

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



LABORATORIO 3

Campos Magnéticos y transformadores

Autores:

ANDREU, Gonzalo
MALPARTIDA, Bryan
PUGLIESE, Facundo

2 de Marzo de 2016

Resumen

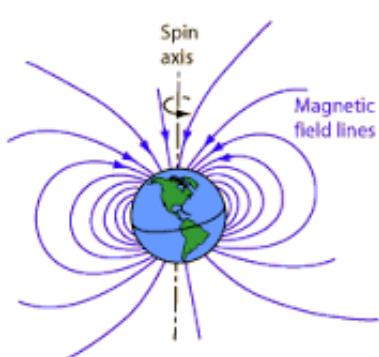
Esta experiencia tiene como objetivo de trabajo los campos magnéticos. Para esto fue necesario caracterizar el funcionamiento de una Sonda Hall y se la utilizó para medir dos tipos de campos estacionarios: el campo magnético terrestre y el campo de una bobina. En particular, se midió la intensidad y dirección del campo magnético terrestre en el laboratorio. El campo magnético de la bobina se utilizó como un posible método para contar la cantidad de espiras de la misma junto con un método que utilizaba la inductancia mutua de la misma.

Posteriormente, se estudió el efecto de la inductancia mutua entre dos bobinas: un transformador. Se montaron circuitos utilizando distintas configuraciones geométricas para estas bobinas para analizar su acople y la transmisión de tensión de un circuito a otro.

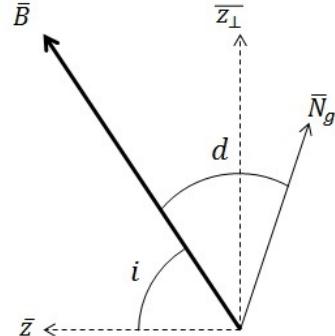
1. Introducción

1.1. Campos magnéticos estacionarios

El primer campo estacionario que se estudiará será el campo magnético terrestre. Debido al núcleo de hierro en el interior del planeta se genera un campo magnético \vec{B} como se ve en la **Figura 1a**.



(a) Campo magnético terrestre



(b) Se definen i es la inclinación y d la declinación del campo magnético terrestre.

Figura 1: Relación angular entre el campo magnético y el eje de rotación.

Siendo que el eje de rotación y del campo magnético están inclinados uno respecto del otro, se pueden definir en cada punto la *inclinación* i como el ángulo que forma \vec{B} con el vector \bar{z} que va desde este punto al centro del planeta; y la *declinación* d como el ángulo entre \vec{B} y el vector del norte geográfico \vec{N}_g (ver **Figura 1b**). Es claro que estos ángulos dependen de la posición geográfica de donde se lo mida.

El siguiente campo estacionario es el generado por una bobina. Si se considera una bobina de largo l , radio r y con N cantidad de vueltas, como se ve en la **Figura 2**,

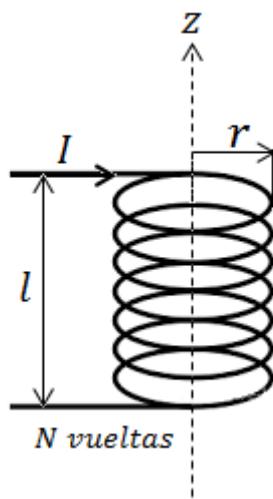


Figura 2: Bobina de largo l , radio r y con N cantidad de vueltas por el cual circula una corriente I .

al hacer circular una corriente I se genera un campo magnético. Tomando el origen 0 en el punto medio de la bobina que pasa por el eje de simetría z , teniendo que ambos extremos se encuentran a distancia $\frac{l}{2}$ de dicho origen; por la ley de Biot-Savart $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dI \vec{x}}{|\vec{r}|^3}$, de modo que al integrar sobre el eje z el valor del campo sobre los puntos $z = 0$ y $z = \pm\frac{l}{2}$ serán:

$$\begin{aligned}\vec{B}(0, 0, \pm\frac{l}{2}) &= \frac{\mu IN}{2\sqrt{R^2 + l^2}} \hat{z} \\ \vec{B}(0, 0, 0) &= \frac{\mu IN}{2\sqrt{R^2 + (\frac{l}{2})^2}} \hat{z}\end{aligned}\quad (1)$$

Donde μ es la permeabilidad magnética del medio. Ademas, la inductancia L de la bobina es

$$L = \frac{\pi \mu N^2 r^2}{l} \quad (2)$$

Si ahora, en el plano $z = \frac{l}{2}$, se toma como x la distancia entre un punto y el eje z ; nuevamente por la ley de Biot-Savart, el campo en la dirección \vec{z} será:

$$\vec{B}(x, \frac{l}{2}) = \frac{-\mu r NI}{2l} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{r^2 + rx \sin(\frac{2\pi N}{L} t)}{\sqrt{r^2 + x^2 - 2rx \sin(\frac{2\pi N}{L} t) + (\frac{l}{2} - t)^2}} dt \hat{z} \quad (3)$$

1.2. Transformadores

Un transformador es un sistema en el cual un circuito activo o *primario*, con inductancia L_1 , transmite energía a un circuito pasivo o *secundario* con inductancia L_2 . Este fenómeno se debe a la inductancia mutua M entre ambos circuitos armando el sistema como se ve en la **Figura 3**.

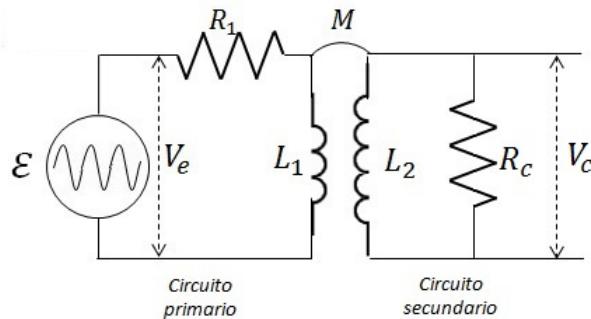


Figura 3: Transformador

Si la fuente ϵ varia en el tiempo de la forma $\epsilon(t) = E_0 \sin(\omega t)$, al resolver el circuito utilizando las leyes de Kirchoff, la transferencia tiene una expresión compleja:

$$\frac{V_c}{V_e} = \frac{i\omega MR_c}{(R_1 + i\omega L_1)(R_c + i\omega L_2) + (\omega M)^2} \quad (4)$$

Bajo la condición $R_1 \ll \omega L_1$, la solución anterior se puede simplificar en:

$$\frac{V_c}{V_e} = \frac{MR_c}{L_1 R_c - i\omega L_1 L_2 (1 - K^2)} \quad (5)$$

En este caso la inductancia mutua se puede expresar como $M^2 = K^2 L_1 L_2$ siendo $|k| \leq 1$ el acoplamiento magnético. Solo en el caso ideal $|k| = 1$, por lo que si entre las bobinas se coloca un núcleo de un material ferromagnético, por ejemplo hierro, se tendrá $|k| \approx 1$; de modo que, en la aproximación al caso ideal, la transferencia del transformador es:

$$\frac{V_c}{V_e} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \quad (6)$$

Y la diferencia fase entre la señal de entrada se obtiene por:

$$\tan(\phi) = \frac{L_2(1 - K^2)\omega}{R_c} \quad (7)$$

2. Desarrollo experimental

Durante esta experiencia se utilizó un generador de funciones capaz de generar diferencias de potencial $V(t)$ a frecuencias con un error relativo del 0,01% en un rango entre $1\mu\text{Hz}$ y 5MHz . El voltaje pico-pico tiene un error relativo del 1% para el rango de voltaje utilizado ($2V$ – $20V$). Además, se utilizó una resistencia variable por décadas en el intervalo (1Ω – 11110Ω). Usando un multímetro digital se midieron los valores utilizados en esta resistencia junto con su precisión que era de la forma $\pm(1\% + 2d)$ en el rango utilizado (mayor a 100Ω). El multímetro permitía también medir diferencias de potencial con una precisión de la forma ($1d + 0,5\%$).

Para generar una diferencia de potencial constante se utilizó una fuente de alimentación programable con una precisión de $\pm(0,5\% + 0,02)V$ en un rango de voltaje de salida de $0 \sim 32V$. Esta fuente también era capaz de generar corrientes constantes I . Se utilizó además un osciloscopio digital con dos canales de entrada capaces de medir diferencias de potencial entre sus dos terminales en un rango de 2mV a 5V con un error relativo del 3%. A la hora de medir voltaje, fue necesario asegurarse que el cable a tierra del osciloscopio estuviera conectado al cable a tierra el generador de funciones.

Finalmente, se utilizó una sonda Hall capaz de medir el módulo de campos magnéticos B en una dirección particular, expresándolos como una diferencia de potencial V . La relación entre B y V está dada por $B = mV + offset$ donde m es una característica del instrumento definida por su ganancia G y su sensibilidad S según $m = S^{-1}$. La ganancia G puede ser $x1$, $x10$ o $x200$ y define una sensibilidad $S_{x1} = (3,06 \pm 0,15)\frac{mV}{G}$, $S_{x10} = (30,6 \pm 1,2)\frac{mV}{G}$ y $S_{x200} = (612 \pm 24)\frac{mV}{G}$. Por lo tanto, las pendientes resultan $m_{x1} = (327 \pm 5)\frac{G}{V}$, $m_{x10} = (32,7 \pm 1,3)\frac{G}{V}$ y $m_{x200} = (1,63 \pm 0,06)\frac{G}{V}$. La caracterización del *offset* se cubre a continuación.

2.1. Caracterización del Sensor Hall y medición del campo magnético terrestre

Como se dijo más arriba, a la hora de calcular la intensidad de un campo magnético B , es necesario caracterizar el parámetro *offset*. Una forma de obtenerlo es midiendo el campo magnético $B^+ = m.V^+ + offset$ en una dirección arbitraria \hat{u} y luego medir en la dirección opuesta $-\hat{u}$ el campo magnético $B^- = m.V^- + offset = -B^+$. De esta forma es posible obtener $offset = \frac{m}{2}(V^+ + V^-)$. Esto se hizo efectivamente midiendo el campo magnético terrestre en una dirección \hat{u} aleatoria. Se midió en esa misma dirección con las 3 escalas posibles del sensor hall. Cabe aclarar que la diferencia de potencial generada por el Sensor Hall fue medida a través de un multímetro en su función de amperímetro.

Una vez caracterizado el *offset*, la sonda fue utilizado para medir la dirección y magnitud del campo magnético terrestre en el laboratorio. Se lo montó sobre un soporte con una nuez y se lo fue rotando alrededor del eje de la nuez hasta encontrar un máximo para determinar el ángulo α . Luego se rotó el sensor sobre su propio eje hasta encontrar nuevamente un máximo y determinar el ángulo β . Este último valor fue el que se asignó como la magnitud del campo y con los dos ángulos relativos se caracterizó su dirección (ver **Figura 4**).

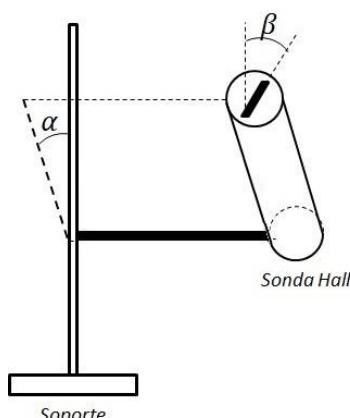


Figura 4: Esquema del sistema utilizado para medir el campo magnético terrestre donde la sonda hall tiene ángulos relativos α y β .

2.2. Caracterización de una bobina

Posteriormente, se tomó una bobina de radio $r = (46,7 \pm 0,1)mm$ separada en dos secciones idénticas, cada una con un embobinado de N vueltas desconocido (ver **Figura 5**). La longitud del embobinado fue $l = (255 \pm 5)mm$ mientras que la longitud de la sección superior era $l_1 = (111,2 \pm 0,1)mm = l_2$, por lo que resultaba $d = (33 \pm 5)mm$. Estas magnitudes fueron medidas utilizando un calibre digital y una regla, lo cual puede notarse en la diferencia de errores.

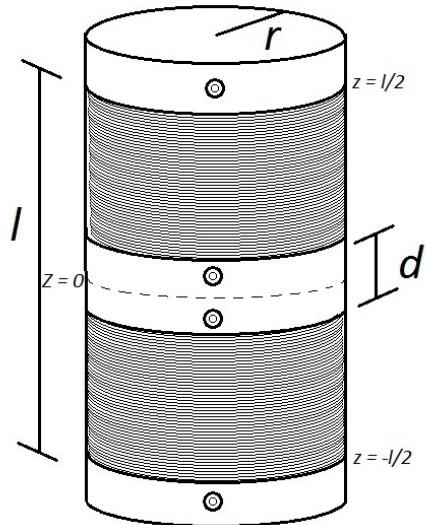
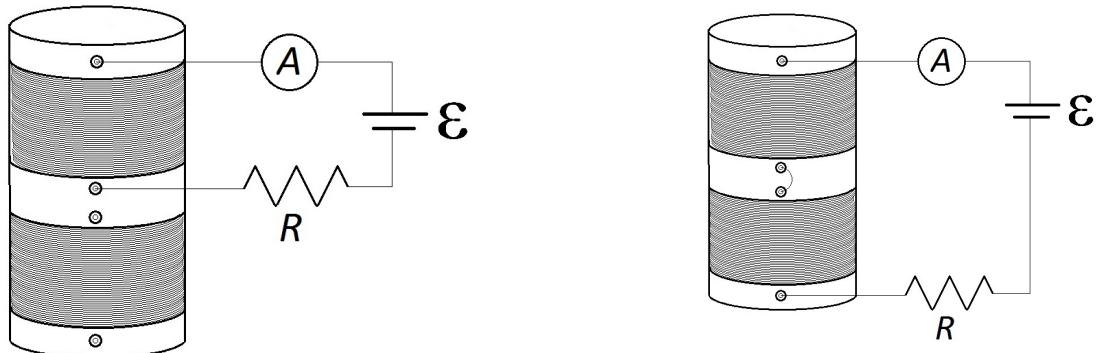


Figura 5: Esquema de la bobina utilizada con sus parámetros definidos: $r = (46,7 \pm 0,1)mm$, $l = (255 \pm 5)mm$ y $d = (33 \pm 5)mm$

Con el objetivo de estimar N , se probaron diversos métodos. El primero consistió en hacer circular una corriente conocida I a través de los circuitos de la **Figura 6**. Despreciando la inducción de la bobina (en ambos formatos), las corrientes I eran constantes. En ambas configuraciones, se ubicó el Sensor Hall en el extremo superior de la bobina ($z = \frac{l}{2}$) y se lo conectó a un voltímetro para poder medir las diferencias de potencial V y de allí obtener B . Cabe aclarar que se buscó que el sensor estuviera ubicado sobre el eje vertical de la bobina, para lo cual se utilizó el calibre. Para complemental, se realizaron estas mediciones nuevamente para la bobina completa, pero con el sensor ubicado en $z = 0$ y aún centrado.



(a) Circuito utilizando la mitad superior de la bobina

(b) Circuito utilizando la bobina completa

Figura 6: Circuitos sobre los que se hizo circular distintas corrientes constantes I (despreciando la inducción) para obtener distintos campos magnéticos B . El sensor magnético es externo y se ubicó en la parte superior de la bobina.

Finalmente, para la configuración que solo utilizaba la parte superior, se ubicó el sensor a la altura $z = \frac{l}{2}$ y se calculó el campo magnético B en función de la distancia a al centro. Cabe aclarar que en todas los cálculos de B apareció una componente B_T del campo magnético terrestre que no interfirió con las mediciones, dado que la relación (1) solo agregaría una ordenada B_T .

Como segundo método, se midió la inductancia de ambas configuraciones (completa y mitad superior) con el objetivo de obtener N a través de la ecuación (2) y de los parámetros mencionados más arriba. Para esto se utilizó un medidor LCR cuya precisión a la hora de medir inductancias era del $(1,2\% + 5d)$ para el rango en que se ubicaron las inductancias ($1999,9\mu H - 19,999mH$).

2.3. Caracterización de transformadores

Para comenzar esta sección, se planteó montar un transformador de acople ideal. Para esto se usaron dos bobinas capaces de encajar una dentro de la otra como puede verse en la **Figura 7**. Como la superposición no era perfecta dado que los radios eran distintos, se utilizó una barra de hierro en el interior de ambos para aumentar el flujo magnético. La bobina interior tenía una inductancia $L_1 = (78,4 \pm 0,8)\mu H$, una resistencia $R_{L_1} = (1,0 \pm 0,2)\Omega$ y un total de $N_1 = 235$ vueltas. La bobina externa tenía una inductancia $L_2 = (64,3 \pm 0,7)mH$, una resistencia $R_{L_2} = (79,0 \pm 0,6)\Omega$ y un total de $N_2 = 2920$ vueltas. Estas inductancias y resistencias fueron medidas con el medidor LCR y el multímetro, respectivamente.

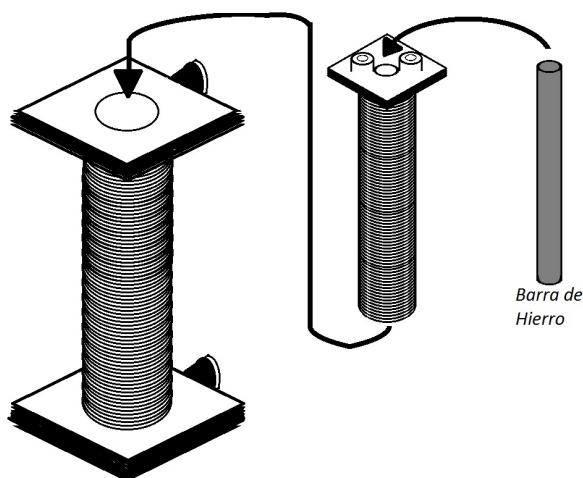


Figura 7: Montaje del transformador utilizando dos bobinas que encajaban una dentro de la otra. La barra de hierro se utilizó para mejorar el flujo magnético.

Una vez montado el transformador, se armaron un par de circuitos que no tenían conexión (dados que las bobinas no estaban en contacto directo) como puede verse en la **Figura 8**. Para distintos voltajes de entrada ε se registró la caída de potencial V_R sobre la resistencia $R = (11,11 \pm 0,11)k\Omega$ con el osciloscopio. Conectando el generador al otro canal se lo pudo usar como *trigger externo*. La frecuencia utilizada fue $f = (200000 \pm 20)Hz$, para asegurarse que se mantuviera la relación $R_1 = R_{L_1} + R_F \ll 2\pi f L_1$. Cabe destacar que como los circuitos no estaban conectados, no fue necesario conectar la tierra del osciloscopio a la tierra del generador de funciones.

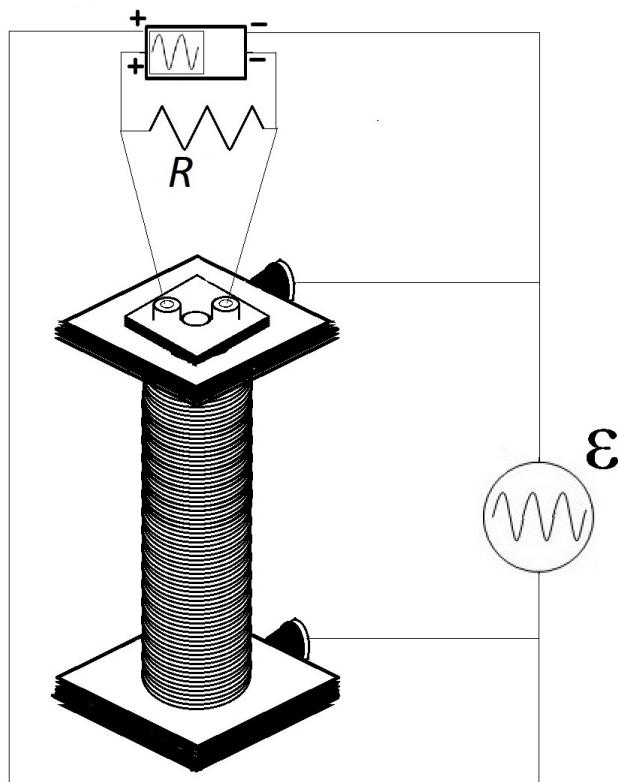
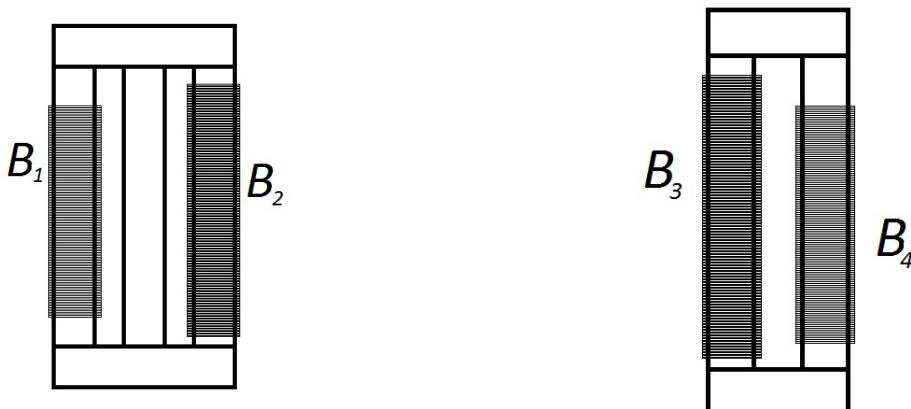


Figura 8: Par de circuitos acoplados a través del transformador. Se fue variando la amplitud de entrada ϵ y registrando la diferencia de voltaje en la resistencia R .

Posteriormente, utilizando la misma configuración, se varió la frecuencia f con el objetivo de relevar el desfasaje y la transmisión $\frac{V_R}{\epsilon}$. Nuevamente, aunque se dejó la amplitud de la fuente constante, se la midió con el osciloscopio para cada frecuencia f .

De forma alternativa, se utilizaron dos configuraciones geométricas distintas con otras bobinas como muestra la **Figura 9** y se reemplazaron por el transformador de la **Figura 8**. La resistencia R fue reemplazada por una nueva resistencia $R = (21,57 \pm 0,11)k\Omega$. Sin embargo, solo se varió la amplitud de entrada ϵ y no se registró el desfasaje. Tampoco se varió la frecuencia, que fue fijada en cada configuración. En ambos casos, la bobina de menos vueltas fue la conectada al generador ϵ y la de más vueltas a la resistencia $R = (21,57 \pm 0,11)k\Omega$.



(a) Transformador con bobina B_1 de 400 vueltas y B_2 de 1600

(b) Transformador con bobina B_3 de 200 vueltas y B_4 de 800

Figura 9: Distintas configuraciones de transformador cuyo soporte era de hierro. En ambos casos el circuito utilizado fue identico al de la **Figura 8**, aunque se modificó la resistencia R . El proceso de medición fue idéntico.

Para la primer configuración del transformador, correspondiente a la **Figura 9a**, se utilizó como B_1 una bobina de 400 vueltas con $L_1 = (110 \pm 8)mH$ y $R_{L_1} = (5,8 \pm 0,2)\Omega$ y como B_2 una de 1600 vueltas con $L_2 = (1,54 \pm 0,01)H$ y $R_{L_2} = (194,0 \pm 0,3)\Omega$. Para esta configuración se utilizó una frecuencia $f = (150000 \pm 20)Hz$ para asegurarse de mantener la relación $R_1 = R_{L_1} + R_F \ll 2\pi f L_1$.

Para el transformador de la **Figura 9b** se utilizó una bobina B_3 de 200 vueltas con $L_3 = (10,63 \pm 0,08)mH$ y $R_{L_3} = (1,8 \pm 0,2)\Omega$ y una bobina B_4 de 800 vueltas con $L_4 = (169,6 \pm 1,2)mH$ y $R_{L_4} = (10,8 \pm 0,3)\Omega$. Nuevamente, se utilizó una frecuencia $f = (300000 \pm 30)Hz$ para asegurarse de mantener la relación $R_3 = R_{L_3} + R_F \ll 2\pi f L_3$.

3. Resultados

3.1. Caracterización del Sensor Hall y medición del campo magnético terrestre

Los valores obtenidos del offset de la sonda para cada ganancia, utilizando el metodo descripto en la subsección del mismo nombre del desarrollo experimental se muestran en el **Tabla 1**

Ganancia	Offset
$x1$	-853 ± 7
$x10$	$-85,0 \pm 0,7$
$x200$	$-4,03 \pm 0,03$

Tabla 1: Offset obtenido para cada valor de ganancia de la sonda hall utilizada

Utilizando la ganancia $x200$, se encontró que la posición donde la medición era máxima, y al aplicar relaciones trigonométricas se obtuvo a un ángulo de inclinación $i = \alpha = (45 \pm 2)$ y uno de declinación $d = \beta = (15 \pm 3)$. Luego, utilizando el valor de offset correspondiente a la sensibilidad elegida, se obtuvo un valor del campo magnético terreste $B_G = (26 \pm 6)\mu T$. Realizada esa medición, se comparó con la obtenida por el *NOAA's National Geophysical Data Center*, la cual resultó en un valor $B = (22,883 \pm 0,152)\mu T$ con lo que al coincidir en un intervalo se los considera idénticos.

3.2. Caracterización de una bobina

Para determinar la cantidad de vueltas N de la parte superior del solenoide, se utilizó la induc-tancia medida con el multímetro, que fue de $L = (4,266 \pm 0,09)mH$. Utilizándose la ecuación (2), se obtuvo $N = (237 \pm 3)$. Luego para asegurar que para parametros fijos el voltaje de salida mantenía una relación lineal con la corriente, se construyó un gráfico como se ilustra en la **Figura 10** que relaciona el campo magnético medido con la corriente utilizada.

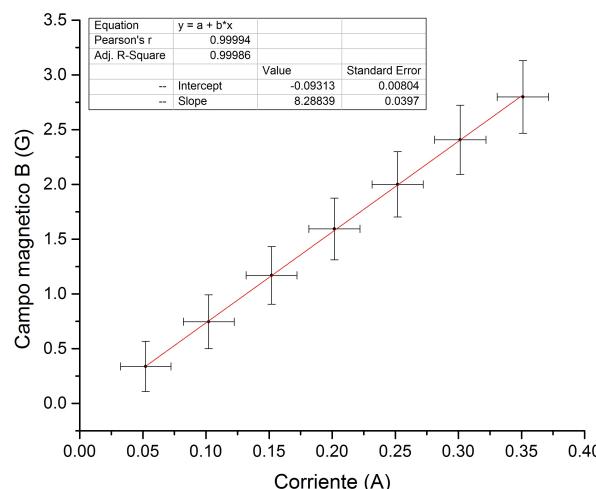
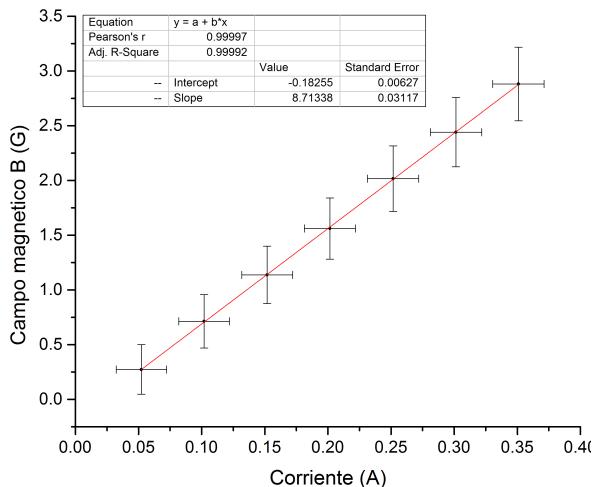


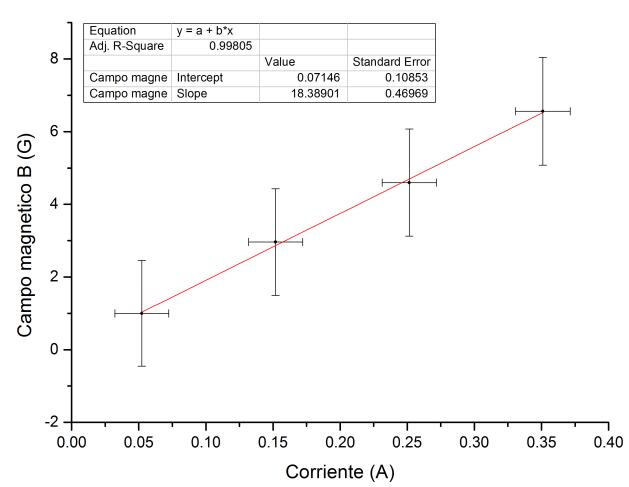
Figura 10: Gráfico del voltaje medido por el sensor Hall sobre la parte superior de una bobina en función de la corriente del circuito RL

Realizando un ajuste lineal, se puede ver que el resultado es el esperado, ya que arroja un $R - square = 0,99986$ que confirma la bondad del ajuste. A partir del mismo, se obtiene una pendiente de $m = (8,28 \pm 0,04) \frac{G}{A}$ que, según la ecuación (1), puede utilizarse para despejar la cantidad de vueltas N del bobinado. En este caso dio un valor $N = (146 \pm 1)$ que resulta distinto al obtenido anteriormente.

Luego, para el solenoide completo, se obtuvieron los gráficos de la **Figura 11a**, con un $R - square = 0,99992$, y **Figura 11b**, $R - square = 0,99805$, donde puede verse que los ajustes son buenos. Pero al despejar el valor de N de ambas pendientes se obtiene un valor $N_A = (359 \pm 1)$ para la medición en la parte superior y un $N_C = (379 \pm 1)$ para la medición en el centro, los cuales son distintos a pesar de corresponder al mismo solenoide.



(a) Medicion realizada en la tapa superior



(b) Medicion realizada en el centro

Figura 11: Gráfico del voltaje medido por el sensor hall sobre dos lugares del mismo solenoide en función de la corriente del circuito RL

Finalmente, para la primer configuración se realizaron mediciones variando la distancia del sensor al eje, y se construyó un gráfico como se ve en la **Figura 12**. Se establecieron como constantes para el ajuste $l = 100,63$ el largo del bobinado, y $N = (237 \pm 3)$ el número de vueltas. Cabe destacar que se eligió ese valor de N por que el método utilizado para obtener la cantidad de vueltas en el bobinado a partir de la medición del campo resultó impreciso.

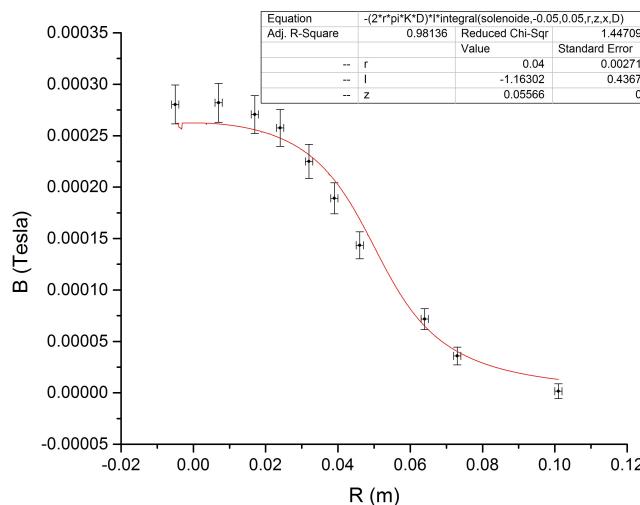


Figura 12: Gráfico de la intensidad de la componente paralela al eje del campo magnético de un solenoide, en función de la distancia al eje de la sonda hall a una altura constante

Se puede ver que el ajuste realizado con la ecuación (3) arroja un $R - square = 0,98136$ cercano a 1 que garantiza la bondad del ajuste. A pesar de eso, el valor de $r = (0,040 \pm 0,003)m$ no coincide con el valor medido $r_m = (0,467 \pm 0,001)$; mientras que $z = (0,557 \pm 0,001)cm$ coincide con el valor medido $z_m = (55,5 \pm 0,05)cm$.

3.3. Caracterización de un transformador

En primer lugar se aseguró que la relación entre el voltaje de entrada y el de salida del transformador sea lineal para parámetros fijos. Para esto se construyó un gráfico como se ilustra en la figura 13, a partir del cual se obtiene un $R - square = 0,99391$ muy cercano a uno, lo que certifica la bondad del ajuste.

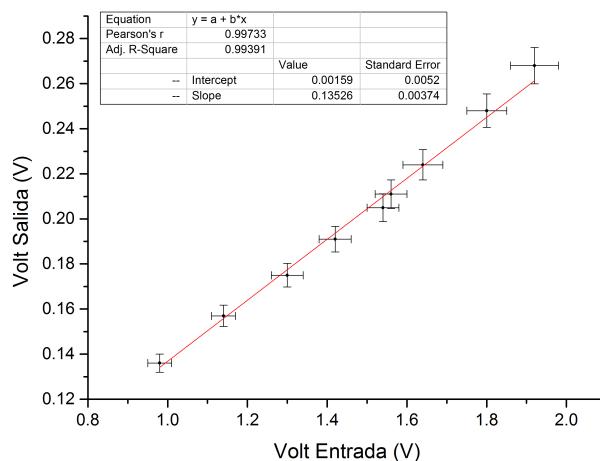


Figura 13: Gráfico del voltaje de salida en función del voltaje de entrada de un transformador con las características ilustradas en la figura 8

Este ajuste, además, nos arroja una pendiente $m = (0,135 \pm 0,003)$, a partir de la cual, utilizando la ecuación (5) se puede despejar la inductancia mutua M obteniendo dos posibles valores, $M_1 = (0,06545 \pm 0,00005)H^2$ y $M_2 = (0,000077 \pm 0,000006)H^2$, obteniendo un acoplamiento $K = (0,034 \pm 0,003)$, si se descarta el valor que es mayor que 1.

Luego se construyó un gráfico de la transmisión de intensidad en función de la frecuencia utilizada como se muestra en la figura 14, y se intentó realizar un ajuste utilizando la ecuación (5)

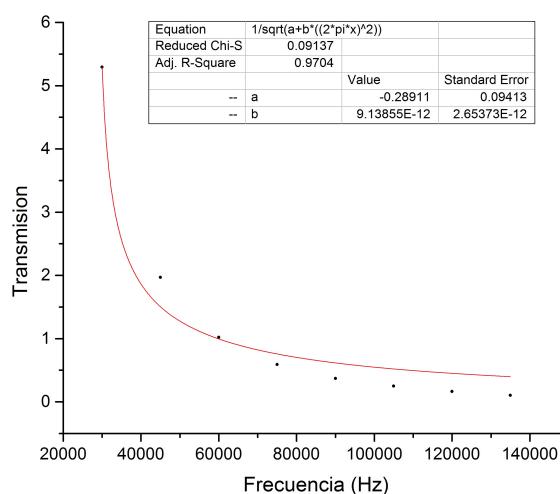


Figura 14: Gráfico del voltaje de salida para distintas frecuencias en el mismo transformador de la figura anterior.

Aunque se obtiene un $R - square = 0,9704$ muy cercano a 1, se puede ver que el valor de $a =$

$(-0,29 \pm 0,09)$ correspondiente a $(L_1 \cdot R_c)^2$, donde L_1 es la inductancia de entrada y R_c la resistencia de carga, seria necesario que alguno de ellos fuera imaginario.

Tambien se construyó un gráfico que relaciona el desfasaje de la corriente con la frecuencia utilizada, esperando que la relación sea lineal $\tan(\phi) vs \omega$ como muestra (7), y se obtuvo el gráfico de la **figura 15**

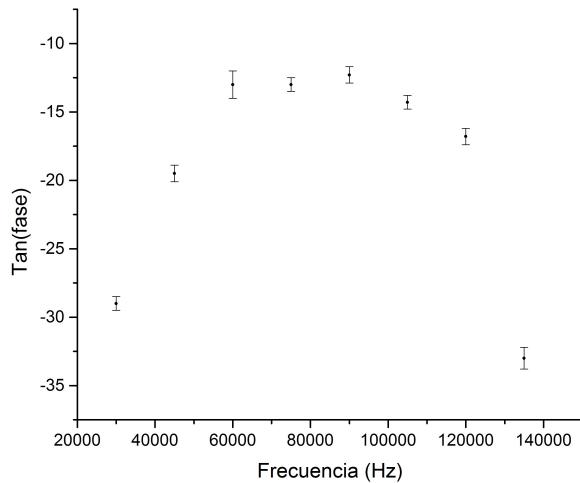
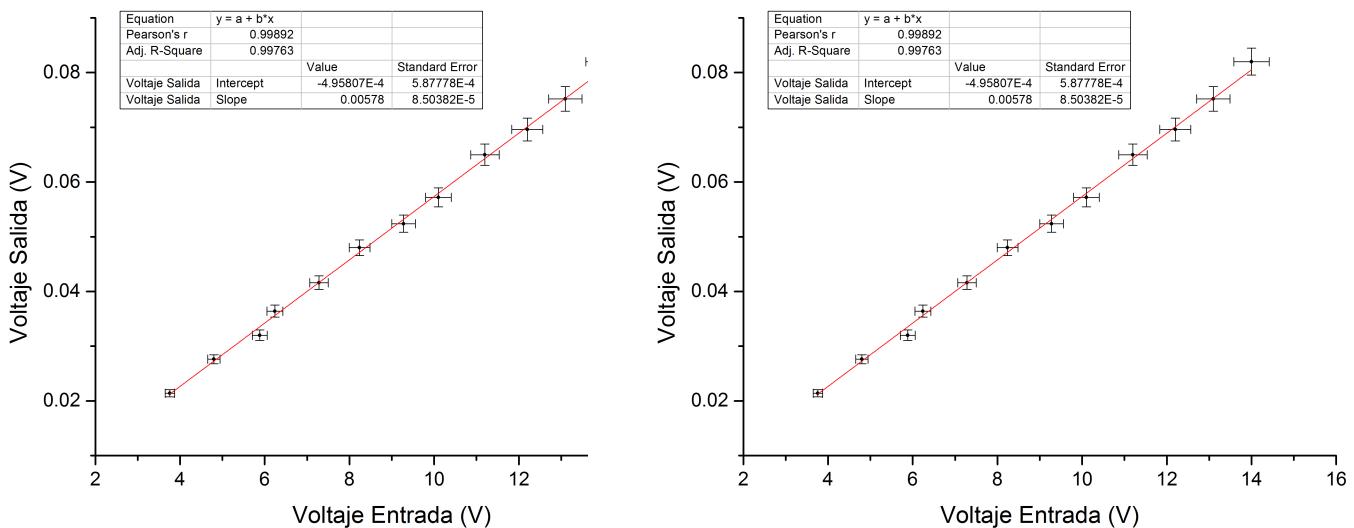


Figura 15: Gráfico del desfasaje en la corriente ocasionado por un transformador con las características ilustradas en la figura 8. Se esperaba que la dependencia fuera lineal.

Posteriormente se construyeron gráficos con las mediciones realizadas sobre los transformadores representados en la **figura 9**. Para ambos gráficos se realizó un ajuste lineal y ,para la **figura 16a**, se obtuvo un $R\text{-square} = 0,99763$, mientras que para la **figura 16b**, un $R\text{-square} = 0,99918$; asegurando la bondad de ambos ajustes.



(a) Transformador correspondiente a la figura 9a

(b) Transformador correspondiente a la figura 9b

Figura 16: Graficos del voltaje de salida en funcion del voltaje de entrada para dos transformadores distintos

De manera análoga a lo realizado anteriormente, se obtuvo un acoplamiento, para el transformador de la **figura 9a**, un $K = (0,1045 \pm 0,0007)$ y, para el de la **figura 9b**, un $K = (0,0892 \pm 0,0007)$.

4. Conclusiones

Si comparamos el valor obtenido para el campo magnético de la tierra utilizando la sonda hall fue de $B=26.6\text{m}\mu\text{T}$ con el obtenido a partir de una fuente fiable como el textitNOAA's National Geophysical Data Center, $B = (22,883\text{m}\mu\text{T}, 152)\text{m}\mu\text{T}$ podemos ver que, como sus intervalos de error se solapan, son indistinguibles por lo cual podemos asumir que el método de medición es satisfactorio. Durante la caracterización de la bobina se obtuvieron varios valores de la cantidad de vueltas del bobinado. Para la sección superior de la bobina utilizada, se obtuvo un $N_1 = (146\text{m}\pm 1)$ a partir de un ajuste y un $N_2 = (237\text{m}\pm 3)$ a partir de la medición directa de su inductancia. No se puede asumir que ninguno de los valores sea correcto, debido a que, en el primer caso, se utilizó el mismo método para determinar la cantidad de espiras de la bobina completa. Se realizaron mediciones en el centro y en la tapa superior obteniendo un $N_{centro} = (379\text{pm}\pm 1)$ y $N_{sup} = (359\text{pm}\pm 1)$, por lo cual se puede asumir que el metodo es muy impreciso. Esto puede deberse a que, como la sonda solo media la componente perpendicular del campo, un mal posicionamiento de la misma podría ocasionar que se midiese un valor inferior, y al despejar a partir de los otros parametros, se disminuía el valor de N; o también puede deberse a que el solenoide tiene un sector donde no hay bobinado, y por lo cual el campo en ese lugar estaba afectado por el efecto de borde. En cuanto al otro valor de N, se utilizo para realizar un ajuste sobre las mediciones de la variación del campo en relación a la distancia al eje, el cual resultó poco satisfactorio ya que, aunque se obtuvo un $R - \text{Cuadrado} = 0,98136$ muy cercano a 1, se obtuvieron valores para $r = (40\text{pm}\pm 2)\text{mm}$, $z = 55,66\text{mm}$ e $I = (1,2\text{pm}\pm 0,4)\text{A}$, correspondientes al radio de la bobina, la altura de la sonde respecto del centro del bobinado y la amplitud de la corriente respectivamente, los cuales no coincidían con los medidas directamente, $r = 46,7\text{pm}\pm 0,1$, $z = (55,5\text{pm}\pm 0,05)\text{mm}$ e $I = (0,35\text{pm}\pm 0,02)\text{A}$. Sobre las mediciones en el primer transformador. El ajuste realizado sobre el gráfico del Campo magnético en función de la corriente confirmó que la relación era lineal de acuerdo con los resultados esperados ya que se obtuvo un r-cuadrado de 0,99391. A partir de la pendiente obtenida del ajuste, se calculó un coeficiente de acople $K = 0,03463254095$ muy inferior a 1 lo cual indica que el acople es malo. El resto de las mediciones sobre ese transformador fueron infructíferas. Se realizó un gráfico que relacionaba el voltaje de salida con la frecuencia, a partir del cual se obtuvo un R-Cuadrado= 0,9704, pero del cual se podían extraer un valor $a = (-0,29\text{pm}\pm 0,09)$ correspondiente a $(L_1 * R_c)^2$ donde L_1 es la inductancia de entrada y R_c es la resistencia de carga, siendo necesario que alguno de ellos fuera imaginario. y finalmente Se construyó un gráfico que relacionaba el desfasaje provocado por el transformador en la corriente con la frecuencia utilizada que, según el modelo teórico utilizado deberían tener una relación lineal, pero en cambio se obtuvo una campana. Puede suponerse que estos resultados se deben a problemas con el equipo. Durante las mediciones se tuvieron problemas con los cables ya que muchos perdían la continuidad de forma intermitente. Teniendo en cuenta que, a pesar de que la configuración geométrica del transformador posibilitaba que las líneas de campo estuvieran contenidas en ambas bobinas con mayor facilidad, el que se haya obtenido un coeficiente de acoplamiento tan bajo, hace que se pueda suponer que tal vez las bobinas utilizadas no estuvieran en las mejores condiciones. Finalmente, para las mediciones sobre los otros transformadores, solo se pudieron calcular los coeficientes de acoplamiento a partir de los ajustes, los cuales fueron $k = 0,10490428717$ $k = 0,08918526972$ los cuales son mucho menores que uno por lo cual se puede asumir que la configuración geométrica de los mismos es poco satisfactoria.

5. Referencias

- [1] Frank S. Crawford, *Berkeley physics course 3: Ondas*, 1994, Editorial Reverte S.A.