Programación 2022

Guía 10: Objetos. Ecuaciones temporales, sistemas dinámicos.

9 de Noviembre 2022

Antes de comenzar los problemas genere un nuevo directorio `guia9` donde trabajará y guardará todos los programas y archivos que se producirán en este práctico.

Los tres ejercicios declarados como "Trabajo práctico abierto" deben enviarlos a la dirección de email de la asignatura. Cada uno en un archivo .py.

Problema 1: Transformación de temperaturas (revisado)

(a) Realice una función que transforme de Celsius a Fahrenheit (reutilice el código de guías anteriores).

(b) Realice una funcion que transforme de Fahrenheit a Celsius (reutilice el código de guías anteriores).

(c) Implemente un programa que pregunte al usuario que transformacion desea y luego pregunte las temperaturas. Controle con `exception` cuando el usuario ingresa una temperatura que no corresponde (carácteres y temperatura fuera de rango).

Problema 2: Desarrolle una clase de objetos que trabaje con vectores de dimensión n (no use numpy pero si listas).

(a) Inicialice la clase definiendo el vector (la dimensión y el tipo).

(b) Implemente la función suma de vectores.

(c) Implemente la función producto interno.

(d) Implemente la función de la media .mean().

(e) Item implemente una función que determine si dos vectores son ortonormales usando la función del inciso anterior.

(f) Implemente la función rotación de vectores alrededor del eje z reutilizando la función desarrollada en la guia anterior.

Problema 3: Desarrolle una clase de objetos que trabaje con matrices cuadradas de dimensión n (no use numpy pero si listas de listas).

(a) Inicialice la clase definiendo la matriz.

(b) Implemente la función suma de matrices.

(c) Implemente la función que retorne una columna de la matriz.

(d) Implemente la función que retorne una fila de la matriz.

(e) Implemente la función de la media .mean().

(f) Implemente la función que realice la transpuesta (reutilizando lo realizado en la guia anterior).

Este ejercicio será considerado "Trabajo práctico abierto" y será evaluado y tenido en cuenta para la nota de la asignatura.

Problema 4: Modelos epidemiológicos. Desarrolle una clase de objetos que trabaje con un modelo epidemiológico Susceptible-Infectado-Recuperado, S, I, R respectivamente que represente el avance del virus SARS-Cov 2 cuyas ecuaciones son

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{R_0}{\tau_I}\frac{I}{N}S \tag{1}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{R_0}{\tau_I}\frac{I}{N}S - \frac{I}{\tau_I} \tag{2}$$

$$\frac{dR}{dt} = \frac{I}{\tau_I} \tag{3}$$

$$\tag{4}$$

donde $N = S + I + R$ es la población τ_I es el tiempo de infección, R_0 es el número de reproducción.

(a) Defina los parámetros en la instanciación.

(b) Realice una función de integración de un paso utilizando como metodo de integracion de la derivada temporal diferencias finitas (método de Euler)..

(c) Realice una función de integración de múltiples N*k pasos que como salida tenga una lista/array con las variables cada k pasos.

(d) Realice una función para graficar una variable del sistema.

(e) Realice una función para graficar varias variables del sistema.

(f) Analice como cambian las curvas de infectados de acuerdo al parámetro $R_0 = 0.8, 2.0, 3.0$.

(g) Solo si se siente motivado puede instrumentar un sistema con widgets para graficar con distintos parámetros.

Este ejercicio será considerado "Trabajo práctico abierto" y será evaluado y tenido en cuenta para la nota de la asignatura.

Problema 5: Edward Lorenz un físico del MIT que trabajaba en modelos atmosféricos de la convección, obtuvó un sistema de ecuaciones de solo tres variables que simplificaba el fenómeno. Estudiando numericamente las soluciones de este sistema descubrió en 1963 que las soluciones eran totalmente caóticas y el atractor de las soluciones tenía un comportamiento fractal (en un espacio de dimensión fraccional). En 1972 dio una conferencia en la Asociación Americana para el Avance de la Ciencia titulada ¿Puede el aleteo de una mariposa en Brazil generar un tornado en Texas? En alusión directa al fenómeno del caos y lo impredecible que son los fenómenos atmosféricos. A partir de esa charla el "caos inestable" se conoce como "el efecto mariposa", y se aplica en muy diversas aplicaciones particularmente los mercados financieros.

El modelo de Lorenz-63 (denominado asi por su trabajo) viene definido por las ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} &= \sigma(y - x), \\ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} &= x(\rho - z) - y, \\ \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} &= xy - \beta z. \end{aligned} \tag{5}$$

(a) Defina los parámetros en la instanciación.

(b) Realice una función de integración de un paso. Utilice como esquemas de integración para representar el esquema de Runge-Kutta de 4 orden (provisto en la página de la asignatura; tenga cuidado con el δt).

(c) Realice una función de integración de múltiples N*k pasos que como salida tenga una lista/array con las variables cada k pasos.

(d) Realice una función para graficar las tres variables del sistema (con tres paneles).

(e) Realice una función para graficar en tres dimensiones al sistema.

(f) Tome como valores de los parámetros $\sigma = 10$, $\rho = 28$ and $\beta = 8/3$ y un $\delta t = 0.005$. Comenzando desde 0 realice una integración larga (1000 tiempos) y desechelos. Luego analice 500 tiempos graficando con las dos funciones desarrolladas. Analice las alas de la mariposa y el comportamiento caótico.(Buscar en internet los gráfico del atractor de Lorenz y corroborar que les ha dado lo mismo.

Este ejercicio será considerado "Trabajo práctico abierto" y será evaluado y tenido en cuenta para la nota de la asignatura.

Problema 6: Desarrolle una clase de objetos que trabaje con polinomios de grado n.

(a) Inicialice la clase definiendo el polinomio.

(b) Implemente el método suma de polinomios de grado n y m.

(c) Implemente el método que evalue el polinomio (por default).

(d) Desarrolle un método derivada del polinomio que devuelva la derivada.

(e) Implemente un método que grafique el polinomio y su derivada dado los puntos $\mathbf{x}$.

(f) Implemente un método que imprima el polinomio con la forma usual.

Problema 7: Se desea implementar una clase que considere rectángulos. Un rectángulo es creado en una ubicación particular (x,y) especificando la esquina inferior izquierda del mismo; tiene un ancho y una altura.

a) Defina la clase *Rectangulo*, cuyos parámetros sean la ubicación del mismo, su ancho y su altura. Inicialice un objeto que represente un rectángulo en (27,45) de ancho 50 y altura 30.

b) Implemente un método que pertenezca a *Rectangulo* que calcule y devuelva el área del rectángulo.

c) Desarrolle un método que determine el perímetro del rectángulo.

Problema 8: La masa de un cuerpo puede interpretarse como la dificultad de cambiar la velocidad que el cuerpo lleva. De modo análogo, para un cuerpo que rota se tiene el *momento de inercia* medido respecto al centro de masa del cuerpo rotante.

a) Defina una clase que represente un objeto geométrico, donde sea necesario solamente tomar la masa M del objeto como parámetro. Inicialice un objeto de este tipo con M=5kg.

b) Escriba una clase que herede de la clase definida en a). Esta clase debe representar un objeto cilíndrico. Los parámetros serán la masa M del objeto y su radio R. Defina en esta clase un método que calcule y devuelva el momento de inercia del objeto cilíndrico, dado por la expresión

$$I = \frac{1}{2} M R^3$$

Inicialice un objeto de esta clase con M=5kg y R=0.75m, y muestre su momento de inercia.

c) Escriba una clase que herede de la clase definida en b). Esta clase debe representar una cáscara cilíndrica de masa M y radio R. Esta clase también debe permitir calcular y devolver el valor del momento de inercia de dicha cáscara, dado por

$$I = MR^2$$

Es posible entonces que b) calcule el momento de inercia, y multiplicar el resultado por 2.
Inicialice un objeto de esta clase que represente una cáscara cilíndrica de M=5kg y R=0.75m, y escriba su momento de inercia.
Nota: escribir poco código, y hacer uso de la herencia entre clases tanto como sea posible.

Problema 9: Movimiento de una partícula.

a) Construya una clase llamada *AceleracionConstante* que permita calcular el movimiento en una dimensión con aceleración constante de una partícula con la ecuación de movimiento. El constructor guarda la posición, velocidad y aceleración iniciales. El llamado a la clase debe devolver la posición del objeto en un tiempo t, y un método llamado *velocidad* debe devolver la velocidad en un dado tiempo t.

b) Expanda la funcionalidad de la clase *AceleracionConstante* en una clase llamada *AceleracionLineal*, que pueda tratar también con casos en que la aceleración es un polinomio de primer orden de la forma

$$a(t) = a_0 + a_1\, t$$

donde j es el cambio en la aceleración por unidad de tiempo. Las ecuaciones de movimiento tendrán la forma

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2 + \frac{1}{6} a_1\, t^3 \\ \qquad v(t) = v_0 + a_0 t + \frac{1}{2} a_1\, t^2 \end{cases}$$

Implemente la clase *AceleracionLineal* que herede la funcionalidad de *AceleracionConstante* pero que tenga la habilidad extra de calcular la trayectoria cuando la aceleración sea lineal.