

# Ferromagnetismo y temperatura de Curie del monel 400

André Donadón, Alan Rapoport, Ezequiel Mondino

Laboratorio 4, Departamento de Física, FCEyN, UBA

14 de febrero de 2017

---

## Resumen

En el presente informe se midió la temperatura de Curie ( $T_C$ ) y la relación entre la magnetización remanente y la temperatura para una barra de aleación monel 400. Se utilizó para ello un bobinado primario con un transformador diferencial en su interior, en el cual se introdujo la barra a una temperatura inicial de aproximadamente  $-190^\circ\text{C}$  con el fin de observar, mediante la tensión inducida en el transformador, el campo magnético producido por los efectos de la magnetización del monel. Se obtuvo un valor para  $T_C$  de  $(-17 \pm 2)^\circ\text{C}$ , mientras que el parámetro  $\beta$  del modelo utilizado para describir el comportamiento de la magnetización remanente resultó ser  $0,464 \pm 0,004$ .

---

## I Introducción

Se llama *ferromagnético* a un material tal que, al aplicarle un campo magnético externo, sus dominios magnéticos se alinean en el mismo sentido, provocando una elevada magnetización. Sin embargo, para todo material con estas características existe una temperatura, llamada *temperatura de Curie* ( $T_C$ ), a partir de la cual el material pasa a tener sus dominios magnéticos desalineados producto de la agitación térmica, con lo cual pierde su posibilidad de magnetizarse. Esta propiedad se la conoce con el nombre de *paramagnetismo*. En este trabajo se estudió el comportamiento magnético en función de la temperatura de una muestra de Monel 400, una aleación de níquel - cobre.

Algunos materiales, al ser introducidos y posteriormente retirados de un campo magnético externo, pierden la magnetización, mientras que otros la mantienen. Esta magnetización se denomina *magnetización remanente* ( $M_r$ ).

Si se tiene un circuito compuesto por dos bobinas,

una primaria y una secundaria, que comparten un núcleo, se puede estudiar la magnetización  $\mathbf{M}$  del núcleo midiendo el campo magnético  $\mathbf{B}$  que fluye a través de la bobina secundaria. Se define el vector campo magnético  $\mathbf{H}$  de modo que

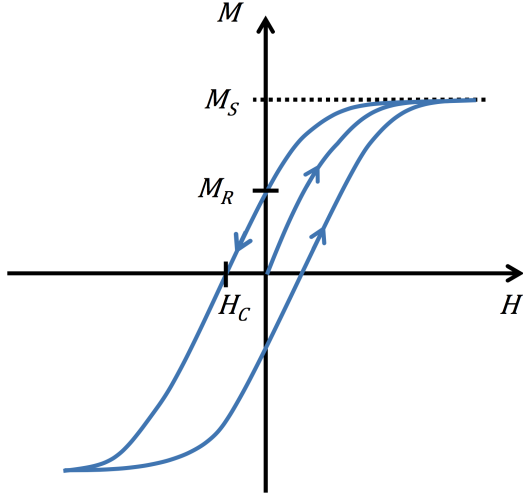
$$\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M} , \quad (1)$$

Por otra parte, la magnetización  $\mathbf{M}$  también tiene un efecto sobre la bobina primaria, por esta razón debe elegírsela lo suficientemente grande como para que este efecto sea despreciable.

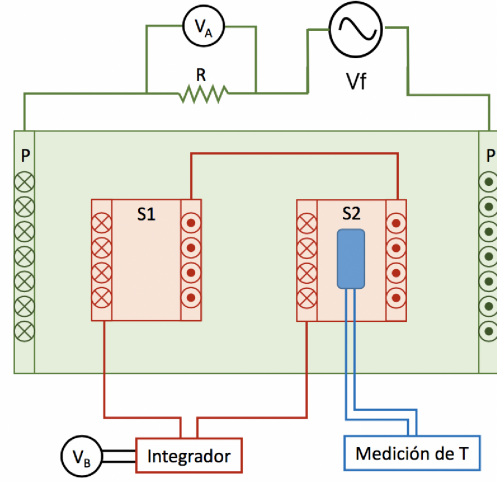
La ley de Faraday dice que la fuerza electromotriz sobre una bobina es proporcional a la variación del flujo del campo magnético, siendo la constante de proporcionalidad igual a la cantidad de vueltas  $N$  del bobinado, es decir,

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_B}{dt} . \quad (2)$$

De este modo, para conocer el campo magnético basta con integrar el valor de la fuerza electromotriz en la bobina secundaria respecto del tiempo.



**Figura 1** – Relación entre la magnetización  $M$  y módulo de  $H$  para un material ferromagnético.



**Figura 2** – Esquema del dispositivo experimental utilizado.

Como es la bobina secundaria aquella que posee en su núcleo el medio material, será en ésta donde nos interese medir el campo magnético  $B$ .

Se puede observar experimentalmente una relación entre  $B$  y  $H$ , conocida como la curva de histéresis del material. La figura 1 muestra la forma típica de esta curva.

Se observa en la curva que cuando el campo  $H$  se anula, la magnetización  $M$  no lo hace. Esta magnetización, como se mencionó previamente, es la magnetización remanente ( $M_r$ ). Esta magnetización depende de la temperatura del material. Uno de los modelos más sencillos para describir esta dependencia es el siguiente [2]:

$$M_r \propto (T_C - T)^\beta, \quad (3)$$

donde  $T_C$  es la temperatura de Curie, y  $\beta$  es un factor del orden de 0,3 a 0,4. Esta aproximación es válida para temperaturas cercanas a  $T_C$ .

En este trabajo se buscó medir los parámetros  $T_C$  y  $\beta$  adecuados para la aleación monel 400.

## II Dispositivo experimental

En la figura 2 se muestra un esquema del dispositivo experimental utilizado.

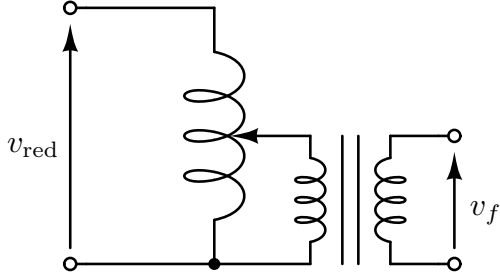
El mismo consta de un bobinado primario cilíndrico de 400 vueltas, de diámetro 10 cm y altura 8 cm. Dentro de él hay dos bobinados secundarios rectangulares iguales conectados en contrafase, formando lo que se conoce como transformador diferencial. Sus dimensiones son 2 cm de lado y 4 cm de alto.

Para alimentar el bobinado primario con una tensión controlable, se conectó un autotransformador a la red eléctrica, y a la salida de él se colocó un transformador 220/36 V para aislar eléctricamente el circuito de la red del dispositivo experimental. De esta forma, el bobinado primario fue alimentado con una tensión  $v_f$  de 50 Hz (ver figura 3). Su amplitud fue tal que no se superara 1 A de corriente. Para ello, la resistencia  $R$  utilizada fue de  $5 \Omega$ , formada por dos de  $10 \Omega$  y  $15 W$  en paralelo. Se ajustó el autotransformador de manera de obtener una tensión de 5 V pico en la resistencia.

En el interior del bobinado principal se generará entonces un campo  $H$  proporcional a la corriente circulante  $i$ , ya que sabemos que la relación entre ambos es [3]

$$H = \frac{N}{L} i, \quad (4)$$

siendo  $N$  la cantidad de vueltas del bobinado, y  $L$  su altura. De esta forma, basta con medir



**Figura 3** – Alimentación eléctrica del bobinado primario.

la tensión en la resistencia  $R$  para conocer  $i$  y por ende  $\mathbf{H}$ .

Con respecto a los bobinados secundarios, el objetivo de conectarlos en contrafase es que, cuando no se coloca el metal dentro de uno de ellos, las fuerzas electromotrices se cancelan, obteniendo una tensión nula a la salida. Al colocar un material ferromagnético en uno de sus núcleos, habrá una diferencia de voltajes en cada bobinado, generando una salida no nula.

Si esta salida se la hace pasar por un integrador, integrando a ambos lados en la ecuación (2) vemos se obtiene una tensión proporcional al campo  $\mathbf{B}$  presente en el interior del bobinado. De esta forma, si se introduce un material ferromagnético en uno de los bobinados secundarios y se conecta un canal de un osciloscopio a los bornes de la resistencia  $R$  y otro canal a la salida del integrador, configurando el osciloscopio en modo X-Y puede observarse una curva de histéresis. El osciloscopio utilizado fue el Tektronix TDS 1002B. Con respecto al integrador, si bien pudo haberse extraído la señal e integrado mediante métodos numéricos, se empleó uno fabricado en el laboratorio con un amplificador operacional, cuyo rango de frecuencias de trabajo alcanza aproximadamente los 100 Hz, con lo cual los 50 Hz de la línea se encuentran cómodamente en el rango admisible. También pudo haberse utilizado un simple filtro pasa bajos de primer orden con una resistencia  $R$  y un capacitor  $C$ . Sabemos que la diferencia de fase de la tensión en  $C$  es

$$\phi_C = \arctan(-\omega RC) . \quad (5)$$

Luego, eligiendo  $R$  y  $C$  tales que para la frecuencia de trabajo (50 Hz) se tenga un valor de  $\phi_C$  cercano a  $-\pi/2$ , obtenemos un integrador. Debe cuidarse de que el producto  $RC$  tampoco sea demasiado elevado para no tener tanta disminución de ganancia, dado que la misma es aproximadamente inversamente proporcional a  $RC$ .

Por otra parte, para hallar la temperatura de Curie y describir la magnetización del monel 400 en función de la temperatura, se sumergió una barra de ese material en nitrógeno líquido hasta que alcance aproximadamente  $-190^\circ\text{C}$ , y luego se la introdujo en el núcleo de uno de los bobinados secundarios. De esta forma, se podía observar la evolución de la curva de histéresis a medida que la temperatura del monel aumentaba, hasta llegar a la temperatura ambiente.

Para medir la temperatura de la barra, la misma tenía en contacto con ella un termistor PT-100, cuya relación resistencia – temperatura se obtuvo de [1]. Un termistor es básicamente un semiconductor, que según el nivel de dopaje, puede aumentar o disminuir su resistividad conforme aumenta la temperatura. En este caso, se utilizó un termistor PTC, el cual posee un semiconductor muy dopado, con características metálicas. De esta forma, un aumento de temperatura se corresponde con un aumento de su resistencia. Para medir esta última, se le hizo pasar una corriente de 1 mA con el multímetro HP Agilent 34401A y se midió la tensión en bornes. Para ello, dado que la resistencia es relativamente baja (del orden de  $20\Omega$  para  $-190^\circ\text{C}$ ), se empleó el método de las cuatro puntas. De esta forma, los cables encargados de conectar el voltímetro no tienen circulación de corriente significativa, con lo cual la caída de tensión en ellos es muy baja, provocando que su resistencia no afecte la medición.

Si bien el osciloscopio se lo utilizó para visualizar el comportamiento del experimento, no se lo empleó para realizar las mediciones. Para ello, se usó la placa de adquisición de datos Sensor DAQ del fabricante Vernier. El primer canal se lo conectó entre los bornes de la resistencia  $R$  para poder conocer la corriente en el bobinado primario y con ella el campo  $\mathbf{H}$ , mientras que el segundo canal fue conectado

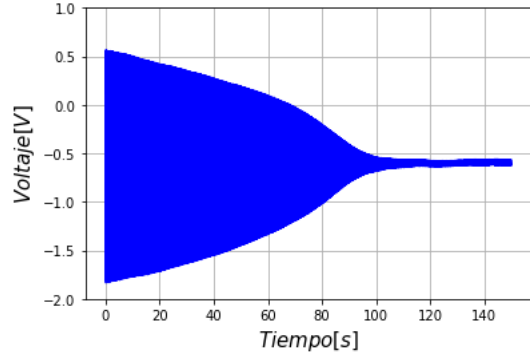
a la salida del integrador para poder, de esta forma, conocer **B** y **M**. Ambos canales fueron configurados en modo *Custom* 10 V para poder medir tensiones entre -10 y 10 V. El tercer canal fue conectado al termistor PT-100 en modo *Custom* 5 V, que permite medir tensiones entre 0 y 5 V. Dado que la placa es de 12 bits, la resolución para los dos primeros canales es de  $20 \text{ V}/2^{12} = 4,88 \text{ mV}$ , mientras que para el tercero es de  $5 \text{ V}/2^{12} = 1,22 \text{ mV}$ .

Dado que la corriente que se hace pasar por la PT-100 es de 1 mA y que la misma presenta una resistencia de aproximadamente  $20 \Omega$  para la mínima temperatura de trabajo ( $-190^\circ\text{C}$ ), la mínima tensión que el sensor debe medir es de aproximadamente 20 mV. De esta forma, un error de 1,22 mV debido a la resolución puede considerarse aceptable. Más aún, las mediciones más significativas y útiles son las que se realizan a una temperatura cerca de  $T_C$ , en la cual la resistencia de la PT-100 ronda los  $100 \Omega$ . Así, el error sistemático del sensor es levemente mayor al 1 %, valor que será superado por el error aleatorio debido al ruido presente en las mediciones.

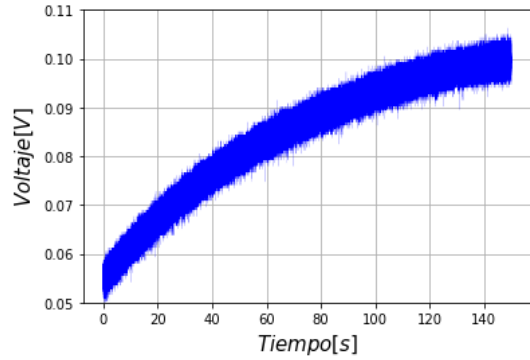
### III Resultados

Una vez armado y testeado el montaje experimental, se realizó una medición de la tensión en la resistencia  $R$ , a la salida del integrador y en los bornes de la PT-100 en función del tiempo, a una tasa de 5003 muestras por segundo para evitar todo tipo de aliasing, batido, y efectos no deseados producto de muestrear a una frecuencia múltiplo de la fundamental (50 Hz). Además, esta cantidad de datos por segundo nos permite obtener más de 100 muestras por ciclo, con lo cual es posible caracterizar el relativo detalle un ciclo completo de histéresis y obtener la magnetización remanente.

En las figuras 4a y 4b se puede observar las tensiones a la salida del integrador y en los bornes del termistor PT-100 en función del tiempo. Las rápidas oscilaciones generan un coloreado homogéneo en el gráfico de la señal del bobinado secundario integrada, mientras que el espesor en la segunda señal es debido al ruido presente.



(a) Tensión a la salida del integrador en función del tiempo.

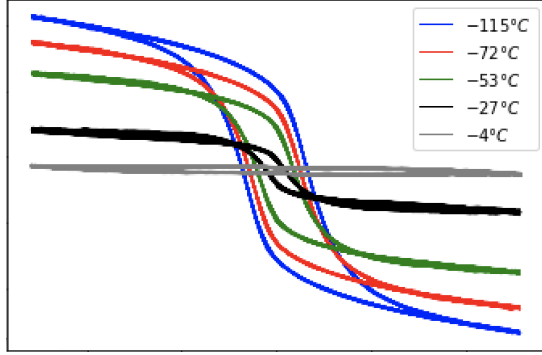


(b) Tensión en los bornes de la PT-100 en función del tiempo.

**Figura 4** – Tensiones a la salida del integrador y en los bornes de la PT-100 en función del tiempo para una misma medición. Se observa que luego de los 100 segundos la tensión integrada del bobinado secundario tiende a un valor constante.

No se muestran las mediciones de la tensión en la resistencia  $R$  dado que, como su corriente y sus dimensiones son mucho mayores que las del transformador diferencial, los efectos del campo magnético producido por las bobinas secundarias prácticamente no afectan al primario, con lo cual la tensión pico en  $R$  es aproximadamente constante.

La cola de la señal de la figura 4a debería tener amplitud nula en el caso ideal. Sin embargo, debido a la imposibilidad de equilibrar perfectamente el transformador diferencial, se observa que el final de la señal tiene una amplitud pico



**Figura 5** – Curvas de histéresis para distintas temperaturas.

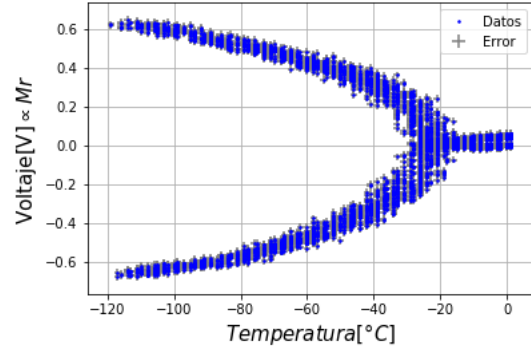
de 50 mV.

En la figura 5 se muestran, superpuestas en un mismo gráfico, cinco curvas de histéresis para distintas temperaturas. Las mismas fueron construidas graficando la tensión a la salida del integrador en función de la tensión en la resistencia del primario. De esta forma, obtenemos una magnitud proporcional a  $M$  en función de una proporcional a  $H$ , generando curvas cualitativamente iguales.

Como era de esperarse, puede apreciarse que la amplitud del eje vertical, y junto con ella el valor de la magnetización remanente, decrece a medida que la temperatura aumenta, acercándose a la de Curie.

A partir de los gráficos en la figura 4 puede estimarse el valor de  $T_C$ , dado que cuando la señal senoidal a la salida del integrador se hace constante en amplitud (idealmente cero) significa que se ha superado la temperatura de Curie, con lo cual la barra de monel se transformó en paramagnética. Además, dicha estimación puede realizarse también (debiendo ser ambos métodos coincidentes) a partir de los resultados de la figura 5, observando la temperatura a la cual las curvas de histéresis se convierten en un segmento, como es el caso de la gris. De esta forma, se obtiene el valor  $T_C = (-17 \pm 2)^\circ\text{C}$ .

Luego, para estimar el  $\beta$  de la ecuación (3) se precisó obtener las magnetizaciones remanentes en función de la temperatura. Dado que las mediciones se realizaron con una relativamente buena resolución, en cada ciclo de histéresis pue-



**Figura 6** – Magnetización remanente en función de la temperatura.

do obtenerse valores muy cercanos a  $M_r$ , tanto en el semiciclo positivo como en el negativo. Esto se realizó interpolando linealmente, en cada semiciclo, los pares de muestras cuyo valor de tensión en la resistencia  $R$  es inmediatamente mayor y menor a 0 V, es decir, cuando la curva de histéresis cruza el eje vertical. Los puntos obtenidos se muestran en la figura 6.

Con respecto a los errores, se decidió asignar un error de  $1^\circ\text{C}$  a la temperatura dado que esa es la mínima discriminación en la tabla de valores del termistor, y 20 mV de tensión a la salida del integrador, debido a la presencia del ruido de fondo.

Puede observarse que a partir de una temperatura cercana a  $T_C$ ,  $M_r$  oscila en torno al valor 0, como era de esperarse.

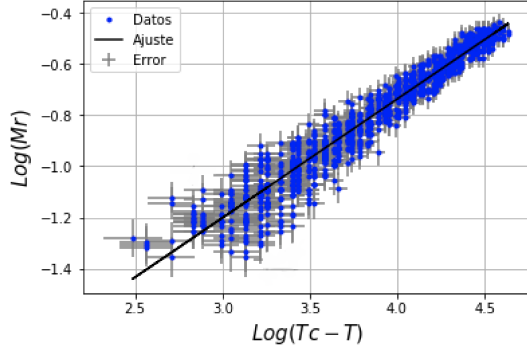
Para verificar la forma exponencial de la relación entre  $M_r$  y  $T$  tal como indica la ecuación (3), se tomó logaritmo a ambos lados, obteniendo

$$\ln M_r = \beta \ln (T_C - T) + C, \quad (6)$$

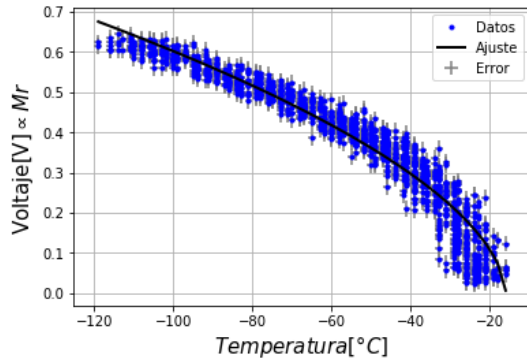
siendo  $C$  una constante producto de la proporcionalidad en la ecuación (3). En la figura 7 se muestra el gráfico de los puntos correspondientes a la rama de valores positivos de  $M_r$  del gráfico 4 luego de aplicarles la operación de la ecuación anterior, habiéndose tomado  $T_C = (-17 \pm 2)^\circ\text{C}$ .

Se puede observar una relación aproximadamente lineal, con una gran dispersión en la zona de temperaturas cercanas a  $T_C$ .

Realizando un ajuste lineal de estos valores,



**Figura 7** – Gráfico logarítmico de la magnetización remanente en función de la temperatura y su correspondiente ajuste lineal.



**Figura 8** – Gráfico de la magnetización remanente en función de la temperatura y su correspondiente ajuste.

se obtiene que la pendiente, correspondiente al valor de  $\beta$ , es de  $0,464 \pm 0,004$ , con un  $R^2 = 0,92$  y  $\chi_r^2 = 1,29$ , siendo  $\chi_r^2$  el valor de  $\chi^2$  reducido. Para ser una recta, el  $R^2$  es un tanto chico. Sin embargo, el valor de  $\chi_r^2$  es cercano a la unidad, lo cual indica que, si la forma funcional de los datos es lineal, los errores tomados son correctos. Sin embargo, es llamativo que el error en la pendiente sea tan pequeño, dado que por la dispersión de los puntos se esperaba obtener un error en al menos la segunda cifra decimal.

Por otra parte, ajustar los datos sin aplicar la transformación logarítmica permite tener a  $T_C$  como otro parámetro libre. Eso fue lo que se hizo para confeccionar el gráfico de la figura 8.

En este caso, los parámetros obtenidos fueron  $T_C = (-20,4 \pm 0,2)^\circ\text{C}$  y  $\beta = 0,480 \pm 0,006$ , con  $R^2 = 0,94$  y  $\chi_r^2 = 3,9$ . En este caso, si bien  $\chi_r^2$  es del orden de la unidad, al ser considerablemente mayor podría asumirse que los errores pudieron haberse subestimado en cierta medida. No obstante, nuevamente  $\beta$  tiene un error absoluto pequeño, similar al obtenido anteriormente. Sin embargo, aunque similares, los intervalos de confianza de ambos resultados tienen intersección vacía. Con respecto a  $T_C$ , es claro que el valor más probable no es adecuado, lo cual puede verse a simple vista de las figuras 4 y 6.

Por este motivo, se decidió rechazar los resultados obtenidos estadísticamente para  $T_C$ , adoptando el valor previamente estimado de  $(-17 \pm 2)^\circ\text{C}$ . Así, basándonos en el primer ajuste, adoptamos  $\beta = 0,464 \pm 0,004$ .

## IV Conclusiones

Cualitativamente, los resultados fueron exitosos a pesar del ruido existente en las mediciones, dado que se pudo observar la evolución de las curvas de histéresis ante los cambios de temperatura. Además, pudo notarse mediante los datos obtenidos que la relación entre la magnetización remanente y la temperatura es efectivamente similar a la descrita en la ecuación (3). Sin embargo, los análisis estadísticos entregaron resultados poco confiables, debido a su bajo error relativo. Posiblemente una revisión de las incertezas asociadas a las mediciones arrojen resultados más adecuados.

## Referencias

- [1] *PT-100: su operación, instalación y tablas*. <http://www.arian.cl/downloads/nt-004.pdf>.
- [2] Lue, C. S.: *A Direct Method for Viewing Ferromagnetic Phase Transition*. The Physics Teacher, 32:304–305, 1994.
- [3] Reitz, Milford, Christy: *Fundamentos de la Teoría Electromagnética*. Addison–Wesley Iberoamericana, 4ª edición.