数学分析 B2 第八次作业

10.4.1 (2)$\frac{n^2}{4}+\frac{n}{12}$.

10.4.2 $\frac{\prod\limits_{i=1}^{n} a_i}{n!}$

10.4.3 可以用数学归纳法.

ch10.1 记 $D_1=\{(x,y)|x^2+y^2\le 4, x^2-y^2+2>0\}, D_2=\{(x,y)|x^2+y^2\le 4, x^2-y^2+2<0\}$. 则 $S(D_1)+S(D_2)=S(D)=4\pi$. 所求积分为 $S(D_1)-S(D_2)=S(D)-2S(D_2)$. 画图可知 $S(D_2)=2\int_{-1}^{1}(\sqrt{4-x^2}-\sqrt{x^2+2})\mathrm{d}x=\frac{4}{3}(\pi-3\sinh^{-1}(\frac{1}{\sqrt{2}}))$. 所以所求积分为 $\frac{4}{3}\pi+8\sinh^{-1}(\frac{1}{\sqrt{2}})=\frac{4}{3}\pi+4\ln(2+\sqrt{3})$.

ch10.3 (2)$\frac{1}{2}\ln\frac{(b+1)^2+1}{(a+1)^2+1}$.

ch10.12 注意到等式两边的积分区域均为 $\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)|a\le x_n\le x_{n-1}\le\cdots\le x_1\le b\}$.

ch10.7 作代换 $t=xy, m=x$.

ch10.10 用 N-L 公式和 Cauchy 不等式.

11.1.1 (2)5.

(3)$a\ln(1+\sqrt{2})$.

11.1.2 (2)$\frac{8\sqrt{2}\pi^3 a}{3}$.

(5)$2\sqrt{2}\pi^2+\frac{3}{2}$.

(9)$\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

11.2.1 (6)8π.

(7)$\pi(a\sqrt{a^2+h^2}+h^2\ln|\frac{a+\sqrt{a^2+h^2}}{h}|)$

11.2.2 (2)$\frac{\sqrt{3}}{120}$.

(4)$\frac{64\sqrt{2}}{15}a^4$.

(6)$2\pi\arctan\frac{H}{R}$.

11.2.3 (2)πa^3.

11.2.4 略.

11.3.1 (1)$\frac{4}{3}$.

(2)0.

(6)$-2\sqrt{2}\pi$.

11.3.2 0.

11.3.4 (1)-12.

(3)0.

(6)$\frac{\pi m a^2}{8}$.

11.3.5 (1)$\frac{3\pi a^2}{8}$.

(2)$3\pi a^2$.

11.3.6 (1)$-\pi$.

(2)$-\pi$.