

12.02.19

$\Delta_m : S_m \rightarrow S$ - стратегия. Каждый игрок
 составляет новую позицию
 S - мно-во позиций

m - минимиз	G - ориентированный граф, игра
M - максимиз	S_0 - стартовая
	S_F - финальная

$C(\Delta_m, \Delta_M)$ - результат игры для стратегий Δ_m, Δ_M

C_m - лучший результат для m при фиксированном Δ_M

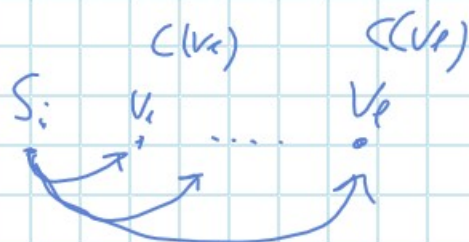
Теорема: $C_m = C_M = C_G$ (цена игры)

$G = (S, E \dots S_0)$ $S = \{S_0 \dots S_k\}$ - в топологическом порядке
 $G_i = (S, E \dots S_i)$

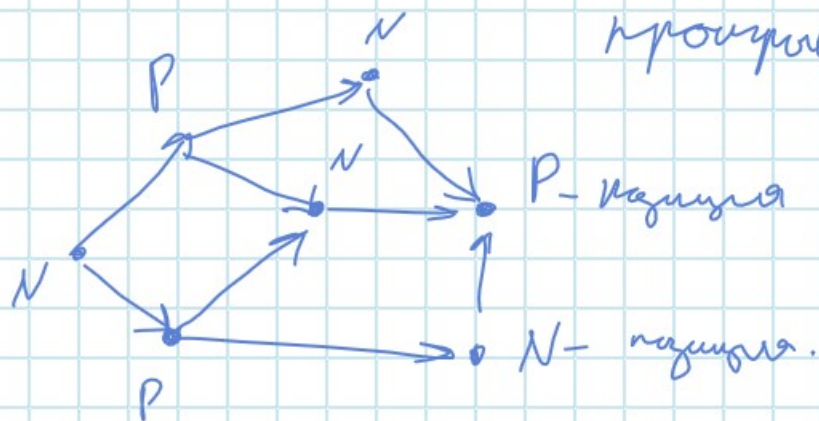
Индукция по убыванию i

Базис: $S_i = S_F$

Шаг: $S_i \in S_M$



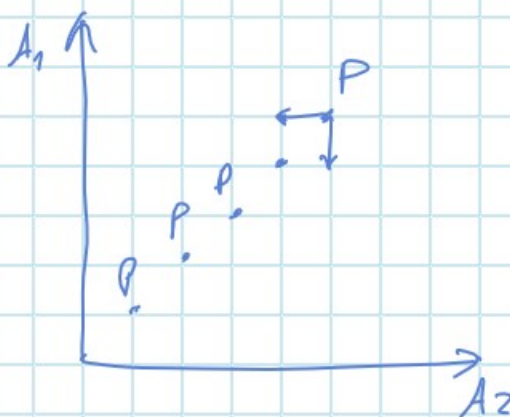
$$S_i = \max(C(v_1), \dots, C(v_e))$$



проигрывает тот, кто не может сделать ход

НУМ

можно взять любое кол-во чисел



P -позиция (n, n)



изменяющиеся Sum

$$N \xrightarrow{F} P; P \xrightarrow{V} N$$

$A_1 =$				
$A_2 =$				
\dots				
$A_n =$				

XOR

глобальная запись

$v_k \dots v_1 v_0$ - P позиция \Leftrightarrow все нули

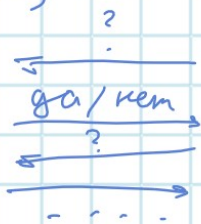
↑
изменяется

19.02.19

Разделяющие деревья.

А

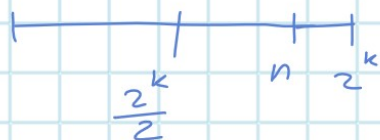
$x \in \{1 \dots n\}$



Б

число вопросов k

$$k = \lceil \log_2 n \rceil$$



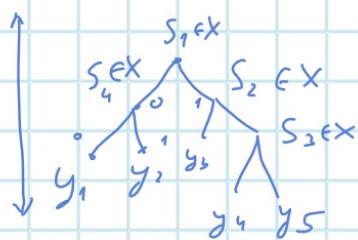
$x \rightarrow a_0 a_1 \dots a_n, \quad a_i \in \{0, 1\}$

$y \rightarrow a'_0 a'_1 \dots a'_n \quad \text{при } x \neq y \quad \exists i : a_i \neq a'_i$

$$n \leq 2^k, \quad k \geq \lceil \log_2 n \rceil$$

$f: X \rightarrow Y, \quad |X|, |Y| < \infty$

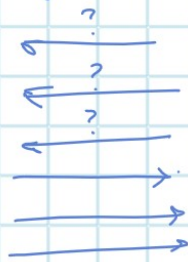
$f(x) = ?$



$D(f)$ - минимальная глубина дерева для f

Для предположений задачи. $f(x) = x$

Рекурсивная модель:



$$k \geq \lceil \log_2 n \rceil \quad \checkmark$$

$$k \leq \lceil \log_2 n \rceil \quad ? \quad \checkmark$$

$$X = x_1 \dots x_n, \quad (x_i \in \{0, 1\})$$

или:

1 вопрос — максимум

2 вопрос — если ответ на первый вопрос

$\sigma = (a_1 \dots a_n) \in S_n$ — перестановка.

Вопросы: $a_i \stackrel{?}{\leq} a_j$ Хотим найти σ

$$f: S_n \rightarrow S_n; \quad f(x) = x$$

$$k \geq \lceil \log_2 n! \rceil$$

$$\text{Лемма: } k \leq \sum_{l=1}^n \lceil \log_2 l \rceil \leq \sum_{l=1}^n (\log_2 l + 1) = \log_2 n! + n$$

$\Rightarrow a_0 \dots a_{n-1} a_n$
упорядочим.

Положим a_n за $\lceil \log_2 n \rceil$ сравнений.



Точная формула не известна.

$\sigma = (a_1 \dots a_n) \in S_n$; $f: S_n \rightarrow \{1 \dots n\}$

вопрос: $a_i \neq a_j$

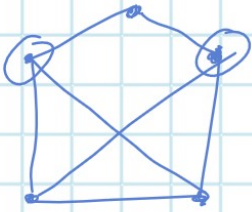
хотим $i \neq j, \text{ т. } a_i = a_j$

мин. кол-во вопросов $k = n - 1$

Идентификационный цикл:

$$k = \binom{n}{2}$$

Пусть $k < \binom{n}{2}$



Рассмотрим два входа и получим
два ответа.

Рассуждение с противником.

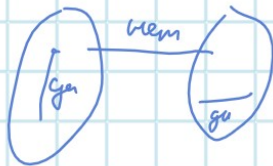
Противник подбирает вход (для алгоритма)

$$f: \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$$

Вход: неуп. граф $G = (V, E)$. Хотим узнать связность

$$k \leq \binom{n}{2}$$

Лемма: $k \geq \frac{n^2}{4}$



Теорема: $k = \binom{n}{2}$

