ОГЛАВЛЕНИЕ

1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1 Уравнение Бюргерса

Уравнением Бюргерса называют уравнение в частных производных, используемое в гидродинамике. Это уравнение известно в различных областях прикладной математики. Уравнение названо в честь Иоганна Мартинуса Бюргерса (1895—1981). Является частным случаем уравнений Навье — Стокса в одномерном случае.

Пусть задана скорость течения жидкости u и ее кинематическая вязкость. Уравнение Бюргерса в общем виде записывается так:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = v\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Если влиянием вязкости можно пренебречь, то есть $v = 0$, уравнение приобретает вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

В этом случае мы получаем уравнение Хопфа — квазилинейное уравнение переноса — простейшее уравнение, описывающее разрывные течения или течения с ударными волнами.

Если v вещественно и не равно 0 , уравнение сводится к случаю $v = 1$: для $v < 0$ нужно сначала сделать замену $u \to -u, x \to -x$, , и для любого знака v : $u \to \sqrt{|v|}u, x \to \sqrt{|v|}x$.

Уравнение Бюргерса можно линеаризовать преобразованием Хопфа-Коула. Для этого (при $v = 1$) нужно сд'елать замену функции:

$$u = \frac{\partial \ln \omega}{\partial x} = \omega_x/\omega$$

При этом решения уравнения Бюргерса сводятся к положительным решениям линейного уравнения теплопроводности:

$$u(x,t) = \frac{\partial}{\partial x}\ln\left\{\left(4\pi t^{-\frac{1}{2}}\right)\int_{-\infty}^{\infty} exp\left[-\frac{\left(x-x^{'}\right)^2}{4t} - \frac{1}{2}\int_0^{x^{'}} u(x^{''},0)dx^{''}\right]dx^{'}\right\}$$

1.2 Решение уравнения Бюргерса

Рассмотрим движение кинематической волны для простейшего уравнения Навье-Стокса - уравнения Бюргерса. Это одно из простейших уравнений, отражающих эффекты нелинейной конвекции и диффузии.

Оно встречается в многочисленных приложениях, а также используется для тестирования численных алгоритмов. Последнее объясняется тем, что задача Коши для уравнения Бюргерса с ограниченным начальным условием имеет аналитическое решение.

Этот результат независимо друг от друга получил Коул и Хопф.

Итак, рассмотрим решение задачи коши для уравнения Бюргерса:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{Re}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1)$$

Это одно из немногих содержательных нелинейных уравнений переноса, для которого известно точное решение задачи Коши. Сделаем нелинейную замену переменных:

$$u = -\frac{2}{Re}\,\frac{1}{y}\,\frac{\partial y}{\partial x} \ (2)$$

Уравнение (1) приводится к линейному уравнению теплопроводности:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{Re}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3)$$

Решение этого линейного уравнения хорошо известно.

Поэтому для начального условия $u\,(0, x) = \ \varphi(x)$ решение (1) будет иметь вид:

$$u_{\text{в}}\,(t, x) = \frac{\left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x - \ \xi}{t} \exp(-\frac{G\ Re}{2}) d\xi\right]}{\left[\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\frac{G\ Re}{2}) d\xi\right]} \quad (4)$$

где

$$G(\xi, x, t) = \int_0^{\gamma} \varphi(\xi) d\xi + \frac{(x-\gamma)^2}{2t} \quad (5)$$

верхний предел в последнем соотношении $\gamma = \xi$.

Также относится и ко второму слагаемому.

В качестве тестовой рассмотрим задачу с разрывными начальными условиями:

$$u\,(0, x) = \{\, 0 \text{ при } x > 0 \text{ и } 1 \text{ при } x \leq 0; \} \quad (6)$$

которая точно соответствует физической задаче распространения ударной волны с учетом диссипативного вязкого процесса. Точное решение задач (1) и (6) в соответствии с (4) имеет вид:

$$u_{\text{в}} = \frac{1}{\left(1 + h \exp\{ Re \frac{\left(x - \frac{t}{2}\right)}{2}\right)}$$

Из рисунка (Приложение 1.Рисунок 1.) видно, что численное решение правильно отслеживает движение фронта ударной волны. Для сравнительно малых значений Re максимальная погрешность невелика, также как и для Re = 100 вне фронта волны.

При Re = 100 на коротком участке за фронтом волны возникают осцилляции (Рисунок 2) увеличивающиеся со временем.

Это характерное явление при использовании аппроксимации второго порядка для конвективных членов.

Аналогичный эффект возникает и при других подходах, например, при использовании метода Галёркина.

1.3 Решение уравнения Бюргерса методом Галеркина с использованием гармонических вейвлетов

Рассмотрим комплекснозначный базис Литтлвуда-Пэйли, определенный при помощи материнского вейвлета:

$$\psi(x) = \frac{\exp(4i\pi x) - \exp(2i\pi x)}{2i\pi x} \text{ (1)}$$

Ортонормированный базис можно сконструировать ортонормированный базис $\left\{\psi(x) = 2^{\frac{i}{2}}\psi(2^j x - k)\right\}$ сдвигом и расширением материнского вейвлета, где j – масштабный коэффициент, а k – коэффициент сдвига. В итоге базис имеет вид:

$$\psi_k^j(x) = \frac{\exp(\frac{i\omega k}{2^j})}{2\pi \times 2^{j/2}}, \text{ для } 2\pi \times 2^{j/2} \leq \omega 2\pi \times 2^{j+1},$$
$$\text{и} = 0 \text{ в других случаях} \qquad (2)$$

Важнейшим шагом в конструировании алгоритма является периодизация вейвлета. Периодические вейвлеты могут быть сконструированы при помощи стандартной процедуры:

$$\psi_k^{j\,per}(x) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \psi_k^j(x - l), \qquad (3)$$

на единичном отрезке. При этом все свойства вейвлетов переходят на их периодические копии. Из (3) получаем периодические вейвлеты:

$$\psi_k^{j\,per}(x) = \frac{1}{2^{j.2}} \sum_{m_j = 2^j}^{2^{j+1}-1} \exp[-2i\pi m_j\left(x - \frac{k}{2^j}\right)], \qquad (4)$$

где $j = 0, \dots r$ и $k = 0, \dots, 2^j - 1$.

Рисунок 1. изображает действительную и мнимую части периодических гармонических вейвлетов .

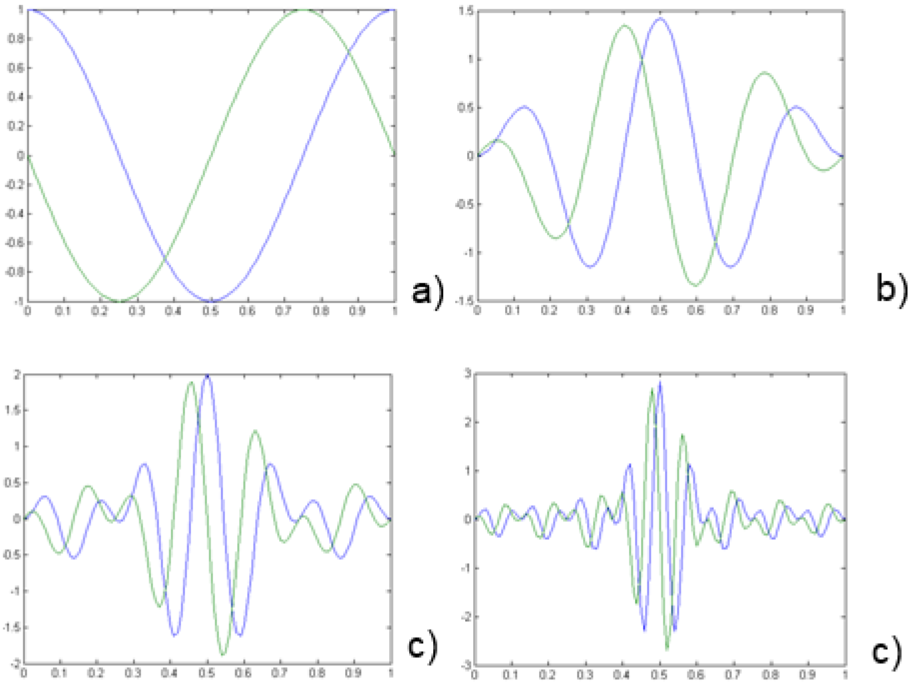

Рисунок 1. Действительная и мнимая части периодических гармонических вейвлетов a) $\psi_0^0(x)$, b) $\psi_1^1(x)$, c) $\psi_2^2(x)$ d) $\psi_4^3(x)$.

Интересно заметить, что (4) имеет вид, подобный Фурье-преобразованию и поэтому для него справедливы большинство свойств преобразования Фурье. Определив дискретное вейвлет преобразование как $\{f_l\}$:

$$f_l = \sum_{j=0}^{r} \sum_{k=1}^{2^j-1} a_k^j \psi_{k,l}^j, \qquad (5)$$

где $\psi_{k,l}^j = \psi_k^j(l/N)$, есть дискретный 1-переодический гармонический вейвлет (per отброшено для удобства), и коэффициенты выглядят:

$$a_s = \sum_{k=0}^{2^j-1} F_{2^j+k} \exp(2i\pi ks/2^j),$$
$$s = 2^j, \dots, 2^{j+1}-1, \qquad (6)$$

где $\{F\}$ – коэффициенты Фурье для $\{f\}$. Заметим, что $a_{N-s} = \tilde{a}_s$, кроме случаев a_0 и $a_{N/2}$, которые всегда являются действительными

1.3.1 Вейвлет-Галеркина метод решения уравнения Бюргерса

В этой части применяются гармонические вейвлеты для уравнения Бюргерса с периодическими граничными условиями, определенными на $x \in [0,1]$,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = v\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (7)$$

где $u(x,t)$ – скорость*, а* v –кинематическая вязкость, с начальными условиями

$$u(x,0) = sin2\pi x \quad (7')$$

Используя стандартный подход в методе Галеркина, представляя $u(x,t)$ в виде амплитуды зависящей от времени, и базиса, зависящего от пространственное переменной, находится решение (7) в форме:

$$u(x,t) = \sum_{j=0}^{r}\sum_{k=0}^{2^j-1} a_k^j(t)\psi_k^j(x) \quad (8)$$

где

$$(f,g) = \int_0^1 f(x)\tilde{g}(x)dx \quad (9)$$

Здесь тильда обозначает комплексное сопряжение.

Подставляя (8) в (7), используя (9), получаем следующую систему уравнений, которая выражает конечно-пространственное отображение уравнения Бюргерса на пространство вейвлетов,

$$\frac{d}{dt}a_s^r - v\sum_{j=0}^{r}\sum_{k=0}^{2^j-1} L_{ks}^{jr}a_k^j(t) + \sum_{j=0}^{r}\sum_{p=0}^{r}\sum_{k=0}^{2^j-1}\sum_{q=0}^{2^p-1} N_{kqs}^{jpr}a_k^j\, a_q^p = 0 \quad (10)$$

где

$$L_{ks}^{jr} = \left(\frac{d^2}{dx^2}\psi_k^j, \psi_s^r\right) \quad (11)$$

$$L_{ks}^{jr} = -\frac{4\pi^2}{2^{(j+r)/2}} \sum_{m_j=2^j}^{2^{j+1}-1} \sum_{m_r=2^r}^{2^{r+1}-1} m_j^2 \cdot exp\left[2i\pi\left(\frac{m_j k}{2^j} - \frac{m_r s}{2^r}\right)\right] \delta_{m_j,m_r}, \qquad (12)$$

и

$$N_{kqs}^{jpr} = \left(\psi_k^j \frac{d}{dx}\psi_q^p, \psi_s^r\right), \qquad (13)$$

$$N_{kqs}^{jpr} = -\frac{2i\pi}{2^{(j+p+r)/2}} \sum_{m_j=2^j}^{2^{j+1}-1} \sum_{m_p=2^p}^{2^{p+1}-1} \sum_{m_r=2^r}^{2^{r+1}-1} m_p \cdot$$
$$\cdot\, exp\left[2i\pi\left(\frac{m_j k}{2^j} - \frac{m_p q}{2^p} - \frac{m_r s}{2^r}\right)\right] \delta_{m_j,m_p,m_r} \qquad (14)$$

есть линейный и нелинейный коэффициенты соответственно, $\delta_{m,n}$ является символом Кронекера.

1.4 Попеременно-треугольный метод

1.4.1 Попеременно-треугольный метод

Будем рассматривать неявную итерационную схему:

$$B\frac{y_{k+1}-y_k}{t_{k+1}}+A_{y_k}=f, \qquad k=0,1,\ldots \quad (1)$$

Если оператор B представляет собой произведение конечного числа экономичных операторов, то он также экономичен. Так, экономичным является оператор $B=B_1B_2$, равный произведению треугольных операторов B_1и B_2.

Рассмотрим так называемый попеременно-треугольный метод – метод (1), для которого оператор B имеет вид:

$$B=(D+\omega R_1)D^{-1}(D+\omega R_2), \qquad (2)$$

Где $D=\ D^*>0,\ \ R_1^*=\ R_2,\ R_1+R_2=R,\ \ \ R=\ R^*\ >0,$

$$\omega>0 - \text{параметр}.$$

Покажем, что оператор B является самосопряженным и положительным, т.е. схема (1) с оператором (2) принадлежит исходному семейству схем (2). В самом деле,

$$(By,v)=\big((D+\omega R_1)D^{-1}(D+\omega R_2)y,v\big)=\big((D+\omega R_2)y,D^{-1}(D+\omega R_2)v\big)$$
$$=(y,(D+\omega R_1)D^{-1}(D+\omega R_2)v),$$

А значит, $(By,v)=(y,Bv),\ \ \text{т.е.} B=\ B^*$. Далее находим

$$(By,v)=\big((D+\omega R_2)y_1D^{-1}(D+\omega R_2)y\big)=\ \|(D+\omega R_2)y\|_{D^{-1}}^2>0,$$

т.е. $B=\ B^*>0.$

Оператору R соответствует матрица $R=\big(r_{ij}\big)$. В качестве матриц R_1 и R_2 можно взять нижнюю и верхнюю треугольные матрицы, т.е.

$$R_1=\big(\,r_{ij}^-\big),\ \ r_{ij}^-=\begin{cases} r_{ii}/2, & j\ =i, \\ r_{ij,} & j<i, \\ 0, & j>i; \end{cases}$$

$$R_2 = \left(r_{ij}^{+} \right), \;\; r_{ij}^{+} = \begin{cases} r_{ii}/2, & j = i, \\ r_{ij,} & j > i, \\ 0, & j < i, \end{cases}$$

Если R - симметричная матрица, $r_{ji} = r_{ij}$, то R_1 и R_2 взаимно сопряжены, $R_2 = R_1^*$.

В качестве $D = (d_{ij})$ возьмем диагональную матрицу. Тогда $(D + \omega R_1)$ – нижняя треугольная, а $(D + \omega R_2)$ – верхняя треугольная матрица. Таким образом, процесс итераций сводится к попеременному обращению нижней и верхней треугольных матриц (отсюда и название метода). В самом деле, для каждой итерации надо решать уравнения:

$$By_{k+1} = (D + \omega R_1) D^{-1} (D + \omega R_2) y_{k+1} = F_k. \quad (3)$$

Обозначая $D^{-1}(D + \omega R_1) y_{k+1} = D\bar{y}_{k+1,}$ получаем

$$(D + \omega R_1) y_{k+1} = F_k, \qquad (D + \omega R_2) y_{k+1} = D\bar{y}_{k+1,} \;\; k = 0,1, \dots \quad (4)$$

Замечая, что $(R_1 y, y) = (R_2 y, y) = (Ry, y)/2,$ находим

$$\big((D + \omega R_1) y, y\big) = (Dy, y) + \omega (R_1 y, y) = \left(\left(D + \frac{\omega}{2} R\right) y, y\right)$$

$$= \big((D + \omega R_2) y, y\big) > 0,$$

так как $D > 0, \;\; \omega > 0, \;\; R > 0.$

Отсюда следует существование обратных операторов $(D + \omega R_1)^{-1}, (D + \omega R_2)^{-1}$, т.е. разрешимость задач (4).

1.4.2 Выбор параметра ω

Чтобы пользоваться общей теорией, надо сначала найти параметры γ_1 и $\gamma_2,$ входящие в неравенства

$$\gamma_1 B \le A \le \gamma_2 B, \quad (5)$$

которые в силу ограниченности и положительности операторов А и В всегда выполнены. Начнем с определения параметра $\omega > 0.$

Пусть оператор В определяется по формуле (2), где

$$R_2^* = R_{1,} \;\; R_1 + R_2 = R, \qquad R = R^* > 0$$

и R удовлетворяет условиям

$$R \geq \delta D, \delta > 0, \qquad R_1 D^{-1} R_2 \leq \frac{\Delta}{4} R, \;\; \Delta > 0. \quad (6)$$

Тогда справедлива оценка:

$$\dot{\gamma}_1 B \leq A \leq \dot{\gamma}_2 B_{,} \; \dot{\gamma}_1 = \frac{\delta}{1 + \omega\delta + 0.25\omega^2 \delta\Delta}, \quad \dot{\gamma}_2 = \frac{1}{2\omega}. \;\; (7)$$

Отношение $\xi = \dot{\gamma}_1(\omega)/\dot{\gamma}_1(\omega)$ имеет наибольшее значение при

$$\omega = \dot{\omega} = \frac{2}{\sqrt{\delta\Delta}}; \quad (8)$$

при этом

$$\dot{\xi} = \frac{2\sqrt{\eta}}{1 + \sqrt{\eta}}, \qquad \eta = \frac{\delta}{\Delta}, \qquad \dot{\gamma}_1 = \frac{\delta}{2(1 + \sqrt{\eta})}, \qquad \dot{\gamma}_2 = \frac{\delta}{4\sqrt{\eta}} \quad (9)$$

1.4.3 Скорость сходимости

Пусть оператор $A = A^* > 0$ представлен в виде суммы $A = A_1 + A_2, \;\; A_2 = A_1^*,$ и выполнены условия:

$$A \geq \delta D, \; A_1 D^1 A_2 \leq \frac{\Delta}{4} A, \qquad \delta > 0, \qquad \Delta > 0. \quad (10)$$

Тогда для попеременно-треугольного метода (1) с

$$B = (D + \omega A_1) D^{-1} (D + \omega A_2), \qquad D = D^* > 0, (11)$$

с параметром $\omega = 2\sqrt{\delta\Delta}$ и чебышевским набором параметров

$$t_k = \frac{t_0}{1 + \rho_0 \mu_k^*}, \qquad t_0 = \frac{2}{\gamma_1 + \gamma_2}, \qquad \rho_0 = \frac{1 - \xi}{1 + \xi}, \qquad \xi = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{2\sqrt{\eta}}{1 + \sqrt{\eta}}, (12)$$

где

$$\gamma_1 = \frac{\delta}{2\left(1+\sqrt{\eta}\right)}, \qquad \gamma_2 = \frac{\delta}{4\sqrt{\eta}}, \qquad \eta = \frac{\delta}{\Delta}\ , \qquad \mu_k^* \in \mathfrak{M}_n^*, \qquad (13)$$

достаточно n (ε) итераций:

$$n_0\ (\varepsilon) \le n\ (\varepsilon) < n_0\ (\varepsilon) + 1, \qquad n_0\ (\varepsilon) < \ln \frac{\frac{2}{\varepsilon}}{2\sqrt{2}\sqrt[4]{\eta}};\ \ (14)$$

при этом выполнена оценка:

$$\|Ay_n - f\|_{B-1} \le \varepsilon \|Ay_0 - f\|_{B-1}.\ \ (15)$$

2 ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ

2.1 Вейвлет-Галеркина метод решения уравнения Бюргерса

Чтобы проиллюстрировать предложенную схему, получим вейвлет-Галеркина решение уравнения Бюргерса для $r = 3$ для различных v использую периодические гармонические вейвлеты на $x \in [0,1]$.

Для решения (10) применяется стандартный многошаговый метод Адамса. Начальные условия (7’) также раскладываются по периодическим гармоническим вейвлетам, для использования их при решении уравнения (10). Интервал изменения временной переменной t взяли $[0,1]$. При решении (10) получили набор a_k^j, которые потом были подставлены в (8). И было получено решение $u(x,t)$ изображенное на Рисунке 2. для $v = 0.025$

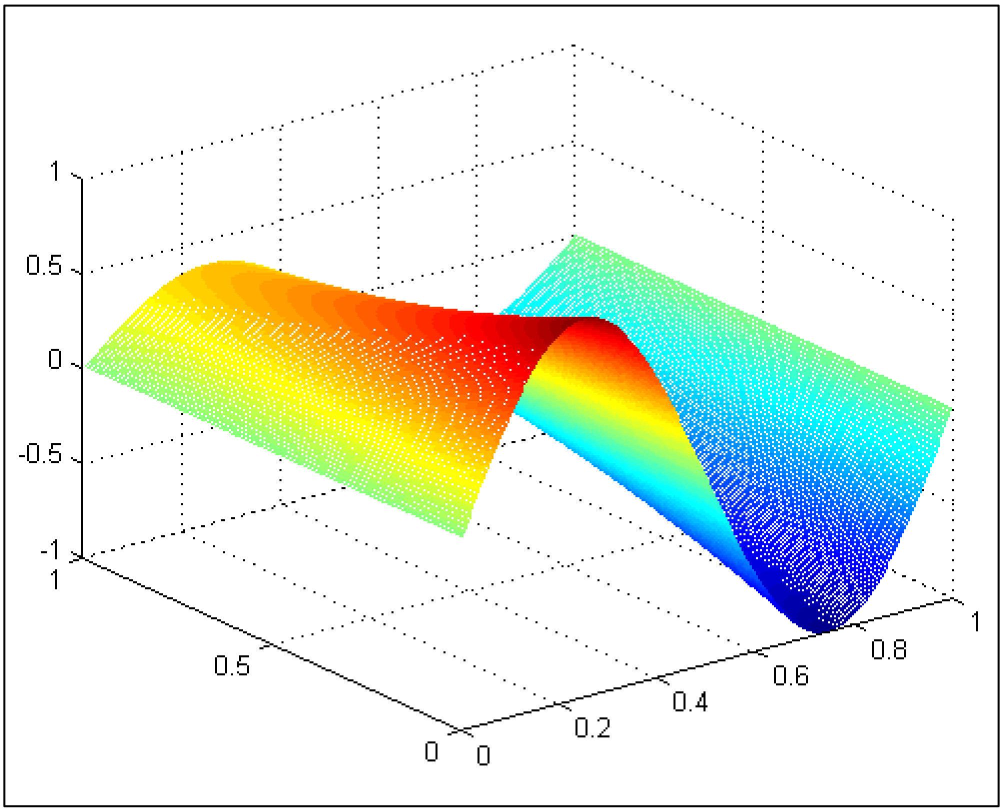

Рисунок 2. Вейвлет Галеркина решение уравнения Бюргерса для $v = 0.025$.

Для сравнения было также полученное решение для $v = 0.0025$, решение которого изображено на Рисунке 3.

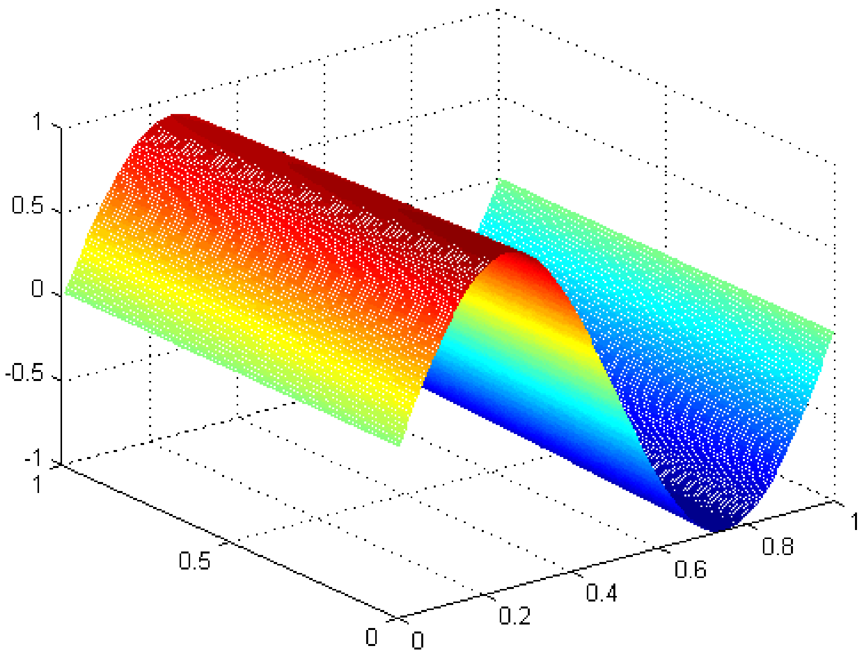

Рисунок 3. Вейвлет Галеркина решение уравнения Бюргерса для $v = 0.0025$.

Явно заметно уменьшение влияния второй производной $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ в решении.

3 СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. http://ru.wikipedia.org/wiki/Уравнение_Бюргерса
2. К. Флетчер. Численные методы на основе метода Галеркина. “Мир”. 1988 г.
3. А.М. Вайнберг. Математическое моделирование процессов переноса. Решение нелинейных краевых задач. «Москва-Иерусалим». 2009 г.
4. С.К. Годунов. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики. 1959 г.
5. Самарский А.А. Введение в численные методы. 1982 г.

4 ПРИЛОЖЕНИЯ

4.1 Приложение 1

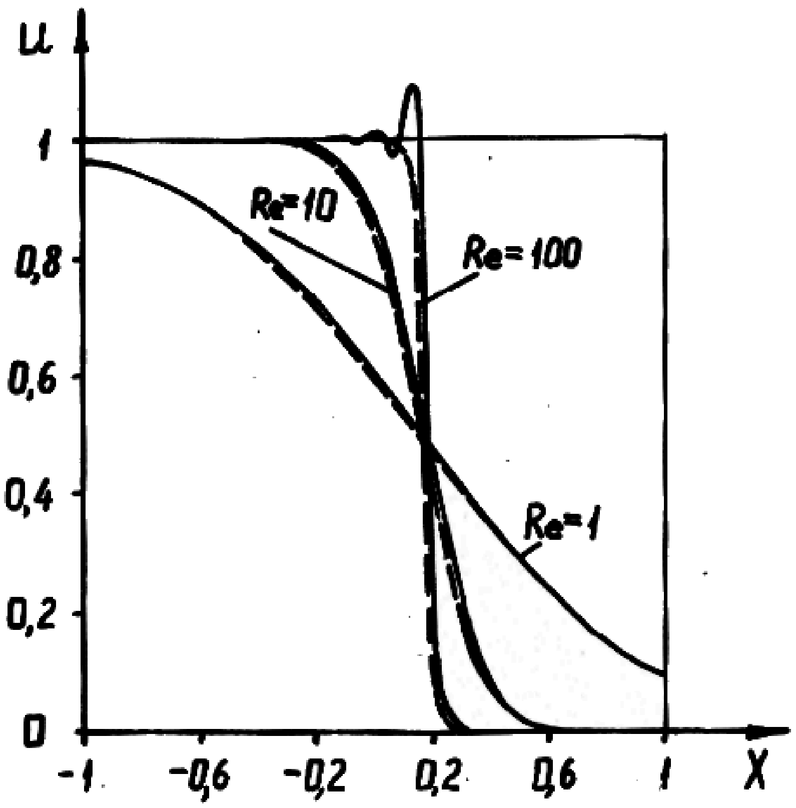

Рисунок 4. Решение уравнения Бюргерса для различных значений Re при t = 0, 23.

\- - - - - точное решение

_____ численное решение при:

l = 0.005 – шаг по временной координате;

h = 0.04 – шаг по пространственной координате;

N_{max} = 2 – максимальное количество итераций на каждом временном слое.

4.2 Приложение 2.

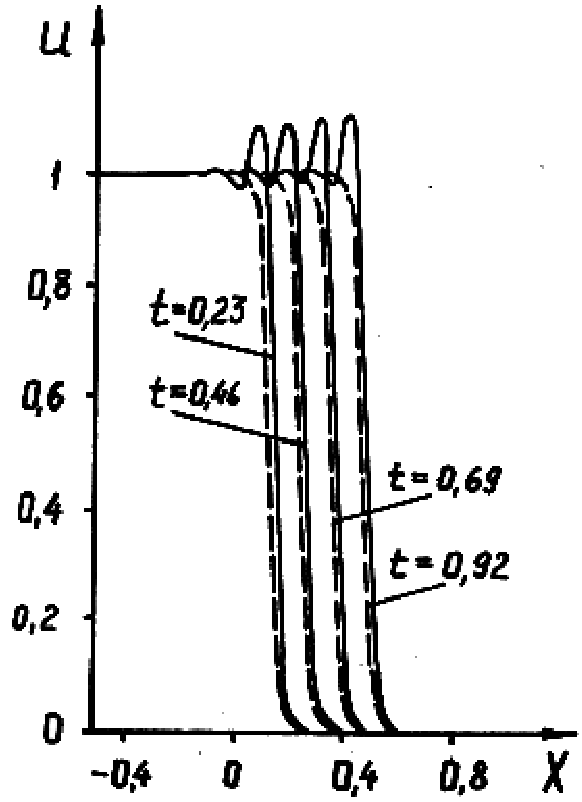

Рисунок 5. Решение уравнения Бюргерса при Re = 100 для различных значений t.

- - - - - точное решение

_____ численное решение при:

l = 0.005 – шаг по временной координате;

h = 0.04 – шаг по пространственной координате;

N_{max} = 2 – максимальное количество итераций на каждом временном слое.

4.3 Приложение 3

Листинг Matlab

```
function dy = rigid1(t,y)
global l1 n1 j k p q r s j1 p1 dy nn1 ll1 e v;
 dy = zeros((r+1)*(s+1),1);
v=0.0003;
LL1=0; NN1=0;
  for e=0:((r+1)*(s+1)-1)

      LL1=0;NN1=0;
         for j=0:r
          for k=0:(2^(j)-1);
             LL1=LL1+l1(j+1,k+1,e+1)*(y(j+1));
                for  p=1:r
                    for q=1:(2^(p)-1)

                      NN1=NN1+n1(j+1,k+1,p+1,e+1)*y(j+1)*y(p+1);
                    end
                end
            end



    end

    dy(e+1,1)=v*LL1-NN1;
end




clear all;
global l1 n1 j k p q r s j1 p1 v;
r1=3;
j1=r1;
p1=r1-1;
l(1:(j1),1:(2^(j1-1)),1:r1,1:(2^(j1-1)))=0;
n(1:(j1),1:(2^(j1-1)),1:r1,1:(2^(r1-1)),1:r1,1:(2^(j1-1)))=0;
for r=0:r1-1
   for s=0:(2^r-1)

        for j=0:r
          for k=0:(2^j-1)
```

```
            for mj=(2^j):(2^(j+1)-1)
             for mr=(2^r):(2^(r+1)-1)
                if  isequal(mj,mr)==1
                  l(j+1,k+1,r+1,s+1)=l(j+1,k+1,r+1,s+1)-
4*pi^2/2^((j+r)/2)*mj^2*exp(2*i*pi*(mj^2*k/2^j-mr*s/2^r));
                end
             end
            end


         for p=0:r
           for q=1:(2^p-1)

             for mj=(2^j):(2^(j+1)-1)
              for mp=(2^p):(2^(p+1)-1)
                 for mr=(2^r):(2^(r+1)-1)
                     if isequal(mj,mr)==1
                     n(j+1,k+1,p+1,q+1,r+1,s+1)=n(j+1,k+1,p+1,q+1,r+1,s+1)-
2*pi*i/2^((j+r+p)/2)*mp^2*exp(2*i*pi*(mj^2*k/2^j+mp^2*q/2^p-mr*s/2^r));
                     end
                 end
             end
            end
         end
       end
end
end
end
end
[ls1,ls2,ls3,ls4]=size(l);
[ns1,ns2,ns3,ns4,ns5,ns6]=size(n);
l1=reshape(l,ls1,ls2,ls3*ls4);
n1=reshape(n,ns1,ns2,ns3*ns4,ns5*ns6);

a=zeros(r1,2^(r1-1)-1);
x=1/205:1/205:1;
for r=0:r1-1
   for s=0:(2^r-1)
      q=0;
    for m=2^r:(2^(r+1)-1)
        q=q+1/2^(r/2)*exp(-2*i*pi*m*(x-(s)/2^(r)));
    end
    a(r+1,s+1)=sin(2*pi*x)/q;
```

```
 end
end
a1=reshape(a,r1*2^(r1-1),1);
options = odeset('RelTol',1e-1,'AbsTol',1e-
1,'MaxStep',1/254,'InitialStep',1/254);

 for r =0:(r1-1)
     Y=0;
        [T,Y] = ode113(@rigid1,[0 1],a1(1:(r+1)*(s+1),1),options);
    size(Y)
  [s1,s2]=size(Y);
 if (r==0)
  x=1/s1:1/s1:1;
  u=zeros(s1,s1);
  end

 for f=0:(r-1)
     for k=0:(2^(f)-1)
         q=0;
     for m=2^f:(2^(f+1)-1)
         q=q+1/2^((f)/2)*exp(-2*i*pi*m*(x-k/2^f));
     end

     u=u+Y(:,(f+1))*q;
 end
end
end
[X,Y] = meshgrid(1/255:1/255:1,1/255:1/255:1);
mesh(X,Y,real(u));
title(['Wavelet Galerkin solution of Burgers equation for v=',num2str(v)]);
```