3.

(a)

$$A = T\Lambda T^{-1}$$

$$AT = T\Lambda$$

$$A \begin{bmatrix} t^{(1)} & t^{(2)} & \dots & t^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^{(1)} & t^{(2)} & \dots & t^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} At^{(1)} & At^{(2)} & \dots & At^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 t^{(1)} & \lambda_2 t^{(2)} & \dots & \lambda_n t^{(n)} \end{bmatrix}$$

$$At^{(i)} = \lambda_i t^{(i)}$$

(b)

$$A = U\Lambda U^T$$

$$AU = U\Lambda U^T U = U\Lambda$$

$$A \begin{bmatrix} u^{(1)} & u^{(2)} & \dots & u^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u^{(1)} & u^{(2)} & \dots & u^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Au^{(1)} & Au^{(2)} & \dots & Au^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 u^{(1)} & \lambda_2 u^{(2)} & \dots & \lambda_n u^{(n)} \end{bmatrix}$$

$$Au^{(i)} = \lambda_i u^{(i)}$$

(c)

$$At^{(i)} = \lambda_i t^{(i)}$$

$$(t^{(i)})^T A t^{(i)} = \lambda_i \|t^{(i)}\|_2 = \lambda_i \geq 0$$