

ชื่อ.....เลขประจำตัว.....ลำดับที่นั่ง.....

ห้ามใช้ตารางประทับชื่อ ให้เขียนด้วยลายมือเท่านั้น

ข้อสอบกลางภาค

วิชา 2304107 General Physics I

สำหรับนิสิตคณะวิศวกรรมศาสตร์

สอบวันที่ 29 กันยายน 2557

เวลา 15.00 – 16.00 น.

คำชี้แจง

- ข้อสอบแบ่งเป็น 2 ส่วน คะแนนรวม 90 คะแนน
 - เติมเฉพาะคำตอบ จำนวน 15 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน
 - แสดงวิธีทำ จำนวน 6 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน
- ข้อสอบมีทั้งหมด 11 หน้า รวมหน้านี้ด้วย
- เขียนชื่อ เลขประจำตัว ลำดับที่นั่ง ลงบนทุกแผ่น ด้วยลายมือ ห้ามใช้ตารางประทับชื่อ
- ให้ใช้ปากกาเท่านั้น
- ข้อสอบส่วนแสดงวิธีทำ ถ้าเขียนไม่พอให้เขียนต่อด้านหลังของแผ่นเดียวกันได้เท่านั้น
ให้แจ้งไว้ด้วยว่ามีต่อด้านหลัง
- ให้ใช้เครื่องคิดเลขที่โปรแกรมไม่ได้เท่านั้น

กำหนดให้

อัตราเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

ค่าโน้มถ่วงสากล $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

$$\int \frac{xdx}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} + C$$

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \sqrt{x^2 + a^2} + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + a^2}\right) + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan\left(\frac{x}{a}\right) + C$$

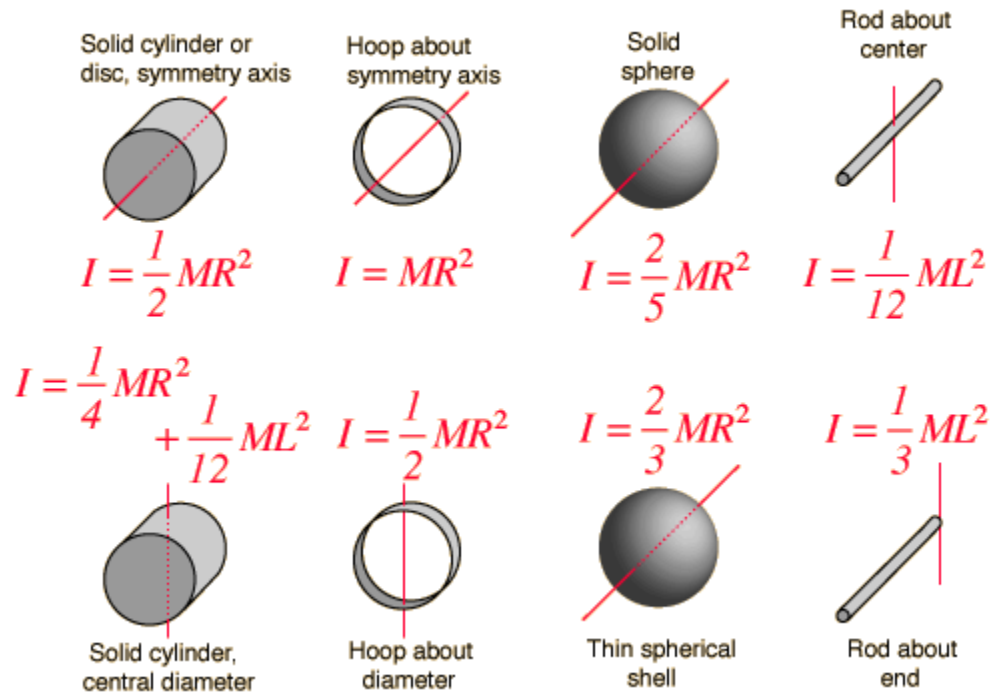
$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{x^2 + a^2}} + C$$

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln\left(\frac{a+x}{a-x}\right) + C; (a^2 - x^2) > 0$$

ชื่อ.....เลขประจำตัว.....ลำดับที่นั่ง.....

ห้ามใช้ตรายางประทับชื่อ ให้เขียนด้วยลายมือเท่านั้น

กำหนดให้ ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปทรงพื้นฐาน



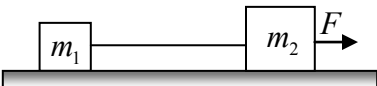
ชื่อ.....เลขประจำตัว.....ลำดับที่นั่ง.....

ห้ามใช้ตรายางประทับชื่อ ให้เขียนด้วยลายมือเท่านั้น

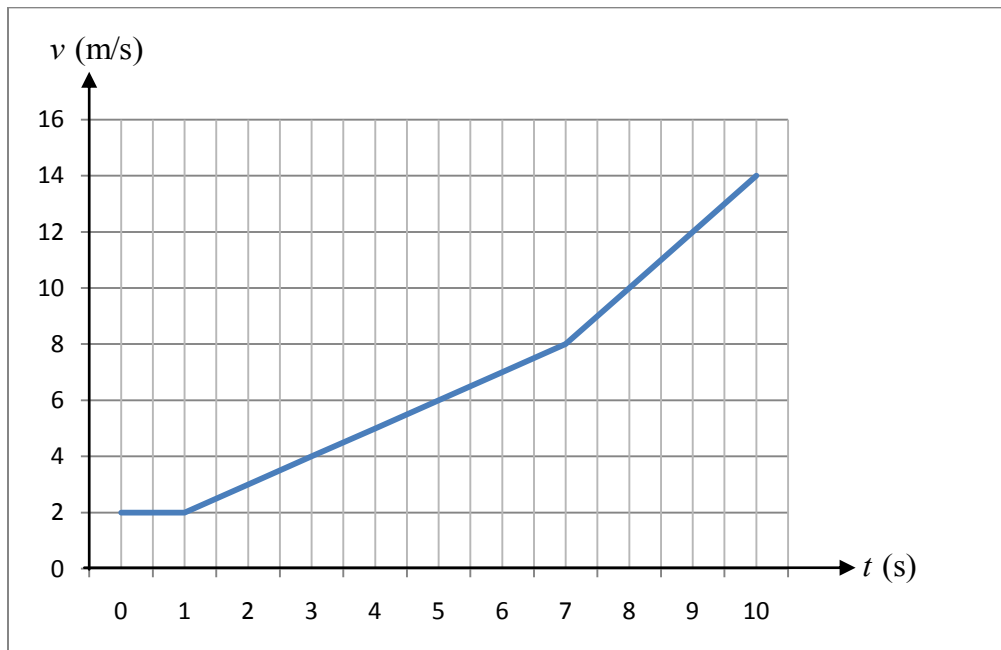
ตอนที่ 1 เติมเฉพาะคำตอบ (15 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน) ให้เติมคำตอบลงในกระดาษคำตอบหน้า 5

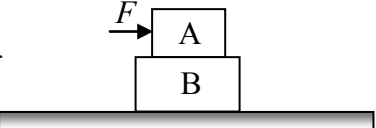
1. 150 ฟุตต่อนาที เป็นกี่เมตรต่อวินาที (1 ฟุต = 30 เซนติเมตร)

2. มวล 0.2 kg วิ่งเร็ว 30 m/s เข้าชนมวล 0.5 kg ที่อยู่นิ่ง ภายหลังการชนมวล 0.2 kg มีความเร็ว 50 m/s ในทิศตรงกันข้ามกับความเร็วเดิม จงหาว่าหลังการชน มวล 0.5 kg มีอัตราเร็วเท่าไร

3.  มวล m_1 และ m_2 วางอยู่บนพื้นลื่น โยงไว้ด้วยเชือกเบา ออกแรง F ดึงมวล m_2 จงเขียน Free Body Diagram แสดงแรงทุกแรงที่ทำต่อ m_1

4. วัตถุหนึ่งเคลื่อนที่แนวตรงโดยมีกราฟความเร็ว - เวลาดังรูป จงหาอัตราเร่งเฉลี่ยในช่วงเวลา $t = 0 - 10$ s



5.  ก้อน A วางทับอยู่บนก้อน B ซึ่งวางอยู่บนพื้นลื่น ออกแรงดันก้อน A ไปทางขวา ทำให้ทั้งสองเคลื่อนที่ไปพร้อมกัน โดยไม่มีการไถลระหว่างกัน

5.1 แรงเสียดทานที่ก้อน A ทำต่อก้อน B มีทิศใด

ก. ซ้าย ข. ขวา ค. บน ง. ล่าง

5.2 แรงเสียดทานเป็นแรงเสียดทานชนิดใด (สถิตหรือจลน์)

ชื่อ.....เลขประจำตัว.....ลำดับที่นั่ง.....

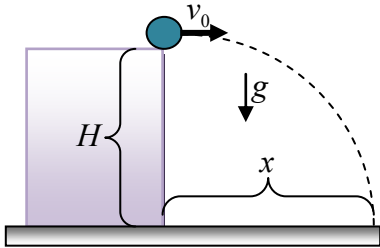
ห้ามใช้ตารางประทับชื่อ ให้เขียนด้วยลายมือเท่านั้น

6. ระบบหนึ่งประกอบด้วยวัตถุจุดสองอัน อันแรกมีมวล 2 kg วางอยู่ที่พิกัด (2,1) อันที่สองมีมวล 3 kg วางอยู่ที่พิกัด (-2,0) จงหาตำแหน่งศูนย์กลางมวลของระบบนี้

$$\frac{2 \cdot 2 + 3(-2)}{5} = (-0.2) \hat{i}$$

$$\frac{2 \cdot 1 + 3(0)}{5} = (0.4) \hat{j}$$

7. จงหาระยะ x ในรูปของ v_0, H, g



$$v_0 \sin \theta = \sqrt{2gH}$$

$$H = \frac{1}{2} v_0^2 \sin^2 \theta$$

$$t = \frac{2H}{v_0 \sin \theta}$$

$$s: vt = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

8. ใบพัดหมุนด้วยอัตราเร็วคงที่ 2 rad/s^2 ในเวลา 5 วินาทีที่หมุนไปได้ 40 rad จงหาอัตราเร็วเชิงมุมตอนต้น

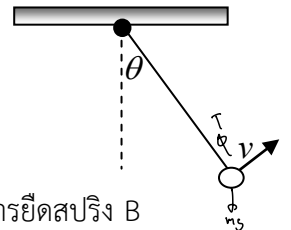
9. ออกแรง $\vec{F} = 5\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ นิวตัน ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไป $\Delta \vec{r} = 2\hat{i} - \hat{k}$ เมตร จงหางานโดยแรงนี้

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = 7 \text{ J}$$

10. วัตถุมวล m ผูกเชือกยาว R แกว่งในระนาบตั้ง ให้หาแรงตึงในเส้นเชือก ขณะวัตถุมีอัตราเร็ว v และเส้นเชือกทำมุม θ กับแนวดิ่ง

$$T \cos \theta = mg$$

$$T = \frac{mg}{\cos \theta}$$



11. ชายคนหนึ่งทำการยืดสปริงสองเส้น เขาพบว่าต้องทำงานในการยืดสปริง A เป็น 2 เท่าของงานในการยืดสปริง B เพื่อให้สปริง A มีระยะยืดเป็น 2 เท่าของสปริง B จงหาอัตราส่วนค่าคงที่สปริงของ A ต่อ B

$$\frac{\frac{1}{2} k_A (2x)^2}{\frac{1}{2} k_B (x)^2} = 2 \quad \frac{k_A}{k_B} = \frac{1}{2}$$

12. ระบบหนึ่งประกอบด้วย 3 อนุภาค แต่ละอนุภาคมีมวล 1 g โมเมนตัมเชิงมุมรวมของระบบนี้ (รอบจุดกำเนิด) ขึ้นกับเวลา t ดังนี้ $\vec{L} = (31 - 12t)\hat{i} + 20\hat{j} + 14\hat{k} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ จงหาทอร์กภายนอก (รอบจุดกำเนิด) ที่ทำต่อระบบนี้

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = -12\hat{i}$$

13. วงแหวนมวล M รัศมี R มีทอร์กขนาดหนึ่งทำต่อวงแหวน ทำให้วงแหวนหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุม α ถ้าต่อมานำดินน้ำมันก้อนเล็กๆ ซึ่งมีมวล b ไปแปะไว้ที่ปลายวงแหวน แล้วให้ทอร์กขนาดเท่าเดิมต่อวงแหวน วงแหวนและก้อนมวลนี้จะหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมเท่าไร

$$\vec{\tau} = I \alpha = M R^2 \alpha$$

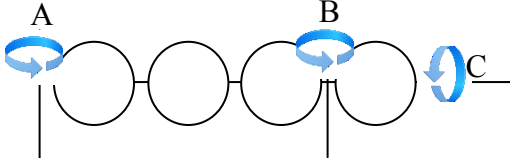
$$M R^2 \alpha = (b R^2 + M R^2) \alpha$$

$$\frac{M R^2}{b R^2 + M R^2} \alpha$$

14. ท่อกลวงมวล 10.0 kg รัศมี 5.0 cm กลิ้งโดยไม่ไถลลงตามพื้นเอียง จากระดับความสูง 5.0 m เหนือพื้น จงหาอัตราเร็วเชิงเส้นของศูนย์กลางมวลของท่อเมื่อกำลังลงมาถึงพื้น (กำหนดให้ $g = 9.8 \text{ m/s}^2$)

$$mgh = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} m v^2$$

15. ลูกชิ้นแต่ละลูกมีมวลและรัศมีเท่ากัน ให้เปรียบเทียบโมเมนตัมเชิงมุมของการหมุนรอบแกน A, B และ C ตามรูป โดยใส่เครื่องหมาย > หรือ < หรือ = ลงในช่องว่างในกระดาษคำตอบ



$$I_A = \frac{1}{2} M R^2$$

$$I_B = \frac{1}{2} M R^2 + M R^2$$

$$I_C = \frac{1}{2} M R^2 + M (2R)^2$$

$$9.8 \cdot 5 = \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{2} v^2$$

$$49 = v^2$$

$$v = 7$$

ชื่อ.....เลขประจำตัว.....ลำดับที่นั่ง.....

ห้ามใช้ตารางประทับชื่อ ให้เขียนด้วยลายมือเท่านั้น

1. _____ m/s

2. _____ m/s

3. m_1

4. _____ m/s²

5. 5.1 _____

5.2 _____

6. $x_{cm} =$ _____ m

$y_{cm} =$ _____ m

7. $x =$ _____

8. _____ rad/s

9. _____ J

10. _____

11. _____

12. ขนาด _____ N m

ทิศ _____

13. _____

14. _____ m

15. I_A _____ I_B

I_B _____ I_C

ชื่อ.....เลขประจำตัว.....ลำดับที่นั่ง.....

ห้ามใช้ตารางประทับชื่อ ให้เขียนด้วยลายมือเท่านั้น

ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำ (6 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน)

1.1 [5 คะแนน] วัตถุชิ้นหนึ่งเคลื่อนที่ในแนวตรงโดยเริ่มต้นจากหยุดนิ่ง ความเร่งที่เวลา 0 ถึง 3 วินาทีเป็น $3t \text{ (m/s}^2\text{)}$ และความเร่งที่เวลา 3 วินาทีเป็นต้นไป เป็น 3 m/s^2 จงหาการกระจัดที่เวลาใดๆ

$$\begin{aligned} 0 &\rightarrow 3 & 3 &\rightarrow \infty \\ a &= 3t & a &= 3 \\ v &= \frac{3}{2} t^2 & v &= 3t \\ s &= \frac{1}{2} t^3 & s &= \frac{3}{2} t^2 \\ s &= \begin{cases} \frac{1}{2} t^3 & ; (0 \leq t \leq 3) \\ \frac{27}{2} + \frac{3}{2} t^2 & ; (t > 3) \end{cases} \end{aligned}$$

1.2 [5 คะแนน] อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่ในระนาบ XY โดยที่เวกเตอร์ตำแหน่ง \vec{r} ขึ้นกับเวลาดังนี้

$$\vec{r}(t) = R (\omega t - \sin \omega t) \hat{i} + R (1 - \cos \omega t) \hat{j} \text{ โดย } R \text{ และ } \omega \text{ เป็นค่าคงที่}$$

1) จงหาความเร็วและความเร่งของอนุภาคที่เวลาใดๆ

2) อนุภาคหยุดนิ่งชั่วขณะที่เวลาเท่าไร

3) จงหาความเร่งของอนุภาค ณ เวลาที่หาได้จากข้อ 2)

ชื่อ.....เลขประจำตัว.....ลำดับที่นั่ง.....

ห้ามใช้ทรายยางประทับชื่อ ให้เขียนด้วยลายมือเท่านั้น

2.1 [5 คะแนน] วัตถุหนึ่งเคลื่อนที่ในแนวตรงด้วยความเร็วต้น v_0 ในทิศทางบวก และต้องเผชิญแรงต้านซึ่งมีค่าขึ้นกับความเร็ว โดยที่ $F = -kv^{1/2}$ โดยที่ k เป็นค่าคงที่

1) จงหาความเร็ว และการกระจัดที่เวลาใดๆ

$$\begin{aligned} \Sigma F &= ma \\ -k\sqrt{v} &= ma \\ -k\sqrt{v} &= m \frac{dv}{dt} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \int_0^t dt = \int_{v_0}^v \frac{m}{-k\sqrt{v}} dv$$

2) วัตถุหยุดนิ่งที่เวลาเท่าไร

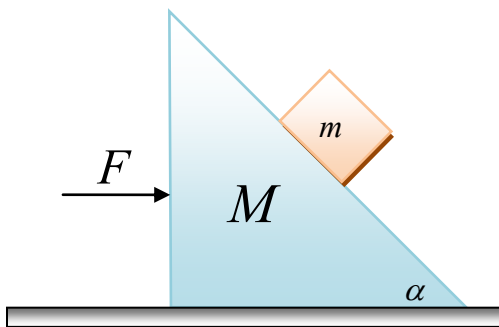
$$\begin{aligned} t &= -\frac{m}{k} \cdot \left[2\sqrt{v} \right]_{v_0}^0 = -\frac{m}{k} (0 - 2\sqrt{v_0}) \\ t &= \frac{2m}{k} \sqrt{v_0} \end{aligned}$$

3) ตอนที่วัตถุหยุดนิ่ง มันอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นเท่าไร

$$\begin{aligned} \frac{-tk}{2m} + \sqrt{v_0} &= \sqrt{v} \\ v &= \left(-\frac{tk}{2m} + \sqrt{v_0} \right)^2 \Rightarrow \int_0^S ds = \int_0^t \left(-\frac{tk}{2m} + \sqrt{v_0} \right)^2 dt \\ S &= \frac{1}{3} \frac{m}{k} \left[\left(-\frac{tk}{2m} + \sqrt{v_0} \right)^3 - (\sqrt{v_0})^3 \right] \end{aligned}$$

$$S = \frac{2m}{3k} v_0 \sqrt{v_0}$$

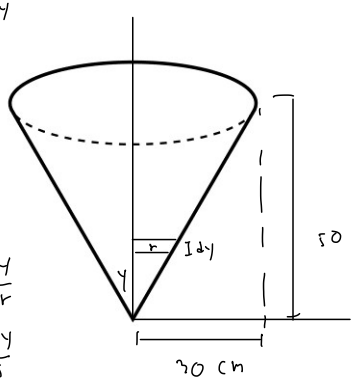
2.2 [5 คะแนน] กล่องมวล m วางอยู่บนพื้นเอียงมวล M ซึ่งทำมุม α กับแนวระดับ ทุกผิวสัมผัสลื่น จงหาว่าต้องออกแรง F เท่าไรต่อพื้นเอียง จึงทำให้กล่องเคลื่อนที่ไปพร้อมพื้นเอียงได้โดยไม่เลื่อนไถลบนพื้นเอียง



ชื่อ.....เลขประจำตัว.....ลำดับที่นั่ง.....

ห้ามใช้ตารางประทับชื่อ ให้เขียนด้วยลายมือเท่านั้น

3.1 [5 คะแนน] จงหาตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลของผิวกรวย (ลักษณะเดียวกับแก้วกรวยที่ใช้ตักน้ำ) ผิวกรวยนี้มีรัศมีที่ฐาน 30 cm และสูง 50 cm

$$y_{cm} = \frac{\int y dm}{\int dm} = \frac{\int_0^{50} y \cdot 6\pi r^2 dy}{\int_0^{50} 6\pi r^2 dy} = \frac{\frac{6\pi}{4} y^4 \Big|_0^{50}}{\frac{6\pi}{4} y^3 \Big|_0^{50}} = \frac{\frac{6\pi}{4} \cdot 50^4}{\frac{6\pi}{4} \cdot 50^3} = \frac{50}{4} \times \frac{50}{4} = \frac{150}{4} = 37.5$$


$\frac{y}{50} = \frac{r}{30}$
 $r = \frac{3y}{5}$
 πr^2

3.2 [5 คะแนน] มวล $3m$ มีความเร็ว 6 m/s ในทิศ $+x$ และมวล m มีความเร็ว 6 m/s ในทิศ $-x$ ทั้งสองชนกันอย่างยืดหยุ่น หลังจากการชนพบว่ามวล m มีความเร็วในทิศ $-y$ จงหาอัตราเร็วของ $3m$ หลังชน

ชื่อ.....เลขประจำตัว.....ลำดับที่นั่ง.....

ห้ามใช้ตารางประทับชื่อ ให้เขียนด้วยลายมือเท่านั้น

4.1 [5 คะแนน] วัตถุชิ้นหนึ่งอยู่ในสนามของแรง $\vec{F} = -xy \hat{i} + x \hat{j}$ นิวตัน จงหางานรวมที่เราต้องทำในการลากวัตถุนี้ด้วยอัตราเร็วคงตัวจาก A(1,2) ตรงไปยัง B(1,-3) และจาก B(1,-3) ตรงไปยัง C(-2,-3)

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad d\vec{r} = dx\hat{i} + dy\hat{j}$$

1) $x=1$

$$\vec{F} = -y\hat{i} + \hat{j}$$

$$d\vec{r} = dx\hat{i} + dy\hat{j}$$

$$d\vec{r} = dy\hat{j}$$

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$= \int (-y\hat{i} + \hat{j}) \cdot dy\hat{j}$$

$$= \int_2^{-3} 1 \cdot dy = [y]_2^{-3} = -5$$

2) $y=-3$ $d\vec{r} = dx\hat{i}$

$$\vec{F} = 3x\hat{i} + \hat{j}$$

$$W = \int (\vec{F} \cdot d\vec{r}) = \int (3x\hat{i} + \hat{j}) \cdot dx\hat{i}$$

$$= \int_1^{-2} 3x \cdot dx$$

$$= \left[\frac{3x^2}{2} \right]_1^{-2} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$W = -5 + \frac{9}{2} = -\frac{1}{2}$$

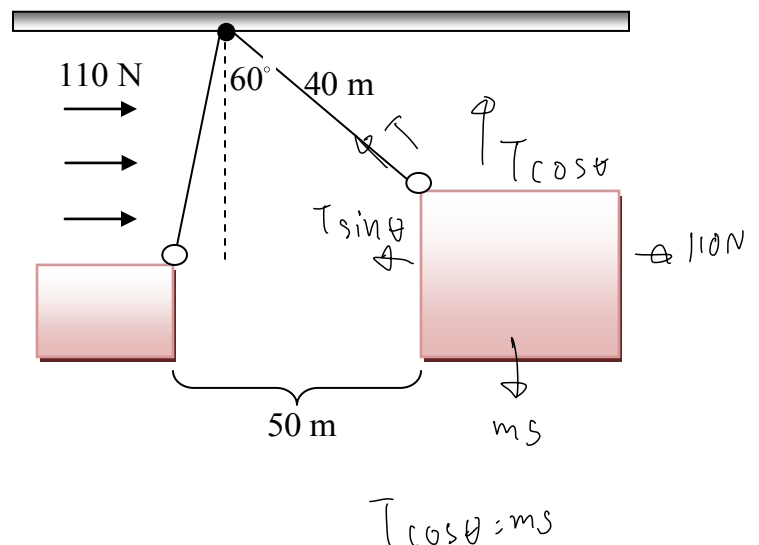
4.2 [5 คะแนน] ลูกตุ้มมวล 25 kg ผูกไว้กับเชือกยาว 40 m เชือกตึงไว้กับเพดาน ต้องการให้ลูกตุ้มเคลื่อนที่จากขวาไปซ้าย โดยขอบขวาและซ้ายห่างกัน 50 m ดังรูป ถ้าในขณะเคลื่อนที่มีแรงต้านจากอากาศในทิศจากซ้ายไปขวาขนาด 110 N คงที่ จงหาว่าตอนแรกสุดต้องให้อัตราเร็วแก่ลูกตุ้มที่ฝั่งขวาเท่าใด จึงจะไปถึงฝั่งซ้ายได้พอดี (กำหนดให้ $g = 9.8 \text{ m/s}^2$)

$$F \cdot s = \frac{1}{2} mv^2$$

$$110 \cdot 80 = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot v^2$$

$$4400 = v^2$$

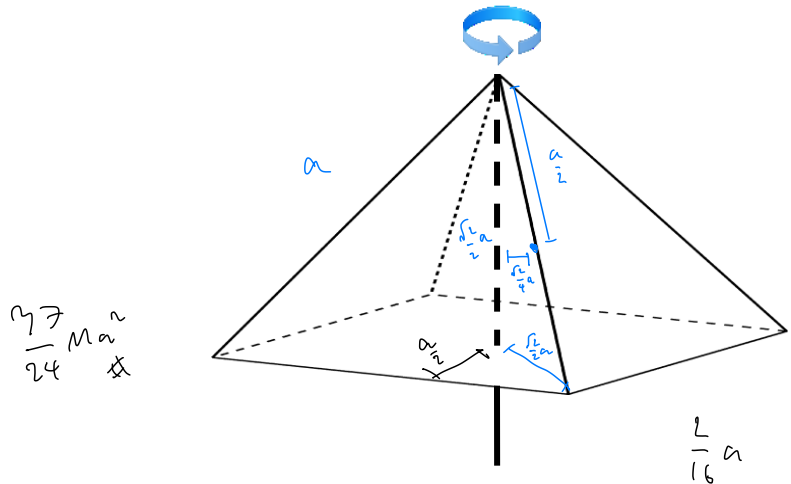
$$v = 21$$



ชื่อ.....เลขประจำตัว.....ลำดับที่นั่ง.....

ห้ามใช้ตรายางประทับชื่อ ให้เขียนด้วยลายมือเท่านั้น

5.1 [5 คะแนน] ไม้แต่ละท่อนมีมวล M ยาว a เท่ากัน นำมาต่อกันเป็นโครงสร้างพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสดังรูป จงหาโมเมนต์ความเฉื่อยรวมรอบแกนที่กำหนดในรูป



$$\frac{77}{24} M a^2$$

$$\frac{1}{12} M a^2 + \frac{M a^2}{4}$$

$$\frac{M a^2}{3} \cdot 4 = \frac{4}{3} M a^2$$

$$\frac{M a^2}{3} + \frac{4}{3} M a^2 = \frac{5}{3} M a^2$$

5.2 [5 คะแนน] ล้อจักรยานรัศมี 20 cm มวล 2 kg (ซึ่งล้อเบามาก) หมุนรอบจุดศูนย์กลางล้อโดยไม่ได้เลื่อนที่ แรกสุดมันหมุนด้วยความถี่ 5 รอบต่อวินาที ต่อมาโดนผ้าเบรกกดด้วยแรง 10 N ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างผ้าเบรกและล้อเป็น 0.9 จงหาว่าอีกนานเท่าไรล้อจึงหยุดหมุน

$$f = 5 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = 10\pi \text{ rad/s}$$

$$\tau = r \times F = I \alpha$$

$$0.2 \times (0.9 \cdot 10) = 2 (0.2)^2 \alpha$$

$$\alpha = 0.42$$

$$\alpha = \frac{\omega_0}{t} = 22.5 \text{ rad/s}^2$$

$$\omega_i = 10\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega_f = 0$$

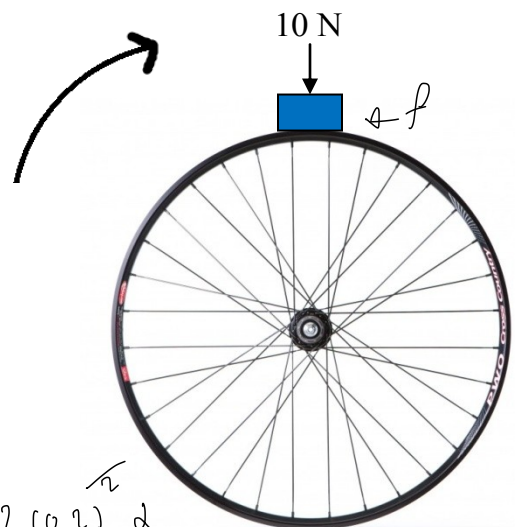
$$\alpha = -22.5 \text{ rad/s}^2$$

$$t = ?$$

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t$$

$$0 = 10\pi - 22.5 t \quad \text{สาริศ วิเศษสุน (อู๋) Gr.R #98}$$

$$t = \frac{10\pi}{22.5} = \frac{8 \cdot 20}{11 \cdot 45} \pi = \frac{4}{9} \pi$$



ชื่อ.....เลขประจำตัว.....ลำดับที่นั่ง.....

ห้ามใช้ตรายางประทับชื่อ ให้เขียนด้วยลายมือเท่านั้น

6. [10 คะแนน] ท่อนไม้พอมวล M ยาว L หมุนได้คล้องรอบจุดหมุนดังรูป ตอนแรกท่อนไม้ตั้งอยู่นิ่ง ต่อมามวล m สลื่นลงมาจากที่สูง h ชนเข้ากับปลายท่อนไม้ แล้วติดกันไปกับท่อนไม้ จงหามุม θ ที่ท่อนไม้แกว่งขึ้นไปได้สูงสุด

