

# Sprawozdanie z Ćwiczenia 2 z WSI

Adam Szostek nr. indeksu 331443

6 listopada 2024

## 1 Opis implementowanego algorytmu

Implementowany algorytm to strategia ewolucyjna ES(1+1) z regułą 1/5 sukcesów.

---

### Algorithm 1 Strategia ES(1+1) 1/5

---

**Data:**  $q(x)$ ,  $\hat{x}^*$ ,  $\sigma$ ,  $a$ ,  $t_{max}$

**Result:**  $\hat{x}^*$ ,  $\hat{o}^*$

```
/* Inicjalizacja */
t ← 1 ;                               // Bieżący numer iteracji
ls ← 0 ;                               // Liczba sukcesów w ostatnich a iteracjach
 $\hat{o}^* \leftarrow q(\hat{x}^*)$  ;          // Najniższa wartość funkcji celu dla  $\hat{x}^*$ 
while t ≤ tmax do
    m ←  $\hat{x}^* + \sigma \cdot N(0,1)$  ;      // Nowe rozwiązanie na podstawie  $\hat{x}^*$ 
    om ← q(m) ;                          // Wartość funkcji celu dla rozwiązania m
    if om ≤  $\hat{o}^*$  then
        ls ← ls + 1 ;                      // Zwiększ liczbę sukcesów
         $\hat{o}^* \leftarrow o_m$  ;          // Aktualizacja najlepszej wartości funkcji celu
         $\hat{x}^* \leftarrow m$  ;          // Aktualizacja najlepszego rozwiązania
    end
    if t mod a = 0 then
        if ls/a > 1/5 then
             $\sigma \leftarrow 1.22 \cdot \sigma$  ;      // Zwiększ siłę mutacji
        end
        if ls/a < 1/5 then
             $\sigma \leftarrow 0.82 \cdot \sigma$  ;      // Zmniejsz siłę mutacji
        end
        ls ← 0 ;                          // Reset licznika sukcesów
    end
    t ← t + 1 ;                          // Inkrementacja licznika iteracji
end
```

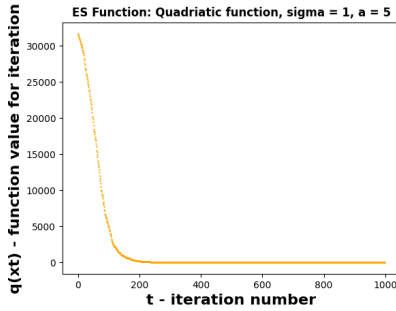
---

## 2 Opis planowanych eksperymentów numerycznych

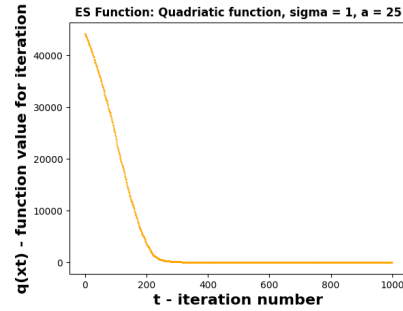
W celu przetestowania skuteczności strategii oraz wpływu parametrów startowych na jej działanie, użyto funkcji: kwadratowej oraz f3 i f7 z benchmarku CEC2017. W tym celu, dla każdej funkcji sporządzono wykres zbieżności (wartość funkcji celu od iteracji) dla czterech różnych wariacji parametrów algorytmu tj. interwał adaptacji  $a \in \{5, 25\}$  oraz początkowa siła mutacji  $\sigma \in \{1, 20\}$ . W celu kompensacji stochastyczności solwera iteracyjnego każdy punkt na wykresie jest średnią z dwudziestu prób minimalizacji funkcji celu. Ponadto porównano strategię ES(1+1) z algorytmem gradientu prostego przy użyciu nieparametrycznego testu jednej średniej wilcoxona oraz krzywej zbieżności.

## 3 Uzyskane wyniki

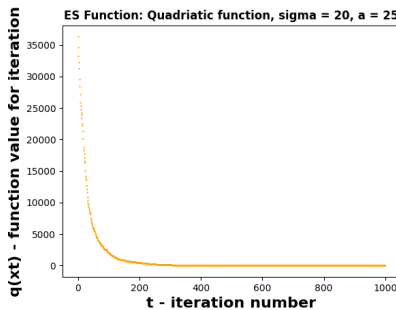
### 3.1 F. kwadratowa



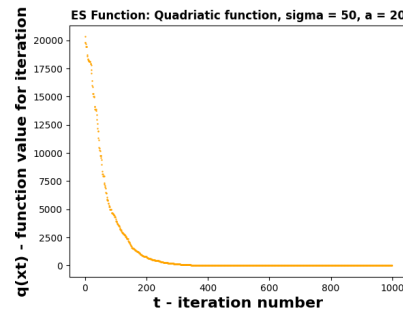
(a)  $a = 5, \sigma = 1$



(b)  $a = 25, \sigma = 1$

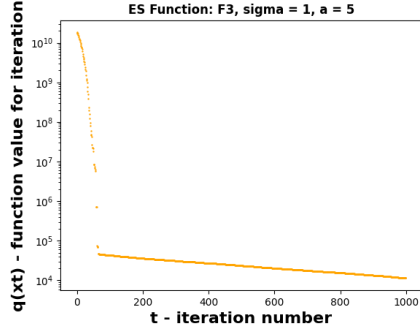


(a)  $a = 25, \sigma = 20$

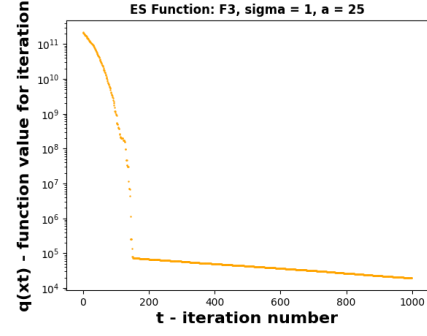


(b)  $a = 50, \sigma = 20$

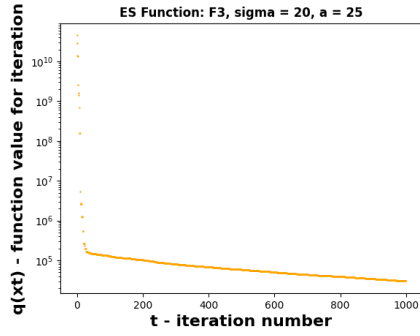
### 3.2 F3



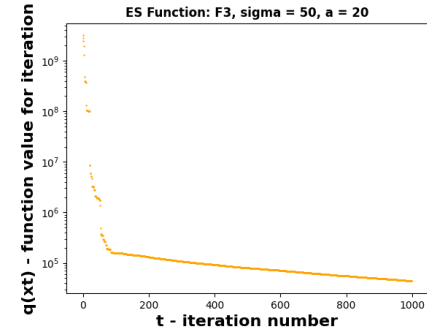
(a)  $a = 5, \sigma = 1$



(b)  $a = 25, \sigma = 1$

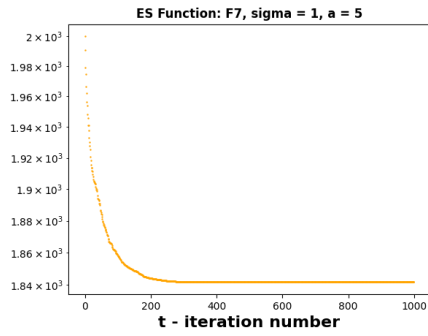


(a)  $a = 25, \sigma = 20$

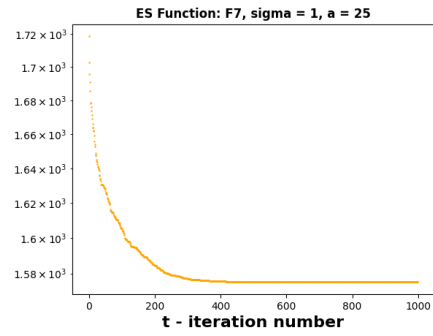


(b)  $a = 50, \sigma = 20$

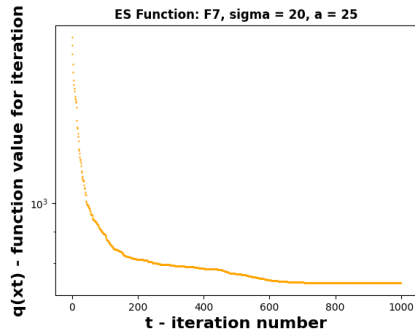
### 3.3 F7



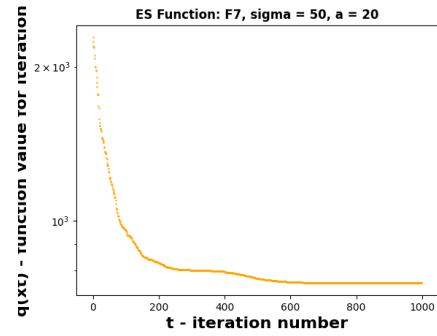
(a)  $a = 5, \sigma = 1$



(b)  $a = 25, \sigma = 1$



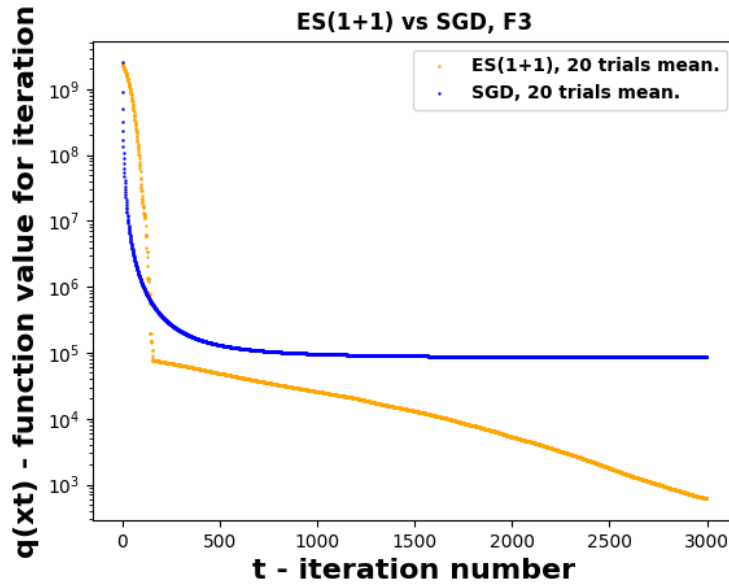
(a)  $a = 25, \sigma = 20$



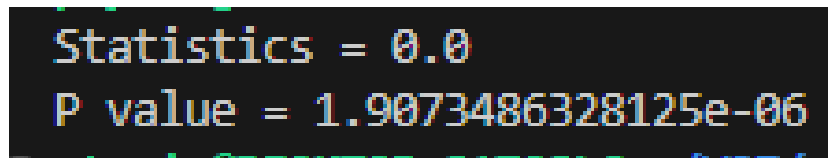
(b)  $a = 50, \sigma = 20$

### 3.4 ES(1+1) 1/5 VS SGD

Poniżej umieszczono wykres krzywych zbieżności algorytmów ES i SGD dla funkcji F3 z benchmarku CEC2017. W obu przypadkach uruchomiono solwery dla parametrów, które na podstawie poprzednich badań okazały się być optymalne dla funkcji F3.



Rysunek 7: Wykres SGD vs ES dla funkcji f3 przy "sprzyjających" parametrach dla obu algorytmów



```
Statistics = 0.0
P value = 1.9073486328125e-06
```

Rysunek 8: Wyniki testu wilcoxona dla 20 par wyników działania ES i SGD

## 4 Wnioski z przeprowadzonych badań

### 4.1 Wpływ parametrów startowych na działanie ES(1+1)

Na podstawie wykresów można stwierdzić, iż początkowa siła mutacji wpływa na początkową szybkość dążenia do rozwiązania przez algorytm. Widać to przez natężenie punktów widocznych na wykresach. Przy mniejszej początkowej wartości  $\sigma$  obserwujemy, że algorytm przy rozpoczęciu działania wolniej minimalizuje wartość funkcji celu, natomiast gdy jest ona większa różnica między wartościami dla kolejnych eksplorowanych punktów jest znacząco większa. Po pewnej ilości iteracji różnica między działaniem algorytmu dla różnych początkowych  $\sigma$  jest znikoma, gdyż wartość siły mutacji podlega adaptacji zgodnie z założeniem strategii.

Interwał adaptacji wpływa na umiejętność algorytmu do reakcji na zmiany w przestrzeni rozwiązań. Gdy jest on większy algorytm "skupia się" na aktualnie najlepszych rozwiązaniach i stabilniej dąży do minimalizacji funkcji celu dłużej przebywając w obszarze, w którym znajduje się aktualnie najlepszy osobnik, co sprzyja eksploatacji. Natomiast mniejszy interwał adaptacji sprzyja eksploracji, ponieważ pozwala na dogłębniejsze przejście przez przestrzeń rozwiązań i szybsze dążenie do uzyskania coraz to lepszych osobników nie skupiając się przy tym na pozostawaniu w jednej części przestrzeni rozwiązań zbyt długo. Można to zaobserwować przez "stromość" wykresów zależnie od  $a$ .

### 4.2 ES VS SGD

Na podstawie krzywej zbieżności i wyników testu wilcoxona można wnioskować, że strategia ES osiąga lepsze wyniki w minimalizacji funkcji celu tj. wynikiem jej działania jest punkt o znacząco mniejszej wartości od SGD. Statystyka testowa równa 0 implikuje, że wszystkie pary obserwacji mają różnicę wskazującą przewagę jednego z algorytmów. Wartość  $p$  rzędu  $1e-6$  ( $< 0,005$ ) sugeruje, że otrzymane wyniki są statystycznie istotne. Oznacza to, że zaobserwowana różnica ma bardzo małe prawdopodobieństwo na bycie wynikiem losowości. Obserwacje wynikające z wykresu krzywych zbieżności to, że

SGD początkowo gwałtowniej dąży do minimalizacji funkcji celu, lecz później "utyka" w miejscu gdzie najprawdopodobniej gradient ma bardzo małą wartość. Natomiast ES stabilnie dąży do coraz to lepszej minimalizacji wartości funkcji celu. Łącząc informację z testu wilcoxona z krzywą zbieżności można wnioskować, że istnieje przewaga na korzyść strategii ES.