8$; $P(B | \bar{A}) = 0,15$.

Vậy $P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,2 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,15 = 0,26$.

Theo công thức Bayes, ta có: $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2.0,7}{0,26} = \frac{7}{13}$

Như vậy trong số người bị bệnh phổi của tỉnh X, có khoảng $\frac{7}{13}$ số người nghiện thuốc lá.

Câu 12: Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số bằng

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{4}{13}$. D. $\frac{9}{16}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”.

Gọi B là biến cố “viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra \bar{B} là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”.

Lúc này ta đi tính $P(A)$ theo công thức: $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$.

$$\text{Ta có: } P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}.$$

$$P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}.$$

$$P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5}.$$

$$P(A|\bar{B}) = 100\% - 50\% = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16}.$$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Bạn Ngọc phải thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Thí nghiệm thứ nhất có xác suất thành công là 0,8. Nếu thí nghiệm thứ nhất thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai là 0,9. Nếu thí nghiệm thứ nhất không thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai chỉ là 0,5. Xét các biến cố sau:

Gọi A là biến cố “Thí nghiệm thứ nhất thành công”.

Gọi B là biến cố “Thí nghiệm thứ hai thành công”.

a) $P(B|A) = 0,9$.

b) $P(\bar{B}|A) = 0,5$.

c) $P(AB) = 0,72$.

d) $P(\overline{AB}) = 0,1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng. $P(B|A)$ là xác suất thí nghiệm thứ 2 thành công nếu thí nghiệm thứ nhất thành công do đó $P(B|A) = 0,9$.

b) Sai. $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - 0,9 = 0,1$.

c) Đúng. $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,8 \cdot 0,9 = 0,72$.

d) Đúng. \overline{AB} là biến cố “Cả hai thí nghiệm đều không thành công”.

Theo giả thiết, $P(\overline{A}) = 1 - 0,8 = 0,2$ và $P(\overline{B}|\overline{A}) = 1 - P(B|\overline{A}) = 1 - 0,5 = 0,5$.

Vậy xác suất để cả hai thí nghiệm không thành công là

$$P(\overline{AB}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}|\overline{A}) = 0,2 \cdot 0,5 = 0,1.$$

Câu 2: Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 8 vận động viên, đội II có 10 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,6 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.

a) Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\frac{5}{9}$

b) Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là 0,45

c) Xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng là $\frac{103}{180}$

d) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\frac{48}{103}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\frac{8}{18} = \frac{4}{9}$.

b) Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là $1 - 0,55 = 0,45$

c) Gọi A là biến cố: “Vận động viên đạt huy chương vàng”, B là biến cố: “Thành viên đội I” thì biến cố đối của B là \overline{B} : “Thành viên đội II đạt huy chương vàng”.

Do đó, $P(B) = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$; $P(\overline{B}) = \frac{5}{9}$; $P(A|B) = 0,6$; $P(A|\overline{B}) = 0,55$

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\overline{B}) \cdot P(A|\overline{B}) = \frac{4}{9} \cdot 0,6 + \frac{5}{9} \cdot 0,55 = \frac{103}{180}$$

d) Ta có $P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{\frac{4}{9} \cdot 0,6}{\frac{103}{180}} = \frac{48}{103}$

Câu 3: Một kho hàng có 1000 thùng hàng với bề ngoài giống hệt nhau, trong đó có 480 thùng hàng loại I và 520 thùng hàng loại II. Trong số các thùng hàng đó, có 80% thùng hàng loại I và 85% thùng hàng loại II đã được kiểm định. Chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho.

a) Xác suất chọn được thùng hàng loại I bằng 48%.

b) Xác suất chọn được thùng hàng loại II đã được kiểm định bằng 38,4%.

c) Xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định bằng 17,4%.

d) Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định, xác suất thùng hàng đó là thùng loại I thấp hơn xác suất thùng hàng đó là thùng loại II.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho.

Gọi A là biến cố: “Chọn được thùng hàng loại I”.

B là biến cố: “Chọn được thùng hàng đã được kiểm định”.

Theo bài ra ta có $P(B|A) = 80\%$, $P(B|\bar{A}) = 85\%$

a) **Đúng**

Xác suất chọn được thùng hàng loại I là $P(A) = \frac{480}{1000} = 48\%$.

b) **Sai**

Ta có $P(\bar{A}) = \frac{520}{1000} = 52\%$, $P(B|\bar{A}) = 85\%$.

Xác suất chọn được thùng hàng loại II đã được kiểm định là

$$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 52\% \cdot 85\% = 44,2\%.$$

c) **Đúng**

Xác suất chọn được thùng hàng đã được kiểm định là

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 48\% \cdot 80\% + 52\% \cdot 85\% = 82,6\%$$

Suy ra xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định là $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 17,4\%$

d) **Sai**

Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định. Khi đó:

$$\text{Xác suất thùng hàng đó là thùng loại I là } P(A|\bar{B}) = \frac{P(A) \cdot P(\bar{B}|A)}{P(\bar{B})} = \frac{48\% \cdot (1 - 80\%)}{17,4\%} = \frac{16}{29}.$$

$$\text{Xác suất thùng hàng đó là thùng loại II là } P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}|\bar{A})}{P(\bar{B})} = \frac{52\% \cdot (1 - 85\%)}{17,4\%} = \frac{13}{29}.$$

Vậy xác suất thùng hàng đó là thùng loại I **cao hơn** xác suất thùng hàng đó là thùng loại II.

Câu 4: Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Các câu sau là đúng hay sai?

a) Chọn ngẫu nhiên 1 xạ thủ bắn và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Gọi A là biến cố “Viên đạn trúng đích”. B là biến cố “Xạ thủ loại I bắn”. C là biến cố “Xạ thủ loại II bắn”. Khi đó ta có xác suất để viên đạn trúng đích được tính theo công thức công thức:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(C) \cdot P(A|\bar{C})$$

b) Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Xác suất để viên đạn đó trúng đích là 0.74.

c) Chọn ngẫu nhiên ra hai xạ thủ và cả hai xạ thủ đều bắn một viên đạn. Gọi E là biến cố “Cả hai viên đạn đều bắn trúng đích” E_i là biến cố chọn được i xạ thủ loại I. Khi đó ta có công thức tính xác suất để cả hai xạ thủ đều bắn trúng là

$$P(E) = P(E_o) \cdot P(E|E_o) + P(E_1) \cdot P(E|\bar{E}_1) + P(E_2) \cdot P(E|\bar{E}_2).$$

d) Chọn ngẫu nhiên hai xạ thủ, mỗi người bắn một viên đạn. Xác suất để cả hai viên đạn đó trúng đích là 0.596

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Sai

vì B và C tạo thành họ đầy đủ các biến cố nên $P(A) = P(B)P(A|B) + P(C) \cdot P(A|\bar{C})$

b) Đúng

Gọi A là biến cố “Viên đạn trúng đích”.

B là biến cố “ Xạ thủ loại I bắn”.

C là biến cố “ Xạ thủ loại II bắn”.

Ta có: $P(B) = \frac{2}{10} = 0,2$; $P(A|B) = 0,9$; $P(C) = \frac{8}{10} = 0,8$; $P(A|C) = 0,7$

B và C tạo thành họ đầy đủ các biến cố nên $P(A) = P(B)P(A|B) + P(C).P(A|C)$
 $= 0,2.0,9 + 0,8.0,7 = 0,74$

c) Sai

vì E_i tạo thành họ đầy đủ các biến cố nên

$$P(E) = P(E_o).P(E|E_o) + P(E_1).P(E|E_1) + P(E_2).P(E|E_2)$$

d) Sai

Gọi E là biến cố “ Cả hai viên đạn đều bắn trúng đích” E_i là biến cố “chọn được i xạ thủ loại I”

Ta có: $P(E_o) = \frac{C_8^2}{C_{10}^2} = \frac{28}{45}$; $P(E|E_o) = 0,7.0,7 = 0,49$

$P(E_1) = \frac{C_2^1 C_8^1}{C_{10}^2} = \frac{16}{45}$; $P(E|E_1) = 0,9.0,7 = 0,63$

$P(E_2) = \frac{C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{45}$; $P(E|E_2) = 0,9.0,9 = 0,81$

Vì E_o, E_1, E_2 tạo thành họ đầy đủ các biến cố nên ta có Xác suất để cả hai viên đạn đó trúng đích là:

$$P(E) = P(E_o).P(E|E_o) + P(E_1).P(E|E_1) + P(E_2).P(E|E_2)$$

$$= \frac{28}{45}.0,49 + \frac{16}{45}.0,63 + \frac{1}{45}.0,81 = 0,5469.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong hội thảo, xác suất chọn được một người trình bày báo cáo bằng tiếng anh là 0,6 . Xác suất để chọn một người trình bày là nữ là 0,4 . Xác suất để chọn được một người trình bày báo cáo bằng tiếng anh biết người đó là nữ là 0,3 . Tính xác suất để chọn được một người là nữ sao cho người đó có thể trình bày báo cáo bằng tiếng anh.

Lời giải

Trả lời: 0,2

Gọi A là biến cố “Chọn được người trình bày báo cáo bằng tiếng anh”, $\Rightarrow P(A) = 0,6$

Gọi B là biến cố “Chọn được người trình bày nữ” $\Rightarrow P(B) = 0,4$.

Theo đề bài ta có $P(A|B) = 0,3$. Áp dụng công thức Bayes ta có:

$$\text{Do đó: } P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,4.0,3}{0,6} = 0,2$$

Câu 2: Thống kê hồ sơ 250 học sinh khối 10 trong đó có 150 học sinh nữ và 100 học sinh nam. Sau khi thống kê, kết quả có 60% học sinh nữ là đoàn viên, 50% học sinh nam là đoàn viên; những học sinh còn lại không là đoàn viên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong 250 học sinh khối 10. Tính xác suất để học sinh được chọn là đoàn viên.

Lời giải

Trả lời: 0,56

Số học sinh nữ là đoàn viên là $60\%.150 = 90$ (học sinh).

Số học sinh nam là đoàn viên là $50\%.100 = 50$ (học sinh).

Xét biến cố:

A là biến cố “Chọn được học sinh là đoàn viên”.

B là biến cố “Chọn được học sinh nam”. Khi đó:

$$P(B) = \frac{100}{250} = \frac{2}{5}; P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}.$$

$$P(A|B) = \frac{50}{100} = 0,5; P(A|\overline{B}) = \frac{90}{150} = 0,6.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B)$$

$$\text{Với } P(A) = P(B).P(A|B) + P(\overline{B}).P(A|\overline{B}) = \frac{2}{5}.0,5 + \frac{3}{5}.0,6 = 0,56.$$

Câu 3: Có 1 kho bia kém chất lượng chứa các thùng giống nhau (24 lon/thùng) gồm 3 loại: loại I để lần mỗi thùng 3 lon quá hạn sử dụng, loại II để lần mỗi thùng 2 lon quá hạn và loại III để lần mỗi thùng có 4 lon quá hạn. Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II và số thùng loại II gấp 3 lần thùng loại III. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ đó chọn ngẫu nhiên 10 lon. Tính xác suất để lấy được 2 lon quá hạn sử dụng (làm tròn đến kết quả phần chực).

Lời giải

Trả lời: 0,3

Gọi A_i là biến cố chọn được thùng loại i . ($i = I; II; III$)

B là biến cố chọn được 10 sản phẩm trong đó có 2 lon quá hạn từ thùng được chọn ra.

Gọi số thùng loại III là x thùng ($x > 0$).

Do đó số thùng loại I và loại II lần lượt là $6x$; $3x$.

$$\text{Từ đó, ta có } P(A_1) = \frac{6}{10}; P(A_2) = \frac{3}{10}; P(A_3) = \frac{1}{10}$$

Xác suất để chọn được 2 lon quá hạn là:

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1).P(B|A_1) + P(A_2).P(B|A_2) + P(A_3).P(B|A_3) \\ &= \frac{6}{10} \times \frac{C_3^2 C_{21}^8}{C_{24}^{10}} + \frac{3}{10} \times \frac{C_4^2 C_{20}^8}{C_{24}^{10}} + \frac{1}{10} \times \frac{C_2^2 C_{22}^8}{C_{24}^{10}} \approx 0,3 \end{aligned}$$

Câu 4: Trước khi đưa sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó và thấy có 50 người trả lời “sẽ mua”, 90 người trả lời “có thể sẽ mua” và 60 người trả lời “không mua”. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời trên tương ứng là 60%, 40% và 1%. Trong số khách hàng thực sự mua sản phẩm thì xác suất khách hàng trả lời “sẽ mua” là $\frac{a}{b}$. Tính giá trị của biểu thức $T = \frac{1}{2}a + b$.

Lời giải

Trả lời: 14,5

Gọi biến cố A : “Người được phỏng vấn sẽ mua sản phẩm”.

Biến cố H_1 : “Khách hàng được phỏng vấn trả lời sẽ mua”.

Biến cố H_2 : “Khách hàng được phỏng vấn trả lời có thể sẽ mua”.

Biến cố H_3 : “Khách hàng được phỏng vấn trả lời không mua”.

$$\text{Ta có } P(H_1) = \frac{50}{200} = 0,25 \quad P(H_2) = \frac{90}{200} = 0,45 \quad P(H_3) = \frac{60}{200} = 0,3$$

$$P(A|H_1) = 0,6 \quad P(A|H_2) = 0,4 \quad P(A|H_3) = 0,1$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có tiềm năng của sản phẩm đó trên thị trường là

$$\begin{aligned} P(A) &= P(H_1).P(A|H_1) + P(H_2).P(A|H_2) + P(H_3).P(A|H_3) \\ &= 0,25.0,6 + 0,45.0,4 + 0,3.0,1 = 0,36. \end{aligned}$$

Theo công thức Bayes, ta có xác suất khách hàng trả lời “sẽ mua” là

$$P(H_1|A) = \frac{P(H_1).P(A|H_1)}{P(A)} = \frac{0,25.0,6}{0,36} = \frac{5}{12}.$$

Suy ra $a = 5, b = 12$.

$$\text{Vậy } T = \frac{1}{2}a + b = \frac{1}{2}.5 + 12 = 14,5.$$

Câu 5: Một nhà đầu tư phân loại các dự án trong một chu kỳ đầu tư thành 3 loại: ít rủi ro, rủi ro trung bình và rủi ro cao. Tỷ lệ các dự án các loại đó tương ứng là 20%; 45% và 35%. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ các dự án gặp rủi ro khi đầu tư tương ứng là 5%; 20% và 40%. Nếu một dự án gặp rủi ro sau kỳ đầu tư thì khả năng dự án rủi ro lớn nhất là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 0,58

Gọi A là biến cố dự án gặp rủi ro trong kỳ đầu tư.

H_i ($i = 1, 2, 3$) lần lượt là các biến cố dự án thuộc loại ít rủi ro, rủi ro trung bình và rủi ro cao

$$P(H_1) = 0,2; P(H_2) = 0,45; P(H_3) = 0,35.$$

$$P(A|H_1) = 0,05; P(A|H_2) = 0,2; P(A|H_3) = 0,4.$$

$$P(A) = P(H_1).P(A|H_1) + P(H_2).P(A|H_2) + P(H_3).P(A|H_3) = 0,24.$$

$$P(H_1|A) = \frac{P(H_1).P(A|H_1)}{P(A)} \approx 0,04$$

$$P(H_2|A) = \frac{P(H_2).P(A|H_2)}{P(A)} \approx 0,38.$$

$$P(H_3|A) = \frac{P(H_3).P(A|H_3)}{P(A)} \approx 0,58$$

Vậy khả năng dự án gặp rủi ro là cao nhất là 0,58.

Câu 6: Có hai đồng xu có hình thức giống nhau, trong có có một đồng xu cân đối đồng chất và một đồng xu không cân đối có xác suất khi tung đồng xu xuất hiện mặt ngửa là $\frac{2}{3}$. Một người lấy ngẫu nhiên một đồng xu trong hai đồng xu đã cho, tung đồng xu đó 3 lần thì đều thấy xuất hiện mặt ngửa, xác suất người đó lấy được đồng xu cân đối là bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần mười.)

Lời giải

Trả lời: 0,3

Gọi A là biến cố: “Lấy được đồng xu cân đối đồng chất” và B là biến cố: “Tung đồng xu ba lần đều xuất hiện mặt ngửa”. Khi đó ta cần tính $P(A|B)$.

Ta có $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(\overline{A}) = \frac{1}{2}$ và $P(B|A) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$, $P(B|\overline{A}) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$.

Theo công thức Bayes và công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\overline{A})P(B|\overline{A})} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{27}} \approx 0.3.$$



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN - BAYES ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Cho hai biến cố A và B với $P(B)=0,8, P(A|B)=0,7, P(A|\bar{B})=0,45$. Tính $P(A)$.
A. 0,25. **B.** 0,65. **C.** 0,55. **D.** 0,5.
- Câu 2:** Cho hai biến cố A, B với $P(B)=0,4; P(A|B)=0,8$ và $P(A|\bar{B})=0,5$. Khi đó, $P(A)$ bằng
A. 0,4. **B.** 0,62. **C.** 0,68. **D.** 0,48.
- Câu 3:** Một dây chuyền may sản xuất ra hai sản phẩm: áo thun và áo sơ mi. Theo thống kê, trong một ngày dây chuyền này có 90% áo thun sản xuất đạt chất lượng và 85% áo sơ mi sản xuất đạt chất lượng. Áo thun chiếm 60% sản lượng sản xuất trong một ngày. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm trong số sản phẩm dây chuyền này sản xuất trong một ngày. Xác suất để sản phẩm được chọn đạt chất lượng là
A. 0,87. **B.** 0,73. **C.** 0,68. **D.** 0,88.
- Câu 4:** Cho hai biến cố A, B sao cho $P(A)=0,5; P(B)=0,6; P(A|B)=0,7$. Tính $P(B|A)$.
A. 0,86. **B.** 0,68. **C.** 0,84. **D.** 0,48.
- Câu 5:** Cho hai biến cố A, B sao cho $P(B)=0,7; P(A|B)=0,6; P(A|\bar{B})=0,8$. Tính $P(B|A)$.
A. $\frac{7}{11}$. **B.** $\frac{9}{25}$. **C.** $\frac{17}{25}$. **D.** $\frac{19}{50}$.
- Câu 6:** Cho hai biến cố A, B sao cho $P(B)=0,8; P(A|B)=0,7; P(A|\bar{B})=0,45$. Tính $P(B|A)$.
A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{13}{20}$. **C.** $\frac{56}{65}$. **D.** $\frac{1}{2}$.
- Câu 7:** Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X thì xác suất mà người đó nghiện thuốc lá khi biết mình bị bệnh phổi là
A. $\frac{7}{13}$. **B.** $\frac{6}{13}$. **C.** $\frac{4}{13}$. **D.** $\frac{9}{13}$.
- Câu 8:** Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A)=0,4; P(A|B)=0,5; P(A|\bar{B})=0,1$. Khi đó, $P(B)$ bằng
A. 0,9. **B.** 0,25. **C.** 0,2. **D.** 0,75.

Câu 9: Người ta điều tra thấy ở một địa phương nọ có 3% tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe. Người ta nhận thấy khi tài xế lái xe gây ra tai nạn thì có 21% là do tài xế sử dụng điện thoại. Hỏi việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên bao nhiêu lần?
A. 3. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 10: Một công ty may có hai chi nhánh cùng sản xuất một loại áo, trong đó có 56% áo ở chi nhánh I và 44% áo ở chi nhánh II. Tại chi nhánh I có 75% áo chất lượng cao và tại chi nhánh II có 68% áo chất lượng cao (kích thước và hình dáng bề ngoài của các áo là như nhau). Chọn ngẫu nhiên 1 áo. Xác suất chọn được áo chất lượng cao là (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)
A. 0,72. **B.** 0,35. **C.** 0,82. **D.** 0,55.

Câu 11: Được biết có 5% đàn ông bị mù màu, và 0,25% phụ nữ bị mù màu
(Nguồn: F. M. Dekking et al., *A modern introduction to probability and statistics – Understanding why and how*, Springer, 2005).

Giả sử số đàn ông bằng số phụ nữ. Chọn một người bị mù màu. Xác suất để người đó là đàn ông là bao nhiêu?

Câu 12: Được biết có 5% đàn ông bị mù màu và 0,25% phụ nữ bị mù màu. Giả sử số đàn ông bằng số phụ nữ. Chọn ngẫu nhiên một người bị mù màu. Xác suất để người được chọn là đàn ông bằng bao nhiêu?
A. $\frac{20}{23}$. **B.** $\frac{19}{21}$. **C.** $\frac{19}{23}$. **D.** $\frac{20}{21}$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một cuộc thi đánh giá năng lực gồm có 45 bộ câu hỏi, trong đó gồm 30 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 15 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn Duy lấy ngẫu nhiên một bộ câu hỏi, không hoàn trả lại. Sau đó bạn Dung lấy một bộ câu hỏi.

a) Xác suất bạn Duy lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên là $\frac{2}{3}$.

b) Nếu Duy chọn bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì xác suất để Dung chọn được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là $\frac{1}{3}$.

c) Nếu Duy chọn bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì xác suất để Dung chọn được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là $\frac{15}{44}$.

d) Xác suất để Dung chọn được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là $\frac{1}{3}$.

Câu 2: Có hai đội thi đấu môn Bóng bàn. Đội *I* có 6 vận động viên, đội *II* có 8 vận động viên. Xác suất đạt huy chương đồng của mỗi vận động viên đội *I* và đội *II* tương ứng là 0,8 và 0,65. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.

- Xác suất để vận động viên này thuộc đội *I* là 0,8.
- Xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương đồng là $\frac{5}{7}$.
- Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương đồng. Xác suất để vận động viên đó thuộc đội *II* là 0,48.
- Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương đồng. Xác suất để vận động viên đó thuộc đội *I* là $\frac{12}{25}$.

Câu 3: Khảo sát dân cư của thành phố Huế cho thấy có 1% dân số mắc căn bệnh lạ. Các nhà khoa học đã tìm ra một phương pháp xét nghiệm để chẩn đoán căn bệnh này. Tuy nhiên, xét nghiệm có sai số nên khi xét nghiệm 96% người bị bệnh có kết quả dương tính và 92% người không bị bệnh có kết quả âm tính. Một người đi xét nghiệm. Gọi *A* là biến cố người được xét nghiệm bị bệnh còn *B* là biến cố người được xét nghiệm có kết quả xét nghiệm dương tính. Khi đó:

- $P(A|B) = \frac{P(B).P(B|A)}{P(A)}$.
- Xác suất để người đi xét nghiệm bị bệnh là 1%.
- Xác suất để người đó có kết quả dương tính khi người đó không bị bệnh là 8%.
- Một người đi xét nghiệm và có kết quả xét nghiệm dương tính. Xác suất để người đó bị bệnh lớn hơn xác suất để người đó không bị bệnh.

Câu 4: Một công ty có hai chi nhánh. Sản phẩm của chi nhánh *I* chiếm 60% còn chi nhánh *II* chiếm 40% tổng sản phẩm của công ty. Tỷ lệ sản phẩm bị lỗi của chi nhánh *I* chiếm 1% còn của chi nhánh *II* chiếm 2% tổng sản phẩm công ty. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của công ty. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- Xác suất để sản phẩm của chi nhánh *I* được chọn là 0,4.
- Xác suất để lấy ra sản phẩm bị lỗi ở chi nhánh *II* là 0,02.
- Xác suất lấy ra sản phẩm bị lỗi là 0,015.
- Biết rằng sản phẩm bị lỗi. Xác suất sản phẩm đó do chi nhánh *I* sản xuất là $\frac{4}{7}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một chuỗi cửa hàng sơn kinh doanh sơn mù và sơn nước. Dựa trên doanh số bán hàng trong một thời gian dài, xác suất để khách hàng sẽ mua sơn mù là 0,75. Trong số những người mua sơn mù, 60% cũng mua con lăn. Nhưng chỉ có 30% người mua sơn nước mua con lăn. Một người vào cửa hàng đó để mua hàng. Tính xác suất người đó mua con lăn. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 2: Một hộp đựng 50 bút bi xanh và 50 bút bi đỏ, các bút bi có cùng kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê, người ta thấy: có 80% số bút bi xanh có dán tem *T / L* và 70% số bút bi đỏ có dán tem *T / L*, những bút bi còn lại không dán tem *T / L*. Lấy ngẫu nhiên một bút bi trong hộp. Tính xác suất để bút bi được lấy ra có dán tem *T / L*

(Tem *T / L* là viết tắt của hãng bút bi Thiên Long)

- Câu 3:** Một kho hàng do hai nhà máy sản xuất. Biết tỉ lệ sản phẩm đóng góp của nhà máy một bằng $\frac{1}{3}$ sản phẩm đóng góp của nhà máy hai và tỉ lệ phế phẩm do nhà máy một, nhà máy hai sản xuất lần lượt là 0,1% và 0,2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm thì thấy nó là phế phẩm. Biết xác suất để phế phẩm đó do nhà máy hai sản xuất là $\frac{a}{b}$. Tính giá trị biểu thức $T = a + 2b$.
- Câu 4:** Cho hai biến cố A, B sao cho $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,4$ và $P(A|B) = 0,9$. Tính $P(B|A)$.
- Câu 5:** Cho hai biến cố M và N , biết rằng $P(N) = 0,7$, $P(M|N) = 0,8$, $P(M|\bar{N}) = 0,4$. Tính $P(N|M)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 6:** Một nhà máy lắp ráp nhận được các chi tiết do hai máy sản xuất. Trung bình máy thứ nhất cung cấp 65% chi tiết, máy thứ hai cung cấp 35% chi tiết. Khoảng 80% chi tiết do máy thứ nhất sản xuất là đạt tiêu chuẩn, còn 85% chi tiết do máy thứ hai sản xuất là đạt tiêu chuẩn. Lấy ngẫu nhiên từ nhà máy một sản phẩm, thấy nó đạt tiêu chuẩn. Tìm xác suất để sản phẩm đó do máy thứ nhất sản xuất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hai biến cố A và B với $P(B) = 0,8, P(A|B) = 0,7, P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(A)$.

A. 0,25.

B. 0,65.

C. 0,55.

D. 0,5.

Lời giải

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,8 = 0,2$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,8.0,7 + 0,2.0,45 = 0,65$$

Câu 2: Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,4; P(A|B) = 0,8$ và $P(A|\bar{B}) = 0,5$. Khi đó, $P(A)$ bằng

A. 0,4.

B. 0,62.

C. 0,68.

D. 0,48.

Lời giải

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,4 = 0,6;$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,4.0,8 + 0,6.0,5 = 0,62.$$

Câu 3: Một dây chuyền may sản xuất ra hai sản phẩm: áo thun và áo sơ mi. Theo thống kê, trong một ngày dây chuyền này có 90% áo thun sản xuất đạt chất lượng và 85% áo sơ mi sản xuất đạt chất lượng. Áo thun chiếm 60% sản lượng sản xuất trong một ngày. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm trong số sản phẩm dây chuyền này sản xuất trong một ngày. Xác suất để sản phẩm được chọn đạt chất lượng là

A. 0,87.

B. 0,73.

C. 0,68.

D. 0,88.

Lời giải

Xét hai biến cố:

A : “Sản phẩm được chọn là đạt chất lượng”;

B : “Sản phẩm được chọn là áo thun”.

Từ giả thiết ta có:

$$P(B) = 0,6; P(\bar{B}) = 0,4; P(A|B) = 0,9; P(A|\bar{B}) = 0,85.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,6.0,9 + 0,4.0,85 = 0,88.$$

Vậy xác suất để sản phẩm được chọn đạt chất lượng là 0,88.

Câu 4: Cho hai biến cố A, B sao cho $P(A) = 0,5; P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,7$. Tính $P(B|A)$.

A. 0,86.

B. 0,68.

C. 0,84.

D. 0,48.

Lời giải

Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,6.0,7}{0,5} = 0,84.$$

Câu 5: Cho hai biến cố A, B sao cho $P(B) = 0,7; P(A|B) = 0,6; P(A|\bar{B}) = 0,8$. Tính $P(B|A)$.

A. $\frac{7}{11}$.

B. $\frac{9}{25}$.

C. $\frac{17}{25}$.

D. $\frac{19}{50}$.

Lời giải

Ta có: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,7 = 0,3$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,7.0,6 + 0,3.0,8 = 0,66.$$

Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,7.0,6}{0,66} = \frac{7}{11}.$$

Câu 6: Cho hai biến cố A, B sao cho $P(B) = 0,8$; $P(A|B) = 0,7$; $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(B|A)$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{13}{20}$.

C. $\frac{56}{65}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\text{Áp dụng công thức Bayes, ta có: } P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$$

$$\text{Suy ra } P(B|A) = \frac{0,8.0,7}{0,8.0,7 + 0,2.0,45} = \frac{56}{65}.$$

Câu 7: Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20% ; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70% , trong số người không nghiện thuốc lá là 15% . Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X thì xác suất mà người đó nghiện thuốc lá khi biết mình bị bệnh phổi là

A. $\frac{7}{13}$.

B. $\frac{6}{13}$.

C. $\frac{4}{13}$.

D. $\frac{9}{13}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “người nghiện thuốc lá”

B là biến cố: “người bị bệnh phổi”

Ta có: $P(A) = 0,2$; $P(B|A) = 0,7$; $P(\bar{A}) = 0,8$; $P(B|\bar{A}) = 0,15$.

Xác suất mà người đó nghiện thuốc lá khi biết mình bị bệnh phổi là $P(A|B)$

$$\text{Áp dụng công thức Bayes, ta có: } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$$

$$\text{Suy ra } P(A|B) = \frac{0,2.0,7}{0,2.0,7 + 0,8.0,15} = \frac{7}{13}.$$

Câu 8: Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4$; $P(A|B) = 0,5$; $P(A|\bar{B}) = 0,1$. Khi đó, $P(B)$ bằng

A. 0,9.

B. 0,25.

C. 0,2.

D. 0,75.

Lời giải

Đặt $P(B) = x$, suy ra $P(\bar{B}) = 1 - x$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\overline{B}).P(A|\overline{B})$$

$$\Leftrightarrow 0,4 = 0,5x + 0,1(1-x)$$

$$\Leftrightarrow 0,3 = 0,4x$$

$$\Leftrightarrow x = 0,75$$

Vậy $P(B) = 0,75$.

Câu 9: Người ta điều tra thấy ở một địa phương nọ có 3% tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe. Người ta nhận thấy khi tài xế lái xe gây ra tai nạn thì có 21% là do tài xế sử dụng điện thoại. Hỏi việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên bao nhiêu lần?

A. 3.

B. 7.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Ta gọi A là biến cố “Tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe”, B là biến cố “Tài xế lái xe gây tai nạn”.

Khi đó $P(A) = 3\% = 0,03$, $P(A|B) = 21\% = 0,21$.

Theo công thức Bayes: $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} \Rightarrow \frac{P(B|A)}{P(B)} = \frac{P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,21}{0,03} = 7$.

Vậy việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên 7 lần.

Câu 10: Một công ty may có hai chi nhánh cùng sản xuất một loại áo, trong đó có 56% áo ở chi nhánh I và 44% áo ở chi nhánh II. Tại chi nhánh I có 75% áo chất lượng cao và tại chi nhánh II có 68% áo chất lượng cao (kích thước và hình dáng bề ngoài của các áo là như nhau). Chọn ngẫu nhiên 1 áo. Xác suất chọn được áo chất lượng cao là (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

A. 0,72.

B. 0,35.

C. 0,82.

D. 0,55.

Lời giải

Gọi A là biến cố áo được chọn là áo chất lượng cao. B là biến cố áo được chọn ở chi nhánh I và \overline{B} là biến cố áo được chọn ở chi nhánh II.

Từ giả thiết ta có $P(B) = 0,56$, $P(A|B) = 0,75$, $P(\overline{B}) = 0,44$, $P(A|\overline{B}) = 0,68$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\overline{B}).P(A|\overline{B}) = 0,56.0,75 + 0,44.0,68 = 0,7192 \approx 0,72.$$

Vậy xác suất chọn được áo chất lượng cao là 0,72.

Câu 11: Được biết có 5% đàn ông bị mù màu, và 0,25% phụ nữ bị mù màu

(Nguồn: F. M. Dekking et al., *A modern introduction to probability and statistics – Understanding why and how*, Springer, 2005).

Giả sử số đàn ông bằng số phụ nữ. Chọn một người bị mù màu. Xác suất để người đó là đàn ông là bao nhiêu?

A. $\frac{19}{21}$.

B. $\frac{20}{21}$.

C. $\frac{24}{25}$.

D. $\frac{18}{25}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố người được chọn là đàn ông, B là biến cố người được chọn mù màu.

Theo đề bài ra ta có $P(B|A) = 0,05; P(B|\bar{A}) = 0,0025$.

Vì số đàn ông bằng số phụ nữ nên ta có $P(A) = P(\bar{A}) = 0,5$.

Áp dụng công thức Bayes ta có xác suất để chọn được một người đàn ông mù màu là

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,5.0,05}{0,5.0,05 + 0,5.0,0025} = \frac{20}{21}.$$

Câu 12: Được biết có 5% đàn ông bị mù màu và 0,25% phụ nữ bị mù màu. Giả sử số đàn ông bằng số phụ nữ. Chọn ngẫu nhiên một người bị mù màu. Xác suất để người được chọn là đàn ông bằng bao nhiêu?

A. $\frac{20}{23}$.

B. $\frac{19}{21}$.

C. $\frac{19}{23}$.

D. $\frac{20}{21}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “người được chọn là đàn ông”

B là biến cố: “người được chọn bị mù màu”

Theo bài ra ta có: $P(B|A) = 0,05; P(B|\bar{A}) = 0,0025$.

Vì số đàn ông bằng số phụ nữ nên ta có $P(A) = 0,5; P(\bar{A}) = 0,5$.

Áp dụng công thức Bayes, ta có: $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$

$$\text{Suy ra } P(A|B) = \frac{0,5.0,05}{0,5.0,05 + 0,5.0,0025} = \frac{20}{21}.$$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một cuộc thi đánh giá năng lực gồm có 45 bộ câu hỏi, trong đó gồm 30 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 15 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn Duy lấy ngẫu nhiên một bộ câu hỏi, không hoàn trả lại. Sau đó bạn Dung lấy một bộ câu hỏi.

a) Xác suất bạn Duy lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên là $\frac{2}{3}$.

b) Nếu Duy chọn bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì xác suất để Dung chọn được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là $\frac{1}{3}$.

c) Nếu Duy chọn bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì xác suất để Dung chọn được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là $\frac{15}{44}$.

d) Xác suất để Dung chọn được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là $\frac{1}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Xét các biến cố :

A : Bạn Duy lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên.

B : Bạn Dung lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội.

a) Khẳng định đúng.

$$\text{Ta có : } P(A) = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}; P(\bar{A}) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

b) Khẳng định sai.

Nếu Duy lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì sau đó còn 44 bộ câu hỏi, trong đó có 15 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội, khi đó xác suất để Dung chọn được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là

$$P(B | A) = \frac{15}{44}.$$

c) Khẳng định sai.

Nếu Duy lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì sau đó còn 44 bộ câu hỏi, trong đó có 14 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội, khi đó xác suất để Dung chọn được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là

$$P(B | \bar{A}) = \frac{14}{44}.$$

d) Khẳng định đúng.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất để bạn Dung lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là :

$$P(B) = P(A).P(B | A) + P(\bar{A}).P(B | \bar{A}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{44} + \frac{1}{3} \cdot \frac{14}{44} = \frac{1}{3}.$$

Câu 2: Có hai đội thi đấu môn Bóng bàn. Đội I có 6 vận động viên, đội II có 8 vận động viên. Xác suất đạt huy chương đồng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,8 và 0,65.

Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.

a) Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là 0,8.

b) Xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương đồng là $\frac{5}{7}$.

c) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương đồng. Xác suất để vận động viên đó thuộc đội II là 0,48.

d) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương đồng. Xác suất để vận động viên đó thuộc đội I là $\frac{12}{25}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai.

Gọi A là biến cố: “Vận động viên được chọn thuộc đội I”.

Ta có $n(A) = 6$, $n(\Omega) = 14$.

Do đó $P(A) = \frac{6}{14} = \frac{3}{7} \approx 0,4286$.

b) Đúng.

Ta có: \bar{A} là biến cố: “ Vận động viên được chọn thuộc đội II ”. Suy ra $P(\bar{A}) = \frac{4}{7}$.

B là biến cố: “ Vận động viên được chọn đạt huy chương đồng ”.

Khi đó ta có: $P(B|A) = 0,8$, $P(B|\bar{A}) = 0,65$.

Và $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$

$$P(B) = \frac{3}{7}.0,8 + \frac{4}{7}.0,65 = \frac{5}{7}.$$

c) Sai.

$$\text{Vì } P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}{P(B)} \text{ nên } P(\bar{A}|B) = \frac{\frac{4}{7}.0,65}{\frac{5}{7}} = \frac{13}{25} = 0,52.$$

d) Đúng.

$$\text{Vì } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} \text{ nên } P(A|B) = \frac{\frac{3}{7}.0,8}{\frac{5}{7}} = \frac{12}{25}.$$

Câu 3: Khảo sát dân cư của thành phố Huế cho thấy có 1% dân số mắc căn bệnh lạ. Các nhà khoa học đã tìm ra một phương pháp xét nghiệm để chẩn đoán căn bệnh này. Tuy nhiên, xét nghiệm có sai số nên khi xét nghiệm 96% người bị bệnh có kết quả dương tính và 92% người không bị bệnh có kết quả âm tính. Một người đi xét nghiệm. Gọi A là biến cố người được xét nghiệm bị bệnh còn B là biến cố người được xét nghiệm có kết quả xét nghiệm dương tính. Khi đó:

$$\text{a) } P(A|B) = \frac{P(B).P(B|A)}{P(A)}.$$

b) Xác suất để người đi xét nghiệm bị bệnh là 1%.

c) Xác suất để người đó có kết quả dương tính khi người đó không bị bệnh là 8%.

d) Một người đi xét nghiệm và có kết quả xét nghiệm dương tính. Xác suất để người đó bị bệnh lớn hơn xác suất để người đó không bị bệnh.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai.

Theo công thức Bayes thì khẳng định này sai.

b) Đúng.

Kết quả khảo sát cho thấy có 1% dân số mắc căn bệnh Y nên khi một người đi xét nghiệm thì xác suất để người đó bị bệnh là 1%.

c) Đúng.

Ta có: $P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 92\% = 8\%$.

d) Sai.

Theo giả thiết, ta có: $P(A) = 1\%$; $P(B|A) = 96\%$.

$$\text{Do đó: } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{1\%.96\%}{1\%.96\% + 99\%.8\%} = \frac{4}{37}.$$

$$\text{Suy ra: } P(\bar{A}|B) = 1 - \frac{4}{37} = \frac{33}{37} > \frac{4}{37}.$$

Câu 4: Một công ty có hai chi nhánh. Sản phẩm của chi nhánh I chiếm 60% còn chi nhánh II chiếm 40% tổng sản phẩm của công ty. Tỷ lệ sản phẩm bị lỗi của chi nhánh I chiếm 1% còn của chi nhánh II chiếm 2% tổng sản phẩm công ty. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của công ty. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- Xác suất để sản phẩm của chi nhánh I được chọn là 0,4.
- Xác suất để lấy ra sản phẩm bị lỗi ở chi nhánh II là 0,02.
- Xác suất lấy ra sản phẩm bị lỗi là 0,015.
- Biết rằng sản phẩm bị lỗi. Xác suất sản phẩm đó do chi nhánh I sản xuất là $\frac{4}{7}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

Gọi A là biến cố: “ Sản phẩm bị lỗi”

B là biến cố: “ Sản phẩm lấy ra do chi nhánh I sản xuất”

Suy ra \bar{B} là biến cố: “ Sản phẩm lấy ra do chi nhánh II sản xuất”

a) Sai.

Do sản phẩm của chi nhánh I chiếm 60% tổng sản phẩm của công ty nên $P(B) = 0,6$.

b) Đúng.

Do tỷ lệ sản phẩm bị lỗi của chi nhánh II chiếm 2% tổng sản phẩm nên $P(A|\bar{B}) = 0,02$.

c) Sai.

Ta có:

$$P(B) = 0,6 \text{ và } P(\bar{B}) = 0,4$$

$$P(A|B) = 0,01 \text{ và } P(A|\bar{B}) = 0,02.$$

Do đó xác suất để sản phẩm lấy ra bị lỗi là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,6.0,01 + 0,4.0,02 = 0,014.$$

d) Sai.

Do sản phẩm lấy ra bị lỗi nên xác suất sản phẩm đó do chi nhánh I sản xuất là

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,6.0,01}{0,014} = \frac{3}{7}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một chuỗi cửa hàng sơn kinh doanh sơn mù và sơn nước. Dựa trên doanh số bán hàng trong một thời gian dài, xác suất để khách hàng sẽ mua sơn mù là 0,75. Trong số những người mua sơn mù, 60% cũng mua con lăn. Nhưng chỉ có 30% người mua sơn nước mua con lăn. Một người vào cửa hàng đó để mua hàng. Tính xác suất người đó mua con lăn. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,53

Đáp số: Xác suất người đó mua được con lãn là 0,525.

Gọi A là biến cố: “người đó mua con lãn”.

B là biến cố: “người đó mua hộp sơn mù”.

Khi đó \bar{B} là biến cố: “người đó mua hộp sơn nước”.

Ta có: $P(B) = 0,75$; $P(\bar{B}) = 0,25$; $P(A|B) = 0,6$; $P(A|\bar{B}) = 0,3$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có xác suất người đó mua con lãn là:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$$

$$P(A) = 0,75.0,6 + 0,25.0,3 = 0,525$$

Câu 2: Một hộp đựng 50 bút bi xanh và 50 bút bi đỏ, các bút bi có cùng kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê, người ta thấy: có 80% số bút bi xanh có dán tem T/L và 70% số bút bi đỏ có dán tem T/L , những bút bi còn lại không dán tem T/L . Lấy ngẫu nhiên một bút bi trong hộp. Tính xác suất để bút bi được lấy ra có dán tem T/L

(Tem T/L là viết tắt của hãng bút bi Thiên Long)

Lời giải

Trả lời: 0,75

Gọi A là biến cố: “bút bi được chọn có dán tem T/L ”.

B là biến cố: “bút bi được chọn có màu xanh”.

Khi đó \bar{B} là biến cố: “bút bi được chọn có màu đỏ”.

Ta có: $P(B) = 0,5$; $P(\bar{B}) = 0,5$; $P(A|B) = 0,8$; $P(A|\bar{B}) = 0,7$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có xác suất lấy được bút bi có dán tem T/L là:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$$

$$P(A) = 0,5.0,8 + 0,5.0,7 = 0,75.$$

Câu 3: Một kho hàng do hai nhà máy sản xuất. Biết tỉ lệ sản phẩm đóng góp của nhà máy một bằng $\frac{1}{3}$ sản phẩm đóng góp của nhà máy hai và tỉ lệ phế phẩm do nhà máy một, nhà máy hai sản xuất lần lượt là 0,1% và 0,2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm thì thấy nó là phế phẩm. Biết xác suất để phế phẩm đó do nhà máy hai sản xuất là $\frac{a}{b}$. Tính giá trị biểu thức $T = a + 2b$.

Lời giải

Trả lời: 20

Gọi A là biến cố: “Sản phẩm được chọn là phế phẩm”.

B là biến cố: “Sản phẩm được chọn thuộc nhà máy một”.

Khi đó \bar{B} là biến cố: “Sản phẩm được chọn thuộc nhà máy hai”.

Vì tỉ lệ đóng góp của nhà máy một bằng $\frac{1}{3}$ sản phẩm đóng góp của nhà máy hai nên ta có:

$$P(B) = 25\% = 0,25; P(\bar{B}) = 75\% = 0,75; P(A|B) = 0,1\% = 0,001; P(A|\bar{B}) = 0,2\% = 0,002$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có xác suất chọn được phế phẩm là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\overline{B}).P(A|\overline{B})$$

$$P(A) = 0,25.0,001 + 0,75.0,002 = \frac{7}{4000}.$$

$$\text{Áp dụng công thức Bayes ta có: } P(\overline{B}|A) = \frac{P(\overline{B}).P(A|\overline{B})}{P(A)} = \frac{0,75.0,002}{\frac{7}{4000}} = \frac{6}{7}.$$

Khi đó xác suất để phế phẩm đó do nhà máy hai sản xuất là $\frac{6}{7} \Rightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=7 \end{cases} \Rightarrow T = 6 + 2.7 = 20.$

Câu 4: Cho hai biến cố A, B sao cho $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,4$ và $P(A|B) = 0,9$. Tính $P(B|A)$.

Lời giải

Trả lời: 0,45

Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,4.0,9}{0,8} = 0,45.$$

Câu 5: Cho hai biến cố M và N , biết rằng $P(N) = 0,7$, $P(M|N) = 0,8$, $P(M|\overline{N}) = 0,4$. Tính $P(N|M)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,82

Ta có $P(\overline{N}) = 1 - P(N) = 1 - 0,7 = 0,3$

Theo công thức xác suất toàn phần thì

$$P(M) = P(N).P(M|N) + P(\overline{N}).P(M|\overline{N}) = 0,7.0,8 + 0,3.0,4 = 0,68$$

Theo công thức Bayes thì

$$P(N|M) = \frac{P(N).P(M|N)}{P(M)} = \frac{0,7.0,8}{0,68} = \frac{14}{17} \approx 0,82.$$

Câu 6: Một nhà máy lắp ráp nhận được các chi tiết do hai máy sản xuất. Trung bình máy thứ nhất cung cấp 65% chi tiết, máy thứ hai cung cấp 35% chi tiết. Khoảng 80% chi tiết do máy thứ nhất sản xuất là đạt tiêu chuẩn, còn 85% chi tiết do máy thứ hai sản xuất là đạt tiêu chuẩn. Lấy ngẫu nhiên từ nhà máy một sản phẩm, thấy nó đạt tiêu chuẩn. Tìm xác suất để sản phẩm đó do máy thứ nhất sản xuất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,64

Gọi: “ A ” là biến cố: “Chi tiết lấy từ dây chuyền đạt tiêu chuẩn”

“ B_1 ” là biến cố: “Chi tiết do máy thứ nhất sản xuất”

“ B_2 ” là biến cố: “Chi tiết do máy thứ hai sản xuất”

Ta cần tính xác suất: $P(B_1|A)$.

$$\text{Theo công thức Bayes: } P(B_1|A) = \frac{P(B_1).P(A|B_1)}{P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2)}$$

Theo điều kiện bài toán: $P(B_1) = 0,65$; $P(B_2) = 0,35$; $P(A|B_1) = 0,8$; $P(A|B_2) = 0,85$

$$\text{Vậy: } P(B_1 | A) = \frac{(0,65) \cdot (0,8)}{(0,65) \cdot (0,8) + (0,35) \cdot (0,85)} \approx 0,64$$



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG VI ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hai biến cố A và B xung khắc với $P(A) = 0,8; P(B) = 0,4$. Khi đó $P(A|B)$ bằng
A. 0,5. **B.** 0,2. **C.** 0,4. **D.** 0.

Câu 2: Khảo sát về sở thích uống trà sữa của 200 em học sinh theo giới tính và loại trà sữa ta được bảng số liệu sau:

	Nam	Nữ
Matcha	40	50
Hồng trà	30	80

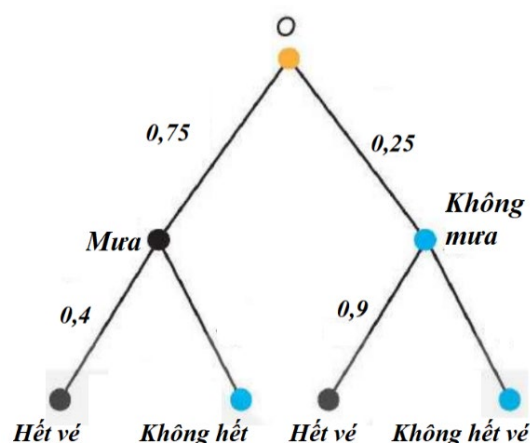
Chọn ngẫu nhiên một bạn học sinh. Nếu đã chọn được một bạn nữ thì xác suất để bạn nữ thích uống vị hồng trà là bao nhiêu?

A. $\frac{8}{13}$. **B.** $\frac{5}{8}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Câu 3: Cho hai biến cố A, B có $P(A) = 0,6; P(B) = 0,8; P(AB) = 0,48$. Tính $P(\bar{B}|A)$.
A. 0,48. **B.** 0,6. **C.** 0,75. **D.** 0,2.

Câu 4: Cho hai biến cố A và B , có $P(A) = 0,3, P(B) = 0,41$ và $P(B|A) = 0,7$, hãy tính $P(A|B)$.
A. $\frac{21}{41}$. **B.** $\frac{3}{41}$. **C.** 0,123. **D.** 0,11.

Câu 5: Số khán giả đến xem buổi biểu diễn ca nhạc ngoài trời phụ thuộc vào thời tiết. Dự báo thời tiết cho thấy xác suất để trời mưa vào buổi biểu diễn là 0,75. Giả sử, nếu trời không mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,9 còn nếu trời mưa thì xác suất bán hết vé chỉ là 0,4. Tình huống trên được mô tả bằng sơ đồ hình cây sau:



Đặt M là biến cố trời mưa và H là biến cố bán hết vé. Mệnh đề nào đúng?

A. $P(H) = 0,4 + 0,9$. **B.** $P(MH) = 0,4$.
C. $P(MH) = 0,9$. **D.** $P(H|M) = 0,4$.

Câu 6: Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8, P(A|B) = 0,7, P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(A)$
A. 0,25. **B.** 0,65. **C.** 0,55. **D.** 0,5.

- Câu 7:** Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các loại xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Chọn ngẫu nhiên ra một xạ thủ và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Tìm xác suất để viên đạn đó trúng đích.
A. 0,74. **B.** 0,49. **C.** 0,63. **D.** 0,81.
- Câu 8:** Một hộp có 4 viên bi, mỗi viên bi có thể gồm hai màu đen và trắng. Lấy ngẫu nhiên ra 2 viên bi. Tính xác suất để lấy được 2 bi trắng.
A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{1}{3}$.
- Câu 9:** Có hai hộp đựng phiếu thi, mỗi phiếu ghi một câu hỏi. Hộp thứ nhất có 15 phiếu và hộp thứ hai có 9 phiếu. Sinh viên A đi thi chỉ thuộc 10 câu ở hộp thứ nhất và 8 câu ở hộp thứ hai. Thầy giáo rút ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra một phiếu thi, sau đó cho sinh viên A rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ 2 phiếu mà thầy giáo đã rút. Tính xác suất để sinh viên A trả lời được câu hỏi trong phiếu.
A. $\frac{5}{7}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{8}{9}$. **D.** $\frac{7}{9}$.
- Câu 10:** Cho hai biến cố A và B biết $P(A) = 0,8; P(B) = 0,5; P(A|B) = 0,6$. Tính $P(B|A)$
A. $P(B|A) = \frac{3}{8}$. **B.** $P(B|A) = \frac{2}{3}$. **C.** $P(B|A) = \frac{24}{25}$. **D.** $P(B|A) = \frac{24}{27}$.
- Câu 11:** Có hai chiếc hộp đựng bóng. Hộp I có 7 quả bóng trắng và 8 quả bóng xanh. Hộp II có 5 quả bóng trắng và 3 quả bóng xanh. Trước tiên, từ hộp I lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng rồi cho vào hộp II. Sau đó, từ hộp II lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng. Xác suất để quả bóng được lấy ra màu trắng là
A. $\frac{11}{18}$. **B.** $\frac{61}{128}$. **C.** $\frac{83}{135}$. **D.** $\frac{82}{135}$.
- Câu 12:** Kết quả khảo sát tại một xã cho thấy có 20% cư dân hút thuốc lá. Tỷ lệ cư dân thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp trong số những người hút thuốc lá và không hút thuốc lá lần lượt là 70%, 15%. Nếu ta gặp một cư dân của xã thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp thì xác suất người đó hút thuốc lá là bao nhiêu?
A. $\frac{7}{13}$ **B.** $\frac{3}{37}$ **C.** $\frac{6}{13}$ **D.** $\frac{34}{37}$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Một cuộc khảo sát gần đây đã hỏi 100 người: liệu họ có nghĩ rằng phụ nữ trong lực lượng vũ trang nên được phép tham gia chiến đấu hay không. Kết quả khảo sát được hiển thị như bảng dưới đây.

Giới tính	Đồng ý	Không đồng ý	Tổng
Nam	32	18	50
Nữ	8	42	50
Tổng	40	60	100

Gọi A là biến cố câu trả lời là đồng ý. Gọi B là biến cố người trả lời là nữ.

a) $P(A) = 0,4$.

b) $P(\overline{B}) = 0,6$.

c) $P(A|B) = \frac{4}{25}$.

d) $P(B|\bar{A}) = \frac{7}{10}$.

Câu 2: Theo một số liệu thống kê, năm 2004 ở Canada có 65% nam giới là thừa cân và 53,4% nữ giới là thừa cân. Nam giới và nữ giới ở Canada đều chiếm 50% dân số cả nước. (Nguồn: *F. M. Dekking et al., A modern introduction to probability and statistics – Understanding why and how, Springer, 2005*). Trong năm 2004, một người Canada được chọn ngẫu nhiên để kiểm tra cân nặng. Gọi A là biến cố “người được chọn ra là người thừa cân”, B là biến cố “người được chọn ra là nam giới”.

a) Xác suất người được chọn ra là nữ giới bằng 0,5.

b) Biến cố người được chọn thừa cân và là nam giới là $A|B$.

c) Giả sử người được chọn ra là nam giới, xác suất để người được chọn ra thừa cân và là nam giới bằng 0,325.

d) Xác suất người được chọn ra là người thừa cân bằng 0,592.

Câu 3: Cho 2 biến cố A và B biết $P(B) = 0,8$; $P(A|B) = 0,6$; $P(A|\bar{B}) = 0,4$.

a) $P(\bar{B}) = 0,4$.

b) $P(A \cap B) = 0,48$.

c) $P(A) = 0,64$

d) $P(B|A) = \frac{5}{7}$.

Câu 4: Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai.

Gọi A là biến cố “Viên bi được chuyển từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai là viên bi xanh” và B là biến cố “Hai viên bi được lấy ngẫu nhiên đồng thời từ hộp thứ hai là bi xanh”.

a) $P(B|A) = \frac{6}{55}$.

b) Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi xanh là $\frac{4}{55}$.

c) Biết rằng 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi xanh, xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi xanh là $\frac{1}{3}$.

d) Biết rằng 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai luôn có bi đỏ, xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất là bi đỏ là $\frac{49}{153}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một linh kiện điện tử trước khi lắp đặt phải trải qua hai lần kiểm tra, nếu cả hai lần đạt yêu cầu thì được lắp đặt. Biết rằng khoảng 90% sản phẩm qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 80% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu thì sẽ qua được lần kiểm tra thứ hai. Tính xác suất để một linh kiện đủ tiêu chuẩn lắp đặt.

- Câu 2:** Một nhà máy có hai phân xưởng I và II . Phân xưởng I sản xuất 30% số sản phẩm và phân xưởng II sản xuất 70% số sản phẩm. Tỷ lệ sản phẩm bị lỗi của phân xưởng I là 3% và của phân xưởng II là 4%. Kiểm tra ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy. Biết rằng sản phẩm được kiểm tra bị lỗi, tính xác suất để sản phẩm đó do phân xưởng I sản xuất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 3:** Có hai hộp đựng bi, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất có 6 viên bi màu đỏ và 2 viên bi màu xanh. Hộp thứ hai có 4 viên bi màu đỏ và 6 viên bi màu xanh. Chọn ngẫu nhiên một hộp và từ đó lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Tính xác suất để lấy được viên bi màu đỏ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 4:** Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỷ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo nên tỷ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 và tỷ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95. Hãy tính tỷ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng.
- Câu 5:** Trong một trường học, tỷ lệ học sinh nữ là 48%. Tỷ lệ học sinh nữ và tỷ lệ học sinh tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Tính xác suất học sinh đó là nam (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 6:** Trong một kỳ thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lý, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kỳ thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hai biến cố A và B xung khắc với $P(A) = 0,8; P(B) = 0,4$. Khi đó $P(A|B)$ bằng

- A.** 0,5. **B.** 0,2. **C.** 0,4. **D.** 0.

Lời giải

Do A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(AB) = 0$.

$$\text{Ta có } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = 0.$$

Câu 2: Khảo sát về sở thích uống trà sữa của 200 em học sinh theo giới tính và loại trà sữa ta được bảng số liệu sau:

	Nam	Nữ
Matcha	40	50
Hồng trà	30	80

Chọn ngẫu nhiên một bạn học sinh. Nếu đã chọn được một bạn nữ thì xác suất để bạn nữ thích uống vị hồng trà là bao nhiêu?

- A.** $\frac{8}{13}$. **B.** $\frac{5}{8}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố chọn được bạn nữ suy ra $P(A) = \frac{130}{200} = \frac{13}{20}$.

B là biến cố chọn được bạn thích uống hồng trà.

$$\text{Khi đó } P(AB) = \frac{80}{200} = \frac{2}{5}.$$

Nếu đã chọn được một bạn nữ thì xác suất để bạn nữ thích uống vị hồng trà là

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{8}{13}.$$

Câu 3: Cho hai biến cố A, B có $P(A) = 0,6; P(B) = 0,8; P(AB) = 0,48$. Tính $P(\bar{B}|A)$.

- A.** 0,48. **B.** 0,6. **C.** 0,75. **D.** 0,2.

Lời giải

Vì $P(A).P(B) = 0,6.0,8 = 0,48 = P(AB)$ nên A, B là hai biến cố độc lập.

$$\text{Suy ra } P(B|A) = P(B) = 0,8 \Rightarrow P(\bar{B}|A) = 1 - 0,8 = 0,2.$$

Câu 4: Cho hai biến cố A và B , có $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,41$ và $P(B|A) = 0,7$, hãy tính $P(A|B)$.

- A.** $\frac{21}{41}$. **B.** $\frac{3}{41}$. **C.** 0,123. **D.** 0,11.

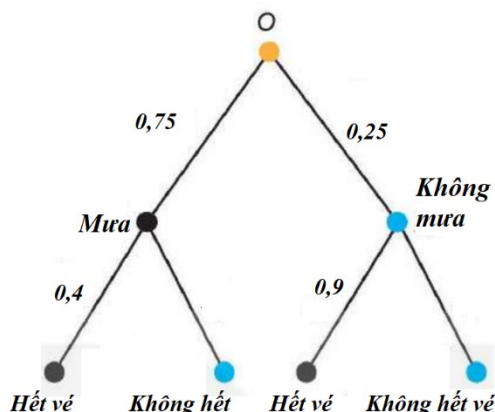
Lời giải

$$\text{Áp dụng công thức } P(AB) = P(B|A).P(A) = 0,7.0,3 = 0,21$$

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,21}{0,41} = \frac{21}{41}.$$

Câu 5: Số khán giả đến xem buổi biểu diễn ca nhạc ngoài trời phụ thuộc vào thời tiết. Dự báo thời tiết cho thấy xác suất để trời mưa vào buổi biểu diễn là 0,75. Giả sử, nếu trời không mưa thì xác suất

để bán hết vé là 0,9 còn nếu trời mưa thì xác suất bán hết vé chỉ là 0,4. Tình huống trên được mô tả bằng sơ đồ hình cây sau:



Đặt M là biến cố trời mưa và H là biến cố bán hết vé. Mệnh đề nào đúng?

- A. $P(H) = 0,4 + 0,9$. B. $P(MH) = 0,4$. C. $P(MH) = 0,9$. D. $P(H|M) = 0,4$.

Lời giải

Do theo giả thiết, việc bán hết vé trong điều kiện trời mưa là 0,4.

Câu 6: Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(A)$

- A. 0,25. B. 0,65. C. 0,55. D. 0,5.

Lời giải

$$\text{Do } P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,8 = 0,2$$

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,8.0,7 + 0,2.0,45 = 0,65$$

Câu 7: Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các loại xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Chọn ngẫu nhiên ra một xạ thủ và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Tìm xác suất để viên đạn đó trúng đích.

- A. 0,74. B. 0,49. C. 0,63. D. 0,81.

Lời giải

Gọi A là biến cố viên đạn trúng đích.

B_1 là biến cố chọn xạ thủ loại I bắn.

B_2 là biến cố chọn xạ thủ loại II bắn.

$$\text{Chọn ngẫu nhiên ra một xạ thủ } \begin{cases} P(B_1) = \frac{C_2^1}{C_{10}^1} = 0,2 \\ P(B_2) = \frac{C_8^1}{C_{10}^1} = 0,8 \end{cases}$$

$$\text{Xác suất bắn trúng đích của các loại xạ thủ } \begin{cases} P(A|B_1) = 0,9 \\ P(A|B_2) = 0,7 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P(A) = \sum_{i=1}^2 P(B_i).P(A|B_i) = 0,2.0,9 + 0,8.0,7 = 0,74.$$

Câu 8: Một hộp có 4 viên bi, mỗi viên bi có thể gồm hai màu đen và trắng. Lấy ngẫu nhiên ra 2 viên bi. Tính xác suất để lấy được 2 bi trắng.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{3}{10}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố lấy được 2 bi trắng.

$H_i (i \in \{0; 1; 2; 3; 4\})$ là biến cố ban đầu trong hộp có i bi trắng và $4-i$ bi đen.

Suy ra $P(H_0) = P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = P(H_4) = \frac{1}{5}$.

$$\text{Xác suất lấy ra 2 viên bi trắng của từng trường hợp} \begin{cases} P(A|H_4) = \frac{C_4^2}{C_4^2} = 1 \\ P(A|H_3) = \frac{C_3^2}{C_4^2} = \frac{1}{2} \\ P(A|H_2) = \frac{C_2^2}{C_4^2} = \frac{1}{6} \\ P(A|H_1) = 0 \\ P(A|H_0) = 0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P(A) = \sum_{i=0}^4 P(H_i) \cdot P(A|H_i) = \frac{1}{5} \cdot 1 + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} + 0 + 0 = \frac{1}{3}.$$

Câu 9: Có hai hộp đựng phiếu thi, mỗi phiếu ghi một câu hỏi. Hộp thứ nhất có 15 phiếu và hộp thứ hai có 9 phiếu. Sinh viên A đi thi chỉ thuộc 10 câu ở hộp thứ nhất và 8 câu ở hộp thứ hai. Thầy giáo rút ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra một phiếu thi, sau đó cho sinh viên A rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ 2 phiếu mà thầy giáo đã rút. Tính xác suất để sinh viên A trả lời được câu hỏi trong phiếu.

A. $\frac{5}{7}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{8}{9}$.

D. $\frac{7}{9}$.

Lời giải

Gọi B là biến cố rút ra một câu thuộc của sinh viên A .

E_1 là biến cố sinh viên rút ra câu hỏi từ hộp 1.

E_2 là biến cố sinh viên rút ra câu hỏi từ hộp 2.

$$\text{Ta có: } P(E_1) = P(E_2) = \frac{C_2^1}{C_2^2} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Xác suất để sinh viên } A \text{ trả lời được câu hỏi trong từng hộp} \begin{cases} P(B|E_1) = \frac{C_{10}^1}{C_{15}^1} = \frac{2}{3} \\ P(B|E_2) = \frac{C_8^1}{C_9^1} = \frac{8}{9} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P(B) = \sum_{i=1}^2 P(E_i) \cdot P(B|E_i) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{9} = \frac{7}{9}.$$

Câu 10: Cho hai biến cố A và B biết $P(A) = 0,8; P(B) = 0,5; P(A|B) = 0,6$. Tính $P(B|A)$

A. $P(B|A) = \frac{3}{8}$.

B. $P(B|A) = \frac{2}{3}$.

C. $P(B|A) = \frac{24}{25}$.

D. $P(B|A) = \frac{24}{27}$.

Lời giải

Theo công thức Bayes ta có $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,5 \cdot 0,6}{0,8} = \frac{3}{8}$.

Câu 11: Có hai chiếc hộp đựng bóng. Hộp I có 7 quả bóng trắng và 8 quả bóng xanh. Hộp II có 5 quả bóng trắng và 3 quả bóng xanh. Trước tiên, từ hộp I lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng rồi cho vào hộp II. Sau đó, từ hộp II lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng. Xác suất để quả bóng được lấy ra màu trắng là

A. $\frac{11}{18}$.

B. $\frac{61}{128}$.

C. $\frac{83}{135}$.

D. $\frac{82}{135}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Lấy được quả bóng trắng từ hộp I”.

Gọi B là biến cố: “Lấy được quả bóng trắng từ hộp II”.

Theo công thức xác suất toàn phần $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$

Ta có $P(A) = \frac{7}{15}$; $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$.

Nếu A xảy ra thì hộp II có 6 quả bóng trắng và 3 quả bóng xanh. Vậy $P(B|A) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

Nếu A không xảy ra thì hộp II có 5 quả bóng trắng và 4 quả bóng xanh. Vậy $P(B|\bar{A}) = \frac{5}{9}$.

Vậy $P(B) = \frac{7}{15} \cdot \frac{2}{3} + \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{9} = \frac{82}{135}$.

Câu 12: Kết quả khảo sát tại một xã cho thấy có 20% cư dân hút thuốc lá. Tỷ lệ cư dân thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp trong số những người hút thuốc lá và không hút thuốc lá lần lượt là 70%, 15%. Nếu ta gặp một cư dân của xã thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp thì xác suất người đó hút thuốc lá là bao nhiêu?

A. $\frac{7}{13}$

B. $\frac{3}{37}$

C. $\frac{6}{13}$

D. $\frac{34}{37}$

Lời giải

Giả sử ta gặp một cư dân của xã.

Gọi A là biến cố “Người đó có hút thuốc lá” và B là biến cố “Người đó thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp”.

Khi đó \bar{A} là biến cố “Người đó không hút thuốc lá” Ta cần tính $P(A|B)$.

Ta có $P(A) = 20\% = 0,2$; $P(B|A) = 70\% = 0,7$; $P(B|\bar{A}) = 15\% = 0,15$.

Do đó $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,2 = 0,8$.

Theo công thức Bayes ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} = \frac{0,2 \cdot 0,7}{0,2 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,15} = \frac{7}{13}.$$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một cuộc khảo sát gần đây đã hỏi 100 người: liệu họ có nghĩ rằng phụ nữ trong lực lượng vũ trang nên được phép tham gia chiến đấu hay không. Kết quả khảo sát được hiển thị như bảng dưới đây.

Giới tính	Đồng ý	Không đồng ý	Tổng
Nam	32	18	50
Nữ	8	42	50
Tổng	40	60	100

Gọi A là biến cố câu trả lời là đồng ý. Gọi B là biến cố người trả lời là nữ.

a) $P(A) = 0,4$.

b) $P(\bar{B}) = 0,6$.

c) $P(A|B) = \frac{4}{25}$.

d) $P(B|\bar{A}) = \frac{7}{10}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Ta có $P(A) = \frac{40}{100} = 0,4$. Vậy mệnh đề đúng.

b) Ta có $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,5 = 0,5$. Vậy mệnh đề sai.

c) Ta có: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{8}{100}}{\frac{50}{100}} = \frac{4}{25}$. Vậy mệnh đề đúng.

d) Áp dụng $P(B|\bar{A}) = \frac{P(B\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{\frac{42}{100}}{\frac{60}{100}} = \frac{7}{10}$. Vậy mệnh đề đúng.

Câu 2: Theo một số liệu thống kê, năm 2004 ở Canada có 65% nam giới là thừa cân và 53,4% nữ giới là thừa cân. Nam giới và nữ giới ở Canada đều chiếm 50% dân số cả nước. (Nguồn: *F. M. Dekking et al., A modern introduction to probability and statistics – Understanding why and how, Springer, 2005*). Trong năm 2004, một người Canada được chọn ngẫu nhiên để kiểm tra cân nặng. Gọi A là biến cố “người được chọn ra là người thừa cân”, B là biến cố “người được chọn ra là nam giới”.

a) Xác suất người được chọn ra là nữ giới bằng 0,5.

b) Biến cố người được chọn thừa cân và là nam giới là $A|B$.

c) Giả sử người được chọn ra là nam giới, xác suất để người được chọn ra thừa cân và là nam giới bằng 0,325.

d) Xác suất người được chọn ra là người thừa cân bằng 0,592.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Từ giả thiết A là biến cố “người được chọn ra là người thừa cân”, B là biến cố “người được chọn ra là nam giới” suy ra \bar{B} là biến cố “người được chọn ra là nữ giới”.

a) Xác suất người được chọn ra là nữ giới bằng $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,5 = 0,5$. Vậy mệnh đề đúng.

b) Biến cố người được chọn thừa cân và là nam giới là $A \cap B$. Vậy mệnh đề sai.

c) Giả sử người được chọn ra là nam giới, xác suất để người được chọn ra thừa cân và là nam giới bằng $P(A|B) = 65\% = 0,65$. Vậy mệnh đề sai.

d) Xác suất người được chọn ra là người thừa cân bằng $P(A)$. Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,5 \cdot 0,65 + 0,5 \cdot 0,534 = 0,592$$

Vậy mệnh đề đúng.

Câu 3: Cho 2 biến cố A và B biết $P(B) = 0,8$; $P(A|B) = 0,6$; $P(A|\bar{B}) = 0,4$.

a) $P(\bar{B}) = 0,4$.

b) $P(A \cap B) = 0,48$.

c) $P(A) = 0,64$

d) $P(B|A) = \frac{5}{7}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Ta có $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,8 = 0,2$. Vậy mệnh đề sai.

b) Ta có $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = 0,6 \times 0,8 = 0,48$. Vậy mệnh đề đúng.

c) Áp dụng công thức xác suất toàn phần $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$ ta được $P(A) = 0,8 \cdot 0,6 + 0,2 \cdot 0,4 = 0,56$.

Vậy mệnh đề sai.

d) Áp dụng công thức Bayes $P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} \Rightarrow P(B|A) = \frac{0,8 \cdot 0,6}{0,56} = \frac{6}{7}$

Vậy mệnh đề sai.

Câu 4: Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai.

Gọi A là biến cố “Viên bi được chuyển từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai là viên bi xanh” và B là biến cố “Hai viên bi được lấy ngẫu nhiên đồng thời từ hộp thứ hai là bi xanh”.

a) $P(B|A) = \frac{6}{55}$.

b) Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi xanh là $\frac{4}{55}$.

c) Biết rằng 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi xanh, xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi xanh là $\frac{1}{3}$.

d) Biết rằng 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai luôn có bi đỏ, xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất là bi đỏ là $\frac{49}{153}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Nếu viên bi được chuyển từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai là viên bi xanh thì hộp thứ hai có 4 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ, nên

$$P(B|A) = \frac{C_4^2}{C_{11}^2} = \frac{6}{55}.$$

Chọn Đúng.

b) Do hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ nên

$$P(A) = \frac{3}{3+6} = \frac{1}{3} \text{ và } P(\bar{A}) = \frac{2}{3}.$$

Nếu viên bi được chuyển từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai là viên bi đỏ thì hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ, nên

$$P(B|\bar{A}) = \frac{C_3^2}{C_{11}^2} = \frac{3}{55}.$$

Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi xanh là

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{55} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{55} = \frac{4}{55}.$$

Chọn Đúng.

c) Nếu 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi xanh, xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi xanh là

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{55}}{\frac{4}{55}} = \frac{1}{2}.$$

Chọn Sai.

d) Ta có $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{4}{55} = \frac{51}{55}$

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 1 - \frac{3}{55} = \frac{52}{55}.$$

Ta có 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai luôn có bi đỏ, xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất là bi đỏ là $P(\bar{A}|\bar{B})$

$$\text{Áp dụng công thức Bayes ta có: } P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}).P(\bar{B}|\bar{A})}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{52}{55}}{\frac{51}{55}} = \frac{104}{153}.$$

Chọn Sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một linh kiện điện tử trước khi lắp đặt phải trải qua hai lần kiểm tra, nếu cả hai lần đạt yêu cầu thì được lắp đặt. Biết rằng khoảng 90% sản phẩm qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 80% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu thì sẽ qua được lần kiểm tra thứ hai. Tính xác suất để một linh kiện đủ tiêu chuẩn lắp đặt.

Lời giải

Trả lời: 0,72

Gọi A là biến cố linh kiện qua được lần kiểm tra thứ nhất. Ta có $P(A) = \frac{9}{10}$.

Gọi B là biến cố linh kiện qua được lần kiểm tra thứ hai. Ta có $P(B|A) = \frac{4}{5}$.

Vậy linh kiện đủ tiêu chuẩn để lắp đặt nếu qua được hai lần kiểm tra, ta phải đi tính $P(A \cap B)$

$$\text{Ta có } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{9}{10} \cdot \frac{4}{5} = \frac{36}{50} = 0,72.$$

Câu 2: Một nhà máy có hai phân xưởng I và II . Phân xưởng I sản xuất 30% số sản phẩm và phân xưởng II sản xuất 70% số sản phẩm. Tỷ lệ sản phẩm bị lỗi của phân xưởng I là 3% và của phân xưởng II là 4%. Kiểm tra ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy. Biết rằng sản phẩm được kiểm tra bị lỗi, tính xác suất để sản phẩm đó do phân xưởng I sản xuất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,24

Xét các biến cố

A : “Sản phẩm được kiểm tra bị lỗi”

\bar{A} : “Sản phẩm được kiểm tra không bị lỗi”

B : “Sản phẩm được kiểm tra do phân xưởng I sản xuất”

\bar{B} : “Sản phẩm được kiểm tra do phân xưởng II sản xuất”

Do phân xưởng I sản xuất 30% số sản phẩm và phân xưởng II sản xuất 70% số sản phẩm nên $P(B) = 0,3$ và $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,7$.

Do tỷ lệ sản phẩm bị lỗi của phân xưởng I là 3% và của phân xưởng II là 4% nên $P(A|B) = 0,03$ và $P(A|\bar{B}) = 0,04$.

Xác suất để chọn được sản phẩm do phân xưởng I sản xuất, biết sản phẩm kiểm tra bị lỗi là

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})} = \frac{0,3 \cdot 0,03}{0,3 \cdot 0,03 + 0,7 \cdot 0,04} = \frac{9}{37} \approx 0,24.$$

Câu 3: Có hai hộp đựng bi, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất có 6 viên bi màu đỏ và 2 viên bi màu xanh. Hộp thứ hai có 4 viên bi màu đỏ và 6 viên bi màu xanh. Chọn ngẫu nhiên một hộp và từ đó lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Tính xác suất để lấy được viên bi màu đỏ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,58

Xét các biến cố:

A : “Lấy được viên bi màu đỏ”;

H_1 : “Chọn được hộp thứ nhất”;

H_2 : “Chọn được hộp thứ hai”.

Do hộp thứ nhất và hộp thứ hai có vai trò như nhau, nên xác suất chọn được một trong hai hộp là như nhau, tức là

$$P(H_1) = P(H_2) = \frac{1}{2}.$$

Ta có

$$P(A|H_1) = \frac{6}{8} \text{ và } P(A|H_2) = \frac{4}{10}.$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(H_1).P(A|H_1) + P(H_2).P(A|H_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{10} = \frac{23}{40} = 0,575.$$

Vậy xác suất lấy được viên bi màu đỏ là 0,58.

Câu 4: Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo nên tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 và tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95. Hãy tính tỉ lệ bóng đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng.

Lời giải

Trả lời: 0,73

Gọi A là biến cố “bóng đạt chuẩn sau khi qua kiểm tra chất lượng”

B là biến cố “sản phẩm đạt tiêu chuẩn”.

Theo bài ra ta có: $P(B) = 0,8$; $P(\overline{B}) = 1 - 0,8 = 0,2$

Do tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 nên $P(A|B) = 0,9$.

Tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95 nên $P(A|\overline{B}) = 1 - 0,95 = 0,05$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\overline{B}).P(A|\overline{B}) = 0,8.0,9 + 0,2.0,05 = 0,73.$$

Câu 5: Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 48%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Tính xác suất học sinh đó là nam (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,47

Gọi A_1, A_2 lần lượt là các biến cố gặp được một học sinh nữ, một học sinh nam

Nên A_1, A_2 là hệ biến cố đầy đủ.

Gọi B “Học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật”

$$P(A_1) = 48\% = 0,48, \quad P(A_2) = 1 - 0,48 = 0,52.$$

$$P(B|A_1) = 18\% = 0,18; \quad P(B|A_2) = 15\% = 0,15$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(B) = P(B|A_1).P(A_1) + P(B|A_2).P(A_2) = 0,18.0,48 + 0,15.0,52 = \frac{411}{2500} = 0,1644$$

Xác suất để học sinh đó là nam, biết rằng học sinh đó tham gia câu lạc bộ nghệ thuật, ta áp dụng

$$\text{công thức Bayes } P(A_2|B) = \frac{P(B|A_2).P(A_2)}{P(B)} = \frac{0,15.0,52}{0,1644} = \frac{65}{137} \approx 0,47.$$

Câu 6: Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp $A00$ (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp $A00$ thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp $A00$ thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung

học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,77

Gọi A là biến cố: “Học sinh đó chọn tổ hợp A00”; B là biến cố: “Học sinh đó đỗ đại học”.

Ta cần tính $P(A|B)$.

Theo công thức Bayes, ta cần biết: $P(A), P(\bar{A}), P(B|A), P(B|\bar{A})$.

Ta có: $P(A) = 0,8$; $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,8 = 0,2$.

$P(B|A)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp A00

$\Rightarrow P(B|A) = 0,6$.

$P(B|\bar{A})$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó không chọn tổ hợp

A00 $\Rightarrow P(B|\bar{A}) = 0,7$.

Thay vào công thức Bayes ta được:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,8.0,6}{0,8.0,6 + 0,2.0,7} \approx 0,77.$$



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG VI ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập với $P(A) = 0,4, P(B) = 0,45$. Khi đó, $P(A|B)$ bằng:

- A. 0,4. B. 0,45. C. 0,3. D. 0,18.

Câu 2: Một mảnh đất chia thành hai khu vườn. Khu A có 150 cây ăn quả, khu B có 200 cây ăn quả. Trong đó, số cây Táo ở khu A và khu B lần lượt là 50 cây và 100 cây. Chọn ngẫu nhiên 1 cây trong mảnh đất. Xác suất cây được chọn là cây Táo, biết rằng cây đó ở Khu B, là:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 3: Một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 12 viên bi màu đỏ và 8 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Minh lấy 1 viên bi từ hộp sau đó bạn Châu lấy viên bi thứ hai. Tính xác suất để bạn Châu lấy được viên bi màu đỏ.

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 4: Để được chọn vào đội tuyển học sinh giỏi môn Toán cấp thành phố, mỗi thí sinh phải vượt qua hai vòng thi. Bạn Hà tham dự cuộc tuyển chọn này. Xác suất để Hà qua được vòng thứ nhất là 0,8. Nếu qua được vòng thứ nhất thì xác suất để Hà qua được vòng thứ hai là 0,7. Xác suất để bạn Hà được chọn vào đội tuyển này là

- A. 0,06. B. 0,24. C. 0,56. D. 0,875.

Câu 5: Một mảnh đất chia thành 2 khu vườn; Khu A có 300 cây ăn quả, khu B có 400 cây ăn quả. Trong đó, số cây cam ở khu A và khu B lần lượt là 200 cây và 250 cây. Chọn ngẫu nhiên 1 cây trong mảnh đất. Xác suất để cây được chọn là cây cam ở khu B là?

- A. $\frac{5}{14}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 6: Một hộp chứa 8 bi trắng, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi trắng. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ là?

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{8}{9}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 7: Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8, P(A|B) = 0,7, P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(A)$.

- A. 0,65. B. 0,25. C. 0,55. D. 0,5.

- Câu 8:** Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?
A. 15% . **B.** 26% . **C.** 29% . **D.** 31% .
- Câu 9:** Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ có đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số?
A. $\frac{5}{16}$. **B.** $\frac{9}{16}$. **C.** $\frac{7}{16}$. **D.** $\frac{8}{16}$.
- Câu 10:** Thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo X là 0,2% . Biết rằng nếu một người mắc bệnh hiểm nghèo X thì với xác suất 0,95 cho xét nghiệm dương tính, nếu một người không bị bệnh X thì với xác suất 0,01 cho xét nghiệm dương tính. Ông M đi xét nghiệm bệnh hiểm nghèo X và cho kết quả dương tính. Trước khi tiến hành xét nghiệm thì tỉ lệ mắc bệnh hiểm nghèo của ông X là bao nhiêu?
A. 0,2% **B.** 0,95 **C.** 0,01 **D.** 0,05
- Câu 11:** Thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo Y là 0,4% . Biết rằng nếu một người mắc bệnh hiểm nghèo Y thì với xác suất 0,94 cho xét nghiệm dương tính, nếu một người không bị bệnh Y thì với xác suất 0,97 cho xét nghiệm âm tính. Bà N đi xét nghiệm bệnh hiểm nghèo Y và cho kết quả âm tính. Trước khi tiến hành xét nghiệm thì tỉ lệ không mắc bệnh hiểm nghèo của bà N là bao nhiêu?
A. 0,4% **B.** 0,996 **C.** 0,01 **D.** 0,97
- Câu 12:** Thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo X là 0,2% . Biết rằng nếu một người mắc bệnh hiểm nghèo X thì với xác suất 0,95 cho xét nghiệm dương tính, nếu một người không bị bệnh X thì với xác suất 0,01 cho xét nghiệm dương tính. Ông M đi xét nghiệm bệnh hiểm nghèo X và cho kết quả dương tính. Khi đó 0,95 là giá trị của đại lượng nào sau đây
A. $P(A)$. **B.** $P(B)$. **C.** $P(B|A)$. **D.** $P(A|B)$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Xác suất bạn An chọn được bộ câu hỏi chủ đề tự nhiên là $\frac{5}{9}$
- b) Xác suất bạn Bình chọn câu hỏi chủ đề xã hội biết bạn An chọn được chủ đề tự nhiên là $\frac{16}{27}$
- c) Xác suất bạn Bình chọn câu hỏi chủ đề xã hội biết bạn An chọn được chủ đề xã hội là $\frac{15}{27}$.
- d) Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng $\frac{4}{9}$

Câu 2: Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là $0,2\%$ và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y . Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Xác suất người được chọn không mắc bệnh X là $0,8$.
- b) Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y biết rằng người đó mắc bệnh X là $0,94$.
- c) Xác suất người được chọn không mắc bệnh X biết rằng người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y là $0,06$
- d) Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y . Xác suất người đó bị mắc bệnh X (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là $0,03$.

Câu 3: Một thùng chứa 100 quả táo trong đó có 80% số quả táo được dán nhãn, số còn lại không được dán nhãn. Bạn Hoàng lấy ra một quả trong thùng, sau đó bạn Hà lấy ra một quả thứ hai. Gọi A là biến cố “Quả táo bạn Hoàng lấy ra có dán nhãn”; B là biến cố “Quả táo bạn Hà lấy ra có dán nhãn”.

a) Số quả táo trong hộp được dán nhãn là 80 .

b) $P(A) = \frac{4}{5}$.

c) $P(B|A) = \frac{79}{100}$.

d) $P(B) = \frac{4}{5}$.

Câu 4: Có hai hộp đựng phiếu thi, mỗi phiếu ghi một câu hỏi. Hộp thứ nhất có 15 phiếu và hộp thứ hai có 9 phiếu. Sinh viên A đi thi chỉ thuộc 10 câu ở hộp thứ nhất và 8 câu ở hộp thứ hai. Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau: (đáp số làm tròn đến 2 chữ số sau dấu phẩy)

- a) Thầy giáo rút ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra một phiếu thi, sau đó cho sinh viên A rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ 2 phiếu mà thầy giáo đã rút. Xác suất để sinh viên A trả lời được câu hỏi trong phiếu là $0,78$.
- b) Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho sinh viên A rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ hai. Xác suất để sinh viên trả lời được câu hỏi trong phiếu là $0,73$.
- c) Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 2 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho sinh viên A rút ngẫu nhiên ra 2 phiếu từ hộp thứ hai, xác suất để sinh viên đó rút được hai câu thuộc là $0,62$.
- d) Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho sinh viên A rút ngẫu nhiên ra 2 phiếu từ hộp thứ hai, xác suất để sinh viên đó rút được hai câu thuộc là $0,83$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một nhóm 25 học sinh, trong đó có 14 học khá môn Toán, 16 em học khá môn Vật lí, 1 em không học khá cả hai môn Toán và môn Vật lí. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong số đó. Tính xác suất để học sinh đó học khá môn Toán, biết rằng học sinh đó học khá môn Vật lí (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- Câu 2:** Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?
- Câu 3:** Một nhà máy có hai dây chuyền sản xuất I và II . Dây chuyền I sản xuất 70% số sản phẩm và dây chuyền II sản xuất 30% số sản phẩm. Tỷ lệ sản phẩm lỗi của dây chuyền I là 2% và của dây chuyền II là 3%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy để kiểm tra. Biết sản phẩm này bị lỗi. Tính xác suất để sản phẩm đó là sản phẩm của dây chuyền I (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 4:** Tỷ lệ học sinh tiêm vắc xin phòng bệnh Thủy Đậu trong một trường M là 70%. Trong số những học sinh đã tiêm phòng, tỷ lệ mắc bệnh Thủy Đậu là 4%, còn trong số học sinh chưa tiêm, tỷ lệ mắc bệnh là 20%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh ở trường đó. Biết học sinh đó bị bệnh Thủy Đậu. Tính xác suất học sinh đó không tiêm vắc xin phòng bệnh Thủy Đậu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 5:** Trong một kì thi Tốt nghiệp trung học phổ thông, một trường X có 60% học sinh lựa chọn tổ hợp $D00$ (gồm các môn Toán, Văn, Ngoại ngữ). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp $D00$ thì xác suất để học sinh đó đỗ Đại học là 0,7; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp $D00$ thì xác suất để học sinh đó đỗ Đại học là 0,5. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường X đã Tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ Đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp $D00$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- Câu 6:** Một cuộc thi có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 16 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 20 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn Hạnh lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Phúc lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Phúc lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $100a - 99b$ bằng bao nhiêu?

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập với $P(A) = 0,4, P(B) = 0,45$. Khi đó, $P(A|B)$ bằng:

- A.** 0,4. **B.** 0,45. **C.** 0,3. **D.** 0,18.

Lời giải

Vì A và B là hai biến cố độc lập nên $P(A \cap B) = P(AB) = P(A).P(B) = 0,4.0,45 = \frac{9}{50} = 0,18$.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,18}{0,45} = 0,4.$$

Câu 2: Một mảnh đất chia thành hai khu vườn. Khu A có 150 cây ăn quả, khu B có 200 cây ăn quả. Trong đó, số cây Táo ở khu A và khu B lần lượt là 50 cây và 100 cây. Chọn ngẫu nhiên 1 cây trong mảnh đất. Xác suất cây được chọn là cây Táo, biết rằng cây đó ở Khu B, là:

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Xét các biến cố: E : “Cây chọn được là cây Táo”, F : “Cây chọn được ở khu B”

$$\text{Ta có: } P(E|F) = \frac{n(E \cap F)}{n(F)} = \frac{100}{200} = \frac{1}{2}.$$

Vậy xác suất cây được chọn là cây Táo, biết rằng cây đó ở Khu B, là $\frac{1}{2}$.

Câu 3: Một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 12 viên bi màu đỏ và 8 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Minh lấy 1 viên bi từ hộp sau đó bạn Châu lấy viên bi thứ hai. Tính xác suất để bạn Châu lấy được viên bi màu đỏ.

- A.** $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Xét hai biến cố: A : “Bạn Châu lấy được viên bi màu đỏ”

B : “Bạn Minh lấy được viên bi màu đỏ”

Khi đó ta có:

$$P(B) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}, \quad P(\bar{B}) = 1 - P(B) = \frac{2}{5}, \quad P(A|B) = \frac{11}{19}, \quad P(A|\bar{B}) = \frac{12}{19}$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{11}{19} + \frac{2}{5} \cdot \frac{12}{19} = \frac{3}{5}$$

Câu 4: Để được chọn vào đội tuyển học sinh giỏi môn Toán cấp thành phố, mỗi thí sinh phải vượt qua hai vòng thi. Bạn Hà tham dự cuộc tuyển chọn này. Xác suất để Hà qua được vòng thứ nhất là 0,8. Nếu qua được vòng thứ nhất thì xác suất để Hà qua được vòng thứ hai là 0,7. Xác suất để bạn Hà được chọn vào đội tuyển này là

- A.** 0,06. **B.** 0,24. **C.** 0,56. **D.** 0,875.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Hà qua được vòng thứ nhất” và B là biến cố: “Hà qua được vòng thứ hai”.

Khi đó biến cố: “Hà được chọn vào đội tuyển” là AB .

Ta có $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$.

Câu 5: Một mảnh đất chia thành 2 khu vườn; Khu A có 300 cây ăn quả, khu B có 400 cây ăn quả. Trong đó, số cây cam ở khu A và khu B lần lượt là 200 cây và 250 cây. Chọn ngẫu nhiên 1 cây trong mảnh đất. Xác suất để cây được chọn là cây cam ở khu B là?

- A. $\frac{5}{14}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Xét các biến cố:

M : “Cây được chọn là cây cam”; N : “Cây được chọn ở khu B”.

$$\text{Ta có: } P(M|N) = \frac{n(M \cap N)}{n(N)} = \frac{250}{400} = \frac{5}{8}$$

Vậy xác suất cây được chọn là cây cam ở khu B là $\frac{5}{8}$.

Câu 6: Một hộp chứa 8 bi trắng, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi trắng. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ là?

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{8}{9}$. D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “lần 1 bốc được bi trắng”

Gọi B là biến cố “lần 2 bốc được bi đỏ”

Xác suất lần 2 bốc được bi đỏ khi lần 1 đã bốc được bi trắng là $P(B|A)$

$$\text{Ta có: } P(A) = \frac{8 \cdot 9}{10 \cdot 9} = \frac{4}{5}; \quad P(A \cap B) = \frac{8 \cdot 2}{10 \cdot 9} = \frac{8}{45}$$

$$\text{Do đó: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{8}{45}}{\frac{4}{5}} = \frac{2}{9}.$$

Câu 7: Cho hai biến cố A và B, với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(A)$.

- A. 0,65. B. 0,25. C. 0,55. D. 0,5.

Lời giải

$$\text{Ta có: } P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,8 = 0,2.$$

Công thức xác suất toàn phần

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = 0,8 \cdot 0,7 + 0,2 \cdot 0,45 = 0,65$$

Câu 8: Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?

- A. 15%. B. 26%. C. 29%. D. 31%.

Lời giải

Gọi A là biến cố “người nghiện thuốc lá”, suy ra \bar{A} là biến cố “người không nghiện thuốc lá”

Gọi B là biến cố “người bị bệnh phổi”

Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá

$$\text{Ta có: } P(A) = 0,2; \quad P(B|A) = 0,7; \quad P(\bar{A}) = 0,8; \quad P(B|\bar{A}) = 0,15.$$

Vậy $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,2 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,15 = 0,26$

Do đó, tỉ lệ người mắc bệnh phổi của tỉnh X là 26%.

Câu 9: Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ có đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số?

A. $\frac{5}{16}$.

B. $\frac{9}{16}$.

C. $\frac{7}{16}$.

D. $\frac{8}{16}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”

Gọi B là biến cố “viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra \bar{B} là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”,

Lúc này ta đi tính $P(A)$ theo công thức: $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$

Ta có:

$$P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}; P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}; P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5}; P(A|\bar{B}) = 100\% - 50\% = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16}.$$

Câu 10: Thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo X là 0,2%. Biết rằng nếu một người mắc bệnh hiểm nghèo X thì với xác suất 0,95 cho xét nghiệm dương tính, nếu một người không bị bệnh X thì với xác suất 0,01 cho xét nghiệm dương tính. Ông M đi xét nghiệm bệnh hiểm nghèo X và cho kết quả dương tính. Trước khi tiến hành xét nghiệm thì tỉ lệ mắc bệnh hiểm nghèo của ông X là bao nhiêu?

A. 0,2%

B. 0,95

C. 0,01

D. 0,05

Lời giải

Gọi biến cố A:” Ông M mắc bệnh hiểm nghèo”.

Trước khi tiến hành xét nghiệm thì tỉ lệ mắc bệnh hiểm nghèo của ông X là: $P(A) = 0,2\%$.

Câu 11: Thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo Y là 0,4%. Biết rằng nếu một người mắc bệnh hiểm nghèo Y thì với xác suất 0,94 cho xét nghiệm dương tính, nếu một người không bị bệnh Y thì với xác suất 0,97 cho xét nghiệm âm tính. Bà N đi xét nghiệm bệnh hiểm nghèo Y và cho kết quả âm tính. Trước khi tiến hành xét nghiệm thì tỉ lệ không mắc bệnh hiểm nghèo của bà N là bao nhiêu?

A. 0,4%

B. 0,996

C. 0,01

D. 0,97

Lời giải

Gọi A biến cố:” Bà N mắc bệnh hiểm nghèo”.

Trước khi tiến hành xét nghiệm thì tỉ lệ không mắc bệnh hiểm nghèo của bà N là:

$$P(\bar{A}) = 1 - 0,004 = 0,996.$$

Câu 12: Thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo X là 0,2%. Biết rằng nếu một người mắc bệnh hiểm nghèo X thì với xác suất 0,95 cho xét nghiệm dương tính, nếu một người không bị bệnh X thì với xác suất 0,01 cho xét nghiệm dương tính. Ông M đi xét nghiệm bệnh hiểm nghèo X và cho kết quả dương tính. Khi đó 0,95 là giá trị của đại lượng nào sau đây

A. $P(A)$.

B. $P(B)$.

C. $P(B|A)$.

D. $P(A|B)$.

Lời giải

Gọi biến cố A: "Ông M mắc bệnh hiểm nghèo".

Gọi biến cố B: "Xét nghiệm cho kết quả dương tính".

Khi đó xác suất để ông M có xét nghiệm dương tính mắc bệnh hiểm nghèo X ông X là:

$$P(B|A) = 0,95.$$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Xác suất bạn An chọn được bộ câu hỏi chủ đề tự nhiên là $\frac{5}{9}$

b) Xác suất bạn Bình chọn câu hỏi chủ đề xã hội biết bạn An chọn được chủ đề tự nhiên là $\frac{16}{27}$

c) Xác suất bạn Bình chọn câu hỏi chủ đề xã hội biết bạn An chọn được chủ đề xã hội là $\frac{15}{27}$.

d) Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng $\frac{4}{9}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Xét các biến cố:

A: "Bạn An lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên";

B: "Bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội".

$$\text{Khi đó } P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}, P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{4}{9}$$

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó

$$\text{có 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội, suy ra } P(B|A) = \frac{16}{35}$$

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó

$$\text{có 15 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội, suy ra } P(B|\bar{A}) = \frac{15}{35}$$

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề

$$\text{xã hội là: } P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{5}{9} \cdot \frac{16}{35} + \frac{4}{9} \cdot \frac{15}{35} = \frac{4}{9}$$

Câu 2: Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Xác suất người được chọn không mắc bệnh X là 0,8.

b) Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y biết rằng người đó mắc bệnh X là 0,94.

- c) Xác suất người được chọn không mắc bệnh X biết rằng người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y là 0,06
- d) Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 0,03.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Xét các biến cố:

A: "Người được chọn mắc bệnh X";

B: "Người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y".

Theo giả thiết ta có: $P(A) = 0,002$, $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,998$

Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y biết rằng người đó mắc bệnh X là $P(B|A) = 1$

Xác suất người được chọn không mắc bệnh X biết rằng người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y là $P(B|\bar{A}) = 0,06$

Theo công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,002.1}{0,002.1 + 0,998.0,06} \approx 0,03$$

Vậy nếu người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y thì xác suất bị mắc bệnh X của người đó là khoảng 0,03.

Câu 3: Một thùng chứa 100 quả táo trong đó có 80% số quả táo được dán nhãn, số còn lại không được dán nhãn. Bạn Hoàng lấy ra một quả trong thùng, sau đó bạn Hà lấy ra một quả thứ hai. Gọi A là biến cố "Quả táo bạn Hoàng lấy ra có dán nhãn"; B là biến cố "Quả táo bạn Hà lấy ra có dán nhãn".

a) Số quả táo trong hộp được dán nhãn là 80.

b) $P(A) = \frac{4}{5}$.

c) $P(B|A) = \frac{79}{100}$.

d) $P(B) = \frac{4}{5}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Số quả táo trong thùng được dán nhãn là $100 \times 80\% = 80$ (quả).

Vậy mệnh đề đúng.

b) Ta có $n(\Omega) = 100$; $n(A) = 80 \Rightarrow P(A) = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$.

Vậy mệnh đề đúng.

c) Khi bạn Hoàng đã lấy được quả táo có dán nhãn, thùng còn 99 quả trong đó có 79 được dán nhãn. Vậy $P(B|A) = \frac{79}{99}$.

Vậy mệnh đề sai.

d) Ta cần tính $P(B)$ theo công thức $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$

$$\text{Với } P(A) = \frac{4}{5}; P(\bar{A}) = \frac{1}{5}; P(B|A) = \frac{79}{99}; P(B|\bar{A}) = \frac{80}{99}.$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{4}{5} \cdot \frac{79}{99} + \frac{1}{5} \cdot \frac{80}{99} = \frac{4}{5}.$$

Vậy mệnh đề đúng.

Câu 4: Có hai hộp đựng phiếu thi, mỗi phiếu ghi một câu hỏi. Hộp thứ nhất có 15 phiếu và hộp thứ hai có 9 phiếu. Sinh viên A đi thi chỉ thuộc 10 câu ở hộp thứ nhất và 8 câu ở hộp thứ hai. Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau: (đáp số làm tròn đến 2 chữ số sau dấu phẩy)

a) Thầy giáo rút ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra một phiếu thi, sau đó cho sinh viên A rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ 2 phiếu mà thầy giáo đã rút. Xác suất để sinh viên A trả lời được câu hỏi trong phiếu là 0,78.

b) Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho sinh viên A rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ hai. Xác suất để sinh viên trả lời được câu hỏi trong phiếu là 0,73.

c) Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 2 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho sinh viên A rút ngẫu nhiên ra 2 phiếu từ hộp thứ hai, xác suất để sinh viên đó rút được hai câu thuộc là 0,62.

d) Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho sinh viên A rút ngẫu nhiên ra 2 phiếu từ hộp thứ hai, xác suất để sinh viên đó rút được hai câu thuộc là 0,83.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Đúng

Gọi A_1 là biến cố sinh viên rút ra được phiếu thuộc hộp 1.

A_2 là biến cố sinh viên rút ra được phiếu thuộc hộp 2.

A là biến cố sinh viên rút ra 1 câu thuộc, khi đó:

$$A = (A_1 \cap A) \cup (A_2 \cap A) \Rightarrow P(A) = P(A_1).P(A|A_1) + P(A_2).P(A|A_2).$$

Ta có:

$$P(A_1) = \frac{1}{2}; P(A_2) = \frac{1}{2}$$

$$P(A|A_1) = \frac{C_{10}^1}{C_{15}^1} = \frac{2}{3}; P(A|A_2) = \frac{C_8^1}{C_9^1} = \frac{8}{9}$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{7}{9} \approx 0,78.$$

b) Sai

Gọi B_1 là biến cố thầy giáo rút 1 câu thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2, khi đó hộp 2 có 9 câu thuộc và 1 câu không thuộc.

Gọi B_2 là biến cố thầy giáo rút 1 câu không thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2, khi đó hộp 2 có 8 câu thuộc và 2 câu không thuộc.

Gọi B là biến cố sinh viên rút ra 1 câu thuộc, khi đó:

$$B = (B_1 \cap B) \cup (B_2 \cap B) \Rightarrow P(B) = P(B_1).P(B|B_1) + P(B_2).P(B|B_2).$$

Ta có:

$$P(B_1) = \frac{C_{10}^1}{C_{15}^1} = \frac{2}{3}; P(B_2) = \frac{C_5^1}{C_{15}^1} = \frac{1}{3}$$

$$P(B|B_1) = \frac{C_9^1}{C_{10}^1} = \frac{9}{10}; P(B|B_2) = \frac{C_8^1}{C_{10}^1} = \frac{4}{5}$$

Vậy $P(B) \approx 0,94$.

c) Sai

Gọi C_1 là biến cố thầy giáo rút 2 câu thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2, khi đó hộp 2 có 10 câu thuộc và 1 câu không thuộc.

Gọi C_2 là biến cố thầy giáo rút 1 câu thuộc và 1 câu không thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2, khi đó hộp 2 có 9 câu thuộc và 2 câu không thuộc.

Gọi C_3 là biến cố thầy giáo rút 2 câu không thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2, khi đó hộp 2 có 8 câu thuộc và 3 câu không thuộc.

Gọi C là biến cố sinh viên rút ra 2 câu thuộc, khi đó:

$$C = (C_1 \cap C) \cup (C_2 \cap C) \cup (C_3 \cap C) \Rightarrow P(C) = P(C_1) \cdot P(C|C_1) + P(C_2) \cdot P(C|C_2) + P(C_3) \cdot P(C|C_3)$$

$$\text{Ta có: } P(C_1) = \frac{C_{10}^2}{C_{15}^2} = \frac{3}{7}; P(C_2) = \frac{C_5^1 \cdot C_{10}^1}{C_{15}^2} = \frac{10}{21}; P(C_3) = \frac{C_5^2}{C_{15}^2} = \frac{2}{21}$$

$$P(C|C_1) = \frac{C_{10}^2}{C_{11}^2} = \frac{9}{11}; P(C|C_2) = \frac{C_9^2}{C_{11}^2} = \frac{12}{35}; P(C|C_3) = \frac{C_8^2}{C_{11}^2} = \frac{3}{55}$$

Vậy $P(C) \approx 0,52$.

d) Sai

Gọi D_1 là biến cố thầy giáo rút 1 câu thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2, khi đó hộp 2 có 9 câu thuộc và 1 câu không thuộc.

Gọi D_2 là biến cố thầy giáo rút 1 câu không thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2, khi đó hộp 2 có 8 câu thuộc và 2 câu không thuộc.

Gọi D là biến cố sinh viên rút ra 2 câu thuộc, khi đó:

$$D = (D_1 \cap D) \cup (D_2 \cap D) \Rightarrow P(D) = P(D_1) \cdot P(D|D_1) + P(D_2) \cdot P(D|D_2).$$

$$\text{Ta có: } P(D_1) = \frac{C_{10}^1}{C_{15}^1} = \frac{2}{3}; P(D_2) = \frac{C_5^1}{C_{15}^1} = \frac{1}{3}$$

$$P(D|D_1) = \frac{C_9^2}{C_{10}^2} = \frac{4}{5}; P(D|D_2) = \frac{C_8^2}{C_{10}^2} = \frac{28}{45}.$$

Vậy $P(D) \approx 0,74$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một nhóm 25 học sinh, trong đó có 14 học khá môn Toán, 16 em học khá môn Vật lí, 1 em không học khá cả hai môn Toán và môn Vật lí. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong số đó. Tính xác suất để học sinh đó học khá môn Toán, biết rằng học sinh đó học khá môn Vật lí (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,38

Gọi A là biến cố: “Học sinh đó học khá môn Toán”.

B là biến cố: “Học sinh đó học khá môn Vật lí”.

$$\text{Ta có : } P(A) = \frac{14}{25}, P(B) = \frac{16}{25}; P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{1}{25}.$$

$$\text{Tính } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

$$\text{Ta có } P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - \frac{1}{25} = \frac{24}{25}.$$

$$\text{Mà } P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{14}{25} + \frac{16}{25} - \frac{24}{25} = \frac{6}{25}.$$

$$\text{Suy ra } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{6}{16} \approx 0,38.$$

Câu 2: Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 0,5

Gọi A là biến cố “người đó mắc bệnh”.

Gọi B là biến cố “kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”.

$$\text{Ta cần tính } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}.$$

Ta có:

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là $P(A) = 1\% = 0,01$.

Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra là $P(\bar{A}) = 1 - 0,01 = 0,99$.

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là $P(B|A) = 99\% = 0,99$.

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$.

$$\text{Suy ra } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,01.0,99}{0,01.0,99 + 0,99.0,01} = 0,5$$

Xác suất để người đó mắc bệnh nếu kết quả kiểm tra người đó là dương tính là 0,5.

Câu 3: Một nhà máy có hai dây chuyền sản xuất I và II . Dây chuyền I sản xuất 70% số sản phẩm và dây chuyền II sản xuất 30% số sản phẩm. Tỷ lệ sản phẩm lỗi của dây chuyền I là 2% và của dây chuyền II là 3%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy để kiểm tra. Biết sản phẩm này bị lỗi. Tính xác suất để sản phẩm đó là sản phẩm của dây chuyền I (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,61

Gọi A là biến cố “Sản phẩm bị lỗi” và B là biến cố “Sản phẩm lấy ra từ dây chuyền I ”.

Do dây chuyền I sản xuất 70% số sản phẩm và dây chuyền II sản xuất 30% số sản phẩm nên

$$P(B) = 0,7 \text{ và } P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,7 = 0,3.$$

Do tỷ lệ sản phẩm lỗi của dây chuyền I là 2% và của dây chuyền II là 3% nên

$$P(A|B) = 0,02 \text{ và } P(A|\bar{B}) = 0,03.$$

Xác suất để sản phẩm lấy ra bị lỗi là

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,7 \cdot 0,02 + 0,3 \cdot 0,03 = 0,023.$$

Xác suất sản phẩm lấy ra do dây chuyền I sản xuất là

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,7 \cdot 0,02}{0,023} = \frac{14}{23} \approx 0,61.$$

Câu 4: Tỷ lệ học sinh tiêm vắc xin phòng bệnh Thủy Đậu trong một trường M là 70%. Trong số những học sinh đã tiêm phòng, tỷ lệ mắc bệnh Thủy Đậu là 4%, còn trong số học sinh chưa tiêm, tỷ lệ mắc bệnh là 20%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh ở trường đó. Biết học sinh đó bị bệnh Thủy Đậu. Tính xác suất học sinh đó không tiêm vắc xin phòng bệnh Thủy Đậu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,68

Gọi A là biến cố “Gặp học sinh mắc bệnh Thủy Đậu” và B là biến cố “Gặp học sinh đã tiêm vắc xin phòng bệnh Thủy Đậu”.

Tỷ lệ học sinh tiêm vắc xin phòng bệnh Thủy Đậu trong một trường M là 70% nên

$$P(B) = 0,7 \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,7 = 0,3.$$

Trong số những học sinh đã tiêm phòng, tỷ lệ mắc bệnh Thủy Đậu là 4% còn trong số học sinh chưa tiêm, tỷ lệ mắc bệnh là 20% nên

$$P(A|B) = 0,04 \text{ và } P(A|\bar{B}) = 0,2.$$

Xác suất gặp học sinh bị bệnh Thủy Đậu là

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,7 \cdot 0,04 + 0,3 \cdot 0,2 = 0,088.$$

Xác suất học sinh đó không tiêm vắc xin phòng bệnh Thủy Đậu là

$$P(\bar{B}|A) = \frac{P(\bar{B})P(A|\bar{B})}{P(A)} = \frac{0,3 \cdot 0,2}{0,088} = \frac{15}{22} \approx 0,68.$$

Câu 5: Trong một kì thi Tốt nghiệp trung học phổ thông, một trường X có 60% học sinh lựa chọn tổ hợp $D00$ (gồm các môn Toán, Văn, Ngoại ngữ). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp $D00$ thì xác suất để học sinh đó đỗ Đại học là 0,7; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp $D00$ thì xác suất để học sinh đó đỗ Đại học là 0,5. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường X đã Tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ Đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp $D00$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,68

Phân giải chi tiết

Gọi A là biến cố: "Học sinh đó chọn tổ hợp $D00$ "; B là biến cố: "Học sinh đó đỗ Đại học".

Ta cần tính $P(A|B)$. Theo công thức Bayes, ta cần biết: $P(A), P(\bar{A}), P(B|A)$ và $P(B|\bar{A})$.

Ta có:

$$P(A) = 0,6; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,6 = 0,4.$$

$P(B|A)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp D00

$$\Rightarrow P(B|A) = 0,7$$

$P(B|\bar{A})$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó không chọn tổ hợp

$$D00 \text{ là } P(B|\bar{A}) = 0,5$$

Thay vào công thức Bayes ta được:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{0,6 \cdot 0,7}{0,6 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,5} \approx 0,68.$$

Câu 6: Một cuộc thi có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 16 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 20 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn Hạnh lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Phúc lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Phúc lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $100a - 99b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: -491

Phân giải chi tiết

Xét các biến cố:

A: "Bạn Hạnh lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội";

B: "Bạn Phúc lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên".

$$\text{Khi đó, } P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}.$$

Nếu bạn Hạnh chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 16 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên, suy ra $P(B|A) = \frac{16}{35}$.

Nếu bạn Hạnh chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 15 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên, suy ra $P(B|\bar{A}) = \frac{15}{35}$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất bạn Phúc lấy được bộ câu hỏi về chủ đề

$$\text{tự nhiên là: } P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{5}{9} \cdot \frac{16}{35} + \frac{4}{9} \cdot \frac{15}{35} = \frac{4}{9}.$$

Suy ra $a = 4, b = 9$ và $100a - 99b = -491$.