

ตัวอย่างข้อสอบเก่าจากหลายปีรวมกัน (เนื้อหาบทที่ 5-6)

จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด ตอบในรูปของตัวแปรที่โจทย์กำหนดให้เท่านั้น

1. [10 คะแนน] ก้อนหินที่เคลื่อนที่ในน้ำมีแรงต้านที่ขึ้นกับอัตราเร็วมากระทำกับก้อนหิน ถ้ายังก้อนหินขึ้นในแนวตั้งจากพื้นใต้น้ำด้วยอัตราเร็วเริ่มต้น 6 เมตร/วินาที แล้วพบว่าก้อนหินมีอัตราเร็วสุดท้ายเป็น 2 เมตร/วินาที (ไม่คิดผลของแรงลอยตัว) จงหา

(1) ก้อนหินจะขึ้นไปได้สูงสุดเป็นระยะเท่าใด และใช้เวลาเท่าใด *ถ้าไม่คิดแรงต้านของน้ำ*

(2) ก้อนหินจะขึ้นไปได้สูงสุดเป็นระยะเท่าใด และใช้เวลาเท่าใด *ถ้าคิดแรงต้านของน้ำ*

สูตรต่อไปนี้อาจมีประโยชน์

$$\int \frac{1}{(a \pm bx)} dx = \pm \frac{1}{b} \ln(a \pm bx)$$

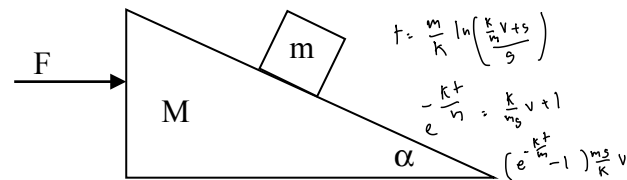
$$\int e^{\pm ax} dx = \pm \frac{1}{a} e^{\pm ax}$$

2. [5 คะแนน] วัตถุมวล  $m$  วางอยู่บนพื้นเอียงลื่นมวล  $M$  ซึ่งวางอยู่บนพื้นราบลื่นอีกทีหนึ่ง มีแรง  $F$  กระทำกับพื้นเอียงในแนวราบ

(1) จงเขียน free body diagram ของวัตถุมวล  $m$

(2) จงเขียน free body diagram ของวัตถุมวล  $M$

(3) แรง  $F$  จะต้องมีความเท่าใดพื้นเอียงจึงจะเคลื่อนที่โดยที่วัตถุมวล  $m$  ไม่มีการไถลบนพื้นเอียง

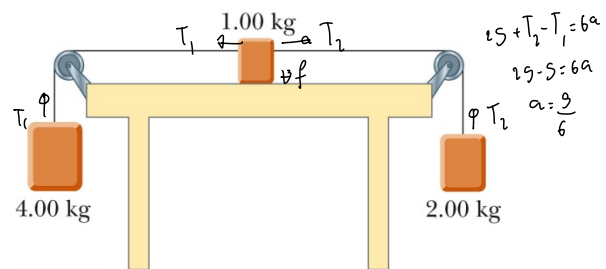


3. [8 คะแนน] มวล 3 ก้อนผูกต่อกันด้วยเชือกเบาคล้องผ่านรอกเบาคล่อง ดังรูป กำหนดสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างพื้นโต๊ะกับมวล 1 กิโลกรัม เป็น 0.40

(ก) จงเขียน free-body diagram ของมวลแต่ละก้อน

(ข) จงหาความเร่งของมวลทั้ง 3 ก้อน (ทั้งขนาดและทิศทาง)

(ค) จงหาแรงตึงในเส้นเชือกของเชือกแต่ละเส้น

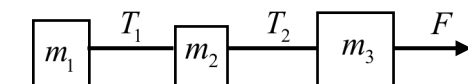


4. [8 คะแนน] พิจารณาระบบของมวล 3 ก้อนวางอยู่บนพื้นราบลื่น ผูกติดกันด้วยเชือกเบาและมีแรงดึง ดังรูป กำหนด  $m_1 = 2$  กิโลกรัม  $m_2 = 1$  กิโลกรัม  $m_3 = 3$  กิโลกรัม และ  $F = 18$  นิวตัน

(1) จงเขียน free body diagram ของมวลแต่ละก้อน

(2) จงหาความเร่งของมวลทั้งสาม

(3) จงหาขนาดของแรงตึงในเส้นเชือก  $T_1$  และ  $T_2$



$$a = ?$$

$$T_1 = 2 \cdot a$$

$$T_1 = 6$$

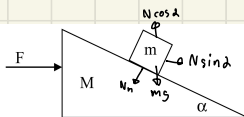
$$T_2 - 6 = m_2 a$$

$$T_2 = 9 + 6$$

$$T_2 = 9 + 6$$

2. [5 คะแนน] วัตถุมวล  $m$  วางอยู่บนพื้นเอียงลื่นมวล  $M$  ซึ่งวางอยู่บนพื้นราบลื่นอีกทีหนึ่ง มีแรง  $F$  กระทำกับพื้นเอียงในแนวราบ

- (1) จงเขียน free body diagram ของวัตถุมวล  $m$
- (2) จงเขียน free body diagram ของวัตถุมวล  $M$
- (3) แรง  $F$  จะต้องมีความเท่าใดพื้นเอียงจึงจะเคลื่อนที่โดยที่วัตถุมวล  $m$  ไม่มีการไถลบนพื้นเอียง



$$N \cos \alpha = mg$$

$$N = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

1)

$$mg = N \cos \alpha + \mu N \sin \alpha = N (\cos \alpha + \mu \sin \alpha)$$

$$N = \frac{mg}{(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}$$

$$ma = N \sin \alpha - \mu N \cos \alpha$$

$$a = \frac{(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) g}{(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}$$

$$F = (M+m)a$$

$$= \frac{(M+m)(\tan \alpha - \mu) g}{(1 + \mu \tan \alpha)}$$

2)

$$\mu mg \cos \alpha + N \sin \alpha = mg \sin \alpha$$

$$mg \sin \alpha = N (\cos \alpha - \mu \sin \alpha)$$

$$N = \frac{mg}{(\cos \alpha - \mu \sin \alpha)}$$

$$Ma = \mu N \cos \alpha + N \sin \alpha$$

$$a = \frac{(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) g}{(\cos \alpha - \mu \sin \alpha)}$$

$$F = \frac{(\mu + \tan \alpha)(M+m)g}{(1 - \mu \tan \alpha)}$$

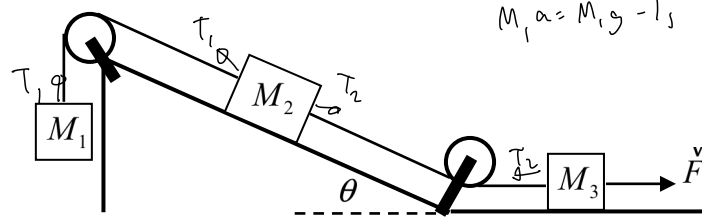


### แบบฝึกหัดเพิ่มเติม (บทที่ 5-6)

1. ก้อนมวล 6.0 กิโลกรัม เดิมถูกจับวางให้อยู่อยู่บนพื้นเอียงที่ทำมุม  $30^\circ$  กับแนวราบ (กำหนด  $\mu_s = 0.40$  และ  $\mu_k = 0.20$ ) ต่อมาปล่อยมือที่จับก้อนพร้อมกับทำให้แรงภายนอกขนาด  $F = 32$  นิวตัน กระทำต่อก้อน จงหาขนาดและทิศของแรงเสียดทานระหว่างพื้นเอียงกับก้อนขณะนั้น ในกรณี  
(ก) แรง  $F$  ผลักก้อนขึ้นตามแนวพื้นเอียง และ  
(ข) แรง  $F$  ผลักก้อนลงตามแนวพื้นเอียง

2. มวล 3 ก้อนขนาด  $M_1$ ,  $M_2$  และ  $M_3$  ถูกผูกต่อกันด้วยเชือกเบา 2 เส้น ดังรูป โดยรอกทั้งสองเป็นรอกคล้องเบาและผิวสัมผัสทั้งหมดไม่มีความเสียดทาน ให้แรงภายนอก  $\vec{F}$  ต่อมวล  $M_3$  แล้วพบว่ามวล  $M_1$  เคลื่อนที่ลงในแนวตั้ง

จงหาความเร่งของมวลแต่ละก้อนและแรงตึงในเชือกแต่ละเส้น



$$M_1 a = M_1 g - T_1$$

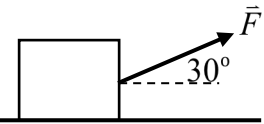
$$T_1 - T_2 = M_2 a$$

$$T_2 - F = M_3 a$$

$$M_1 g - M_2 a - F = (M_1 + M_3) a$$

$$\frac{M_1 g - F}{(M_1 + M_3)} = a$$

3. วางกล่องหนัก 100 นิวตันไว้บนพื้นราบ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างกล่องกับพื้นมีค่า  $\mu_s = 0.40$  และ  $\mu_k = 0.30$  ตามลำดับ ให้แรงขนาด 30 นิวตัน ในแนวทำมุม  $30^\circ$  กับแนวราบ ดังรูป จงหาขนาดของแรงแนวฉาก (normal force) และแรงเสียดทานที่กระทำต่อก้อนนี้



4. รถมวล 5000 กิโลกรัมพร้อมคนขับมวล 80

กิโลกรัมเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่ข้ามเนินที่ประมาณได้ด้วยวงกลมรัศมี 250 เมตร

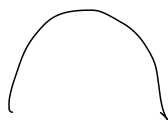
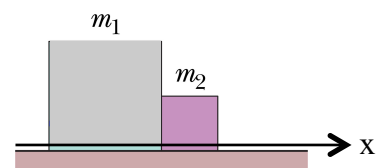
(ก) ถ้าอัตราเร็วของรถมีค่า 38 เมตร/วินาที จงหาขนาดและทิศของแรงแนวฉากที่เบาะรถกระทำต่อคนขับ

(ข) จงหาอัตราเร็วสูงสุดที่รถจะข้ามเนินได้โดยไม่ลอยขึ้นจากผิวถนน ๔๙.๔๖

5. ก้อน 2 ใบมีมวล  $m_1 = 2.3$  กิโลกรัม และ  $m_2 = 1.2$  กิโลกรัม วางอยู่ติดกันบนพื้นราบลื่น ดังรูป จงเขียน free-body diagram ของก้อนทั้งสองและคำนวณหาแรงระหว่างก้อนทั้งสองในกรณีต่อไปนี้

(ก) ให้แรง  $\vec{F} = 3.2\hat{i}$  นิวตันต่อ  $m_1$

(ข) ให้แรง  $\vec{F} = -3.2\hat{i}$  นิวตันต่อ  $m_2$



$$\frac{mv^2}{R} = mg$$

$$\frac{v^2}{250} = g$$

$$v^2 = 9.8 \times 250$$