

Kierunek: **Informatyka algorytmiczna (INA)**

**PRACA DYPLOMOWA**  
**MAGISTERSKA**

**Mechanizm multilateracji w  
rozproszonej sieci sensorów audio**

**Multilateration mechanism in  
distributed net of audio sensors**

Gabriel Budziński

Opiekun pracy  
**dr inż. Przemysław Błaśkiewicz**

Słowa kluczowe: multilateracja, sensory audio, synchronizacja czasu

---

## Streszczenie

Problem pozycjonowania w przestrzeni na podstawie emitowanego dźwięku obiektu pozycjonowanego wiąże się z wykorzystaniem możliwie zsynchronizowanych w czasie węzłów (mikrofonów) i pomiarze różnic czasu odbioru dźwięku przez czujniki. W pracy zostanie zbudowana sieć (co najmniej 4 sztuki) sensorów audio połączonych bezprzewodowo między sobą i ze stacją główną. Zadaniem sieci będzie wskazanie lokalizacji w przestrzeni punkowego przedmiotu emitującego dźwięk. Oprócz wyboru i implementacji algorytmu multilateracji zaproponowane zostanie rozwiązanie problemu synchronizacji czasu między sensorami, minimalizacji opóźnień w komunikacji oraz kalibracji systemu.

**Słowa kluczowe:** multilateracja, sensory audio, synchronizacja czasu

## Abstract

The problem of positioning in space based on the emitted sound of the positioned object involves the use of as closely synchronized nodes (microphones) as possible in time and measuring the differences in the time of sound reception by sensors. In the work, a network (of at least 4 units) of audio sensors connected wirelessly to each other and to the main station will be built. The network's task will be to indicate the location in space of a point-like object emitting sound. In addition to selecting and implementing the multilateration algorithm, a solution to the problem of time synchronization between sensors, minimizing communication delay, and system calibration will be proposed.

**Keywords:** multilateration, WASN, clock synchronization

# Spis treści

<b>Wstęp</b>	<b>4</b>
<b>1. Sformułowanie problemu</b>	<b>5</b>
1.1. Aktualny stan wiedzy	5
1.2. Obrane rozwiązanie	6
1.3. Przykładowy egzemplarz problemu	7
<b>2. Sprzęt systemowy</b>	<b>8</b>
2.1. Broker MQTT	8
2.2. Serwer obliczeniowy	8
2.3. Węzeł	8
<b>3. Eksperyment zerowy</b>	<b>10</b>
3.1. Opis działania	10
3.2. Ewaluacja działania systemu	12
3.3. Interpretacja wyników i wnioski	14
<b>4. Synchronizacja czasu</b>	<b>15</b>
4.1. Synchronizacja programowa	15
4.2. Synchronizacja sprzętowa	18
<b>5. Multilateriacja</b>	<b>21</b>
5.1. Przygotowanie danych wejściowych	21
5.2. Ewaluacja działania systemu	23
5.3. Interpretacja i wnioski	27
<b>Podsumowanie</b>	<b>28</b>
<b>Literatura</b>	<b>29</b>

# Wstęp

Multilateracja jest metodą lokalizacji opartą na odległościach od punktów o znanych współrzędnych do szukanego punktu aby określić jego położenie. Zazwyczaj odległości te uzyskuje się na podstawie czasu, w którym sygnał dotarł do odbiornika (*ang. time of arrival, TOA*). Problem tego typu jest podstawowym w wielu współczesnych serwisach lokalizacyjnych, takich jak GPS (*ang. Global Positioning System*) i był od badany przynajmniej od lat '60, ze znacznymi postępami poczynionymi w latach '70 podczas opracowywania systemu GPS, a w latach '90 w związku z błyskawicznym wzrostem liczby telefonów komórkowych i potrzebą lokalizacji osób komunikujących się przy ich użyciu z służbami ratunkowymi [10]. W ostatnich latach coraz większym zainteresowaniem cieszy się zastosowanie metod multilateracji w sieciach urządzeń IoT [6] w celu autonomicznego uzyskiwania informacji lokalizacji przestrzennej bez potrzeby użycia dedykowanej do tego celu aparatury.

Na przestrzeni lat rozwijano wiele wariantów rozwiązań problemu lokalizacji na podstawie czasu otrzymania sygnału. Pierwszym były metody iteracyjne, dzięki którym w prosty sposób otrzymywano rozwiązanie równań nieliniowych, ale nie gwarantowały ani zbiegania do poprawnego rozwiązania, ani krótkiego czasu otrzymania go. W latach '80 wprowadzono metody manipulacji układami równań tak by otrzymać równanie kwadratowe jednej niewiadomej dające dwa rozwiązania, z których jedno było poprawne. Wreszcie w połowie lat '90 zaczęto używać układów równań liniowych, których rozwiązanie otrzymywano dzięki programowaniu liniowemu. Zaletą tej metody jest jej wszechstronność, ponieważ daje możliwość łatwego rozszerzenia problemu o więcej pomiarów. Te dodatkowe informacje mogą być dodatkowymi pomiarami TOA lub każdymi innymi związanymi z problemem przy pomocy równań liniowych. Dzięki temu mogły rozwijać się algorytmy lokalizacji wykorzystujące kąt przybycia (*ang. angle of arrival, AOA*), różnicę częstotliwości (*ang. frequency difference of arrival, FDOA*), moc odebranego sygnału (*ang. received signal strength, RSS*) oraz kierunek przybycia<sup>1</sup> (*ang. direction of arrival, DOA*). W poniższej pracy skupimy się na podstawowym wariancie multilateracji, czyli TOA.

---

<sup>1</sup>Różnicą między DOA a AOA jest odległość, z której odbierany jest sygnał. DOA zakłada, że źródło sygnału jest na tyle daleko, że AOA jest wspólny dla wszystkich odbiorników. W AOA różnice pomiarów są na tyle duże, aby móc użyć ich do triangulacji.

# Rozdział 1

## Sformułowanie problemu

Weźmy punkt  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$  i oznaczmy go  $N$ , ponadto weźmy zbiór  $n$  punktów  $\{(x_i, y_i, z_i) : i \in [n]\} \subset \mathbb{R}^3$ , który oznaczmy  $\mathcal{O}$ , a punkty należące do zbioru odpowiednio  $O_i$ . Niech  $d_i$  będzie odległością  $d(N, O_i)$ . Znając współrzędne punktów  $O_i$  oraz odległości  $d_i$  chcemy znaleźć  $(x, y, z)$ . Można to osiągnąć rozwiązując układ równań

$$\begin{cases} (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = d_1^2 \\ (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 = d_2^2 \\ \vdots \\ (x - x_n)^2 + (y - y_n)^2 + (z - z_n)^2 = d_n^2. \end{cases} \quad (1.1)$$

### 1.1. Aktualny stan wiedzy

W dostępnej literaturze obejmującej temat multilateracji i systemów multilateracyjnych opisane są trzy główne podejścia:

- iteracyjne,
- algebraiczne,
- liniowe.

Metoda iteracyjna dąży do minimalizacji błędu przybliżonego rozwiązania układu równań 1.1. Typowymi narzędziami w niej wykorzystywanymi są: metoda najszybszego spadku [7], metoda Newtona oraz szereg Taylora [5]. Praca [5] zasługuje na szczególną uwagę ze względu na skupienie się na zastosowaniu metody do użytków lokalizacyjnych, w przeciwieństwie do ogólnego podejścia do problemu optymalizacyjnego. Największymi problemami metod iteracyjnych są niepewność zbiegania do rozwiązania optymalnego a także złożoność obliczeniowa, która wpływa negatywnie na czas działania.

Metoda algebraiczna zaproponowana w pracy [1], w której pochyłono się na algebraicznym rozwiązaniu układów równań w systemie GPS, ma znaczącą przewagę nad metodami iteracyjnymi otrzymywania dwóch możliwych rozwiązań natychmiastowo, z których można następnie wybrać bardziej odpowiadające. Dodatkowo ta metoda daje możliwość operowania na pomiarach z arbitralnej liczby punktów, w przeciwieństwie do metod y zaproponowanej w pracy [2], w której skupiono się na implementacji modelu VHDL pozycjonującego na podstawie odczytów z czterech satelitów.

Wyżej wymienione metody, choć są wciąż używane, nie pojawiają się w pracach z ostatnich lat. Większość rozwiązań prezentowanych w ostatnich dekadach opiera się na układzie równań liniowych z dodatkową zmienną ze względu na nieliniowość problemu. Pierwsze tego typu rozwiązanie zaprezentowano w pracy [3], w którym zmienna nieliniowa była niwelowana przez odejmowanie od siebie kolejnych równań. Inny wariant przedstawiono w pracy [4], który zredukowano w czytelniejszej formie w pracy [9]. Właśnie ta praca była inspiracją do niniejszej pracy.

Opis aktualnego stanu wiedzy zaczerpnięto z niedawnej pracy przeglądowej [11].

## 1.2. Obrane rozwiązanie

W pracy wybrano rozwiązanie przedstawione w pracy [9]. Przekształćmy wyjściowy układ równań 1.1 do postaci

$$\begin{cases} (x^2 + y^2 + z^2) - 2x_1x - 2y_1y - 2z_1z = d_1^2 - x_1^2 - y_1^2 - z_1^2 \\ (x^2 + y^2 + z^2) - 2x_2x - 2y_2y - 2z_2z = d_2^2 - x_2^2 - y_2^2 - z_2^2 \\ \vdots \\ (x^2 + y^2 + z^2) - 2x_nx - 2y_ny - 2z_nz = d_n^2 - x_n^2 - y_n^2 - z_n^2, \end{cases} \quad (1.2)$$

a następnie do reprezentacji macierzowej

$$\begin{bmatrix} 1 & -2x_1 & -2y_1 & -2z_1 \\ 1 & -2x_2 & -2y_2 & -2z_2 \\ & & \vdots & \\ 1 & -2x_n & -2y_n & -2z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^2 + y^2 + z^2 \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1^2 - x_1^2 - y_1^2 - z_1^2 \\ d_2^2 - x_2^2 - y_2^2 - z_2^2 \\ \vdots \\ d_n^2 - x_n^2 - y_n^2 - z_n^2 \end{bmatrix}, \quad (1.3)$$

którą można przedstawić jako

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}, \quad (1.4)$$

gdzie

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2x_1 & -2y_1 & -2z_1 \\ 1 & -2x_2 & -2y_2 & -2z_2 \\ & & \vdots & \\ 1 & -2x_n & -2y_n & -2z_n \end{bmatrix}, \quad (1.5)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x^2 + y^2 + z^2 \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad (1.6)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} d_1^2 - x_1^2 - y_1^2 - z_1^2 \\ d_2^2 - x_2^2 - y_2^2 - z_2^2 \\ \vdots \\ d_n^2 - x_n^2 - y_n^2 - z_n^2 \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

przy założeniu, że  $\mathbf{x} \in E$ , gdzie  $E = \{(x_0, x_1, x_2, x_3)^T \in \mathbb{R}^4 \mid x_0 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2\}$ .

### Liniowa metoda najmniejszych kwadratów

Aby rozwiązać powyższe równanie liniowe obrano liniową metodę najmniejszych kwadratów. Z definicji rozwiązaniem równania

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}, \quad (1.8)$$

gdzie  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$  są znane będzie taki  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$ , który minimalizuje

$$\sum_{i=1}^n \left| \sum_{j=1}^m A_{ij}x_j - b_i \right|^2 = \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|^2 \quad (1.9)$$

Taki  $\mathbf{x}$  obliczamy przy użyciu powszechnie znanego w kontekście najmniejszych kwadratów *równania normalnego* postaci

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (1.10)$$

lub po przekształceniu

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (1.11)$$

Jeśli żadna trójka odbiorników nie jest współliniowa ( $\text{rank } \mathbf{A} = m$ ) oraz pomiarów jest więcej niż wymiarów ( $n > m$ ) możemy zagwarantować odwracalność  $\mathbf{A}$ , a co za tym idzie istnienie  $\hat{\mathbf{x}}$ .

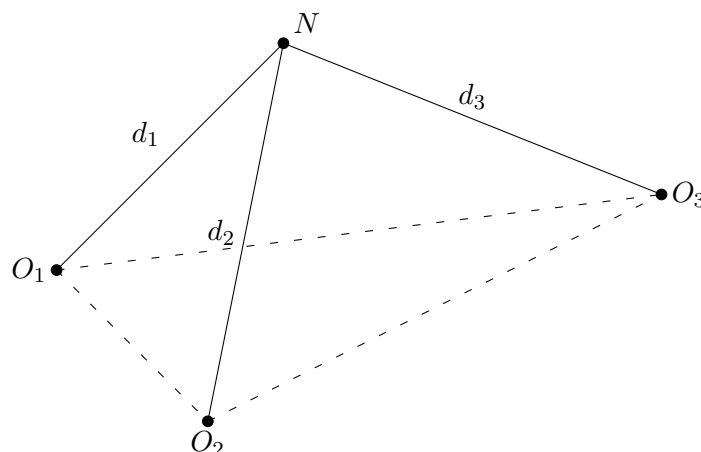
### Rozwiązanie ogólne

Uogólniona forma równania macierzowego problemu multilateracji dla przestrzeni  $m$ -wymiarowej i  $n$  odbiorników:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2\mathbf{x}^{(1)} \\ 1 & -2\mathbf{x}^{(2)} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & -2\mathbf{x}^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m x_i^2 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1^2 - \sum_{i=1}^m x_i^{(1)2} \\ d_2^2 - \sum_{i=1}^m x_i^{(2)2} \\ \vdots \\ d_n^2 - \sum_{i=1}^m x_i^{(n)2} \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

z analogicznym ograniczeniem  $\mathbf{x} \in E$ .

### 1.3. Przykładowy egzemplarz problemu



Rys. 1.1: Egzemplarz problemu multilateracji

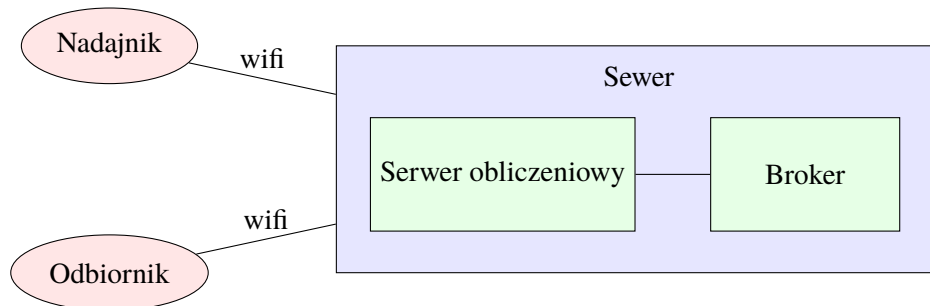
Staramy się ustalić pozycję punktu  $N$  na podstawie współrzędnych punktów  $O_1, O_2, O_3$  oraz odległości  $d_1, d_2, d_3$ . Wykorzystując równanie 1.11 podstawiamy znane wartości otrzymując  $\mathbf{x}$  zawierający szukane współrzędne.

Jak łatwo zauważyć pierwsza część lewej strony równości zależy jedynie od macierzy  $\mathbf{A}$ , która nie zawiera zmiennych związanych z węzłem źródłowym, co pozwala, przy założeniu stacjonarności odbiorników, na wcześniejsze i jednorazowe przeprowadzenie kosztownych przekształceń tej macierzy. W tej sytuacji jednorazowe obliczenie rozwiązania wymaga jedynie obliczenia wektora  $\mathbf{b}$  oraz iloczynu skalar-nego.

## Rozdział 2

# Sprzęt systemowy

Niemal wszystkie prace adresujące temat multilateracji opierają się na systemach urządzeń działających w zakresie fal elektromagnetycznych. W tej pracy poświęcimy uwagę systemowi działającemu w domenie fal dźwiękowych, jak ten aspekt wpływa na skuteczność i dokładność rozwiązania problemu multilateracji.



### 2.1. Broker MQTT

Urządzenia systemowe porozumiewają się przy użyciu protokołu MQTT. Każdy z węzłów oraz serwer łączą się z centralnym brokerem, który przekierowuje wiadomości opatrzone tematem do klientów subskrybujących dany temat. Broker jest oparty o otwarty projekt *Mosquitto*.

### 2.2. Serwer obliczeniowy

Centralnym urządzeniem systemu jest serwer obliczeniowy kumulujący dane otrzymane z sensorów do rozwiązania problemu multilateracji. Do implementacji serwera zdecydowano się użyć języka *python* ze względu na dostępność bibliotek oferujących narzędzia potrzebne do działania serwera, takie jak pakiet *paho* oferujący klienta MQTT czy pakiet matematyczny *numpy*. Ponadto prostota składni tego języka pozwoliła na szybkie wdrażanie modyfikacji działania kolejnych aspektów serwera. Serwer hostowany jest na tej samej maszynie co broker MQTT.

### 2.3. Węzeł

Każdy z węzłów oparty jest o mikrokontroler ESP8266-01s zaprogramowany przy użyciu Arduino IDE w języku C++. W systemie występują dwa rodzaje węzłów:

- nadajnik,
- odbiornik.

Nadajnik jest wyposażony w przełącznik cewkowy sterowany przez mikrokontroler, który służy do kontrolowania brzęczyka zasilanego napięciem 12V. Wybrano brzęczyk o głośności 90dB w celu zmaksymalizowania zasięgu działania systemu. Odbiornik jest natomiast wyposażony w mikrofon elektretowy,



którego sygnał wzmacniany jest przez wzmacniacz operacyjny. Sygnał analogowy jest ostatecznie zmieniany na sygnał binarny na podstawie odniesienia to określonego poziomu napięcia. Czułość mikrofonu dostrajana jest ręcznie poprzez potencjometr.

## Rozdział 3

# Eksperyment zerowy

Po przygotowaniu komponentów systemu wstępnie zaimplementowano program rozwiązujący problem multilateracji, aby zbadać czy problem nie jest zbyt trywialny, aby opisać go w pracy, lub przeciwnym razie, na podstawie wyników eksperymentu, zastanowić się jakie przeszkody stoją na drodze do rozwiązania o zadowalającej precyzji.

### 3.1. Opis działania

Program zaimplementowano na podstawie rozwiązania aproksymacyjnego 1.11 postaci

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (3.1)$$

Współrzędne odbiorników są znane.

#### Programy węzłów

---

##### Program 1 Program nadajnika

---

```
1: buzz ← False
2: buzzTime ← 0
3: lastBuzzTime ← 0
4: syncTime ← 0
5: function ONMESSAGE(message, topic)
6:   if topic is TOPIC then
7:     buzz ← message
8:   end if
9:   if topic is TIME_TOPIC then
10:    syncTime ← micros()
11:   end if
12: end function
13: loop
14:   if buzz and micros() – lastBuzzTime > BUZZ_INTERVAL then
15:     buzzTime ← micros() – syncTime
16:     publish(buzzTime)
17:     lastBuzzTime ← buzzTime
18:     buzzer()
19:   end if
20: end loop
```

---

---

##### Program 2 Program odbiornika

---

```
1: micState ← LOW
```

---

```

2: micTime  $\leftarrow$  False
3: lastMicTime  $\leftarrow$  0
4: syncTime  $\leftarrow$  0
5: function ONMESSAGE(topic)
6:   if topic is TIME_TOPIC then
7:     syncTime  $\leftarrow$  micros()
8:   end if
9: end function
10: function MICINTERRUPT
11:   micState  $\leftarrow$  HIGH
12: end function
13: loop
14:   if micState is HIGH and micros() – lastMicTime > MIC_INTERVAL then
15:     micTime  $\leftarrow$  micros() – syncTime
16:     publish(micTime)
17:     lastMicTime  $\leftarrow$  micTime
18:     micState  $\leftarrow$  LOW
19:   end if
20: end loop

```

---

- *micros*() - funkcja zwracająca liczbę mikrosekund od uruchomienia urządzenia,
- *TOPIC* - nazwa kanału MQTT korespondującego do danego węzła,
- *TIME\_TOPIC* - nazwa kanału MQTT służącego do przesyłania wiadomości o synchronizacji czasu,
- *BUZZ\_INTERVAL* - interwał czasowy pomiędzy sygnałami brzęczyka,
- *MIC\_INTERVAL* - interwał czasowy pomiędzy dwoma oddzielnymi rejestracjami sygnału wysokiego na mikrofonie,
- *publish*() - funkcja publikująca wiadomość na zadanym kanale MQTT.

## Program serwera

---

### Program 3 Program serwera

---

```

1:  $M \leftarrow (A^T A)^{-1} A^T$ 
2: function calc_position
3:   for node in NODES do
4:      $d \leftarrow (SS/10^6) \cdot time_{node} - time_{source}$ 
5:      $b_{node} \leftarrow d - \sum_{x \in coords_{node}} x^2$ 
6:   end for
7:   return  $M \cdot b$ 
8: end function
9: loop main
10:   sleep( $t_1$ )
11:   calc_position()
12: end loop
13: loop sync_clock
14:   publish(TIME_TOPIC)
15:   sleep( $t_2$ )
16: end loop

```

---

- $A$  - macierz zawierająca współrzędne obrotów z równania 1.4
- $SS$  - prędkość dźwięku  $\left[\frac{m}{s}\right]$ ,
- *time* - czas dostarczony w ostatniej wiadomości od węzła,
- *coords* - współrzędne węzłów nadawczych,
- $t_1$  - czas pomiędzy obliczeniami pozycji,

- $t_2$  - czas pomiędzy wiadomościami synchronizującymi zegary.

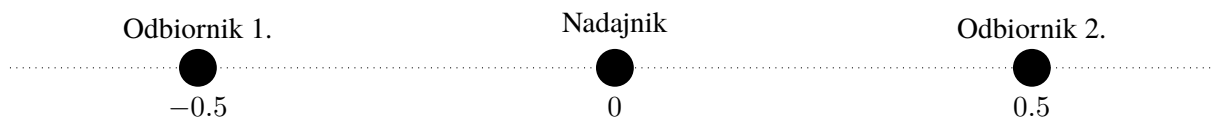
### Opis algorytmu

W programie serwera zaimplementowano funkcję rozwiązującą równanie 1.11 przy pomocy funkcji bibliotecznych dostępnych w pakiecie numpy. Wywołania następują co interwał  $t_1$ . Co interwał  $t_2$  serwer wysyła wiadomość synchronizującą z założeniem, że węzły odbierają ją równocześnie i w ten sposób synchronizują zegary.

## 3.2. Ewaluacja działania systemu

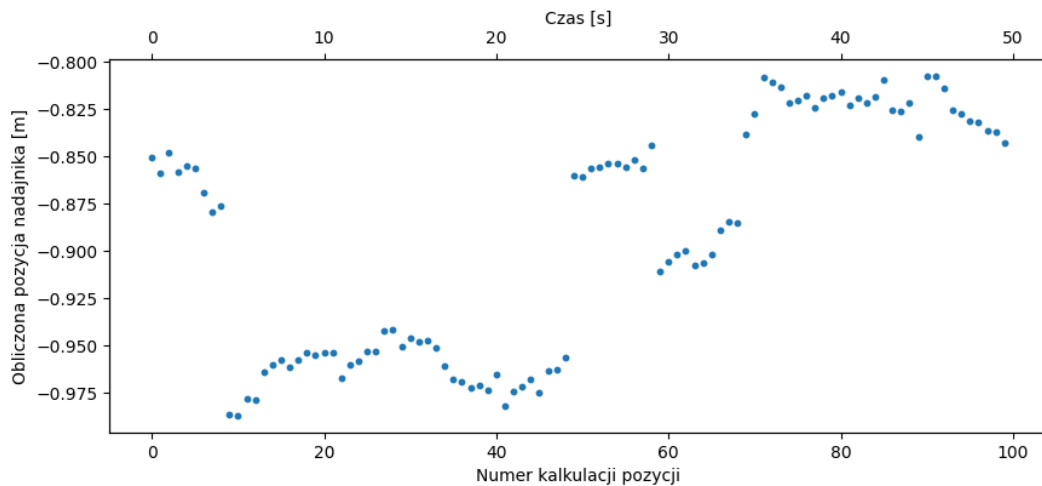
Pierwsze testy przeprowadzone zostały na systemie operującym w jednym wymiarze (to jest wszystkie węzły są współliniowe) w celu jak największego uproszczenia, pozwalającego na szybsze wykrywanie i rektyfikację błędów. Wszystkie odległości będą podawane w metrach.

### Struktura systemu testowego

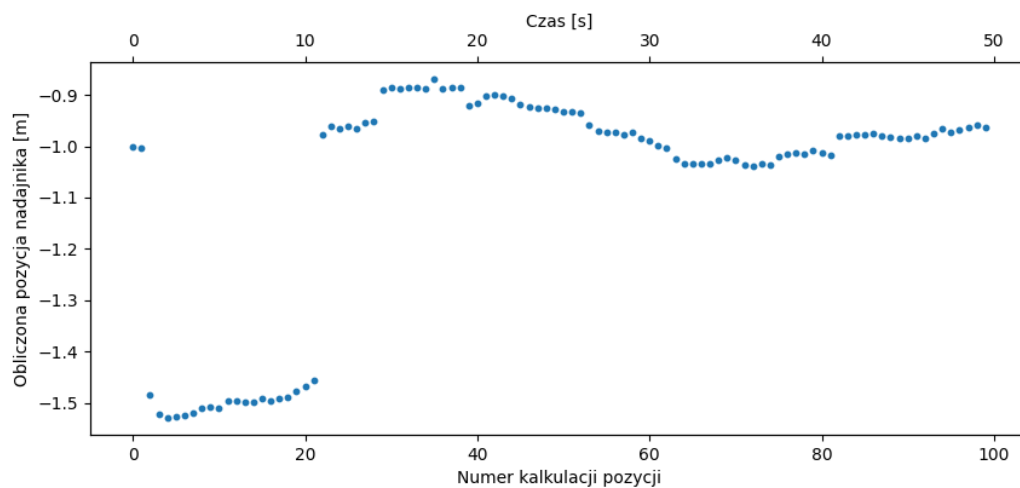


Rys. 3.1: Układ systemu testowego

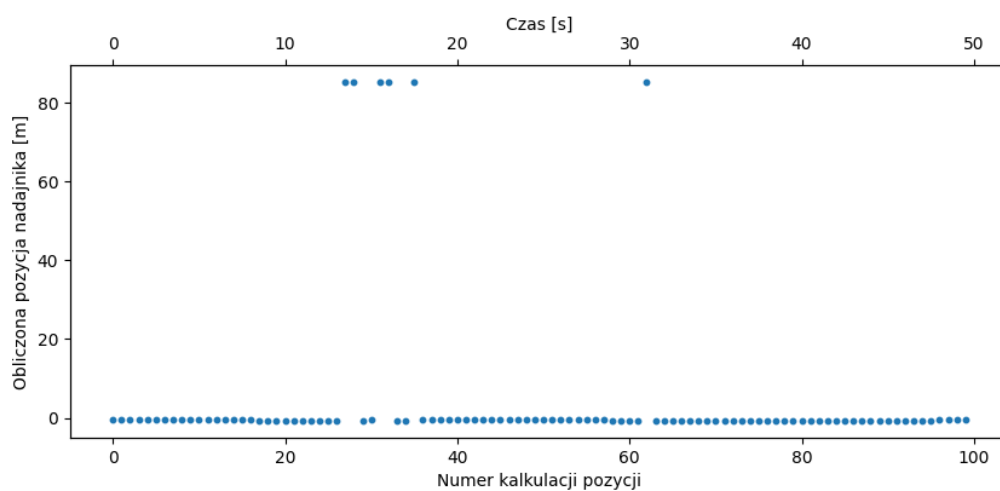
Nadajnik umiejscowiono w punkcie (0), natomiast dwa odbiorniki w punktach odpowiednio  $(-0.5)$  i  $(0.5)$ , wszystkie węzły były stacjonarne. Nadajnik co  $0.5\text{ s}$  nadawał sygnał o długości  $10\text{ ms}$ , a serwer co  $0.5\text{ s}$  zwracał wynik zagadnienia multilateracji na podstawie ostatnio otrzymanych danych. Wykonano 5 następujących bezpośrednio po sobie eksperymentów, poniżej przedstawiono wyniki trzech pierwszych, ponieważ są wystarczające do ukazania zachodzącego trendu.



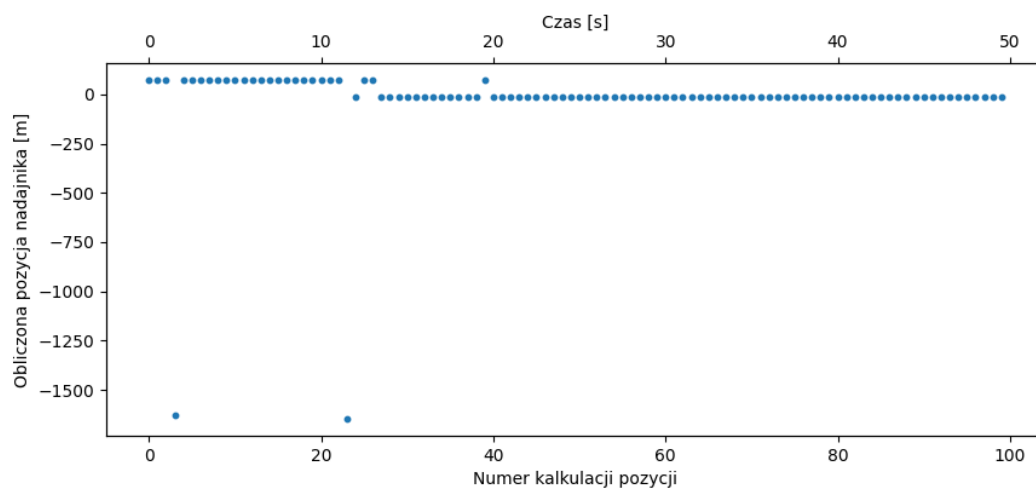
(a) Test 1.



(b) Test 2.



(c) Test 3.



(d) Test 4.

Rys. 3.2: Wykres obliczonej pozycji odbiornika w zależności od czasu

### 3.3. Interpretacja wyników i wnioski

Już na pierwszym z wykresów widać, że wartości wyjściowe algorytmu są niestabilne, współrzędna nadajnika waha się w przedziale  $(-0.98, -0.8)$ , a także co jakiś czas następują nagłe przeskoki między następującymi po sobie wartościami. Coraz większa rozbieżność następuje wraz z upływem czasu. Już w drugim teście różnica ekstremalnych odchyleń jest większa niż odległość między nadajnikami, a dokładność jest absolutnie niezadowalająca. Kolejne testy jedynie utwierdzają te obserwacje.

Na niską dokładność i stabilność wyników może mieć wpływ wiele czynników takich jak:

- niepoprawna synchronizacja zegarów węzłów,
- niepoprawna kalibracja czułości mikrofonów,
- fałszywe odczyty wynikające z odbić fali dźwiękowej,
- niska jakość rozwiązania aproksymacyjnego.

Obserwując skoki pomiędzy sąsiadującymi obserwacjami położenia rozdzielającymi okresy względnej stabilności i mając na uwadze statyczność otoczenia systemu możemy śmiało wysnuć wniosek, że tak nagła zmiana średniej obliczanej wartości może wynikać najprawdopodobniej z błędnej synchronizacji czasu. Wygląda na to, że sygnał wysyłany przez serwer obliczeniowy nie jest odbierany we wszystkich węzłach równocześnie. Następny rozdział będzie poświęcony badaniu i tworzeniu algorytmu synchronizacji zegarów w węzłach.

## Rozdział 4

# Synchronizacja czasu

Synchronizacja czasu jest jednym z podstawowych problemów systemów opartych o wiele urządzeń posiadających własne zegary. Wiedza o dokładnym czasie zachodzących w sieci zdarzeń jest niezbędna do szybkiego przesyłu danych, koordynacji procesów czy aktualizacji systemu plików. W przypadku niniejszej pracy dokładne określenie czasu zachodzących zdarzeń jest kluczowe do wiarygodnego określenia odległości pomiędzy węzłami na podstawie interwału czasowego pomiędzy nadaniem a odbiorem sygnału dźwiękowego.

### 4.1. Synchronizacja programowa

Pierwszym podejściem do rozwiązania problemu synchronizacji zegarów było zastosowanie synchronizacji programowej [12], w której urządzenie-host utrzymuje wysokiej rozdzielczości licznik czasowy i wysyła sygnały o jego wartości pozostałym węzłom w sieci. Na podstawie tych informacji każdy z węzłów oblicza różnicę w zegarach i wprowadza odpowiednie przesunięcie własnego licznika.

#### Algorytm synchronizacji NTP

Jednym z najbardziej rozpowszechnionych protokołów synchronizacji programowej jest *Network Time Protocol* opisany w pracy [8]. Zachowując oznaczenia w niej zastosowane opiszmy w skrócie zasadę działania tego protokołu.

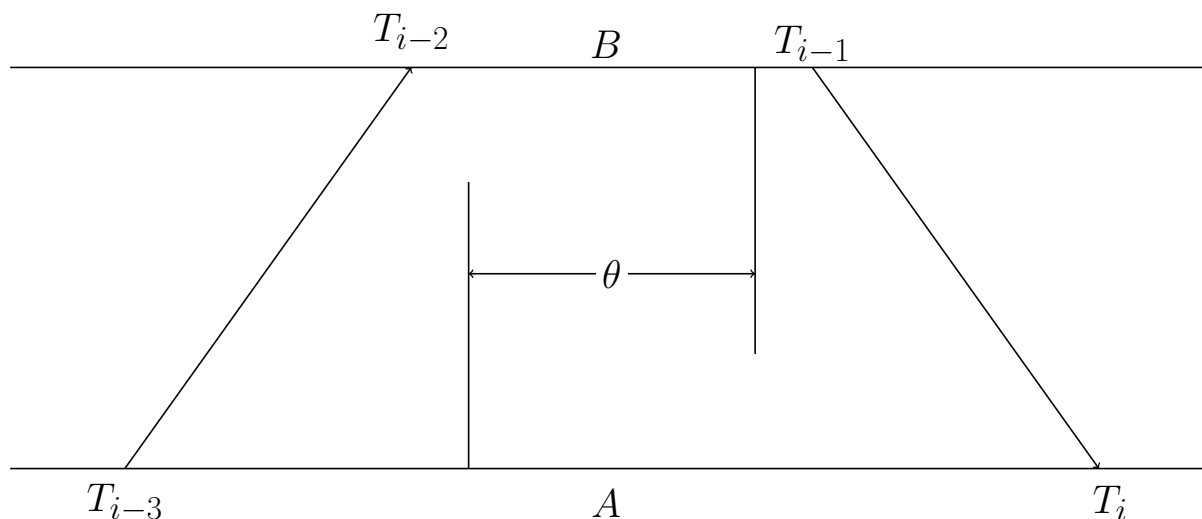
Na rysunku 4.1 przedstawiono schemat działania protokołu NTP. Urządzenia  $A$  i  $B$  wymieniają wiadomości zawierające sygnatury czasowe. Niech  $T_i$ ,  $T_{i-1}$ ,  $T_{i-2}$ ,  $T_{i-3}$  będą czterema ostatnimi wiadomościami oraz niech  $a = T_{i-2} - T_{i-3}$  oraz  $b = T_{i-1} - T_i$ . Wtedy całkowity czas transmisji  $\delta_i$  i przesunięcie zegara  $\theta_i$  urządzenia  $B$  względem urządzenia  $A$  to

$$\delta_i = a - b \quad \text{oraz} \quad \theta_i = \frac{a + b}{2}$$

Dodatkowym wnioskiem przedstawionym w powyższej pracy jest własność prawdziwego przesunięcia względem aktualnie obliczonego:

$$\theta_i - \frac{\delta_i}{2} \leq \theta \leq \theta_i + \frac{\delta_i}{2}$$

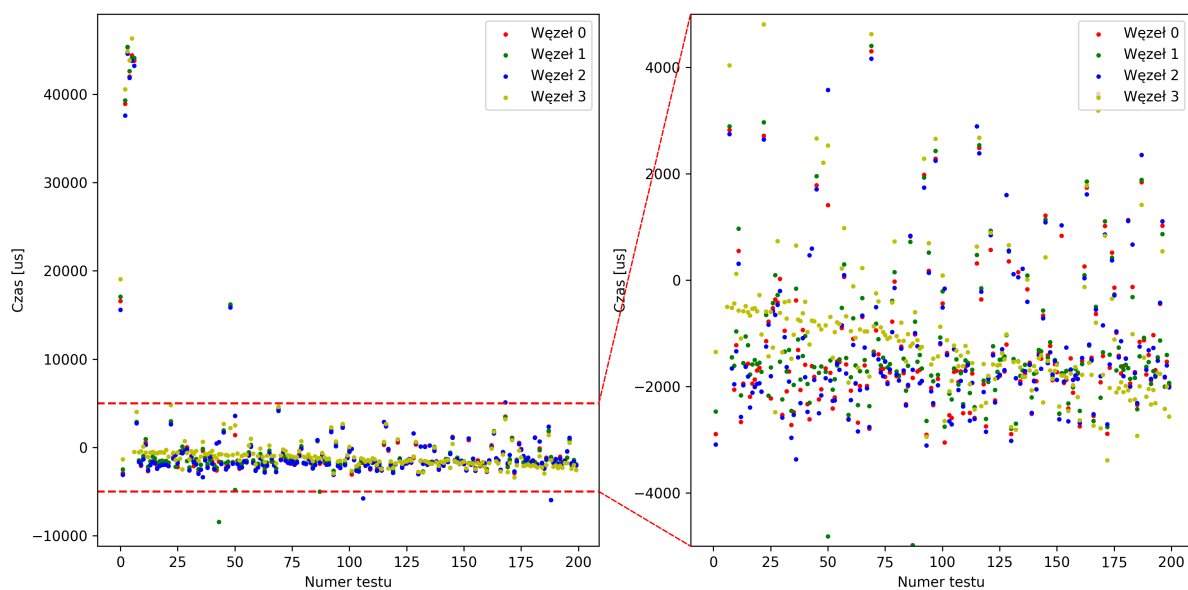
Jak łatwo zauważyć im krótszy jest czas propagacji tym lepsze przybliżenie dostajemy.



Rys. 4.1: Pomiar opóźnienia transmisji i przesunięcia zegara

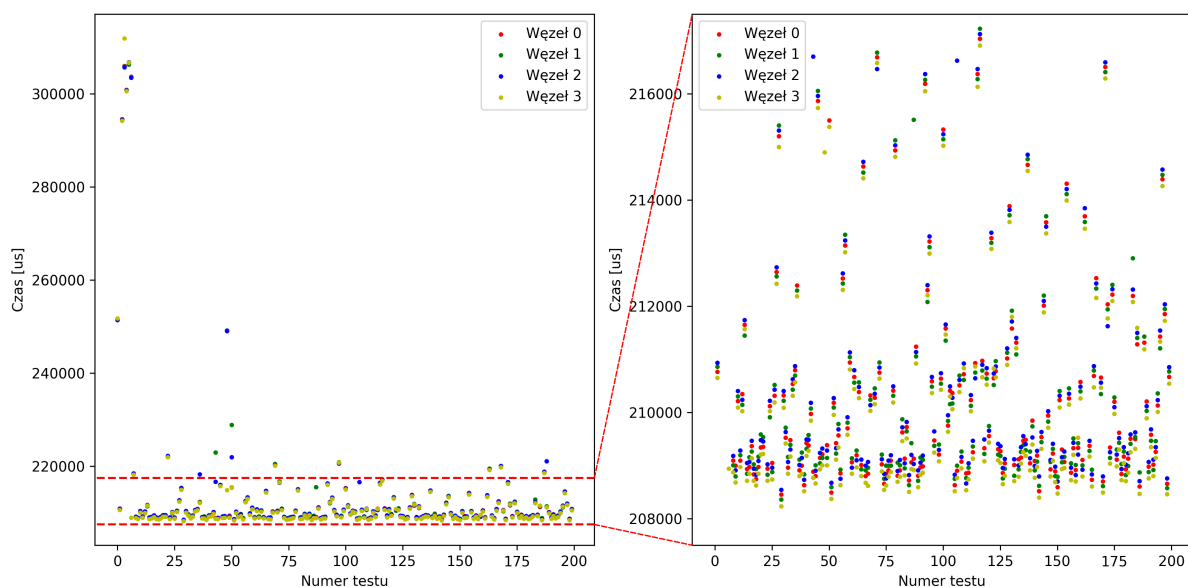
Na podstawie tych informacji podjęto próbę synchronizacji programowej zegarów węzłów w systemie multilateracyjnym. Przy użyciu czterech węzłów przeprowadzono eksperymenty mające na celu próbę ustalenia przesunięć zegarów każdego z urządzeń względem centralnego serwera. Opisany wyżej schemat wymiany czterech wiadomości powtarzano  $n$  razy wspólnie dla wszystkich węzłów zapisując obliczone przesunięcia oraz czasy propagacji.

W celu poprawy czytelności wyniki przesunięć zostały znormalizowane poprzez przesunięcie o wartość średnią dla każdego z węzłów.

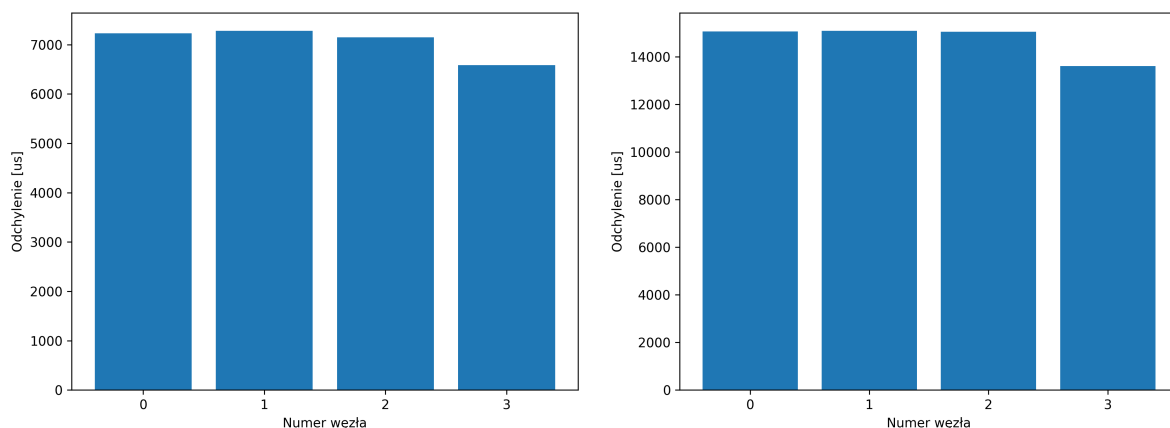


Rys. 4.2: Wyniki pomiarów przesunięć zegarów





Rys. 4.3: Wyniki pomiarów czasów propagacji

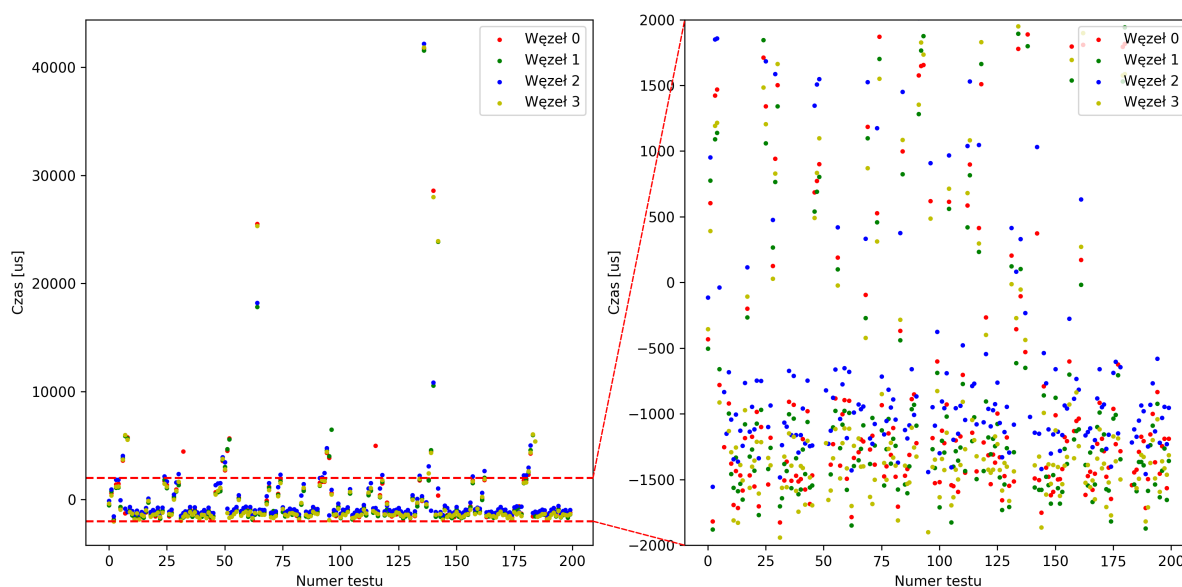


Rys. 4.4: Odchylenia standardowe pomiarów

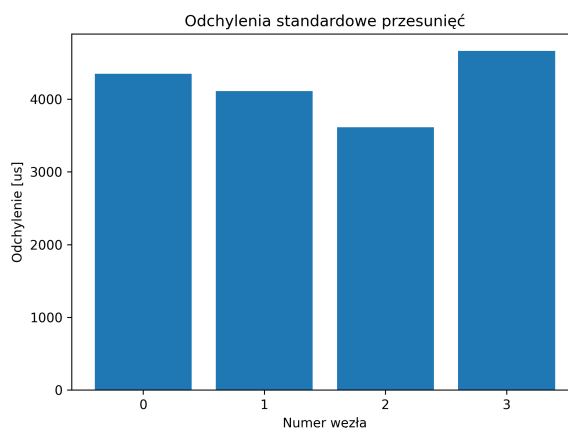
Na podstawie otrzymanych wykresów łatwo zauważyć, że czas propagacji wiadomości w systemie jest nieprzewidywalny i zmienia się znacząco z pomiaru na pomiar. Interesującą nas statystyką są jednak zaobserwowane przesunięcia zegarów, bez których nie jesteśmy w stanie poprawnie ocenić odległości od źródła dźwięku. Tutaj wartości wyglądają na bardziej skoncentrowane, jednak nie widać wyraźnych tendencji koncentracji wokół wartości średnich dla żadnego z węzłów. Ponadto zaobserwowane odchylenia standardowe  $\sigma_i$ ,  $i \in \{0, 1, 2, 3\}$  wielkości  $\approx 7000\mu s$  są nieakceptowalne, ponieważ w takim czasie dźwięk w powietrzu pokonuje  $\frac{7000}{1000000} s \cdot 343 \frac{m}{s} = 2.401m$ . Możliwe jest, że wielokrotne powtarzanie pomiarów da zadowalającą wartość średnią, pozwalającą na centymetrową precyzję obliczanych odległości. W porównaniu z pozostałymi sposobami brane będą pod uwagę wartości uśrednione.

### Bezpośredni pomiar przesunięć zegarów

Biorąc pod uwagę zauważoną nieprzewidywalność i rozrzut czasów propagacji (spowodowanych najprawdopodobniej użyciem protokołu MQTT do przesyłu wiadomości pomiędzy urządzeniami) następnym pomysłem schematu synchronizacji jest bezpośrednie badanie względnego przesunięcia zegarów. Węzeł wysyła  $n$  wiadomości zawierających aktualną wartość zegara, która po odebraniu przez serwer jest porównywana z zegarem w nim dostępnym.



Rys. 4.5: Wyniki pomiarów przesunięć zegarów



Rys. 4.6: Odchylenia standardowe pomiarów

Wykresy przesunięć wygenerowane na podstawie tych testów na pierwszy rzut oka są skoncentrowane podobnie jak poprzednie, jednakże odchylenie standardowe są prawie dwukrotnie mniejsze niż uprzednio, co daje nadzieję na bardziej wiarygodne wyniki. W porównaniu z pozostałymi sposobami brane będą pod uwagę wartości uśrednione.

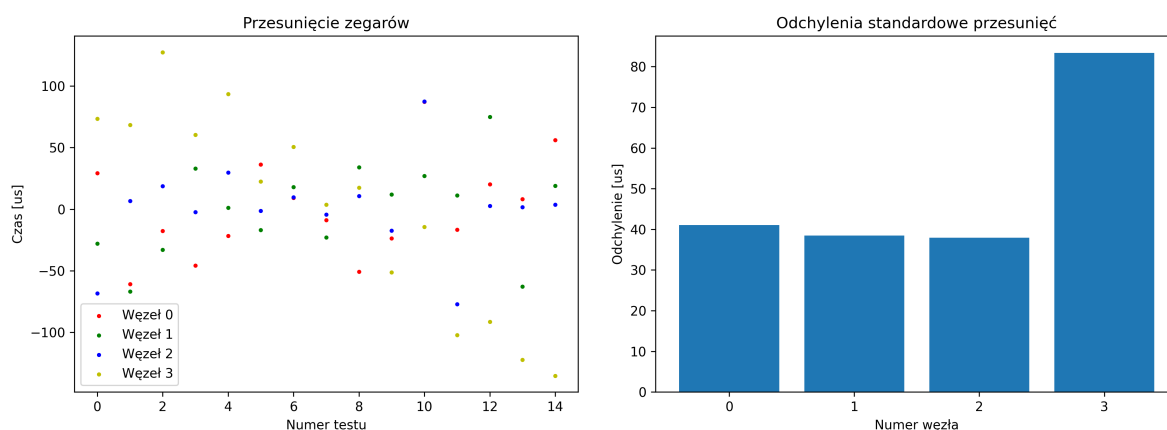
## 4.2. Synchronizacja sprzętowa

### Synchronizacja z użyciem mikrofonów

Innym pomysłem na synchronizację zegarów w węzłach było użycie mikrofonów, w które węzły odbiorcze są wyposażone. Potrzebujemy znać jedynie przesunięcie naszego zegara względem zegara w węźle nadawczym dlatego wystarczającym będzie porównanie czasu nadania i odebrania sygnału dźwiękowego. Ponadto ten rodzaj synchronizacji w przeciwieństwie do synchronizacji programowej, która uzgadniała ze sobą jedynie zegary na podstawie wymienianych wiadomości, wlicza w czas transmisji wszelkie nie wzięte wcześniej pod uwagę opóźnienia, takie jak:

- Czas pomiędzy wysłaniem wiadomości o nadaniu sygnału a zamknięciem kontaktora i poruszeniem membraną brzęczyka,
- Czas pomiędzy odebraniem sygnału przez mikrofon a zmianą stanu zmiennej na to wskazującej.

Przeprowadzono testy tego typu synchronizacji, których wyniki przedstawiono na wykresach 4.7. W celu zwiększenia czytelności odrzucono pierwszy z pomiarów oraz przesunięto wyniki o wartość średnią.

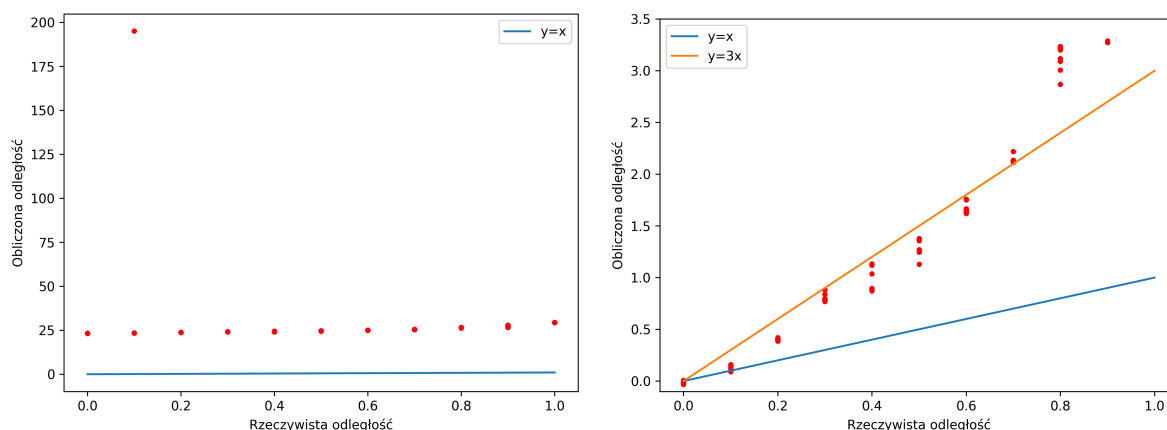


Rys. 4.7: Wyniki pomiarów przesunięć zegarów

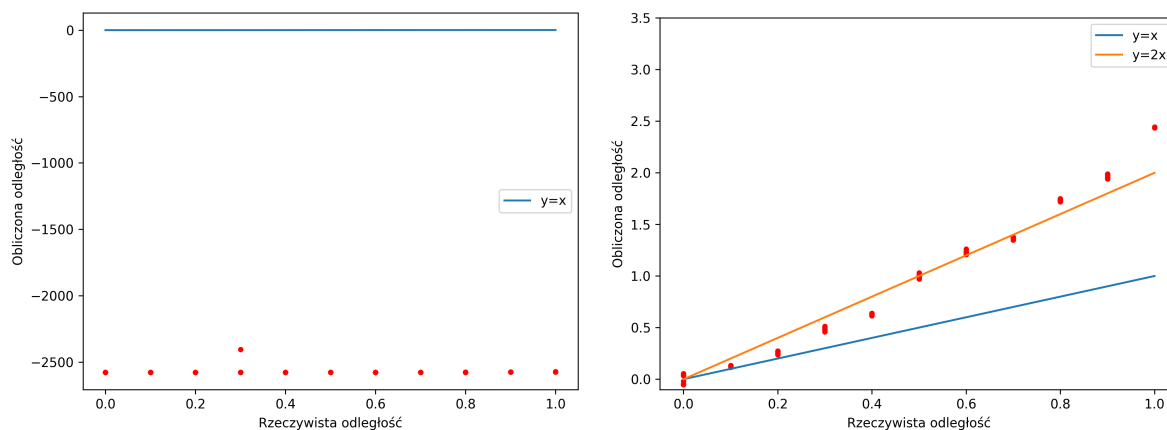
Łatwo zauważyć, że udało się zmniejszyć odchylenia obliczonych przesunięć zegara aż o dwa rzędy wielkości. Taka dokładność daje znacznie lepsze przybliżenie rzeczywistej odległości między węzłami, ponieważ w czasie  $40\mu s$  dźwięk pokona jedynie  $\frac{40}{1000000} s \cdot 343 \frac{m}{s} \approx 0,014m$ . Mając tak dokładne odległości będziemy mogli wprowadzić je do modelu multilateracyjnego.

## Porównanie metod

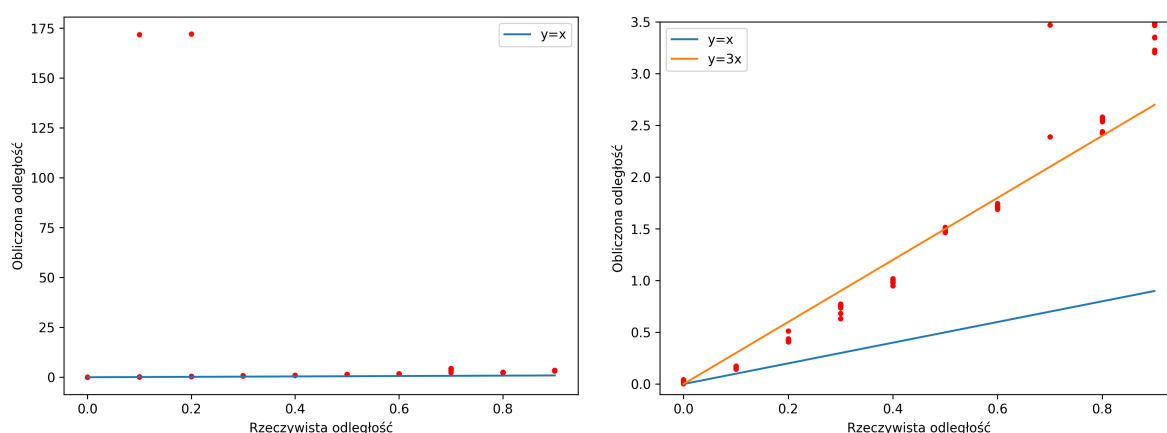
Porównajmy teraz dokładność obliczanych odległości na podstawie interwału czasowego pomiędzy nadaniem dźwięku a jego odbiorem w różnych wariantach synchronizacji zegarów. Wykresy uzyskane przy zastosowaniu synchronizacji czasowej zostały przedstawione przed i po znormalizowaniu poprzez przesunięcie tak, by średnia pomiarów rozpoczynała się od 0. Pomiary oparte o synchronizację z użyciem mikrofonów nie wymagały tego dodatkowego kroku.



Rys. 4.8: Wyniki pomiarów odległości z użyciem synchronizacji 4.1



Rys. 4.9: Wyniki pomiarów odległości z użyciem synchronizacji 4.1



Rys. 4.10: Wyniki pomiarów odległości z użyciem synchronizacji 4.2

Na wykresach widać, że wszystkie trzy algorytmy synchronizacji po normalizacji dają wyniki o podobnej dokładności adekwatnej do użycia w danych wejściowych multilateracji. Ciekawą jest natomiast obserwacja skalowania obliczonych odległości. Widzimy, że w przypadku 4.8 oraz 4.10 otrzymane wartości leżą blisko trzykrotności rzeczywistej badanej odległości, natomiast w 4.9 blisko dwukrotności. W kolejnym rozdziale pochylimy się nad możliwymi przyczynami i rozwiązaniem tego zachowania.

## Rozdział 5

# Multilateriacja

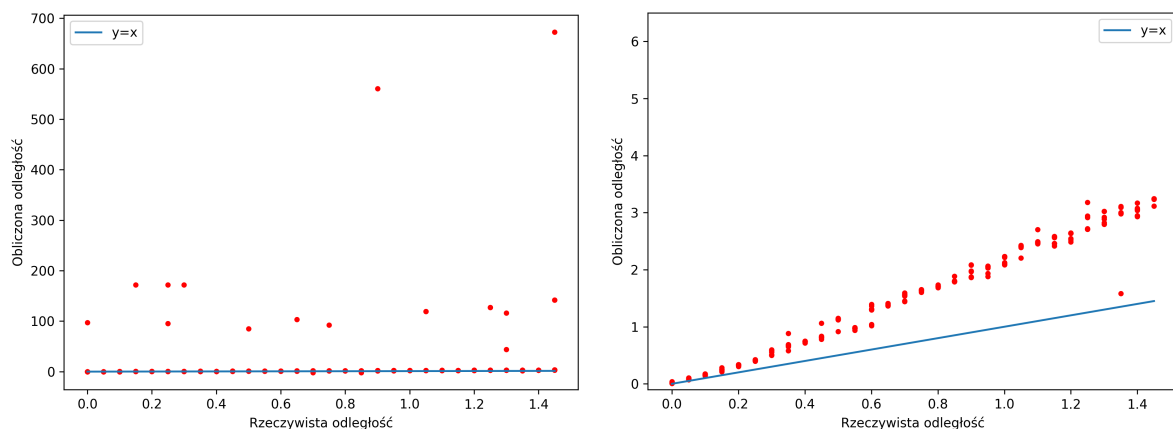
### 5.1. Przygotowanie danych wejściowych

Aby otrzymać poprawne wyniki algorytmu multilateracji dane wejściowe, w naszym przypadku odległości między węzłami odbiorczymi a nadajnikiem powinny być jak najbliższe rzeczywistym odległościom z możliwie małymi odchyleniami. Będziemy kontynuować usprawnianie metod uzyskiwania poprawnych wyników zapoczątkowane w rozdziale poprzednim.

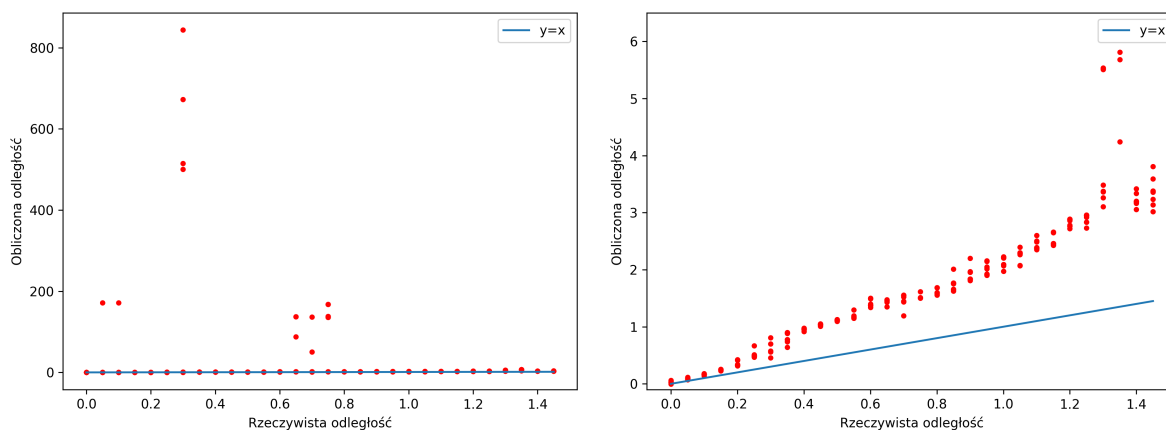
#### Korekcja odległości

W wynikach eksperymentów porównawczych metod synchronizacji czasu węzłów przeprowadzonych w rozdziale 4. zaobserwowaliśmy skalowanie wyników na pierwszy rzut oka zachowujące się liniowo. Przyjrzyjmy się teraz dokładnie temu zjawisku. W tym i kolejnych przypadkach będziemy używać już jedynie synchronizacji sprzętowej z użyciem mikrofonów ze względu na brak konieczności dodatkowej kalibracji przesunięcia punktu 0.

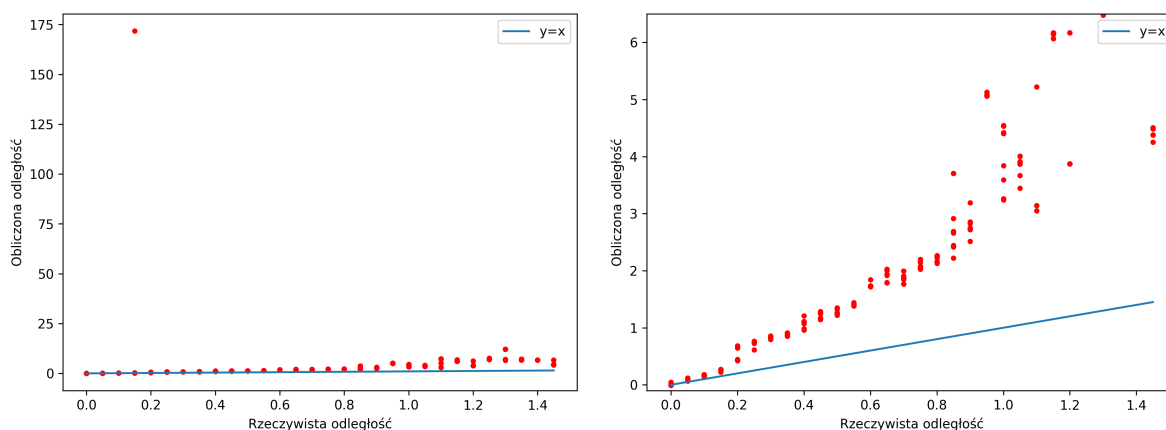
Prawdopodobnym powodem skalowania obliczanych odległości może być odczyt zmiany sygnału mikrofonowego odczytywanego przez mikrokontroler. Poniższe wykresy są wynikiem czterech kolejnych eksperymentów, w których jedyną zmienną była czułość zintegrowanego wzmacniacza mikrofonu. Wzmacniacz ten nie pozwala na precyzyjną regulację, a jedynie na zmianę rezystancji wbudowanego potencjometru. Ponieważ przedział czułości odpowiadający wykrywaniu sygnału węzła nadającego przy jednoczesnym zminimalizowaniu fałszywych aktywacji jest niewielki (około  $\frac{1}{8}$  obrotu potencjometru) cztery zbadane przypadki nie dzielą równo badanego zakresu. Rozpoczynając od największej możliwej czułości przy każdym kolejnym eksperymencie zmniejszano ją póki pozwalała wciąż na wykrywanie sygnału z badanych odległości.



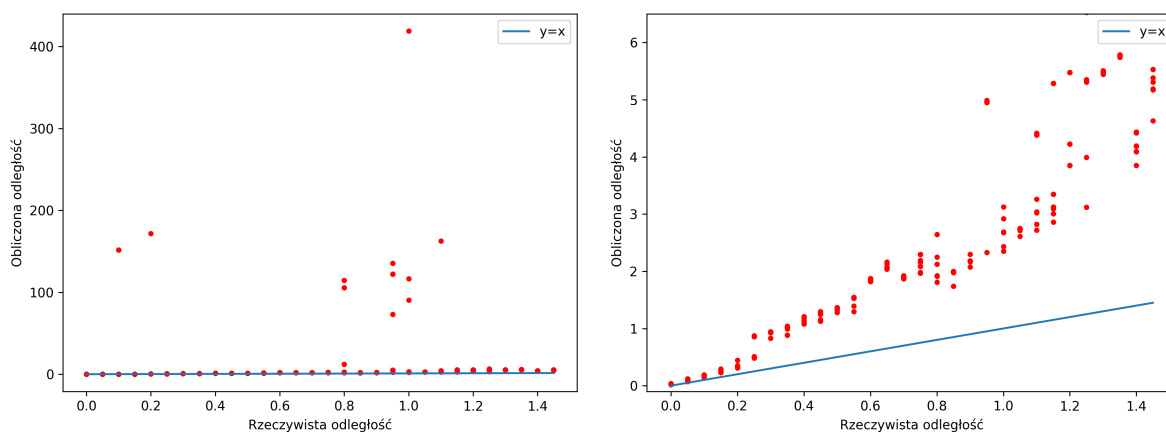
Rys. 5.1: Pomiar obliczanych odległości 1.



Rys. 5.2: Pomiar obliczanych odległości 2.



Rys. 5.3: Pomiar obliczanych odległości 3.

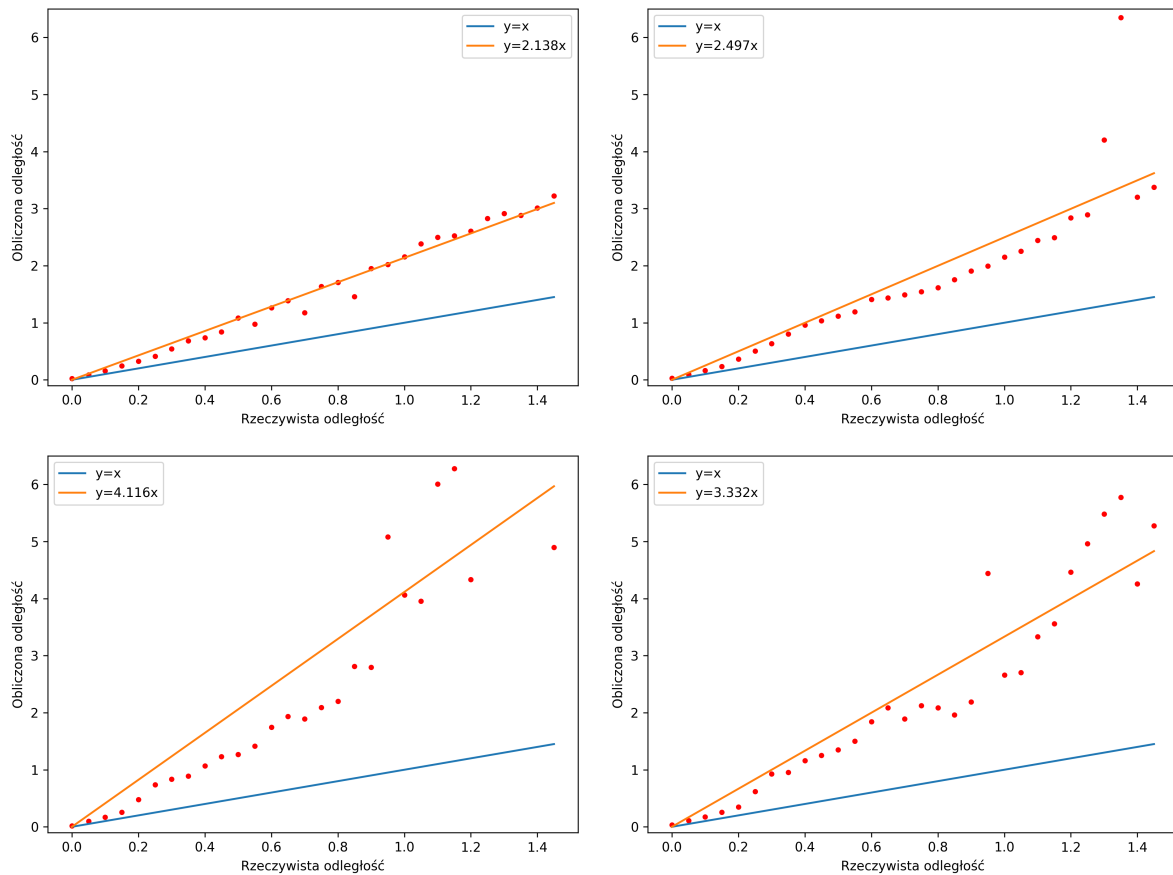


Rys. 5.4: Pomiar obliczanych odległości 4.

Aby lepiej odczytać informacje z wykresu uśrednijmy pomiary dla każdej z badanych odległości i dodajmy do nich funkcje liniowe o współczynniku otrzymanym przy pomocy regresji liniowej z tychże uśrednionych punktów.

Na wykresach można zauważyć trendy związane ze zmniejszającą się czułością wzmacniacza mikrofonu:

- zmniejszanie się odległości punktu, w którym czułość jest zbyt mała by niezawodnie wyciągać nadawane sygnały,
- współczynnik prostej aproksymującej skalowane odległości rośnie.



Rys. 5.5: Średnie obliczonych odległości

Podobne efekty zaobserwowano kiedy brzęczyk nie był kierowany bezpośrednio w kierunku odbiornika.

## 5.2. Ewaluacja działania systemu

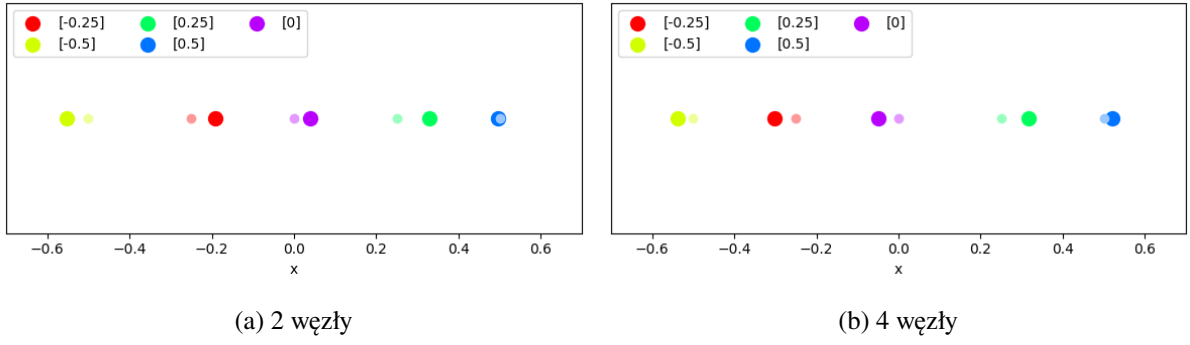
W celu ewaluacji działania przeprowadzono szereg eksperymentów testujących działanie systemu multilateracyjnego w zaproponowanych scenariuszach. Bazując na uprzednich obserwacjach rozszerzono program serwera obliczeniowego tak, aby bezpośrednio przed multilateracją przeprowadzone były synchronizacja czasu oraz korekcja odległości. Zasada działania obu typów węzłów pozostała niezmieniona.

### Wyniki

Wyniki eksperymentów przedstawiono na wykresach. Mniejsze punkty o wyblakłym kolorze reprezentują badane punkty, w których umieszczony był węzeł nadawczy, natomiast większe, nasyceniem kolorze odpowiadające im punkty będące uśrednionym wynikiem 25 powtórzeń polecenia lokalizacji w systemie. Wykresy należące do tej samej grupy zachowują skalę w celu łatwiejszego porównania.

### Eksperymenty jednowymiarowe

Ewaluację rozpoczęto, tak jak podczas eksperymentu zerowego, od przypadku jednowymiarowego, aby sprawdzić czy dokładność i stabilność pomiarów w systemie została poprawiona. Tak samo jak pierwotnie nadajnik umiejscowiono w punkcie (0), natomiast dwa odbiorniki w punktach odpowiednio  $(-0.5)$  i  $(0.5)$ , wszystkie węzły były stacjonarne. Nadajnik co  $0.5\text{ s}$  nadawał sygnał o długości  $10\text{ ms}$ , a serwer co  $0.5\text{ s}$  zwracał wynik zagadnienia multilateracji na podstawie ostatnio otrzymanych danych. Następnie powtórzono eksperyment z użyciem dwóch dodatkowych węzłów umiejscowionych w punktach  $(-0.25)$  i  $(0.25)$ . Wyniki przedstawiono na wykresach 5.6.



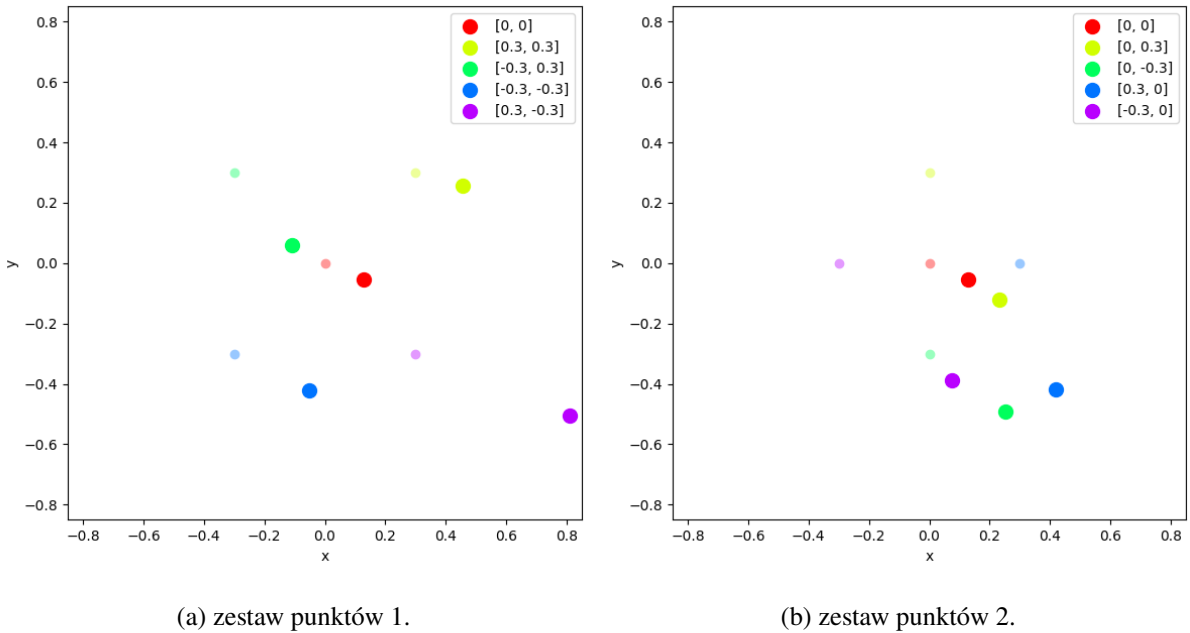
Rys. 5.6: Średnie obliczonych pozycji, wariant 1D

### Eksperymeny dwuwymiarowe

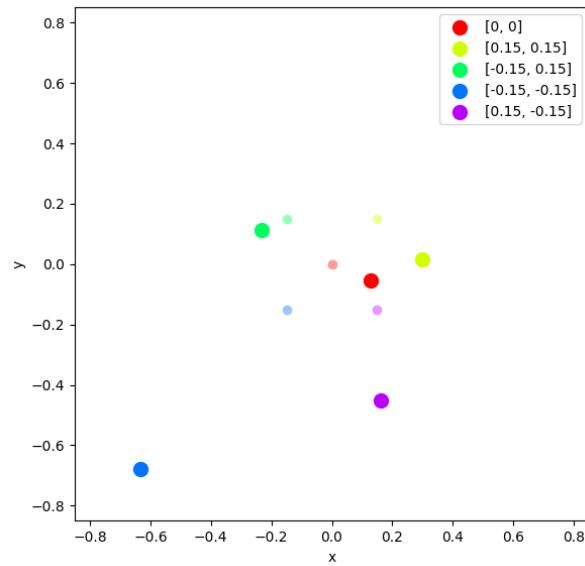
Następnie sprawdzono system w wariancie dwuwymiarowym. Zby zachować podobną maksymalną odległość pomiędzy odbiornikami zdecydowano na umiejscowienie czterech węzłów na wierzchołkach kwadratu o boku 0.6 symetrycznego względem punktu  $(0, 0)$ , a więc na punktach o współrzędnych  $(\pm 0.3, \pm 0.3)$ . Zbadano dokładność lokalizacji w trzech grupach punktów:

- $\{(0, 0), (0.3, 0.3), (-0.3, 0.3), (-0.3, -0.3), (0.3, -0.3)\}$
- $\{(0, 0), (0, 0.3), (0, -0.3), (-0.3, 0), (0.3, 0)\}$
- $\{(0, 0), (0.15, 0.15), (-0.15, 0.15), (-0.15, -0.15), (0.15, -0.15)\}$

Wyniki przedstawiono na wykresach 5.7.



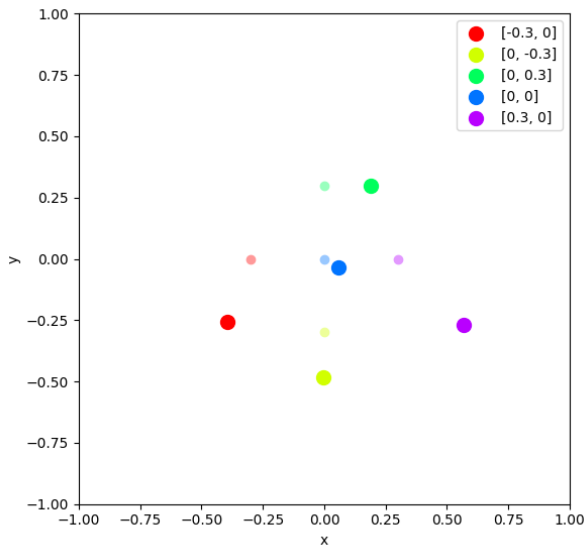
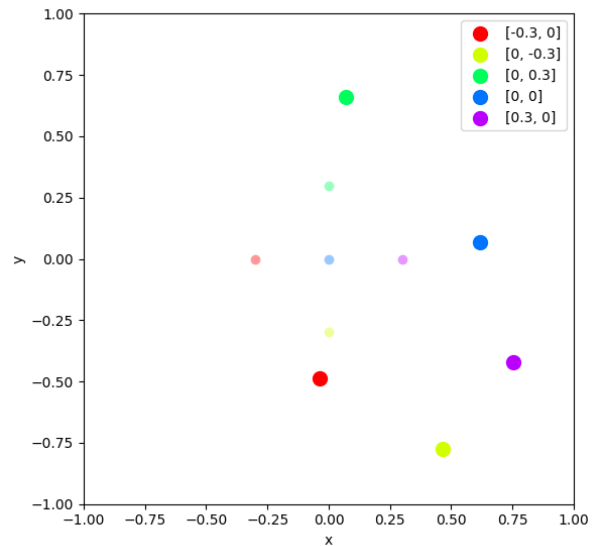


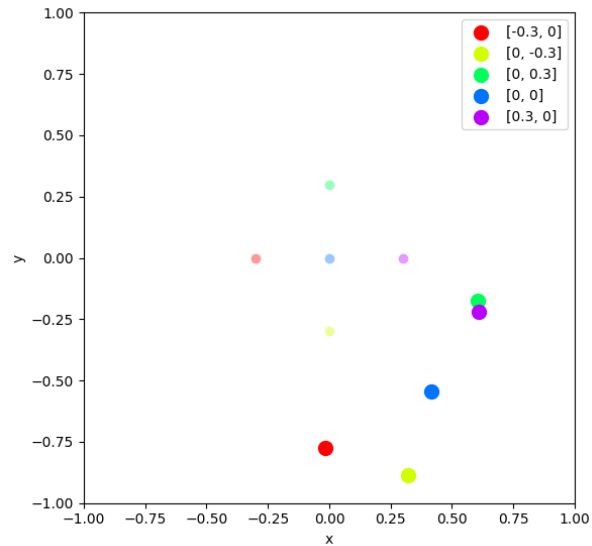


(c) zestaw punktów 3.

Rys. 5.7: Średnie obliczonych pozycji, wariant 2D

Następnie w celu ewaluacji wpływu charakterystyki otoczenia na działanie systemu przeprowadzono trzy następujące bezpośrednio po sobie eksperymenty zachowując ustaloną na początku synchronizację zegarów i stałe korekcji odległości. Sprawdzone dokładność estymacji tego samego zbioru punktów wyjściowo oraz po rotacji całego układu o  $45^\circ$  i  $90^\circ$  zgodnie z ruchem wskazówek zegara. Wyniki przedstawiono na wykresach 5.8.

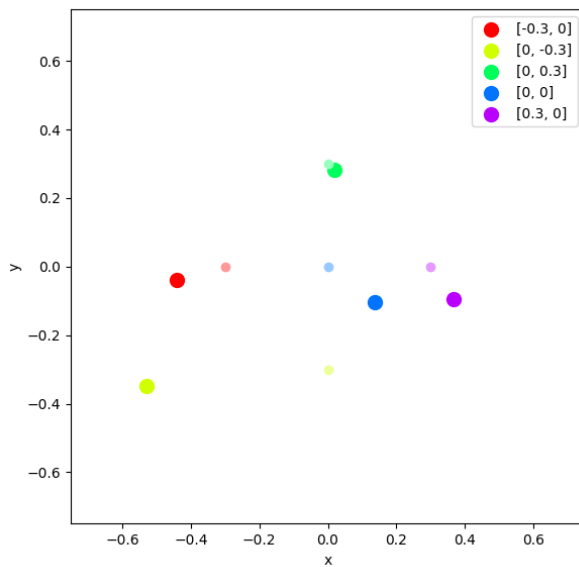
(a) rotacja  $0^\circ$ (b) rotacja  $45^\circ$



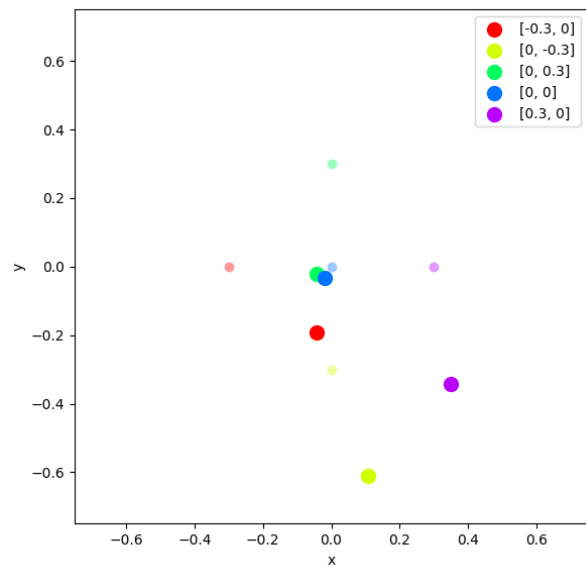
(c) rotacja 90°

Rys. 5.8: Średnie obliczonych pozycji, wariant 2D z rotacją

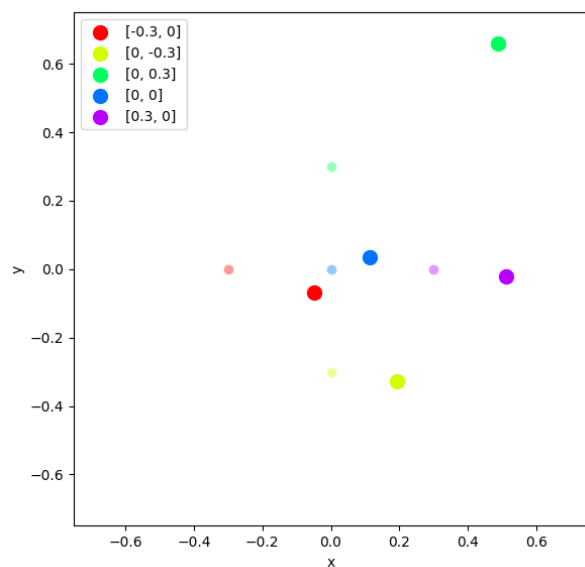
Ostatecznie sprawdzono zachowanie systemu wraz ze zmianą liczby węzłów odbiorczych od minimalnej liczby trzech aż do ośmiu. Węzły umiejscowiono na punktach ze zbioru  $\{(0.3, 0.3), (-0.3, 0.3), (-0.3, -0.3), (0.3, -0.3), (0, 0.425), (-0.425, 0), (0, -0.425), (0.425, 0)\}$  oraz dodawano je zgodnie z tą kolejnością. Wyniki przedstawiono na wykresach 5.9.



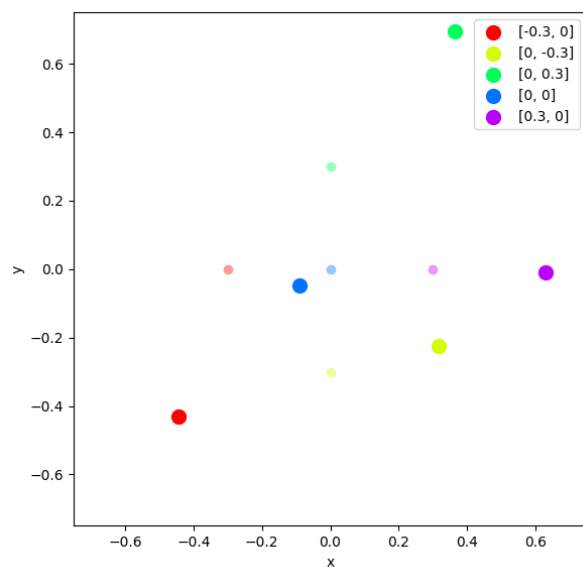
(a) 3 węzły



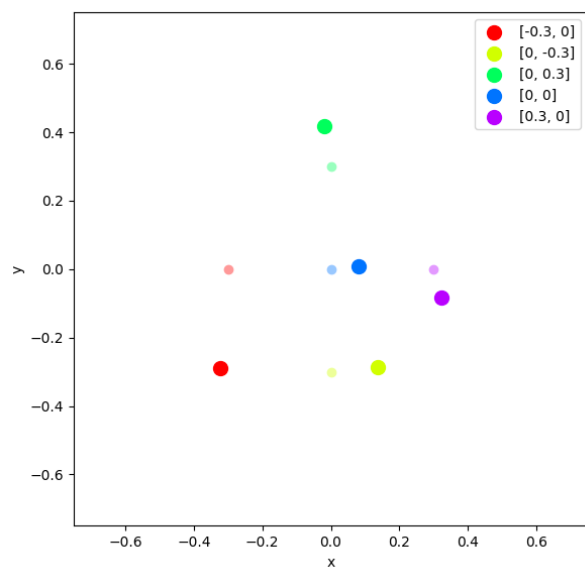
(b) 4 węzły



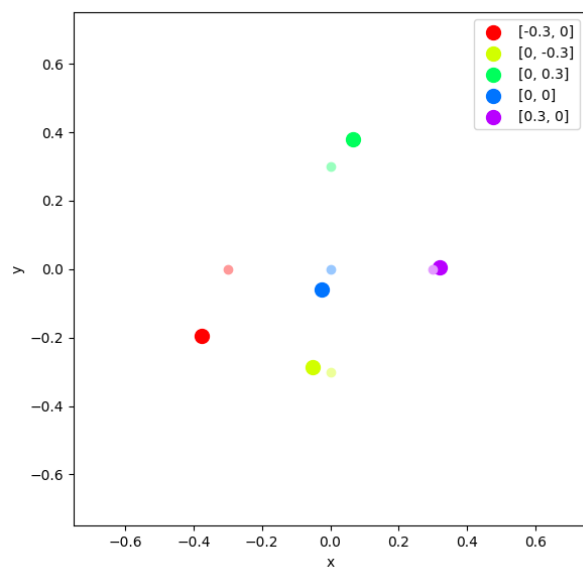
(c) 5 węzłów



(d) 6 węzłów



(e) 7 węzłów



(f) 8 węzłów

Rys. 5.9: Średnie obliczonych pozycji, wariant 2D ze zmienną liczbą węzłów

### 5.3. Interpretacja i wnioski

# Podsumowanie

# Literatura

- [1] S. Bancroft. An algebraic solution of the gps equations. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-21(1):56–59, 1985.
- [2] R. Bucher, D. Misra. A synthesizable vhdl model of the exact solution for three-dimensional hyperbolic positioning system. *VLSI Des.*, 15, 09 2002.
- [3] Y. Chan, K. Ho. A simple and efficient estimator for hyperbolic location. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 42(8):1905–1915, 1994.
- [4] J. Chen, R. Hudson, K. Yao. Maximum-likelihood source localization and unknown sensor location estimation for wideband signals in the near-field. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(8):1843–1854, 2002.
- [5] W. H. Foy. Position-location solutions by taylor-series estimation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-12(2):187–194, 1976.
- [6] Y. Li, Y. Zhuang, X. Hu, Z. Gao, J. Hu, L. Chen, Z. He, L. Pei, K. Chen, M. Wang, X. Niu, R. Chen, J. Thompson, F. M. Ghannouchi, N. El-Sheimy. Toward location-enabled iot (le-iot): Iot positioning techniques, error sources, and error mitigation. *IEEE Internet of Things Journal*, 8(6):4035–4062, 2021.
- [7] D. W. Marquardt. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2):431–441, 1963.
- [8] D. Mills. Internet time synchronization: the network time protocol. *IEEE Transactions on Communications*, 39(10):1482–1493, 1991.
- [9] A. Norrdine. An algebraic solution to the multilateration problem. *Proceedings of the 15th international conference on indoor positioning and indoor navigation, Sydney, Australia*, wolumen 1315, 2012.
- [10] U. G. P. Office. govinfo.gov. <https://www.govinfo.gov/content/pkg/PLAW-106publ81/pdf/PLAW-106publ81.pdf>, 1999. [Dostęp 14-05-2024].
- [11] E. Widdison, D. G. Long. A review of linear multilateration techniques and applications. *IEEE Access*, 12:26251–26266, 2024.
- [12] Z. Yong-xing, Z. Chao, Y. Yu-lei. Research on computer time synchronization by software method. *2011 International Conference on Electronics, Communications and Control (ICECC)*, strony 998–1001, 2011.