

Modul 1

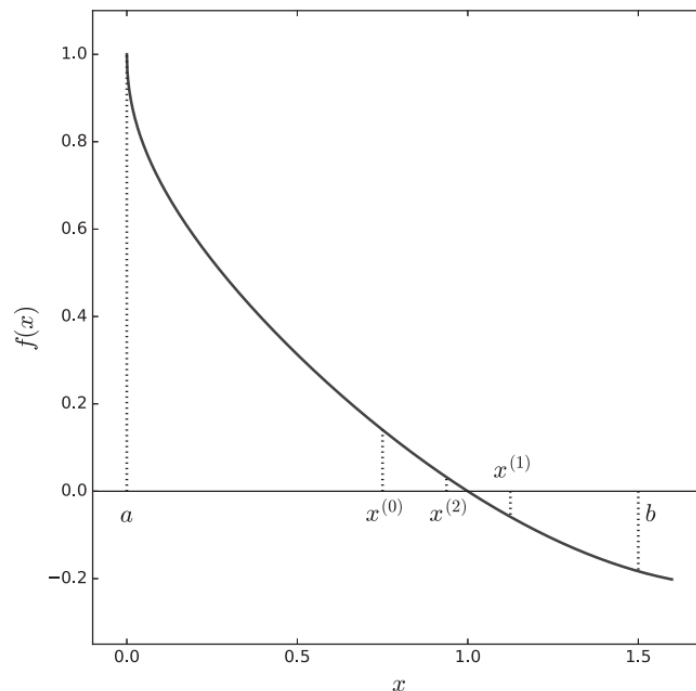
Metode Pencarian Akar (*Root Finding*)

A. Teori

1. Metode Biseksi (*Bisection*)

Metode biseksi adalah metode pencarian akar yang menggunakan dua nilai awal yang diduga memiliki akar di tengah-tengahnya. Metode ini adalah metode pencarian yang memanfaatkan koreksi nilai tengah dari dua nilai awal yang diberikan. Sebagai contoh diberikan dua buah nilai awal yang mengapit sebuah akar, yakni nilai a dan b yang secara berturut-turut ada di sebelah kiri dan kanan akar. Nilai tengah di antara dua nilai tersebut diberikan persamaan sebagai berikut.

$$c = \frac{a + b}{2}$$



Berdasarkan ilustrasi grafik di atas, algoritma biseksi akan memenuhi aturan seperti berikut:

- Jika $f(a) \cdot f(c) < 0$, pada saat ini, nilai tengah (c) berada di sebelah kiri akar dan $f(c)$ bernilai negatif, sehingga nilai b harus digeser. Sehingga nilai $b = c$.
- Jika $f(a) \cdot f(c) > 0$, pada saat ini, nilai tengah (c) berada di sebelah kanan akar dan $f(c)$ bernilai positif, sehingga nilai a harus digeser. Sehingga nilai $a = c$.
- Jika $f(a) \cdot f(c) = 0$, maka c adalah akar-akar fungsi yang dicari.

Namun, jika grafik ilustrasinya menanjak, dengan algoritma yang sama maka nilai tengah (c) akan menarik nilai batas yang ada didekatnya.

Masalah akan muncul pada metode biseksi ini ketika nilai akar pada fungsi tidak termasuk bilangan bulat atau bernilai desimal tanpa akhir. Oleh karena itu, pada metode ini, dapat diberikan toleransi nilai pembulatan atas perkalian nilai $f(a) \cdot f(c)$ dengan begitu *looping* atau pengulangan pada metode ini bisa berakhir tanpa harus memakan waktu yang sangat lama.

2. Metode Newton-Raphson

Metode newton-raphson adalah metode pencarian akar terbuka dengan satu nilai tebakan awal. Metode ini dapat diperoleh dari deret taylor dengan pendekatan sampai suku kedua.

$$f(x) = f(x_{i-1}) + (x - x_{i-1})f'(x_{i-1}) + \dots$$

Kemudian untuk mencari nilai akar, kita dapat mengasumsikan x sebagai akar. Dengan begitu, maka nilai $f(x) = 0$. Sehingga

$$0 = f(x_{i-1}) + (x - x_{i-1})f'(x_{i-1})$$

$$x = x_{i-1} - \frac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})}, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

Kelemahan metode Newton-Raphson ini terletak pada penurunan persamaan secara analitik pada fungsi yang ingin dicari nilai akarnya.

B. Persoalan

Sebuah meriam tank mampu meluncurkan proyektil dengan kecepatan maksimum $v_{maks} = 800 \text{ m/s}$ dan sudut maksimum 45° .

Diketahui fungsi ketinggian peluru terhadap x sebagai berikut:

$$Y(x) = x \cdot \tan \theta - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v \cos \theta} \right)^2$$

Jika sebuah proyektil ditembakkan dengan kecepatan maksimum dan sudut maksimum meriam tersebut,

1. Tentukan nilai jarak tempuh peluru ke target sasaran di darat dengan asumsi $g = 9.8 \text{ m/s}^2$.
2. Buatlah format tabel

➤ Metode Biseksi

Iterasi ke-	c	f(a).f(c)	a	b	Error relatif
1					
2					
3					

➤ Metode Newton-Raphson

Iterasi ke-	x_{approx}	Error relatif
1		
2		
3		

Catatan :

Untuk mencari nilai Error relatif, mahasiswa terlebih dahulu mencari nilai eksak atau nilai sebenarnya dari fungsi di atas dengan persamaan sebagai berikut :

$$x_{eksak} = \frac{v^2}{g} \sin(2\theta)$$

Selanjutnya nilai Error relatif dapat dicari dengan persamaan sebagai berikut :

$$error = \left| \frac{x_{eksak} - x_{approx}}{x_{eksak}} \right|$$

C. Bentuk Laporan

[Markdown/Text] 1. Problem Statement

[Markdown/Text] 2. Persamaan Matematika

[Markdown/Text] 3. Algoritma Bisection dan Newton-Raphson

[Markdown/Text] 4. Diagram Alir

[Code] 5. Program

[Markdown/Text/Code] 5. Analisis Hasil (diperbolehkan untuk menambahkan program yang mendukung pernyataan analisis semisal analisis error, konsumsi waktu, dan beban memori)