## 数学分析 B2 第五次作业

**9.3.4** (1)$\mathrm{d}z=-\frac{\sin 2x}{\sin 2z}\mathrm{d}x-\frac{\sin 2y}{\sin 2z}\mathrm{d}y$.

(4)$\mathrm{d}z=\frac{F_3-F_1}{F_3-F_2}\mathrm{d}x+\frac{F_1-F_2}{F_3-F_2}\mathrm{d}y$.

**9.3.5** 略.

**9.3.8** $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}=2x+2y\frac{2x-y}{x-2y}=\frac{2x^2-2y^2}{x-2y}$, $\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}x^2}=2-\frac{6y^2}{(x-2y)^2}+\frac{4}{(x-2y)^2}\frac{2x-y}{x-2y}$. 化简方式较多, 自行检验算得对不对.

**9.3.10** $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}z}=\frac{y-z}{x-y}, \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}z}=\frac{x-z}{y-x}$.

**9.3.11** (3) 对 $x$ 求偏导得 $u_x=(u+u_xx)f_1+v_xf_2, v_x=(u_x-1)g_1+2vv_xyg_2$. 对 $y$ 求偏导得 $u_y=u_yxf_1+(v_y+1)f_2, v_y=u_yg_1+(2vv_yy+v^2)g_2$. 整理得

$$\begin{pmatrix}1-xf_1 & -f_2\\ g_1 & 2vyg_2-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u_x & u_y\\ v_x & v_y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}uf_1 & f_2\\ g_1 & -v^2g_2\end{pmatrix}$$

所以

$$\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}=\begin{vmatrix}uf_1 & f_2\\ g_1 & -v^2g_2\end{vmatrix}\begin{vmatrix}1-xf_1 & -f_2\\ g_1 & 2vyg_2-1\end{vmatrix}^{-1}=\frac{-uv^2f_1g_2-g_1f_2}{(1-xf_1)(2vyg_2-1)+g_1f_2}$$

**9.3.15** 对 $x$ 求偏导得 $F_x+F_uu_x+F_vv_x=0, G_x+G_uu_x+G_vv_x=0$, 解得 $u_x=-\frac{F_xG_v-F_vG_x}{F_uG_v-G_uF_v}=-\frac{\partial(F,G)}{\partial(x,v)}/\frac{\partial(F,G)}{\partial(u,v)}$. 其余几项同理.

**9.4.1** $\mathbf{r}'(t)=(a\cos t,a\sin t,2bt), \mathbf{r}''(t)=(-a\sin t,a\cos t,2b)$.

**9.4.4** 是简单曲线也是光滑曲线. 切线方程 $\frac{x-\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{2}$. 法平面方程 $\frac{1}{4}x-y+2z-\frac{1}{8}=0$.

**9.4.7** $\theta=\arccos\frac{F_xG_x+F_yG_y}{\sqrt{F_x^2+F_y^2}\sqrt{G_x^2+G_y^2}}$.

**9.4.11** $x+4y+6z-21=0$ 或 $x+2z-7=0$.

**9.4.14** 略.

**9.4.17** (1) 切线 $\frac{x-1}{-12}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-4}{-3}$. 法平面 $12x-4y+3z-12=0$.

**9.4.18** $pu+qv-t^2=0$ 对 $u$ 求偏导得 $t_u=\frac{p}{2t}$, 同理 $s_v=\frac{p}{2s}$. 两式对 $t$ 求偏导得 $pu_t+qv_t-2t=0, qu_t+pv_t=0$, 解得 $u_t=\frac{2pt}{p^2-q^2}$, 同理得 $v_s=\frac{2ps}{p^2-q^2}$. 由此得证.