Programación 2021

Guía 8: Integración. Lectura y escritura

29 de Octubre 2020

Antes de comenzar los problemas genere un nuevo directorio `guia8` donde trabajará y guardará todos los programas y archivos que se producirán en este práctico.

Problema 1: Realice un programa que permita leer el siguiente archivo (matriz.txt):
1, 2, 3, 4, 5
6, 0, 0, 7, 8
0, 0, 9,10,11
y que asigne los valores a una matriz.

Problema 2: Genere un tensor aleatorio con distribución uniforme entre 0,1 de dimensions (3,3,3). Realice un programa que permita escribir el tensor en un archivo txt con valores seprados por comas y luego leer y reasignar la matriz.

Problema 3: Dados los pesos de $n = 20$ cajas a transportar en un camión guardado en un archivo pesos.txt y el peso máximo que puede transportar el camión $pmax = 200$.

(a) Leer los pesos de pesos.txt y asignar a un array.

(b) Determinar si el camión puede transportar las cajas usando *.sum*.

(c) Determinar en una función cuantas cajas tienen el peso mayor al peso promedio del grupo de cajas usando *.mean* .

(d) En otra función vea en el caso en que el peso de las cajas exceda el peso máximo que puede transportar el camión elimine las cajas que sean necesarias comenzando por las mas pesadas *.max* o *.argmax*. Guarde en un archivo seleccionadas.txt las cajas se pueden subir al camión. Utilice en todo momento arrays (no listas)

Problema 4: Regresión lineal y polinómica de datos. Suponga se tiene un conjunto de datos de laboratorio que representan una velocidades y posiciones de un objeto con movimiento balístico en función del tiempo siguiendo algun tipo de ley (lineal y cuadrática). Se quiere determinar las curvas de ajuste de los datos experimentales.

(a) Lea los datos de posiciones en el archivo caida1.txt y determine mediante el uso polyfit la aceleración y la velocidad inicial del objeto.

(b) Lea los datos de velocidades en el archivo caida2.txt y determine mediante el uso polyfit la aceleración y la velocidad inicial del objeto.

(c) Realice dos gráficos en los cuales se muestren los datos experimentales y las curvas ajustadas para la velocidad y la posición.

(d) Saque conclusiones sobre que instrumento mide con mas precisión.

Problema 5: Genere 4 vectores de $N = 10$ dimensiones.

1. Guarde estos vectores en un archivo vectores.npy. Lea los vectores.
2. Con los tres primeros vectores construya una matriz tridiagonal (desechando la última componente de dos de estos vectores).
3. Implementar una función que realice por componentes el producto de una matriz tridiagonal $N \times N$ por un vector de N dimensiones (el cuarto vector del archivo).

Problema 6: Considere la integral de la función Gaussiana, conocida como función error:

$$\mathcal{E}(x) = \int_0^x e^{-t^2} \mathrm{d}t \tag{1}$$

Esta integral no tiene solución analítica por lo que la única forma de determinarla es a través de la integración numérica.

(a) Escribir una función que calcule a $\mathcal{E}$ para valores de x entre 0 y 3 con pasos de 0.1. Comparar los métodos de integración del trapecio y la regla de Simpson.
Regla del trapecio. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \approx \frac{b-a}{2}\left[f(a) + f(b)\right]$
Regla de Simpson. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \approx \frac{b-a}{6}\left[f(a) + 4f(\frac{a+b}{2} + f(b)\right]$.

(b) Realizar un grafico de la función.

(c) Realizar un gráfico de $\mathcal{E}$ comparando los dos métodos de integración (investigue como cambian cuando se cambia la precisión de 0.1).

Problema 7: Considere la integral de la función

$$\int_0^{6.9} \cos\left(\frac{\pi}{2}x^2\right) \mathrm{d}x \tag{2}$$

Esta es la integral del coseno de Fresnel que es de interes en óptica.

(a) Graficar a la función.

(b) Realizar una función de integración que ingrese la función, el x y el dx de integración para el método de Simpson.

(c) Realizar una funcion de integracioń en un intervalo $[a, b]$, cuyos argumentos sean los límites del intervalo, el número de puntos y la función a integrar. Se debe llamar a la función del método de Simpson ya desarrollada.

(d) Investigue las dependencias de la integral del coseno de Fresnel con distintas resoluciones de integración, decida cuantos puntos son requeridos para obtener un resultado representativo.

Problema 8: Estimación del número π utilizando el método de Monte Carlo.

Es posible estimar el área bajo la curva de una determinada función $f(x)$ en un intervalo $[a, b]$ a través del método de Montecarlo, que consiste en lo siguiente:

- Generar n puntos, de coordenadas (x_i, y_i), que sean aleatorios, tales que $a < x_i < b$ y $0 < y_i < d$ utilizando una distribución uniforme np.random.uniform.
- Identificar cuántos de estos puntos (M) están comprendidos entre $y = f(x)$ y $y = 0$.

- Se estima la integral como

$$\frac{\text{integral}}{\text{área del rectángulo}} = \frac{\text{M}}{\text{N}}$$

(a) Realizar una función que realice integración por Monte Carlo dada una función arbitraria.

(b) Aplique la función de Monte Carlo para determinar el área de uno de los cuadrantes del circulo de radio 1.

(c) Estime el numero π. Determine cuantas muestras requiere para tener una precisión de 4 decimales.

Problema 9: Estimación del área de $\int_0^\pi \sin x \mathrm{d}x$ utilizando el método de Monte Carlo.

(a)

(b) Aplique la función de Monte Carlo con 10000 puntos para determinar el área usando la funcion de integración por Monte Carlo desarrollada en el ejercicio anterior.

(c) Determine el error de la estimacion comparando con el valor exacto de la integral.

(d) Realizar 30 estimaciones del área usando 10000 puntos calcule la media de las estimaciones y la desviación estandard.