

# Mechanizm multilateracji w rozproszonej sieci sensorów audio

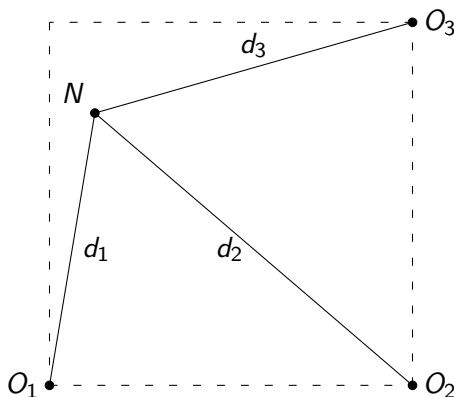
**Gabriel Budziński**

Praca napisana pod kierunkiem **dra inż. Przemysława  
Błaśkiewicza**

7 lipca 2024

## Multiateracja

Weźmy punkt  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  i oznaczmy go  $N$ , ponadto weźmy zbiór  $n$  punktów  $\{(x_i, y_i) : i \in [n]\} \subset \mathbb{R}^2$ , który oznaczmy  $\mathcal{O}$ , a punkty należące do zbioru odpowiednio  $O_i$ . Niech  $d_i$  będzie odległością  $d(N, O_i)$ . Znając współrzędne punktów  $O_i$  oraz odległości  $d_i$  chcemy znaleźć  $(x, y)$ .



## Postać wyjściowa

$$\begin{cases} (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = d_1^2 \\ (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = d_2^2 \\ \vdots \\ (x - x_n)^2 + (y - y_n)^2 = d_n^2 \end{cases}$$

## Obrane przekształcenie

$$\begin{bmatrix} 1 & -2x_1 & -2y_1 \\ 1 & -2x_2 & -2y_2 \\ & \vdots & \\ 1 & -2x_n & -2y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^2 + y^2 \\ x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1^2 - x_1^2 - y_1^2 \\ d_2^2 - x_2^2 - y_2^2 \\ \vdots \\ d_n^2 - x_n^2 - y_n^2 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot x = b$$

## Rozwiązanie

Obrano rozwiązanie aproksymacyjne w sensie najmniejszych kwadratów:

$$\sum_{i=1}^n \left| \sum_{j=1}^m A_{ij} x_j - b_i \right|^2 = \|A\hat{x} - b\|^2,$$

które otrzymujemy poprzez rozwiązanie równania normalnego

$$A^T A \hat{x} = A^T b$$

## Synchronizacja czasu

W celu uzyskania odległości między nadajnikiem a odbiornikami

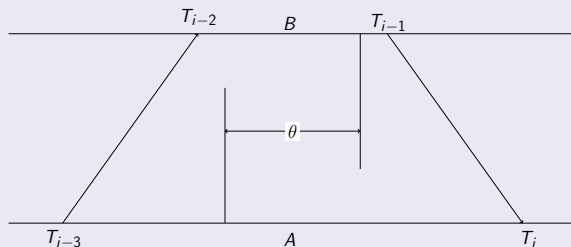
$$d = v_{sound} \cdot (time_{node} - time_{source})$$

Dokładność zaobserwowanej odległości jest skorelowana z dokładnością pomiaru różnicy czasu.

## Metody synchronizacji

- Synchronizacja programowa
  - Synchronizacja NTP
  - Synchronizacja pomiaru przesunięć
- Synchronizacja sprzętowa
  - Synchronizacja mikrofonowa

## Synchronizacja NTP



$$a = T_{i-2} - T_{i-3}, b = T_{i-1} - T_i, \delta_i = a - b, \theta_i = \frac{a+b}{2}$$

$$\theta_i - \frac{\delta_i}{2} \leq \theta \leq \theta_i + \frac{\delta_i}{2}.$$

### Synchronizacja pomiaru przesunięć

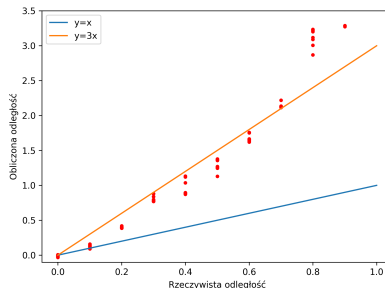
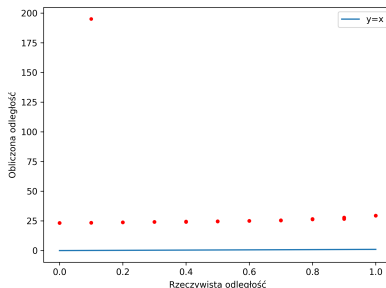
Węzeł wysyła  $n$  wiadomości zawierających aktualną wartość zegara, która po odebraniu przez serwer jest porównywana z zegarem w nim dostępnym.

### Synchronizacja mikrofonowa

Nadajnik umieszczany jest w odległości 0 od odbiornika. Nadajemy  $n$  sygnałów dźwiękowych i porównujemy czas nadania i odbioru.

## Synchronizacja NTP

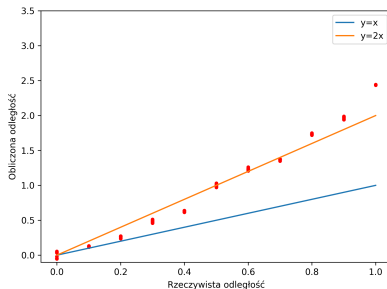
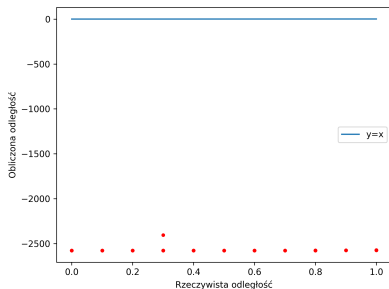
Pomiary wybranych odległości w przedziale  $[0, 1]$ . Wykres po lewej - dane przed normalizacją do punktu 0, natomiast prawy po normalizacji, okrojony do interesującego przedziału. Prosta  $y = x$  wskazuje oczekiwane wyniki. Na prawym wykresie dodatkowa prosta przedstawia przybliżony współczynnik skalowania odległości.





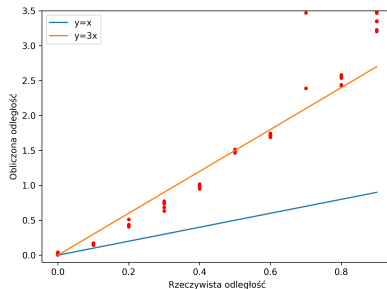
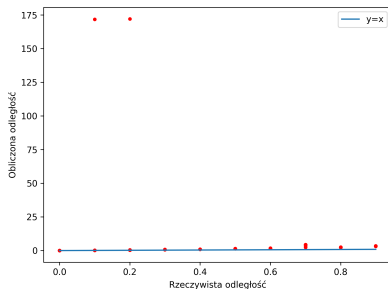
## Synchronizacja pomiaru przesunięć

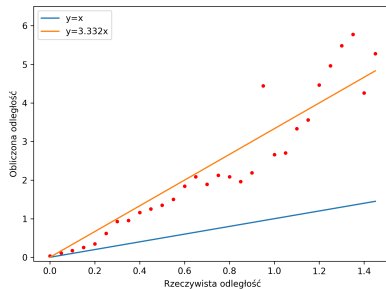
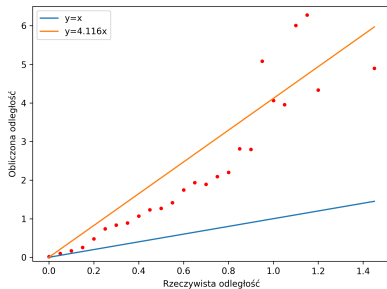
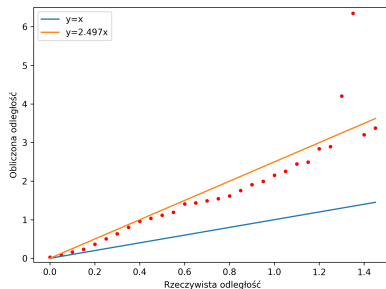
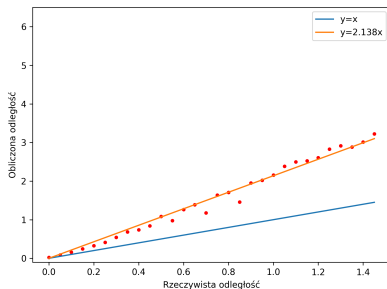
Pomiary wybranych odległości w przedziale  $[0, 1]$ . Wykres po lewej - dane przed normalizacją do punktu 0, natomiast prawy po normalizacji, okrojony do interesującego przedziału. Prosta  $y = x$  wskazuje oczekiwane wyniki. Na prawym wykresie dodatkowa prosta przedstawia przybliżony współczynnik skalowania odległości.

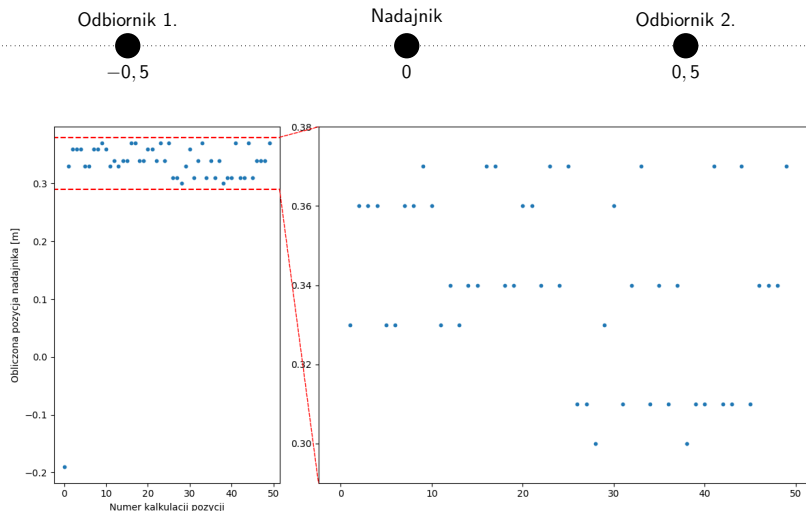


## Synchronizacja mikrofonowa

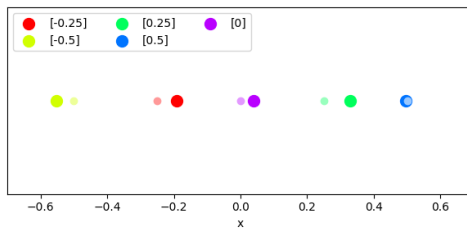
Pomiary wybranych odległości w przedziale  $[0, 1]$ . Wykres po lewej - dane przed normalizacją do punktu 0, natomiast prawy po normalizacji, okrojony do interesującego przedziału. Prosta  $y = x$  wskazuje oczekiwane wyniki. Na prawym wykresie dodatkowa prosta przedstawia przybliżony współczynnik skalowania odległości.



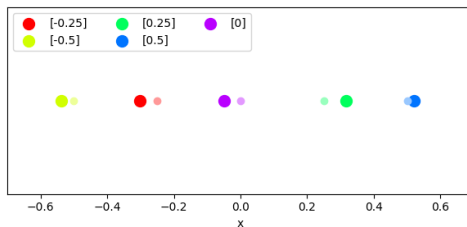




Rysunek: Punkt w pozycji (0,25), 2 mikrofony

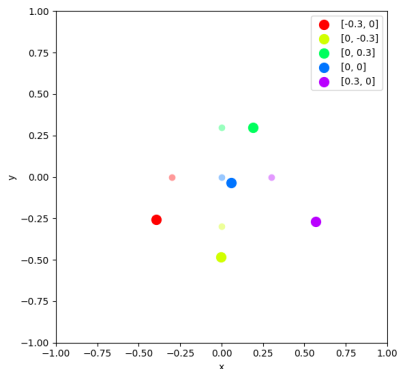


Rysunek: 2 mikrofony

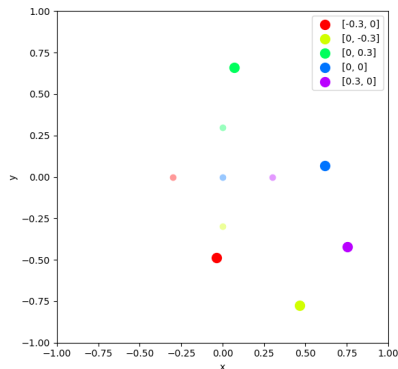


Rysunek: 4 mikrofony

# Wpływ własności akustycznych środowiska

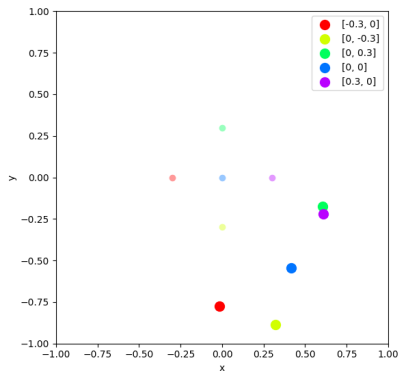


Rysunek: rotacja  $0^\circ$



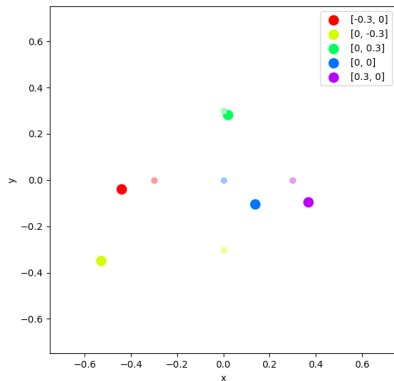
Rysunek: rotacja  $45^\circ$

# Wpływ własności akustycznych środowiska

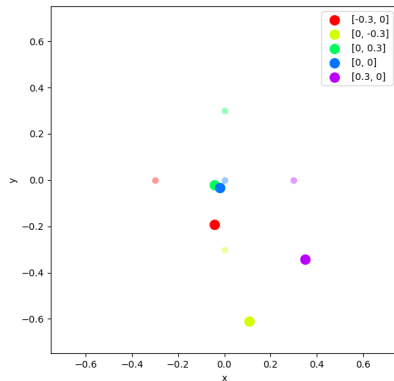


Rysunek: rotacja  $90^\circ$

# Wpływ liczby odbiorników



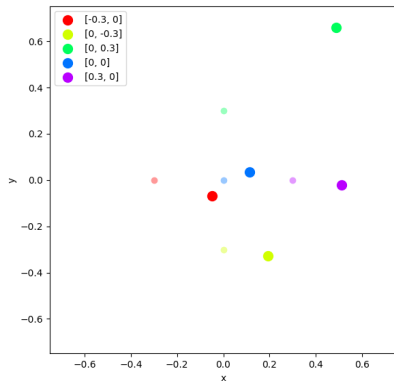
Rysunek: 3 mikrofony



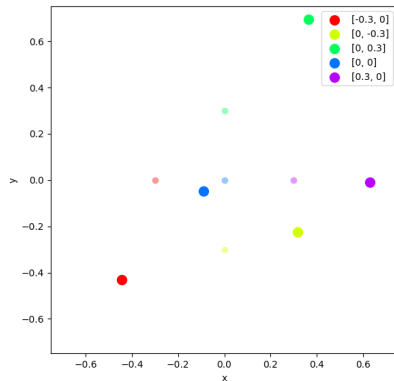
Rysunek: 4 mikrofony



# Wpływ liczby odbiorników

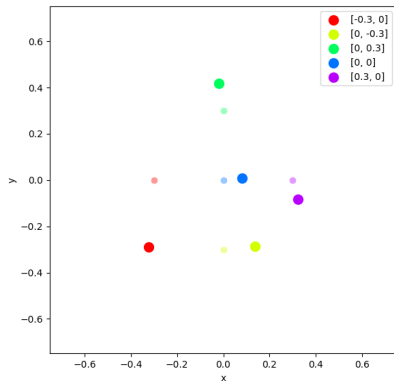


Rysunek: 5 mikrofonów

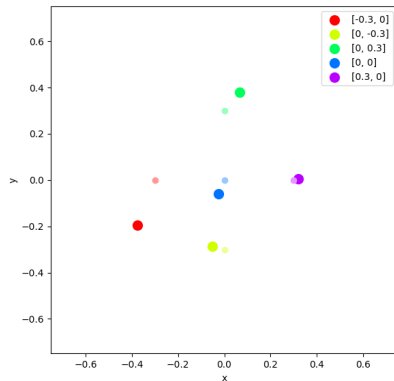


Rysunek: 6 mikrofonów

# Wpływ liczby odbiorników



Rysunek: 7 mikrofonów



Rysunek: 8 mikrofonów

## Wnioski

Czynniki wpływające na jakość pomiarów:

- zmienne własności akustyczne otoczenia,
- czułość wzmacniaczy operacyjnych mikrofonów,
- liczba odbiorników.

Dalsze kroki rozwoju systemu:

- poprawa tolerancji błędnych odczytów odległości,
- dokładniejsze przebadanie funkcji korekcyjnej.

Dziękuję za uwagę.