Lista 4

Wszystkie modelowania równań różniczkowych wykonane do tej pory były numeryczną aproksymacją prawdziwych rozwiązań. Aproksymacja numeryczna jest wykorzystywana w zastosowaniach inżynierskich znacznie częściej, niż używanie dokładnych rozwiązań, gdyż te często są bardzo skomplikowane, bądź też niemożliwe do obliczenia. W związku z tym przedmiotem listy 4 jest implementacja modelu zjawiska występującego w przyrodzie / fizyce / inżynierii z wykorzystaniem równania różniczkowego, bądź układów równań różniczkowych i ich analiza z wykorzystaniem dokładnego rozwiązania uzyskanego za pomocą pakietu `sympy`.

Podczas zajęć wprowadzających do tej listy oprócz wprowadzenia do pakietu `sympy` przeprowadziliśmy modelowanie energii wahadełka. Sprawdziliśmy, że wyznaczenie dokładnych rozwiązań dla używanych wcześniej modeli Lotki-Volterry oraz układu Lorenza nie jest możliwe.

W ramach listy 4 należy znaleźć i zamodelować ww. zjawisko. Sprawozdanie powinno zawierać:

- Krótki opis przedstawianego zjawiska
- Niezbędne wzory i warunki początkowe
- Kod obliczeń oraz rozwiązanie równania / układu równań
- Porównanie rozwiązania dokładnego z rozwiązaniem przybliżonym (`scipy`), poprzez wyliczenie średniego błędu bezwzględnego[1] oraz średniego błędu kwadratowego[2]
- Wizualizacja obu otrzymanych funkcji oraz osobny wykres błędu dla każdego kroku $t \in \{0, dt, 2dt, \ldots, T\}$
- Interpretacja otrzymanego wyniku
- Wnioski z przeprowadzonych symulacji

Uwagi i wskazówki

Tak jak pokazaliśmy w trakcie zajęć, nie każde równanie różniczkowe będziemy w stanie rozwiązać. Ograniczenie się do szukania równań różniczkowych zwykłych (ang. *ordinary differential equation, ODE*, czyli równań funkcji jednej zmiennej) powinno znaczenie przyspieszyć szukanie. Równania różniczkowe cząstkowe (ang. *partial differential equation, PDE*) często nie mają rozwiązania wcale, bądź bardzo obliczeniowo kosztowne i niestabilne numerycznie.

[1] `https://en.wikipedia.org/wiki/Mean_absolute_error`
[2] `https://en.wikipedia.org/wiki/Mean_squared_error`