

Model Lotki-Volterry

Hubert Jackowski

Równanie Lotki-Volterry to model układu dynamicznego opisujący wzajemną zależność rozmiarów populacji drapieżników i ofiar. Został on zaproponowany niezależnie przez dwóch badaczy Vito Volterrę w 1926 oraz Alfreda James Lotkę w 1920 roku. [1]

MODEL

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (a - by)x \\ \frac{dy}{dt} = (cx - d)y, \end{cases} \text{ gdzie:}$$

x - populacja ofiar,

y - populacja drapieżników,

t - czas,

a - częstość narodzin ofiar,

b - częstość umierania ofiar,

c - częstość narodzin drapieżników,

d - częstość umierania drapieżników.

SYMULACJA

Ustalamy zmienne wymagane do symulacji wzajemnej zależności rozmiarów populacji drapieżników i ofiar.

```
time = 20;  
dt = 0.0001;  
n = time / dt;  
prey = linspace(2, 2, n);  
predators = linspace(1, 1, n);
```

Ustalamy parametry opisujące model.

```
a = 1.2; b = 0.6; c = 0.3; d = 0.8;
```

Symulacja zmian obu populacji.

```
for i=2:1:n  
    tempPrey = prey(i-1);
```

```

tempPredators = predators(i-1);
prey(i) = tempPrey + (a - b * tempPredators) * tempPrey * dt;
predators(i) = tempPredators + (c * tempPrey - d) * tempPredators * dt;
end

```

Utworzenie wykresu zmiany populacji drapieżników i ofiar w czasie.

```

plot(pre, color="#138a2b")
hold on
plot(predators, color="#cc0e2b")
set(gca, 'XTick', 0:5/dt:n, 'XTickLabel', 0:5:time)
title('Model Lotki-Volterry')
ylabel('Liczba osobników')
xlabel('Okresy lęgowe')

```

OBSERWACJE

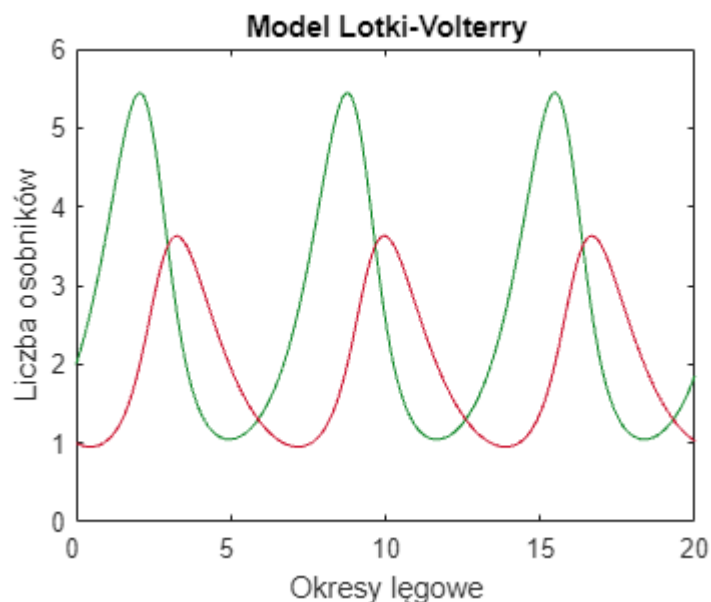


Figure 1: Rezultat symulacji kolorem czerwonym zaznaczono populację drapieżników, a kolorem zielonym populację ofiar.

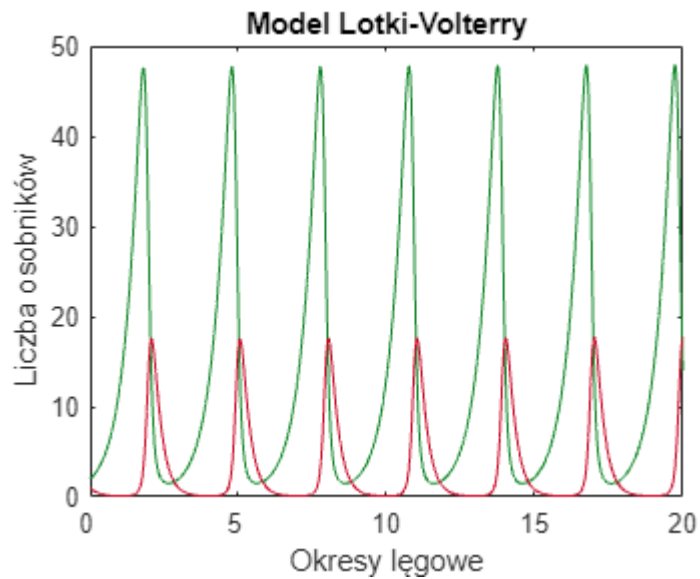


Figure 2: Rezultat symulacji dla zmienionych wartości parametrów modelu wyjściowego Lotki-Volterra ($a = 2$, $b = 0.6$, $c = 0.3$, $d = 4$) kolorem czerwonym zaznaczono populację drapieżników, a kolorem zielonym populację ofiar.

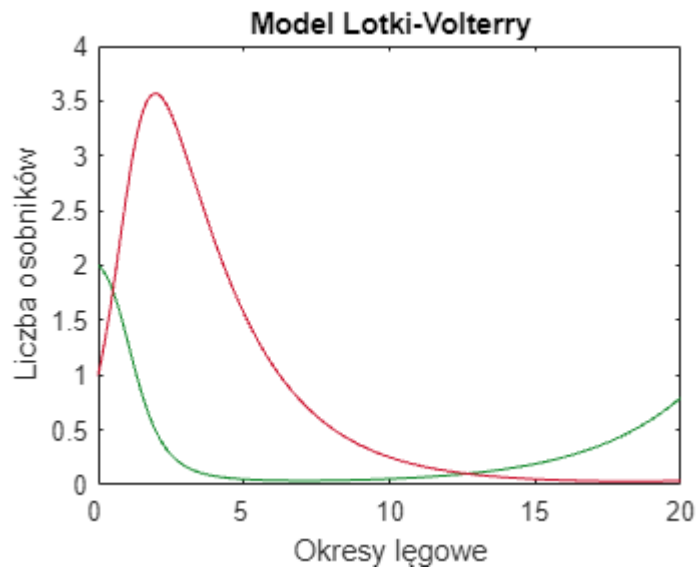


Figure 3: Rezultat symulacji dla zmienionych wartości parametrów modelu wyjściowego Lotki-Volterra ($a = 0.3$, $b = 0.4$, $c = 0.8$, $d = 0.4$) kolorem czerwonym zaznaczono populację drapieżników, a kolorem zielonym populację ofiar.

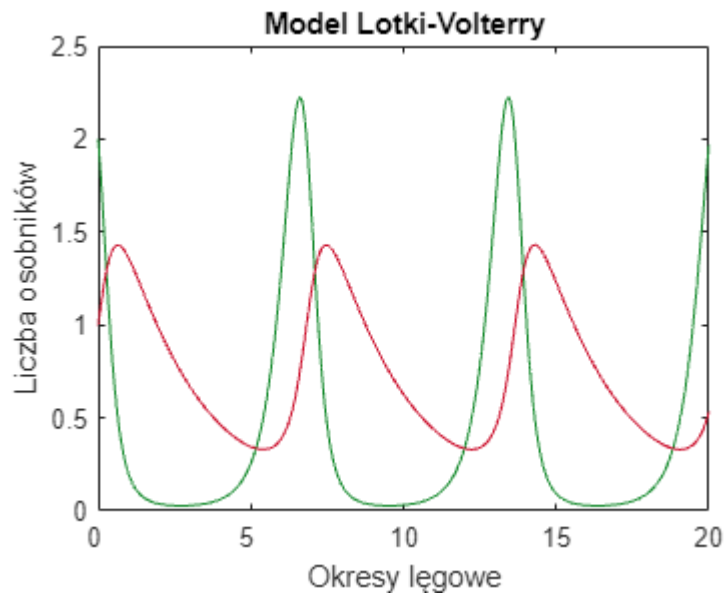


Figure 4: Rezultat symulacji dla zmienionych wartości parametrów modelu wyjściowego Lotki-Volterra ($a = 3$, $b = 4$, $c = 0.8$, $d = 0.4$) kolorem czerwonym zaznaczono populację drapieżników, a kolorem zielonym populację ofiar.

WNIOSKI

Zauważmy, że liczebność populacji drapieżników jest ściśle związana z liczebnością populacji ofiar. Spadek populacji ofiar skutkuje zmniejszeniem populacji drapieżników. Ta zmiana skutkuje natomiast stworzeniem okoliczności, w której niezagrożona populacja ofiar wzrasta i cykl się powtarza, co zauważamy na wykresach przeprowadzonych symulacji [Figure 1-4].

LITERATURA

[1] J.D. Murray: Wprowadzenie do Biomatematyki. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 2006. ISBN 83-01 14719-9.