数学分析 B2 第一次作业

8.1.3 均不成立

8.1.5 略

8.1.6 解: 由 $0 = (\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c})^2 = |\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2 + |\mathbf{c}|^2 + 2(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} + \mathbf{c} \cdot \mathbf{a})$, 得 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} + \mathbf{c} \cdot \mathbf{a} = -\frac{1}{2}(|\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2 + |\mathbf{c}|^2) = -\frac{3}{2}$.

8.1.7 解: 由垂直得

$$\begin{cases} (\mathbf{a} + 3\mathbf{b}) \cdot (7\mathbf{a} - 5\mathbf{b}) = 0, \\ (\mathbf{a} - 4\mathbf{b}) \cdot (7\mathbf{a} - 2\mathbf{b}) = 0. \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} 7|\mathbf{a}|^2 - 15|\mathbf{b}|^2 + 16\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0, & (1) \\ 7|\mathbf{a}|^2 + 8|\mathbf{b}|^2 - 30\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0. & (2) \end{cases}$$

 $(1) \times 15 + (2) \times 8$ 得 $|\mathbf{a}|^2 = |\mathbf{b}|^2$, 即 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$. 所以

$$\theta(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}||\mathbf{b}|} = -\frac{7|\mathbf{a}|^2 - 15|\mathbf{b}|^2}{16|\mathbf{a}||\mathbf{b}|} = \frac{1}{2}.$$

所以 $\theta(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{\pi}{3}$.

8.1.8 (2) $\Re: |(3\mathbf{a} - \mathbf{b}) \times (\mathbf{a} - 2\mathbf{b})| = |-6\mathbf{a} \times \mathbf{b} - \mathbf{b} \times \mathbf{a}| = 5|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = 60.$

8.1.10 略

8.1.12 略

8.1.19 (2)7, (4)9.

8.1.20 $\frac{5}{21}$

8.1.23 14

8.1.27 略

8.1.28 $5\sqrt{2}, \sqrt{34}, \sqrt{41}, 5.$