ตะลุยโจทย์

วัตถุมวล 2 kg วิ่งเข้าชนวัตถุมวล 3 kg ที่สปริงดังรูป จงหาว่าเมื่อสปริงมีความยาวธรรมชาติอีกรอบ วัตถุทั้งสองจะมีความเร็วเท่ากับเท่าไหร่ และ สปริงมีระยะยุบสูงสุดกี่ cm

L 8

$20 = -2v_1 + 3v_2$ $v_1 = \frac{3v_2 - 20}{2}$

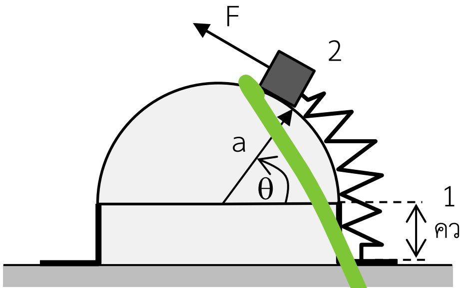
$\frac{1}{2} 2 \cdot 100 = \frac{1}{2} \cdot 2v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot 3v_2^2$

$100 = v_1^2 + \frac{3}{2} v_2^2 = \frac{400 - 120v_2 + 9v_2^2}{4} + \frac{6}{4} v_2^2$

$-120v_2 + 15v_2^2 = 0$

$v_2 = \frac{120}{15} = 8$

มีแรงไม่คงตัว $\vec{F}$ ทำในแนวสัมผัสกับผิวครึ่งทรงกลมลื่นผิวหนึ่ง เคลื่อนก้อนน้ำหนัก w และในขณะเดียวกันก็ยืดสปริงที่ยึดกับก้อนน้ำหนักจากตำแหน่งที่ 1 ไปยังตำแหน่งที่ 2 โดยการปรับเปลี่ยนแรงอย่างช้าๆ สปริงมีมวลน้อยมากและมีค่าคงตัวแรง k ปลายของสปริงเคลื่อนที่เป็นส่วนโค้งของวงกลมรัศมี a จงคำนวณงานที่แรง $\vec{F}$ กระทำ (Young and Freedman)



$w = \int F\,ds$

$w = \int k a \theta a \cdot d\theta$

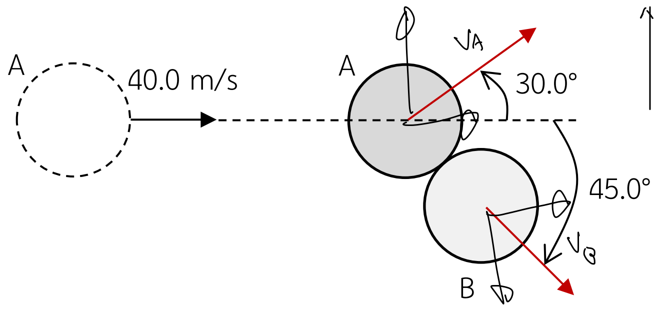
$w = ka^2 \int_0^\theta \theta\, d\theta$

$w = \frac{ka^2 \theta^2}{2} + mg a \sin\theta$

ลูกฮอกกี้ B อยู่นิ่งบนผิวน้ำแข็งลื่นและถูกชนด้วยลูกฮอกกี้ A ลูกที่สองซึ่งเดิมกำลังเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 40.0 m/s ลูกฮอกกี้ A ถูกเบนไปจากแนวการเคลื่อนที่เดิมเป็นมุม 30.0° หลังจากการชนลูกฮอกกี้ B มีความเร็วในทิศทำมุม 45.0° กับแนวการเคลื่อนที่เดิมของ A ลูกฮอกกี้ทั้งสองจะมีมวลเท่ากัน (Young and Freedman)

a) จงคำนวณอัตราเร็วของลูกฮอกกี้แต่ละลูกหลังการชน

b) พลังงานจลน์เดิมของลูกฮอกกี้ A สูญเสียไปเป็นเศษส่วนเท่าใดในระหว่างการชนนี้



$40 = V_A \cos 30 + V_B \cos 45$

$V_A \sin 30 = V_B \sin 45$

$40 = V_A \cos 30 + V_A \sin 30$

$\dfrac{40}{\frac{\sqrt{3}+1}{2}} = V_A$

$V_A = \dfrac{80}{\sqrt{3}+1} = 40(\sqrt{3}-1)$

$40(\sqrt{3}-1) \cdot \frac{1}{2} = V_B \frac{\sqrt{2}}{2}$

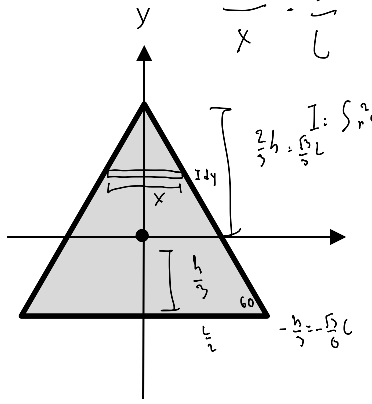
$\frac{40}{\sqrt{2}}(\sqrt{3}-1) = V_B$

$20(\sqrt{6}-\sqrt{2}) = V_B$

จงหาโมเมนต์ความเฉื่อยตามแกน z (รอบจุดศูนย์กลางมวลของแผ่นสามเหลี่ยมด้านเท่า) โดยแผ่นสามเหลี่ยมมีความยาวด้านละ L มวล M สม่ำเสมอ

$dm = \sigma dA$

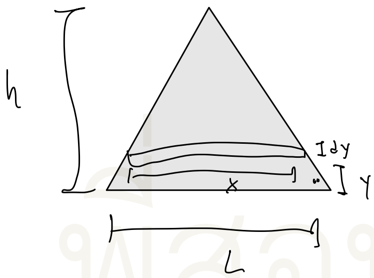
$\frac{\frac{2}{3}h - y}{x} = \frac{H}{L}$ $\quad x_{cm} = \frac{\int r\,dm}{\int dm}$



$I = \int r^2 dm = \int_{-\frac{h}{3}}^{\frac{2}{3}h} y^2 \frac{\sigma L}{h}\left(\frac{2}{3}h - y\right)dy = \frac{\sigma L}{h}\left[\frac{2}{9}y^3 h - \frac{y^4}{4}\right]_{-\frac{h}{3}}^{\frac{2}{3}h}$

$dm = \sigma dA = \sigma x\,dy = \frac{\sigma L}{h}\left(\frac{2}{3}h - y\right)dy$

$x = \frac{L(\frac{2}{3}h - y)}{h}$



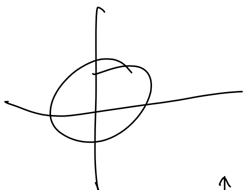
$dm = \sigma dA = \sigma x\,dy = \sigma L\left(\frac{h-y}{h}\right)dy$

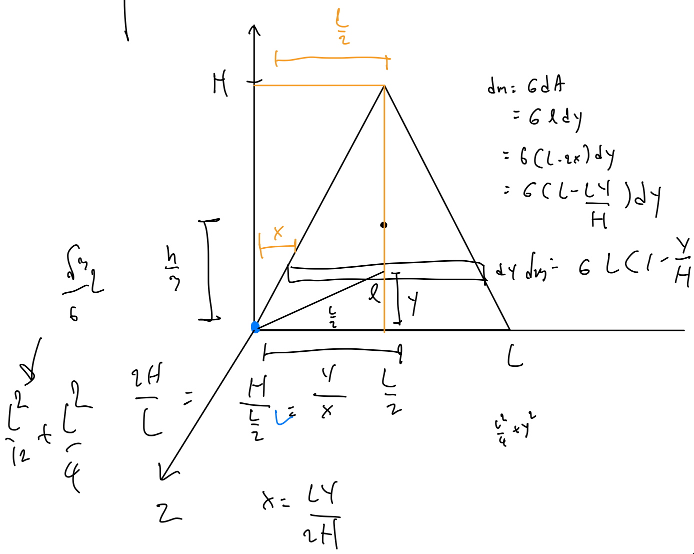
$h = \frac{\sqrt{3}}{2}L$

$\frac{h}{L} = \frac{h-y}{x}$

$x = \frac{Lh - Ly}{h} = \frac{L(h-y)}{h}$

$x_{cm} = \frac{\int r\,dm}{\int dm} = \frac{\int_0^H y\,\sigma L\left(\frac{h-y}{h}\right)dy}{\int_0^H \sigma L\left(\frac{h-y}{h}\right)dy} = \frac{\int_0^H (hy - y^2)\,dy}{\int_0^H (h-y)\,dy} = \frac{\left[\frac{hy^2}{2} - \frac{y^3}{3}\right]_0^H}{\left[hy - \frac{y^2}{2}\right]_0^H} = \frac{\frac{h^3}{2} - \frac{h^3}{3}}{h^2 - \frac{h^2}{2}} = \frac{\frac{h^3}{6}}{\frac{h^2}{2}} = \frac{h}{3}$





$dm = \sigma dA = \sigma \ell dy = \sigma(L - 2x)dy = \sigma\left(L - \frac{Ly}{H}\right)dy$

$\frac{2H}{L} = \frac{H}{\frac{L}{2}} = \frac{y}{x}$ $\quad x = \frac{Ly}{2H}$

$I = \int r^2 dm = \int_0^H r^2 \sigma L\left(1 - \frac{y}{H}\right)dy = \int_0^H \left(\frac{L^2}{4} + y^2\right)\sigma L\left(1 - \frac{y}{H}\right)dy$

$= \sigma L \int_0^H \left(\frac{L^2}{4} - \frac{yL^2}{4H} + y^2 - \frac{y^3}{H}\right)dy = \sigma L\left[\frac{L^2}{4}y - \frac{y^2L^2}{8H} + \frac{y^3}{3} - \frac{y^4}{4H}\right]_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}L}$

$= \frac{4M}{\sqrt{3}L^2}\cdot L\left[\frac{\sqrt{3}L^3}{8} - \frac{\sqrt{3}}{16}L^3 + \frac{\sqrt{3}}{8}L^3 - \frac{3\sqrt{3}}{32}L^3\right] = \frac{4M}{\sqrt{3}L}\cdot\frac{9\sqrt{3}}{32}L^3 = \frac{9}{8}L^2M$

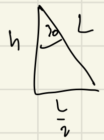
$\frac{ML^2}{3} + \frac{ML^2}{4}$

$I' = \frac{ML^2}{12} + \frac{ML^2}{3} = \frac{5}{12}ML^2$

$I' = I_{cm} + Ma^2$ $\quad I_{cm} = I' - Ma^2 = \frac{5ML^2}{8} - M\left(\frac{L^2}{12} + \frac{L^2}{4}\right)$

$\frac{h^4}{16}\cdot\frac{M}{\frac{\sqrt{3}}{4}L^2}\cdot\frac{L}{\frac{\sqrt{3}}{2}L} = \frac{L^4}{64}\cdot\frac{M}{\frac{3}{8}L^2} = \frac{L^2M}{24}$

$$I = \int r^2 dm = \int_{-\frac{h}{3}}^{\frac{2}{3}h} y^2 \frac{2\sigma L}{h}\left(\frac{2}{3}h - y\right) dy$$



$h = L\cos 30°$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$= \frac{2\sigma L}{h}\int_{-\frac{h}{3}}^{\frac{2}{3}h} \frac{2}{3}y^2 h - y^3 \, dy$$

$$= \frac{2\sigma L}{h}\left[\frac{2}{9}y^3 h - \frac{y^4}{4}\right]_{-\frac{h}{3}}^{\frac{2}{3}h} = \frac{\cancel{2}\sigma L}{\cancel{h}} \cdot \frac{h^{\cancel{4}\,3}}{\cancel{36}\,18} = \frac{M}{A} \cdot L \cdot \frac{h^3}{18} = \frac{M}{\frac{\sqrt{3}}{4}\cancel{L^2}} \cdot \cancel{L} \cdot \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 L^{\cancel{3}\,2}}{18}$$

$G = \frac{M}{A}$

$=$

$2 \cdot \frac{\frac{M}{\frac{\sqrt{3}}{4}L^2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}L}$

$$= \frac{2\sigma L}{h}\left(\frac{2}{9}\cdot\frac{8}{27}h^4 - \frac{1}{\cancel{4}}\cdot\frac{\cancel{16}\,4}{81}h^4 + \frac{2}{9}\cdot\frac{1}{27}h^4 + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{81}h^4\right)$$

$= \frac{\cancel{4}M}{\cancel{\sqrt{3}}} \cdot \frac{\cancel{3\sqrt{3}}}{\cancel{8\cdot 18}\ 2\ 6} L^2$

$$= \frac{16M}{3L^2}\left(\frac{16}{3^5}h^4 - \frac{4}{3^4}h^4 + \frac{2}{3^5}h^4 + \frac{1}{2^2\cdot 3^4}h^4\right)$$

$= \frac{ML^2}{12}$

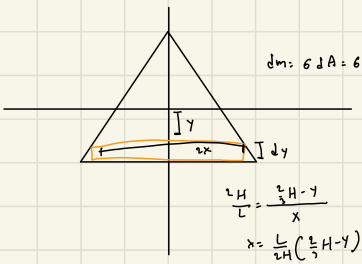
$$\left(\frac{64}{2^2\cdot 3^5}h^4 - \frac{48}{2^2\cdot 3^5}h^4 + \frac{8}{2^2\cdot 3^5}h^4 + \frac{3}{2^2\cdot 3^5}h^4\right.$$

$\frac{1}{\cancel{27}}$ / $\frac{}{2^2\cdot \cancel{3^5}\ 9}$

33

$\frac{11}{4\cdot 81} = \frac{11}{324}$

$\frac{1}{36}$



$dm = \sigma\, dA = \sigma \cdot 2x\, dy = \sigma\left(\frac{2}{3}L - \frac{yL}{H}\right) dy$

$I = \int y^2 dm = \sigma L \int_{-\frac{H}{3}}^{\frac{2H}{3}} \left(\frac{2}{3}y^2 - \frac{y^3}{H}\right) dy$

$= \frac{4M}{\sqrt{3}L}\left[\frac{2}{9}y^3 - \frac{y^4}{4H}\right]_{-\frac{H}{3}}^{\frac{2H}{3}}$

$\frac{2H}{L} = \frac{\frac{2}{3}H - y}{x}$

$x = \frac{L}{2H}\left(\frac{2}{3}H - y\right)$

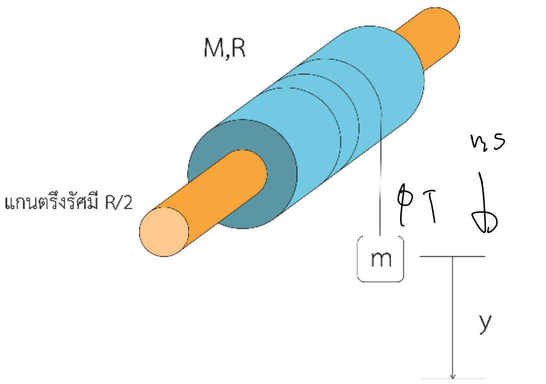
$= \frac{L}{3} - \frac{yL}{2H} = \frac{L}{3} - \frac{y}{\sqrt{3}}$

$\tan 60 = \frac{H}{\frac{L}{2}}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}L = H$

ท่อทรงกระบอกมวล M รัศมี R ถูกสวมกับแท่งตรึงรัศมี R/2

ถ้าแขวนมวล m แล้วปล่อยที่เวลา t = 0



ถ้าทำการวัดระยะตก y(t) ของมวล m ที่เวลาใด ๆ แล้ว

จงหาความสัมพันธ์ของ ทอร์กที่ท่อตรึงได้รับเนื่องจากแรงเสียดทานในรูปของ m M g y และ t (Serway)

$y = r\theta$

$y + \theta = 6\theta$

$\Sigma F = ma$

$mg - T = ma$

$a = \frac{mg - T}{m}$

$a = \frac{mg - \frac{5}{8} M a}{m}$

$ma + \frac{5}{8} Ma = mg$

$a(m + \frac{5}{8} M) = mg$

$a = \frac{mg}{(m + \frac{5}{8} M)}$

$\frac{dv}{dt} = \frac{mg}{(m + \frac{5}{8} M)}$

$v = \frac{mg}{m + \frac{5}{8} M} t$

$mgy = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$

$mgy = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} M\left(\frac{R^2}{4} + R^2\right)\right)\left(\frac{v}{R}\right)^2$

$=$

$\tau = I\alpha = F \times r$

$\frac{1}{2} M\left(\frac{R^2}{4} + R^2\right) \cdot \alpha = TR$

$\frac{5}{8} Ma = T$