AA Z29

Gabriel Budziński
254609

April 21, 2023

1 Zadanie 29

1.1 Treść

Pokaż, że dla oznaczeń z zadania 23 mamy:

$$\mathbb{P}(S_{min} = S_i) = \frac{\lambda_i}{\Lambda}$$

1.2 Rozwiązanie

Wybieramy pewne i. Wiemy, że dla każdego k

$$\mathbb{P}(S_k > x) = e^{-\lambda_k x}$$

Prawdopodobieństwo, że (z niezależności S_k możemy rozbić)

$$\mathbb{P}\left(\min_{k \neq i} S_k > x\right) = \prod_{k \neq i} \mathbb{P}\left(S_k > x\right) = \prod_{k \neq i} e^{-\lambda_i x} = e^{-(\Lambda - \lambda_i)x}$$

Z tego mamy

$$\mathbb{P}\left(\min_{k \neq i} S_k > S_i\right) = \mathbb{E}\left(e^{-(\Lambda - \lambda_i)S_i}\right) \overset{z\ definicji\ \mathbb{E}}{=} \int_0^\infty e^{-(\Lambda - \lambda_i)x} \lambda_i e^{-\lambda_i x} dx$$

$$\int_0^\infty e^{-(\Lambda - \lambda_i)x} \lambda_i e^{-\lambda_i x} dx = \lambda_i \int_0^\infty e^{-\Lambda x} dx = \lambda_i \frac{1}{\Lambda} = \frac{\lambda_i}{\Lambda}$$