

ДИНАМИКА

изучает взаимодействие тел, приводящее к изменению их движения

Первый закон Ньютона (принцип инерции)

Всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока воздействие со стороны других тел не заставит его изменить это состояние.

(Здесь тело – как материальная точка, то есть, вращение исключается.)

Наблюдения: 1зН справедлив не для каждой системы отсчета.

Инерциальная система – та, по отношению к которой 1зН выполняется.

Гелиоцентрическая система. Всякая система, движущаяся относительно нее равномерно и прямолинейно. Инерциальные системы существуют.

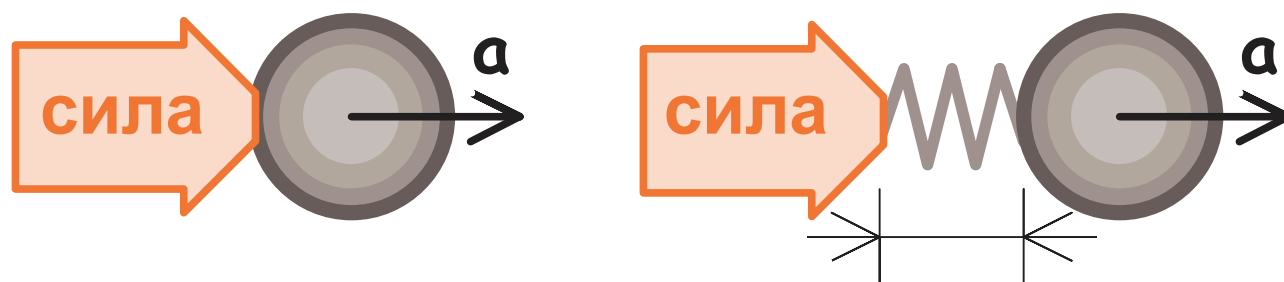
Второй закон Ньютона

Изменение движения пропорционально приложенной силе и происходит в том направлении, в каком действует сила.

Физ. величина СИЛА характеризует воздействие одних тел на другие, в результате которого тела приобретают ускорение.

$$f = k \cdot a \quad \vec{f} = k \cdot \vec{a}$$

Более удобное измерение силы: пружинный динамометр



Опыт: разные тела от одинаковой силы получают разные ускорения. Это свойство тел – физ. величина ИНЕРЦИОННАЯ МАССА.

Ньютон: МАССА - это мера количества материи в теле (не совсем верно).

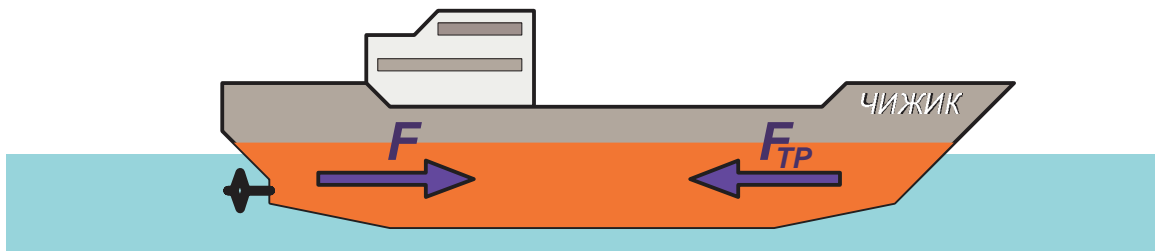
МАССА - это именно мера инерции.

М.В.Ломоносов: масса изолированной системы = const.

$$\vec{a} = k \cdot \vec{f} / m$$

Упругие силы, силы тяготения. Силы трения – молекулярное взаимодействие между соприкасающимися телами. Трение внешнее (между телом и другими телами; трение покоя) и внутреннее (движение жидкостей и газов).

Сила трения всегда направлена противоположно скорости. Чтобы тело двигалось без ускорения, надо, чтобы внешняя сила уравновешивала силу трения.

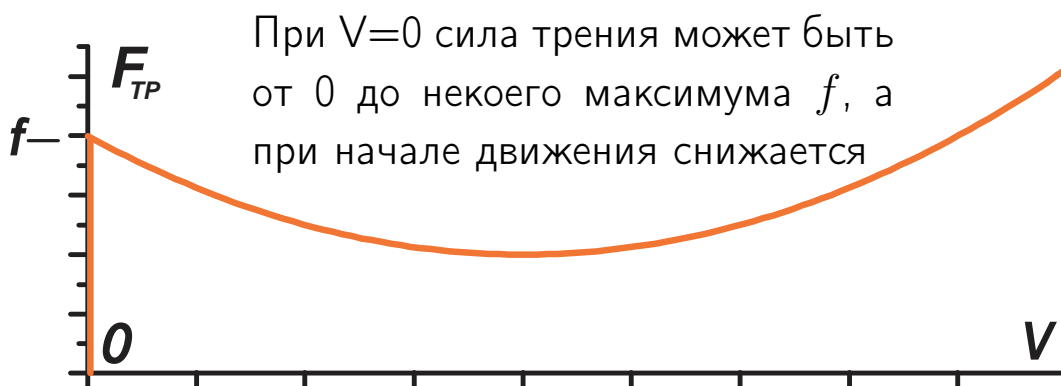
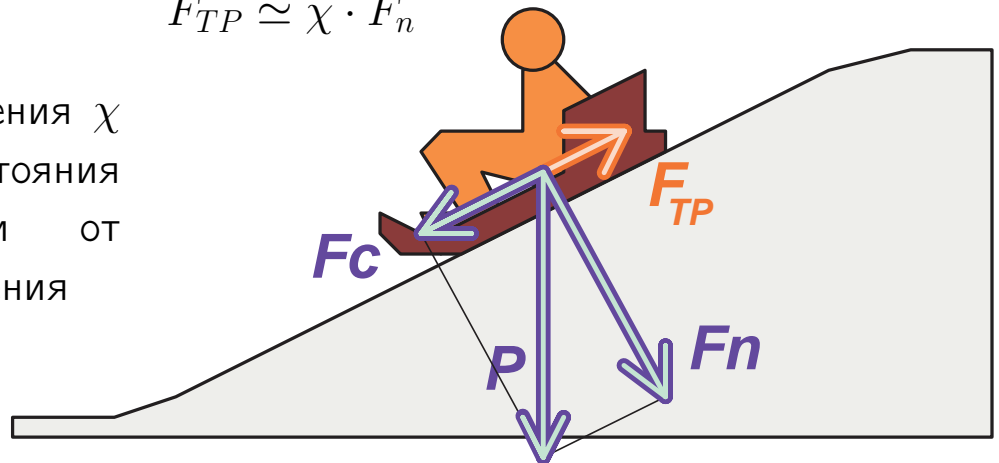


Парашютист: 60 м/с (открытие парашюта) => 5-6 м/с.

Сила трения скольжения приблизительно пропорциональна сжимающей силе F_n :

$$F_{TP} \simeq \chi \cdot F_n$$

коэффициент трения χ зависит от состояния поверхностей и от скорости скольжения



авто: ABS

Рассмотрим движение под действием постоянной силы \vec{f} за время Δt .
Используя 2зН, получим:

$$k \cdot \frac{\vec{f}}{m} = \vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

или, домножив на m и Δt :

$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = k \cdot \vec{f} \Delta t$$

Величина $m\vec{v}$ имеет большой физический смысл и называется КОЛИЧЕСТВО ДВИЖЕНИЯ или ИМПУЛЬС (обозначается как \vec{p} – от англ. *pulse*).

$$\vec{p} \equiv m\vec{v} \qquad \frac{d\vec{p}}{dt} = k \cdot \vec{f}$$

Еще одно определение СИЛЫ: Сила – векторная величина, пропорциональная вызываемому ею изменению импульса в единицу времени.

Величина $\vec{f} \Delta t$ тоже имеет персональное название – ИМПУЛЬС СИЛЫ.

Если положить коэф-т k равным 1, то можно установить единицы измерения для f .

- CGS: $[m] = \text{г}$, $[a] = \text{см/с}^2 \Rightarrow [f] = \text{дина} = \text{г} \cdot \text{см/с}^2$
- SI: $[m] = \text{кг}$, $[a] = \text{м/с}^2 \Rightarrow [f] = \text{Ньютон} = \text{кг} \cdot \text{м/с}^2 = 10^5 \text{дин}$

Механический принцип относительности (Галилей)

1зН – частный случай 2зН при $f = 0$.

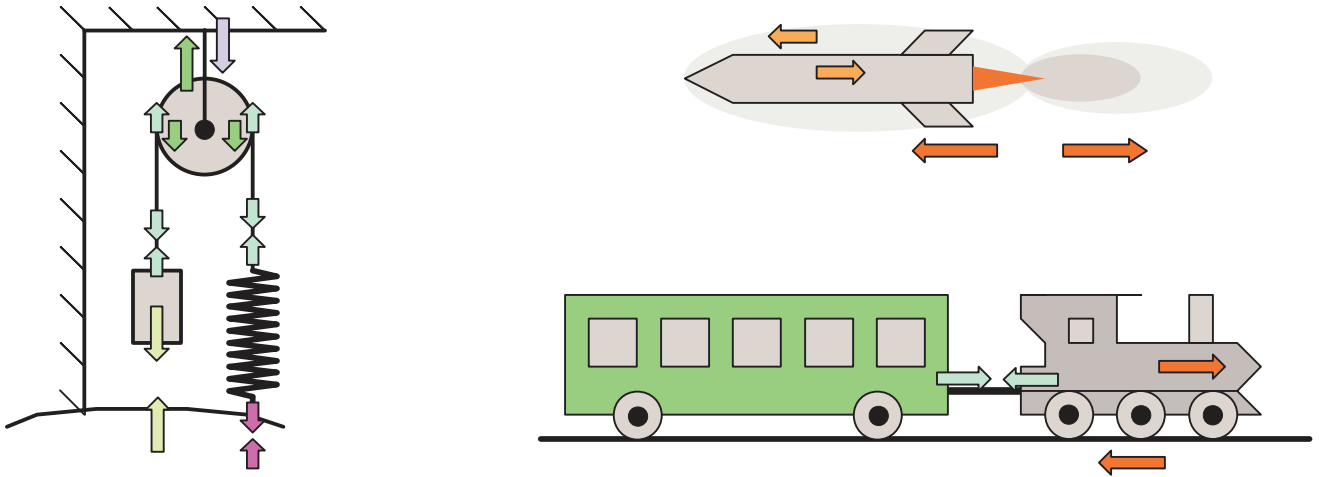
Движение тела относительно двух различных инерциальных систем отличается лишь на постоянную разность скоростей, а ускорения – одинаковы. \Rightarrow и силы (по 2зН) одинаковы!

Никакими механическими опытами, производимыми внутри системы, нельзя решить – находится ли инерциальная система в состоянии покоя или она равномерно и прямолинейно движется. Галилей, 1632 г.

Принцип относительности Эйнштейна: (механическими) \rightarrow (любыми: механическими, электрическими, оптическими, etc.)

Третий закон Ньютона (Как аукнется – так и откликнется)

Если тело В воздействует на тело А с силой \vec{f}_1 , то и тело А, в свою очередь, воздействует на тело В с силой \vec{f}_2 , причем $\vec{f}_1 = -\vec{f}_2$.



Итак, если взаимодействуют 2 тела А и В ;) с массами m_1 и m_2 , то оба приобретают противоположные ускорения:

$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{f}_1}{m_1}, \quad \vec{a}_2 = \frac{\vec{f}_2}{m_2}$$

Из 3зН следует, что $\vec{f}_1 = -\vec{f}_2$, и поэтому

$$\vec{a}_1 = -\frac{m_2}{m_1} \cdot \vec{a}_2$$

Изменение количества движения тел А и В:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{f}_1 \cdot \Delta t \quad \Delta \vec{p}_2 = \vec{f}_2 \cdot \Delta t = -\Delta \vec{p}_1$$

Насколько в результате взаимодействия импульс одного тела увеличился, настолько импульс другого тела уменьшился.

Обобщая на всю систему из N тел, получаем ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ (ИМПУЛЬСА): $\Sigma \vec{p} = \text{const.}$

Полный импульс замкнутой системы остается постоянным во все время движения. (Не обнаружено нарушений ни в микро-, ни в макро-мире, ни в квантовой, ни в релятивистской механике)

Поскольку импульс — это вектор, то закон сохранения выполняется отдельно для каждой его составляющей:

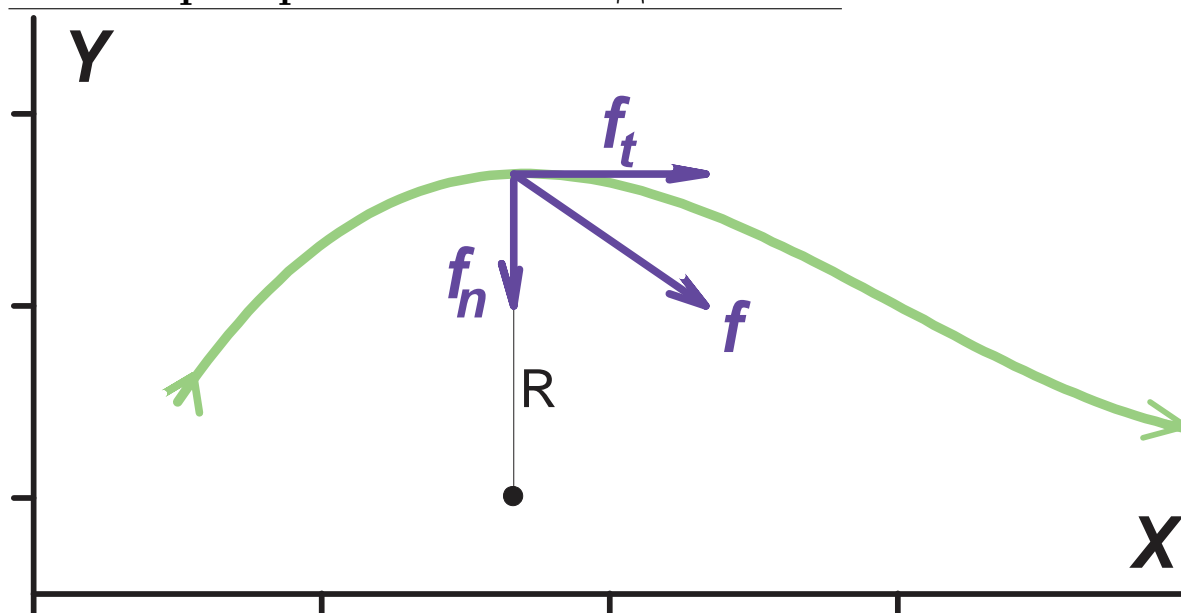


$$\begin{cases} p_x = R_x + q_x \\ 0 = R_y + q_y \\ 0 = R_z + q_z \end{cases}$$

Для изолированной системы из N тел:

$$\vec{P} = \sum_i^N \vec{p}_i = const \Leftrightarrow \begin{cases} P_x = \sum_{i=1}^N p_{xi} = const \\ P_y = \sum_{i=1}^N p_{yi} = const \\ P_z = \sum_{i=1}^N p_{zi} = const \end{cases}$$

Силы при криволинейном движении



Как и ускорение, сила имеет 2 компонента:

1. тангенциальная сила ($\vec{f}_t \parallel \vec{v}$ — разгоняет или тормозит)
2. центростремительная сила ($\vec{f}_n \perp \vec{v}$ — заставляет менять направление)

$$\vec{f} = \vec{f}_t + \vec{F}_n; \quad |f| = \sqrt{f_t^2 + f_n^2}; \quad |f_n| = ma_n = m \frac{v^2}{R}$$

Равномерное движение по кривой: $f_t = 0$. Вся сила – центростремительная.

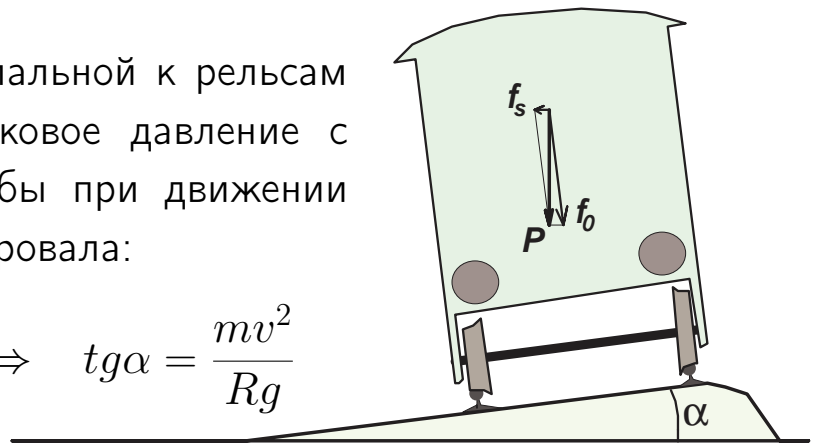
Равномерное движение по окружности: $R = \text{const.}$, $v = \omega R$

$$f_n = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R = 4\pi^2 m \frac{R}{T^2}$$

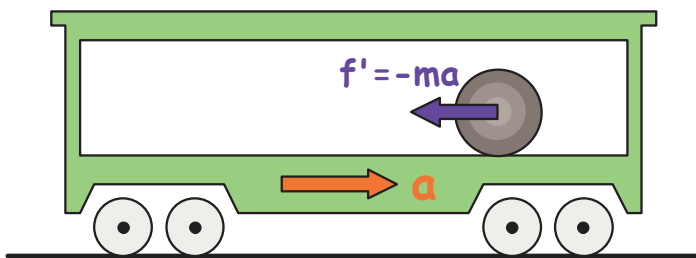
Центростремительная сила приложена к телу, а равная ей (но противоположная по направлению) центробежная – к связям

Неподвижный вагон, кроме нормальной к рельсам силы f_0 , оказывает на них боковое давление с силой $f_s = P \operatorname{tg} \alpha$. Надо, чтобы при движении центробежная сила ее скомпенсировала:

$$P \cdot \operatorname{tg} \alpha = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{mv^2}{Rg}$$



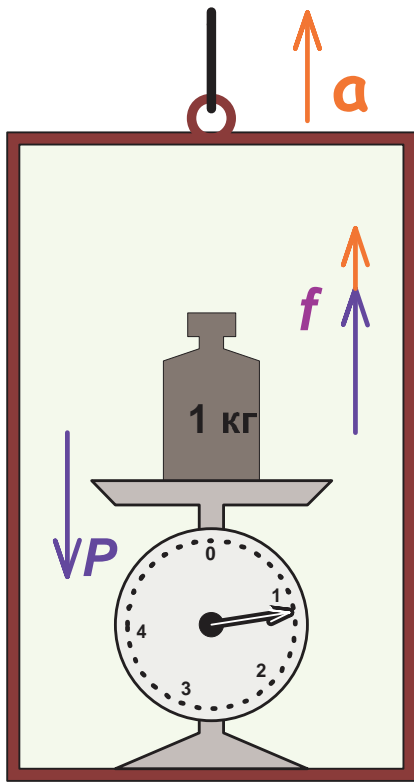
Ускоренные системы



В Лаб.системе: вагон ускоряется, шар отстает.

В системе вагона: шар покатился назад с ускорением $-a$, как если бы появилась сила $\vec{f} = -m\vec{a}$

Фиктивная сила, которую приходится вводить в ускоренной системе отсчета, чтобы в ней выполнялся 2 закон Ньютона – инерционная сила или сила инерции.



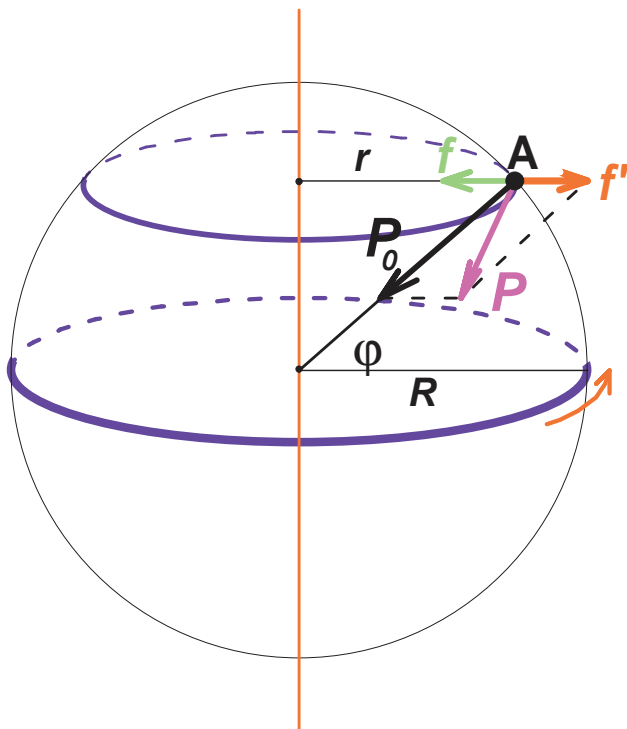
1. $\vec{a} = 0$ (Лифт стоит на месте или движется равномерно.) Гиря давит на весы своим весом $\vec{P} = m\vec{g}$. Весы давят на гирю с такой же силой и уравнивают ее вес. (В обеих инерциальных системах координат)

2. $\vec{a} > 0$ (Лифт ускоряется вверх.)

- В Лаб.системе: Чтобы гиря тоже начала ускоряться вместе с лифтом, весы давят на нее снизу с дополнительной силой $\vec{f}' = m\vec{a}$. По 3зН гиря давит на весы с такой же силой.
- В системе лифта: появилась сила инерции $\vec{f}'' = -m\vec{a}$, которая добавилась к весу гири.

ОТО Эйнштейна: Вселенная относительно системы лифта дернулась вниз с ускорением $-\vec{a}$ и создала дополнительное гравитационное поле, направленное туда же: $g \rightarrow g' = (g + a)$.

Вращающиеся системы



В инерциальной гелиоцентрической системе: чтобы тело А на широте φ вращалось вместе с Землей вокруг ее оси, надо, чтобы часть его веса P_0 играла роль центростремительной силы $f = m\omega^2 r = m\omega^2 R \cos \varphi$.

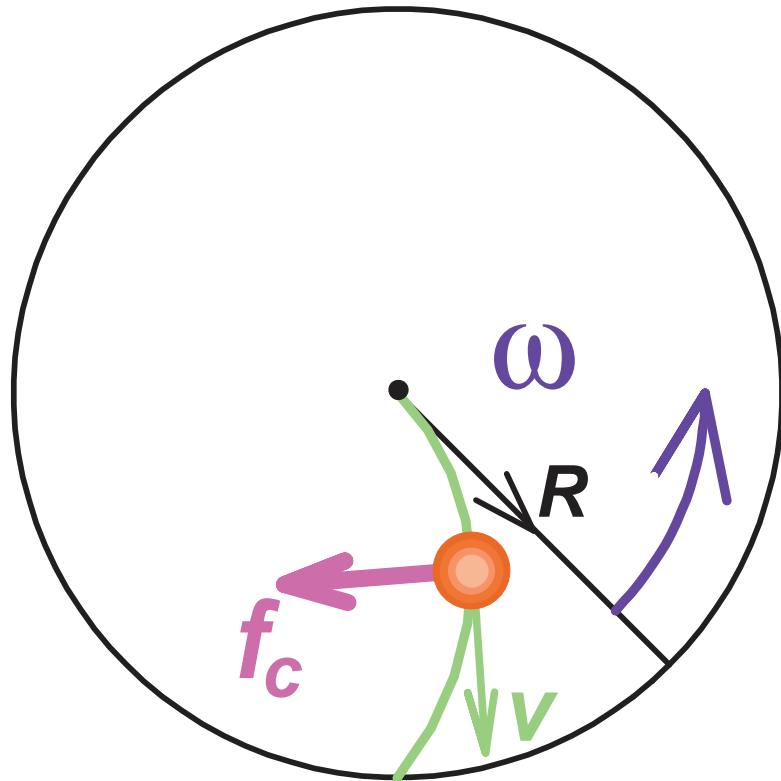
В системе, связанной с Землей: 1) направленный к центру Земли вес P_0 и 2) инерционная центробежная сила $f' = m\omega^2 r$, направленная от оси. Их сумма - кажущийся вес P .

Масштаб: $f/P_0 = \omega^2 R \cos \varphi / g \simeq \cos \varphi / 289$

На экваторе ($\varphi = 0$): f/P_0 — максимально; $f_{\max}/P_0 = \omega^2 R / g = v^2 / gR$
Обращается в 1 при $v = \sqrt{gR} \simeq 7.9$ км/с

Сила Кориолиса

Шарик катится по вращающемуся диску:



В лабораторной
(инерциальной!)
системе – О.К.

В системе диска шарик сносит
вправо, как если бы на него
действовала сила $\vec{f}_c \perp \vec{v}$

Мы живем в такой вращающейся системе. Чтобы корректно
объяснить все явления, у нас \exists два выхода:

1. Каждый раз переделывать все формулы, учитывая
вращение системы координат
2. Ввести фиктивную (как и силу инерции) Кориолисову
силу \vec{f}_c , которая \perp скорости \vec{v} и оси вращения $\vec{\omega}$.

$$\vec{f}_c = 2m [\vec{v} \times \vec{\omega}]$$

Вывод формулы для силы Кориолиса

(факультативно)

Пусть тело движется со скоростью \vec{v} и ускорением \vec{a} в неинерциальной системе координат, которая вращается с угловой скоростью $\vec{\omega}$ и угловым ускорением $\vec{\beta}$. Если радиус вращения тела равен \vec{R} , то линейная скорость \vec{v}' во внешней инерциальной системе равна:

$$\vec{v}' = \vec{v} + [\vec{\omega} \times \vec{R}]$$

Ускорение \vec{a}' этой инерциальной системе равно:

$$\vec{a}' = \frac{d}{dt}(\vec{v}') = \frac{d}{dt}(\vec{v}) + \frac{d}{dt}[\vec{\omega} \times \vec{R}] = \frac{d}{dt}(\vec{v}) + \left[\frac{d}{dt}(\vec{\omega}) \times \vec{R} \right] + \left[\vec{\omega} \times \frac{d}{dt}(\vec{R}) \right].$$

Учитывая, что

$$\frac{d}{dt}(\vec{v}) = \vec{a} + [\vec{\omega} \times \vec{v}],$$

а скорость изменения радиуса

$$\frac{d}{dt}(\vec{R}) = \vec{v} + [\vec{\omega} \times \vec{R}],$$

получим:

$$\vec{a}' = \vec{a} + [\vec{\omega} \times \vec{v}] + [\vec{\beta} \times \vec{R}] + [\vec{\omega} \times \vec{v}] + [\vec{\omega} \times [\vec{\omega} \times \vec{R}]].$$

Далее воспользуемся свойством тройного векторного произведения

$$[\vec{A} \times \vec{B} \times \vec{C}] = \vec{B} \cdot (\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C} \cdot (\vec{A} \cdot \vec{B}),$$

а также тем фактом, что векторы $\vec{\omega}$ и \vec{R} взаимно перпендикулярны, и потому их скалярное произведение равно нулю:

$$[\vec{\omega} \times [\vec{\omega} \times \vec{R}]] = \vec{\omega} \cdot (\vec{\omega} \cdot \vec{R}) - \vec{R} \cdot (\vec{\omega} \cdot \vec{\omega}) = -\vec{R} \cdot \omega^2.$$

Итак, получаем, что ускорение тела относительно инерциальной системы, в которой просто обязаны соблюдаться все законы Ньютона, равно:

$$\vec{a}' = \vec{a} + [\vec{\beta} \times \vec{R}] - 2[\vec{v} \times \vec{\omega}] - \omega^2 \vec{R}.$$

Если почленно умножить все это на массу m , то в последнем слагаемом узнаем центростремительную силу, которая должна уравновесить силу инерции, направленную по радиусу, а в предпоследнем - силу, которая должна компенсировать силу Кориолиса (если мы не хотим, чтобы тело отклонилось от своего заданного движения в неинерциальной системе).