Análisis espectral y filtrado de batidos

Integrantes:
Andreu, Gonzalo
Malpartida, Bryan
Pugliese, Facundo

Serie de Fourier

Si *S(t)* es una función de periodo τ:

$$S(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \cos\left(\frac{n\pi t}{\tau} + \phi_n\right)$$

Donde:

$$a_n = \int_{-\tau}^{\tau} S(t) cos\left(\frac{n\pi t}{\tau}\right) dt \qquad \alpha_n = \sqrt{a_n{}^2 + b_n{}^2}$$

$$b_n = \int_{-\tau}^{\tau} S(t) sen\left(\frac{n\pi t}{\tau}\right) dt \qquad \phi_n = -\arctan\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$$

Cuyo *n*-esimo armónico es $\alpha_n \cos\left(\frac{n\pi t}{\tau} + \phi_n\right)$ de frecuencia $\boldsymbol{f_n = \frac{n}{2\tau}}$

Potencia espectral

Si *S(t)* es una función definida en el intervalo $[t_0, t_1]$, se define

$$P_S(\omega) = \left|\frac{1}{t_1 - t_0}\int_{t_0}^{t_1} S(t).\, e^{-i\omega t} dt\right|^2 = \left(\frac{1}{t_1 - t_0}\int_{t_0}^{t_1} S(t).\cos(\omega t) dt\right)^2 + \left(\frac{1}{t_1 - t_0}\int_{t_0}^{t_1} S(t).\sin(\omega t) dt\right)^2$$

Para el caso particular de una *S(t)* de período 2τ tal que $2k\tau = t_1 - t_0$ $\longrightarrow$ $\boldsymbol{P\left(\frac{\pi}{\tau} n\right) = \alpha_n^2}$

Señal cuadrada:

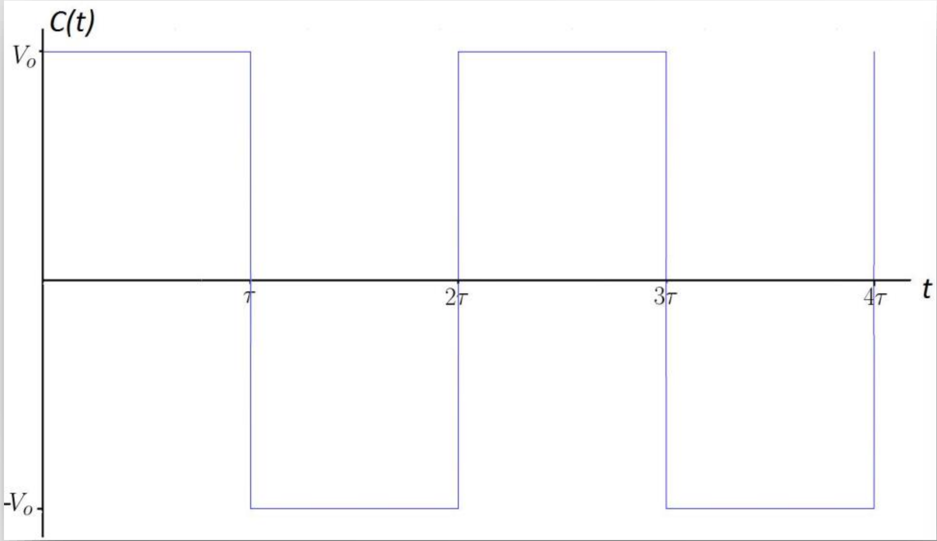
$$C(t) = \begin{cases} -V_0 & t \in [-\tau, 0) \\ V_0 & t \in [0, \tau) \end{cases}$$

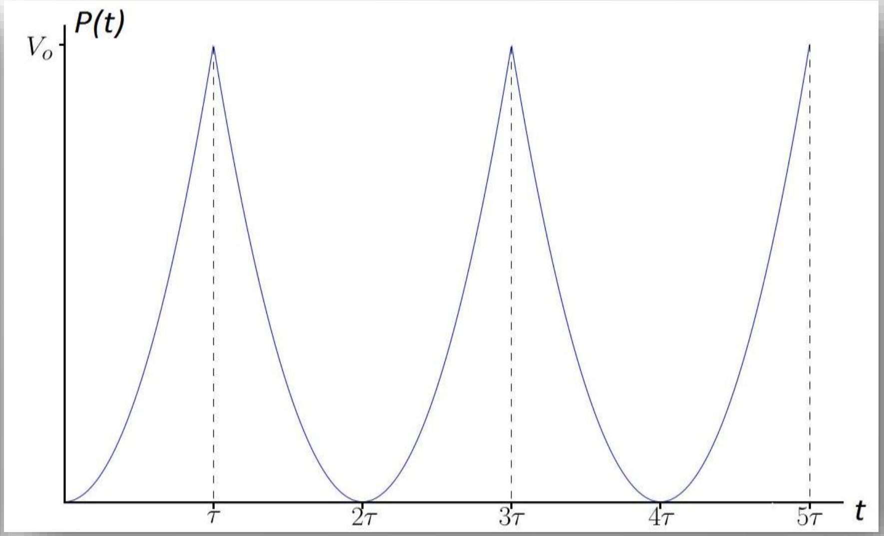
$$\alpha_n = \frac{2V_0(1-(-1)^n)}{n\pi}$$

Señal parabólica:

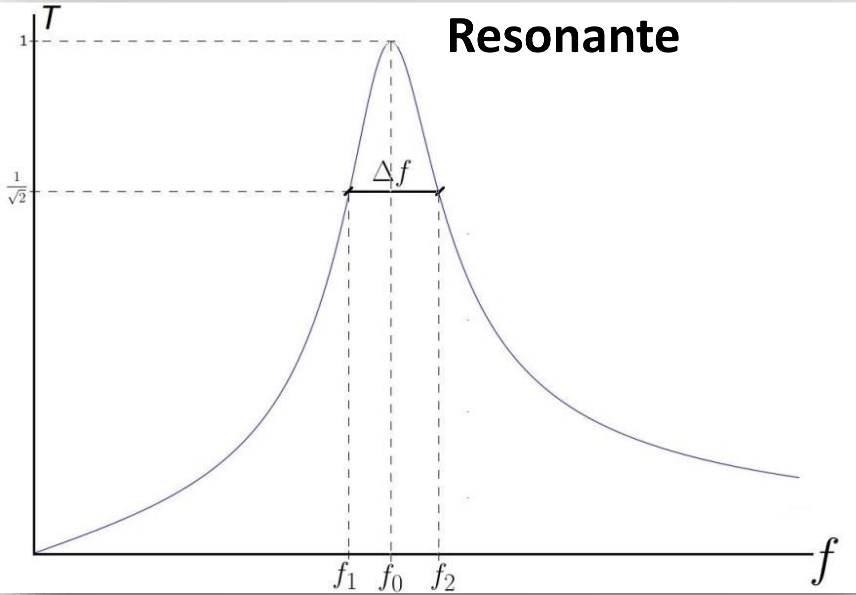
$$P(t) = V_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^2 \quad t \in [-\tau, \tau]$$

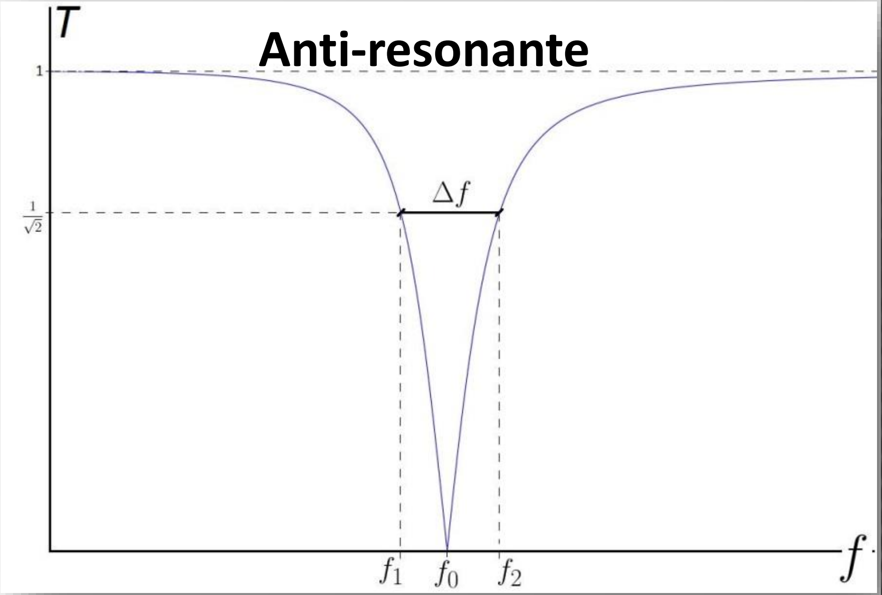
$$\alpha_n = \frac{4V_0}{(n\pi)^2}$$





Circuito *RLC*





$$\boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

$$\Delta f = \frac{R + R_L}{2\,\pi L}$$

$$\Delta f = \frac{1}{2\,\pi(R + R_L)C}$$

Configurando $\boldsymbol{f_0 = f_n}$

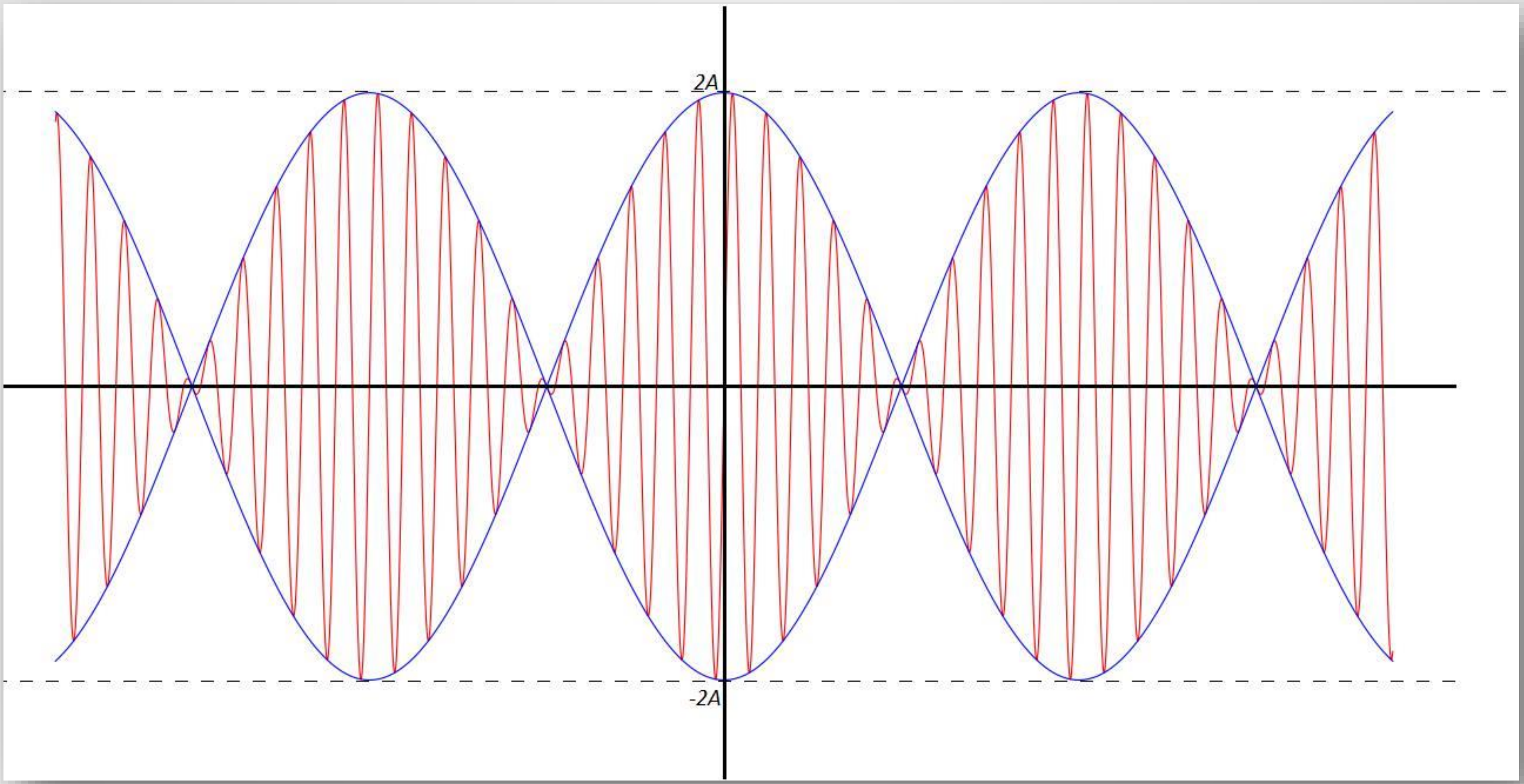
$$T_R(f_n) = \frac{R}{(R_L + R)} \frac{\alpha_n}{V_0}$$

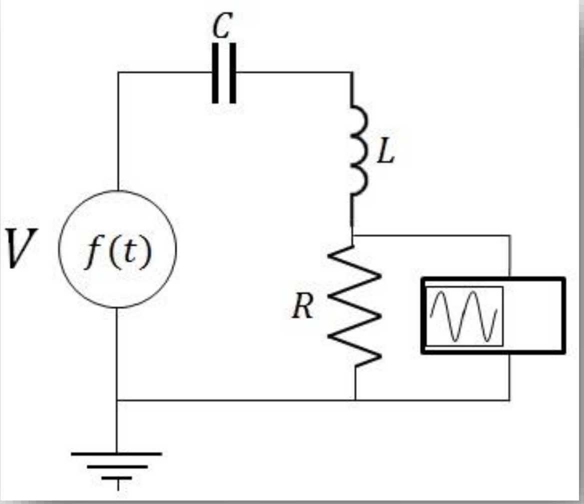
$$T_A(f_n) = 0$$

Batidos

$$V(t) = A.\sin(\omega_1 t) + A.sin\,(\omega_2 t) = 2A.cos(\Delta\omega t).\sin(\overline{\omega} t)$$

$$\boxed{\begin{aligned}\Delta\omega &= \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} \\ \overline{\omega} &= \frac{\omega_2 + \omega_1}{2}\end{aligned}}$$





Circuito RLC resonante

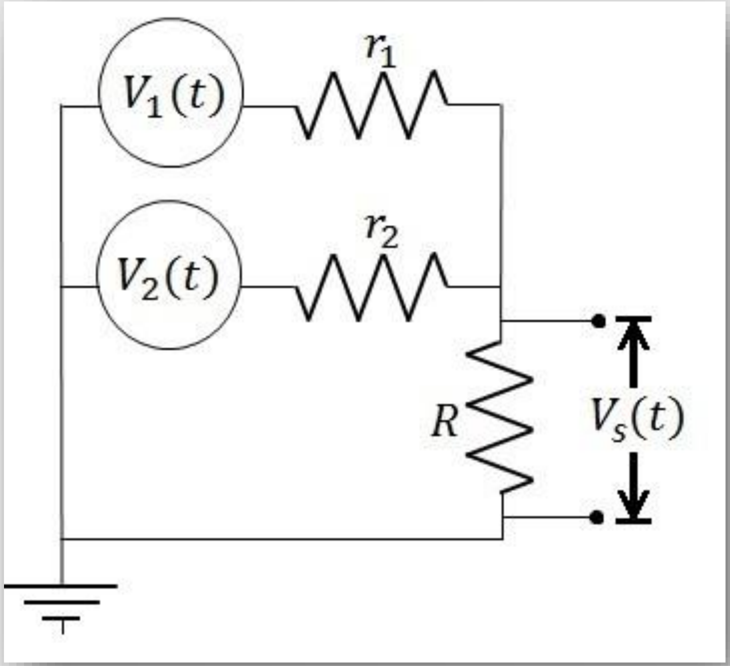
Parámetros del RLC resonante:

- R=(750±7)Ω
- L=(1003 ±5)mH
    - R_L=(243 ±2) Ω
- f_s=(500,00 ±0,05)Hz
- Δf=(158±3)Hz
- $\frac{R}{R_L+R}$=(0,75±0,01)

Armónico	Capacitancia (nF)	Frecuencia de Res.(HZ)
1	101±4	500±11
2	25,0±1,3	1005±29
3	10,7±0,7	1536±54
4	6,00±0,03	2046±56
5	4,02±0,19	2506±65
6	2,98±0,14	2911±76
7	1,99±14	3562±107

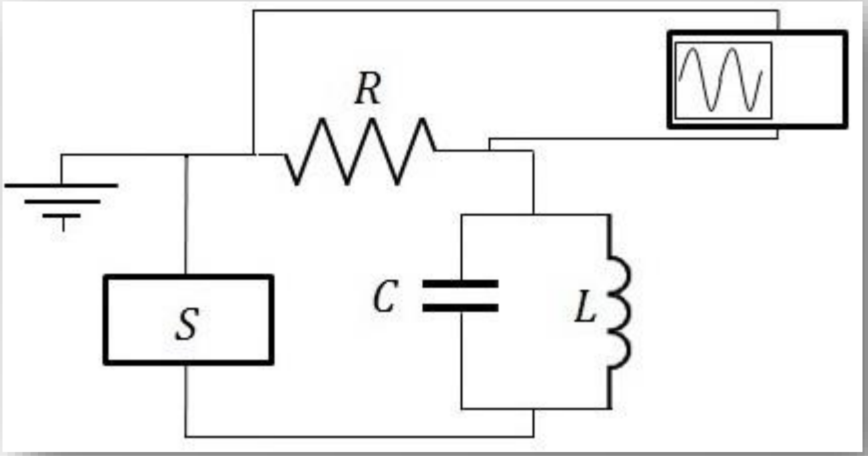
Tabla de capacitancias usadas para filtrar cada armónico de f_s

Circuito sumador (S)



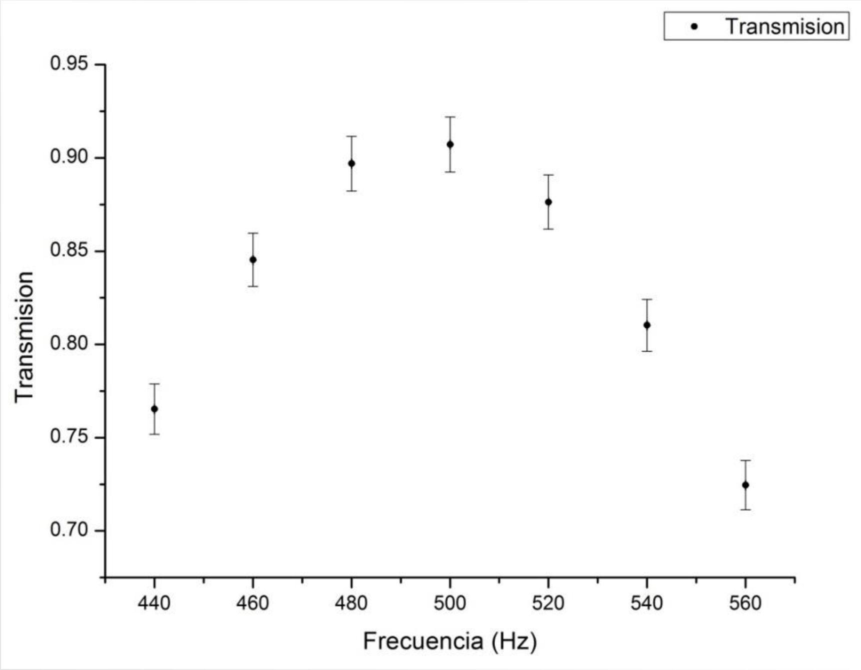
- $r_1 = r_2$=(10,5 ±0,4) Ω
- R=(200±3) Ω

Circuito RLC anti-resonante



Parámetros:

- R=(7500±70)Ω
- L=(10,0±0,3)mH
    - R_L=(5,8±0,1) Ω
- C=(101,2±0,8)nF
- f_0=(5003±95)Hz
- Δf=(210±4)Hz
- f_1=(10844±1)Hz

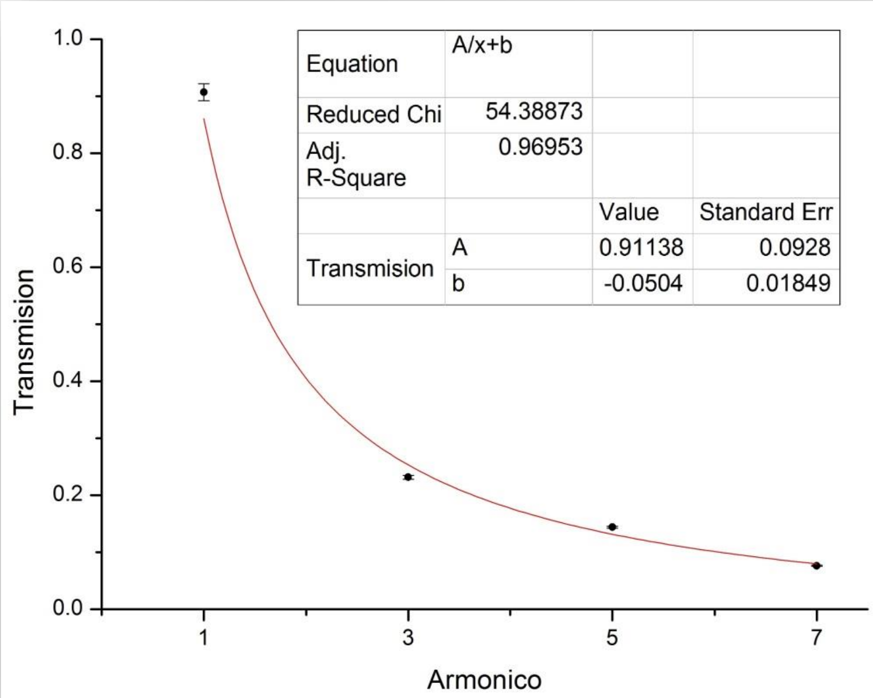


Ejemplo de transmisión vs f ; 1º armónico de la señal cuadrada

Todos los extremos para los distintos f_0 de la señal cuadrada se encontraron en $f_s = (500,00 \pm 0,05)Hz$

Armónico	f_s de máxima transmision (Hz)
1	500,00 ± 0,05
2	500,00 ± 0,05
3	480,00 ± 0,05
4	480,00 ± 0,05
5	500,00 ± 0,05
6	480,00 ± 0,05

Frecuencia de máxima transmisión para los armónicos en la señal parabólica



Señal cuadrada :
Transmisión vs Armónico

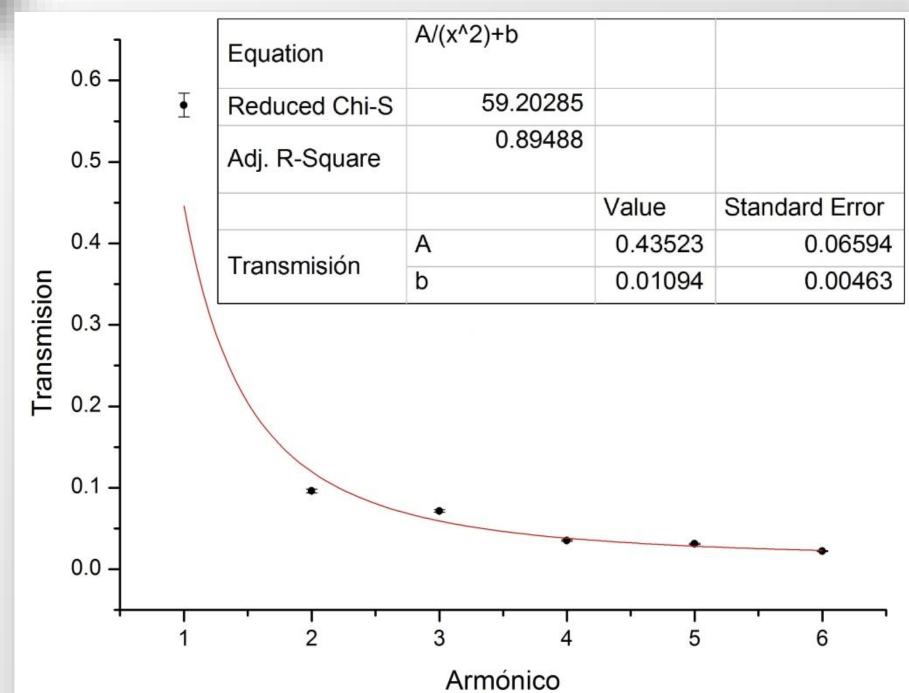
A=(0,91 ± 0,09)

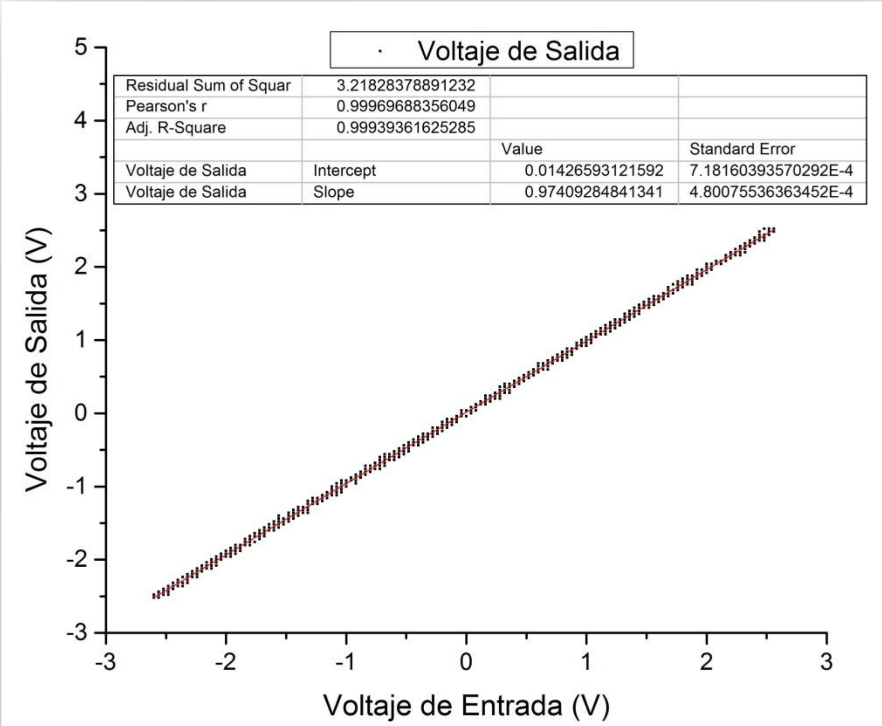
$$\frac{R}{R_L+R}\frac{4}{\pi}=(0{,}962 \pm 0{,}004)$$

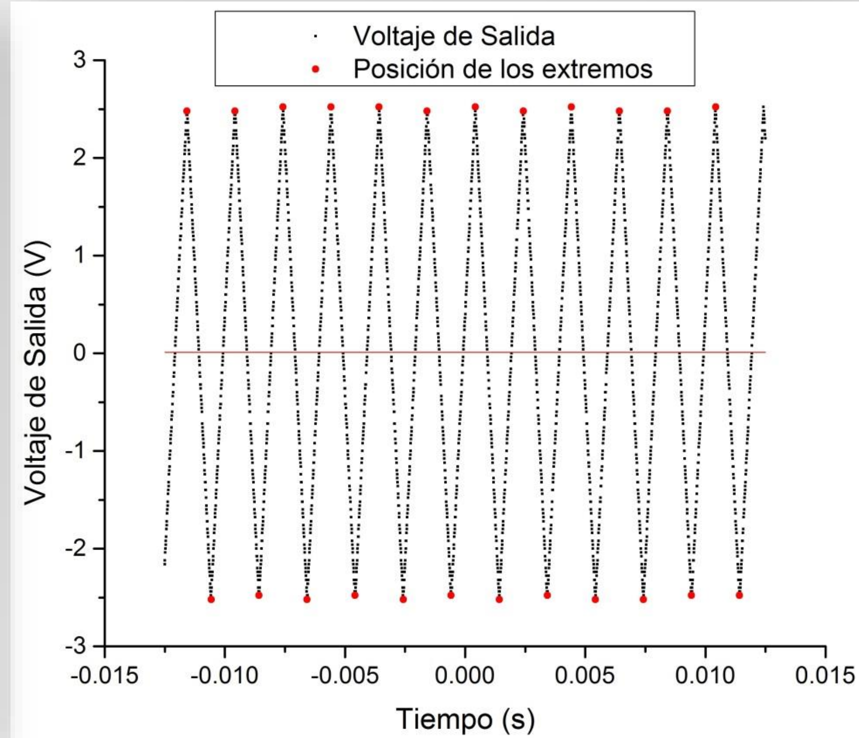
Señal parabólica :
Transmisión vs Armónico

A=(0,44 ± 0,07)

$$\frac{R}{R_L+R}\frac{4}{\pi^2}=(0{,}3060 \pm 0{,}0012)$$



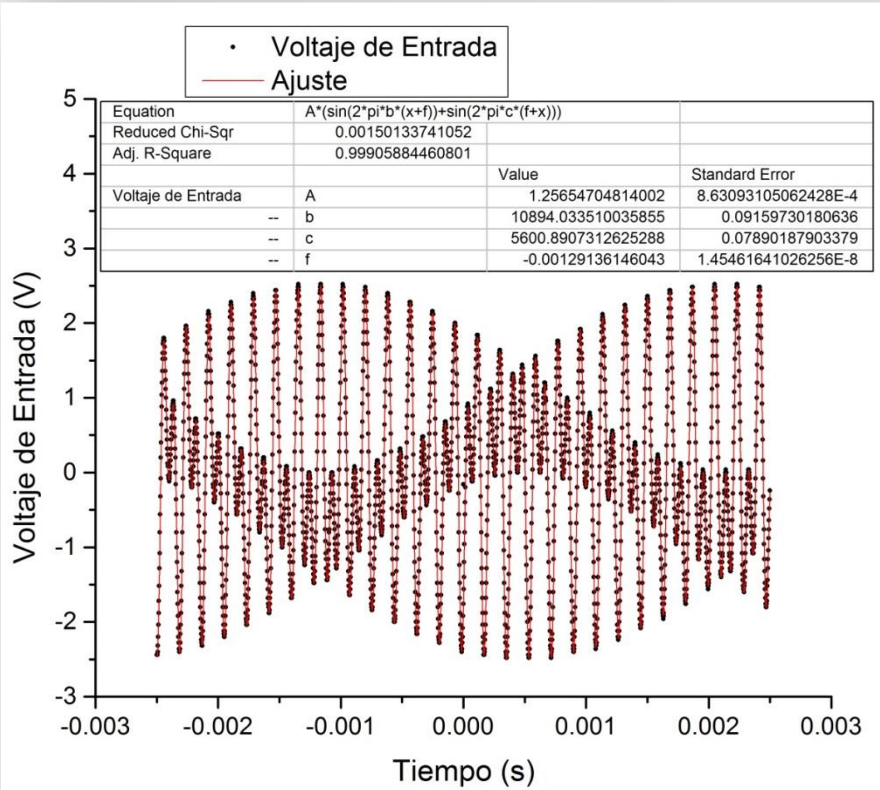


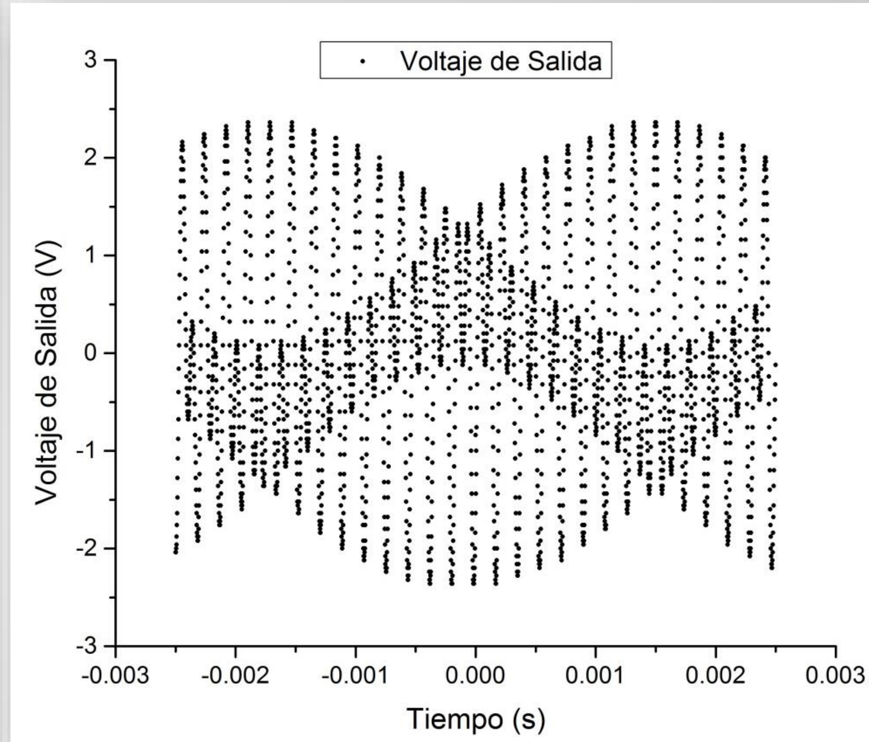


Respuesta del circuito sumador para una señal triangular

$$m = (0{,}9741 \pm 0{,}0005)$$

$$f = (500 \pm 1)Hz$$
$$D = (2 \pm 4)\mu s$$

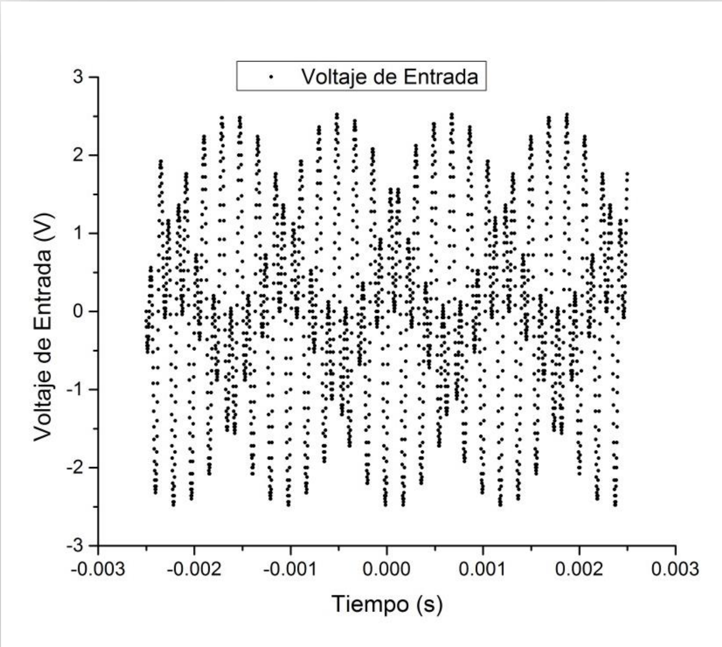




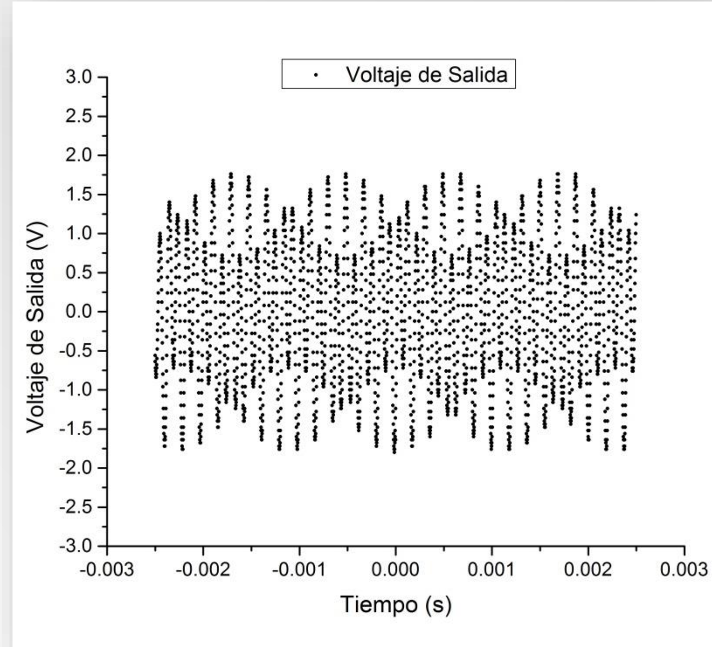
V de entrada y salida vs t, del RLC anti-resonante, de dos señales sinusoidales con frecuencias f_1=(10844 ±1)Hz y f_2=(5600,5 ± 0,5)Hz

Del ajuste se obtuvieron valores para f_1=(10894,03 ± 0,09)Hz y f_2=(5600,89 ± 0,07)Hz

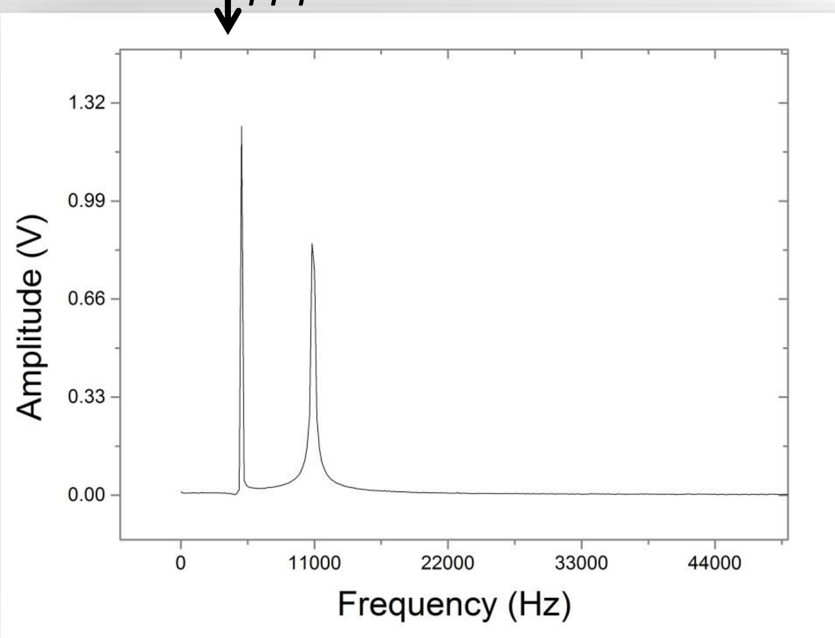
En este caso f_2=(5005,0 ± 0,1)Hz



Filtrado

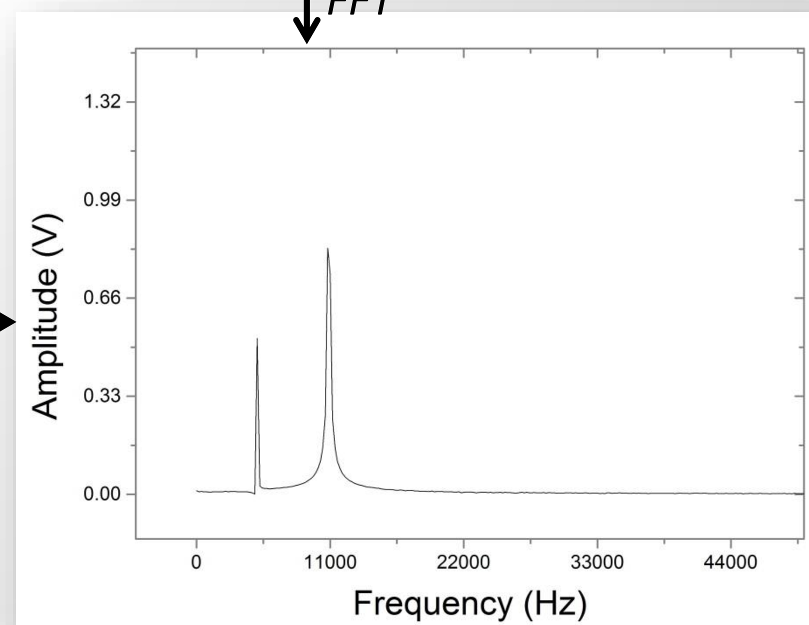


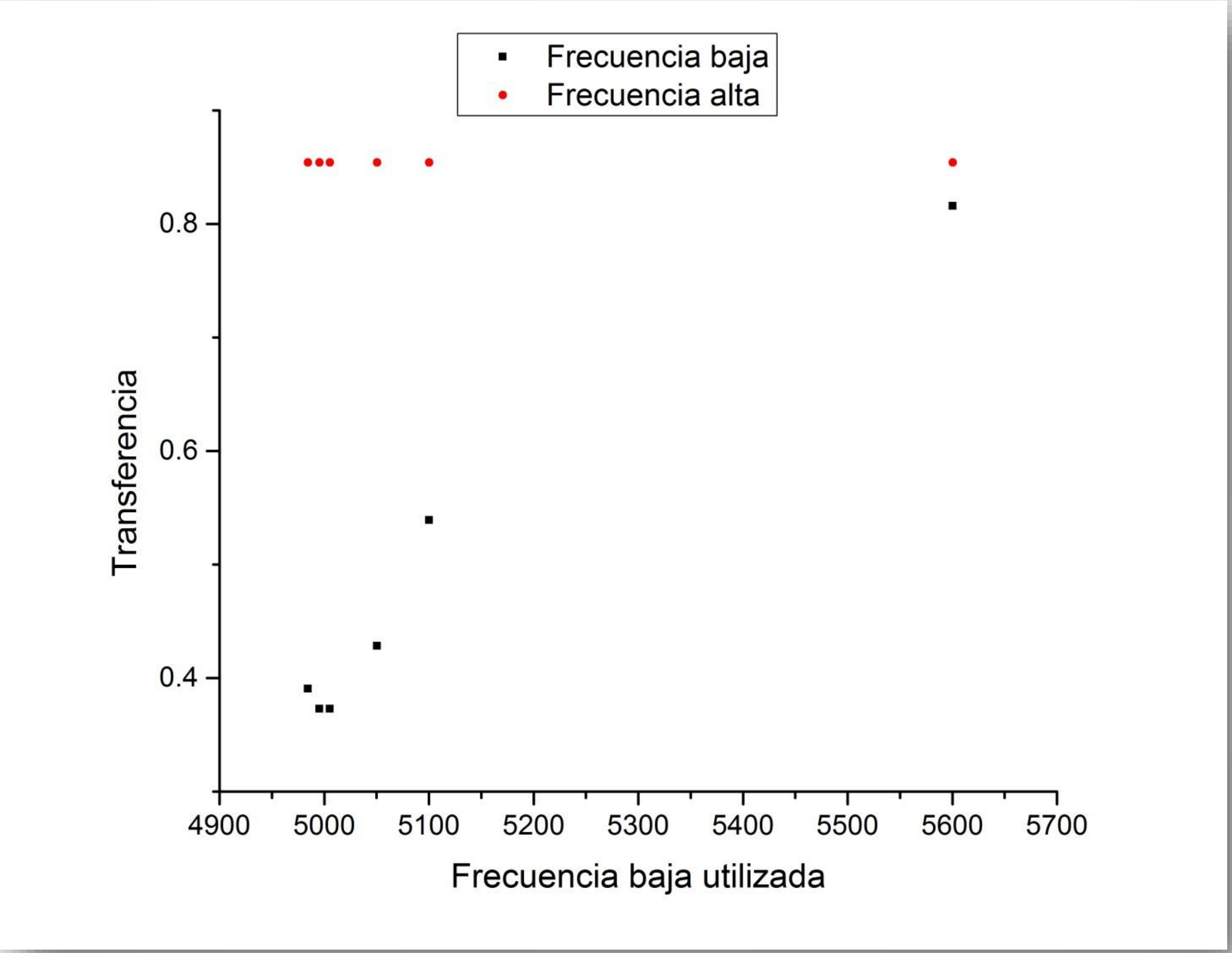
FFT



Filtrado

FFT





Análisis *FFT* utilizando el osciloscopio, manteniendo fija f_1 y variando la frecuencia baja f_2

Conclusiones:

- Las transmisiones en la señal parabólica no tuvieron el valor esperado. Esto puede deberse a que el ancho de banda del RLC resonante $\Delta f = (158 \pm 3)Hz$ era comparable con $f_s = (500{,}00 \pm 0{,}05)Hz$

- El sumador resultó efectivo a la hora de generar batidos, dado que no producía un atenuamiento mayor al 3%. Tampoco variaba la frecuencia o generaba un desfasaje.

- A pesar de que se logró atenuar la señal con $f_{baja} = (5005{,}5 \pm 0{,}5)Hz$ con el circuito RLC anti-resonante, no se logró eliminar completamente esta señal.