ch9 7

> 在图*9.16*所示的网络中，除了边有容量外，*s*和*t*没有容量，而其余的顶点都有容量。求此网络的最大流。

设 d -> t 的容量为x

找到可增载轨道 s -> a -> b -> t, 增加载流2

找到可增载轨道 s -> e -> a -> b -> f -> t, 增加载流2

找到可增载轨道 s -> c -> f -> t, 增加载流2

找到可增载轨道 s -> a -> d -> t, 增加载流min(x, 1)

找到可增载轨道 s -> e -> d -> t, 增加载流min(3, max(x - 1, 0))

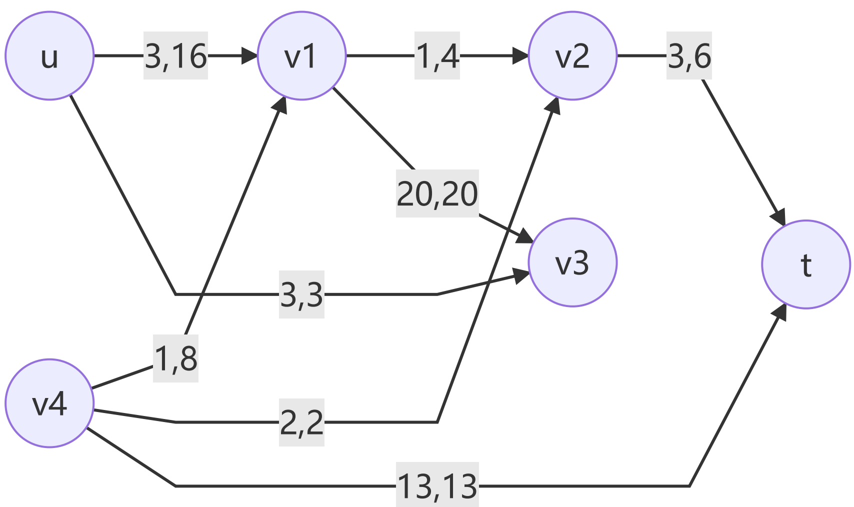
最大流Val(f*) = 6 + min(4, x)

(也可以对x < 4, 4 <= x < 5, x >= 5 的情况进行分类讨论)

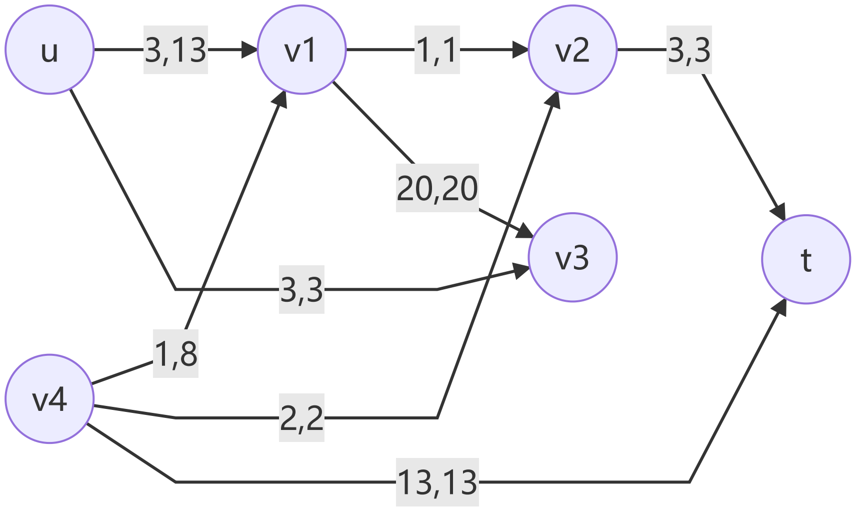
ch9 11

> 在第*2*题中，若边上标的数字是容量下界，上界均为正无穷。求该网络的最小流函数。

任取一可行流如下



减载得



最小流为16

ch9 12

> 给定容量上有上下界的网络N的顶点子集V'，记$\alpha(V')$为D中头在V'中，尾在V(D) - V'的边集合，记$\beta(V')$为D中尾在V'中，头在V(D) - V'的边集合。若$\Sigma_{e\in\alpha(V')}c(e)-\Sigma_{e\in\beta(V')}b(e)<0$，则称V'冒出流；若$\Sigma_{e\in\alpha(V')}c(e)-\Sigma_{e\in\beta(V')}b(e)>0$，则称V'漏掉流。证明：容量有上下界的网络没有可行流，当且仅当存在一个一个顶点子集$V'\subseteq V(D)-\{s,t\}$，使得V'冒出流，或者V'漏掉流

证明：
充分性：

如果存在一个顶点子集$V'\subseteq V(D)-\{s,t\}$使得需要V'冒出流，对于集合V'来说，$\Sigma_{e\in\alpha(V')}c(e)-\Sigma_{e\in\beta(V')}b(e)<0$，假设所有流向V'的边都满载，由于容量有上下界，所以V'流出的流量至少是$\Sigma_{e\in\beta(V')}b(e)$，则V'无法满足流入=流出，故原网络没有可行流。

如果存在一个顶点子集$V'\subseteq V(D)-\{s,t\}$使得需要V'漏掉流，对于集合V'来说，$\Sigma_{e\in\alpha(V')}c(e)-\Sigma_{e\in\beta(V')}b(e)>0$，假设所有V'流出的边都满载，由于容量有上下界，所以流入的流量至多是$\Sigma_{e\in\alpha(V')}c(e)$，则V'无法满足流入=流出，故原网络没有可行流。

必要性：

若N有可行流，则其伴随网络N'有最大流f，f'(e) + b(e) 是N的一个可行流。故对任意$V'\subseteq V(D)-\{s,t\}$，均有$\Sigma_{e\in\alpha(V')}c(e)-\Sigma_{e\in\beta(V')}b(e)\geq\Sigma_{e\in\beta(V')}f'(e)\geq 0$，故不需V'冒出流。同理可得不需V'漏掉流。

ch10 1

> 给出图10.25中图G的一棵生成树T，求出G关于T的一组基本圈组和圈空间的所有向量，并给出图示

基本圈组

{e1, e2, e3}

{e3, e4, e5}

{e4, e6, e7}

{e3, e4, e7, e8}

圈空间的所有向量

(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)

(0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1)

(0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)

(0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1)

(0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1)

(0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0)

(0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1)

(0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0)

(1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1)

(1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0)

(1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1)

(1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0)

(1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0)

(1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1)

(1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0)

(1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1)

图示略

ch10 4

> 证明：*G*是欧拉图，当且仅当任给*S* ∈ *S(G)*，*S*中非零分量有偶数个

充分性：

对任给S ∈ S(G)，S中非零分量有偶数个，说明对断集中任意顶点v的度数为偶数，故G为欧拉图

必要性：

对 ∀ V' ⊂ V, V'' = V - V', 且V’ 和 V‘’ 均不为空

设V‘ 中有 e 条边，则断集中的边数为$\Sigma_{v\in V'}deg(v) - 2e$

已知欧拉图中每一个顶点的度数为偶数，故断集中的边数为偶数

故对任意S ∈ S(G)，S中非零分量有偶数个