

Programación 2021

Guía 5: Funciones, condicionales y bucles.

2 de Setiembre 2021

Antes de comenzar los problemas genere un nuevo directorio `guia5` donde trabajará y guardará todos los programas y archivos que se producirán en este práctico.

Problema 1: Realice una función `def` que reciba un número real y retorne 0 si este número es menor que 2.5 y $\exp(-x)$ de otra manera. Use la librería `math`. Evalúe a la función en un programa principal en $x = e$, $x = 1$. y $x = 3$. Imprima los resultados.

Problema 2: Implemente una función `def` que reciba como argumento un vector (lista) y retorne su módulo. Evalúe la función desde el programa principal.

Problema 3: Diseñe e implemente una función que calcule la distancia entre dos puntos en dimensión n . Evalúe la función desde el programa principal.

Problema 4: Realice una rutina (o función) que dado un conjunto de datos que contengan nombre y edad de personas, en dos listas separadas encuentre quienes exceden los 30 años, la salida es una lista con las personas mayores. Imprima en el programa principal quienes son las personas mayores y cuantas.

Problema 5: Una serie de individuos de población inicial x_0 tiene en cada tiempo una población x_i , donde i es la medida de tiempo. Asumiendo una tasa de muerte en cada generación i , la población se actualiza según la ley :

$$x_{i+1} = x_i - \lambda x_i \quad (1)$$

Implementar un programa con una función que determine cuantas generaciones pasan hasta que toda la población muere, para $x_0 = 1000$ y $\lambda = 0,3$.

Problema 6: La población de una determinada especie se regula de acuerdo a la ecuación logística:

$$x_{i+1} = x_i + rx_i(1 - x_i) \quad (2)$$

donde $i+1$ es la generación siguiente de la especie, i la generación actual, y r es la tasa de reproducción de la especie.

- (a) Realice una función que actualice el valor de la población. Defina el valor de r como una variable global.
- (b) Realice una función que simule el crecimiento de la población de la especie en función de la generación $i = 1, 2, \dots, T$ utilizando la función previamente desarrollada.
- (c) Implemente un programa que simule el crecimiento de la población de la especie en función de la generación $i = 1, 2, \dots, T$. Para $r = 0,1$ y $x_0 = 0,1$.
- (d) Calcule las poblaciones para dos especies una de $r = 0,1$ y otra de $r = 0,2$ y $x_0 = 0,1$ en ambas.

- (e) Adapte la función para que en el mismo ciclo de $i = 1, 2, \dots, T$ se calculen ambas poblaciones.

Problema 7: Una función iterada a orden n se define de la siguiente manera :

$$f^n(x) = f(f(f(\dots(x)\dots))) = f \circ f \circ f \circ \dots f \quad (3)$$

esto es; como la composición n -ésima de la función consigo misma.

Esta secuencia puede expresarse también de la siguiente manera :

$$\begin{aligned} f^0 &= x \\ f^n &= f(f^{n-1}(x)) = f \circ f^{n-1} \end{aligned} \quad (4)$$

- (a) Diseñe un programa utilizando rutinas que calcule la función iterada de orden n -ésima para la función

$$f(x) = x^2 - 0,75 \quad (5)$$

- (b) Generar una tabla con valores de la función en el intervalo $|x| \leq 1,5$.

Problema 8: Dada la aproximación:

$$\frac{1}{1-x} \simeq 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^n \quad (6)$$

- (a) Diseñar una rutina que dados n y x calcule la aproximación de la suma.
 (b) Realizar una rutina que calcule los valores exactos.
 (c) Analizar en el programa principal la diferencia con el valor exacto para valores de x cercanos a la unidad o a cero. Para eso realice cálculos con el programa con estos valores y un n fijo .

Problema 9: Implemente un función que calcule el valor de la función exponencial con una precisión de 0,01 a través de una serie de Taylor alrededor de $x = 0$. Evaluar en $e^{-0,8}$ en el programa principal y comparar con el valor dado por *math.exp*.

Problema 10: Realizar un función que calcule la integral de la función $f(x)$ entre a y b :

$$I = \int_a^b f(x) dx \quad (7)$$

usando la expresión aproximada para la integral:

$$I \approx \sum_{i=1}^N f(a + i\Delta x) \Delta x \quad (8)$$

con $\Delta x = (b - a)/N$.

- Desarrolle la función de integración numérica usando como valores de entrada una función arbitraria a y b .
- Realice otra función que permita evaluar a la función $f(x) = x^2$
- Use la función integral numérica para encontrar el valor aproximado de la integral de $f(x) = x^2$ en el intervalo $[0, 1]$ para $N = 10$ y para $N = 100$. Compare con el valor exacto (integral analítica).