

Hash Longest Find

(1 sec, 512mb)

กำหนดให้เรามีตารางแฮชขนาด n ช่องอยู่ โดยตารางแฮชนี้แก้ปัญหาการชนกันแบบ Open Addressing ที่ใช้ Quadratic Probing กำหนดให้ $f(x)$ คือ Hash Function ของตารางนี้โดยให้ $f(x) = x \bmod n$ ในตอนเริ่มต้น ตารางแฮชขนาด n ช่องนี้ไม่มีข้อมูลใด ๆ อยู่เลย เราต้องการทำการ “ใส่ข้อมูล” และ “ลบข้อมูล” เป็นจำนวนรวมกัน m ครั้งกับตารางแฮชนี้ หลังจากดำเนินการดังกล่าวเสร็จหมดแล้ว เราต้องการตอบคำถาม 2 คำถามต่อไปนี้

1. หากเราจะดำเนินการใส่ข้อมูลลงไปในตารางแฮชดังกล่าวอีก 1 ตัว การใส่ดังกล่าวที่ต้องใช้การ Probe (ตรวจหาช่องว่าง) มากครั้งที่สุดนั้นต้องทำการ Probe กี่ครั้ง
2. หากเราต้องการหาข้อมูลในตารางแฮชนี้ การหาข้อมูลที่ต้องใช้การ Probe มากที่สุดนั้น ต้องใช้การ Probe กี่ครั้ง

(เพื่อมีคณลิม การตรวจแบบ Quadratic Probing จะคิดจากสูตร $h_j(x) = (h(x) + j^2) \bmod n$ โดยให้ x คือข้อมูลที่ต้องการตรวจสอบ $h(x)$ คือ Hash Function ที่ใช้ $h_j(x)$ คือหมายเลขช่องที่เราจะตรวจสอบเมื่อการตรวจสอบครั้งนี้เป็นการชนครั้งที่ j กล่าวคือ ในการตรวจครั้งแรกสุด $h_0(x)$ จะเท่ากับ $h(x)$ นั่นเอง)

อย่างไรก็ตามตาราง Hash ในข้อนี้มีความแตกต่างจากตาราง Hash ที่ใช้ในชั้นเรียนอยู่เล็กน้อย กล่าวคือ ในชั้นเรียนนั้นหากเรามีการลบข้อมูลใด ๆ ออกจาก Hash Table ช่องดังกล่าวจะถูกระบุว่าเป็นช่องที่ “เคยมีข้อมูล” อยู่ โดยที่ช่องนั้นจะไม่ถูกนำมาใช้งานอีก แต่ในข้อนี้ หากการหาช่องที่จะทำการใส่ข้อมูล มีการตรวจผ่านช่องที่ “เคยมีข้อมูล” เราก็จะใส่ข้อมูลของเราลงไปในช่องนั้นได้เลย

ในข้อนี้ กำหนดให้นิยามของ “จำนวนครั้งในการ probe ของการ หา/ใส่” ก็คือจำนวนครั้งที่เราต้องตรวจสอบว่าช่องต่าง ๆ มีข้อมูลอยู่หรือไม่

ตัวอย่างเช่น หากเราเริ่มด้วยตารางแฮชขนาด 7 ช่อง ที่ยังไม่มีค่าใด ๆ เข้าไปเลย คำตอบของคำถามที่ 1 และ 2 นั้นคือ 1 ครั้งทั้งคู่ (เพราะไม่ว่าจะหาหรือใส่ เราก็ต้องเปิดดูช่องหนึ่งช่องนั้นเสมอ) แต่ถ้าหากเราได้ทำการใส่ข้อมูลเข้าไปแล้ว 1 ตัว คำตอบของคำถามทั้งสองคือ 2 ครั้งทั้งคู่ (เพราะว่า หากเรา หา หรือ ใส่ ข้อมูลที่มีค่า hash ตรงกับค่าที่เคยใส่เข้าไปแล้ว เราก็ต้องตรวจสอบสองครั้ง โดยครั้งแรกคือตรวจเจอช่องที่มีข้อมูล และครั้งที่สองคือตรวจเจอช่องว่าง) และถ้าหากหลังจากใส่ข้อมูลเข้าไปแล้ว 1 ตัว ได้ทำการลบข้อมูลนั้นออก คำตอบของคำถามทั้งสองคือ 1 และ 2 ตามลำดับ (เพราะการใส่ ถึงแม้จะใส่ค่าที่ hash ลงช่องที่ “เคยมีข้อมูลอยู่แล้ว” เราก็จะใช้ช่องนั้นได้เลย ดังนั้น คำตอบของคำถามแรกคือ 1 ครั้ง)

จงเขียนโปรแกรมเพื่อรับขนาดของตารางแฮช และ การกระทำต่าง ๆ ต่อตารางแฮชดังกล่าวตามลำดับ แล้วตอบคำถามทั้งสองคำถามของตารางแฮชที่กระทำต่าง ๆ เสร็จแล้ว

ข้อมูลนำเข้า

- บรรทัดแรกประกอบด้วยจำนวนเต็ม 2 ตัวคือ n และ m
- หลังจากนั้นอีก m บรรทัดจะเป็นการกระทำต่อตารางแฮชขนาด n ช่องนี้ โดยแต่ละบรรทัดมีรูปแบบดังต่อไปนี้
 - แต่ละบรรทัดประกอบด้วยตัวเลขสองตัวคือ a และ b โดยที่ a ระบุการกระทำ และ b ระบุค่าที่ใช้กระทำดังกล่าว
 - หาก a เป็น 1 หมายถึงเราต้องการใส่ค่า b ลงไปในตาราง (รับประกันว่าค่าที่ใส่ไม่มีอยู่ในตารางแน่ ๆ และเมื่อใช้การตรวจแบบ Quadratic Probing แล้ว จะหาช่องว่างเจอในตารางแฮชแน่ ๆ)
 - หาก a เป็น 2 หมายถึงเราต้องการลบค่า b ออกจากตาราง (b อาจจะเป็นค่าที่ไม่เคยใส่เข้าไปก่อนก็ได้)
 - รับประกันว่าเราไม่เคยทำให้ตารางแฮชนี้มีข้อมูลเกิน $n/2$ ตัว

ข้อมูลส่งออก

มีหนึ่งบรรทัด ประกอบด้วยจำนวนเต็มสองตัวซึ่งตอบคำถามสองคำถามข้างต้นตามลำดับ

ชุดข้อมูลทดสอบ

ทุกชุดข้อมูลทดสอบ $1 \leq n \leq 2000$ และ $0 \leq b \leq 40000$

- 10% $m \leq 3$, $b < n$ และไม่มีการลบข้อมูล
- 15% $m \leq 30000$, $b < n$ และไม่มีการลบข้อมูล
- 20% $m \leq 30000$ และไม่มีการลบข้อมูล
- 55% $m \leq 10000$

ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
7 0	1 1
7 1 1 5	2 2
7 2 1 5 2 5	1 2
7 4 1 5 1 12 1 6 2 5	3 3
3 8 1 10 2 10 1 10 2 10 1 10 2 10 1 10 2 10	1 2