

Anna Chojnacka, 65514 (budowa modelu)
Michał Puchalski, 67827 (analiza wrażliwości)
Paweł Sadłowski, 68404 (edycja raportu)

Zaawansowane Modelowanie Symulacyjne [234060-0723]

PiTU S.A. Symulacja portfela ubezpieczeń komunikacyjnych

Streszczenie

Tutaj streszczenie

1. Opis organizacji

PiTU S.A. to zakład ubezpieczeń specjalizujący się w ubezpieczeniach komunikacyjnych. Jego aktywność jest skoncentrowana w nieznanym z nazwy kraju. Firma należy do liderów silnie skoncentrowanego rynku, jej ubiegłoroczne przychody wyniosły niespełna 843 tys. PLN. Najsilniejszą presję konkurencyjną wywiera lokalny zakład ubezpieczeń z dużym udziałem własnościowym skarbu państwa oraz trzy mniejsze filie korporacji zagranicznych.

2. Opis problemu

Kraj, w którym PiTU S.A. prowadzi swoją działalność notuje rosnącą imigrację z sąsiedniego Dżydzystanu. Z uwagi na naturalnie wyższą skłonność do zachowań ryzykownych u przedstawicieli tej narodowości firma spodziewa się wzrostu szkodowości, w związku z czym przewiduje konieczność podniesienia składki. Celem przeprowadzonej symulacji jest wyznaczenie odpowiedniej wysokości składki zabezpieczającej towarzystwo ubezpieczeniowe przed niewypłacalnością. Zakres analizy obejmuje także ocenę wrażliwości nadwyżki końcowej oraz prawdopodobieństwa niewypłacalności na wysokość nadwyżki początkowej oraz pobieranej składki.

2.1. Szczegółowy scenariusz symulacji

Firma PiTU S.A. dysponuje historycznymi danymi dotyczącymi liczby oraz wielkości szkód zgłaszanych przez klientów dżydzystkiej narodowości.

Tabela 1. Rozkład szkód zgłaszanych przez Dzydzyków

Liczba szkód		Wysokość szkody	
0	3 437	100	0
1	522	200	2
2	40	500	27
3	2	1 000	52
4	0	2 000	115
5	0	5 000	203
		10 000	106
		20 000	42
		40 000	14
		50 000	0
		55 000	0
		60 000	1

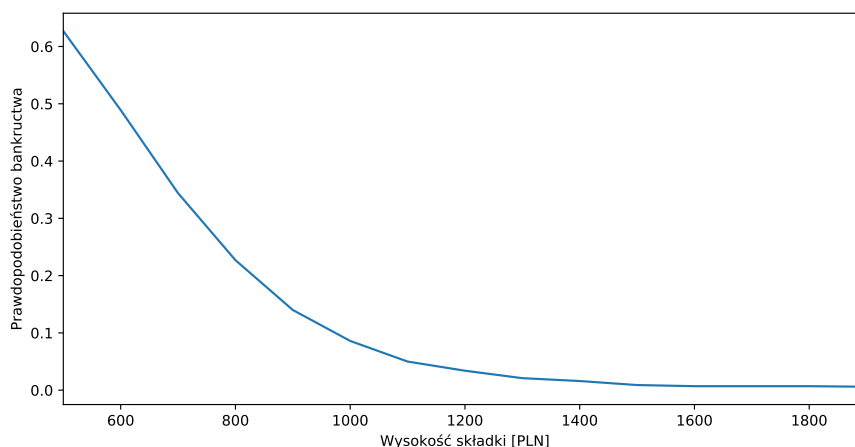
Przekazane informacje zostały ujęte w tabeli 1. Prezes zarządu spodziewa się portfela liczącego ok. 100 polis, a bieżąca nadwyżka wynosi 10 000 PLN. Dział Aktuarialny PiTU S.A. rekomenduje przybliżanie liczby szkód przez rozkład Poissona, a ich wysokości przez rozkład log-normalny. Przedstawione dane nie dają podstaw do odrzucenia tych założeń — do ich weryfikacji zastosowano odpowiednio: test χ^2 oraz test Kołmogorowa-Smirnowa. W obu przypadkach p-value znacznie przekraczało 0.9, więc wykorzystanie w procesie modelowania wymienionych rozkładów jest uzasadnione. Horyzont czasowy analizy został ustalony na dwa lata.

2.2. Struktura modelu

Modelowanym zjawiskiem jest wielkość nadwyżki w dyspozycji zakładu ubezpieczeniowego w poszczególnych dniach. W każdej iteracji symulacji ustalona liczba klientów (100) wykupuje polisę ubezpieczeniową w trakcie pierwszego roku. Dla każdego z klientów data zawarcia umowy jest losowana z rozkładu o jednakowych prawdopodobieństwach. Następnie dla każdego klienta losowane są: liczba szkód (z rozkładu Poissona), a także data wystąpienia (ponownie z rozkładu o jednakowych prawdopodobieństwach) oraz wysokość każdej z nich (rozkład log-normalny) — o ile wystąpią. Ostatecznie stan nadwyżki jest obliczany na każdy kolejny dzień w horyzoncie czasowym symulacji, z uwzględnieniem wpływów ze składek oraz wydatków na pokrycie szkód. W przypadku gdy dowolnego dnia suma szkód przekracza wartość dostępnej nadwyżki, dochodzi do niewypłacalności. W przeciwnym razie model zwraca stan nadwyżki na koniec okresu symulacji.

3. Wyniki analizy

Przedstawione w dalszej części wyniki oraz wnioski są oparte na rezultatach symulacji, w której każdy zestaw parametrów był podstawą 1000 iteracji modelu. W następnym kroku rezultaty zostały zagregowane.



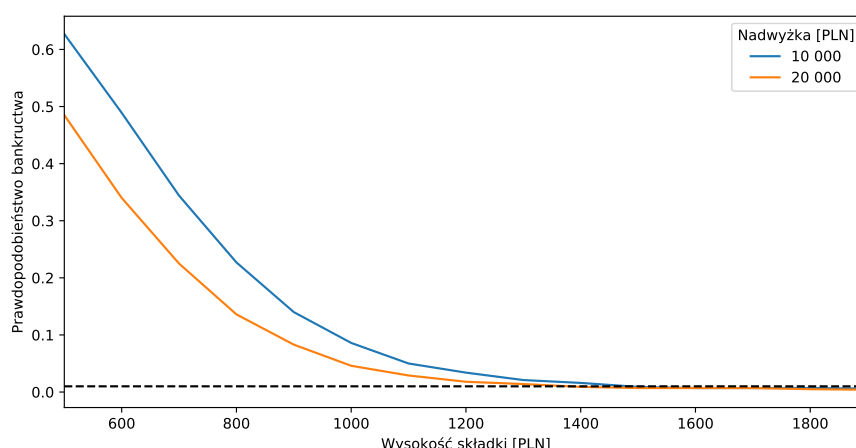
Rysunek 1. Prawdopodobieństwo bankructwa dla poszczególnych wysokości składki

3.1. Wysokość składki a prawdopodobieństwo bankructwa

Wyniki analizy jednoznacznie wskazują, że składka w wysokości 500 PLN nie pokrywa ryzyka wystąpienia szkód w wystarczającym stopniu — prawdopodobieństwo niewypłacalności wyniosło 0.627. Wykres 1 ilustruje zależność pomiędzy wysokością składki a prawdopodobieństwem bankructwa. Krzywa ma kształt hiperboliczny, co oznacza, że podnoszenie składki poprawia perspektywy zakładu ubezpieczeniowego w coraz mniejszym stopniu. Wybór optymalnej wysokości składki powinien zatem równoważyć niskie prawdopodobieństwo bankructwa oraz niski poziom składki, tak aby zniechęceni klienci nie zdecydowali się na konkurencyjną ofertę. Punkt załamania krzywej znajduje się w okolicach składki wynoszącej 1000 PLN. Prawdopodobieństwo niewypłacalności wynosi wówczas niespełna 10%, a co za tym idzie — wciąż jest duże. Najmniejszą wysokością składki, dla której nie przekracza ono poziomu 1% jest 1500 PLN.

3.2. Wpływ nadwyżki początkowej na prawdopodobieństwo bankructwa

Drugim parametrem, który wpływa na szanse utrzymania się przez przedsiębiorstwo na rynku jest wysokość nadwyżki początkowej. Ze swojej natury jest to wielkość, którą znacznie trudniej kontrolować (jej podniesienie wymagałoby najprawdopodobniej pozyskania przez PiTU S.A. dodatkowego finansowania), a przy tym uzyskane efekty będą miały charakter tymczasowy — będą w stanie uchronić firmę przed upadłością, ale nie przyczynią się do trwałego wzrostu rentowności portfela. Wykres 2 obrazuje tę tendencję — wpływ nadwyżki znacząco maleje wraz ze wzrostem rentowności portfela, tak że przy prawdopodobieństwie bankructwa nie większym niż 10% jego znaczenie pozostaje marginalne. Z tego powodu priorytetem powinno pozostać ustalenie składki na poziomie gwarantującym długoterminową rentowność portfela polis ubezpieczeniowych.



Rysunek 2. Porównanie prawdopodobieństw bankructwa dla różnych poziomów nadwyżki początkowej

3.3. Wysokość nadwyżki końcowej

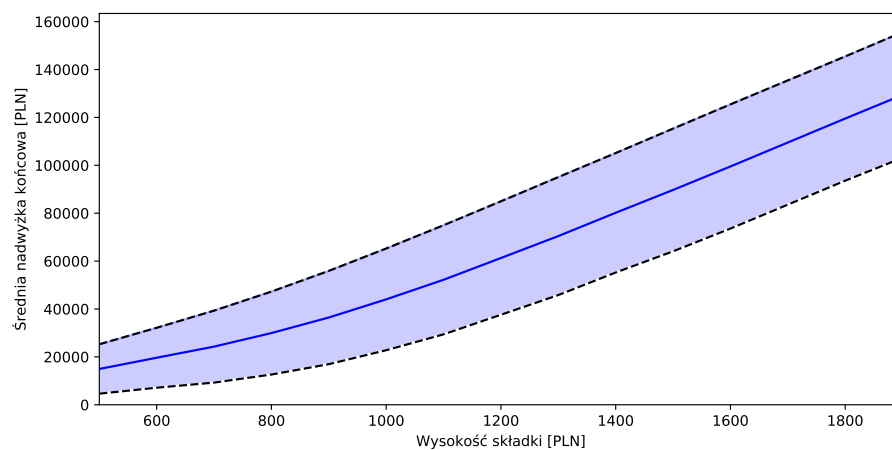
Warto zaznaczyć, że w pozytywnych scenariuszach (tj. gdy firma unika niewypłacalności) nadwyżka końcowa w większości przypadków przekracza nadwyżkę początkową. Jak widać na wykresie 3 nawet dla składki wynoszącej 500 PLN PiTU S.A. mogłoby oczekiwać zysku na poziomie 4955 PLN, pod warunkiem że firmie udałooby się uniknąć niewypłacalności. Różnica pomiędzy średnią nadwyżką końcową a nadwyżką początkową przekracza 1 odchylenie standardowej pierwszej wielkości począwszy od składki równej 800 PLN, zaś próg dwóch odchyłeń standardowych jest osiągany dla składki równej 1200 PLN.

4. Analiza wrażliwości

4.1. Błąd oszacowania szkodowości

Naturalizacja dużej grupy obywateli Dżydzżykistanu może spowodować zmianę charakterystyk populacji — nowi klienci mogą okazać się grupą bardziej lub mniej ryzykowną od dotychczasowych, przez co oszacowanie parametru λ w rozkładzie Poissona nie będzie w adekwatny sposób odzwierciedlało ryzyka wystąpienia szkody. Należy podejrzewać, że efekt ten będzie dotyczył raczej liczby zgłaszanych szkód niż ich wysokości. Z tego powodu przedmiotem analizy wrażliwości uczyniliśmy oszacowanie parametru λ , rozważając jego niedoszacowanie oraz przeszacowanie o 5%.

5. Wnioski i zalecenia



Rysunek 3. Przeciętna nadwyżka końcowa w scenariuszach pozytywnych dla różnych poziomów składki