

Мета роботи: Ознайомитись із особливостями чисельного розв’язування нелінійних рівнянь популярним методом ділення навпіл (МДН) інтервалу локалізації одного кореня рівняння.

Термінологія

- $a*x*x + b*x + c$ – вираз. Тут: a x b c – **операнди** певних типів даних (можливо – різних), $*$ $+$ – **операції**.
- **Результатом** виконання операцій над операндами є **значення** деякого типу. Тип цього значення компілятор однозначно визначає на основі типів операндів.
- $y = a*x*x + b*x + c$ – **функціональна залежність** $y = f(x)$. Шляхом табулювання функції $f(x)$, можна побудувати її графік.
- $y = a*x*x + b*x + c$; – **оператор**.
- $a*x*x + b*x + c = 0$ – **рівняння**. x – **невідоме**.
- **Корінь** рівняння – значення невідомого, підстановка якого у рівняння перетворює його на тотожність: $0 = 0$, тобто значення виразу, що стоїть у лівій частині рівняння стає рівним 0 .
- **Розв’язок** рівняння – множина його коренів.

Постановка задачі

Необхідно розв’язати нелінійне рівняння:

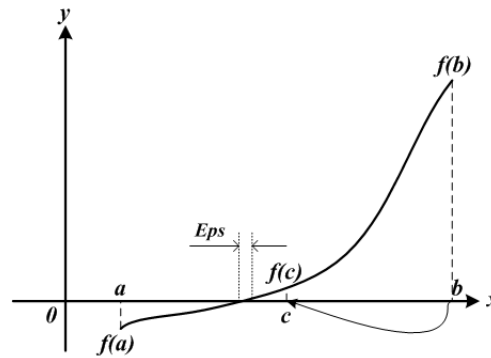
$$f(x) = 0, \quad (1)$$

тобто знайти такі значення невідомого x , за яких рівняння (1) перетворюється на тотожність.

Нелінійні рівняння бувають **алгебричними** і **трансцендентними**.

Рівняння (1) може мати безліч розв’язків. Множину значень змінної $\{x\}$, для якої рівняння (1) є тотожністю, називають **розв’язком** рівняння. Кожне значення з цієї множини називають **коренем** рівняння.

МДН – універсальний метод чисельного розв’язання задачі про знаходження кореня нелінійного рівняння. Він є хоч і відносно повільний, проте завжди приводить до шуканого результату. Його у літературі ще називають “методом бісекцій” або “методом дихотомії” або “методом вилки”. Метод дозволяє знайти тільки один із коренів рівняння.



Графічна ілюстрація МДН

Задача про розв’язання рівняння (1) налічує **два етапи**:

1. Локалізація коренів, тобто визначення інтервалів на осі $0x$, на кожному з яких існує тільки один корінь. Наближені межі цих інтервалів обчислюють шляхом табулювання функції. Довжину кроку табулювання підбирають інтуїтивно. За великого кроку є небезпека “проскочити” корінь. Надто малий крок збільшує трудомісткість процесу.
2. Обчислення із певною точністю кореня, розташованого на заданому інтервалі.

Алгоритм розв’язання задачі (1) методом половинного ділення, якщо значення меж a і b одного з інтервалів локалізації кореня є відомі:

- Описуємо Pascal-функцію, яка відповідає рівнянню (1).
- Задаємо інтервал $[a, b]$, на якому імовірно існує тільки один корінь рівняння, і точність **Eps** обчислення значення кореня.
- Перевіряємо, чи виконується умова:

$$f(a) * f(b) < 0, \quad (2)$$

тобто чи шуканий корінь справді є в середині інтервалу $[a, b]$.

- Якщо умова (2) не виконується, друкуємо повідомлення про відсутність кореня на заданому інтервалі.
- Якщо умову (2) виконано, визначаємо середину інтервалу $[a, b]$, тобто точку $c = (a + b) / 2$, і перевіряємо умову: $f(a) * f(c) < 0$.
- Якщо вона виконується, то праву межу інтервалу переносимо в середню точку – шляхом присвоєння ($b := c$). У протилежному випадку, в точку c переносимо ліву межу ($a := c$).
- Поділ уточненого інтервалу навпіл і перенесення однієї із меж інтервалу продовжуємо доти, доки не виконається умова: $|b - a| < \text{Eps}$.
- Друкуємо обчислене наближене значення кореня c .

Завдання

1. Написати консольну програму, що реалізує алгоритм, який подано вище. Для цього необхідно обрати і запрограмувати у вигляді функції деяке нелінійне рівняння.

Наприклад, для рівняння $x^2 - 4 = 0$ Pascal-функція матиме вигляд:

```
Function f(x: Real): Real;
Begin
  f := x * x - 4
End;
```

2. Передбачити у програмі перевірку граничних умов: якщо ліва або права межа інтервалу або його середина знаходиться дуже близько до шуканого кореня, то поділи інтервалу припиняємо і друкуємо наближене значення кореня.
3. Передбачити у програмі лічильник кількості поділів навпіл інтервалу $[a, b]$ і, після знаходження кореня, виведення на екран значення цього лічильника.
4. Написати електронний звіт та захистити у викладача роботу, пояснивши суть МДН, алгоритм розв’язання задачі і кожен оператор програмної реалізації алгоритму.

Додаткові завдання

1. Запрограмувати, перед початком роботи методу ділення навпіл, табулювання функції $y = f(x)$ і визначення, за результатами табулювання, інтервалу локалізації одного із коренів рівняння (1). Межі цього інтервалу використати як початкові умови для МДН.
2. Написати віконну програму, яка реалізує алгоритм, який подано вище.

Література

Хвищун І.О. Програмування і математичне моделювання: Підручник. – К.: Видавничий дім “Ін Юре”, 2007. – 544 с.