Capítulo 5

Medios materiales

Si queremos determinar el campo eléctrico que produce una distribución de cargas en la presencia de medios materiales, debemos tener en cuenta que los medios poseen cargas y éstas por un lado generan un campo eléctrico propio, y por otro responderán a la presencia de campos externos. Sin embargo, las cargas de los materiales no son cargas libres por lo que su movimiento se encuentra restringido al dominio atómico. Es decir entonces que la respuesta del material al campo eléctrico externo no es equivalente a la que se produce en un conductor donde las cargas se acomodan libremente a los efectos de "neutralizar" los efectos del campo en el interior del conductor.

La solución de encontrar el problema del campo eléctrico en la presencia de un medio material sería imposible si debemos tener en cuenta el campo generado por cada partícula elemental con carga, i.e. electrón y protón. Además las posiciones de las densidades de carga de estas partículas dependen del tiempo complicando aun mas el problema. De todas maneras existe una fuerte compensación de los efectos de los campos generados por las partículas por lo que si estamos interesados en escalas macroscópicas no deberíamos preocuparnos por las particularidades del campo en la pequeña escala pero si encontrar las ecuaciones que gobiernan los campos macroscópicos. El procedimiento consiste entonces en realizar una promediación de la escala molecular de tal manera de filtrar los comportamientos microscópicos del campo eléctrico.

Cuando se aplica un campo externo a un medio material, asumimos que el medio tiene carga neta total zero, por lo que el efecto mas importante será a nivel dipolar, en este sentido el momento dipolar cuando no existen campos externos se espera sea zero, cuando se aplica el campo los dipolos se alinearán en forma antiparalela al campo. Luego cuando queramos determinar el campo eléctrico no solo tenemos que tener en cuenta la contribución al campo de la densidad de carga libres $\rho(\vec{x})$ sino también la contribución al campo eléctrico debido al momento dipolar que produce el material.

En la presencia de un medio material, además de tener las cargas especificadas por el problema, tendremos los momentos dipolares del material que también contribuyen al campo eléctrico.

Para trabajar con medios materiales entonces conviene tener en cuenta un campo, que lo llamamos *desplazamiento eléctrico* que solo responda a las cargas libres, es decir la única fuente de ese campo es ρ,

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho. \tag{5.1}$$

Decimos que $\vec{D}$ "ve" solo las cargas libres mientras que $\vec{E}$ ve todo. ¿cual es la relación que hay entre el campo eléctrico y el desplazamiento eléctrico? Para esto deberíamos conocer cual es el efecto de los momentos dipolares de las moléculas. Supongamos una molécula j con distribución de carga $\rho_j(\vec{x}')$, el centro de gravedad de la molécula es $\vec{x}_j$. Luego el potencial eléctrico generado por la molécula viene dado por

$$\Phi_j(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{\rho_j(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}_j-\vec{x}'|}\mathrm{d}V' \tag{5.2}$$

Podemos pensar que la distribución de cargas de la molécula esta concentrada alrededor de $\vec{x}_j$ y por lo tanto $|\vec{x}-\vec{x}_j| \gg |\vec{x}'|$, luego se puede realizar una expansión multipolar manteniendo hasta el primer orden:

$$\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}_j-\vec{x}'|} \approx \frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}_j|} + \vec{x}' \cdot \nabla_j \frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}_j|}. \tag{5.3}$$

El potencial eléctrico de la molécula se obtiene reemplazando la expansión (5.3) en (5.2),

$$\Phi_j(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\int \frac{\rho_j(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}_j|}\mathrm{d}V' + \int \rho_j(\vec{x}')\vec{x}'\mathrm{d}V' \cdot \nabla_j \frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}_j|}\right] \tag{5.4}$$

finalmente entonces el potencial eléctrico de la molécula de carga libre q_j y dipolo $\vec{p}_j$ es

$$\Phi_j(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{q_j}{|\vec{x}-\vec{x}_j|} + \vec{p}_j \cdot \nabla_j \frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}_j|}\right] \tag{5.5}$$

El potencial eléctrico total en el material sumando sobre todas las moléculas será

$$\Phi(\vec{x}) = \sum_j \Phi_j(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\sum_j \frac{q_j}{|\vec{x}-\vec{x}_j|} + \sum_j \vec{p}_j \cdot \nabla_j \frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}_j|}\right] \tag{5.6}$$

si asumimos que las moléculas son lo suficientemente pequeñas como para realizar una integración en lugar de una suma, entonces pensando en una distribución volumétrica de cargas y en un momento dipolar por unidad de volumen:

$$q_j \to \rho \mathrm{d}V \tag{5.7}$$

$$\vec{p}_j \to \vec{P}\mathrm{d}V \tag{5.8}$$

donde $\vec{P}$ es el momento dipolar por unidad de volumen o polarización eléctrica. El potencial eléctrico resultante entonces es

$$\Phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \left[\frac{\rho(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|} + \vec{P}(\vec{x}') \cdot \nabla' \frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\right]\mathrm{d}V' \tag{5.9}$$

Usando integración por partes:

$$\int \vec{P}(\vec{x}') \cdot \nabla' \frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \mathrm{d}V' = \int \left[\nabla' \cdot \frac{\vec{P}}{|\vec{x} - \vec{x}'|} - \frac{\nabla' \cdot \vec{P}}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \right] \mathrm{d}V' \tag{5.10}$$

$$\int \nabla \cdot \frac{\vec{P}}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \mathrm{d}V' = \int \frac{\vec{P}}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \cdot \mathrm{d}\vec{S}' = 0 \tag{5.11}$$

Luego el potencial resultante es

$$\Phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{x}') - \nabla' \cdot P(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \mathrm{d}V' \tag{5.12}$$

Es decir que en la presencia de un material el potencial eléctrico es producido no solo por la densidad de carga sino también por la divergencia de la polarización eléctrica. Aplicando el Laplaciano a ambos lados se obtiene que

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\rho(\vec{x}) - \nabla \cdot \vec{P} \right) \tag{5.13}$$

Esta ecuación puede ser reescrita como

$$\nabla \cdot (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho(\vec{x}) \tag{5.14}$$

luego si se compara (5.14) con (5.1) resulta que

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \tag{5.15}$$

esto nos relaciona al campo eléctrico con el desplazamiento eléctrico sin embargo esta ecuación no es de mucha utilidad ya que la polarización producida por el medio no es conocida de antemano. Lo que necesitamos es una *relación constitutiva* que nos relacione $\vec{D}$ con $\vec{E}$. Algunos casos específicos son:

- En el espacio libre vale que $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$.
- Si el medio es isotrópico (propiedades físicas iguales en todas las direcciones) $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ donde ϵ es un escalar constante.
- Si el medio es anisotrópico, ϵ es una matriz de 3x3 donde $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ es un producto matricial.

En el caso del medio isotrópico las relaciones que existen son lineales, la polarización eléctrica viene dada por

$$\vec{P} = (\epsilon - \epsilon_0) \vec{E} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E} \tag{5.16}$$

Algunas definiciones ϵ es la permitividad del medio, χ_e es la susceptibilidad eléctrica y ϵ/ϵ_0 es la constante dieléctrica. La susceptibilidad eléctrica se relaciona con la permitividad del medio como

$$\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \tag{5.17}$$

Para determinar las condiciones de contorno se parte de,

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \tag{5.18}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho, \tag{5.19}$$

Integrando en un circuito en la interface entre los dos medios la primera ecuación y en un cilindrito la segunda se deduce que

$$E_{2\parallel} - E_{1\parallel} = 0 \tag{5.20}$$

$$D_{2\perp} - D_{1\perp} = \sigma \tag{5.21}$$

donde σ es la densidad de carga superficial en la interface entre los medios.

Ejercicio 5.1: Supongamos una esfera dieléctrica de radio a con constante dieléctrica ϵ/ϵ_0 que se sumerge en un campo eléctrico uniforme $\vec{E}_0$. Encontrar el potencial y la polarización eléctrica en todo el espacio y la densidad superficial de carga polarizada.

En el interior de la esfera donde el medio es lineal $\vec{D} = \epsilon\vec{E}$ y además como no existen cargas libres $\nabla \cdot (\epsilon\vec{E}) = \epsilon\nabla^2\Phi = 0$ tenemos que la ecuación de Laplace es satisfecha en el interior de la esfera. En el exterior de la esfera existe vacio, y tampoco hay cargas libres por lo que también se satisface (independientemente) la ecuación de Laplace. En el interior de la esfera, la solución es entonces

$$\Phi_I = \sum_{l=0}^{\infty} A_l r^l P_l(\cos\theta) \tag{5.22}$$

Afuera

$$\Phi_E = \sum_{l=0}^{\infty} [B_l r^l + C_l r^{-(l+1)}] P_l(\cos\theta). \tag{5.23}$$

Dado que en $|\vec{r}| \to \infty$ la condición de contorno es un campo constante: $\Phi = -E_0 z$ entonces el potencial debería depender de

$$\Phi = -E_0 r \cos\theta z \tag{5.24}$$

Esto significa que $B_l = 0$ con $l > 1$, $B_1 = -E_0$. Las condiciones de contorno en la superficie de la esfera son

$$E_{2\parallel} = E_{1\parallel} \tag{5.25}$$

$$D_{2\perp} = D_{1\perp} \tag{5.26}$$

Calculemos entonces los campos a partir del potencial

$$E_\theta = -\frac{1}{r}\partial_\theta \Phi \tag{5.27}$$

Luego la condición de contorno es:

$$\partial_\theta \Phi_I(r = a) = \partial_\theta \Phi_E(r = a) \tag{5.28}$$

La segunda condición de contorno es

$$\epsilon \partial_r \Phi_I(r = a) = \epsilon_0 \partial_r \Phi_E(r = a) \tag{5.29}$$

De la primera condición de contorno se obtiene

$$A_1 = B_1 + C_1 a^{-3} \tag{5.30}$$

$$A_l = C_l a^{-(2l+1)} \tag{5.31}$$

De la segunda condición de contorno se obtiene

$$\epsilon/\epsilon_0 A_1 = B_1 - 2C_1 a^{-3} \tag{5.32}$$

$$\epsilon/\epsilon_0 A_l = -(l+1)/l\, C_l a^{-(2l+1)} \tag{5.33}$$

Entonces para $l > 1$ los coeficientes son nulos: $A_l = B_l = C_l = 0$. Mientras los coeficientes para $l = 1$ dan:

$$B_1 = -E_0 \tag{5.34}$$

$$C_1 = \left(\frac{\epsilon/\epsilon_0 - 1}{2 + \epsilon/\epsilon_0} \right) E_0 a^3 \tag{5.35}$$

$$A_1 = \frac{-3}{2 + \epsilon/\epsilon_0} E_0 \tag{5.36}$$

El potencial es

$$\Phi_I = A_1 r P_1(\cos\theta) = -\frac{3}{\epsilon/\epsilon_0 + 2} E_0 r \cos\theta \tag{5.37}$$

$$\Phi_E = \left(B_1 r + \frac{C_1}{r^2} \right) P_1(\cos\theta) = -E_0 r \cos\theta + \frac{\epsilon/\epsilon_0 - 1}{\epsilon/\epsilon_0 + 2} E_0 \frac{a^3}{r^2} \cos\theta \tag{5.38}$$

En el interior el campo eléctrico es constante en la dirección z y viene dado por

$$E_I = \frac{3}{\epsilon/\epsilon_0 + 2} E_0 \tag{5.39}$$

como $\epsilon > \epsilon_0$ el campo eléctrico interno es menor que el campo E_0.

En el exterior tenemos la suma del campo eléctrico constante E_0 mas el campo debido a un dipolo. Teniendo en cuenta que la expresión para el campo de un dipolo alineado con el eje z es

$$E_r = \frac{2p\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \tag{5.40}$$

$$E_\theta = \frac{p\sin\theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \tag{5.41}$$

Luego el momento dipolar de la esfera dieléctrica es:

$$p = 4\pi \frac{\epsilon/\epsilon_0 - 1}{\epsilon/\epsilon_0 + 2} a^3 E_0 \tag{5.42}$$

La polarización es el momento dipolar por unidad de volumen:

$$\vec{P} = \frac{\epsilon/\epsilon_0 - 1}{\epsilon/\epsilon_0 + 2}\vec{E}_0 \tag{5.43}$$

Debido al salto que hay en ϵ en la superficie de la esfera hay una discontinuidad de $\vec{P}$. Es decir que existirá una densidad superficial de cargas de polarización sobre la superficie de la esfera inducidas por el campo externo:

$$\sigma_p = -(\vec{P}_2 - \vec{P}_1) \cdot \hat{n} = \vec{P} \cdot \hat{r} \tag{5.44}$$

$$\sigma_p = 3\epsilon_0 \frac{\epsilon/\epsilon_0 - 1}{\epsilon/\epsilon_0 + 2} E_0 \cos\theta \tag{5.45}$$

esta densidad superficial de cargas produce un campo eléctrico que se opone al campo eléctrico externo.

5.1 Modelo constitutivo

5.1.1 Conductividad

Supongamos un metal en el cual la corriente esta relacionada linealmente al campo eléctrico externo $\vec{E}(t)$ que se aplica. Sea una carga libre, un electrón, que esta sujeto al campo eléctrico externo y a colisiones con los átomos de la sustancia, si su carga es e y su masa m, la ecuación de movimiento de la carga es

$$m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = -m\gamma\vec{v} + e\vec{E}(t) \tag{5.46}$$

γ se interpreta como la constante de fricción debido a las colisiones de la carga con los átomos de la sustancia. La solución general de (5.46) es

$$\vec{v}(t) = \frac{e}{m}\int_{-\infty}^{t} e^{-\gamma(t-t')}\vec{E}(t')\mathrm{d}t' \tag{5.47}$$

Para determinar la densidad de corriente, si tenemos en cuenta que la densidad de electrones libres es n_e, entonces,

$$\vec{J}(t) = n_e e\vec{v}(t) = \frac{n_e e^2}{m}\int_{-\infty}^{t} e^{-\gamma(t-t')}\vec{E}(t')\mathrm{d}t' \tag{5.48}$$

Si el campo eléctrico es constante en el tiempo se tiene que

$$\vec{J} = \frac{n_e e^2}{m\gamma}\vec{E} = \sigma\vec{E} \tag{5.49}$$

el cual es conocido por la ley de Ohm, σ es la conductividad eléctrica.

Ejercicio 5.2: Determine la expresión de la densidad de corriente y de σ para el caso en que el campo eléctrico es sinusoidal en el tiempo.

5.1.2 Constante dieléctrica

Supongamos ahora el mismo modelo del electrón en una sustancia, pero asumimos que el electrón no esta libre y esta confinado a un átomo a través de una fuerza de un oscilador armónico. La ecuación de movimiento es

$$m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = -m\omega_0^2\vec{r} - m\gamma\vec{v} + e\vec{E} \tag{5.50}$$

donde $\vec{r}$ es el vector posición de la carga y ω_0 es la frecuencia natural de oscilación del electrón en el átomo. Supongamos el campo eléctrico viene dado por

$$\vec{E}(t) = \vec{E}(\omega)e^{-i\omega t} \tag{5.51}$$

La ecuación para el vector posición es

$$\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2\vec{r} + \gamma\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{dt} = \frac{e}{m}\vec{E}(\omega)e^{-i\omega t} \tag{5.52}$$

La solución viene dada por

$$\vec{r}(t) = \frac{e}{m}\mathrm{Re}\left(\frac{\vec{E}(\omega)e^{-i\omega t}}{-\omega^2 + \omega_0^2 - i\gamma\omega}\right) \tag{5.53}$$

La polarización del medio entonces viene dada por

$$\begin{aligned} \vec{P} &= \frac{n_e e^2}{m}\mathrm{Re}\left(\frac{\vec{E}(\omega)e^{-i\omega t}}{-\omega^2 + \omega_0^2 - i\gamma\omega}\right) && (5.54) \\ &= \mathrm{Re}\left(\chi_e(\omega)\vec{E}(\omega)e^{-i\omega t}\right) && (5.55) \end{aligned}$$

donde χ_e es la susceptibilidad eléctrica, la cual viene dada por

$$\chi_e(\omega) = \frac{n_e e^2}{m}\frac{1}{-\omega^2 - i\omega\gamma + \omega_0^2} \tag{5.56}$$

El campo de desplazamiento eléctrico es

$$\begin{aligned} \vec{D}(t) &= \epsilon_0\vec{E}(t) + \vec{P}(t) && (5.57) \\ &= \epsilon_0\mathrm{Re}[(1 + \chi_e(\omega))\vec{E}(\omega)e^{-i\omega t}]. && (5.58) \end{aligned}$$

5.2 Energía electrostática en medios dieléctricos

Veamos cual es el trabajo que tenemos que realizar al traer una carga libre infinitesimal al sistema que tiene un potencial Φ debido a cargas ya existentes, en un dieléctrico. Teniendo en cuenta la expresión de la energía electrostática total,

$$W = \frac{1}{2}\int \rho\Phi\mathrm{d}V \tag{5.59}$$

y considerando variaciones de ésta

$$\delta W = \frac{1}{2}\int (\rho\delta\Phi + \delta\rho\Phi)\mathrm{d}V \tag{5.60}$$

si las propiedades del dieléctrico permanecen constantes y además es lineal se demuestra que

$$\delta\Phi/\Phi = \delta\rho/\rho \tag{5.61}$$

Luego resulta que $\rho\delta\Phi = \delta\rho\Phi$. De lo que se deduce que

$$\delta W = \int \delta\rho(\vec{x})\Phi(\vec{x})\mathrm{d}V \tag{5.62}$$

La pequeña carga introducida produce un pequeño cambio en la divergencia del desplazamiento eléctrico

$$\nabla \cdot \delta\vec{D} = \delta\rho \tag{5.63}$$

El integrando resultante es

$$\Phi\delta\rho = \Phi\nabla \cdot \delta\vec{D} = \nabla \cdot (\Phi\delta\vec{D}) - \nabla\Phi \cdot \delta\vec{D} \tag{5.64}$$

La integral volumétrica de la divergencia (primer término de (5.64)) se puede expresar como una integral en superficie:

$$\int_V \nabla \cdot (\Phi\delta\vec{D})\mathrm{d}V = \int_S \Phi\delta\vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{s} \tag{5.65}$$

dado que $|\delta\vec{D}| \to 0$ cuando $r \to \infty$, la integral en superficie se hace 0.

Luego resulta

$$\delta W = \int \vec{E} \cdot \delta\vec{D}\mathrm{d}V \tag{5.66}$$

Para obtener la energía total debemos integrar el desplazamiento desde 0 hasta el valor de la configuración

$$W = \int\int_0^D \vec{E} \cdot \delta\vec{D}\mathrm{d}V \tag{5.67}$$

En el caso en que exista una relación lineal entre $\vec{D}$ y $\vec{E}$, sea $\vec{D} = \epsilon\vec{E}$, se tiene

$$\vec{E} \cdot \delta\vec{D} = \epsilon\vec{E} \cdot \delta\vec{E} = \frac{1}{2}\epsilon\delta(\vec{E} \cdot \vec{E}) = \frac{1}{2}\delta(\vec{E} \cdot \vec{D}) \tag{5.68}$$

La energía total en presencia de un dieléctrico es

$$W = \frac{1}{2}\int \vec{E} \cdot \vec{D}\mathrm{d}V \tag{5.69}$$

en un problema sin condiciones de contorno.

5.2.1 Cambio de la energía electrostática debido a la presencia de un dieléctrico

Inicialmente la energía es

$$W_0 = \frac{1}{2}\int \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0 \mathrm{d}V \tag{5.70}$$

Si introducimos un objeto de volumen V_1 y permitividad eléctrica ϵ_1 la variación de la energía es

$$\Delta W = \frac{1}{2}\int (\vec{E}\cdot\vec{D} - \vec{E}_0\cdot\vec{D}_0)\mathrm{d}V \tag{5.71}$$

Tratando de reescribir el producto interior

$$(\vec{E}+\vec{E}_0)\cdot(\vec{D}-\vec{D}_0) = \vec{E}\cdot\vec{D} - \vec{E}_0\cdot\vec{D}_0 - \vec{E}\cdot\vec{D}_0 + \vec{E}_0\cdot\vec{D} \tag{5.72}$$

Luego resulta que

$$\vec{E}\cdot\vec{D} - \vec{E}_0\cdot\vec{D}_0 = (\vec{E}+\vec{E}_0)\cdot(\vec{D}-\vec{D}_0) + \vec{E}\cdot\vec{D}_0 - \vec{E}_0\cdot\vec{D} \tag{5.73}$$

El cambio en la energía es dado por

$$\Delta W = \frac{1}{2}\int \left[(\vec{E}+\vec{E}_0)\cdot(\vec{D}-\vec{D}_0) + (\vec{E}\cdot\vec{D}_0 - \vec{E}_0\cdot\vec{D})\right]\mathrm{d}V \tag{5.74}$$

La primera integral puede reescribirse teniendo en cuenta que $\vec{E}+\vec{E}_0 = -\nabla\tilde{\Phi}$, por lo cual resulta

$$-\frac{1}{2}\int \nabla\tilde{\Phi}\cdot(\vec{D}-\vec{D}_0)\mathrm{d}V = -\frac{1}{2}\int \nabla\cdot[\Phi(\vec{D}-\vec{D}_0)]\mathrm{d}V + \frac{1}{2}\int \Phi\nabla\cdot(\vec{D}-\vec{D}_0)\mathrm{d}V \tag{5.75}$$

La primera integral se puede aplicar Gauss y dado que $|\vec{D}-\vec{D}_0| \to 0$ para $r\to\infty$ y la segunda parte de la integral también se anula porque $\nabla\cdot(\vec{D}-\vec{D}_0) = 0$ ya que las cargas no cambian.

Resulta entonces que el cambio de energía es

$$\Delta W = \frac{1}{2}\int (\vec{E}\cdot\vec{D}_0 - \vec{D}\cdot\vec{E}_0)\mathrm{d}V \tag{5.76}$$

Afuera de V_1 esta integral se anula asi que lo único que contribuye es V_1

$$\Delta W = \frac{1}{2}\int_{V_1} (\epsilon_1\vec{E}\cdot\vec{E}_0 - \epsilon_1\vec{E}\cdot\vec{E}_0)\mathrm{d}V \tag{5.77}$$

$$\Delta W = -\frac{1}{2}\int_{V_1} (\epsilon_1-\epsilon_0)\vec{E}\cdot\vec{E}_0\mathrm{d}V \tag{5.78}$$

Recordando que la polarización viene dada por

$$\vec{P} = (\epsilon-\epsilon_0)\vec{E} \tag{5.79}$$

entonces el cambio de energía es

$$\Delta W = -\frac{1}{2}\int_{V_1} \vec{P}\cdot\vec{E}_0\mathrm{d}V \tag{5.80}$$