29.01.19

Вероятность

U

множ-во элем исходов (= вер. пр-во)

$P_r : U \to [0, 1]$, $\sum_{a \in U} P_r(a) = 1$

$U = \{0, 1\}$

$P_r(0) = P_r(1) = \frac{1}{2} = \frac{1}{|U|}$

$U = \{(x_1, x_2) \mid x_1, x_2 \in \{1 \ldots 6\}\}$

Модель равновероятна $\Leftrightarrow$ $\forall a \in U$ $P_r(a) = \frac{1}{|U|} = \frac{1}{36}$

$A \subseteq U$ $\qquad P_r[A] = \sum_{a \in A} P_r(a)$

событие

При равн. распр. $P_r[A] = \frac{|A|}{|U|}$

A – «выпал дубль». $A = \{(x, x) \mid x \in \{1 .. 6\}\}$

$P_r[A] = \frac{|A|}{|U|} = \frac{1}{6}$

B – «в сумме выпало хотя бы 9»

$(3, 6)$

$(4, 6), (4, 5)$

$(5, 6), (5, 5), (5, 4)$

$\ldots$ $|B| = 10$, $Pr[B] = \frac{10}{36}$

$U = \{(x_1, \ldots, x_5) \mid x_i \in \{0, 1\}\}$ $|U| = 2^5$

равн. распр.

A – «выпало ровно три орла» $|A| = \binom{5}{3}$

$$Pr[A] = \frac{\binom{5}{3}}{2^5}$$

B – «выпало хотя бы три орла»

$$Pr[B] = \frac{\binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5}}{2^5} = \frac{1}{2}$$

Правило суммы. Если $A \cap B = \varnothing$, то

$$Pr[A \cup B] = Pr[A] + Pr[B]$$

$$Pr[A] + Pr[\bar{A}] = 1$$

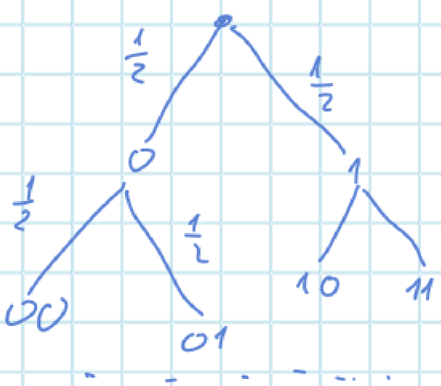
$$\Pr[A \cup B] = \Pr[A] + \Pr[B] - \Pr[A \cap B]$$

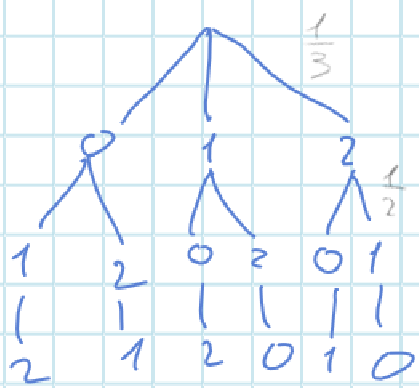
$$\Pr[A_1 \cup A_2 \ldots \cup A_n] \le \Pr[A_1] + \ldots + \Pr[A_n]$$

$$\Pr[A_1] + \ldots + \Pr[A_n] - \Pr[A_1 \cap A_2] - \Pr[A_1 - A_3] - \ldots$$

Модель посл. выбора

$$U = \left\{ (x_1, x_2, x_3) \;\middle|\; \begin{matrix} x_i \in \{0, 1, 2\} \\ x_1 \ne x_2 \ne x_3 \end{matrix} \right\}$$





Теорема Рамсея: $\forall k$ и n $\exists R(k,n)$, т.ч. граф на $\geq R(k,n)$ вершинах содержит клику разм k или нез. мно-во разм n. $R(k,n) > N$

Теорема: $R(k,k) > 2^{\frac{(k-1)}{2}} = N$ ($k \geqslant 3$)

$\triangleright$ $U = \{(x_1, \ldots, x_{\frac{N(N-1)}{2}}) \mid x_i \in \{0,1\}\}$

$W \subseteq V$, $|W| = k$

A_W — W-клика или нез. мн-во.

$$\Pr[A_W] = \frac{2 \cdot 2^{\binom{N}{2} - \binom{k}{2}}}{2^{\binom{N}{2}}} = 2 \cdot 2^{-\binom{k}{2}}$$