

# Материалы для подготовки к коллоквиуму по дискретной математике Определения

ПМИ 2016

Орлов Никита, Рубачев Иван, Ткачев Андрей, Евсеев Борис

11 декабря 2016 г.

## 1 Принцип математической индукции

Принципом математической индукции называют метод доказательства бесконечной цепочки утверждений, пронумерованных натуральными числами. Тогда для их доказательства достаточно справедливости следующих фактов:

1. Верно утверждение  $A(0)$ , называемое *базой индукции*.
2. Для любого натурального  $n$  верно, что из  $A(n)$  следует  $A(n+1)$ . Этот переход называется *шагом индукции*.

В качестве примера может служить доказательство формул арифметической, геометрической прогрессий, коды Грея.

---

## 2 Правила суммы, произведения, дополнения

Пусть есть непересекающиеся множества  $A, B$ . Тогда

$$|A \cup B| = |A| + |B|,$$

$$|A \times B| = |A| \times |B|$$

называются правилами суммы и произведения множеств соответственно.

*Дополнением*  $\bar{A}$  множества  $A$  называется множество, состоящее из не удовлетворяющих произвольному условию элементов. Тогда

$$|\bar{A}| = U - A,$$

где  $U$  - пространство, в котором решается задача.

---

### 3 Алфавит, конечные слова, формулы комбинаторики

*Алфавитом* называется произвольное конечное множество, элементы которого называются символами или буквами.

*Словом* называется произвольная упорядоченная последовательность букв.

*Числом перестановок  $n!$*  слова называется количество слов длины  $n$ , отличающихся друг от друга порядком следования букв.

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$$

*Упорядоченным выбором с возвращением* из  $n$  по  $k$  называется слово длины  $k$ , состоящее из букв слова длины  $n$ , с повторяющимися буквами. Число таких слов будет равняться

$$n^k$$

*Упорядоченным выбором без возвращения* из  $n$  по  $k$  называется слово длины  $k$ , состоящее из букв слова длины  $n$ , без повторяющихся букв. Число таких слов будет равняться

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

*Неупорядоченным выбором без возвращения* из  $n$  по  $k$  называется слово длины  $k$ , состоящее из букв слова длины  $n$ , без повторяющихся букв, причем слова, отличающиеся только порядком следования букв будем считать одинаковыми. Тогда число таких слов будет равняться

$$C_n^k = \frac{n!}{k! (n-k)!} = \binom{n}{k}$$

*Двоичными словами* называются слова, составленные из двух букв, называемых *нулем* и *единицей*:

$$a \in \{0; 1\}$$

Число подмножеств множества считается по формуле

$$2^{|A|}$$