

Anna Chojnacka, 65514 (budowa modelu)  
Michał Puchalski, 67827 (analiza wrażliwości)  
Paweł Sadłowski, 68404 (edycja raportu)

# Zaawansowane Modelowanie Symulacyjne [234060-0723]

## PiTU S.A. Symulacja portfela ubezpieczeń komunikacyjnych

### Streszczenie

Tutaj streszczenie

## 1. Opis organizacji

PiTU S.A. to zakład ubezpieczeń specjalizujący się w ubezpieczeniach komunikacyjnych. Jego aktywność jest skoncentrowana w nieznanym z nazwy kraju. Firma należy do liderów silnie skoncentrowanego rynku, jej ubiegłoroczne przychody wyniosły niespełna 843 tys. PLN. Najsilniejszą presję konkurencyjną wywiera lokalny zakład ubezpieczeń z dużym udziałem własnościowym skarbu państwa oraz trzy mniejsze filie korporacji zagranicznych.

## 2. Opis problemu

Kraj, w którym PiTU S.A. prowadzi swoją działalność notuje rosnącą imigrację z sąsiedniego Dżydzystanu. Z uwagi na naturalnie wyższą skłonność do zachowań ryzykownych u przedstawicieli tej narodowości firma spodziewa się wzrostu szkodowości, w związku z czym przewiduje konieczność podniesienia składki. Celem przeprowadzonej symulacji jest wyznaczenie odpowiedniej wysokości składki zabezpieczającej towarzystwo ubezpieczeniowe przed niewypłacalnością. Zakres analizy obejmuje także ocenę wrażliwości nadwyżki końcowej oraz prawdopodobieństwa niewypłacalności na wysokość nadwyżki początkowej oraz pobieranej składki.

### 2.1. Szczegółowy scenariusz symulacji

Firma PiTU S.A. dysponuje historycznymi danymi dotyczącymi liczby oraz wielkości szkód zgłaszanych przez klientów dżydzystkiej narodowości.

Tabela 1. Rozkład szkód zgłaszanych przez Dzydzyków

Liczba szkód		Wysokość szkody	
0	3 437	100	0
1	522	200	2
2	40	500	27
3	2	1 000	52
4	0	2 000	115
5	0	5 000	203
		10 000	106
		20 000	42
		40 000	14
		50 000	0
		55 000	0
		60 000	1

Przekazane informacje zostały ujęte w tabeli 1. Prezes zarządu spodziewa się portfela liczącego ok. 100 polis, a bieżąca nadwyżka wynosi 10 000 PLN. Dział Aktuarialny PiTU S.A. rekomenduje przybliżanie liczby szkód przez rozkład Poissona, a ich wysokości przez rozkład log-normalny. Przedstawione dane nie dają podstaw do odrzucenia tych założeń — do ich weryfikacji zastosowano odpowiednio: test  $\chi^2$  oraz test Kołmogorowa-Smirnowa. W obu przypadkach p-value znacznie przekraczało 0.9, więc wykorzystanie w procesie modelowania wymienionych rozkładów jest uzasadnione. Horyzont czasowy analizy został ustalony na dwa lata.

## 2.2. Struktura modelu

Modelowanym zjawiskiem jest wielkość nadwyżki w dyspozycji zakładu ubezpieczeniowego w poszczególnych dniach. W każdej iteracji symulacji ustalona liczba klientów (100) wykupuje polisę ubezpieczeniową w trakcie pierwszego roku. Dla każdego z klientów data zawarcia umowy jest losowana z rozkładu o jednakowych prawdopodobieństwach. Następnie dla każdego klienta losowane są: liczba szkód (z rozkładu Poissona), a także data wystąpienia (ponownie z rozkładu o jednakowych prawdopodobieństwach) oraz wysokość każdej z nich (rozkład log-normalny) — o ile wystąpią. Ostatecznie stan nadwyżki jest obliczany na każdy kolejny dzień w horyzoncie czasowym symulacji, z uwzględnieniem wpływów ze składek oraz wydatków na pokrycie szkód. W przypadku gdy dowolnego dnia suma szkód przekracza wartość dostępnej nadwyżki, dochodzi do niewypłacalności. W przeciwnym razie model zwraca stan nadwyżki na koniec okresu symulacji.

## 3. Wyniki analizy

### 3.1. Optymalna wysokość składki

Krzywa prawdopodobieństwa niewypłacalności przedstawiona na wykresie ma kształt hiperboli. Wybór optymalnej wysokości składki powinien za-

tem równoważyć niskie prawdopodobieństwo bankructwa oraz niski poziom składki, tak aby zniechęceni klienci nie zdecydowali się na konkurencyjną ofertę. Punkt załamania krzywej znajduje się w okolicach składki wynoszącej 1000 PLN. Prawdopodobieństwo niewypłacalności wynosi wówczas niespełna 10%, a co za tym idzie — wciąż jest duże. Najmniejszą wysokością składki, dla której nie przekracza ono poziomu 1% jest 1500 PLN.

### **3.2. Rentowność**

Analiza średniego wyniku dodatniego (wykres) wskazuje, że dla każdego z rozważanych poziomów składki przeciętna wysokość nadwyżki w scenariuszach, gdzie firma pozostaje wypłacalna, przekracza poziom wyjściowy, tj. 10 000 PLN. Oznacza to, że działalność jest bezsprzecznie dochodowa pod warunkiem ograniczenia ryzyka bankructwa do akceptowalnego poziomu. Przykładowo dla składki równej 1000 PLN, wyłączając przypadki niewypłacalności, nadwyżka końcowa jest ponad czterokrotnie większa od początkowej. Z kolei dla rekomendowanej wysokości składki (1500 PLN) pozytywne scenariusze kończyły się nadwyżką wynoszącą przeciętnie niespełna 90 000 PLN.

## **4. Analiza wrażliwości**

## **5. Wnioski i zalecenia**