FAKULTÄT FÜR !NFORMATIK
Faculty of Informatics

Ein Lösungsarchiv mit Branch-and-Bound-Erweiterung für das Generalized Minimum Spanning Tree Problem

DIPLOMARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

im Rahmen des Studiums

Computational Intelligence

eingereicht von

Christian Gruber
Matrikelnummer 0625102

an der
Fakultät für Informatik der Technischen Universität Wien

Betreuung
Betreuer: Univ.-Prof Dr.Günther Raidl
Mitwirkung: Univ.-Ass. Dr. Bin Hu

Wien, September 5, 2011 ______________________ ______________________
(Unterschrift Verfasser) (Unterschrift Betreuer)

Abstract

In this work, an algorithm for the generalized minimum spanning tree problem (GMST) is developed. Given is a complete graph where the nodes are partitioned into clusters. A solution is a spanning tree which contains exactly one node of each cluster and its costs are minimal. This problem is NP-hard. In this work, a heuristic is developed for this problem.

In this method, an evolutionary algorithm (EA) is used with two different solution archives. Using a solution archive, it is possible to store solutions generated by the EA in order to detect duplicates and converts duplicate solutions into new solutions. One solution archive based on an encoding in which the spanned nodes of each cluster in the solution are stored. The other archive is based on an encoding which characterizes the connections between the clusters.

These archives are extended by a bounding strategy based on the branch-and-bound technique. They try to calculate appropriate bounds at a convenient positions which give information about how good the solutions in the respective area of the archive can be in the best case. If a bound was found which is worse than the best known solution, the solutions are unattractive in the course of the algorithm and will not be considered. Therefore inferior solutions can be detected at an early stage and only promising solutions that can bring improvements will be pursued.

In addition to the bounding strategy a nearest neighbor approach is implemented in which a cluster attached to the spanning tree is preferred among the the n nearest neighboring clusters.

Tests were carried out in which the bounding strategy was used in the different variants. These tests led to the conclusion that the bounding strategy leads to an improvement in comparison to the "normal" archives. The comparison between the archives shows that the pop version lead to better results than the gosh version. When both archives are used simultaneously, the results are better than the results of the other two variants.

KAPITEL 1

Einleitung

1.1 Generalized Minimum Spanning Tree-Problem

Das Generalized Minimum Spanning Tree-Problem (GMST) ist ein kombinatorisches Optimierungsproblem, das eine Verallgemeinerung des Minimum Spanning Tree Problems (MST) ist. Für das MST-Problem ist ein vollständiger Graph G gegeben, bei dem jeder Kante Kosten zugeordnet sind. Eine Lösung des MST-Problems entspricht einer Teilmenge von Kanten, die einen minimalen Spannbaum bilden. Ein minimaler Spannbaum ist ein kreisfreier Teilgraph von G, der mit allen Knoten des Graphen verbunden ist und dessen Summe der Kantenkosten minimal ist. Beim GMST-Problem werden zusätzlich noch die Knoten des MST-Problems durch Cluster partitioniert.
Die formale Definition des GMST-Problems sieht wie folgt aus [4]:

Gegeben ist ein vollständiger gewichteter Graph $G = (V, E, c)$, wobei V die Knotenmenge, E die Kantenmenge und $c : E \rightarrow \mathbb{R}^+$ die Kostenfunktion ist. Die Knotenmenge V ist partitioniert in m paarweise disjunkte Cluster $V_1, V_2, \dots, V_m$, wobei $\bigcup_{i=1,\dots,m} V_i = V$, $V_i \cap V_j = \emptyset \; \forall i, j = 1, \dots, m, \; i \neq j$. d_i ist die Anzahl der Knoten in Cluster V_i, $i = 1, \dots, m$. Eine Lösung für das GMST-Problem ist ein Graph $S = (P, T)$, wobei $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\} \subseteq V$ enthält genau einen Knoten von jedem Cluster ($p_i \in V_i \; for \; all \; i = 1, \dots, m$). $T \subseteq E$ ist ein Spannbaum auf die Knoten in P. Die Kosten von T ergeben sich aus den Kantenkosten, $C(T) = \sum_{(u,v) \in T} c(u, v)$. Die optimale Lösung ist dann ein Graph $S = (P, T)$ dessen Kosten $C(T)$ minimal sind. Ein Beispiel für eine solche Lösung ist in Abb. 1 zu finden.

Literaturverzeichnis

[1] FEREMANS, C.: *Generalized Spanning Trees and Extensions*, Universite Libre de Bruxelles, Diss., 2001

[2] GHOSH, D.: Solving medium to large sized Euclidean generalized minimum spanning tree problems / Indian Institute of Management, Research and Publication Department. 2003. – Forschungsbericht

[3] HU, B. ; LEITNER, M. ; RAIDL, G. R.: Computing Generalized Minimum Spanning Trees with Variable Neighborhood Search. In: HANSEN, P. (Hrsg.) ; MLADENOVIĆ, N. (Hrsg.) ; PÉREZ, J. A. M. (Hrsg.) ; BATISTA, B. M. (Hrsg.) ; MORENO-VEGA, J. M. (Hrsg.): *Proceedings of the 18th Mini Euro Conference on Variable Neighborhood Search*. Teneriffa, Spanien, 2005

[4] HU, B. ; LEITNER, M. ; RAIDL, G. R.: Combining Variable Neighborhood Search with Integer Linear Programming for the Generalized Minimum Spanning Tree Problem. In: *Journal of Heuristics* 14 (2008), Nr. 5, S. 473–499

[5] HU, B. ; RAIDL, G. R.: An Evolutionary Algorithm with Solution Archive for the Generalized Minimum Spanning Tree Problem. In: QUESADA-ARENCIBIA, A. (Hrsg.) u. a.: *Proceedings of EUROCAST 2011 – 13th International Conference on Computer Aided Systems Theory, Las Palmas de Gran Canaria, Spain, February 6–11, 2011*, 2011, S. 256–259

[6] JIANG, H. ; CHEN, Y.: An efficient algorithm for generalized minimum spanning tree problem. In: *GECCO '10: Proceedings of the 12th annual conference on Genetic and evolutionary computation*. New York, NY, USA : ACM, 2010. – ISBN 978–1–4503–0072–8, S. 217–224

[7] LEITNER, M.: *Solving Two Generalized Network Design Problems with Exact and Heuristic Methods*, Technische Universität Wien, Diplomarbeit, 2006. – supervised by G. Raidl and B. Hu

[8] MYUNG, Y. S. ; LEE, C. H. ; TCHA, D. W.: On the Generalized Minimum Spanning Tree Problem. In: *Networks* 26 (1995), S. 231–241