

Санкт-Петербургский Государственный Политехнический Университет  
Институт Компьютерных Наук и Технологий

**Высшая школа интеллектуальных систем и суперкомпьютерных  
технологий**

Отчёт по лабораторной работе №9  
на тему  
**Дифференцирование и интегрирование**

**Работу выполнил**  
Студент группы 3530901/80203  
Курняков П.М.  
**Преподаватель**  
Богач Н.В.

Санкт-Петербург, 2021 год

## 1 Настройка проекта

Перед тем как выполнять задания необходимо настроить проект и сделать все необходимые импорты:

```
: %matplotlib inline

import thinkdsp
import thinkplot
import thinkstats2

import numpy as np
import pandas as pd
import scipy.signal

# suppress division by zero warning
from warnings import import simplefilter
simplefilter('ignore', RuntimeWarning)

PI2 = 2 * np.pi
```

Рис. 1: 2

## 2 Упражнение номер №1

Необходимо создать треугольный сигнал и проверить есть ли различия в воздействии diff и differentiate на этот сигнал?

Создадим волну треугольного сигнала:

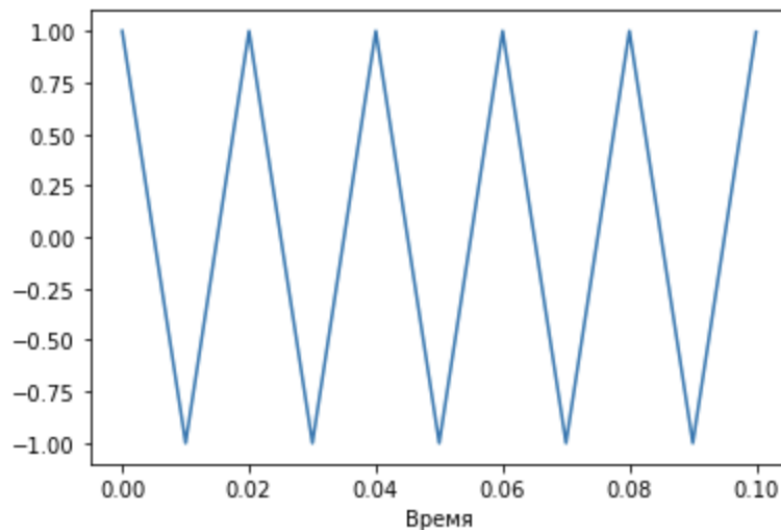


Рис. 2: 2

diff треугольной волны - это прямоугольная волна, что объясняет, почему гармоники в прямоугольной волне уменьшаются как  $1/f$ , по сравнению с треугольной волной, которая спадает как  $1/f^2$ .

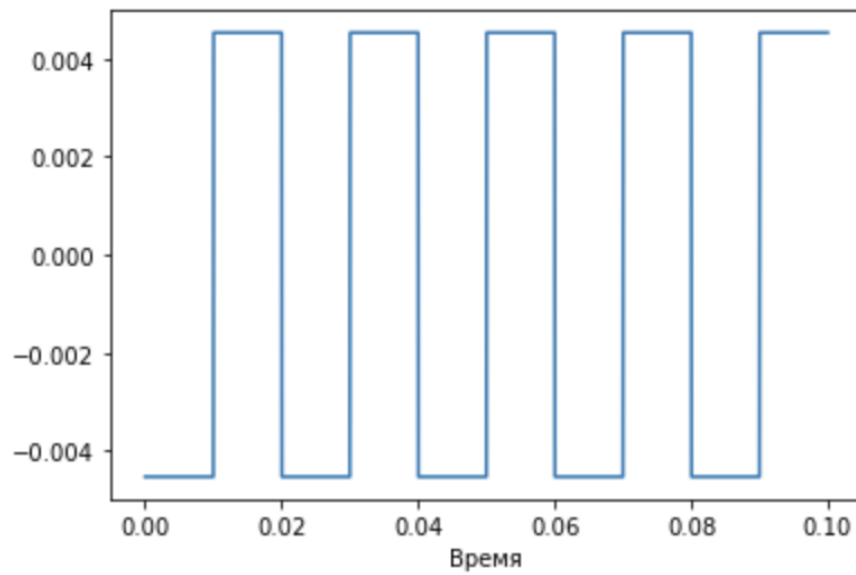


Рис. 3: 2

Когда мы берём спектральную производную, мы получаем "звон" вокруг разрывов.

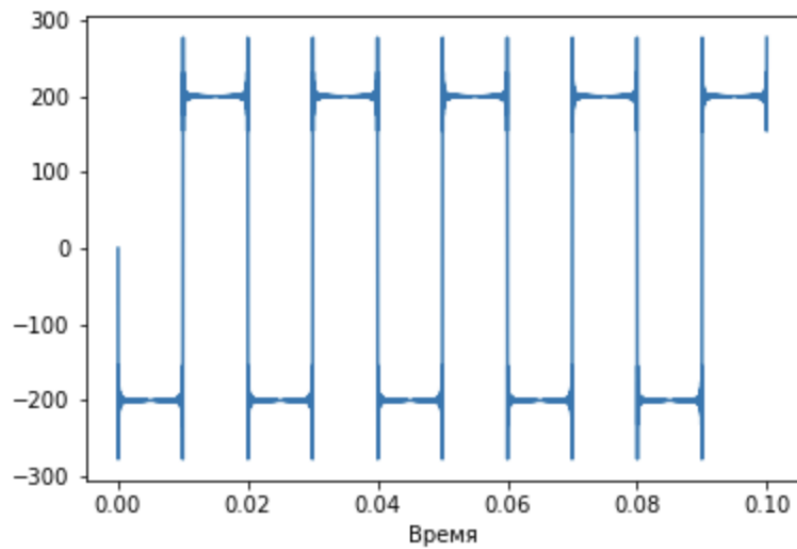


Рис. 4: 2

С математической точки зрения проблема в том, что производная треугольной волны не определена в точках треугольника.

### 3 Упражнение номер №2

Необходимо создать прямоугольный сигнал и проверить есть ли различия в воздействии cumsum и integrate на этот сигнал?

Создадим волну прямоугольного сигнала:

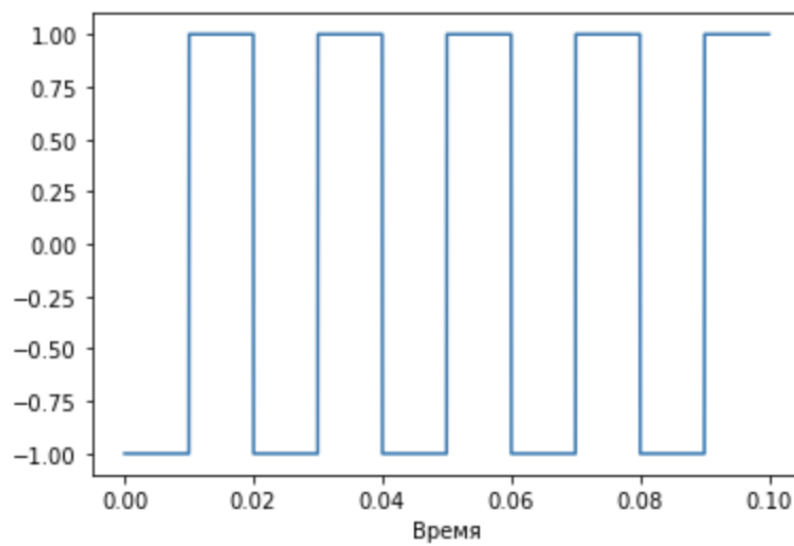


Рис. 5: 2

Совокупная сумма прямоугольной волны - это треугольная волна.

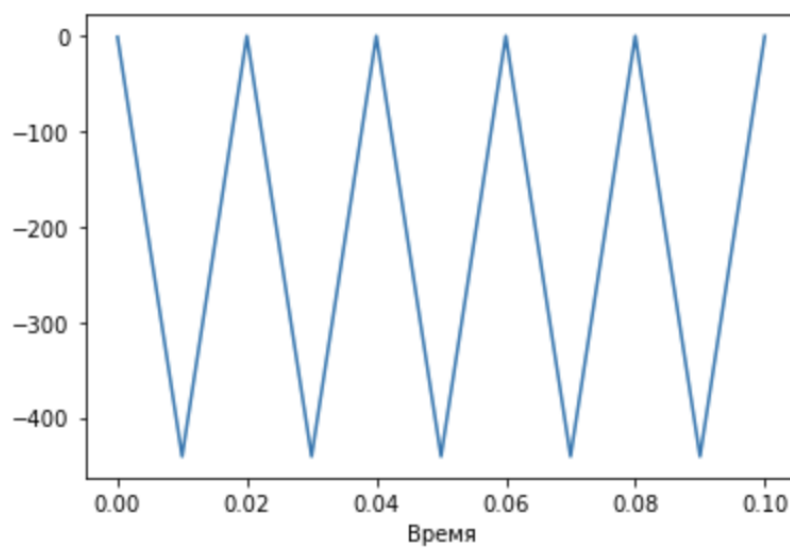


Рис. 6: 2

Спектральный интеграл также представляет собой треугольную волну, несмотря на то что амплитуда сильно отличается.

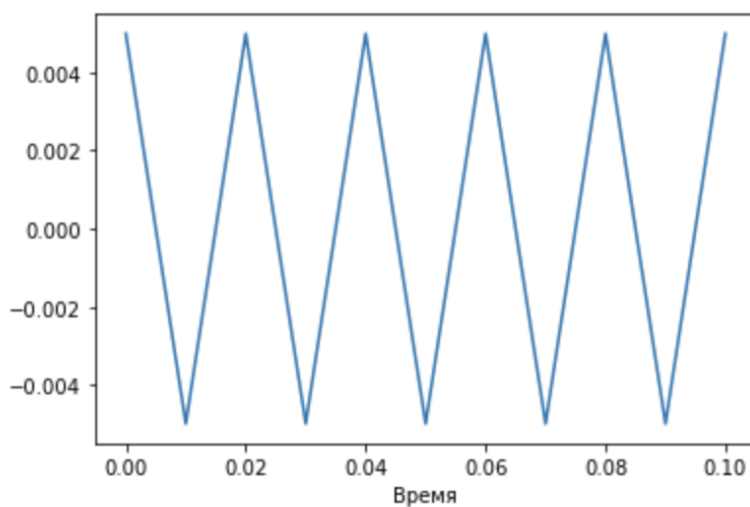


Рис. 7: 2

Если уравновесить и нормализовать две волны, они будут визуально похожи.

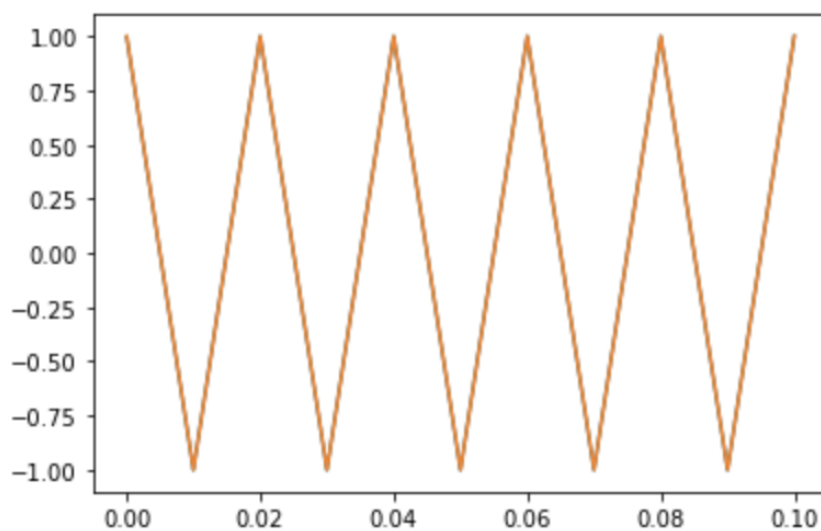


Рис. 8: 2

Численно они также имеют сходство:

**0.0045351473922902175**

Рис. 9: 2

## 4 Упражнение номер №3

Необходимо создать прямоугольный сигнал. Дважды применить на него integrate. Определить математическую форму сигнала.

Создадим волну пилообразного сигнала:

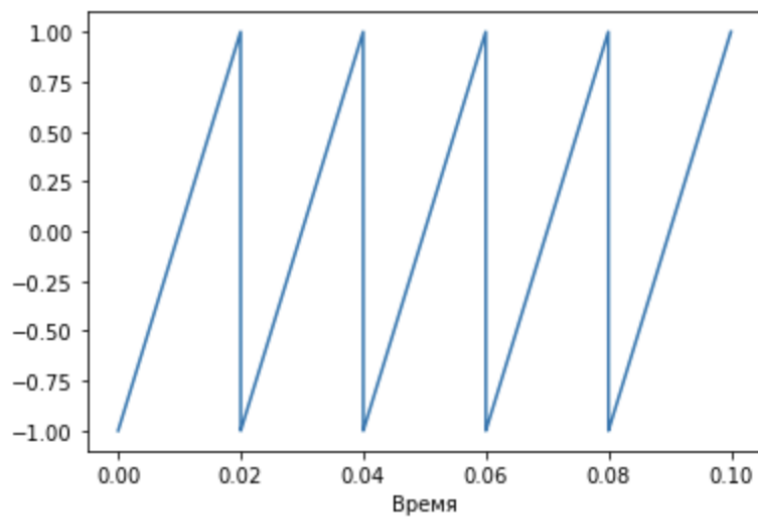


Рис. 10: 2

Первая совокупная сумма зубца пилы - это результат квадратичной функции на графике:

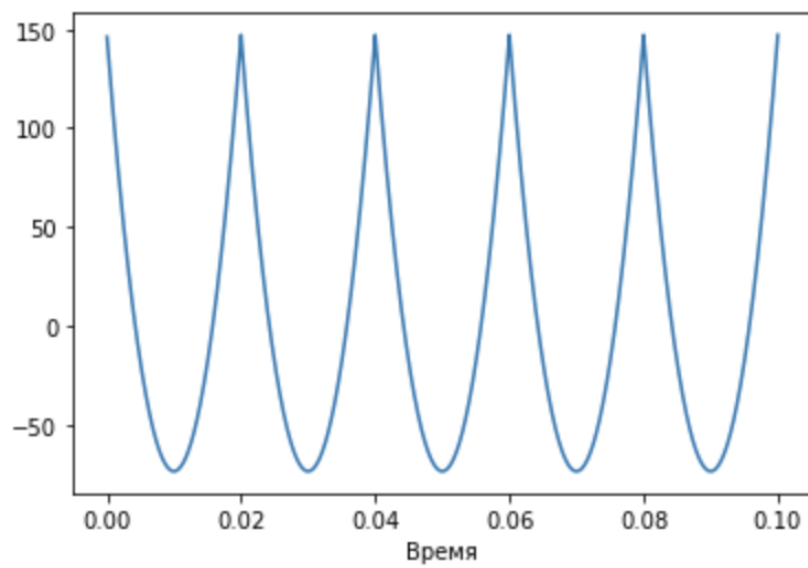


Рис. 11: 2

Вторая совокупная сумма - это кубическая кривая:

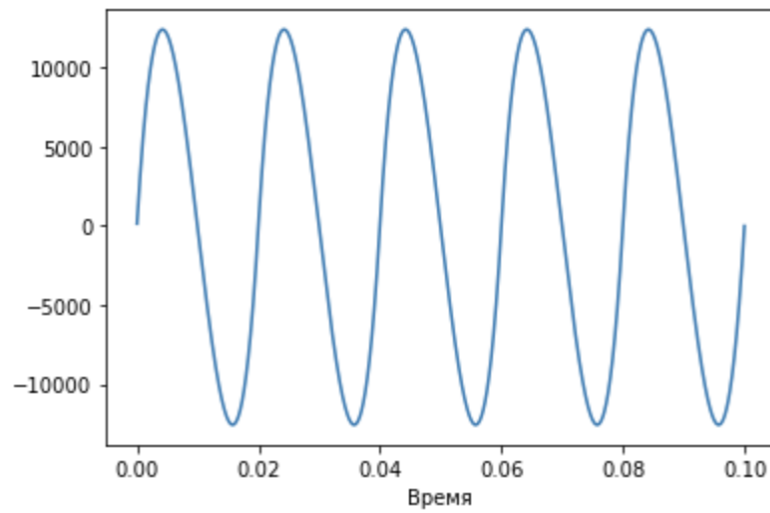


Рис. 12: 2

Двойное интегрирование также дает кубическую кривую.

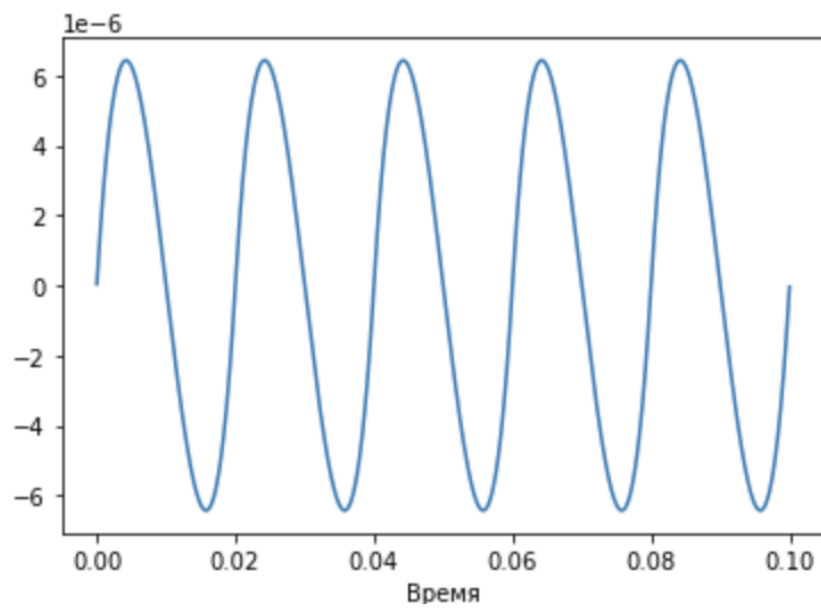


Рис. 13: 2

На этом этапе результат всё больше и больше напоминает синусоиду. Причина в том, что интеграция действует как фильтр нижних частот. На данный момент мы отфильтровали почти все, кроме основного, как показано в спектре ниже:

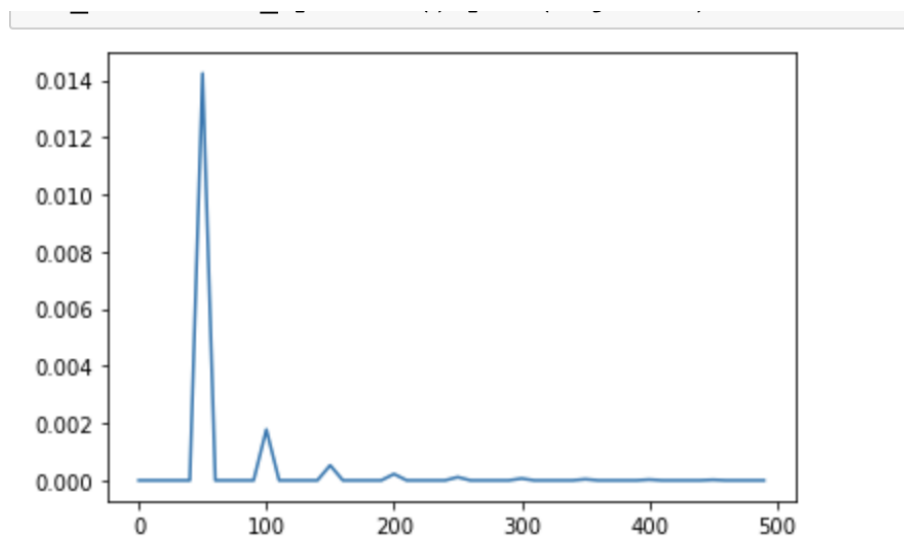


Рис. 14: 2

## 5 Упражнение номер №4

Необходимо создать CubicSignal, вычислить вторую разность. Распечатать фильтры соответствующие второй разнице и второй производной и сравнить их.

Создадим волну кубического сигнала:

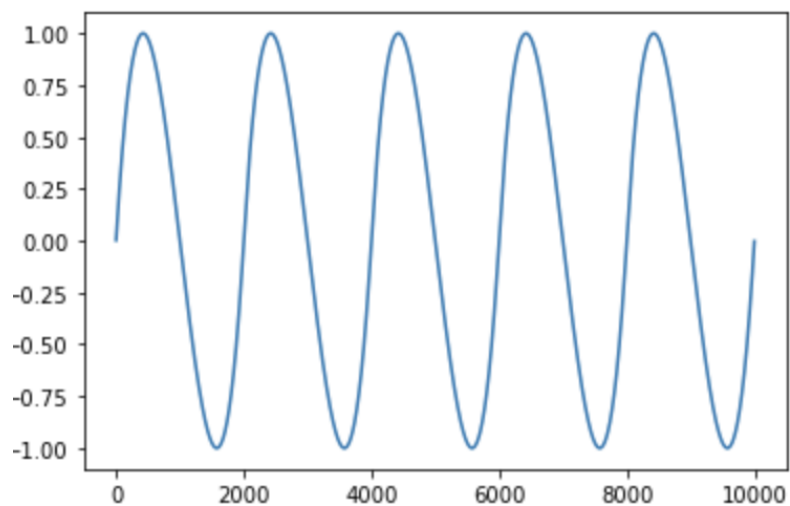
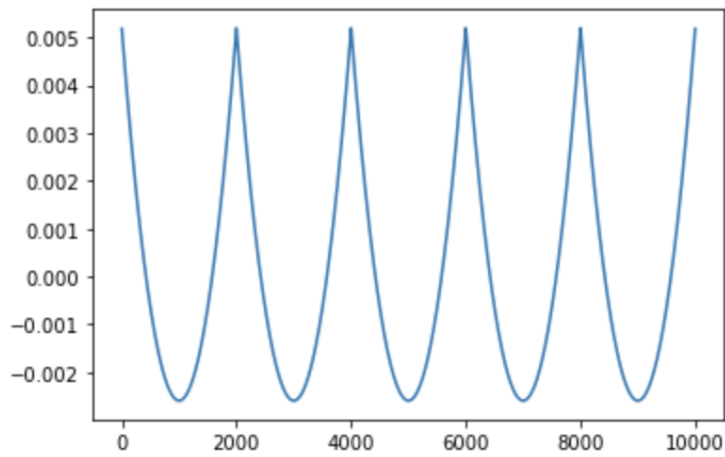


Рис. 15: 2

Первая разность - парабола, вторая - пилообразная волна:





```
: out_wave = out_wave.diff()
out_wave.plot()
```

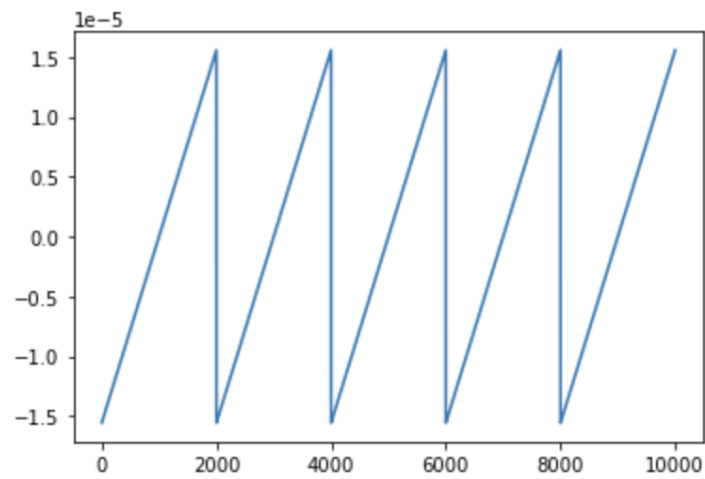


Рис. 16: 2

Когда мы дифференцируем дважды, получаем пилообразную форму с некоторым звоном. Проблема в том, что производная параболического сигнала в точках не определена.

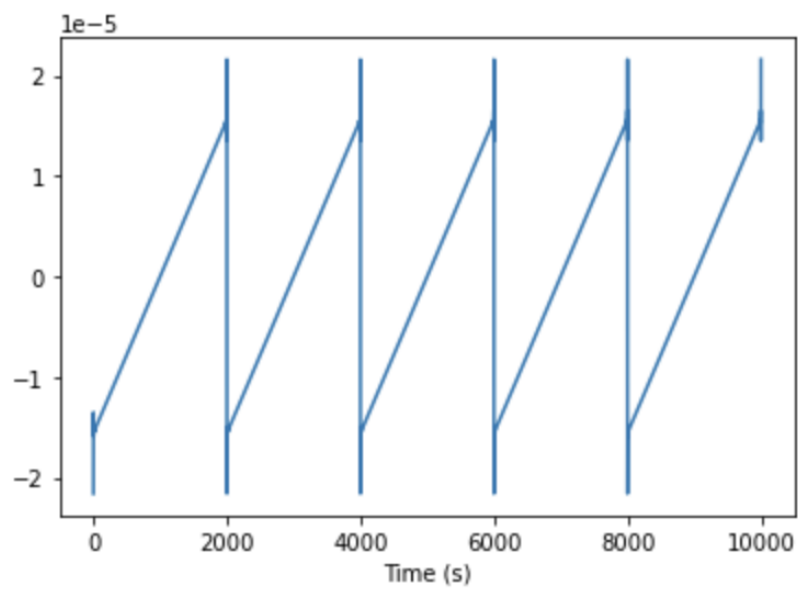


Рис. 17: 2

Окно второй разности -1, 2, -1. Вычисляя DFT окна, мы можем найти соответствующий фильтр.

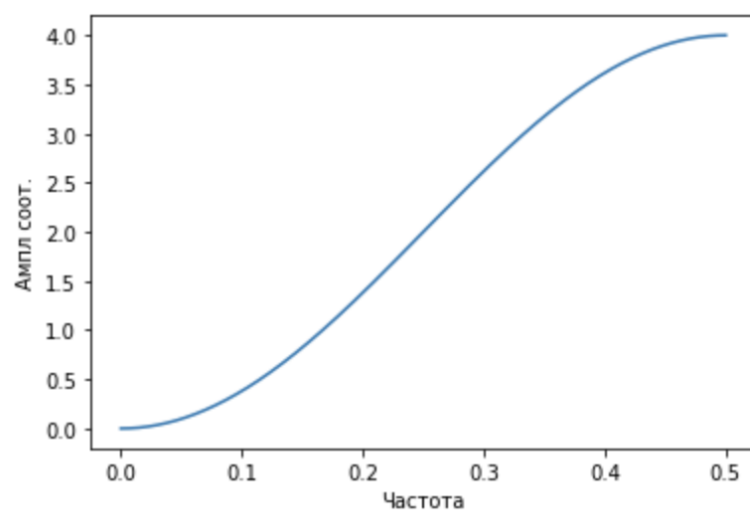


Рис. 18: 2

А для второй производной мы можем найти соответствующий фильтр, вычислив фильтр первой производной и возведя его в квадрат.

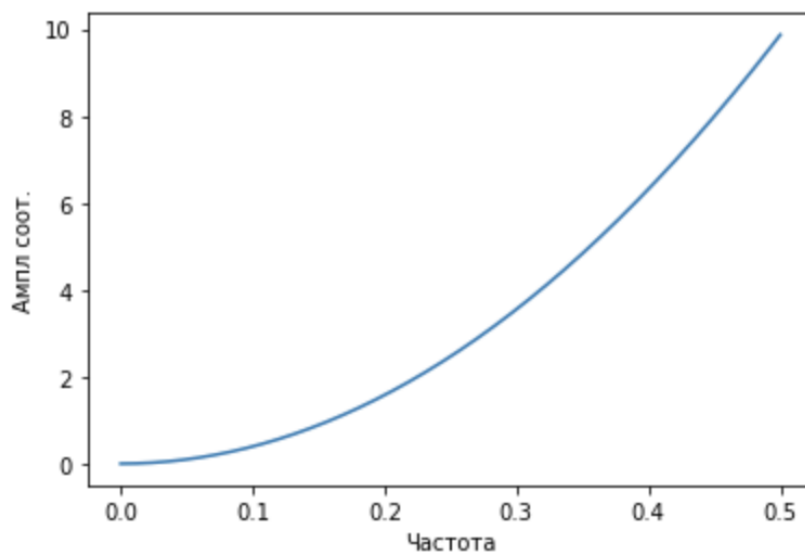


Рис. 19: 2

Сравним полученные функции в одной системе:

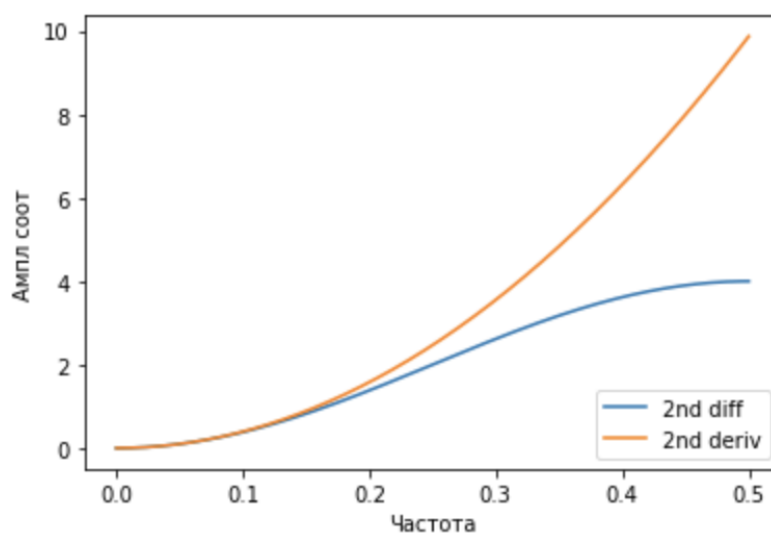


Рис. 20: 2

Оба являются фильтрами высоких частот, которые усиливают компоненты самых высоких частот. Вторая производная параболическая, поэтому она сильнее всего усиливает самые высокие частоты. Вторая разность - хорошее приближение второй производной только на самых низких частотах, затем она существенно отклоняется.