

Report Progress

Division of Applied Mathematics, Department of Mathematics

Faculty of Science, Silpakorn University

Date : 23 พฤศจิกายน 2561

Advisor : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นพดล ชุ่มชอบ

Student : นายภคพล พงษ์ทวี รหัส 07580028

Project Title : ขั้นตอนวิธีเชิงตัวเลขชนิดใหม่สำหรับการต่อเติมภาพที่ใช้การแปรผันรวมกับการประยุกต์สำหรับซ่อมแซมภาพจิตรกรรมไทยโบราณและการลบบทบรรยายจากอนิเมะ

(A new numerical algorithm for TV-based image inpainting with its applications for restoring ancient Thai painting images and removing subtitles from animes)

1 ที่มาและความสำคัญ

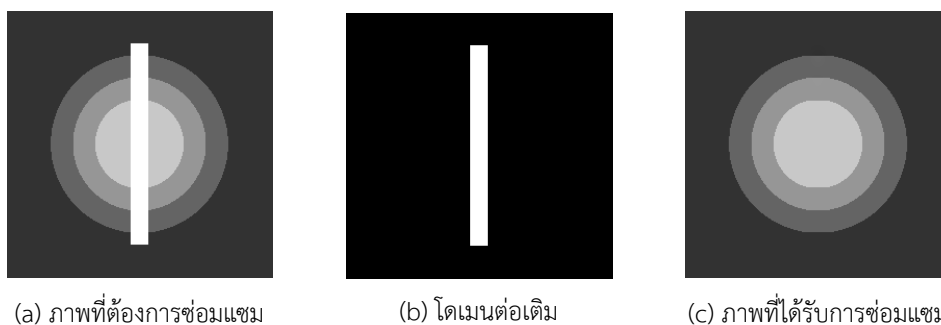
ในปัจจุบันการใช้ภาพดิจิทัล (digital images) ในสังคมเครือข่ายได้รับความนิยมอย่างแพร่หลาย เนื่องจากโทรศัพท์เคลื่อนที่มีราคาถูกลงแต่มีความสามารถที่ชาญฉลาด สามารถทำหน้าที่ได้ตั้งแต่การเป็นกล้องดิจิทัลคอมแพค (compact digital camera) คุณภาพดีให้ภาพดิจิทัลที่มีความคมชัดสูงจนไปถึงการทำหน้าที่ดังเช่นเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลที่สามารถเชื่อมต่อกับระบบเครือข่ายไร้สายเพื่อรับส่งภาพดิจิทัลในสังคมเครือข่ายด้วยความสะดวกและรวดเร็ว

นอกจากภาพดิจิทัลจะได้รับจากการถ่ายภาพด้วยโทรศัพท์เคลื่อนที่แล้ว ภาพดิจิทัลยังได้รับการถ่ายภาพด้วยกล้องดีเอสแอลอาร์ หรือ กล้องสะท้อนเลนส์เดี่ยวแบบดิจิทัล (digital single lens reflex camera) กล้องโทรทรรศน์ (หรือ กล้องดูดาว) หรือ เครื่องมือสร้างภาพถ่ายทางการแพทย์ (medical imaging device)

โดยทั่วไปภาพดิจิทัลจะได้รับการประมวลผลภาพก่อนนำไปใช้งานเพื่อให้สามารถใช้ข้อมูลที่ปรากฏบนภาพได้ตรงวัตถุประสงค์ของการใช้งานมากที่สุด ตัวอย่างเช่น ภาพบุคคล (portrait) อาจจำเป็นต้องได้รับการกำจัดสัญญาณรบกวนออกจากภาพและ/หรือปรับเพิ่มความละเอียดข้อมูลของความเข้มของสีและความสว่างของสีบนบริเวณใบหน้าก่อนนำภาพไปใช้งานเพื่อจัดทำต้นฉบับวารสารหรือหนังสือของสำนักพิมพ์ เป็นต้น

การต่อเติมภาพ (image inpainting) เป็นวิธีการประมวลผลภาพชนิดหนึ่งที่มีเป้าหมายเพื่อซ่อมแซมภาพด้วยการต่อเติมข้อมูลของความเข้มของสีบนบริเวณที่กำหนด (ต่อไปจะเรียกบริเวณนี้ว่าโดเมนต่อเติม (inpainting domain)) โดยอาศัยข้อมูลของความเข้มของสีที่ปรากฏในภาพ ตัวอย่างเช่น กำหนดให้รูปที่ 1.1 (a) แสดงภาพที่ต้องการซ่อมแซมระดับความเข้มของสีบนบริเวณแท่งวัตถุรูปร่างสี่เหลี่ยมสีขาว การต่อเติมภาพ

ดังกล่าวจะเริ่มด้วยการกำหนดให้บริเวณแท่งวัตถุรูปร่างสี่เหลี่ยมสีขาวเป็นโดเมนการต่อเติมดังรูปที่ 1.1 (b) จากนั้นภาพที่ได้รับการซ่อมแซมหรือภาพที่ได้รับการต่อเติม (restored or inpainted image) ซึ่งแสดงในรูปที่ 1.1 (c) ได้มาจากขั้นตอนวิธีการต่อเติมภาพ (inpainting algorithm) ซึ่งได้รับการออกแบบเพื่อนำข้อมูลที่ปรากฏบนภาพในบริเวณใกล้เคียงกับขอบของโดเมนต่อเติมมาซ่อมแซมภาพ



รูปที่ 1.1: ตัวอย่างการซ่อมแซมภาพ; (a) ภาพที่ต้องการซ่อมแซม; (b) โดเมนต่อเติม; (c) ภาพที่ได้รับการซ่อมแซม

เท่าที่ผู้วิจัยศึกษาและค้นคว้ามาจนถึงขณะนี้ ผู้วิจัยพบว่าการต่อเติมภาพมักนิยมนำไปใช้งานสำหรับการปรับแต่งความสวยงามของภาพบุคคลที่ถ่ายจากโทรศัพท์เคลื่อนที่ เช่น การลบร่องรอยของรอยตีนกา การลบร่องรอยแผลเป็นที่เกิดจากสิวเสี้ยน การลบร่องรอยของความขรา หรือ การเพิ่มความใสและความเนียนของสีผิวบนบริเวณใบหน้าผ่านโปรแกรมแอปพลิเคชันแต่งรูปภาพที่มีอยู่ในแอปสโตร์ (App Store) หรือ กูเกิลเพลย์ (Google Play) เป็นต้น

1.1 การซ่อมแซมภาพจิตรกรรมไทยโบราณ

ภาพจิตรกรรมไทย คือ ภาพเขียนที่มีเอกลักษณ์ความเป็นศิลปะไทยซึ่งโดดเด่นและแตกต่างจากภาพเขียนของชนชาติอื่น ในอดีต ช่างไทยได้สร้างสรรค์ลวดลายและสีสันบนภาพวาดเพื่อสะท้อนประเพณีและวัฒนธรรมในสังคมไทยที่เกี่ยวกับศาสนา ประวัติศาสตร์ โบราณคดี ชีวิตความเป็นอยู่ วัฒนธรรมการแต่งกาย ตลอดจนการแสดงการเล่นพื้นเมืองต่าง ๆ ของแต่ละยุคสมัย

อย่างไรก็ตาม ภาพจิตรกรรมไทยจำนวนไม่น้อยที่เสื่อมสลายตามกาลเวลา และรอคอยการซ่อมแซมจากช่างในสมัยปัจจุบันที่ต้องไม่สร้างความเสียหายให้กับภาพเขียนเพิ่มขึ้นมากกว่าเดิม ที่ผ่านมามีภาพที่ผ่านการซ่อมแซมมาแล้วจำนวนไม่น้อยได้รับความเสียหายหลังจากการซ่อมแซม ถึงแม้สภาพโดยรวมของภาพจิตรกรรมเดิมยังคงอยู่ แต่รายละเอียดในตัวภาพเขียนได้เปลี่ยนไป ก่อให้เกิดความเสียหายที่ประเมินค่าไม่ได้

การซ่อมแซมภาพจิตรกรรมไทยโบราณโดยใช้การต่อเติมภาพเป็นขั้นตอนของการซ่อมแซมแบบหนึ่งซึ่งไม่ก่อให้เกิดความเสียหายใด ๆ กับภาพเดิม เนื่องจากการซ่อมแซมโดยใช้ขั้นตอนวิธีเชิงตัวเลขบนภาพดิจิทัลซึ่งเป็นสำเนาของภาพเดิม ด้วยเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยได้เล็งเห็นว่าการซ่อมแซมภาพจิตรกรรมไทยโบราณมีความจำเป็นเร่งด่วน เนื่องจากภาพที่ได้รับการซ่อมแซมด้วยการต่อเติมภาพสามารถนำไปใช้ประกอบการตัดสินใจเพื่อวางแผนก่อนการลงมือซ่อมแซมภาพเขียนจริงได้ นอกจากนี้ ขั้นตอนวิธีการต่อเติมภาพสามารถนำไปใช้สร้างแอปพลิเคชันบนโทรศัพท์เคลื่อนที่เพื่อนำไปใช้เป็นข้อมูลในการเข้าชมภาพเขียนเดิมที่ยัง

ไม่ได้รับการซ่อมแซมและภาพเขียนที่ได้รับการซ่อมแซมโดยวิธีการทางคณิตศาสตร์จากแอปพลิเคชันที่พัฒนาขึ้น

รูปที่ 1.2 แสดงตัวอย่างภาพจิตรกรรมไทย¹ ที่ต้องได้รับการซ่อมแซมบนบริเวณแขนเสื้อของรูปวาดผู้ชายที่มีส่วนของสีแดงเดิมหลุดหายไป ทั้งนี้ในการซ่อมแซมภาพโดยการต่อเติมภาพ เราจะเริ่มด้วยการสร้างโดเมนต่อเติมบนบริเวณสีพื้นผิวปูนที่แขนเสื้อ จากนั้นจึงนำขั้นตอนวิธีการต่อเติมภาพเพื่อซ่อมแซมภาพบริเวณนั้นให้เป็นสีแดง



รูปที่ 1.2: ภาพจิตรกรรมไทยที่วัดภูมินทร์ อำเภอเมือง จังหวัดน่าน

1.2 การลบบทบรรยายบนอนิเมะ

อนิเมะคือวิดีโอภาพวาดการ์ตูนสไตล์ญี่ปุ่นซึ่งเป็นที่นิยมของเยาวชนไทย ในการรับชมอนิเมะ แม้ว่าเยาวชนไทยสามารถรับชมด้วยบทพากย์เสียงภาษาไทย แต่ก็สูญเสียอรรถรสของการรับชมจากบทบรรยายแบบแข็ง² (hardsub) ที่เป็นภาษาต่างประเทศในบริเวณด้านล่างของจอภาพ ในการซ่อมแซมอนิเมะด้วยการลบบทบรรยายภาษาต่างประเทศจึงเป็นงานที่ยุ่งยากและท้าทายมาก เนื่องจาก

- (1) อนิเมะเป็นวิดีโอซึ่งแสดงผลประมาณ 24 เฟรม(ภาพ)ต่อวินาที
- (2) แต่ละเฟรมอาจมีหรืออาจไม่มีบทบรรยายก็ได้
- (3) แต่ละเฟรมอาจมีหรืออาจไม่มีบทบรรยายเดียวกันก็ได้
- (4) แต่ละเฟรมเป็นการแสดงผลภาพสีที่มีระดับความคมชัดสูง (high definition) ขนาดมากถึง 1920×1080 พิกเซล

¹ ภาพถ่ายที่วัดภูมินทร์ อำเภอเมือง จังหวัดน่าน; ภาพจาก <http://topicstock.pantip.com/camera/topicstock/2009/02/O7514399/O7514399.html> สืบค้นเมื่อวันที่ 23 กันยายน 2561

² บทบรรยายที่ไม่สามารถปิดหรือเปิดได้

ด้วยความท้าทายข้างต้น การพัฒนาขั้นตอนวิธีการต่อเติมภาพที่สามารถกำหนดโดเมนต่อเติมเชิงอัตโนมัติให้กับแต่ละเฟรมและประมวลผลได้แม่นยำจนการลบทบรอยสามารถทำงานได้แบบเรียลไทม์จึงเป็นสิ่งจำเป็นที่หลีกเลี่ยงไม่ได้

รูปที่ 1.3 แสดงตัวอย่าง 1 เฟรมของอนิเมะที่มีบทบรอยแบบแข็ง³ ที่ต้องซ่อมแซมด้วยการลบทบรอยออก ทั้งนี้ในการลบทบรอยออกจากเฟรมโดยใช้การต่อเติมภาพ เราจะเริ่มด้วยการสร้างโดเมนต่อเติมแบบอัตโนมัติในบริเวณบทบรอย จากนั้นจึงนำขั้นตอนวิธีการต่อเติมภาพแบบเร็วเพื่อลบทบรอยออกจากเฟรม



รูปที่ 1.3: 1 เฟรมของอนิเมะที่มีบทบรอยแบบแข็ง

โครงการวิจัยนี้ ผู้วิจัยมีเป้าหมายสำคัญคือการพัฒนาขั้นตอนวิธีการต่อเติมภาพแบบเร็วและแม่นยำชนิดใหม่เพื่อนำไปใช้สำหรับซ่อมแซมภาพจิตรกรรมไทยและการลบทบรอยออกจากอนิเมะ

2 บรรณกรรมและทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้อง

ในการกล่าวถึงขั้นตอนวิธีการต่อเติมภาพ จะเริ่มต้นด้วยการกล่าวทบทวนเกี่ยวกับการต่อเติมภาพเฉดสีเทา (grayscale image) ก่อน ดังนี้

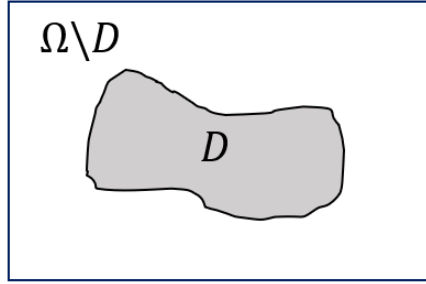
ให้ $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ แทนโดเมนภาพ (image domain) $D \subset \mathbb{R}^2$ แทนโดเมนต่อเติม (ดูรูปที่ 2.1) และ $V \subset [0, \infty)$

ให้ $u : \Omega \rightarrow V$, $z : \Omega \rightarrow V$ แทนภาพที่ได้รับการซ่อมแซมและภาพที่ต้องการซ่อมแซม ตามลำดับ

ในที่นี้ $\mathbf{x} = (x, y) \in \Omega$ แทนพิกัดทางกายภาพ (physical position) ของภาพ และ $u(\mathbf{x}) \in V$ แทนระดับความเข้มของภาพ (image intensity) ที่ \mathbf{x} และ Ω มีรูปร่างสี่เหลี่ยม

นอกจากนี้เราสามารถสมมติได้โดยไม่เสียหลักการสำคัญว่า $\Omega = [1, n]^2$ และ $V = [0, 1]$ เมื่อ $n > 0$ เป็นจำนวนเต็มบวก ทั้งนี้ เราจะเรียกภาพ u, z ที่นิยามข้างต้นว่าภาพเฉดสีเทา

³ภาพจาก <https://www.samehadaku.tv/2018/07/grand-blue-episode-1-subtitle-indonesia.html> สืบค้นเมื่อวันที่ 23 กันยายน 2561



รูปที่ 2.1: D แทนโดเมนต่อเติม

2.1 ตัวแบบการต่อเติมภาพเจดสีเทาที่ใช้การแปรผันรวม

ในการต่อเติมภาพเจดสีเทา Chan และ Shen [1] ได้นำเสนอตัวแบบเชิงการแปรผัน (variational model) ที่ใช้เร็กกิวลารีไรซ์เซชันแบบการแปรผันรวม (Total variation based regularization) โดยพัฒนาต่อจากตัวแบบ ROF สำหรับการกำจัดสัญญาณรบกวน [2] ซึ่งตัวแบบเชิงการแปรผันนี้กำหนดโดย

$$\min_u \{ \mathcal{J}(u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \lambda(u - z)^2 d\Omega + \int_{\Omega} |\nabla u| d\Omega \} \quad (2.1)$$

เมื่อ

$$\lambda = \lambda(\mathbf{x}) = \begin{cases} \lambda_0, & \mathbf{x} \in \Omega \setminus D \\ 0, & \mathbf{x} \in D \end{cases} \quad (2.2)$$

แทนพารามิเตอร์เร็กกิวลารีไรซ์เซชัน (regularization parameter) และ $\lambda_0 > 0$

โดยแคลคูลัสของการแปรผัน (Calculus of variations) จะได้สมการออยเลอร์-ลากรางจ์ที่เกี่ยวข้องกับ (2.1) เป็น

$$\begin{cases} -\nabla \cdot \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) + \lambda(u - z) = 0, & \mathbf{x} \in (1, n)^2 \\ \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} = 0, & \mathbf{x} \in \partial\Omega \end{cases} \quad (2.3)$$

เมื่อ \mathbf{n} แทนเวกเตอร์หน่วยที่ตั้งฉากกับขอบของภาพ

ต่อไปจะกล่าวทบทวนวิธีการเชิงตัวเลขสำหรับแก้สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยใน (2.3)

(1) วิธีการเดินเวลาแบบชัดแจ้ง (explicit time marching method)

คณะวิจัย [2] ได้แนะนำวิธีการเชิงตัวเลขสำหรับการกำจัดสัญญาณรบกวนโดยใช้วิธีการเดินเวลาแบบชัดแจ้ง ซึ่งสามารถประยุกต์เป็นวิธีเชิงตัวเลขสำหรับการต่อเติมภาพได้ดังนี้

เริ่มจากการแนะนำตัวแปรเวลาสังเคราะห์ (time artificial variable) จากนั้นหาคำตอบแบบสภาวะคงตัว (steady-state solution) ในขณะที่ $t \rightarrow \infty$ ของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยไม่เป็นเชิงเส้น

ที่ขึ้นอยู่กับเวลา

$$u(\mathbf{x}, t_{k+1}) = u(\mathbf{x}, t_k) + \tau \left(\nabla \cdot \left(\frac{\nabla u(\mathbf{x}, t_k)}{|\nabla u(\mathbf{x}, t_k)|} \right) + \lambda(\mathbf{x})(u(\mathbf{x}, t_k) - z(\mathbf{x})) \right), \quad u(\mathbf{x}, t_0) = z \quad (2.4)$$

เมื่อ $t_k = t_0 + k\tau$ ($\tau > 0$) แทนชั้นเวลาที่ k และ $t_0 = 0$ แทนชั้นเวลาเริ่มต้น

(2) วิธีการทำซ้ำแบบจุดตรึง (fixed-point iteration method)

คณะวิจัย [3] ได้แนะนำวิธีการเชิงตัวเลขสำหรับการกำจัดสัญญาณรบกวนโดยใช้วิธีการทำซ้ำแบบจุดตรึง ซึ่งสามารถประยุกต์เป็นวิธีเชิงตัวเลขสำหรับการต่อเติมภาพได้ดังนี้

เริ่มจากการแนะนำดัชนีการทำซ้ำแบบจุดตรึง $\nu = 0, 1, 2, \dots$ และนิยามรูปแบบการทำซ้ำโดย

$$-\nabla \cdot \left(\frac{\nabla u^{[\nu+1]}}{|\nabla u^{[\nu]}|} \right) + \lambda(u^{[\nu+1]} - z) = 0, \quad u^{[0]} = z \quad (2.5)$$

เนื่องจาก $\frac{1}{|\nabla u|} = \frac{1}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \rightarrow \infty$ ในบริเวณที่ u มีความชันเป็นเอกพันธ์ ($u(\mathbf{x}) = \text{ค่าคงตัว}$)

เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาเชิงตัวเลขจะเกิดขึ้นใน (2.4) และ (2.5) เราจะใช้

$$|\nabla u| \approx |\nabla u|_\beta = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + \beta}, \quad 0 < \beta \ll 1$$

จาก (2.4) และ (2.5) เราพบว่ายิ่ง β มีค่าน้อยลงมากขึ้นเท่าไร ความแม่นยำของตัวแบบ (2.1) ยิ่งมีมากขึ้นเท่านั้น นอกจากนี้ เรายังพบอีกว่า การแก้สมการ (2.4) และ (2.5) ยิ่งมีความยุ่งยากมากขึ้นสำหรับ β ที่มีค่าน้อยๆ

เพื่อเอาชนะความยากเชิงตัวเลขนี้ คณะวิจัยโดย [4] ได้แนะนำวิธีการสปริทเบรกแมนซึ่งสามารถกล่าวถึงพอสังเขป ดังนี้

(3) วิธีการสปริทเบรกแมน (Split Bregman method)

เริ่มจากการแนะนำเวกเตอร์เสริม \mathbf{w} พารามิเตอร์เบรกแมน (Bregman parameter) \mathbf{b} และพารามิเตอร์เพนัลตี (penalty parameter) $\theta > 0$ และเขียน (2.1) ใหม่ ดังนี้

$$\min_{u, \mathbf{w}} \{ \mathcal{J}(u, \mathbf{w}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \lambda(u - z)^2 d\Omega + \int_{\Omega} |\nabla \mathbf{w}| d\Omega + \frac{\theta}{2} \int_{\Omega} (\mathbf{w} - \nabla u + \mathbf{b}) d\Omega \} \quad (2.6)$$

สำหรับการหาคำตอบของ (2.6) เราจะใช้วิธีการหาค่าต่ำสุดแบบสลับ (alternating minimization method) โดยเริ่มจากการตรึง \mathbf{w}^{old} และ \mathbf{b}^{old} จากนั้นแก้ปัญหาย่อย

$$u^{\text{New}} = \arg \min_u \{ \mathcal{J}_1(u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \lambda(u - z)^2 d\Omega + \frac{\theta}{2} \int_{\Omega} (\mathbf{w}^{\text{old}} - \nabla u + \mathbf{b}^{\text{old}}) d\Omega \} \quad (2.7)$$

จากนั้นใช้ u^{New} ที่ได้จากการแก้ปัญหาย่อยใน (2.7) เพื่อแก้ปัญหาย่อย

$$\mathbf{w}^{\text{New}} = \arg \min_{\mathbf{w}} \{ \mathcal{J}_2(\mathbf{w}) = \int_{\Omega} |\nabla \mathbf{w}| d\Omega + \frac{\theta}{2} \int_{\Omega} (\mathbf{w} - \nabla u^{\text{New}} + \mathbf{b}^{\text{old}}) d\Omega \} \quad (2.8)$$

สุดท้ายจึงปรับปรุงพารามิเตอร์เบรกแมน

$$\mathbf{b}^{\text{New}} = \mathbf{b}^{\text{old}} + \nabla u^{\text{New}} - \mathbf{w}^{\text{New}} \quad (2.9)$$

ดำเนินการเช่นนี้จนกระทั่ง $\|u^{\text{new}} - u^{\text{old}}\| < \epsilon_1$ หรือ $\text{New} > \epsilon_2$ เมื่อ $\epsilon_1, \epsilon_2 > 0$

2.2 ตัวแบบการต่อเติมภาพสีที่ใช้การแปรผันรวม

ต่อไปเราจะพิจารณาภาพสีในระบบ RGB นั่นคือ เราสมมติว่า

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)^{\top}, \mathbf{z} = (z_1, z_2, z_3)^{\top} : \Omega \rightarrow V^3$$

เมื่อ $u_1, u_2, u_3 : \Omega \rightarrow V$ และ $z_1, z_2, z_3 : \Omega \rightarrow V$ แทนภาพในเฉดสีแดง สีเขียว และสีน้ำเงินของ \mathbf{u}, \mathbf{z} ตามลำดับ

ในทำนองเดียวกันกับตัวแบบการต่อเติมภาพเฉดสีเทาที่ใช้การแปรผันรวม ตัวแบบการต่อเติมภาพสีที่ใช้การแปรผันรวมสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\min_{\mathbf{u}} \{ \bar{\mathcal{J}}(\mathbf{u}) = \bar{\mathcal{D}}(\mathbf{u}, \mathbf{z}) + \bar{\mathcal{R}}(\mathbf{u}) \} \quad (2.10)$$

เมื่อ

$$\bar{\mathcal{D}}(\mathbf{u}, \mathbf{z}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \lambda(u_1 - z_1)^2 d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega} \lambda(u_2 - z_2)^2 d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega} \lambda(u_3 - z_3)^2 d\Omega$$

และ

$$\bar{\mathcal{R}}(\mathbf{u}) = \int_{\Omega} |\nabla u_1| d\Omega + \int_{\Omega} |\nabla u_2| d\Omega + \int_{\Omega} |\nabla u_3| d\Omega$$

เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาที่มาจากเทอม $\frac{1}{|\nabla u_l|}$ ($l = 1, 2, 3$) โครงการวิจัยนี้จะพัฒนาขั้นตอนวิธีเชิงตัวเลขสำหรับต่อเติมภาพจากวิธีการสปริทเบรกแมน โดยแก้ปัญหาค่าต่ำสุดต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3} \{ \bar{\mathcal{J}}(\mathbf{u}, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3) = \bar{\mathcal{D}}(\mathbf{u}, \mathbf{z}) + \sum_{l=1}^3 \int_{\Omega} |\mathbf{w}_l| d\Omega \\ + \frac{\theta_l}{2} \sum_{l=1}^3 \int_{\Omega} (\mathbf{w}_l - \nabla u_l - \mathbf{b}_l)^2 d\Omega \}, \quad \theta_l > 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

ด้วยวิธีการหาค่าต่ำสุดแบบสลับดังเช่น (2.6) - (2.9)

3 Preliminary Results

จากการศึกษาการพับเครื่องบินกระดาษ กระดาษและรูปทรงแปดเหลี่ยม ผู้ศึกษาได้ออกแบบกิจกรรมที่บูรณาการทั้งด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี วิศวกรรมศาสตร์ และคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบไปด้วยกิจกรรม

(4.1)

(4.2)

(4.3)

จากรูปที่ ... และเมื่อนำกิจกรรมดังกล่าวข้างต้นไปใช้ทดลองกับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียน กากา จำนวน 35 คน ผลปรากฏว่านักเรียนมีความพึงพอใจต่อกิจกรรมดังกล่าวเป็นอย่างมาก โดยมีค่าเฉลี่ยอยู่ที่ 4.58 และ

4 Planning

แผนการดำเนินงานตลอดทั้งโครงการสามารถสรุปได้โดยย่อจากตารางต่อไปนี้

แผนการดำเนินงาน	เดือนที่											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ศึกษาตัวแบบและขั้นตอนวิธีการต่อเติมภาพที่ใช้การแปรผันรวมในเชิงลึก	x	x										
พัฒนาขั้นตอนวิธีการสำหรับการต่อเติมภาพที่ใช้การแปรผันรวมชนิดใหม่			x	x	x	x						
ทดสอบขั้นตอนวิธีการต่อเติมภาพที่พัฒนาขึ้นโดยโปรแกรม-				x	x	x						
คอมพิวเตอร์บนภาพสังเคราะห์และภาพจริง												
อภิปรายผลที่ได้จากการทดลองเชิงตัวเลข						x	x	x				
สรุปผลการดำเนินงานวิจัยและจัดทำรูปเล่มฉบับสมบูรณ์									x	x	x	x

5 บรรณานุกรม

- [1] T.F. Chan and J. Shen , “Mathematical models of local non-texture inpaintings”, SIAM Journal on Applied Mathematics, vol. 62, no. 3, pp. 1019–1043, 2001.
- [2] L. I. Rudin, S. Osher, E. Fatemi, “Nonlinear total variation based noise removal algorithms”, Physica D: Nonlinear Phenomena, vol 60, issues 1–4, pp. 259-268, 1992.
- [3] C.R. Vogel and M.E. Oman, “Iterative methods for total variation denoising”, SIAM Journal on Scientific Computing. vol. 17, pp. 227-238, 1996.
- [4] T. Goldstein and S. Osher, “The Split Bregman Method for L1-Regularized Problems”, SIAM Journal on Imaging Sciences. vol. 2, issue 2, pp. 323-343, 2009.