HW12

ch10.10

> 已知图G 的基本关联矩阵为:

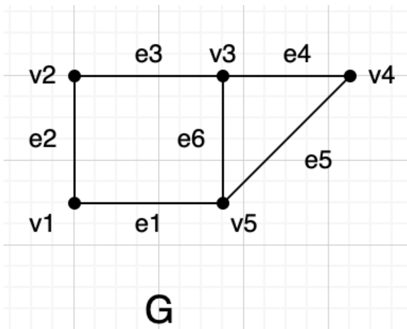
$$B_f(G) == \begin{pmatrix} 1\,1\,0\,0\,0\,0 \\ 0\,1\,1\,0\,0\,0 \\ 0\,0\,1\,1\,0\,1 \\ 0\,0\,0\,1\,1\,0 \end{pmatrix}$$

> 求G的基本圈矩阵$C_f(G)$,和基本割集矩阵 $S_f(G)$

由$B_f(G)$ 得

$$B(G) == \begin{array}{c} \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

图G 如下:



得$C_f(G)$

$$C_f(G) = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} e_3 & e_4 & e_1 & e_2 & e_5 & e_6 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

根据公式$G_f(G) = (I_{\varepsilon-\nu+1} : C_{12}),\quad S_f(G) = (S_{11} : I_{\nu-1}),\ S_{11} = C_{12}^T$ 得

$$S_f(G) = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} e_3 & e_4 & e_1 & e_2 & e_5 & e_6 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

ch10.12

> 画出图10.26 中的每棵生成树。

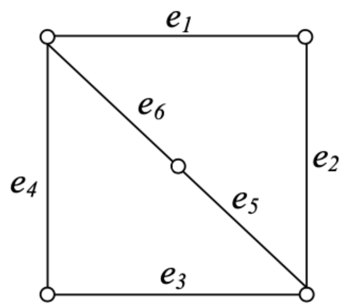
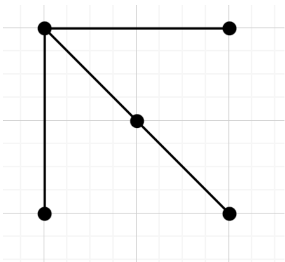
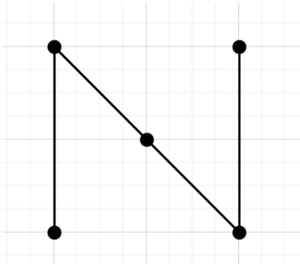
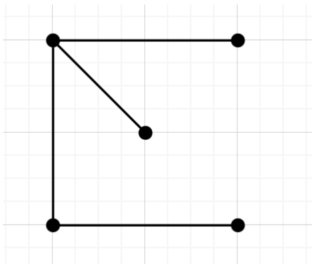


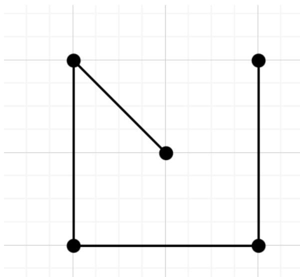
图 10.26: 习题11的图

考虑对称性，只列出如下四种结构。









ch10.18

> $T1$ 与T_2 是G 的两颗生成树，相应的基本圈矩阵分别为$C_f^{(1)}(G)$ 与$C_f^{(2)}(G)$。
>
> 证明：$C_f^{(2)}(G)$ 可以由$C_f^{(1)}(G)$ 通过初等变换得出

证明：

设$C_f^{(2)}(G) = (C_{21}, C_{22}, \cdots C_{2(v-1)})^T$, $C_f^{(1)}(G) = (C_{11}, C_{12}, \cdots C_{1(v-1)})^T$

$C_f^{(1)}(G)$ 为基本圈矩阵，则圈空间中的任意向量可以由$\{C_{11}, C_{12}, \cdots C_{1(v-1)}\}$ 线性表示。

$C_f^{(2)}(G)$ 为基本圈矩阵，则向量$\{C_{21}, C_{22}, \cdots C_{2(v-1)}\}$ 均为圈空间中的向量。

所以，对所有的$1 \leq i \leq v-1$ 都有 $a_i = (a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{i(v-1)}), a_{ij} \in F_2$ ，使得

$C_{2i} = a_{i1} * C_{11} + a_{i2} * C_{12} + \cdots + a_{i(v-1)} C_{1(v-1)} = a_i * C_f^{(1)}(G)$ ，

令$A=(a_1,a_2,\cdots,\ a_{v-1})^T$, 则 $C_f^{(2)}(G)=A*C_f^{(1)}(G)$

即$C_f^{(2)}(G)$ 可以由$C_f^{(1)}(G)$ 通过初等变换得出

ch10.13

> 已知开关函数f_{ab}， 画出相应的简单开关网络。
>
> （1） $f(a,b)=x_1x_3+x_1x_2x_5+x_2x_3x_4+x_4x_5$

- 第一步写出$f(a,b)$ 各项对应向量为行组成的矩阵。

$$M(a,b)=\begin{array}{c}\begin{matrix}x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5\end{matrix}\\ \begin{pmatrix}1 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1\end{pmatrix}\end{array}$$

- 第二步记$x_0=ab$ 写出$G+x_0$ 中含x_0 的圈向量构成的矩阵

$$C_1(a,b)=\begin{array}{c}\begin{matrix}x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_0\end{matrix}\\ \begin{pmatrix}1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1\end{pmatrix}\end{array}$$

- 第三步，在F_2 域内化简上式。

$$\bar{C}_1(a,b)=\begin{array}{c}\begin{matrix}x_1 & x_2 & x_4 & x_3 & x_5 & x_0\end{matrix}\\ \begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\end{array}$$

  用他的前三行构成$G+x_0$ 的基本圈矩阵 。分析得 $\varepsilon=6, 6-\nu+1=3$, 即$\nu=4$

- 第四步，利用推论10.1， 推出 $S_f(G+x_0) $

$$S_f(G+x_0)=\begin{array}{c}\begin{matrix}x_1 & x_2 & x_4 & x_3 & x_5 & x_0\end{matrix}\\ \begin{pmatrix}1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\end{array}$$

- 第五步，由$S_f(G+x_0) $ 求出$B_f(G+x_0)$，因为$B_f(G+x_0)$ 中的每个行向量，都是断集空间中的向量。

$$B_f(G+x_0) = \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_4 & x_3 & x_5 & x_0 \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

- 第六步，由$B_f(G+x_0)$ 求出$B_f(G+x_0)$ 。

$$B(G+x_0) = \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_4 & x_3 & x_5 & x_0 \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

- 画出开关网络