Programación 2020

Guía 5: Condicionales y bucles. Parte 2. Funciones.

17 de Setiembre 2020

Antes de comenzar los problemas genere un nuevo directorio `guia5` donde trabajará y guardará todos los programas y archivos que se producirán en este práctico.

Problema 1: Realice una función `def` que reciba un número real y retorne 0 si este número es menor que 2.5 y $\exp(-x)$ de otra manera. Use la librería math. Evalue a la función en un programa principal en $x = e$, $x = 1.$ y $x = 3.$. Imprima los resultados.

Problema 2: Implemente una función `def` ue reciba como argumento un vector (lista) y retorne su módulo. Evalue la función desde el programa principal.

Problema 3: Diseñe e implemente una función que calcule la distancia entre dos puntos en dimensión `n`. Evalue la función desde el programa principal.

Problema 4: Realice una rutina (o función) que dado un conjunto de datos que contengan nombre y edad de personas, en dos listas separadas encuentre quienes exceden los 30 años, y cuantas de ellas lo superan. Imprima en el programa principal quienes son las personas mayores y cuantas.

Problema 5: Dada la aproximación:

$$\frac{1}{1-x} \simeq 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + ... + x^n \tag{1}$$

(a) Diseñar una rutina que dados n y x calcule la aproximación de la suma.

(b) Realizar una rutina que calcule los valores exactos.

(c) Analizar en el programa principal la diferencia con el valor exacto para valores de x cercanos a la unidad o a cero. Para eso realice cálculos con el programa con estos valores y un n fijo .

Problema 6: Implemente un función que calcule el valor de la función exponencial con una precisión de 0,01 a través de una serie de Taylor alrededor de $x = 0$. Evaluar en $e^{-0,8}$ en el programa principal y comparar con el valor dado por *math.exp*.

Problema 7: La población de una determinada especie se regula de acuerdo a la ecuación logística:

$$x_{i+1} = r x_i (1 - x_i)$$

donde $i+1$ es la generación siguiente de la especie, i la generación actual, y r es la tasa de reproducción de la especie.

(a) Realice una función que actualice el valor de la población. Defina el valor de r como una variable global.

(b) Realice una función que simule el crecimiento de la población de la especie en función de la generación $i = 1, 2, ...T$ utilizando la función previamente desarrollada.

(c) Implemente un programa que simule el crecimiento de la población de la especie en función de la generación $i = 1, 2, ...T$. Para $r = 0{,}1$ y $x_0 = 100$.

(d) Calcule las poblaciones para dos especies una de $r = 0{,}1$ y otra de $r = 0{,}2$ y $x_0 = 100$ en ambas.

(e) Adapte la función para que en el mismo ciclo de $i = 1, 2, ...T$ se calculen ambas poblaciones.

Problema 8: Realizar un función que calcule la integral de la función $f(x) = x^2$ entre 0 y 1:

$$I = \int_0^1 f(x)dx$$

usando la expresión aproximada para la integral:

$$I \approx \sum_{i=1}^{N} f(i\Delta x)\Delta x$$

con $\Delta x = 1/N$. Compare con el valor exacto para $N = 10$ y para $N = 100$.

Problema 9: Una serie de individuos de población inicial x_0 tiene en cada tiempo una población x_i, donde i es la medida de tiempo. Asumiendo una tasa de muerte en cada generación i, la población se actualiza según la ley :

$$x_{i+1} = x_i - \lambda x_i \tag{2}$$

Implementar un programa con una función que mida, para cada λ, cuantas generaciones pasan hasta que toda la población muere.

Problema 10: Una función iterada a orden n se define de la siguiente manera :

$$f^n(x) = f(f(f(...(x)...))) = f \circ f \circ f \circ ...f \tag{3}$$

esto es; como la composición n-esima de la función consigo misma.

Esta secuencia puede expresarse también de la siguiente manera :

$$\begin{aligned} f^0 &= x \\ f^n &= f(f^{n-1}(x)) = f \circ f^{n-1} \end{aligned} \tag{4}$$

(a) Diseñe un programa utilizando rutinas que calcule la función iterada de orden n-ésima para la función

$$f(x) = x^2 - 0{,}75 \tag{5}$$

(b) Generar una tabla con valores de la función en el intervalo $|x| \leq 1{,}5$.

Problema 11: La segunda ley de Newton en 1D se expresa como :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{f(x,v)}{m} \tag{6}$$

$$v = \frac{dx}{dt} \tag{7}$$

Done $f(x, v)$ es la fuerza que actúa sobre la particula, m es la masa, x es la posición y v la velocidad de la misma.
la fuerza obviamente puede variar según la posición y velocidad de la partícula, por lo que la grafica de $x(t)$ no es conocida.

Usando la derivada como el cociente incremental podemos expresar como :

$$\frac{v(t+dt)-v(t)}{dt} = \frac{f(x(t), v(t))}{m} \tag{8}$$

$$\frac{x(t+dt)-x(t)}{dt} = v(t) \tag{9}$$

si los tiempos estan ordenados de manera que $t_i = i \cdot dt$ $(i = 1, ..., N)$ entonces podemos definir $x(t_i) = x_i$ y $v(t_i) = v_i$ y las ecuaciones serían :

$$\frac{v_{i+1}-v_i}{dt} = \frac{f(x_i, v_i)}{m} \tag{10}$$

$$\frac{x_i - x_i}{dt} = v_i \tag{11}$$

despejando :

$$v_{i+1} = v_i + dt \cdot \frac{f(x_i, v_i)}{m} \tag{12}$$

$$x_{i+1} = x_i + dt \cdot v_i \tag{13}$$

Esta última ecuación permite calcular conociendo los valores iniciales x_0 y v_0 los valores de x_i, v_i a cualquier tiempo $t_i = i \cdot dt$.

implemente un programa que permita resolver la segunda ley de Newton para el caso de un oscilador armonico amortiguado, donde la fuerza tiene la expresión :

$$f(x, v) = -kx - bv \tag{14}$$

donde b es la constante de amortiguamiento y k es la constante del resorte.
El valor de $dt = 0{,}1$ puede ser adecuado para el caso particular de este ejercicio.
Asumiendo $k = 1$ en unidades arbitrarias, encuentre el efecto de aumentar b (0.1, 0.2, 0.3 ...) graficando $x(t)$ y observando el amortiguamiento de las oscilaciones.