Modul 3

Interpolasi

A. Teori

Interpolasi adalah proses memperkirakan nilai-nilai di antara titik-titik data yang diketahui. Sebaliknya, jika nilai yang ingin dicari berada di luar titik-titik data yang diketahui disebut sebagai ekstrapolasi. Dalam interpolasi dan ekstrapolasi, dibangun sebuah fungsi untuk mengestimasi nilai-nilai yang hilang tersebut. Ada banyak fung si yang dapat digunakan untuk memperoleh hubungan ini. Setiap fungsi memiliki parameter-parameter atau koefisien-koefisien yang harus ditentukan sehingga fungsi tersebut mendekati atau juga melalui titik titik data. Jumlah parameter atau koefisien fungsi tidak mungkin lebih dari jumlah data.

Ide mendasar dari interpolasi adalah untuk menemukan polinomial $p_n(x)$ berderajat *n*. Untuk menemukan nilai $p_n(x)$ dapat dilakkukan dengan menggunakan interpolasi lagrange dan interpolasi newton. Umpamanya tersedia titik data sebanyak $n+1$ yaitu (x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), ... (x_n, y_n).

1. Interpolasi Lagrange

Polinom interpolasi menggunakan metode Lagrange berbentuk

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) L_i(x)$$

Dimana

$$f(x_i) = y_n \; dan \; L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq 1}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

Nilai $L_i(x)$ bergantung pada seberapa banyak titik data yang ada. Misalnya untuk titik data berjumlah 3, maka orde polinomial yang dibentuk adalah berderajat 2 $(n-1)$. Maka,

$$L_0(x) = \frac{l_0(x)}{l_0(x_0)} = \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)}$$

$$L_1(x) = \frac{l_1(x)}{l_1(x_1)} = \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)}$$

$$L_2(x) = \frac{l_2(x)}{l_2(x_2)} = \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)}$$

2. Interpolasi Newton

Interpolasi polinomial dengan metode Newton memiliki bentuk.

$$f_n(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + \cdots + b_n(x - x_1) \ldots (x - x_{n-1})$$

Dimana nilai b adalah selisih terbagi yang didapatkan dengan persamaan sebagai berikut

$$b_0 = f(x_0) = y_0$$

$$b_1 = f[x_1, x_0] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

$$b_2 = f[x_2, x_1, x_0] = \frac{f[x_2, x_1] - f[x_1, x_0]}{x_2 - x_0}$$

Untuk melakukan perhitungan dengan interpolasi newton, dapat dibentuk tabel seperti di bawah

i	x_i	$f(x_i)$	First	Second	Third
0	x_0	$f(x_0)$	$f[x_1, x_0]$	$f[x_2, x_1, x_0]$	$f[x_3, x_2, x_1, x_0]$
1	x_1	$f(x_1)$	$f[x_2, x_1]$	$f[x_3, x_2, x_1]$	
2	x_2	$f(x_2)$	$f[x_3, x_2]$		
3	x_3	$f(x_3)$			

B. Persoalan

Diketahui rapat energi suatu benda hitam memenuhi persamaan rapat energi yang diusulkan oleh Max Planck pada tahun 1900. Kemudian dilakukan suatu eksperimen untuk mengukur rapat energi yang dimiliki oleh matahari yang bersuhu 5000K. Dari eksperimen diperoleh data sebagai berikut

$\lambda\ (nm)$	$U(\lambda, 5000K)$
297	75865
721	127919
972	134231
1020	286420
1434	314502
1726	482845

Tentukan berapa rapat energi maksimum matahari $(U(\lambda, 5000K))$ hasil interpolasi dan rapat energi matahari maksimum berdasarkan persamaan rapat energi yang dirumuskan Max Planck dan berapa nilai lamda yang berkorelasi dengan nilai rapat energi matahari maksimum.

Kemudian bandingkan dan analisis dengan menggunakan 2 metode interpolasi yang telah dipelajari (interpolasi lagrange dan newton).

Berikut persamaan Rapat Energi Benda Hitam Max Planck :

$$U(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda} \frac{1}{e^{hc/\lambda k_B T} - 1}$$

Dengan

$h = 6.626 \times 10^{-34}\ m^2 kg/s$

$c = 2.998 \times 10^{8}\ m/s$

$k_B = 1.381 \times 10^{-23}\ m^2 kg s^{-2} K^{-1}$

Catatan :
Untuk mendapatkan nilai maksimum, gunakan perintah np.max(variabel yang menampung nilai rapat energi matahari)

C. Bentuk Laporan

[Markdown/Text] 1. Problem Statement

[Markdown/Text] 2. Persamaan Matematika

[Markdown/Text] 3. Algoritma Metode Interpolasi Lagrange

[Markdown/Text] 4. Diagram Alir Interpolasi Lagrange

[Code] 5. Program Metode Interpolasi Lagrange

[Markdown/Text] 6. Algoritma Metode Interpolasi Newton

[Markdown/Text] 7. Diagram Alir Interpolasi Newton

[Code] 8. Program Metode Interpolasi Newton

[Markdown/Text/Code] 5. Analisis Hasil Perbandingan kedua metode yang digunakan (diperbolehkan untuk menambahkan program yang mendukung pernyataan analisis semisal analisis error, konsumsi waktu, dan beban memori)