

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



LABORATORIO 3

Campos Magnéticos y transformadores

Autores:
ANDREU, Gonzalo
MALPARTIDA, Bryan
PUGLIESE, Facundo

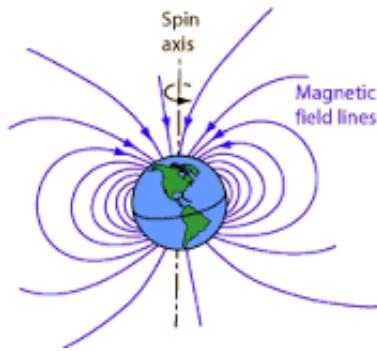
2 de Marzo de 2016

Resumen

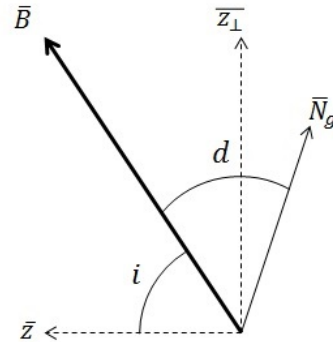
1. Introducción

1.1. Campos magnéticos estacionarios

El primer campo estacionario que se estudiará será el campo magnético terrestre. Debido al núcleo de hierro en el interior del planeta se genera un campo magnético \vec{B} como se ve en la **Figura 1a**.



(a) Campo magnético terrestre



(b) Se definen i es la inclinación y d la declinación del campo magnético terrestre.

Figura 1: Relación angular entra el campo magnético y el eje de rotación.

Siendo que el eje de rotación y del campo magnético están inclinados uno respecto del otro, se pueden definir la *inclinación* i como el ángulo que forma \vec{B} y el vector \vec{z} que va al centro del planeta; y la *declinación* d como el ángulo entre \vec{B} y el vector del norte geográfico \vec{N}_g (ver **Figura 1b**). Es claro que estos ángulos depende de la posición geográfica de donde se lo mida.

El siguiente campo estacionario es el generado por una bobina. Si se considera una bobina de largo L , radio r y con N cantidad de vueltas, como se ve en la **Figura 2**,

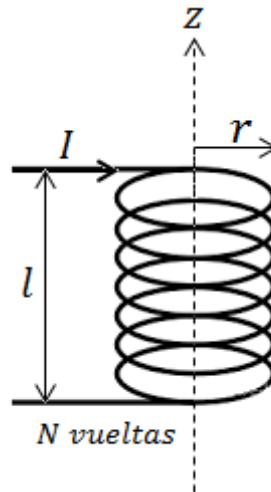


Figura 2: Bobina de largo l , radio r y con N cantidad de vueltas por el cual circula una corriente I .

al hacer circular una corriente I se genere un campo magnético. Tomando el origen 0 en el punto medio de la bobina que pasa por el eje de simetría z , teniendo que ambos extremos se encuentre a distancia $\frac{l}{2}$ de dicho origen; por la ley de Biot-Savart $d\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{d\vec{I} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3}$, de modo que al integrarlo sobre el eje z el valor del campo sobre los puntos $z = 0$ y $z = \pm \frac{l}{2}$ serán:

$$\begin{aligned}\vec{B}(0,0,\pm\frac{l}{2}) &= \frac{\mu IN}{2\sqrt{R^2+l^2}}\hat{z} \\ \vec{B}(0,0,0) &= \frac{\mu IN}{2\sqrt{R^2+(\frac{l}{2})^2}}\hat{z}\end{aligned}\quad (1)$$

Donde μ es la permeabilidad magnética del medio. Además, la inductancia L de la bobina es

$$L = \frac{\pi\mu N^2 r^2}{l} \quad (2)$$

Si ahora, en el plano $z = \frac{l}{2}$, se toma como x la distancia entre un punto y el eje z ; nuevamente por la ley de Biot-Savart, el campo en la dirección \vec{z} será:

$$\vec{B}(x, \frac{l}{2}) = \frac{-\mu r N I}{2l} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{r^2 + rx \sin(\frac{2\pi N}{L}t)}{\sqrt{r^2 + x^2 - 2rx \sin(\frac{2\pi N}{L}t) + (\frac{l}{2} - t)^2}} dt \hat{z} \quad (3)$$

1.2. Transformadores

Un transformador es un sistema en el cual un circuito activo o *primario*, con inductancia L_1 , transmite energía a un circuito pasivo o *secundario* con inductancia L_2 . Este fenómeno se debe a la inductancia mutua M entre ambos circuitos armando el sistema como se ve en la **Figura 3**.

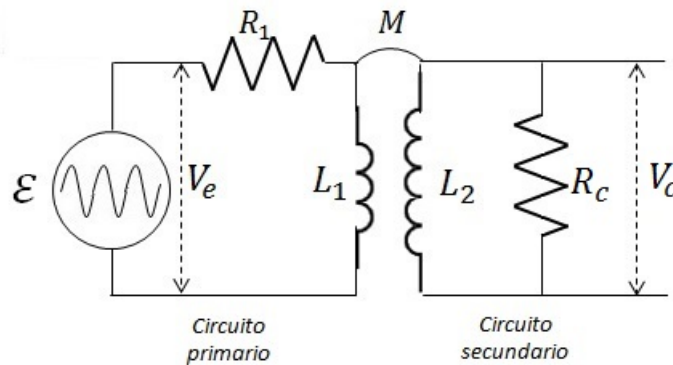


Figura 3: Transformador

Si la fuente ε varía en el tiempo de la forma $\varepsilon(t) = E_0 \sin(\omega t)$, al resolver el circuito utilizando las leyes de Kirchhoff, la transferencia tiene una expresión compleja:

$$\frac{V_c}{V_e} = \frac{i\omega M R_c}{(R_1 + i\omega L_1)(R_c + i\omega L_2) + (\omega M)^2} \quad (4)$$

Bajo la condición $R_1 \ll \omega L_1$, la solución anterior se puede simplificar en:

$$\frac{V_c}{V_e} = \frac{M R_c}{L_1 R_c - i\omega L_1 L_2 (1 - k^2)} \quad (5)$$

En este caso la inductancia mutua se puede expresar como $M^2 = K^2 L_1 L_2$ siendo $|k| \leq 1$. Solo en el caso ideal $|k| = 1$, por lo que si entre las bobinas se coloca un núcleo de un material ferromagnético, por ejemplo hierro, se tendrá $|k| \simeq 1$; de modo que, en la aproximación al caso ideal, la transferencia del transformador es:

$$\frac{V_c}{V_e} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \quad (6)$$

2. Desarrollo experimental

Durante esta experiencia se utilizó un generador de funciones de generar diferencias de potencial $V(t)$ a frecuencias con un error relativo del 0,01 % en un rango entre $1\mu\text{Hz}$ y 5MHz . El voltaje pico-pico tiene un error relativo del 1 % para el rango de voltaje utilizado ($2\text{V} - 20\text{V}$). Además, se utilizó una resistencia variable por décadas en el intervalo $1\Omega - 11110\Omega$. Usando un multímetro digital se midieron los valores utilizados en esta resistencia junto con su precisión que era de la forma $\pm(1\% + 2d)$ en el rango utilizado (mayor a 100Ω). El multímetro permitía también medir diferencias de potencial con una precisión de la forma $(1d + 0,5\%)$

Para generar una diferencia de potencial constante se utilizó una fuente de alimentación programable con una precisión de $\pm(0,5\% + 0,02)V$ en un rango de voltaje de salida de $0 \sim 32V$. Se utilizó además un osciloscopio digital que en sus dos canales de entrada era capaz de medir diferencias de potencial entre sus dos terminales en un rango de 2mV a $5V$ con un error relativo del 3 %. A la hora de medir voltaje, fue necesario asegurarse que el cable a tierra del osciloscopio estuviera conectado al cable a tierra el generador de funciones.

Finalmente, se utilizó un sensor Hall capaz de medir el módulo de campos magnéticos B en una dirección particular, expresándolos como una diferencia de potencial V . La relación entre B y V está dada por $B = mV + \text{offset}$ donde m es una característica del instrumento definida por su ganancia G y su sensibilidad S según $m = S^{-1}$. La ganancia G puede ser $\times 1$, $\times 10$ o $\times 200$ y define una sensibilidad $S_{\times 1} = (3,06 \pm 0,15)\frac{\text{mV}}{G}$, $S_{\times 10} = (30,6 \pm 1,2)\frac{\text{mV}}{G}$ y $S_{\times 200} = (612 \pm 24)\frac{\text{mV}}{G}$. Por lo tanto, las pendientes resultan $m_{\times 1} = (327 \pm 5)\frac{G}{V}$, $m_{\times 10} = (32,7 \pm 1,3)\frac{G}{V}$ y $m_{\times 200} = (1,63 \pm 0,06)\frac{G}{V}$. La caracterización del *offset* se cubre a continuación.

2.1. Caracterización del Sensor Hall

3. Resultados

4. Conclusiones

5. Referencias

[1] Frank S. Crawford, *Berkeley physics course 3: Ondas*, 1994, Editorial Reverte S.A.