เอกสารฉบับนี้เป็นการสรุปเนื้อหาและโจทย์ที่จำเป็นสำหรับ

การสอบในแต่ละวิชาสำหรับน้อง ๆ ปี 1

ของโครงการพี่สอนน้องครั้งที่ 17

หากมีข้อผิดพลาดหรือข้อสงสัยเกี่ยวกับเนื้อหาหรือโจทย์

สามารถติดต่อได้ทาง LineOpenChat

เอกสารฉบับนี้เป็นการสรุปเนื้อหาและโจทย์ที่จำเป็นสำหรับ

การสอบในแต่ละวิชาสำหรับน้อง ๆ ปี 1

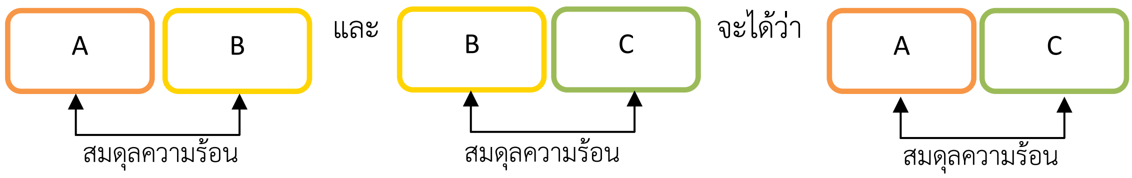
ของโครงการพี่สอนน้องครั้งที่ 17

หากมีข้อผิดพลาดหรือข้อสงสัยเกี่ยวกับเนื้อหาหรือโจทย์

สามารถติดต่อได้ทาง LineOpenChat

○ กฎข้อที่ 0 ของ Thermodynamics

"เมื่อ A และ B อยู่ในสภาวะสมดุลความร้อน และ B และ C อยู่ในสภาวะสมดุลความร้อน จะได้ว่า A และ C จะอยู่ในสภาวะสมดุลความร้อนเช่นเดียวกัน"



กฎข้อที่ 0 ของ Thermodynamics เป็นการ set คำว่าอุณหภูมิและการวัดอุณหภูมิให้เป็นรูปธรรม เช่น หากเราวัดน้ำเดือดที่กรุงเทพด้วย thermometer แม่นตรงอันหนึ่งอ่านค่าได้ 100°C และวัดน้ำเดือดที่เชียงใหม่ได้ 100°C เช่นเดียวกัน จะได้ว่าน้ำเดือดที่กรุงเทพและเชียงใหม่ต่างมีอุณหภูมิเท่ากัน (ไม่แลกเปลี่ยนความร้อน)

○ อุณหภูมิ (Temperature ในเชิง Macroscopic , มหภาค)

อุณหภูมิ คือ ระดับชั้นของความร้อน (อุณห- แปลว่า ความร้อน , ภูมิ แปลว่า พื้น ชั้นหรือระดับ) นั่นคือ เป็นปริมาณที่บ่งบอกไปถึงระดับชั้นของความร้อนที่สะสมในตัวเนื้อสสาร

อุณหภูมิสัมบูรณ์ คือ Kelvin (K) เป็นหน่วย SI

โดยสามารถแปลงหน่วยได้จาก
$$\frac{{}^{\circ}C}{100} = \frac{{}^{\circ}F - 32}{180} = \frac{K - 273.15}{100} = \frac{{}^{\circ}X - m.p.}{b.p. - m.p.}$$

เมื่อ b.p. คือ boiling point และ m.p. คือ melting point

และ
$$\Delta\,{}^{\circ}C = \frac{5}{9}\Delta\,{}^{\circ}F = \Delta K$$

○ ความร้อน (Heat)

ความร้อนเป็นพลังงานที่ส่งผ่านเนื่องจากผลของผลต่างอุณหภูมิ (ระดับของความร้อนไม่เท่ากัน)

ความจุความร้อน (Heat Capacity or Thermal Capacity , C)

คือพลังงานความร้อนที่สสารใช้ในการเพิ่มอุณหภูมิ 1 Kelvin จะได้ว่าความร้อน $Q = C\Delta T$

ความจุความร้อนจำเพาะ (Specific Heat Capacity , c)

คือพลังงานความร้อนที่สสารใช้ในการเพิ่มอุณหภูมิ 1 Kelvin ในเชิง 1 หน่วย

โดย Specific Heat Capacity สามารถมีหน่วยได้ตามใจขึ้นอยู่กับการใช้งานในเรื่องนั้นๆ

อาจจะเป็นต่อมวล ($^{J}/_{K \cdot kg}$) ต่อโมล ($^{J}/_{K \cdot mol}$) ต่อโมเลกุล ($^{J}/_{K \cdot molecule}$) หรืออื่น ๆ ก็ได้

<u>Background knowledge</u> 1 cal = 4.19 J

ความร้อนในการเปลี่ยนอุณหภูมิ $Q = mc\Delta T$ โดย c เป็นความจุความร้อนจำเพาะต่อมวล

$c_{water} = 1\ cal/g \cdot K = 4.19\ kJ/kg \cdot K$

ความร้อนแฝง (Latent Heat)

คือ พลังงานความร้อนที่ใช้ในการเปลี่ยนสถานะ (เปลี่ยน phase) ของสสาร โดยความร้อนแฝงมีค่า $Q = mL$ โดย L เป็นความร้อนแฝงจำเพาะต่อมวล

L ของน้ำในการเปลี่ยนสถานะจากของแข็งเป็นของเหลว $L_{fus} = 80\ kcal/kg = 333\ kJ/kg$

L ของน้ำในการเปลี่ยนสถานะจากของเหลวเป็นแก๊ส $L_{vap} = 540\ kcal/kg = 2260\ kJ/kg$

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> จงหาความร้อนที่ใช้ในการทำให้น้ำแข็ง 100 g ที่อุณหภูมิ −10°C เดือดจนกลายเป็นไอน้ำที่อุณหภูมิ 150°C กำหนดให้ $c_{ice} = c_{water} = c_{vapor}$

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> น้ำ 100 g ที่อุณหภูมิ 50°C ผสมกับน้ำแข็งอุณหภูมิ 0°C 50 g เมื่อจบกระบวนการของผสมจะมีกายภาพอย่างไร

○ การถ่ายเทความร้อน (Heat transfer)

เมื่อวัตถุทั้งสองไม่อยู่ในสมดุลความร้อน (อุณหภูมิไม่เท่ากัน) วัตถุทั้งสองจะเกิดการถ่ายเทความร้อน โดย

อัตราการถ่ายเทความร้อน $\frac{d}{dt}Q = -kA\frac{\partial}{\partial x}T$

เขียนให้เข้าใจง่ายคือ $\frac{d}{dt}Q = -\frac{kA(T_2 - T_1)}{L}$

เครื่องหมายลบข้างหน้าเป็นเพียงเครื่องหมายบอกทิศทางว่าการถ่ายเทความร้อนจะถ่ายเทจากที่ที่มีอุณหภูมิสูงไปที่ที่มีอุณหภูมิต่ำเท่านั้น $\left|\frac{d}{dt}Q\right| = kA\left|\frac{T_2 - T_1}{L}\right|$

กฎโดยคร่าวๆ

1. อุณหภูมิที่ตำแหน่งใกล้ๆกันย่อมมีอุณหภูมิเท่ากัน $T(x^-) = T(x) = T(x^+)$

2. เมื่ออยู่ในสมดุลความร้อน $\frac{dQ}{dt}$ ฝั่งซ้าย = $\frac{dQ}{dt}$ ฝั่งขวา นั่นคือ $\frac{dQ}{dt}$ คงที่ จะได้ว่า $c = -kA\frac{\partial}{\partial x}T$ หมายความว่า T เป็นกราฟเส้นตรงหรือค่าคงที่ เมื่ออยู่ในสมดุลความร้อน

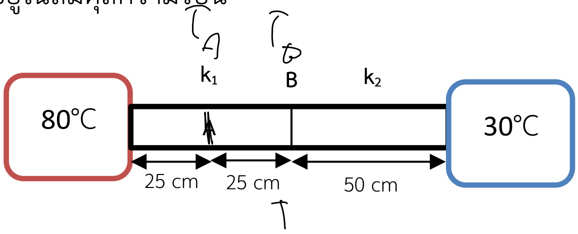
3. ไม่ว่าจะอย่างไร $|Q_{\text{เพิ่ม}}| = |Q_{\text{ลด}}|$ เสมอ (อนุรักษ์พลังงาน)

ข้อควรรู้

- ค่า k (heat transfer coefficient) (บ่งบอกความเป็นฉนวน ,ตัวนำ ความร้อน)
- การที่เราจับสิ่งของแล้วรู้สึกเย็นหรือร้อนขึ้นอยู่กับค่า k ของสิ่งนั้นๆ
  เพราะถ้า k ยิ่งมาก หมายความว่าถ่ายเทความร้อนเร็ว นั่นคือรู้สึกเย็นมากหรือร้อนมาก

ตัวอย่างที่ 3 จงหาว่าอุณหภูมิที่ตำแหน่ง A และ B เมื่อระบบอยู่ในสมดุลความร้อน

โดย k_1 = 0.4 kW/m·K และ k_2 = 0.6 kW/m·K



$$\frac{k_1 \cancel{A}(T_H - T_x)}{50} = \frac{k_2 \cancel{A}(T_x - T_c)}{50}$$

$$0.4(80 - T_x) = 0.6(T_x - 30)$$

$$32 - 0.4T_x = 0.6T_x - 18$$

$$50 = T_B$$

$$\frac{\cancel{A}\cancel{k_1}(T_H - T_A)}{\cancel{25}} = \frac{\cancel{Ak_1}(T_A - T_B)}{\cancel{25}}$$

$$80 - T_A = T_A - 50$$

$$T_A = 65$$

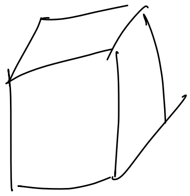
ตัวอย่างที่ 4 หากแผ่นคอนกรีตหนา 20 cm พื้นที่หน้าตัด 5.00 m^2 มีค่าคงที่นำความร้อน k_1 = 80 W/m·K แล้วจงหาว่าจะต้องใช้ขดลวดความร้อนใต้แผ่นคอนกรีตที่มีกำลังเฉลี่ยเท่าไหร่จึงจะทำให้อุณหภูมิระหว่างด้านบนด้านล่างแตกต่างกัน 10°C (serway)

$$P = \frac{\overset{25}{\cancel{5}} \cdot 80 \cdot 10}{\cancel{0.2}} = 800 \cdot 25 = 20000 \text{ W}$$

ตัวอย่างที่ 5 ในห้องขนาด 5m x 5m x 3m มีเครื่องปรับอากาศขนาด 12,00 BTU (ความหมายคือ 1 ชั่วโมง เครื่องปรับอากาศทำงานได้ 12,000 BTU) ผนังหนา 10 cm อุณหภูมิภายนอกเท่ากับ 38°C มีค่า Thermal conductivity เท่ากับ 1.31 W/m·K ถ้ากำหนดว่าความร้อนถ่ายเทได้แค่จากผนังห้อง 4 ด้าน เท่านั้น กำหนดให้ 1 BTU = 1055 J (แนวข้อสอบปี 63)

a) ถ้าเครื่องปรับอากาศทำงานเต็มที่ อุณหภูมิในห้องเป็นเท่าใด

b) เครื่องปรับอากาศขนาดน้อยสุด หากต้องการให้ห้องอุณหภูมิต่ำลง 10°C



60 ÷110

$$P = \frac{60 \cdot 1.31(38 - T_c)}{0.1} = \frac{12000 \cdot 1055}{3600}$$

$$60 \cdot 1.31(38 - T_c) = \frac{1055}{3}$$

$$T_c = 33.53$$

$$P = \frac{60 \cdot 1.31(38 - 28)}{0.1} = \frac{BTU \cdot 1055}{3600}$$

26820.85

○ อุณหภูมิ (Temperature ในเชิง Microscopic , จุลภาค)

การเคลื่อนที่ของโมเลกุลจะมีพลังงาน**ขึ้นอยู่กับอุณหภูมิสัมบูรณ์** โดยทุก ๆ degree of freedom

จะมีพลังงานต่อ 1 อนุภาคเป็น $E = \frac{1}{2}k_B T$ โดย k_B คือ boltzman constant ≈ 1.38×10^{-23} J/K

○ ทฤษฎีจลน์ของแก๊สอุดมคติ

แก๊สประกอบด้วยอนุภาคเล็ก ๆ จำนวนมากซึ่งเคลื่อนที่ไปมา เมื่อชนกับผนังภาชนะทำให้เกิดความดัน โดยต้องตั้งสมมติฐานของแก๊สอุดมคติขึ้นดังนี้

1. แก๊สประกอบอนุภาคเล็กๆ เหมือนๆกันจำนวนมาก เคลื่อนที่ไปมาด้วยความเร็วแบบสุ่ม
2. กฎการเคลื่อนที่นิวตันสามารถอธิบายการเคลื่อนที่ได้ และเมื่ออนุภาคชนกับผนังจะเกิดความดัน

ความดันของแก๊ส $$P = \frac{F}{A} = \frac{\frac{2mv_x}{2L/v_x}}{A} = \frac{mv_x^2}{AL} = \frac{mv_x^2}{V}$$

เนื่องจากแก๊สกระจายแบบสุ่ม $\langle v_x^2\rangle = \langle v_y^2\rangle = \langle v_z^2\rangle$

$$\langle v^2\rangle = \langle v_x^2\rangle + \langle v_y^2\rangle + \langle v_z^2\rangle = 3\langle v_x^2\rangle$$

แทนในสมการความดันจะได้ว่า $$PV = \frac{mv^2}{3} = \frac{2}{3}\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \frac{2}{3}K.E.$$

$$K.E. = \frac{3}{2}PV = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}Nk_B T$$

จะได้ว่า พลังงานจลน์ของแก๊ส (พลังงานภายใน) เป็น $U = K.E. = \frac{3}{2}Nk_B T$

และพลังงานจลน์เฉลี่ยต่ออนุภาคเป็น $\langle U\rangle = \frac{3}{2}k_B T$

○ ทฤษฎีแบ่งพลังงานเท่า (Equipartition Theorem)

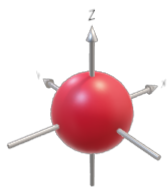
จากทฤษฎีจลน์ของแก๊สอุดมคติจะพบว่าจะได้พลังงานต่ออนุภาค 1 ตัว เป็น $\langle U \rangle = \frac{3}{2}k_B T$

เลข 3 มาจากการที่อนุภาคเคลื่อนที่อย่างอิสระในแกน X Y Z

จะได้ว่าพลังงานใน 1 แกนเป็น $\langle E_x \rangle = \langle E_y \rangle = \langle E_z \rangle = \frac{1}{2}k_B T$ นั่นคือหากสสารมี f degree of freedom

สสารจะมีพลังงานภายในเฉลี่ยต่อ 1 อนุภาคเป็น $\frac{f}{2}k_B T$

1. แก๊สอะตอมเดี่ยว (Monatomic) เช่น He, Ne, Ar

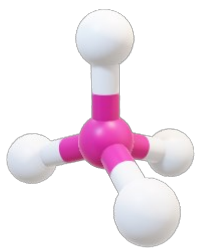


3 degree of freedom $\langle U \rangle = \frac{3}{2}k_B T$

2. แก๊สอะตอมคู่ (diatomic) เช่น H_2, O_2, N_2, CO, อากาศบนพื้นโลก (รวมถึงแก๊สที่มีโครงสร้างทางเคมีเป็นเส้นตรง เช่น CO_2)

5 degree of freedom $\langle U \rangle = \frac{5}{2}k_B T$

3. แก๊สหลายอะตอม (polyatomic) เช่น SO_2 ,CH_4 ,NH_3



6 degree of freedom $\langle U \rangle = \frac{6}{2}k_B T$

กรณีที่พันธะระหว่างอะตอมเกิดการสั่น หากเกิดจำนวน m normal modes ก็จะบวกพลังงานอีก $\frac{m}{2}k_B T$

แต่ในความเป็นจริงการที่อะตอมของแก๊สจะเกิดการสั่นได้อุณหภูมิต้องสูงมากๆ

○ Distribution of Molecular speeds

ในความเป็นจริงอนุภาคทั้งหมดไม่ได้เคลื่อนที่ไปด้วยความเร็ว v_{rms} เท่ากันทุกอนุภาค แต่ในความเป็นจริงอนุภาคเคลื่อนที่ทุกทิศทางด้วยความเร็วที่ไม่เท่ากัน เราจึงต้องการศึกษาพฤติกรรมการเคลื่อนที่ของอนุภาคแก๊สเหล่านี้ โดยใช้หลักสถิติ

ทำไมต้องใช้หลักสถิติ?

แก๊ส 1 mol มี 6.02×10^{23} อนุภาค ถ้าใช้นิวตันมาศึกษา ต้องเขียนสมการมากมายถึง 6.02×10^{23} สมการ ซึ่งนั่นเป็นการกระทำที่แย่ และช้ามาก ๆ โดยจากกลศาสตร์สถิติจะได้ว่า

อนุภาคที่มีความเร็ว $v \to \Delta v$ จะมีทั้งหมด $N(v) = N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 4\pi v^2 \Delta v$

โดย m เป็นมวลของอนุภาค 1 อนุภาค เรียกสมการนี้ว่า Maxwell – Boltzmann distribution

<u>ข้อสังเกต</u>

1. ความน่าจะเป็นที่จะเจออนุภาคที่ความเร็ว $v \to v + \Delta v$: $p(v) = \frac{N(v)}{N} = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 4\pi v^2 \Delta v$
2. ไม่มีอนุภาคที่มีความเร็ว v (เนื่องจาก $\Delta v = 0$)
3. จำนวนอนุภาคที่มีความเร็วตั้งแต่ $v_1 \to v_2$: $N(v_1 \le v \le v_2) = \sum_{v_1}^{v_2} N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 4\pi v^2 \Delta v$

$$N(v_1 \le v \le v_2) = \int_{v_1}^{v_2} N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 4\pi v^2 \, dv$$

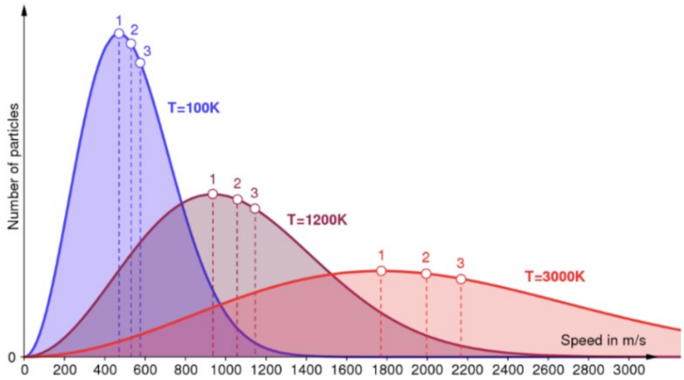
ความน่าจะเป็นที่จะพบอนุภาคที่มีความเร็ว $v_1 \to v_2$

$$p(v_1 \le v \le v_2) = \frac{N(v_1 \le v \le v_2)}{N} = \int_{v_1}^{v_2} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 4\pi v^2 \, dv$$

จาก $p(v_1 \le v \le v_2) = \dfrac{N(v_1 \le v \le v_2)}{N} = \displaystyle\int_{v_1}^{v_2} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 4\pi v^2 \, dv$

สามารถเขียนได้ว่า $p(v_1 \le v \le v_2) = \displaystyle\int_{v_1}^{v_2} f(v)\, dv$

โดย $f(v) = \left(\dfrac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 4\pi v^2$ และเรียก f(v) ว่า probability density



กราฟ f(v) (probability density) ของอัตราเร็วของแก๊สอุดมคติ ที่อุณหภูมิต่าง

<u>**คณิตศาสตร์ที่อาจได้ใช้ :**</u> **Gauss's Probability Integral and Other Definite Integrals**

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

$$I_0 = \int_0^\infty e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$$ Gauss's Probability Integral

$$I_1 = \int_0^\infty x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a} \qquad I_2 = \int_0^\infty x^2 e^{-ax^2} dx = -\frac{dI_0}{da} = \frac{1}{2a}$$

$$I_3 = \int_0^\infty x^3 e^{-ax^2} dx = -\frac{dI_1}{da} = \frac{1}{2a^2}$$

ซึ่งถ้าจำเป็นต้องใช้ในข้อสอบ อาจารย์จะให้มา

⋮

ตัวอย่างที่ 6 จงประมาณจำนวนอนุภาคของแก๊ส He 1 mol ที่ 27°C ที่มีอัตราเร็วตั้งแต่ 200 จนถึง 205 m/s

$k_B = \frac{R}{N_A} = \frac{8.314}{6.02\times10^{23}} = 1.38\times10^{-23}$

$$N(v) = N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 4\pi v^2 \Delta v$$

$= 6.02\times10^{23}\left(\dfrac{\frac{2}{6.02\times10^{23}}}{2\pi(1.38\times10^{-23} \cdot 300.15)}\right) e$

$N = 1.90\times10^{20}$

สมบัติคร่าว ๆ ของ probability density

1. $p(0 \le v \le \infty) = \int_0^\infty f(v)\,dv = 1$ หมายความว่าคว้านอนุภาคใด ๆ ขึ้นมาก็ต้องมีความเร็วระหว่าง 0 ถึง ∞ นั่นคือยังไงก็เกิดขึ้นจริง

2. $$\langle v \rangle = \frac{\sum v\,N(v)}{N} = \sum v\left(\frac{N(v)}{N}\right) = \sum v\,p(v) = \int_0^\infty v\,f(v)\,dv$$

3. $$\langle g(v) \rangle = \frac{\sum g(v)\,N(v)}{N} = \sum g(v)\left(\frac{N(v)}{N}\right) = \sum g(v)p(v) = \int_0^\infty g(v)f(v)\,dv$$

φ function ของ v

<u>ตัวอย่างที่ 7</u> จงหาความเร็วเฉลี่ยของแก๊สอุดมคติ โดยที่ $f(v)=\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\, 4\pi v^2$

$$\int_0^{\infty} v f(v)\, dv \qquad \int_0^{\infty} x^3 e^{-ax^2}\, dx = \frac{1}{2a^2}$$

$$= \int_0^{\infty} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\, 4\pi v^3\, dv$$

$$= \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot 4\pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2kT}{m}\right)^2$$

$$= \sqrt{\frac{2kT}{m}} \cdot \sqrt{\frac{4\pi^2}{\pi}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

ค่าทางสถิติต่าง ๆ ค่าเฉลี่ย $v_{avg} = \langle v \rangle = \int_0^{\infty} v f(v)\, dv$

ค่าเฉลี่ย rms $v_{rms} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\int_0^{\infty} v^2 f(v)\, dv}$

ฐานนิยม v_{mp} คือ v ที่ทำให้ f(v) เป็นจุดสูงสุดสัมบูรณ์ (มีค่ามากสุด)

จาก Maxwell – Boltzmann distribution

$$\boxed{v_{avg} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}},\ v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}},\ v_{mp} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}}$$

ตัวอย่างที่ 8 จงพิสูจน์ว่า v_{mp} ของ ideal gas $= \sqrt{\frac{2kT}{m}}$ โดย $f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 4\pi v^2$

$f'(v) =$

ตัวอย่างที่ 9 เขย่าลูกปัดในกล่องใบหนึ่งพบว่าลูกปัดแต่ละลูกมีความเร็ว 1 ,2 ,6 ,4 ,2 ,5 ,3 ,4 ,3 ,4 จงหาความเร็วเฉลี่ย ความเร็ว rms และฐานนิยม

1 4 36 16 4 25 9 16 9 16

41 61 75

86 111 170

$v_{avg} = \frac{34}{10} = 3.4$

$v = \sqrt{(v^2)_{(avg)}} = \sqrt{136}$

$= 3.69$

$v_p = 4$

<u>ตัวอย่างที่ 10</u> แก๊สประหลาดถังหนึ่งมีจำนวนอนุภาคที่มีความเร็ว v ใดๆ แปรผันกับ $ve^{-0.5v}$ จงหา f(v), v_{avg}, v_{rms}, v_{mp}

$$f(v) = kve^{-0.5v}$$

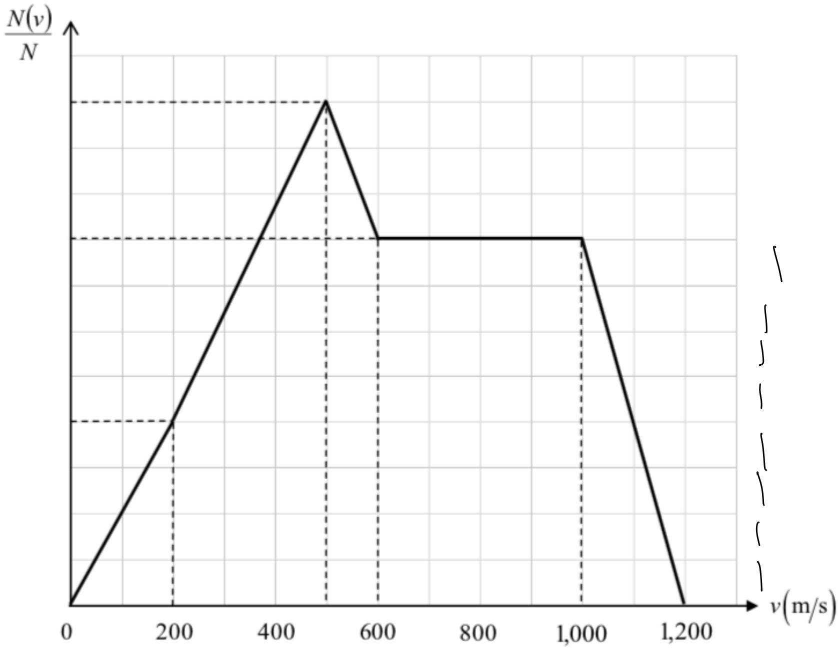
$$\int_0^{\infty} kve^{-0.5v}\,dv$$

<u>ตัวอย่างที่ 11</u> กราฟแจกแจงอัตราเร็ว โดยแกน y คือ เมื่อ N(v) คือจานวนโมเลกุลที่ความเร็ว *v* , *N* คือ จำนวนโมเลกุลทั้งหมด กำหนดให้ ความสูง 1 ช่องแนวตั้งมีค่า a (แนวข้อสอบปี 63)

a.) อัตราเร็วกำลัง 2 เฉลี่ย ที่ช่วง 600—1,200 m/s

b.) a มีค่าเท่าใด

c.) most probable velocity (v_{mp}) เป็นเท่าใด



$\frac{8a}{200}x - 48a$

a) $V_{rms}^2 = \dfrac{\int_{600}^{1200} v^2 f(v)\,dv}{\int_{600}^{1200} f(v)\,dv} = \dfrac{\int_{600}^{1000} v^2\, 8a\, dv + \int_{1000}^{1200} \frac{8a}{200}v^3 - 48av^2}{400\cdot 8a + \frac{1}{2}\cdot 200\cdot 8a}$

$= \dfrac{8a\left[\frac{v^3}{3}\right]_{600}^{1000} + \left[\frac{8a}{800}v^4 - \frac{48av^3}{3}\right]_{1000}^{1200}}{4000a}$

$= \dfrac{3\times 10^{9} a}{4000a}$

$\int_0^\infty f(v)dv = \frac{11a\cdot 500}{2} + \frac{1}{2}\cdot 19a\cdot 100$

$+ 4000a = 1$

$2750a + 950a + 4000a = 1$

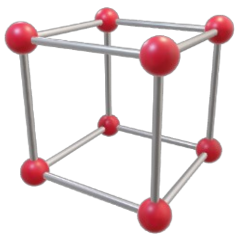
$7700a = 1$

$a = \frac{1}{7700}$

$V_{rms}^2 = 3.5\times 10^5$

$V_p = 500$ m/s

○ การขยายตัวเชิงความร้อนของของแข็ง (Thermal Expansion)



โมเลกุลในของแข็งสามารถเคลื่อนที่ได้ด้วยการสั่นรอบ ๆ จุดสมดุลของมัน โดย

การสั่นของ 1 อนุภาคมีพลังงานเฉลี่ย $E = \frac{f}{2}k_B T$

และพลังงานของการสั่น $E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$

การเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิจึงทำให้ Amplitude ของการสั่นเพิ่มขึ้นทำให้ของแข็งเกิดการขยายตัว

โดย $\Delta L = L_o\alpha\Delta T$ หรือเขียนได้ว่า $\frac{\Delta L}{L_o} = \alpha\Delta T$

อาจจะเขียนในรูปความยาวใหม่ได้ $L = L_o + \Delta L = L_o + L_o\alpha\Delta T = L_o(1+\alpha\Delta T)$

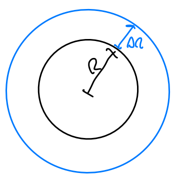
หากเป็นการขยายตัวเชิงพื้นที่ $A \approx L^2 = (L_o + \Delta L)^2 = L_o^2\,(1+2\alpha\Delta T+(\alpha\Delta T)^2) \approx A_o(1+2\alpha\Delta T)$

ได้ว่า $\Delta A = A_o\beta\Delta T$ หรือเขียนได้ว่า $\frac{\Delta A}{A_o} = \beta\Delta T$ โดยที่ $\beta = 2\alpha$

ในทำนองเดียวกันหากเป็นการขยายตัวเชิงปริมาตร $\frac{\Delta V}{V_o} = \gamma\Delta T$ โดยที่ $\gamma = 3\alpha$

<u>ตัวอย่างที่ 12</u> ถ้าโลกร้อนขึ้น 0.6 °C ระดับน้ำทะเลจะสูงขึ้นเท่าใด กำหนดให้น้ำในโลกคิดเป็น 71% ของพื้นที่ผิวโลกทั้งหมด มีปริมาตร 13,000 ล้านลูกบาศก์กิโลเมตร มีค่าคงที่การขยายตัวเชิงปริมาตรเป็น $207 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$ และกำหนดให้โลกมีรัศมีเท่ากับ 6,371 km (แนวข้อสอบปี 56)

$$\frac{\Delta V}{V} = \gamma \Delta T$$



$\Delta R \ll R$

$\Delta V = A \Delta R$

$= 0.71\, A_{\text{โลก}} \Delta R$

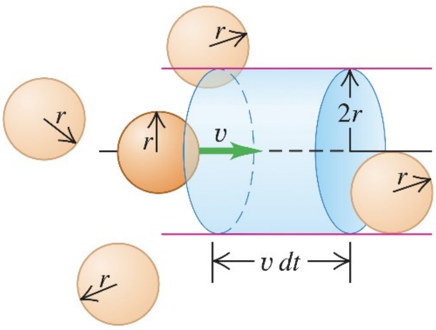
$$\frac{0.71 \cdot 4\pi (6371\times10^{3})^{2} \cdot \Delta R}{13000\times10^{9}} = 207\times10^{-6} \cdot 0.6$$

$$\Delta R = 0.46\ \mathrm{m}$$

○ Mean free path

Mean free path คือระยะทางเฉลี่ยที่โมเลกุลสามารถเคลื่อนที่ได้ก่อนที่จะชนกับโมเลกุลอื่น โดยสัญลักษณ์ λ

หากพิจารณาโมเลกุลทรงกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง d (ในที่นี้เราจะไม่มองโมเลกุลเป็นจุด) จำนวน N โมเลกุลในปริมาตร V ในการพิสูจน์เราจะมองว่ามีแค่โมเลกุลเดียวที่เคลื่อนที่ไปก่อน (โมเลกุลอื่น ๆ หยุดนิ่ง) หากสนใจตอนที่โมเลกุลชนกันทั้งสองโมเลกุลจะมีระยะห่างระหว่างศูนย์กลางเท่ากับ d



ถ้าเราวาดทรงกระบอกรัศมี d ซึ่งมีแกนขนานทิศทางความเร็วของโมเลกุล มีจุดศูนย์กลางโมเลกุลร่วมกับทรงกระบอก ในช่วงเวลา dt สั้น ๆ โมเลกุลที่เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v เคลื่อนได้ระยะ vdt ในระหว่างที่ชนโมเลกุลใด ๆ ซึ่งอยู่ในปริมาตรทรงกระบอกรัศมี d ยาว vdt ปริมาตรของทรงกระบอกนี้คือ $\pi d^2 vdt$ มี N/V โมเลกุลต่อปริมาตรหนึ่งหน่วย ดังนั้นจำนวนโมเลกุล dN ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ในทรงกระบอกคือ $dN = \pi d^2 vdt\frac{N}{V}$

ดังนั้นจำนวนการชนต่อเวลาหนึ่งหน่วย คือ $\frac{dN}{dt} = \frac{\pi d^2 vN}{V}$ แต่ต้องไม่ลืมว่าผลที่ได้นี้เราสมมติให้มีเพียงโมเลกุลเดียวที่เคลื่อนที่ หากเราพิจารณาว่าทุกโมเลกุลเคลื่อนที่ผลที่ได้จะต้องมีค่ามากกว่านี้เพราะชนกันบ่อยขึ้น ซึ่งในที่นี้เราจะละการพิสูจน์แล้วนำผลมาใช้เลย

$\frac{dN}{dt} = \frac{\sqrt{2}\pi d^2 vN}{V}$ (คิดว่าทุกโมเลกุลเคลื่อนที่) ซึ่งเราเรียกส่วนกลับของค่านี้ว่า เวลาเฉลี่ย t_{mean}

$t_{mean} = \frac{V}{\sqrt{2}\pi d^2 vN}$ ซึ่งเราหาค่า Mean free path ได้จาก $\lambda = vt_{mean}$

จะได้ $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 \left(N/V\right)}$ หากใช้สมการแก๊สอุดมคติ $PV=Nk_BT$ สุดท้ายจะได้

$PV = Nk_BT$

$$\boxed{\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 \left(N/V\right)} = \frac{k_B T}{\sqrt{2}\pi d^2 P}}$$

(ข้อสังเกต Mean free path ไม่ขึ้นกับอัตราเร็วของแก๊ส)

ตัวอย่างที่ 13 เนบิวลามืดคือกลุ่มก๊าซที่บังและดูดกลืนแสงดาวฤกษ์ที่อยู่เบื้องหลัง จึงทำให้มองเห็นเป็นบริเวณดำ เนบิวลามืดที่เป็นที่รู้จักกันดีเช่นเนบิวลามืดรูปหัวม้าในกลุ่มดาวนายพราน ในข้อนี้เราจะพิจารณาเนบิวลามืดที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 ปีแสง อุณหภูมิ 20 เคลวิน และมีไฮโดรเจนอะตอมอยู่ประมาณ 50 อะตอมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร กำหนดให้ไฮโดรเจนอะตอมมีรัศมี 50 พิโกเมตร (แนวข้อสอบปี 57)

- จงหา Mean free path ของไฮโดรเจนอะตอมภายในเนบิวลามืดนี้
- จงหา v_{rms} ของไฮโดรเจนอะตอม และระยะเวลาเฉลี่ยของไฮโดรเจนอะตอมแต่ละครั้ง
- จงหาความดันภายในเนบิวลามืดนี้
- หากพิจารณารูปร่างของเนบิวลามืดนี้เป็นทรงกลม จงหาจำนวนของไฮโดรเจนอะตอมเดี่ยวที่มีความเร็วระหว่าง 700 m/s ถึง 701 m/s

1) $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 (N/V)} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\cdot(100\cdot10^{-12})^2(50\times10^6)}$

$= 4.5\times10^{11}$

2) $v_{rms} = \sqrt{\frac{3k_BT}{m}} = \sqrt{\frac{3\cdot 8.314\cdot 20}{\frac{1}{1000}}} = 706.3$

$t_{mean} = \frac{4.5\times10^{11}}{706.3} = 6.4\times10^{8}$ sec

3) $PV = nRT$

$P = \frac{Nk_BT}{V} = \frac{50\times10^6}{6.02\times10^{23}}\times 8.314\cdot 20 = 1.38\times10^{-14}$

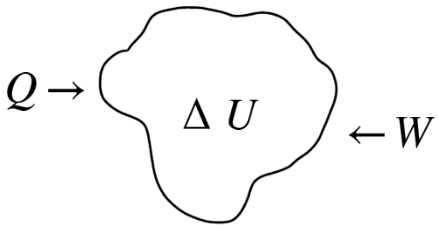
4) $\frac{50\times10^6 \text{ atom}}{1\ m^3}\cdot 3.5\times10^{51}\ m^3 = 1.77\times10^{59}$ atom

$dN = 4\pi\cdot1.77\times10^{59}\left(\frac{\frac{1}{1000\times6.02\times10^{23}}}{2\pi\,\frac{8.314}{6.02\times10^{23}}\cdot20}\right)^{\frac{3}{2}}(700^2)\,e^{-\frac{\frac{1}{1000\times6.02}\cdot700^2}{2\cdot\frac{8.314}{6.02}\times20}}$

○ กฎข้อที่ 1 ของ Thermodynamics

กฎข้อที่ 1 ของ thermodynamics เป็นกฎที่อธิบายการไหลเข้าและออกของพลังงานในระบบ

โดยจากกฎอนุรักษ์พลังงาน $Q + W = \Delta U$ (work done on gas)

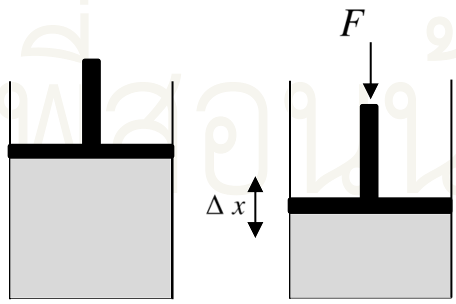


ข้อควรระวัง

ชีทนี้นิยาม W เป็นงานที่ทำจากภายนอก (work done on gas) ซึ่งตรงกับ serway และใบสูตรหลาย ๆ ปี หากไปอ่าน textbook บางเล่มเอง หรือดูคลิปพี่เคน จะนิยาม W เป็นงานที่แก๊สกระทำ (work done by gas)

<u>โปรดอ่านนิยามและทำความเข้าใจก่อนอ่านหรือเรียน</u>

○ งานที่กระทำกับแก๊ส



ก่อนออกแรง F　　หลังออกแรง F

งานที่กระทำกับแก๊ส $W = F\Delta x$

โดย $F = P_{gas} A$ ได้ว่า $W = P_{gas} A \, \Delta x$

ซึ่ง $A\Delta x$ คือปริมาตรที่แก๊สลดลงนั่นคือ $A\Delta x = -\Delta V$

ได้ว่า $W = -P_{gas} \Delta V$

ซึ่งสามารถเขียนในรูปอินทิเกรตได้ $W_{1\rightarrow 2} = -\int_{V_1}^{V_1} P \, dV$

สามารถสังเกตได้ว่า หาก $V_1 = V_2$ นั่นคือ $dV = 0 \longrightarrow dW = 0$

หาก P คงที่ตลอดเส้นทาง $V_1 \longrightarrow V_2$ จะสามารถดึง P ออกนอกอินทิเกรตได้เป็น $W = -P(V_2 - V_1) = -P\,\Delta V$

งานจะเป็น	+	เมื่อ dV เป็นลบ	นั่นคือ gas หดตัว
	-	เมื่อ dV เป็นบวก	นั่นคือ gas ขยายตัว
	0	เมื่อ dV เป็นศูนย์	นั่นคือ gas ไม่หดตัวและขยายตัว

ตัวอย่างที่ 14

แก๊สชนิดหนึ่งขยายตัวจาก 0.5m^3 ไปเป็น 1.0m^3 โดยมีความดันตามสมการ P(V) = 100(1+V^2) kPa

จงหางานภายนอก และงานที่แก๊สกระทำ

$$W = -\int_{0.5}^{1} P\,dV = -\int_{0.5}^{1} 100(1+V^2)\cdot 10^3\,dV$$

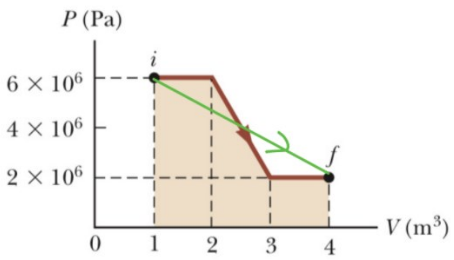
$$= -10^5\left[V+\frac{V^3}{3}\right]_{0.5}^{1} = -10^5\left(1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}-\frac{1}{24}\right)$$

$$= -\left(\frac{19}{24}\right)\times 10^5$$

$$W_{by\,sys} = -79.17\ kJ$$

$$W_{done\,sys} = 79.17$$

ตัวอย่างที่ 15 จงหางานภายนอกที่ใช้ในการขยายตัวของแก๊สจาก i ⟶ f โดยเส้นทางสีแดงและสีเขียว (serway)



(แดง) $W = 6\times10^6 + \frac{1}{2}\times 8\times10^6\times 1 + 2\times10^6$

$= 12\times10^6$

(เขียว) $W = \frac{1}{2}\times 8\times10^6\times 3 = 12\times10^6$

ตัวอย่างที่ 16 จงหางานในการขยายตัวของแก๊สจาก $1m^3$ ไป $3m^3$ โดยอาศัยเส้นทางที่ 1 และ 2 โดย

work by gas

$$P_1(v) = 400\,kPa$$

$$P_2(v) = 400 - 100\sqrt{1-(V/m^3 - 2)^2}\,kPa$$

$(x-2)^2 + y^2 = 1$

1) $W = \int_1^3 P\,dV$

$= 400 \cdot 2 = 800$

2) $W = \int_1^3 P\,dV = \int_1^3 400 - 100\sqrt{1-(v-2)^2}\,dv$

$= 100\left[(4v)\Big|_1^3 - \frac{\pi}{2}\right]$

$= 800 - \frac{100\pi}{2}$

$= 642.92$

ตัวอย่างที่ 17 จงหางานเมื่อแก๊สอุณหภูมิ T จำนวน n โมล ขยายตัวจากปริมาตร V_1 เป็น V_2 ด้วยอุณหภูมิคงที่ตลอดเวลา

$PV = nRT$

$P = \frac{nRT}{V}$

$W = -\int P\,dV$

$= -\int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V}\,dV$

$= -nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

○ พลังงานภายใน (U)

พลังงานภายในสามารถเขียนจาก equipartition theorem ได้ว่า $U = \frac{f}{2} N k_B T$

ดังนั้น $\Delta U = \frac{f}{2} N k_B \Delta T = \frac{f}{2} nR\Delta T$ โดย f เป็นจำนวน degree of freedom ของแก๊สชนิดนั้นๆ

จาก $\Delta U = \frac{f}{2} nR\Delta T$

$\longrightarrow \Delta U$ เป็น + เมื่อ ΔT เป็น + $\longrightarrow$ อุณหภูมิเพิ่มขึ้น

$\longrightarrow \Delta U$ เป็น – เมื่อΔT เป็น - $\longrightarrow$ อุณหภูมิลดลง

$\longrightarrow \Delta U$ เป็น 0 เมื่อΔT เป็น 0 $\longrightarrow$ อุณหภูมิคงที่

ข้อควรรู้ ΔU เป็น state function นั่นคือ ΔU มีค่าคงที่ไม่เกี่ยวกับเส้นทางการขยายตัวของแก๊ส (ΔU ขึ้นกับแค่ T_1 และ T_2 เท่านั้น ไม่ได้มองว่า $T_1 \longrightarrow T_2$ อย่างไร)

นอกจากนี้จาก $dU = \frac{f}{2} nRdT$ ยังสามารถเขียนได้ว่า

$$dU = \frac{f}{2} d(nRT)$$

$$dU = \frac{f}{2} d(PV)$$

$$dU = \frac{f}{2}(PdV + VdP)$$

○ ความร้อน(Q)

ความร้อนคือ $Q = \Delta U - W$ หาได้จากการนำ ΔU มาลบออกด้วย W

โดย $\Delta U = \frac{f}{2} nR(T_2 - T_1) \longrightarrow$ ขึ้นอยู่กับอุณหภูมิตอนหลัง, ตอนเริ่มเท่านั้น

$W = -\int PdV \longrightarrow$ Integrate ได้ถ้ารู้ P(V)

โดย Q $\longrightarrow$ เป็น + เมื่อความร้อนไหลเข้าสู่ระบบ

$\longrightarrow$ เป็น – เมื่อความร้อนไหลออกจากระบบ

$\longrightarrow$ เป็น 0 เมื่อไม่มีความร้อนไหลเข้าออกระบบ

ซึ่งอาจจะดูง่าย ๆ แต่เราควรที่จะต้องรู้จักความร้อนที่เจอบ่อย ๆ

เช่น ความร้อนจากกระแสไฟฟ้า $Q=(I^2R)\,t$ หรือ $Q=mc\Delta T$ ด้วย

<u>ตัวอย่างที่ 14*</u> แก๊สไนโตรเจน 20 mol ขยายตัวจาก 0.5 m^3 ไปเป็น 1 m^3 โดยมีความดันตามสมการ

$P(V) = 100(1 + V^2)$kPa จงหาความร้อนที่ไหลเข้ามาในระบบ

$W = -\int_{0.5}^{1} PdV = -79.17$

$\Delta U = \frac{5}{2}(PV - PV)$

$= \frac{5}{2}\left(10^5 \cdot 2 - 10^5 (1+\frac{1}{4}) \cdot 0.5\right)$

$= 10^5 \left(5 - \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2}\right)$

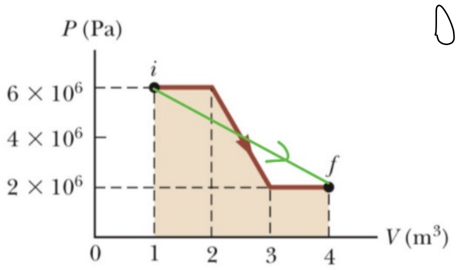
$= 10^5 \left(5 - \frac{25}{16}\right)$

$= \frac{55}{16} \cdot 10^5$

$=$

$Q = 422.92$ kJ

<u>ตัวอย่างที่ 15*</u> จงหาความร้อนภายนอกที่ไหลเข้ามาในการขยายตัวของนีออนจาก i → f โดยเส้นทางสีแดงและสีเขียว(serway)



$\Delta U = \frac{3}{2}(PV - PV)$

$= \frac{3}{2}(8\times10^6 - 6\times10^6)$

$= 3\times10^6$

$W = -\frac{1}{2}\times 8\times10^6 \times 3$

$= -12\times10^6$

$Q = 15\times10^6$

<u>ตัวอย่างที่ 16*</u> จงหาความร้อนในการขยายตัวของมีเทนจาก $1m^3$ ไป $3m^3$ อาศัยเส้นทางที่ 1 และ 2 โดย

$P_1(v) = 400\,kPa$

$P_2(v) = 400 - 100\sqrt{1 - \left(\frac{V}{m^3} - 2\right)^2}\,kPa$

$\Delta U = 3P\Delta V = 3\cdot 400\cdot(2)$

$= 2400\ kJ$

$W = -400\cdot 2 = -800$

$Q = 3200\ kJ$

○ กระบวนการทาง Thermodynamics

การบีบอัด, ขยายของแก๊สก็มี pattern ที่พบเจอในชีวิตประจำวันอยู่บ่อยๆ ส่วนใหญ่จึงมีกระบวนการที่ต้องจำหลัก ๆ อยู่ 5 แบบ

⟶ 1) isothermal

⟶ 2) isochloric, isovolumetric

⟶ 3) isobaric

⟶ 4) adiabatic

⟶ 5) cyclic process

Isothermal ⟶ กระบวนการที่อุณหภูมิคงที่ ⟶ นั่นคือ PV = nRT = const.

$$\Delta U = \frac{f}{2} nR\Delta T = 0$$ เนื่องจากอุณหภูมิคงที่

$$W = -\int_{V_i}^{V_f} PdV = -\int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV = -nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

$$Q = \Delta U - W = 0 - \left(-nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)\right) = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

Isochloric ⟶ กระบวนการที่ปริมาตรคงที่ ⟶ $V_i = V_f$, dV=0

$$\Delta U = \frac{f}{2} nR\Delta T \qquad \Delta W = -\int PdV = 0 \qquad Q = \Delta U - W = \frac{f}{2} nR\Delta T$$

สามารถเขียน Q ในรูปความจุความร้อนจำเพาะต่อโมล เมื่อปริมาตรคงที่ได้

โดยจาก $c_V = \frac{1}{n}\frac{Q}{\Delta T}$ ได้ว่า $c_V = \frac{f}{2} R$

Isobaric ⟶ กระบวนการที่ความดันคงที่ ⟶ $P_i = P_f$, $dP=0$

$$\Delta U = \frac{f}{2} nR\Delta T = \frac{f}{2}\Delta(PV) = \frac{f}{2}(V\Delta P + P\Delta V) = \frac{f}{2} P\Delta V$$

$$W = -\int_{V_i}^{V_f} PdV = -P\int_{V_i}^{V_f} dV = -P\Delta V$$

$$Q = \Delta U - W = \left(\frac{f}{2}+1\right)(P\Delta V) = \left(\frac{f}{2}+1\right)nR\Delta T$$

สามารถเขียน Q ในรูปความจุความร้อนจำเพาะต่อโมล เมื่อความดันคงที่ได้

โดยจาก $c_p = \frac{1}{n}\frac{Q}{\Delta T}$ ได้ว่า $c_p = \left(\frac{f}{2}+1\right)R = c_V + R$

Adiabatic ⟶ กระบวนการที่ความร้อนเป็น 0 ⟶ Q=0

$$dU = \frac{f}{2} nRdT = \frac{f}{2} d(PV) = \frac{f}{2}(PdV + VdP) \qquad W = -\int PdV \rightarrow dW = -PdV$$

จาก $Q = \Delta U - W \rightarrow$ ได้ว่า $\Delta U = W$

$$\frac{f}{2}(PdV + VdP) = -PdV \quad \text{จะได้ว่า} \quad \left(\frac{f}{2}+1\right)PdV + \frac{f}{2}VdP = 0$$

÷PV ทิ้ง $\left(\frac{f}{2}+1\right)\frac{1}{V}dV + \frac{f}{2}\frac{1}{P}dP = 0$

integrate $(\frac{f}{2}+1)\ln(V) + \frac{f}{2}\ln(P) = K_1$ ได้ว่า $\ln(V^{\frac{f}{2}+1}) + \ln(P^{\frac{f}{2}}) = K_1$

จากสมบัติ logarithm $\ln(P^{\frac{f}{2}}V^{\frac{f}{2}+1}) = K_1$ นั่นคือ $P^{\frac{f}{2}}V^{\frac{f}{2}+1} = e^{K_1} = K_2$

$$PV^{\left(\frac{f/2+1}{f/2}\right)} = \text{const.}$$

จาก $c_P = \left(\frac{f}{2}+1\right)R$ และ $c_V = \frac{f}{2}R$ จะได้ว่า $PV^{\frac{c_P}{c_V}} = const$

เราจึงนิยามให้ $\frac{c_P}{c_V} = \gamma = \frac{f+2}{f}$ เป็นค่าคงที่อะเดียบาติก

สรุป

	ΔU	ΔW	Q	สมการกับการขยายตัว	Keyword!
Isothermal	0	$-nRT\ln(\frac{V_f}{V_i})$	$nRT\ln(\frac{V_f}{V_i})$	$PV = const$ $P = \frac{nRT}{V}$	อุณหภูมิคงที่, ภาชนะตัวนำ
Isochloric	$\frac{f}{2}nR\Delta T$	0	$nc_v\Delta T$, $c_v = \frac{f}{2}R$	dV=0	ปริมาตรคงที่, กล่องแข็งมาก
Isobaric	$\frac{f}{2}nR\Delta T$, $\frac{f}{2}P\Delta V$	$-P\Delta V$	$nc_P\Delta T$, $c_P = (\frac{f}{2}+1)R$	dP=0	ความดันคงที่, ภาชนะยืดหยุ่น
Adiabatic	$\frac{f}{2}nR\Delta T$	$\frac{f}{2}nR\Delta T$	0	$PV^{\gamma} = const$ โดย $\gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{f+2}{f}$	ไม่มีความร้อนไหลเขาออก,ฉนวน, กระบวนการเกิดอย่างรวดเร็ว

คิดไม่ออกใช้ 2 ตัวนี้ยังไงก็ถูก PV=nRT, Q=ΔU-W

โดยที่ $U = \frac{f}{2}Nk_BT$ นั่นคือ $dU = \frac{f}{2}nRdT = \frac{f}{2}d(PdV + VdP)$ และ $W_{1\to 2} = -\int_{V_1}^{V_1} PdV$

<u>ตัวอย่างที่ 18</u> แก๊สไนโตรเจนอยู่ในกระบอกสูบมีอุณหภูมิ 298 K มวล 4.20 g ปริมาตร 820 cm^3 ขยายตัวโดยมีอุณหภูมิคงที่จนปริมาตรเพิ่มขึ้นเป็น 3690 cm^3 จงเปรียบเทียบงานและความร้อนที่เข้าสู่แก๊ส (สอวน. อุณหพลศาสตร์)

$Q = -W$

$W = -nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$

$= -\frac{0.3}{2} \cdot 8.314 \cdot 298 \ln \frac{3690}{820}$

$= -\frac{1117.94}{2} = -558.97$

$Q = \frac{1117.94}{2} = 558.97$

<u>ตัวอย่างที่ 19</u> แก๊สฮีเลียมตอนแรกมีความดัน 120 atm ปริมาตร 0.48 L อุณหภูมิ 20 °C ได้รับความร้อนจนอุณหภูมิสูงขึ้นเป็น 295 °C โดย (ก) มีปริมาตรคงที่ (ข) มีความดันคงที่

จงแสดงการเปลี่ยนแปลงของสภาวะของแก๊สฮีเลียมในกราฟ P-V และคำนวณความร้อนที่เข้าสู่แก๊สในแต่ละกรณี (สอวน. อุณหพลศาสตร์)

$2.4 \cdot \frac{3}{2} R \cdot 275$

ก)

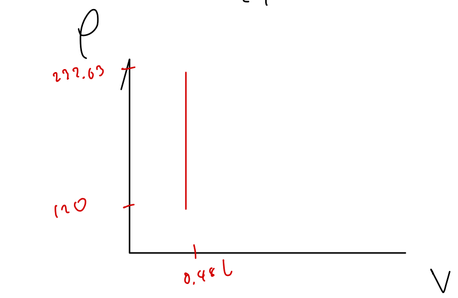
$\frac{P}{T} = \frac{P}{T}$

$\frac{120}{293} = \frac{P}{568}$

$\Delta U = Q$

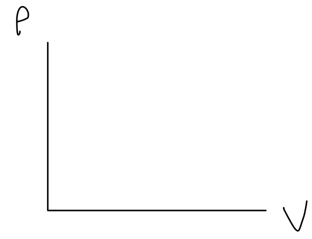
$Q = \frac{3}{2} PV = \frac{3}{2} (232.63 - 120) \times 0.48 \times 10^{-3}$

$= 8213$ J



$n = \frac{PV}{RT} = \frac{120 \times 101325 \times 0.48}{0.082 \times 293} = 2.4$

ข)



$Q = n C_p \Delta T$

$= 2.4 \cdot \frac{5}{2} R \cdot 275$

$= 13718$ J

<u>ตัวอย่างที่ 20</u> อัดอากาศในกระบอกสูบฉนวนซึ่งเริ่มมี ความดัน 1 atm พอดีมีอุณหภูมิ 30 °C ปริมาตร 480 cm^3 จนเหลือปริมาตร 240 cm^3 จงหาความดันและอุณหภูมิสุดท้ายของอากาศและงานที่ทำต่ออากาศในกระบอกสูบนี้ (สอวน. อุณหพลศาสตร์)

$\Delta U = W$

adiabatic

$P = 101325$ Pa

$PV^{\gamma} = PV^{\gamma}$

$1 \cdot 480^{\frac{7}{5}} = P\,240^{\frac{7}{5}}$

$P = 2.64$

$TV^{\gamma-1} = TV^{\gamma-1}$

$303 \cdot 480^{\frac{2}{5}} = T \cdot 240^{\frac{2}{5}}$

$T = 400$ K

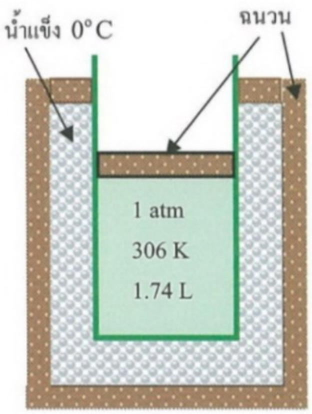
$\Delta U = \frac{5}{2}\left(101325 \cdot \frac{480}{10^6} - 2.64 \cdot 101325 \cdot \frac{240}{10^6}\right)$

$\Delta U = 38.9$ J $= W$

<u>ตัวอย่างที่ 21</u> อากาศอยู่ในกระบอกสูบซึ่งเป็นตัวนำความร้อนและลูกสูบเป็นฉนวนความร้อนซึ่งเคลื่อนที่ได้คล่องเติมอากาศมีปริมาตร 1.74×10^{-3} m^3 มีอุณหภูมิ 33 °C มีความดัน 101 kPa เท่ากับความดันบรรยากาศภายนอกซึ่งคงที่ บรรจุลูกสูบลงในน้ำแข็ง (เยอะมาก) 0 °C ซึ่งล้อมรอบด้วยฉนวน (สอวน. อุณหพลศาสตร์)

ถ้าทิ้งระบบนี้ไว้นานๆ น้ำแข็งจะละลายเนื่องจากพลังงานความร้อนจากอากาศนี้กี่กรัม

กำหนดให้ความร้อนของการหลอมละลาย(heat of melting) ของน้ำแข็งเป็น L=333 J/g



$PV = nRT$

$n = \frac{PV}{RT}$

$= \frac{101 \times 10^3 \cdot 1.74 \times 10^{-3}}{8.314 \times 306}$

$\Delta U = Q + W$

$Q = nC_p\Delta T$

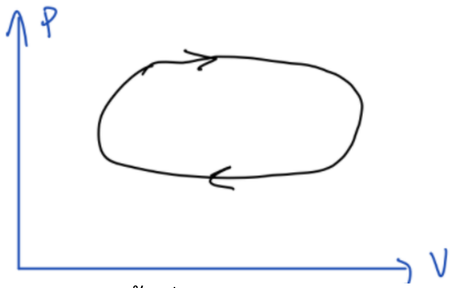
$= 0.07 \cdot \frac{7}{2}R \cdot 33$

$= 67.22$ J

$67.22 = mL$

$\frac{67.22}{333} = 0.2$ g

○ กระบวนการวัฏจักร(Cycling process)



กรณีถ้ากระบวนการสามารถกลับมาจุดเดิมจะเรียกว่า

เป็นกระบวนการแบบวัฏจักร โดย

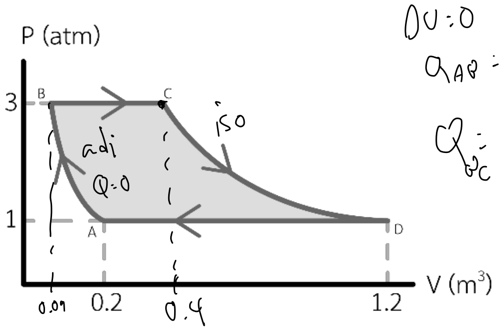
$\Delta U = 0$ (เพราะกลับมาจุดเดิม T เท่าเดิม)

และ W คือพื้นที่ภายในวัฏจักร โดย หากเป็นการวนตามเข็ม W จะเป็น –

หากเป็นการวนทวนเข็ม W จะเป็น +

กระบวนการแบบวัฏจักรจะใช้ในเครื่องยนต์ต่าง ๆ (เพราะวนกลับ loop เดิมไปเรื่อย ๆ)

<u>ตัวอย่างที่ 22</u> กระบวนการดังรูปเป็นกระบวนการแบบวัฏจักรของแก๊สอะตอมคู่ชนิดหนึ่ง โดยกระบวนการ AB เป็นกระบวนการ adiabatic และกระบวนการ CD เป็นกระบวนการ isothermal จงหางานที่แก๊สกระทำต่อ 1 cycle



$\Delta U = 0 \quad Q = -W \quad CD \quad PV = PV$

$Q_{AB} = 0$

$Q_{BC} = \frac{7}{2} P\Delta V$

$= \frac{7}{2} \cdot 3 \cdot (0.5) \cdot 101325$

$= 729.81 \text{ kJ}$

$3V = 1 \cdot 1.2$

$V = \frac{1.2}{3} = 0.4$

$Q_{CD} = PV \ln \frac{V_f}{V_i}$

$= 1.2 \ln 3$

$= 133.75 \text{ kJ}$

$PV^{\gamma} = PV^{\gamma}$

$PV^{\frac{7}{5}} = PV^{\frac{7}{5}}$

$3V^{\frac{7}{5}} = 1 \cdot 0.2^{\frac{7}{5}}$

$V = 0.091$

$Q_{DA} = \frac{7}{2} \cdot P \cdot \Delta V$

$= \frac{7}{2} \cdot (101325 \ldots)$

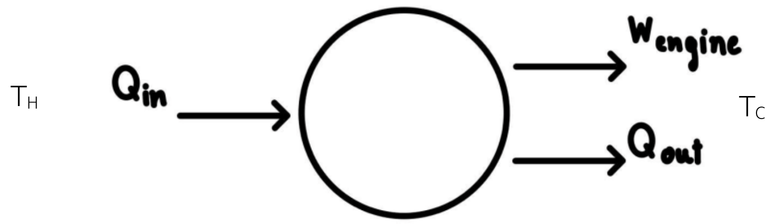
$= -354.64 \text{ kJ}$

$Q_{รวม} = 108.92$

$W_{รวม} = -108.92$

เนื่องจากกระบวนการแบบวัฏจักรส่วนใหญ่ใช้กับพวกเครื่องยนต์ ดังนั้นจึงต้องนิยามประสิทธิภาพขึ้นมาเพื่ออธิบายความสามารถของเครื่องยนต์ จากกระบวนการวัฏจักร $\Delta U = 0 \rightarrow Q = -W$

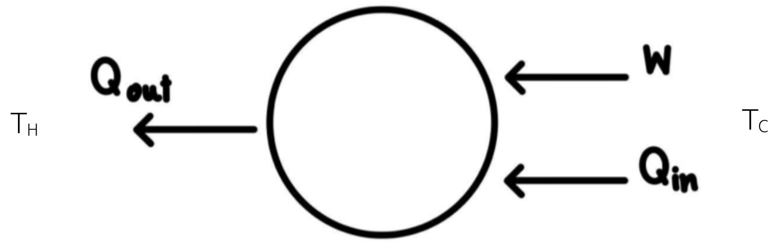
หาก Q เป็นบวก (W เป็นลบ) คือการใส่ความร้อนเข้าไปในระบบเครื่องยนต์ เพื่อให้เครื่องยนต์ทำงานออกมา (แก๊สทำงาน,งานเป็นลบ)



ได้ว่า $\eta = \dfrac{|W|}{Q_{in}}$

เห็นได้ว่า η ของเครื่องยนต์เป็นค่าบวกซึ่ง < 1 เสมอ

หาก Q เป็นลบ (W เป็นบวก) คือการใส่งานเข้าไปในระบบตู้เย็น (W เป็น + , work done on gas) เพื่อให้ตู้เย็นคลายความร้อนออกมา

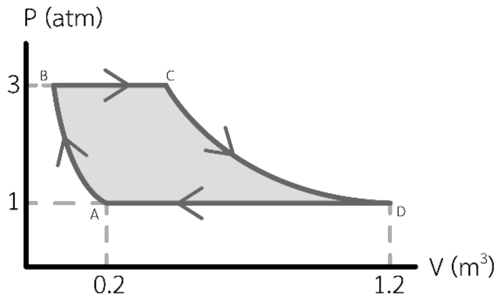


ได้ว่า $\mu = \dfrac{Q_{in}}{|W|}$

เห็นได้ว่า μ ของตู้เย็น > 1 ได้ **อย่าตกใจ**

การหาประสิทธิภาพ $\rightarrow$ หาส่วนที่กระบวนการเป็น Q_{in} และหา Work รวม

<u>ตัวอย่างที่ 22*</u> กระบวนการดังรูปเป็นกระบวนการแบบวัฏจักรของแก๊สอะตอมคู่ชนิดหนึ่ง โดยกระบวนการ AB เป็นกระบวนการ adiabatic และกระบวนการ CD เป็นกระบวนการ isothermal จงหาประสิทธิภาพของเครื่องยนต์นี้



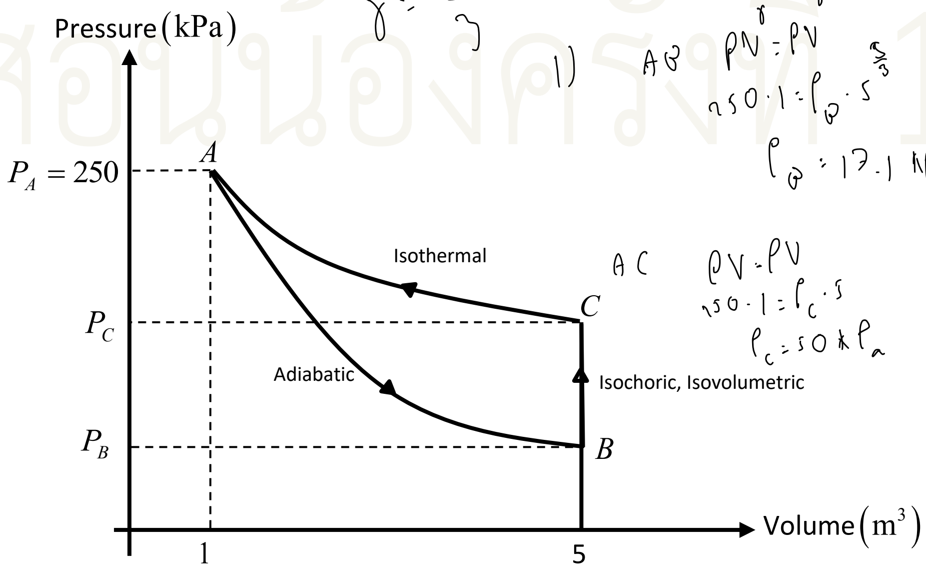
$$\frac{W}{Q_{in}} = \frac{108.92}{463.56} = 0.23$$

<u>ตัวอย่างที่ 23</u> แก๊สในอุดมคติที่มี $\gamma = 5/3$ มีการเปลี่ยนแปลงสถานะตามกระบวนการวงปิด (cyclic process) ที่สามารถแสดงบนแผนภาพ $P-V$ ได้ดังภาพ โดยระบบเริ่มต้นสถานะที่ A ซึ่งมีค่าลำดับของปริมาตรและความดันเป็น $(1\text{m}^3, 250\text{kPa})$ จากนั้นระบบจึงวิวัฒน์ไปยังสถานะ B ด้วยกระบวนการที่ไม่มีการถ่ายเทความร้อน (Adiabatic), จากนั้นไปยังสถานะ C ด้วยกระบวนการปริมาตรคงที่ (Isochoric, Isovolumetric) แล้วย้อนกลับมาที่สถานะ A ด้วยกระบวนการอุณหภูมิคงที่ (Isothermal) ในที่สุด

จงตอบคำถามต่อไปนี้โดยแทนค่าตัวเลขที่โจทย์กำหนดให้เท่านั้น (ตอบเป็นทศนิยม1ตำแหน่ง) (แนวข้อสอบปี 63)

1. จงหาความดัน P_B และ P_C
2. จงหางานในแต่ละเส้นทาง W_{AB}, W_{BC}, W_{CA}
3. จากกระบวนการวงปิดนี้จงหา (i) งานสุทธิ, (ii) การเปลี่ยนแปลงพลังงานภายใน ΔE_{int} สุทธิ, และ (iii) พลังงานความร้อน Q สุทธิ
4. เครื่องจักรใดที่เหมาะสมกับกระบวนการวงปิดที่แสดงตามภาพในข้อนี้ ระหว่าง (i) เครื่องจักรความร้อน หรือ (ii) ตู้เย็น เพราะเหตุใด

$\gamma = \frac{5}{3}$



1) AB $PV^\gamma = PV^\gamma$

$250 \cdot 1 = P_B \cdot 5^{5/3}$

$P_B = 17.1$ kPa

AC $PV = PV$

$250 \cdot 1 = P_C \cdot 5$

$P_C = 50$ kPa

2) $W_{AC} = -PV \ln \frac{V_f}{V_i}$

$= -250 \ln \frac{1}{5} = 402.4$ kJ

$W_{BC} = 0$

$Q_{AB} = 0$

$\Delta U = W_{BC} = \frac{3}{2}(PV - PV)$

$= \frac{3}{2}(-250\times10^3 + 85.5\times10^3)$

$= -246$ kJ

3) i) $W = 156.4$ kJ

$\Delta E = 0$

$Q = -156.4$ kJ

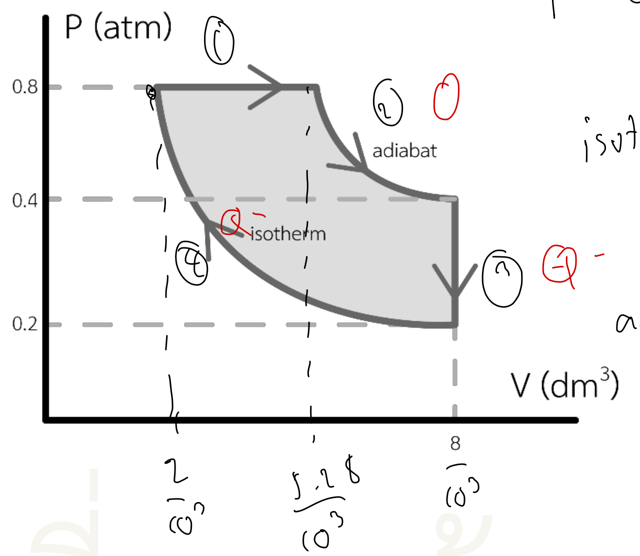
4) ตู้เย็น

เว้นไว้ให้ทำตัวอย่างที่ 23

ตัวอย่างที่ 24 จาก P-V diagram ของแก๊สอะตอมเดี่ยว 0.06 โมล ดังรูป

จงหา (a) ประสิทธิภาพของเครื่องยนต์ (b) ความต่างของอุณหภูมิที่กระบวนการ isobar

(แนวข้อสอบปลายภาค)



$\eta = \frac{W}{Q_{in}}$

① $W = -0.8\times101325 \times \frac{3.28}{10^3} = -265.9\ J$

isoter $PV = PV$

$0.8V = 1.6$

$V = 2$

adia $PV^{\gamma} = PV^{\gamma}$

$0.8\,V^{5/3} = 0.4\cdot 8^{5/3}$

$V^{5/3} = \frac{12.8}{0.8}$

$V = 5.28$

② $W = \frac{3}{2}(7744.14 - 428)$

$= -155.64\ J$

③ $W = 0$

④ $W = PV\ln\frac{V_f}{V_i}$

$= -162.12\ln\frac{1}{4}$

$= 224.75\ J$

$Q = nC_p\Delta T = nRT\ln\frac{V_f}{V_i}$

$= n\cdot\frac{5}{2}R\Delta T \qquad P\Delta V = nR\Delta T$

$= \frac{5}{2}P\Delta V = \frac{5}{2}\cdot 0.8\cdot101325\cdot\frac{3.28}{1000}$

$= 664.692$

$W = -196.84$

$\eta = \frac{196.84}{664.692} = 0.30$

$P\Delta V = nR\Delta T$

$0.8\cdot3.28 = 0.06\cdot0.082\cdot\Delta T$

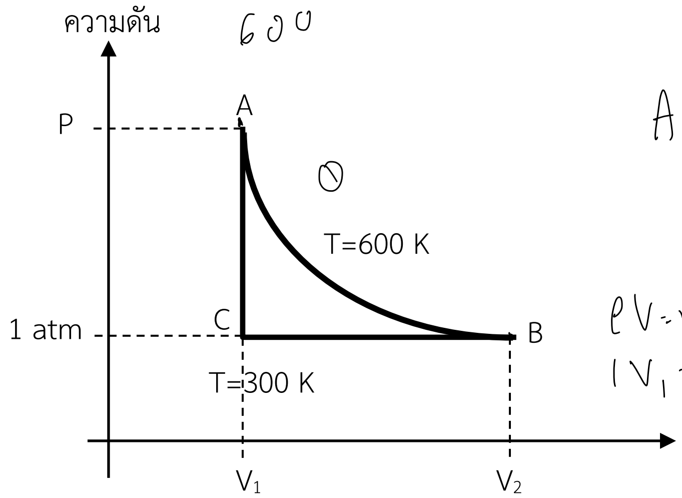
$\Delta T = 533.3$

ตัวอย่างที่ 25 จากกราฟ จงเติมคำตอบลงในตาราง (แนวข้อสอบปี 56)

$\frac{P}{T} = \frac{P}{T_P}$

$\frac{1}{300} = \frac{}{600}$

กำหนดให้แก๊สมีปริมาณ 1 โมล และ $C_V = \frac{3}{2}R$



A→B $PV_1 = V_2$

$2V_1 = V_2$

$PV = nRT$

$1V_1 = 1 \cdot 0.082 \cdot 300$

$V_1 = 24.6$

$V_2 = 49.2$

$Q = nC_V \Delta T$

$= 1 \cdot \frac{3}{2}R \cdot 300$

ปริมาณ	คำตอบ	หน่วย
P	2	atm
V_1	24.6	L
V_2	49.2	L
W จาก C ไป A	0	J
ΔU จาก C ไป A	3741.3	J
Q จาก C ไป A	3741.3	J
W จาก A ไป B	-3457.7	J
ΔU จาก A ไป B	0	J
Q จาก A ไป B	3457.7	J
W จาก B ไป C	2492.6	J
ΔU จาก B ไป C	-3738.9	J
Q จาก B ไป C	-6231.5	J
ΣU	0	J
ΣW	-965.1	J
Q in	7199	J
Q out	-6231.5	J
η	0.134	-

$W = -1 \cdot 8.314 \cdot 300 \ln 2$

$101325 \cdot 24.6$

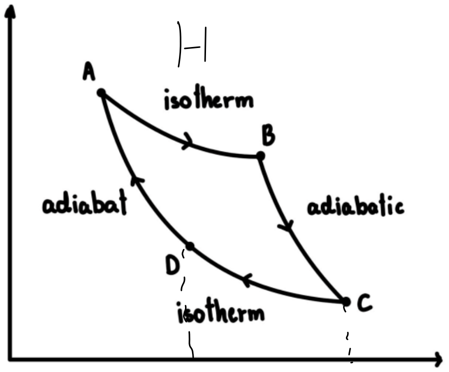
$\frac{3}{2}(PV - PV)$

$\frac{3}{2} \times 101325 \cdot \frac{24.6}{1000}$

เว้นไว้ให้ทำตัวอย่างที่ 25

○ เครื่องยนต์คาร์โนต์ และตู้เย็นคาร์โนต์

เครื่องยนต์คาร์โนต์ เป็นเครื่องยนต์ในอุดมคติที่มีค่าประสิทธิภาพสูงที่สุด (ไม่มีเครื่องยนต์ใดที่จะมีประสิทธิภาพสูงกว่าเครื่องยนต์คาร์โนต์ได้)



โดยกระบวนการ A⟶B เป็นกระบวนการ isothermal ที่อุณหภูมิ T_h

โดยกระบวนการ B⟶C เป็นกระบวนการ adiabatic

โดยกระบวนการ C⟶D เป็นกระบวนการ isothermal ที่อุณหภูมิ T_c

โดยกระบวนการ D⟶A เป็นกระบวนการ adiabatic

$$\eta = \frac{|W|}{Q} = \frac{T_h - T_c}{T_h} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

ในทำนองเดียวกัน หากเป็นตู้เย็นคาร์โนต์ก็จะมี efficiency สูงสุดโดย $\mu = \frac{Q_{in}}{|W|} = \frac{T_c}{T_h - T_c}$

<u>ตัวอย่างที่ 26</u> จงพิสูจน์ว่าเครื่องยนต์คาร์โนต์มี $\eta = 1 - \frac{T_c}{T_h}$

$$Q_{AB} = nRT_{AB} \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) \qquad Q_{BC} = 0$$

$$Q_{out} \to Q_{CD} = nRT_{CD} \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) \qquad Q_{DA} = 0$$

$$\Delta U = 0$$

$$Q = -W$$

$$W = -nRT_{AB} \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) - nRT_{CD} \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)$$

$$PV^{\gamma} = PV^{\gamma}$$

$$T_H V_A^{\gamma-1} = T_H V_D^{\gamma-1}$$

$$T_H V_B^{\gamma-1} = T_H V_C^{\gamma-1}$$

$$\ln\left(\frac{T_H}{T_H}\right) \cdot \ln\frac{V_A}{V_B} = \ln\frac{P_D}{P_C} \cdot \ln\frac{V_D}{V_C}$$

$$-\frac{\ln\left(\frac{T_H}{T_H}\right)}{\ln\frac{T_C}{T_C}} = \frac{\ln\frac{V_B}{V_C}}{\ln\frac{V_B}{V_A}}$$

$$\eta = \frac{nRT_H \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) + nRT_C \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)}{nRT_H \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)} = 1 + \frac{T_C \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)}{T_H \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)} = 1 - \frac{T_C}{T_H} \#$$

ตัวอย่างที่ 27 เครื่องยนต์ชนิดหนึ่งทำงานระหว่างอุณหภูมิ 500 °C กับ 2000 °C จงหาว่าตามทฤษฎีแล้วเครื่องยนต์นี้จะมีประสิทธิภาพสูงสุดเท่าไร และหากเครื่องยนต์นี้ในความเป็นจริงมีประสิทธิภาพเพียง 30% ของประสิทธิภาพสูงสุดแล้ว จงหาว่าหากเผาเชื้อเพลิง 1 MJ แล้วจะได้งานมาเท่าไร

$\eta = 66\%$

$0.3 \cdot 0.66 = \frac{w}{10^6}$

$w = 198000$

ตัวอย่างที่ 28 ขณะใช้งานภายในตู้เย็นมีอุณหภูมิ -2 องศาเซลเซียส ขณะที่อุณหภูมิห้องเท่ากับ 32 องศาเซลเซียส พบว่าในแต่ละวันมีพลังงานความร้อนรั่วเข้าไปในตู้เย็น 4.2×10^6 จูล ตู้เย็นนี้จะต้องทำงานดึงพลังงานความร้อนจำนวนนี้ออกต่อวันถ้าตู้เย็นนี้มีประสิทธิภาพเพียง $\frac{1}{8}$ ของตู้เย็นคาร์โนต์จงหาว่าจะต้องเสียค่าไฟฟ้าต่อวันเท่าใดสำหรับตู้เย็นนี้ถ้าราคาไฟฟ้าเท่ากับ 3 บาทต่อกิโลวัตต์ชั่วโมง (สอวน.อุณหพลศาสตร์)

$\eta = \frac{T_C}{T_H - T_C} = \frac{271}{34} = 7.97$

$\eta_{ru} = 0.99 = \frac{4.2\times10^6}{w} \quad 72$

$W = 4184\ kJ/day$

$\frac{4184\ kJ}{60\times60\times24} = kW$

$kW \cdot 24 \cdot 3 = 3.5$

กฎข้อที่ 2 ของ Thermodynamics $\Delta S_{universe} \geq 0$ เสมอ

Entropy (S) คือความยุ่งเหยิงของระบบ กฎข้อที่2 ของ Thermodynamics กล่าวว่า จักรวาลจะวิวัฒน์ไปในทางที่ทำให้ $\Delta S_{universe} \geq 0$ เสมอ

หากเราปาแก้วลงพื้นดังเพล้ง แล้วต้องการให้แก้วกลับมาอยู่ในรูปเดิม เก็บพลังงานเสียง,ความร้อน,จลน์ และทุก ๆ อย่างมารวมกัน เราก็ไม่สามารถประกอบกลับมาเป็นแก้วเดิมได้

เหตุผลเพราะ การประกอบแก้วกลับจะเป็นการลด entropy จักรวาล (แก้วไม่แตกมีความยุ่งเหยิงน้อยกว่าแก้วแตกกระจัดกระจาย)

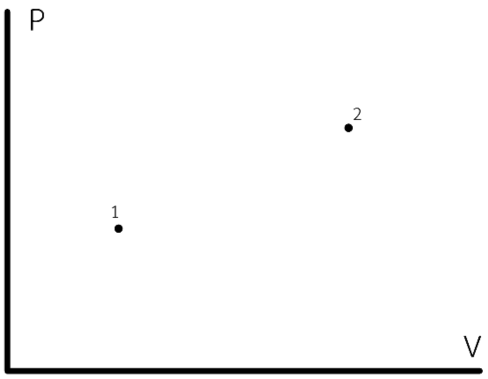
<u>กระบวนการต่างๆ จำเป็นต้องประพฤติตามกฎอนุรักษ์พลังงานและวิ่งไปในทิศทางของกฎข้อที่ 2 ด้วย</u>

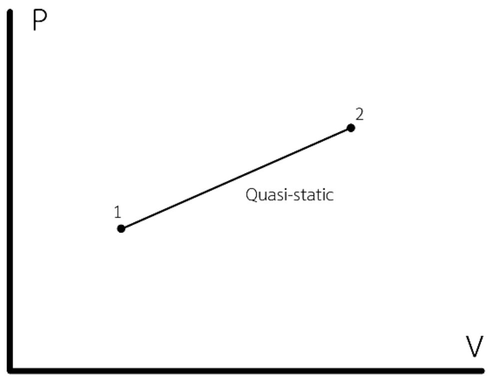
โดย $dS = \frac{\delta Q}{T}$

จะได้ว่า dS เป็น + เมื่อ δQ เป็น + นั่นคือ ความร้อนไหลเข้าสู่ระบบ

เป็น – เมื่อ δQ เป็น – นั่นคือ ความร้อนไหลออกจากระบบ

<u>ควรรู้</u> Entropy เป็น state function ดังนั้นกระบวนการใด ๆ ที่ไม่สามารถเขียนบนกราฟ P-V ได้ (ไม่ quasi-static) สามารถหาได้จากการนำ ΔS Quasi-static ที่มีจุดเริ่มต้นและสิ้นสุดที่จุดเดียวกันกับระบบ





ตัวอย่างที่ 29 จงพิสูจน์ว่าการเปลี่ยนแปลง entropy จากระบบที่มี (P_1, V_1, T_1) ไปยัง ระบบที่มี (P_2, V_2, T_2) มีค่าเท่ากับ $\Delta S = \frac{f}{2} nR\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + nR\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

$$dU = dQ + dW$$
$$dQ = dU - dW = nC_v' dT + PdV$$
$$\frac{dQ}{T} = \frac{nC_v' dT}{T} + \frac{nRTdV}{VT}$$
$$\Delta S = \int_i^f \frac{dQ}{T} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{nC_v' dT}{T} + \int_{V_i}^{V_f} \frac{nR\,dV}{V}$$
$$= nC_v' \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nR\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$
$$= \frac{fn}{2} R\ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nR\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

ตัวอย่างที่ 30 ในกระบอกสูบบรรจุแก๊สอุดมคติ มีความดัน P_1 ปริมาตร V_1 อุณหภูมิ T_1 หากระบบนี้เปลี่ยนแปลงตามกระบวนการ Isothermal ทำให้ปริมาตรขยายเป็น $3V_1$ อุณหภูมิ T_1 จงหาการเปลี่ยนแปลงเอนโทรปี ΔS ของระบบ (กำหนดให้แก๊สมีโมลสาร 1 mol คงที่) (แนวข้อสอบปี 63)

$$Q = nRT\ln 3$$

$$\Delta S = \frac{nRT_i \ln 3}{T_i} = 1 \cdot 8.314 \cdot \ln 3$$
$$= 9.13$$

<u>ตัวอย่างที่ 31</u> วางน้ำ 200g อุณหภูมิ $100^\circ C$ ไว้ในห้องอุณหภูมิห้อง $27^\circ C$ จงหา ΔS ของน้ำ

$$\Delta S_{\text{น้ำ}} = \int \frac{dQ}{T} = \int_{373}^{300} \frac{mc\,dT}{T} = mc \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$= 0.2 \cdot 4190 \cdot \ln\left(\frac{300}{373}\right)$$

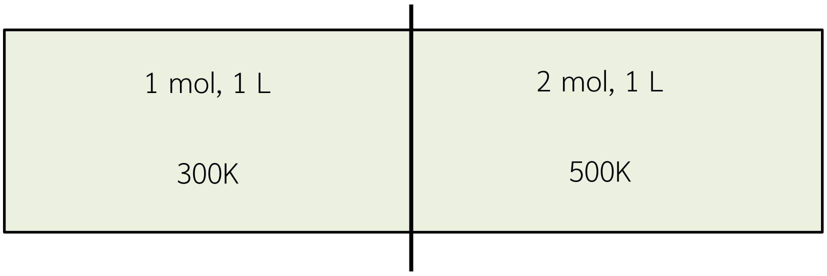
$$= -182.51 \ J/K$$

$$\Delta S_{sur} = \frac{-mc\Delta T}{T} = \frac{-0.2 \cdot 4190(-73)}{300} = 203.91 \ J/K$$

$$\Delta S_{uni} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} = 203.91 - 182.51$$

$$= 21.40 \ J/K$$

ตัวอย่างที่ 32 (แนวข้อสอบปี 61) แก๊สอะตอมคู่เดียวกันถูกบรรจุไว้ในภาชนะฉนวน โดยมีแผ่นกั้นฉนวนที่สามารถเคลื่อนที่ได้คล่อง กั้นไว้ตรงกลางดังรูป จงหา (a) อุณหภูมิผสม (b) ΔS



a) free expansion $Q=0,\ w=0,\ \Delta U=0$

ก่อน $\Delta U = \frac{5}{2}nRT + \frac{5}{2}nRT$

$= \frac{5}{2}\cdot 1\cdot 8.314\cdot 300 + \frac{5}{2}\cdot 2\cdot 8.314\cdot 500$

$= 27\ kJ$

หลัง $\Delta U = \frac{5}{2}PV + \frac{5}{2}PV$

$P_ซ = P_ข$

$= \frac{5}{2}P(V_ซ + V_ข)$

$27\times10^3 = \frac{5}{2}\cdot P\cdot(2\times10^{-3})$

$P = 5400\ kPa$

$PV = nRT$

$\underbrace{5400\times10^3}_{Pa} \times \underbrace{2\times10^{-3}}_{m^3} = 3\cdot 8.314\cdot T$

$T = 433\ K$

b) $V_ซ = \frac{nRT}{P}$

$V = \frac{1\cdot 8.314\cdot 433}{5.4\times10^6}$

$V = 0.667\ L$

$V = \frac{2\cdot 8.314\cdot 433}{5.4\times10^6}$

$V = 1.33\ L$

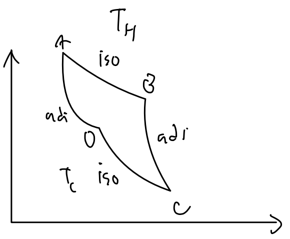
7.643　-3.36688

$\Delta S_ซ = nC_v'\ln\frac{T_f}{T_i} + nR\ln\frac{V_f}{V_i} =$

-5.944　4.36259

$\Delta S_ข = nC_v'\ln\frac{T_f}{T_i} + nR\ln\frac{V_f}{V_i}$

<u>ตัวอย่างที่ 33</u> จงพิสูจน์ว่า $\dfrac{|Q_h|}{T_h} = \dfrac{|Q_c|}{T_c}$ ของ Carnot's engine



$$Q_{AB} = nRT_H \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) \qquad \frac{Q_H}{T_H} = nR\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) \quad (1)$$

$$Q_{CD} = nRT_c \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) \qquad \frac{Q_c}{T_c} = nR\ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) \quad (2)$$

$(1) \div (2)$

$$\frac{Q_H}{T_H} = \frac{Q_c}{T_c}$$

$$T_H V_A^{\gamma-1} = T_c V_D^{\gamma-1} \qquad T_H V_B^{\gamma-1} = T_c V_C^{\gamma-1}$$

$$\ln\left(\frac{T_H}{T_c}\right) = (\gamma-1)\ln\left(\frac{V_D}{V_A}\right) \qquad \ln\left(\frac{T_H}{T_c}\right) = (\gamma-1)\ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right)$$

$$\ln\frac{V_C}{V_B} = \ln\frac{V_D}{V_A}$$

$$\ln V_C - \ln V_B = \ln V_D - \ln V_A$$

$$\ln V_C - V_D = \ln V_B - \ln V_A$$

$$\ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right) = \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

จะได้ว่า $\boxed{\dfrac{|Q_h|}{T_h} = \dfrac{|Q_c|}{T_c}}$ (เฉพาะ Carnot cycle)

ดังนั้น $\eta = \dfrac{Q_h - Q_c}{Q_h}$ และ $\mu = \dfrac{Q_c}{Q_h - Q_c}$