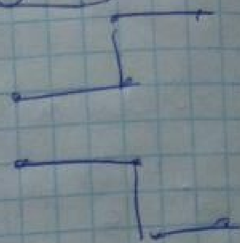
Пучков Кирилл, 774

$$\frac{y_m^n - y_m^{n-1}}{\tau} = a^2 \frac{y_{m-1}^n - (y_m^n + y_m^{n-1}) - y_{m+1}^{n-1}}{h^2}$$

$$\frac{y_m^{n+1} - y_m^n}{\tau} = a^2 \frac{y_{m-1}^n - (y_m^n + y_m^{n+1}) + y_{m+1}^{n+1}}{h^2}$$



Уст.: $y_m^n = \lambda^n e^{im\alpha}$

$$\lambda_1 = e^{i\alpha} \frac{h^2 + a^2\tau(e^{i\alpha} - 1)}{e^{i\alpha}(h^2 + a^2\tau) - a^2\tau}$$

Собств. числа отлич. при $\alpha \to -\alpha$

$$\lambda_2 = e^{-i\alpha} \frac{h^2 + a^2\tau(e^{-i\alpha} - 1)}{e^{-i\alpha}(h^2 + a^2\tau^2) - a^2\tau^2}$$

$$|\lambda_1|^2 = \frac{\lambda^2 \sin^2\alpha + (1 - \lambda + \lambda\cos\alpha)^2}{(\cos\alpha(1+\lambda) - \lambda)^2 + (1+\lambda)^2 \sin^2\alpha} = \frac{1 - 4\lambda(1-\lambda)\sin^2\frac{\alpha}{2}}{1 + 4\lambda(1+\lambda)\sin^2\frac{\alpha}{2}} \leq 1$$

$\lambda \geq 0 \Rightarrow$ рав-ва нет

Аппрокс: операторы $L_1 u_m = \frac{u_{m-1} - u_m}{h^2}$, $L_2 u_m = \frac{u_{m+1} - u_m}{h^2}$

1 вс.: $\frac{u_m^n - u_m^{n-1}}{\tau} = a^2(L_1 u_m^n + L_2 u_m^{n-1}) \Leftrightarrow (E - \tau a^2 L_1) u_m^n = (E + \tau a^2 L_2) u_m^{n-1} \Rightarrow u_m^n = (E - \tau a^2 L_1)^{-1}(E + \tau a^2 L_2) u_m^{n-1}$

2ой: $(E - \tau a^2 L_2) u_m^{n+1} = (E + \tau a^2 L_1) u_m^n$

- τ мало, $O(\tau^2)$

$(E - \tau a^2 L_1 - \tau a^2 L_2 - \tau^2 a^4 L_1 L_2) u_m^{n+1} = (E - \tau a^2 L_1 - \tau a^2 L_2 - \tau^2 a^4 L_1 L_2) u_m^{n+1} \to$ аппрокс. $O(\tau^2, h^2, \frac{\tau^2}{h^2})$

$\Downarrow$

Неявн. схема сх с пор. сх $O(\ )$