

# Programación 2022

## Guía 7: Interpolación. Método de cuadrado mínimos. Determinación de raíces

5 de Octubre 2022

Antes de comenzar los problemas genere un nuevo directorio `guia6` donde trabajará y guardará todos los programas y archivos que se producirán en este práctico.

**Problema 1:** Desarrolle una función cuyos argumentos de entrada sea un array de  $N$  pares de variables  $(x, y)$  y que determine la ordenada y pendiente de la regresión lineal utilizando las fórmulas vistas en el teórico [Problema de desarrollo se recomienda NO usar funciones existentes en las librerías ni `googlear`].

1. Desarrollo de la función.
2. Genere un conjunto de  $N = 100$  datos por  $v(t) = v_0 - gt + 0.2\epsilon$  con  $v_0 = 4.5m/s$ ,  $g = 9.81m/s^2$  y que evalúe la velocidad cada  $0.25s$   $\epsilon$  es un número aleatorio que representa el error observacional de media 0 y varianza 1 (`np.random.normal`).
3. Utilice la función de regresión lineal con los datos generados y estime el valor de  $v_0$  y  $g$ .
4. Compare el error obtenido en la estimación con el caso de  $N = 10$  y con el caso de  $N = 1000$ .

**Problema 2:** Genere 20 valores aleatorios de la ordenada  $y$  con una distribución uniforme entre 0 y 2 usando `np.random.uniform` asigne estos a un intervalo de  $x$  entre 0,1 asumiendo los puntos están equidistribuidos en  $x$ .

1. Utilice los esplines cúbicos para generar 100 puntos de la función en el intervalo 0,1. Use: `scipy.interpolate.splrep` o `scipy.interpolate.CubicSpline`
2. Realice el mismo procedimiento con la interpolación lineal entre los puntos originales. En este caso desarrolle su propio interpolador.

**Problema 3:** Encuentre la línea recta que ajusta a los siguientes datos por cuadrados mínimos. Use la función `np.polyfit`

t	x
0	3.076
0.5	2.810
1.0	2.588
1.5	2.297
2.0	1.981
2.5	1.912
3.0	1.653
3.5	1.478
4.0	1.399
4.5	1.018
5.0	0.794

**Problema 4:** Determine los parametros  $a$  y  $b$  tal que satisfice  $f(x) = ae^{bx}$  ajustan los datos a través de cuadrados mínimos. Use la función `np.polyfit`

t	x
1.2	7.5
2.8	16.1
4.3	38.9
5.4	67.0
6.8	146.6
7.9	266.2

**Problema 5:** Use el método de bisección para hallar la menor solución positiva de la ecuación  $2x = \tan(x)$ . ¿Cuántos pasos serán necesarios para garantizar que el error sea menor a  $10^{-3}$ ?

**Problema 6:** Sea  $f(x) = (x+2)(x+1)^2x(x-1)^3(x-2)$ . ¿A cuál raíz de  $f$  converge el método de bisección en los siguientes intervalos?

(a)  $[-1.5, 2.5]$ , (b)  $[-0.5, 2.4]$ , (c)  $[-0.5, 3]$ , (d)  $[-3, -0.5]$

**Problema 7:** Método de Newton-Raphson y de bisección-secante.

1. Desarrolle una función que determine la raíz de una función usando el método de Newton-Raphson, con argumentos de entrada, un valor inicial, la función, la derivada y la tolerancia.
2. Desarrolle una función bisección-secante determine la raíz de una función usando el método de bisección adaptado para que en lugar de tomar el punto del medio del intervalo se elija la raíz de la recta que pasa por los puntos  $(a, f(a))$  y  $(b, f(b))$ .
3. La difracción Fraunhofer producida por una rendija tiene el máximo principal en el origen  $x=0$ , y los máximos secundarios son las raíces de la ecuación trascendente  $\tan x - x = 0$ . Determine el valor de  $x$  que cumple que  $\tan x - x = 0$ , utilizando el método de Newton-Raphson con valor inicial  $x_0 = 4$  y  $x_0 = 4.6$  analice y saque conclusiones.
4. Use el metodo de bisección usando de intervalo inicial 4 y 5.
5. Compare la velocidad de convergencia con el metodo de bisección, de bisección-secante y de Newton-Raphson.

**F@CENA © 2022**