No (rectangular parallelepiped) body is perfect

“ALL IN ALL I'M JUST ANOTHER BRICK IN THE WALL.”

To jest kolejna moja próba wyjaśnienia, dlaczego uważam, że nie istnieje idealny prostopadłościan. Prostopadłościan jest prostopadłościennym równoległościanem, w którym wszystkie długości krawędzi i przekątnych są liczbami całkowitymi. Zobacz rys.1 na następnej stronie.

1. Co to jest idealny prostopadłościan?

Prostopadłościan doskonały to równoległościan prostokątny, w którym nie tylko długości wszystkich krawędzi i wszystkich przekątnych ścian, ale także długość przekątnej przestrzeni są liczbami całkowitymi.

Wieloletnie (komputerowe) poszukiwania rozwiązania nie przyniosły rezultatu i do dziś nie ma ani dowodu, ani dezaprobaty dla istnienia idealnego prostopadłościanu.

2. Co to są trójkąty pitagorejskie?

Pitagoras dał dowód na to, że dobrze znany $a^2+b^2=c^2$.

Trójka liczb a , b , c i jest **Trójką Pitagorejską** (*PT*). Liczby w tym trójkącie są długościami **dwóch katet** i **przeciwprostokątnej** trójkąta prostokątnego.

Jeżeli te trzy liczby nie mają wspólnego dzielnika, to taka trójka jest **Pierwotną Trójką Pitaogrejską** (*PPT*). Jej liczby są wzajemnie pierwsze.

3. Dwa aksjomaty dla trójki pitagorejskiej

A1 W każdym *PPT* jedna kateta jest nieparzysta, druga kateta jest parzysta, a przeciwprostokątna jest nieparzysta.

A2 Każdy *PT* jest w dokładnie jeden sposób wielokrotnością *PPT* i czynnika całkowitego.

4. Trójkąty wierzchołkowe prostopadłościanu

Trzy punkty *PT* na ścianach prostopadłościanu to a,b,d , a,c,e , and b,c,f . Są one wielokrotnościami trzech *PPT* a_1,b_1,d_1 , a_2,c_1,e_1 , and b_2,c_2,f_1 i współczynnik $F\in\mathbb{N}$ iw ten sposób

$a=F_1a_1 \quad b=F_1b_1 \quad d=F_1d_1$

$a=F_2a_2 \quad c=F_2c_1 \quad e=F_2e_1$

$b=F_3b_2 \quad c=F_3c_2 \quad f=F_3f_1$

Patrz Rys. 2 i Rys. 3 na następnej stronie.

Fig. 1

Cuboid in 3D

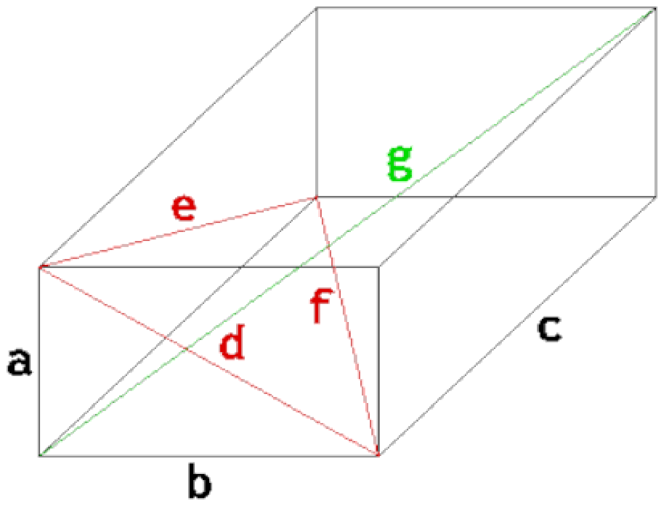


Fig. 2

Cuboid faces flattened

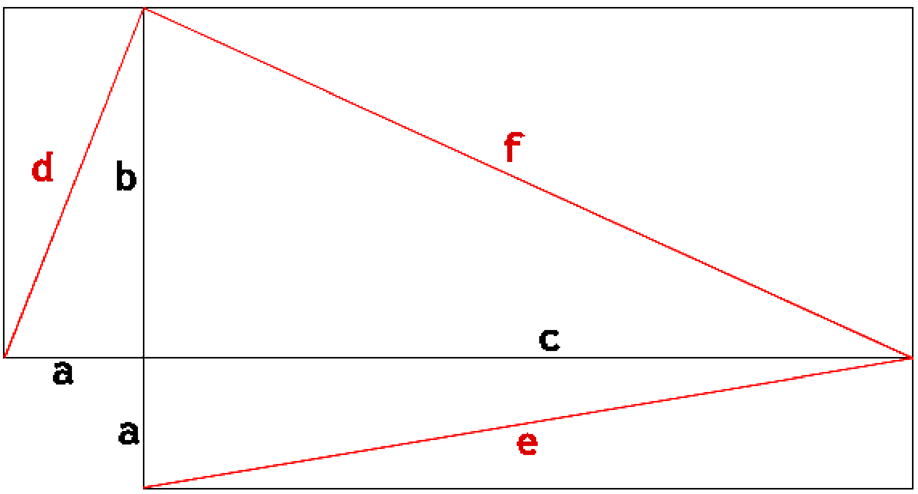
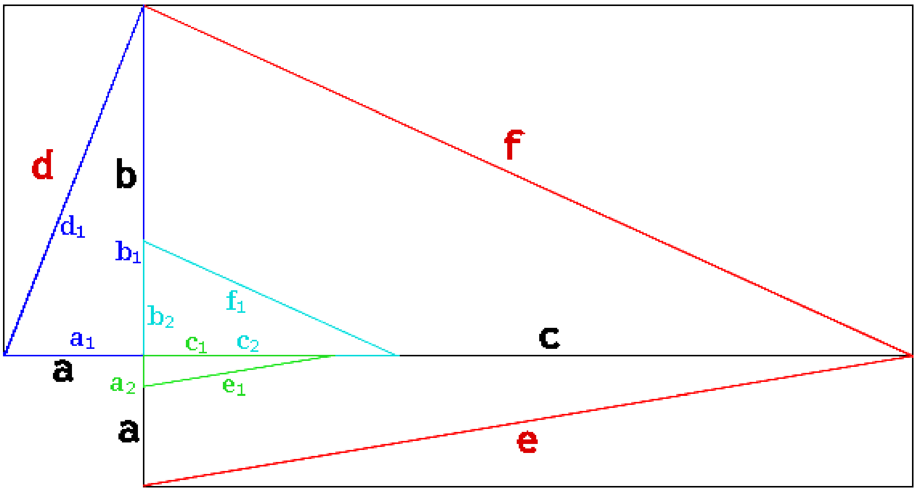


Fig. 3

Cuboid faces with their PPT



5. Lemmat

Krawędzie każdego prostopadłościanu są każdorazowo wielokrotnością dwóch katetyk dwóch różnych z trzech PPT na ścianach. Są to trzy krotki $a_1 a_2$, $b_1 b_2$, $c_1 c_2$. W każdym prostopadłościanie jedna z tych krotek ma dwie liczby nieparzyste, jedna ma dwie liczby parzyste, a trzecia ma jedną liczbę nieparzystą i jedną parzystą.

6. Dowód

Załóżmy, że istnieje najmniejsze rozwiązanie prostopadłościanu, w którym trzy krotki $a_1 a_2$, $b_1 b_2$, $c_1 c_2$ mają po jednej liczbie nieparzystej i parzystej. W rezultacie każda z krawędzi prostopadłościanu a , b , c i oraz przekątne ściany d , e , f i długości będą miały wspólny czynnik 2. Oznacza to, że najmniejsze rozwiązanie prostopadłościanu będzie równo podzielne przez 2, a wynikiem będzie jeszcze mniejszy prostopadłościan. Jest to absurdalne, więc założenie musi być błędne.

7. Konsekwencja dla istnienia prostopadłościanu doskonałego

Bezpośrednią konsekwencją tego lematu i dowodu jest to, że idealny prostopadłościan nie może istnieć. Jedna z jego krawędzi jest wielokrotnością liczby nieparzystej - na dwa sposoby. Przekątna przeciwległej ściany jest zawsze wielokrotnością liczby nieparzystej, ponieważ jest przeciwprostokątną prostopadłościanu. Zgodnie z aksjomatem A1 nie istnieje *PPT* z dwiema nieparzystymi katetami, a więc zgodnie z aksjomatem A2 nie istnieje *PT*, w którym przekątna powierzchni byłaby hipotensją liczby całkowitej.

Konsekwencję tę można również określić jako:

Równanie diofantyczne $A^2+B^2+C^2=D^2$ nie ma rozwiązania.

Żadna suma trzech kwadratów doskonałych nie jest sama w sobie kwadratem doskonałym.

9. Najmniejszy nie doskonały prostopadłościan

Najmniejszy prostopadłościan ma krawędzie o długościach $a=44 \quad b=117 \quad c=240$

Przekątna ściany pomiędzy krawędziami a i b wynosi

$$d=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{44^2+117^2}=\sqrt{1936+13689}=\sqrt{15625}=125$$

Przekątna ściany pomiędzy krawędziami a i c wynosi

$$e=\sqrt{a^2+c^2}=\sqrt{44^2+240^2}=\sqrt{1936+57600}=\sqrt{59536}=244$$

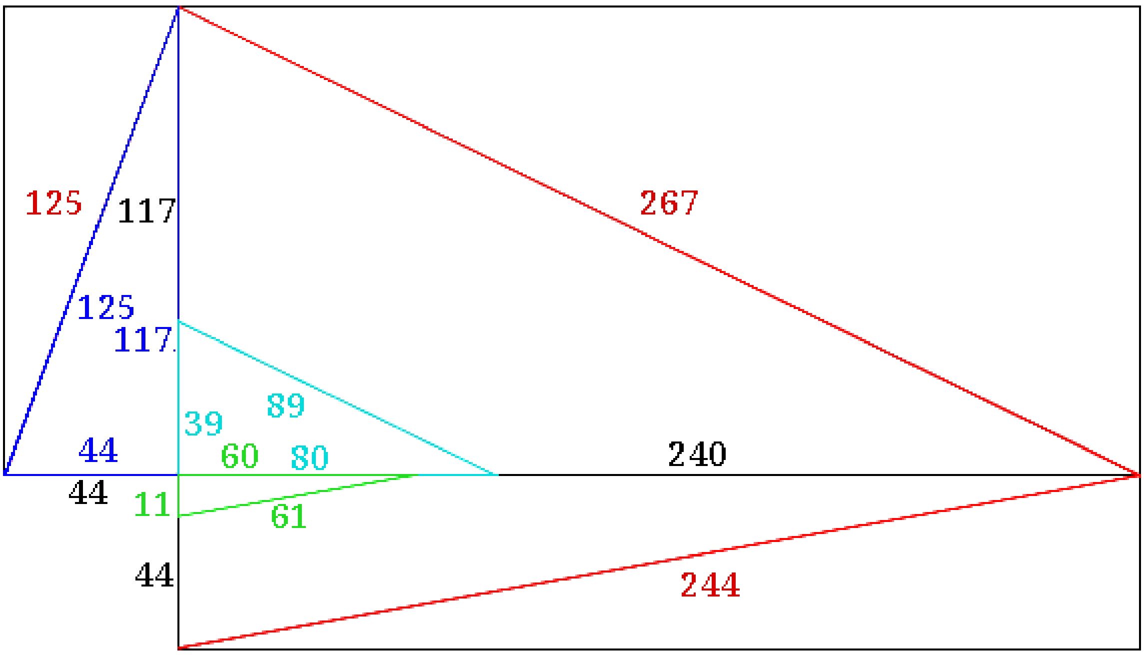
Przekątna ściany pomiędzy krawędziami b i c wynosi

$$f=\sqrt{b^2+c^2}=\sqrt{117^2+240^2}=\sqrt{13689+57600}=\sqrt{71289}=267$$

Długość przekątnej przestrzeni wynosi

$$g=\sqrt{a^2+b^2+c^2}=\sqrt{44^2+117^2+240^2}=\sqrt{1936+13689+57600}=\sqrt{73225}=267.601182\ldots$$

Powodem tego, że przekątna powierzchni nie jest liczbą całkowitą, jest układ *PPT*, które są podstawą dla trzech *PT*. Zawsze jedna krawędź prostopadłościanu jest wielokrotnością dwóch nieparzystych katet dwóch *PPT* i dlatego nie może być katetą parzystą *PPT*, gdzie drugą katetą jest przekątna czołowa na przeciwległym *PT*, która i tak jest zawsze wielokrotnością liczby nieparzystej.



Wydane 2021-01-22 przez Jürgen Buchmüller <pullmoll@t-online.de>