역전파 <Back Propagation>

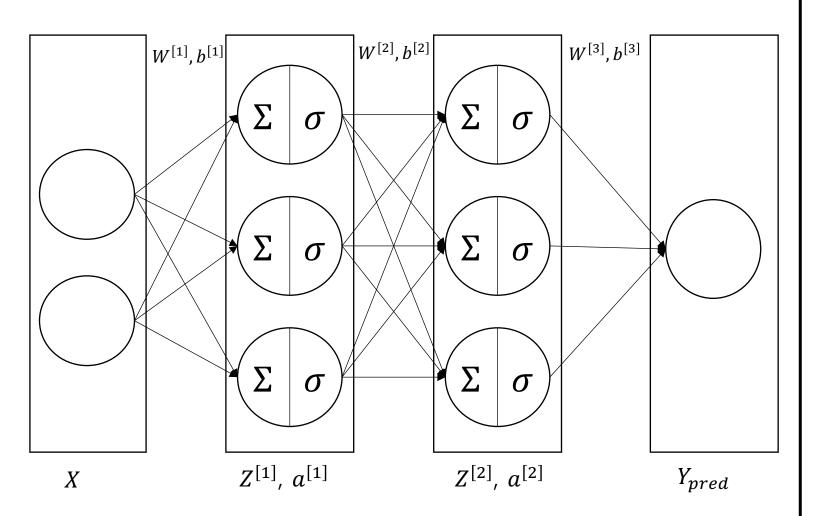


입력층 은닉층 출력층 $W^{[2]}, b^{[2]}$ $W^{[3]}, b^{[3]}$ $W^{[1]}, b^{[1]}$ σ σ σ σ σ $Z^{[1]}, a^{[1]}$ $Z^{[2]}, a^{[2]}$ Y_{pred} \boldsymbol{X}

<u>손실 함수</u>



입력층 은닉층 _ 출력층



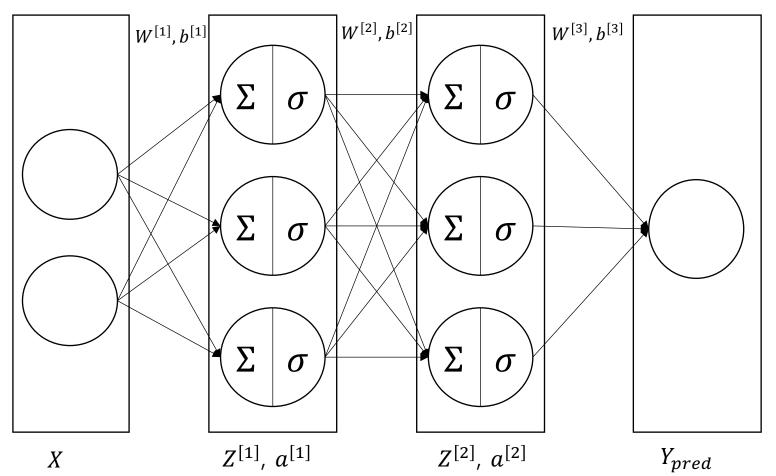
<u>손실 함수</u>

정답값과 예측값의 차이

$$Loss = \frac{1}{2} (Y_{pred} - Y_{true})^2$$



입력층 은닉층 출력층



<u>손실 함수</u>

정답값과 예측값의 차이

$$Loss = \frac{1}{2} (Y_{pred} - Y_{true})^2$$

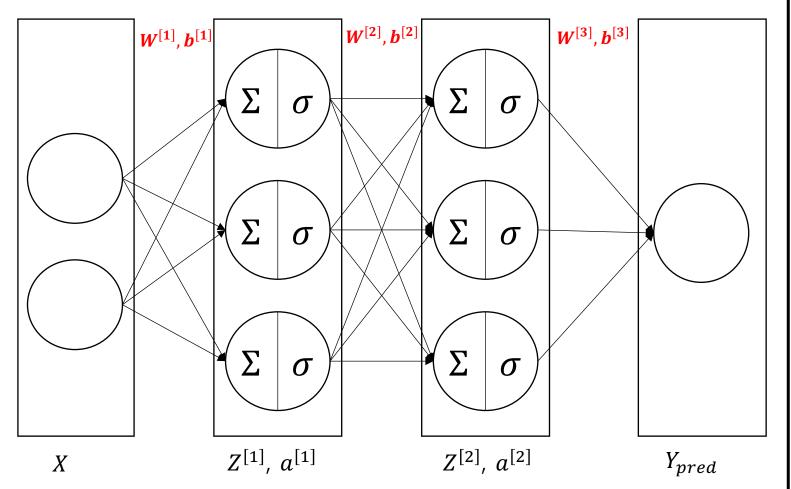
경사하강법

손실함수를 통해 가중치를 찾는 방법

$$W \coloneqq W - \alpha \frac{\partial Loss}{\partial W}$$



입력층 은닉층 _____출력층



손실 함수

정답값과 예측값의 차이

$$Loss = \frac{1}{2} (Y_{pred} - Y_{true})^2$$

경사하강법

손실함수를 통해 가중치를 찾는 방법

$$W \coloneqq W - \alpha \frac{\partial Loss}{\partial W}$$

우리가 알아야 하는 것들

 $\frac{\partial Loss}{\partial W^{[1]}}$, $\frac{\partial Loss}{\partial W^{[2]}}$, $\frac{\partial Loss}{\partial W^{[3]}}$

$$\frac{\partial Loss}{\partial b^{[1]}}$$
, $\frac{\partial Loss}{\partial b^{[2]}}$, $\frac{\partial Loss}{\partial b^{[3]}}$



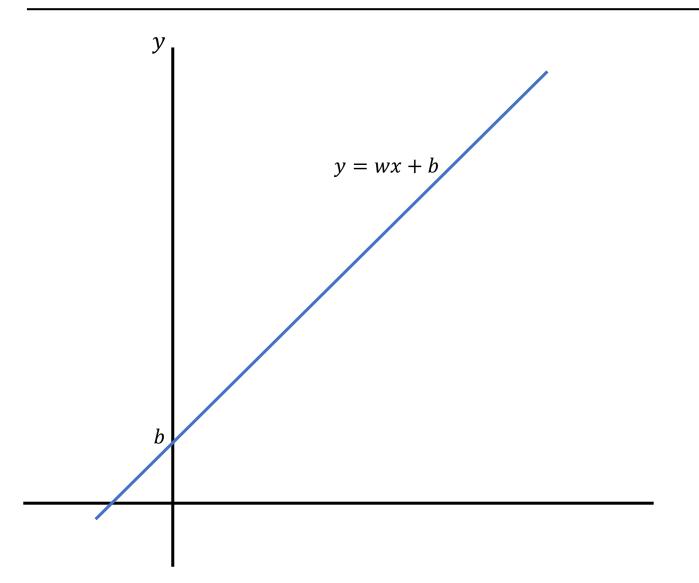
은닉층 출력층 입력층 $W^{[2]}, b^{[2]}$ $W^{[1]}, b^{[1]}$ $W^{[3]}, b^{[3]}$ σ σ σ σ σ $Z^{[1]}, a^{[1]}$ $Z^{[2]}, a^{[2]}$ Y_{pred}

<u>아래 기울기를 찾기 위한 방법</u>

$$\frac{\partial Loss}{\partial W^{[1]}}, \frac{\partial Loss}{\partial W^{[2]}}, \frac{\partial Loss}{\partial W^{[3]}}$$

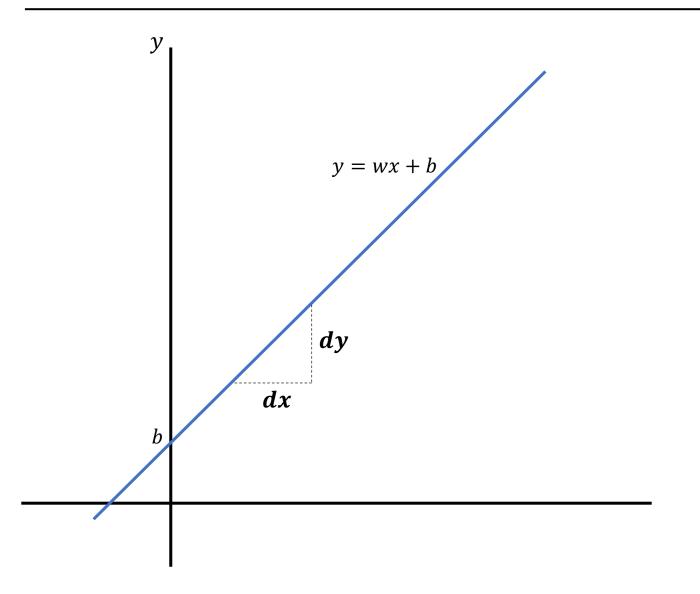
$$\frac{\partial Loss}{\partial b^{[1]}}, \frac{\partial Loss}{\partial b^{[2]}}, \frac{\partial Loss}{\partial b^{[3]}}$$





$$y = wx + b$$

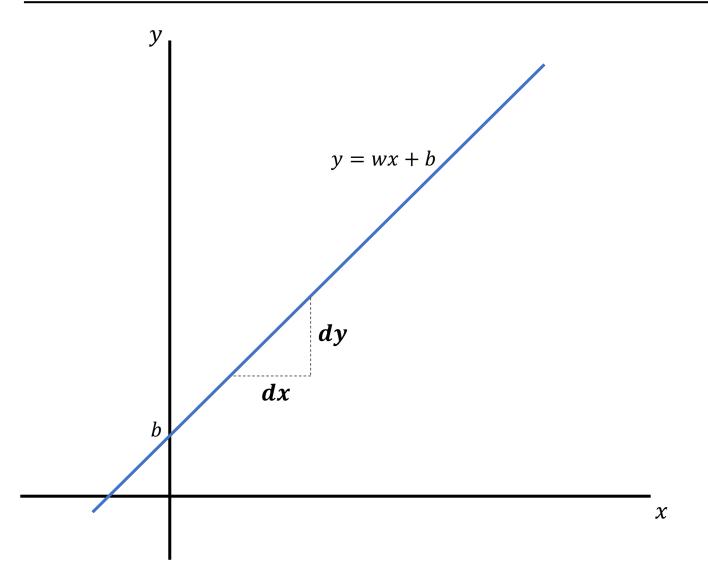




$$y = wx + b$$

 $\frac{dy}{dx}$: x의 변화량(dx)에 대한 y의 변화량 (dy)



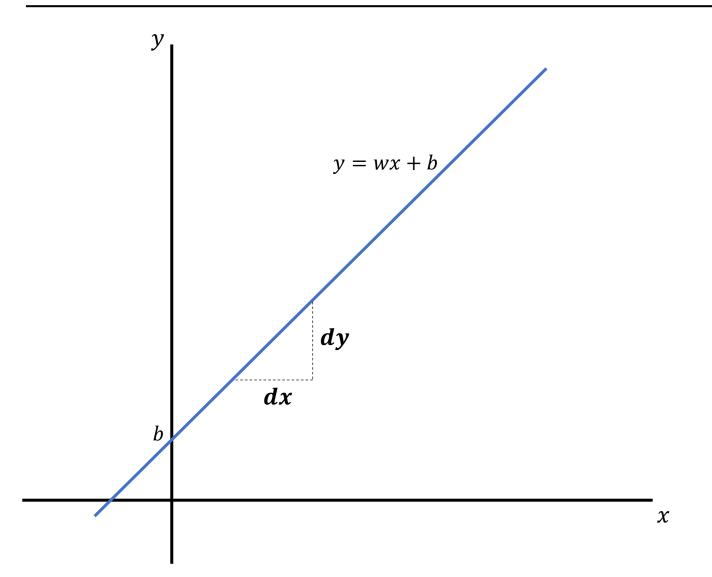


$$y = wx + b$$

 $\frac{dy}{dx}$: x의 변화량(dx)에 대한 y의 변화량 (dy)

Q) x가 1이 증가하면 y는 얼마나 변화할까?





$$y = wx + b$$

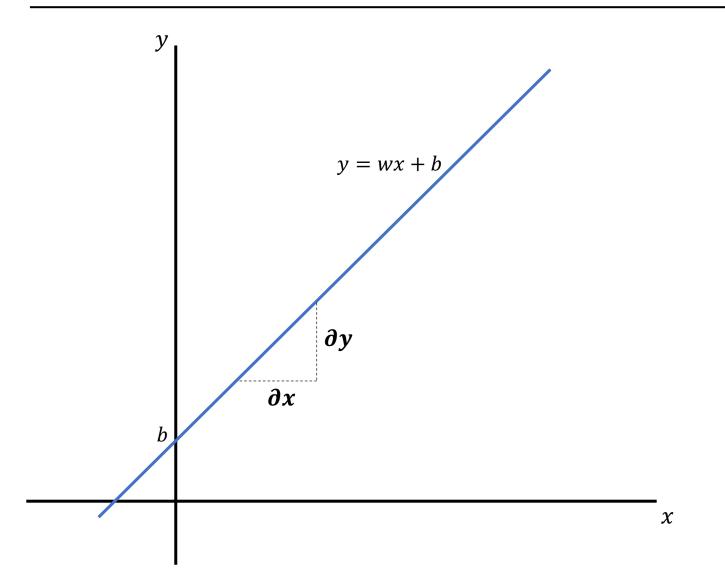
 $\frac{dy}{dx}$: x의 변화량(dx)에 대한 y의 변화량 (dy)

Q) x가 1이 증가하면 y는 얼마나 변화할까?

W만큼 변화한다

$$\frac{dy}{dx} = w$$

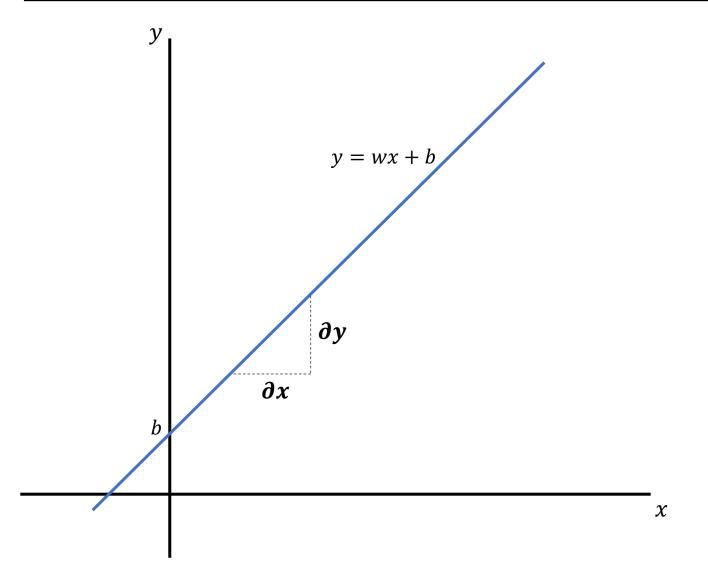




$$y = wx + b$$

각 변수(W, X, b) 별로 기울기를 구해보자 -> 편미분

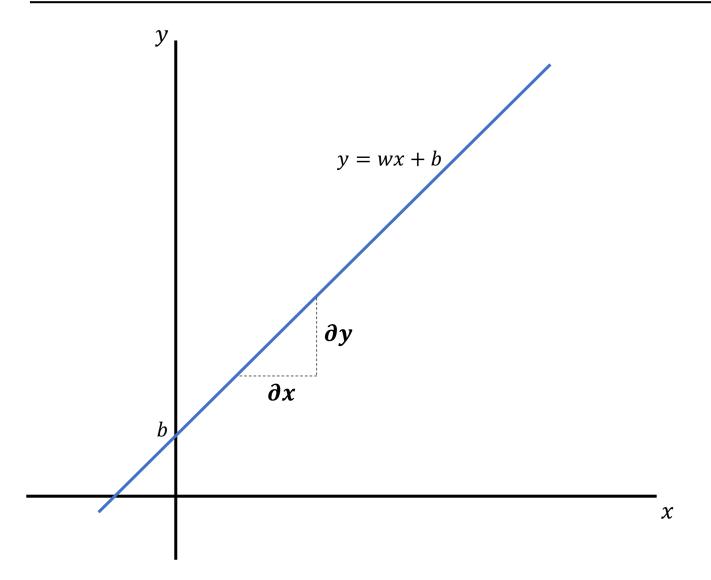




$$y = wx + b$$

$$\frac{\partial y}{\partial x}$$
 : x의 변화량(∂x)에 대한 y의 변화량 (∂y) $\frac{\partial y}{\partial x} = w$





$$y = wx + b$$

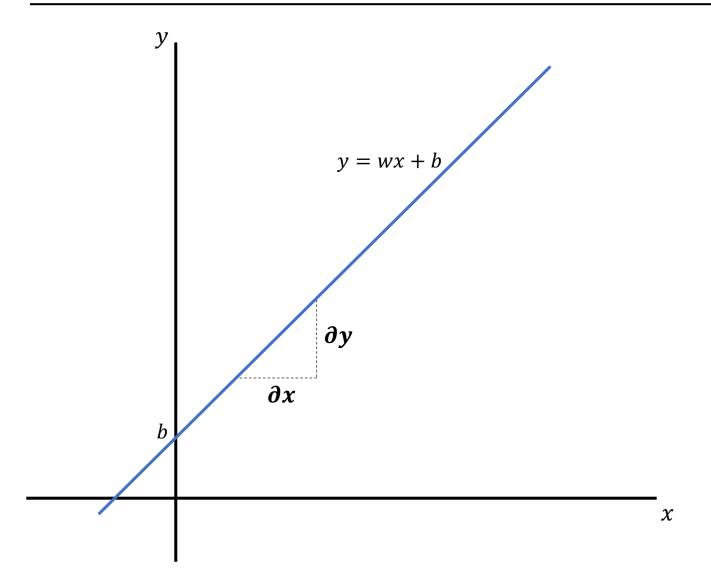
 $\frac{\partial y}{\partial x}$: x의 변화량(∂x)에 대한 y의 변화량 (∂y)

$$\frac{\partial y}{\partial x} = w$$

 $\frac{\partial y}{\partial w}$: w의 변화량(∂w)에 대한 y의 변화량 (∂y)

$$\frac{\partial y}{\partial w} = x$$





$$y = wx + b$$

 $\frac{\partial y}{\partial x}$: x의 변화량(∂x)에 대한 y의 변화량 (∂y)

$$\frac{\partial y}{\partial x} = w$$

 $\frac{\partial y}{\partial w}$: w의 변화량(∂w)에 대한 y의 변화량 (∂y)

$$\frac{\partial y}{\partial w} = x$$

 $\frac{\partial y}{\partial b}$: b의 변화량(∂b)에 대한 y의 변화량 (∂y)

$$\frac{\partial y}{\partial h} = 1$$



Y = XW + b

 $\frac{dY}{dx}$: X의 각 원소 별 변화량 $(dx_1, dx_2,)$ 에 대한 y의 각 원소 별 변화량 $(dy_1, dy_2,)$



Y = XW + b

 $\frac{dY}{dX}$: X의 각 원소 별 변화량 $(dx_1, dx_2,)$ 에 대한 y의 각 원소 별 변화량 $(dy_1, dy_2,)$

$$\frac{dY}{dX} = \left(\frac{dy_1}{dx_1}, \frac{dy_2}{dx_2}, \dots, \frac{dy_n}{dx_n}\right) = (w_1^T, w_2^T, \dots, w_n^T) = W^T$$

$$\frac{dY}{dW} = (\frac{dy_1}{dw_1}, \frac{dy_2}{dw_2}, \dots, \frac{dy_n}{dw_n}) = (x_1^T, x_2^T, \dots, x_n^T) = X^T$$

$$\frac{dY}{dh} = 1$$

<u>벡터의 미분이 전치행렬이 되는 이유</u>

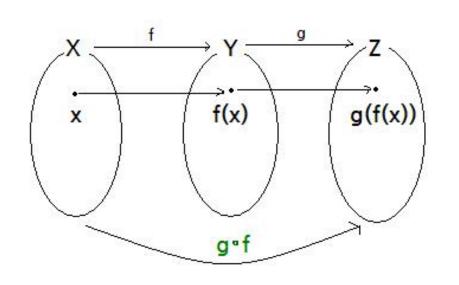
$$Y = XW = (x_1, x_2, ..., x_n) \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ ... \\ w_n \end{bmatrix} = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n$$

그러므로, Y에 대한 W의 기울기를 구하면,

$$\frac{dY}{dW} = \begin{bmatrix} \frac{dY}{dw_1} \\ \frac{dY}{dw_2} \\ \dots \\ \frac{dY}{dw_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d(w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n)}{dw_1} \\ \frac{d(w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n)}{dw_2} \\ \dots \\ \frac{d(w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n)}{dw_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = X^T$$



역전파를 이해하기 위한 수학 지식 (4) 합성함수

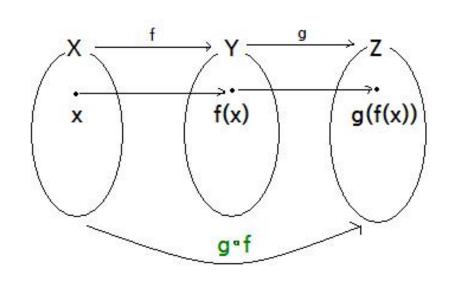


함수

Y = f(X)	
Z = g(Y)	
Z = g(f(X))	



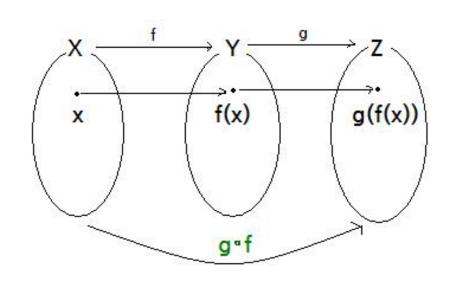
역전파를 이해하기 위한 수학 지식 (4) 합성함수



함수	미분
Y = f(X)	$\frac{dY}{dX} = f'(X)$
Z = g(Y)	$\frac{dZ}{dY} = g'(Y)$
Z = g(f(X))	$\frac{dZ}{dX} = g'(f(X))f'(X)$



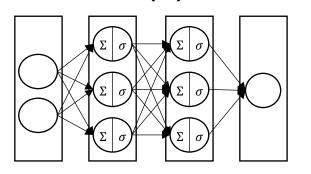
역전파를 이해하기 위한 수학 지식 (4) 합성함수



함수	미분
Y = f(X)	$\frac{dY}{dX} = f'(X)$
Z = g(Y)	$\frac{dZ}{dY} = g'(Y)$
Z = g(f(X))	$\frac{dZ}{dX} = g'(f(X))f'(X) = \frac{dZ}{dY}\frac{dY}{dX}$

각 함수의 기울기로 합성함수의 기울기를 계산할 수 있음





입력층 : X

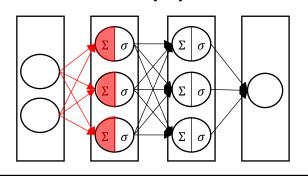
첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred} 출력층의 가중치 : $W^{[3]}, b^{[3]}$

순전파





입력층 : X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

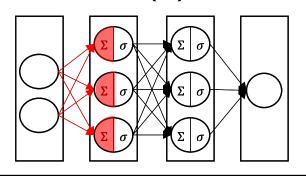
출력층 : Y_{pred} 출력층의 가중치 : $W^{[3]}, b^{[3]}$

순전파

각층의 기울기

 $Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$





입력층 : X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{mred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

순전파

각층의 기울기

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

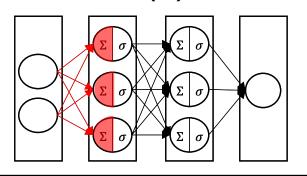
$$Y = XW + b$$

$$\frac{dY}{dX} = (\frac{dy_1}{dx_1}, \frac{dy_2}{dx_2}, \dots, \frac{dy_n}{dx_n}) = (w_1^T, w_2^T, \dots, w_n^T) = W^T$$

$$\frac{dY}{dW} = (\frac{dy_1}{dw_1}, \frac{dy_2}{dw_2}, \dots, \frac{dy_n}{dw_n}) = (x_1^T, x_2^T, \dots, x_n^T) = X^T$$

$$\frac{dY}{db}=1$$





입력층 : X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

순전파

각층의 기울기

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T$$

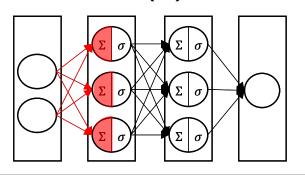
$$Y = XW + b$$

$$\frac{dY}{dX} = (\frac{dy_1}{dx_1}, \frac{dy_2}{dx_2}, \dots, \frac{dy_n}{dx_n}) = (w_1^T, w_2^T, \dots, w_n^T) = W^T$$

$$\frac{dY}{dW} = (\frac{dy_1}{dw_1}, \frac{dy_2}{dw_2}, \dots, \frac{dy_n}{dw_n}) = (x_1^T, x_2^T, \dots, x_n^T) = X^T$$

$$\frac{dY}{db}=1$$





입력층 : X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

순전파

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

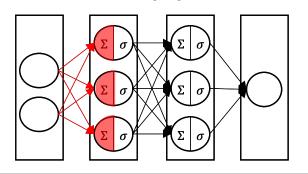
$$Y = XW + b$$

$$\frac{dY}{dX} = (\frac{dy_1}{dx_1}, \frac{dy_2}{dx_2}, \dots, \frac{dy_n}{dx_n}) = (w_1^T, w_2^T, \dots, w_n^T) = W^T$$

$$\frac{dY}{dW} = (\frac{dy_1}{dw_1}, \frac{dy_2}{dw_2}, \dots, \frac{dy_n}{dw_n}) = (x_1^T, x_2^T, \dots, x_n^T) = X^T$$

$$\frac{dY}{db}=1$$





입력층 : X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

순전파

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

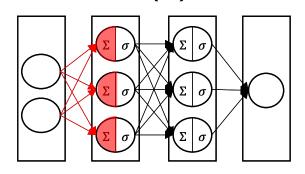
$$Y = XW + b$$

$$\frac{dY}{dX} = (\frac{dy_1}{dx_1}, \frac{dy_2}{dx_2}, \dots, \frac{dy_n}{dx_n}) = (w_1^T, w_2^T, \dots, w_n^T) = W^T$$

$$\frac{dY}{dW} = (\frac{dy_1}{dw_1}, \frac{dy_2}{dw_2}, \dots, \frac{dy_n}{dw_n}) = (x_1^T, x_2^T, \dots, x_n^T) = X^T$$

$$\frac{dY}{db}=1$$





입력층 : X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{nred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

순전파

 $Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

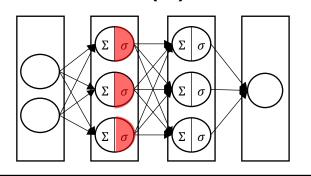
$$Y = XW + b$$

$$\frac{dY}{dX} = (\frac{dy_1}{dx_1}, \frac{dy_2}{dx_2}, \dots, \frac{dy_n}{dx_n}) = (w_1^T, w_2^T, \dots, w_n^T) = W^T$$

$$\frac{dY}{dW} = (\frac{dy_1}{dw_1}, \frac{dy_2}{dw_2}, \dots, \frac{dy_n}{dw_n}) = (x_1^T, x_2^T, \dots, x_n^T) = X^T$$

$$\frac{dY}{db}=1$$





입력층 : X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred} 출력층의 가중치 : $W^{[3]}, b^{[3]}$

순전파

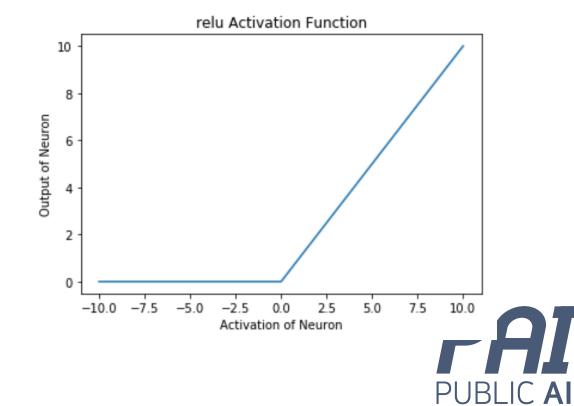
$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

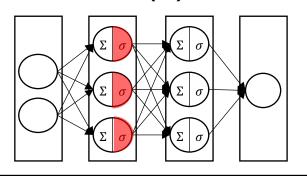
$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$





입력층 : X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred} 출력층의 가중치 : $W^{[3]}, b^{[3]}$

순전파

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

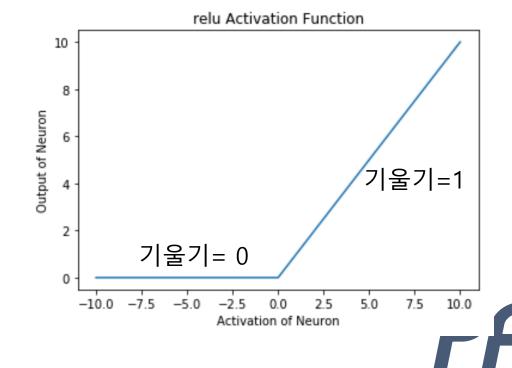
$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

각층의 기울기

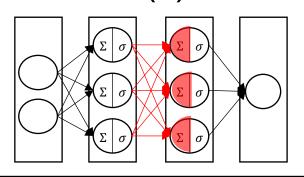
$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T \qquad \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dX} = 1 \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$



PUBLIC AI



입력층 : X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred} 출력층의 가중치 : $W^{[3]}, b^{[3]}$

순전파

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

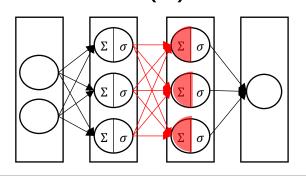
$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^{T} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$





입력층 : X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred} 출력층의 가중치 : $W^{[3]}, b^{[3]}$

순전파

$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

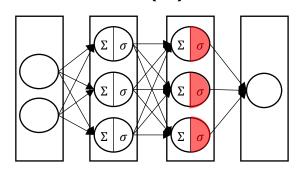
$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$





입력층 : X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred} 출력층의 가중치 : $W^{[3]}, b^{[3]}$

순전파

$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

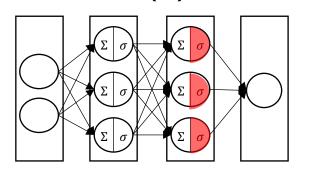
$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$





입력층 : X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

순전파

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0\\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

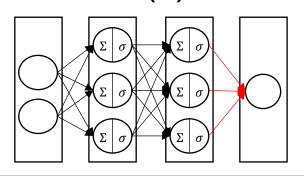
$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0\\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$





입력층 : X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred} 출력층의 가중치 : $W^{[3]}, b^{[3]}$

순전파

$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

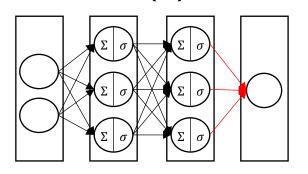
$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0 \\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$





입력층: X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]},b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

순전파

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

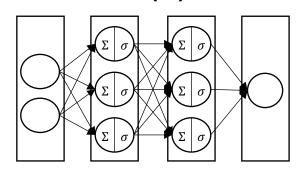
$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0\\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$

$$\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$





입력층: X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

순전파

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

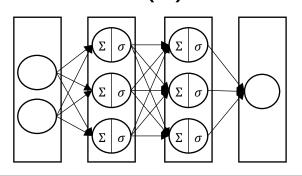
$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0\\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{dh^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

$$\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1$$

$$\frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[2]}}$$





입력층: X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}.b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

순전파

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

$$a^{[1]}=relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} (y_{pred} - y_{true})^2$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0 \\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$

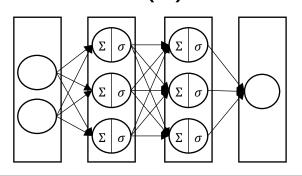
$$\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dY_{pred}} = y_{pred} - y_{true}$$



역전파 알고리즘 (1) 순전파를 하면서 각층의 기울기를 구하기



입력층 : X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred}

출력층의 가중치 : $W^{[3]}, b^{[3]}$

순전파

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^{T} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dh^{[1]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0\\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dY_{pred}} = y_{pred} - y_{true}$$

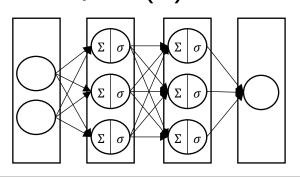
우리가 찾고자 하는 값

$$\frac{\partial Loss}{\partial W^{[1]}}$$
, $\frac{\partial Loss}{\partial W^{[2]}}$, $\frac{\partial Loss}{\partial W^{[3]}}$

$$\frac{\partial Loss}{\partial b^{[1]}}$$
 , $\frac{\partial Loss}{\partial b^{[2]}}$, $\frac{\partial Loss}{\partial b^{[3]}}$



역전파 알고리즘 (1) 순전파를 하면서 각층의 기울기를 구하기



입력층 : *X*

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

순전파

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^{T} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0\\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{dh^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dY_{pred}} = y_{pred} - y_{true}$$

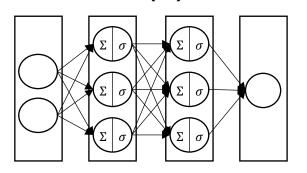
우리가 찾고자 하는 값

$$\frac{\partial Loss}{\partial W^{[1]}}, \frac{\partial Loss}{\partial W^{[2]}}, \frac{\partial Loss}{\partial W^{[3]}}$$

$$\frac{\partial Loss}{\partial b^{[1]}}$$
, $\frac{\partial Loss}{\partial b^{[2]}}$, $\frac{\partial Loss}{\partial b^{[3]}}$

각층의 기울기 정보를 바탕으로, 우리가 찾고자 하는 손실함수에 대한 기울기를 찾자!





입력층: X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]},b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}.b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

역전파

世世世

$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

 $\frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0\\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$

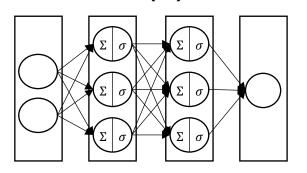
$$\frac{dY_{pred}}{dh^{[3]}} = 1$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} =$$

$$\frac{dL}{dY_{pred}} = y_{pred} - y_{true}$$





입력층: X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]},b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}.b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

역전파

순전파

$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$db^{[1]}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dh^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

 $\frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0 \\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$

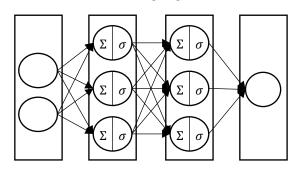
$$\frac{dY_{pred}}{dh^{[3]}} = 1$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$
 $\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1$ $\frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dY_{pred}} = y_{pred} - y_{true}$$





입력층: X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}.b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

역전파

순전파

$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dh^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dh^{[2]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0\\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$

$$\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1$$

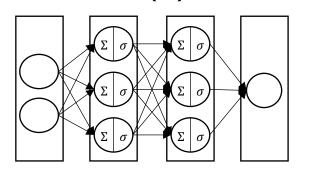
$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$
 $\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1$ $\frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$

$$\frac{dL}{dY_{pred}} = y_{pred} - y_{true}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}}$$

합성함수의 미분 법칙





입력층: X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}.b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

역전파

순	전	П
---	---	---

 $Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T$$

 $\frac{dZ^{[1]}}{dh^{[1]}} = 1$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dh^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0\\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$

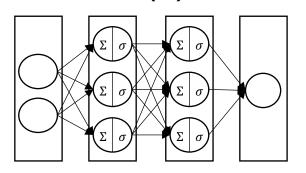
$$\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dY_{pred}} = y_{pred} - y_{true}$$





입력층: X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]},b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}.b^{[2]}$

출력층 : Y_{nred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

순전파

$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dh^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dh^{[2]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0\\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$

$$\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1$$

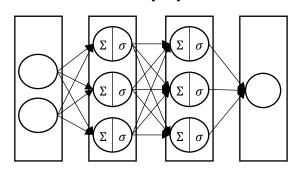
$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{mod}} \frac{dY_{pn}}{dW}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} \qquad \frac{dL}{db^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dY_{pred}} = y_{pred} - y_{true}$$





입력층: X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]},b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{nred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

순전	豇
----	---

$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dh^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dh^{[2]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0 \\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$

$$\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1$$

 $\frac{dL}{dY_{nred}} = y_{pred} - y_{true}$

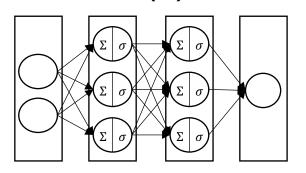
$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{mrad}} \frac{d}{dY_{mrad}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} \qquad \frac{dL}{db^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[2]}}$$





입력층: X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]},b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{nred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]}=relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^{T} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dh^{[1]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dh^{[2]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0 \\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$

$$\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} =$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

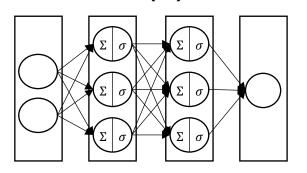
$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{mrad}} \frac{dY}{dY_{mrad}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} \qquad \frac{dL}{db^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} \qquad \frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$



$$\frac{dL}{dY_{pred}} = y_{pred} - y_{true}$$



입력층: X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}.b^{[2]}$

출력층 : Y_{nred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

순:	전표
----	----

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dh^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0 \\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{dh^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

$$\frac{Y_{pred}}{db^{[3]}} = 1$$

$$\frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dV} \frac{dY_{pr}}{dW}$$

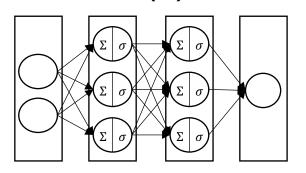
 $\frac{dL}{dZ^{[2]}}$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} \qquad \frac{dL}{db^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} \qquad \frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$



$$\frac{dL}{dY_{nred}} = y_{pred} - y_{true}$$



입력층: X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]},b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{nred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

순전파

$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^{T} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dh^{[1]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dh^{[2]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0 \\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$

$$\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1$$

 $\frac{dL}{dY_{nred}} = y_{pred} - y_{true}$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$
 $\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1$ $\frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{nred}} \frac{dY_{pre}}{dW^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}}$$

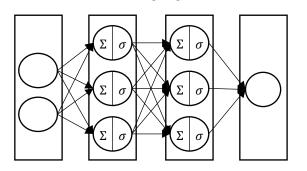
$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} \qquad \frac{dL}{db^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} \qquad \frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$



$$^{ ext{E}}$$
번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}$ $h^{[2]}$

$$\frac{dL}{dZ^{[2]}} = \frac{dL}{da^{[2]}} \frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}}$$



입력층: X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]},b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{nred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

人	저	皿
┰	台	ᄴ

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^{T} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dh^{[1]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0 \\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$

$$\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} =$$

 $\frac{dL}{dY_{nred}} = y_{pred} - y_{true}$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY}{dV}$$

$$\frac{dL}{db^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pre}}{db^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$

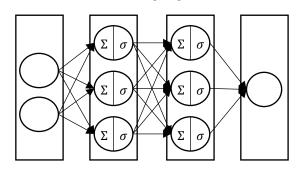


$$\frac{dZ^{[1]}}{Z} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}} \qquad \frac{dL}{dW^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{dZ^{[2]}} = \frac{dL}{da^{[2]}} \frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} \qquad \frac{dL}{db^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} \qquad \frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$



입력층: X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]},b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}.b^{[2]}$

출력층 : Y_{nred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

수저	$\overline{\coprod}$
ᆣᆣ	_

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^{T} \qquad \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1 \qquad \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}} \qquad \frac{dL}{dW^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} \qquad \frac{dL}{db^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}}$$

 $\frac{dL}{dZ^{[2]}} = \frac{dL}{da^{[2]}} \frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}}$

$$\frac{d}{db^{[2]}} = \frac{d}{dZ}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0\\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$

$$\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

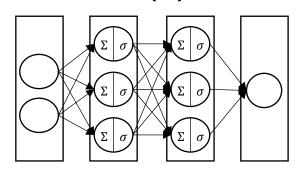
$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} \qquad \frac{dL}{db^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} \qquad \frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$



$$\frac{dL}{dY_{pred}} = y_{pred} - y_{true}$$



입력층: X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]},b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}.b^{[2]}$

출력층 : Y_{nred}

출력층의 가중치 : W^[3]. b^[3]

순전파

$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^{T} \qquad \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1 \qquad \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} =$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T[}$$

$$V^{T^{[2]}}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}} \qquad \frac{dL}{dW^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} \qquad \frac{dL}{db^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} \qquad \frac{dL}{da^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = \frac{dL}{dz^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{dz^{[2]}} = \frac{dL}{$$

 $\frac{dL}{dZ^{[2]}} = \frac{dL}{da^{[2]}} \frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}}$

$$\frac{dL}{db^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dL}{dz^{[2]}}$$

역전파

$$\frac{dL}{da^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0\\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$

$$\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1$$

 $\frac{dL}{dY_{nred}} = y_{pred} - y_{true}$

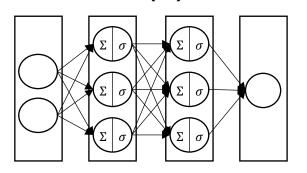
$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pre}}{dW^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} \qquad \frac{dL}{db^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} \qquad \frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$





입력층 : X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]},b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]},b^{[2]}$

출력층 : Y_{nred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

人	저	\mathbf{T}
ᄑ	긴	щ

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^{T} \qquad \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1 \qquad \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dh^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0\\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$

$$\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} =$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$
 $\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1$ $\frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$

$$\frac{dL}{dY_{pred}} = y_{pred} - y_{true}$$

$$\frac{dL}{dZ^{[1]}} = \frac{dL}{da^{[1]}} \frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{db^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}}$$

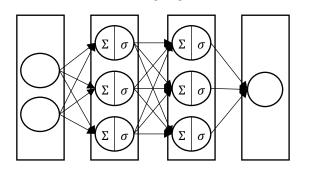
$$\frac{dL}{dZ^{[2]}} = \frac{dL}{da^{[2]}} \frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} \qquad \frac{dL}{db^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} \qquad \frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$





입력층: X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]},b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}.b^{[2]}$

출력층 : Y_{nred}

출력층의 가중치 : W^[3]. b^[3]

순전파

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dh^{[1]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dh^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0\\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$

$$\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} =$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dY_{pred}} = y_{pred} - y_{true}$$

$$\frac{dL}{dW^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[1]}} \frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{dZ^{[1]}} = \frac{dL}{da^{[1]}} \frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{db^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}}$$

$$\frac{L}{[2]} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} \qquad \frac{dL}{da^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}}$$

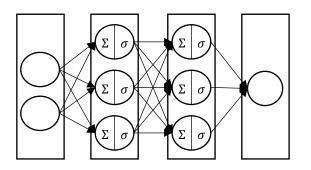
$$\frac{dL}{dZ^{[2]}} = \frac{dL}{da^{[2]}} \frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pre}}{dW^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} \qquad \frac{dL}{db^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} \qquad \frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$





입력층: X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]},b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}.b^{[2]}$

출력층 : Y_{nred}

출력층의 가중치 : W^[3]. b^[3]

순전파

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^{T} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dh^{[1]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T[1]}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0\\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$

$$\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} =$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dY_{pred}} = y_{pred} - y_{true}$$

$$\frac{dL}{dW^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[1]}} \frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{db^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[1]}} \frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{dZ^{[1]}} = \frac{dL}{da^{[1]}} \frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{db^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}}$$

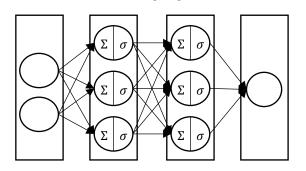
$$\frac{dL}{dZ^{[2]}} = \frac{dL}{da^{[2]}} \frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} \qquad \frac{dL}{db^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} \qquad \frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$





입력층: X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]},b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}.b^{[2]}$

출력층 : Y_{nred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

순전파

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dh^{[1]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0\\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$

$$\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dY_{pred}} = y_{pred} - y_{true}$$

$$\frac{dL}{dW^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[1]}} \frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{db^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[1]}} \frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{dX} = \frac{dL}{dZ^{[1]}} \frac{dZ^{[1]}}{dX}$$

$$\frac{dL}{dZ^{[1]}} = \frac{dL}{da^{[1]}} \frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{db^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}}$$

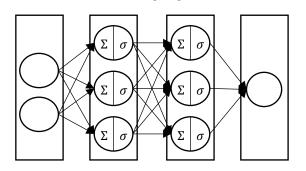
$$\frac{dL}{dZ^{[2]}} = \frac{dL}{da^{[2]}} \frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} \qquad \frac{dL}{db^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} \qquad \frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$





입력층: X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]},b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]},b^{[2]}$

출력층 : Y_{nred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

人	저	π
┰	台	ш

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^T \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dh^{[1]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}}$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T[1]} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T[2]}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0 \\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}}$$

$$\frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dY_{pred}} = y_{pred} - y_{true}$$

$$\frac{dL}{dW^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[1]}} \frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{db^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[1]}} \frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{dX} = \frac{dL}{dZ^{[1]}} \frac{dZ^{[1]}}{dX}$$

$$\frac{dL}{dZ^{[1]}} = \frac{dL}{da^{[1]}} \frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{db^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{dZ^{[2]}} = \frac{dL}{da^{[2]}} \frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}}$$

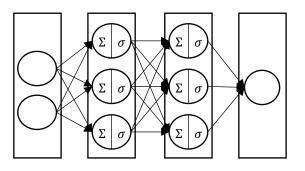
$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} \qquad \frac{dL}{db^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} \qquad \frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$



역전파 알고리즘 개괄



입력층 : *X*

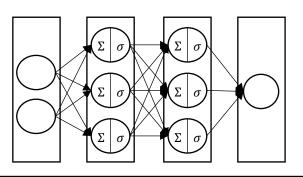
첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred} 출력층의 가중치 : $W^{[3]}, b^{[3]}$



역전파 알고리즘 개괄



입력층 : X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred}

출력층의 가중치 : W^[3],b^[3]

순전파

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

$$a^{[1]}=relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^{T} \qquad \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1 \qquad \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0 \\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

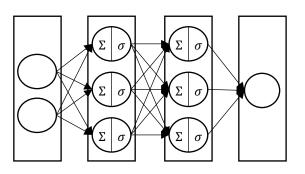
$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dY_{pred}} = y_{pred} - y_{true}$$



(1) 순전파를 진행하면서 각 층의 기울기 및 손실함수 값을 구하고

역전파 알고리즘 개괄



입력층 : X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

순전파

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

$$a^{[1]}=relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]}=relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^{T} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0\\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dY_{pred}} = y_{pred} - y_{true}$$

역전파

$$\frac{dL}{dW^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[1]}} \frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} \qquad \frac{dL}{db^{[1]}} = \frac{dL}{db^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{db^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[1]}} \frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} \qquad \frac{dL}{dX} = \frac{dL}{dZ^{[1]}} \frac{dZ^{[1]}}{dX}$$

$$\frac{dL}{dZ^{[1]}} = \frac{dL}{da^{[1]}} \frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{db^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{dZ^{[2]}} = \frac{dL}{da^{[2]}} \frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}}$$

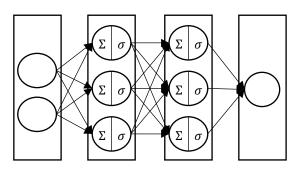
$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} \qquad \frac{dL}{db^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} \qquad \frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$



(2) 각층의 기울기를 통해 역으로 각 가중치의 기울기를 구함

역전파를 통해 알아야 하는 점 (1) 학습 순서



입력층 : X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

순전파

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^{T} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[2]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0\\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dY_{pred}} = y_{pred} - y_{true}$$

각층의 기울기

$$\frac{dL}{dW^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[1]}} \frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{db^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[1]}} \frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{dX} = \frac{dL}{dZ^{[1]}} \frac{dZ^{[1]}}{dX}$$

$$\frac{dL}{dZ^{[1]}} = \frac{dL}{da^{[1]}} \frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{db^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}}$$

역전파

 $dL dZ^{[1]}$

$$\frac{dL}{da^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{dZ^{[2]}} = \frac{dL}{da^{[2]}} \frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}}$$

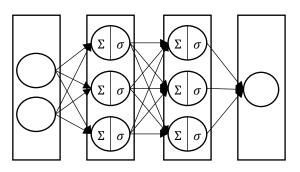
$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} \qquad \frac{dL}{db^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} \qquad \frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$



역전파를 통해 알아야 하는 점 (2) 메모리



입력층 : X

첫번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[1]}$ 첫번째 은닉층의 가중치 : $W^{[1]}, b^{[1]}$

두번째 은닉층의 로짓 값: $Z^{[2]}$ 두번째 은닉층의 활성화 값: $a^{[2]}$ 두번째 은닉층의 가중치 : $W^{[2]}, b^{[2]}$

출력층 : Y_{pred}

출력층의 가중치 : W^[3], b^[3]

순전파

$$Z^{[1]} = XW^{[1]} + b^{[1]}$$

$$a^{[1]} = relu(Z^{[1]})$$

$$Z^{[1]} = a^{[1]}W^{[2]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]}=relu(Z^{[2]})$$

$$Y_{pred} = a^{[2]}W^{[3]} + b^{[3]}$$

$$Loss = \frac{1}{2} \left(y_{pred} - y_{true} \right)^2$$

각층의 기울기

$$\frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} = X^{T} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[1]}}{dX} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}} = \begin{cases} 0, & z^{[1]} < 0 \\ 1, & z^{[1]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} = a^{T^{[1]}} \qquad \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}} = 1 \qquad \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}} = W^{T^{[1]}}$$

$$\frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}} = \begin{cases} 0, & z^{[2]} < 0 \\ 1, & z^{[2]} \ge 0 \end{cases}$$

$$\frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} = a^{T^{[2]}} \qquad \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} = 1 \qquad \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}} = W^{T^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{dY_{pred}} = y_{pred} - y_{true}$$

역전파

$$\frac{dL}{dW^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[1]}} \frac{dZ^{[1]}}{dW^{[1]}} \qquad \frac{dL}{db^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[1]}} \frac{dZ^{[1]}}{db^{[1]}} \qquad \frac{dL}{dX} = \frac{dL}{dZ^{[1]}} \frac{dZ^{[1]}}{dX}$$

$$\frac{dL}{dZ^{[1]}} = \frac{dL}{da^{[1]}} \frac{da^{[1]}}{dZ^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{dW^{[2]}} \qquad \qquad \frac{dL}{db^{[2]}} =$$

$$\frac{dL}{db^{[2]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[1]}}{db^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[1]}} = \frac{dL}{dZ^{[2]}} \frac{dZ^{[2]}}{da^{[1]}}$$

$$\frac{dL}{dZ^{[2]}} = \frac{dL}{da^{[2]}} \frac{da^{[2]}}{dZ^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{dW^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{dW^{[3]}} \qquad \frac{dL}{db^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}} \qquad \frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$

$$\frac{dL}{db^{[3]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{db^{[3]}}$$

$$\frac{dL}{da^{[2]}} = \frac{dL}{dY_{pred}} \frac{dY_{pred}}{da^{[2]}}$$



각 층에서의 기울기 정보(특히 출력 값)을 저장해야 함 -> 메모리 많이 필요