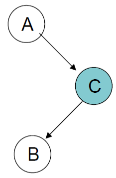
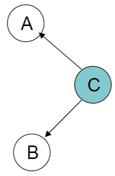
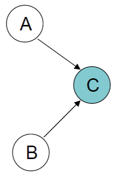
贝叶斯网络

chain rules







关于这三个节点关系，前两个可以证明A和B是条件C下独立的，后一个A和B有共同的子节点，所以A和B并不是条件C下独立的

Summary:

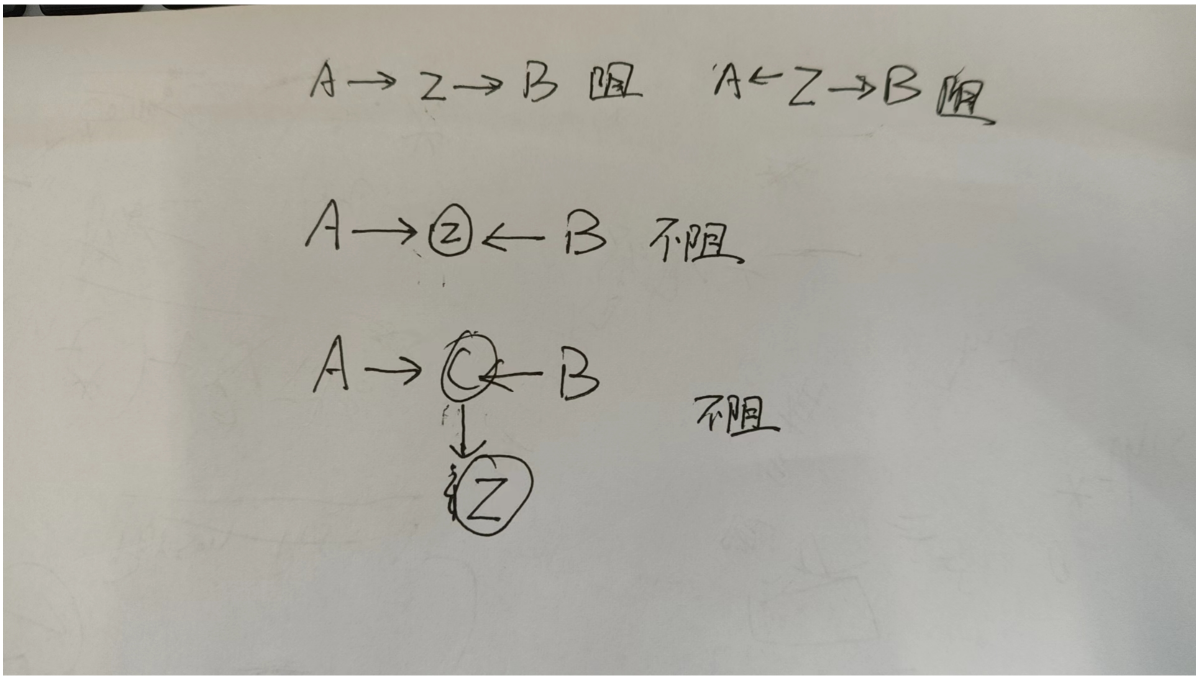
- p(a,b)=p(a)p(b)
- p(a,b|c) NotEqual p(a|c)p(b|c)

A和B本身其实是独立的，但是你在观测到了C的状态之后，相对来说在C发生的情况下A和B也变得相关了

现在假设你听到了树叶的响动（事件C）。这时，如果你看到外面的树枝确实在动，知道风正在吹（A发生了），你就会认为不太可能是猫在那里（B的概率下降了），因为你已经有了树叶响动的“解释”——风。同样，如果你看到外面一点风也没有，那么猫在树上的可能性就增加了。事件A和B在观察到事件C后变得相关。

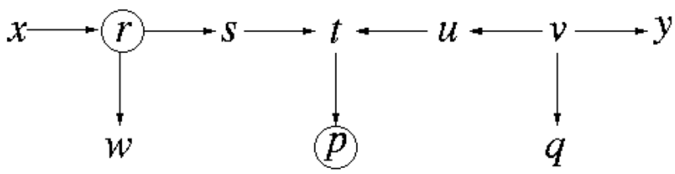
如果是刚刚图里面的前两张形式，则A和B是D-separated by C的，即给定条件C下A和B依然是条件独立的关系

下面这张图是关于A和B之间会不会被Z blocked的图解



Let Z be the set {r, p}

s and y are d-connected by Z;



x and u are d-separated by Z.

首先讨论是否blocked或者d-separated一定要有一个被谁blocked的对象

比如说这里的Z(r,p)，那其他的比如说v，u什么的就不用讨论

根据上图判断r确实把路给堵了

p的话符合上面不阻塞的例子，则它就不是d-separated，相反它就是d-connected

注意我没有说到底u和v有没有堵塞s到y之间的道路，我只讨论了p，关于s和y是否真正联通，idc。。。

1. 链式结构（Serial Connection）

在链式结构中，两个节点通过一个中间节点连接，形成一个链条。例如，A→B→C。

- **未观测中间节点**：当中间节点 B没有被观测时，A和C 是条件独立的。
- **观测中间节点**：如果 B 被观测，路径被激活，使得 A和 C条件相关。

2. 分叉结构（Diverging Connection）

分叉结构是指一个节点向两个不同的节点发散。例如，$A \rightarrow B \leftarrow C$。

- **未观测中间节点**：当 B 没有被观测时，A 和C 是条件独立的。
- **观测中间节点**：如果 B 被观测，路径被激活，A 和 C 条件相关。

3. 合并结构（Converging Connection）

合并结构是指两个节点向同一个节点合并。例如，$A \leftarrow B \rightarrow C$。

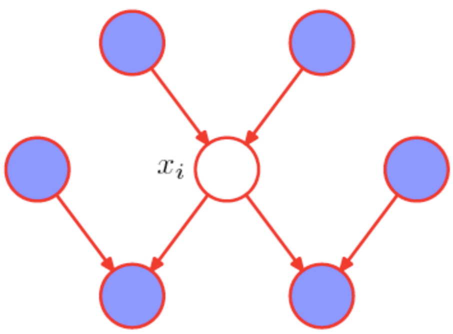
- **未观测中间节点**：如果 B没有被观测，且没有后续的子孙节点被观测，A和 C是条件独立的。
- **观测中间节点或其后代**：如果 B 或其任何后代被观测，A 和 C 变为条件相关。

特别注意：

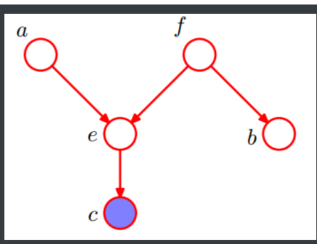
- **后代节点**：在合并结构中，中间节点的后代也会影响条件独立性。如果中间节点的任何后代被观测，它会打开路径，使得两边的节点条件相关。
- **多路径**：在复杂的网络中，可能存在多条路径连接同一对节点。所有路径都必须被阻断，才能判断这两个节点是条件独立的。

Markov Blanket

The Markov blanket of a node $\mathbf{x}_i$ comprises the set of parents, children and co-parents of the node. It has the property that the conditional distribution of $\mathbf{x}_i$, conditioned on all the remaining variables in the graph, is dependent only on the variables in the Markov blanket.



给定条件，也就是给定一个节点已知，这个时候判断其他两个点在这个条件下是否条件独立，那就判断是否有一条通路能连接这两个点，能的话说明不独立，不能的话就说明条件独立



a与 b 是否在 c 条件下独立?

a-b存在：a-e-f-b，**注意这里要考虑所有的路**

对e：head-to-head：c子节点在条件中，就不堵塞

对f：tail-to-tail：f不在条件中，也不堵塞

a与 b 是否在 f条件下独立?

对e：head-to-head：e不在c中，堵塞

对f：tail-to-tail：f在c中，堵塞，所以就条件独立

$P(a,b|c) = P(a|c) \cdot P(b|c)$或$P(a|b,c) = P(a|c)$

则a，b在条件c下不独立

a，b在条件f下条件独立

1. D-separation

所有路都堵塞就条件独立

网络类型	$X \in C$	$X \notin C$
tail-to-tail	阻塞	不阻塞
head-to-tail	阻塞	不阻塞
head-to-head	不阻塞	阻塞（子节点也要$\notin C$）

(a) 路径中存在某个节点 X 是 head-to-tail 或者 tail-to-tail 节点（Example one/two），并且 X 是包含在 C 中的;

(b) 路径中存在某个节点 X 是 head-to-head 节点（Example Three），并且 X 或 X 的子节点是不包含在 C 中的;

总结，给定条件C，也就是C节点，如果不是头对头都是阻塞的，当然**如果C节点的父节点是头对头也是不阻塞的**

那除了条件以外的节点的话就反过来，除了head to head以外都是不阻塞的，也包括上面加粗的部分都是不阻塞的