Reporte de resultados: Tarea Programada 2

Jeremy Rojas, B96804 <jeremy.rojascerna@ucr.ac.cr>

***Resumen*—En este trabajo se mide una serie de métodos en cuatro estructuras de datos para comparar sus tiempos de ejecución. Para esto, cada estructura de datos se implementó en C++ y se midió los tiempos de duración de los métodos. Los resultado fueron tabulados y graficados para facilitar el análisis. Se concluye que cada estructura de datos tiene un nicho, por lo que no hay estructura de datos que funcione para todo problema.**

Abstract—This work measures a series of methods across four data structures to compare their execution times. For this purpose, each data structure was implemented in C++ and the duration times of the methods were measured. The results were tabulated and graphed to facilitate analysis. It is concluded that each data structure has its niche, so there is no single data structure that works for every problem.

Palabras clave—inserción, búsqueda, eliminación, estructura de datos, lista simplemente enlazada, árbol binario, árbol rojinegro, tabla de dispersión.

Keywords—insertion, search, deletion, data structure, singly linked list, binary tree, red-black tree, hash table.

I. Introducción

En este trabajo se mide y se compara los tiempos de ejecución de tres procedimientos en cuatro estructuras de datos estudiadas en el curso CI-0116 Análisis de Algoritmos y Estructuras de Datos. Estas estructuras de datos son las siguientes:

- Lista Simplemente Enlazada (Singly Linked List).
- Árbol Binario (Binary Search Tree).
- Árbol Rojinegro (Red-Black Tree).
- Tabla de Dispersión (Chained Hash Table).

De esta manera, se busca comparar los tiempos de ejecución entre cada estructura de datos para corroborar, por un lado, los límites asintóticos denotados en Cormen et al. [1], y por otro, determinar qué estructura de dato sería la ideal según las necesidades del programa.

II. Metodología

Para lograr lo propuesto se implementó cada estructura de datos en C++. El programa de prueba genera dos arreglos de un millón de enteros positivos: en el primero, los números están en orden aleatorio, y en el segundo, están ordenados de menor a mayor. Cada arreglo es insertado en la estructura de datos, en instancias distintas de la estructura, y luego cada instancia busca diez mil números aleatorios. Finalmente, cada estructura elimina diez mil valores.

La generación de números aleatorios se realizó con los objetos *generator* y *distribution* de la biblioteca estándar <random>. La medición del tiempo se realizó con con el objeto *high_resolution_clock* de la biblioteca estándar <chrono>. La funcionalidad de éste último está encapsulada en un objeto *Timer* para facilitar el llamado de los métodos de temporizador. Cuando el programa inicia, y se le ordena que pruebe una estructura de datos, éste genera un primer arreglo de números, en orden aleatorio, cuyos valores se insertan en la estructura de datos. Ya con estos datos almacenados, se realiza un proceso de búsqueda de diez mil valores en un itervalo de $[0, 3n[$, donde n es el tamaño del arreglo (en estas pruebas, un millón). Después de estas busquedas, se eliminan diez mil valores en ese mismo intervalo. Cada proceso (insertar, buscar, eliminar) se cronometra con un *Timer*. El mismo procedimiento se realiza inmediatamente después con un arreglo que contiene valores ordenados de menor a mayor. Por estructura de datos, todo ésto se realiza tres veces.

III. Resultados

Cuadro I Tiempo de ejecución de los procedimientos

		Tiempo promedio(ms) ***Método***		
Estructura	Orden	Inserción	Búsqueda	Eliminación
SLL	A	38.8875	24545.4333	28765.7333
	O	10.8315	2541.3667	31440.5333
		24.8595	24979.9	30103.1333
BST	A	1341.4367	54.7013	59.7859
	O	133.1283	4.4456	4.99
		737.2825	29.5734	32.3879
RBT	A	775.3283	7.8534	9.0630
	O	323.4377	5.0610	7.2027
		549.3830	6.4572	8.1328
CHT	A	366.1753	4.883	5.0147
	O	28.4395	5.3477	5.1991
		197.3074	5.1154	5.1069

Los tiempos promedio de ejecución de los tres procedimientos (métodos) se muestran en el Cuadro I. En la columna de Orden lo que se denota es el orden de los valores en el arreglo cuando éstos son insertados a la estructura de datos. A denota que el arreglo estaba en orden aleatorio; O denota que el arreglo estaba ordenado de menor a mayor. Los valores debajo de las filas A y O son el promedio entre estos dos.

A continuación, se presenta una serie de gráficos que ayudan a visualizar mejor los datos recogidos. Las figuras 1 a 4 muestran los tiempos de las búsquedas para cada una de las estructuras de datos. Las figura 5 a 8 muestran los tiempos de las eliminaciones para cada una de las estructuras de datos. Las figuras 9 y 10 muestran los tiempos promedio de búsqueda para cada una de las estructuras de datos, cuando los datos se insertan en orden aleatorio y cuando se insertan en orden creciente, respectivamente. Finalmente, las figuras 11 y 12

muestran los tiempos promedio de eliminación para cada una de las estructuras de datos, cuando se insertan en orden aleatorio y cuando se insertan en orden creciente, respectivamente. Éstos últimos cuatro gráficos están en escala logarítmica.

Figura I Tiempos de búsqueda en la Lista Simplemente Enlazada

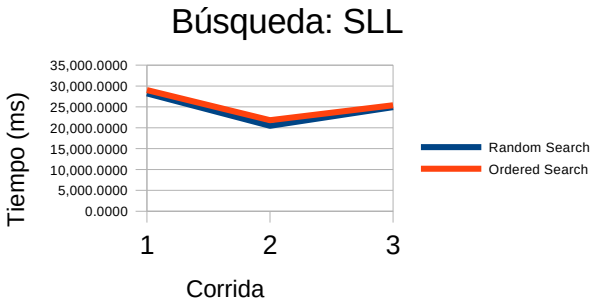


Figura II Tiempos de eliminación en la Lista Simplemente Enlazada

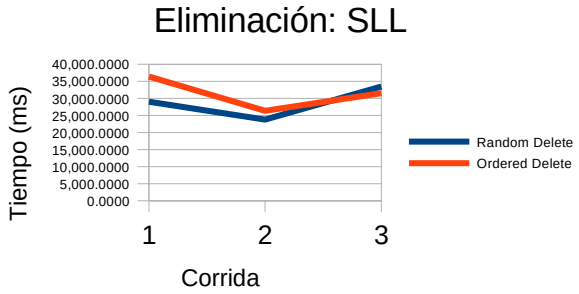


Figura III Tiempos de búsqueda en el Árbol Binario

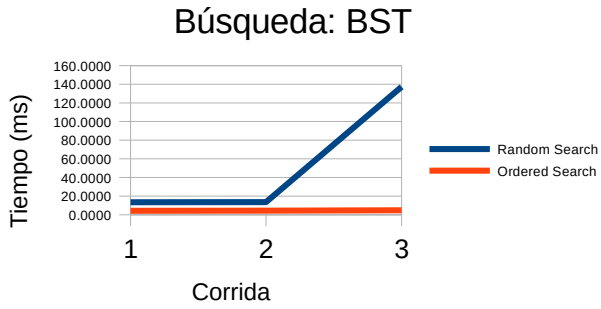


Figura IV Tiempos de eliminación en el Árbol Binario

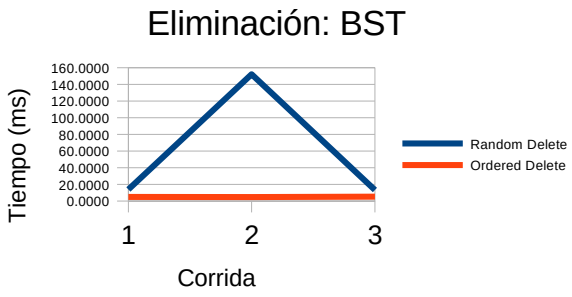


Figura V Tiempos de búsqueda en el Árbol Rojinegro

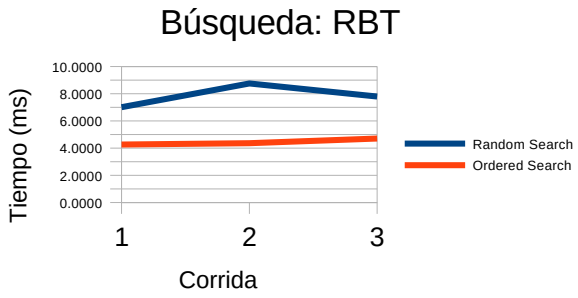


Figura VI Tiempos de eliminación en el Árbol Rojinegro

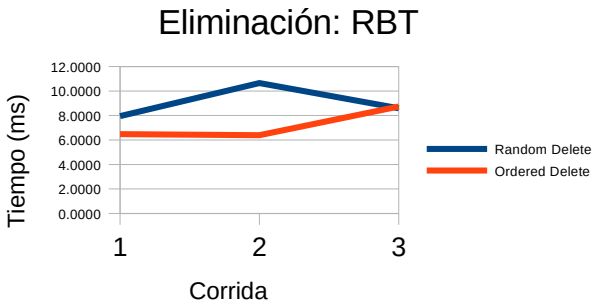


Figura VII Tiempos de búsqueda en la Tabla de Dispersión

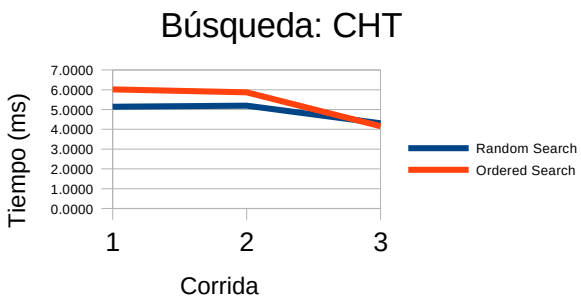


Figura VIII Tiempos de eliminación en la Tabla de Dispersión

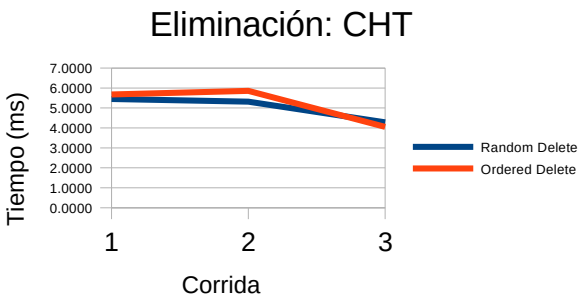


Figura IX Tiempos promedio de búsqueda (orden aleatorio)

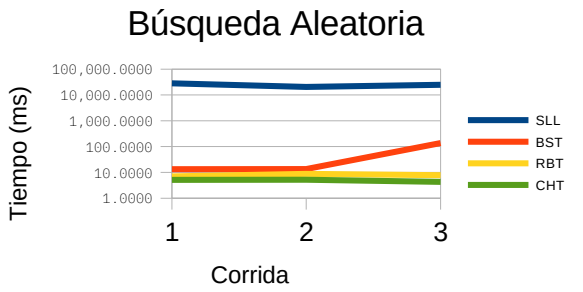


Figura X Tiempos promedio de búsqueda (orden creciente)

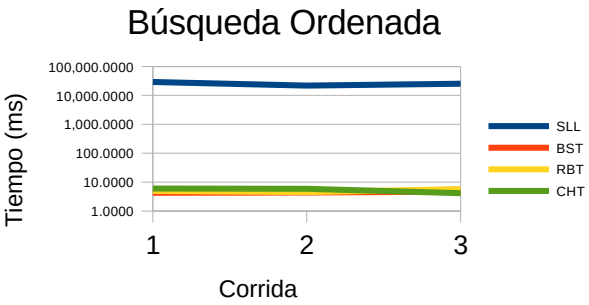


Figura XI Tiempos promedio de eliminación (orden aleatorio)

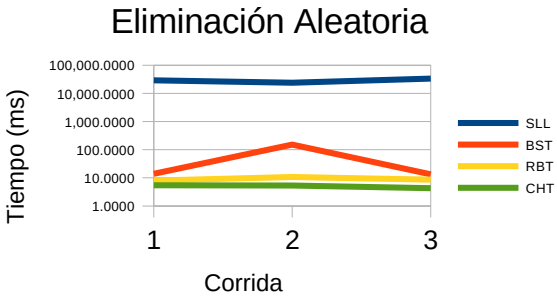
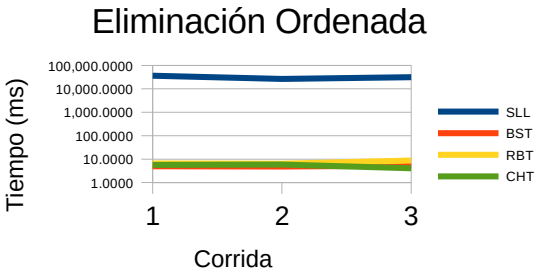


Figura XII Tiempos promedio de eliminación (orden creciente)



IV. Discusión

La siguiente tabla recopila las cotas descritas para los métodos de búsqueda y eliminación en Cormen et al. [1], en los capítulos 10, 11, 12 y 13. Conviene resaltar que estas cotas describen el caso promedio y el peor caso, en ese orden. En caso de que haya una única cota, esta se toma como igual para ambos casos.

Cuadro II Cotas de los métodos de búsqueda y eliminación según estructura de datos

Estructura de datos	Búsqueda	Eliminación
SLL	$\Theta(k)$ / $\Theta(n)$	$\Theta(k)$ / $\Theta(n)$
BST	$O(h)$	$O(h)$
RBT	$\Theta(\lg n)$	$\Theta(\lg n)$
CHT	$\Theta(1+\alpha)$	$\Theta(1+\alpha)$

En estas cotas, k es la llave de búsqueda, n es el tamaño de la entrada, h es la altura del árbol, y α es el factor de carga (que en el caso de las pruebas era 1). A la luz de estas cotas, los gráficos se corresponden bastante bien con la teoría.

Para empezar, los métodos en las Listas Simplemente Enlazadas arrojan resultados bastante similares, independientemente del orden o la operación. Debido a su cota lineal, una Lista Simplemente Enlazada tiene un orden de magnitud bastante uniforme: si bien n_k suele ser menor que n, buscar k elementos hasta encontrar la respuesta no es muy distinto a buscar todos los n elementos. Más interesante aún es observar que las gráficas, en ambas operaciones, presentan formas muy similares. Puesto que una eliminación implica una búsqueda, esto no es de extrañar. De hecho, en general, para todas las estructuras de datos, es normal que los tiempos de eliminación dibujen gráficas similares a los tiempos de búsqueda, pero que duren un poco más debido a las operaciones de eliminación como tales.

Dicho lo anterior, algo curioso ocurre en las gráficas de los Árboles Binarios: dos picos en ambas gráficas que ocurren en corridas distintas. La posible explicación de esto viene dada por la manera en la que funcionan los Árboles Binarios: si una rama del Árbol se vuelve lo suficientemente larga, dicha rama funciona como una lista enlazada. Si, además, se busca por un nodo que está en esa larga rama, los tiempos de búsqueda crecen en magnitud, y se acercan más a los de una Lista Simplemente Enlazada. Un Árbol Binario perfectamente balanceado, según Cormen et al. [1], tiene una altura de lg n. Sin embargo, este balance nunca se logra con consistencia, y hay casos extremos en los que se tiene que acceder a una rama más larga que las demás.

En respuesta directa al problema anterior es que existen los Árboles Rojinegros. Si bien las operaciones de inserción y eliminación duran más, las propiedades de éstos les permite siempre estar balanceados. Gracias a eso, se logra apreciar en las gráficas que no hay picos y, más bien, ambas operaciones dibujan gráficas muy similares. Sí es importante resaltar, sin embargo, que la duración adicional que supone mantener las operaciones rojinegras al eliminar un nodo se ve reflejada en el gráfico de eliminación: en promedio, una eliminación supone 1.5 ms más. Esto no es demasiado, por suerte, por lo que en la práctica pasa desapercibido, y más bien es un costo que vale la pena pagar con tal de asegurar un árbol balanceado.

Ahora, es de esperar, en general, que ambos Árboles sean, en promedio, bastante más rápidos que una Lista Simplemente Enlazada. Si $h = \lg n$, entonces estamos hablando que la cota de un Árbol es una orden de magnitud menor; si, en cambio, tenemos mala suerte, y hay una rama o un Árbol cuya altura excede ese ideal, nos acercamos al territorio de una Lista Simplemente Enlazada—ya todo esto se discutió. Sin embargo, en la práctica, es poco común que el caso en el que $h = n$, o incluso casos cercanos. De hecho, aún en los picos del Árbol Binario, se puede apreciar que sus tiempos de ejecución son mucho menores que los tiempos de las Listas Simplemente Enlazadas.

Las Tablas de Dispersión, finalmente, son muy uniformes. La eliminación no supone una cantidad de tiempo demasiado alta por sobre la búsqueda y, puesto que la búsqueda tiene un factor constante, sus tiempos son constantes. Hay una pequeña diferencia de no más de un ms que se puede achacar a factores externos (prioridad del proceso, acceso a los recursos de hardware, una menor cantidad de valores en la tabla), por lo que se puede ignorar.

En la búsqueda aleatoria tenemos, en promedio, que las estructuras están en este orden, de la más lenta a la más rápida: SLL, BST, RBT, CHT. Este mismo orden es el que presentan las cotas, en el peor de los casos, para cada una de estas estructuras de datos. No solo eso, sino que además ese mismo orden se ve reflejado bastante bien en la eliminación aleatoria, y en las cotas que corresponden al peor de los casos.

En la búsqueda y eliminación ordenadas tenemos que las Listas Simplemente Enlazadas siguen siendo las más lentas. Sin embargo, en el caso de los otros tres algoritmos, tenemos tiempos sumamente cercanos, particularmente entre los Árboles Rojinegros y las Tablas de Dispersión. Esto habla de la virtud de estas estructuras de datos en balancear la carga de distribución, lo que acelera el proceso de búsqueda posteriormente. Sí, la inserción es más lenta, pero es el precio de colocar los datos en un lugar de rápido acceso. Los Árboles Binarios normales no se quedan muy atrás: hay que recordar que un Árbol Binario perfectamente balanceado tiene una altura lg n, de manera que las cotas de un Árbol Binario se vuelven $O(\lg n)$; prácticamente un Árbol Rojinegro.

A pesar de estos resultados, hay que notar en el Cuadro I que los tiempos de inserción para las Listas Simplemente Enlazadas son los más bajos, de lejos. Además, los tiempos de inserción para los Árboles Rojinegros son, en promedio, mejores que los de los Árboles Binarios, lo que tiene sentido dado que los primeros son derivados de los segundos; el costo de realizar los ajustes para respetar las propiedades rojinegras se ve recompensado en tiempos menores.

Finalmente, las Tablas de Dispersión no son las más lentas por diseño, pero tampoco las más rápidas. Éstas dependen de la función de dispersión y cómo ésta interactúa con los valores de entrada, las llaves, y sus posiciones. En el caso de la inserción de valores ordenados, las Tablas de Dispersión compiten con las Listas Simplemente Enlazadas, lo que apunta a un número bajo de colisiones y, por tanto, de sondeos. Sin embargo, es importante recalcar que las Tablas de Dispersión implementadas están encadenadas con Listas Doblemente Enlazadas, por lo que los tiempos adicionales durante la inserción aleatoria resultan sorprendentes. Una posible respuesta a este fenómeno es la localidad de la memoria: si los valores son aleatorios, obtendrán posiciones dispares, lo que supondrá un acceso a distintas localidades en memoria. Esto implica que, entre acceso y acceso, la probabilidad de que las entradas solicitadas no se encuentren en caché es bastante alta. Una Lista Simplemente Enlazada no tiene este problema, pues toda la estructura se encuentra bastante cercana, pero entre Lista Doblemente Enlazada y List Doblemente Enlazada puede haber una distancia bastante mayor.

V. Conclusiones

A partir de los resultados se puede concluir que, si se sabe de antemano que los valores de entrada van a ser aleatorios, el costo de implementar un Árbol Rojinegro o una Tabla de Dispersión se ve compensado con las velocidades de búsqueda y, por extensión, de eliminación. En cambio, si se sabe que los datos vienen completamente ordenados, un simple Árbol Binario ahorra costos de programación sin ser particularmente lento. Las Listas Simplemente Enlazadas tienen un nicho en casos donde lo que se requiera es una inserción y extracción rápida de datos (ésto último no se probó en este trabajo, pero está respaldado por el que las Listas Simplemente Enlazadas suelan ser el esqueleto de las Colas y las Pilas).

Referencias

[1] T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, and C. Stein, Introduction to algorithms. Cambridge, Massachusett: The Mit Press, 2022.