

中国科学技术大学数学科学学院  
2016—2017 学年第一学期考试试卷

☒ A 卷                      ☐ B 卷

课程名称 复变函数 (B)                      课程编号 001548  
考试时间 2016 年 11 月                      考试形式 闭卷  
姓名                                           学号                                           学院                     

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

一 基础知识 (共 36 分)

1) 求下列各值

(1)  $(1+i)(3+4i)$ ,                      (2)  $\sin(2+i)$

2) 解下面方程

(1)  $z^4 - 4 = 0$ ,                      (2)  $\cos z = 3$

3) 设  $f(z) = \frac{z^2}{1-2z}$ , 把  $f(z)$  在  $z=0$  展开成幂级数, 并指出收敛半径.

4) 设  $f(z) = \frac{1}{(z+1)^2(z-2)}$ , 把  $f(z)$  在  $|1+i| < |z-i| < |2-i|$  处展成罗朗级数.

5) 判断方程  $z^5 + 6z + 2 = 0$  在  $1 < |z| < 2$  的根的个数, 并说明理由.

6) 解析函数  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ , 满足  $u + v = (x + y)(2x - 2y + 1)$ ,  $f(1) = 2 + i$ , 求函数  $f(z)$ .

二 计算积分 (共 42 分)

(1)  $\int_0^i (z^2 + \cos 2z) dz$ ,                      (2)  $\int_{|z|=5} \frac{e^{iz}}{z^2 + 4} dz$ ,

(3)  $\int_{|z|=3} \frac{|dz|}{2 + |z-1|^2}$ ,                      (4)  $\int_{|z-i|=3} \frac{dz}{z(e^{2z} - 1)}$ ,

(5)  $\int_{|z|=1} \left( \frac{1}{z^2} + 2z^2 \right) e^{\frac{z}{z-3}} dz$ ,                      (6)  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{8 + 2 \cos \theta}$ ,

(7)  $\int_0^{+\infty} \frac{1 - \cos x}{x^2(x^2 + 9)} dx$

三(10 分) 利用拉普拉斯变换解微分方程:

$$\begin{cases} y'' + 3y = 13t, \\ y(0) = 0, y'(0) = 0. \end{cases}$$

四(6 分) 设  $f(z)$  在  $z = 0$  解析,  $f(0) = 1, f'(0) = 2, f''(0) = 3$  求

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{|z|=\rho} \frac{1}{(f(z) - 1)^2} dz$$

五(6 分) 已知  $f(z)$  在不包含无穷远点的复平面上处处解析, 并且成立:  $\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{f(z)}{z^{2016}} = 0$ ,  
求证:  $f^{(2016)}(z) = 0$ .