Statystyka dla Inżynierów
Laboratorium 7
Rozkład Normalny oraz Centralne Twierdzenie Graniczne

1. *Wzrost X ma rozkład normalny z średnią 170cm a wariancją 144cm^2.*
   a) *Wyznaczyć i)* $(X<164)$ *,ii)* $P(X>188)$, *iii)* $P(158<X<185)$.
   b) *Wyznaczyć wzrost k, taki że 15% populacji ma wzrost większy od k.*

2. *(Generowanie liczb z rozkładu normalnego standardowego)*
   i) Za pomocą odpowiedniego programu wylosować 10 000 realizacji następującej zmiennej losowej Z
   $$Z=\cos(2\pi U_1)\sqrt{-2\ln(U_2)}, \text{ gdzie } U_1, U_2 \quad U[0,1].$$
   ii) Sporządzić estymator jądrowy gęstości dla zmiennej Z. Porównać to z gęstością rozkładu normalnego standardowego.
   iii) Niech $Y=100+15Z$. *Sporządzić estymator jądrowy gęstości dla zmiennej Y. Porównać to z gęstością rozkładu normalnego o średniej 100 oraz wariancji 15.*

3. *(Rozkład normalny standardowy)*
   Wzrost X ma rozkład normalny z średnią 170cm a odchyleniem standardowym 12cm.
   i) *Za pomocą generatora wbudowanego w R wygenerować n=2000 realizacji z tego rozkładu.*
   ii) *Niech* $Z=\dfrac{X-170}{12}$. *Sporządzić estymator jądrowy gęstości dla zmiennej Z. Porównać to z gęstością rozkładu normalnego standardowego.*
   iii) *Powtórzyć podpunkty i)-ii) dla n=500, n=100.*

4. *(Centralne twierdzenie graniczne): Niech X_i ma rozkład wykładniczy z parametrem intensywności* $\lambda=0.5$ *(wartość oczekiwana oraz odchylenie standardowe* $\mu=\sigma=1/\lambda$¿.
   Niech $S_n=X_1+X_2+\ldots+X_n$.
   i) *Za pomocą generatora wbudowanego w R wygenerować 1000 realizacji z każdego z następujących zmiennych: a)* S_1 *b)* S_{20} *c)* S_{200}. *Dla każdej realizacji wyznaczyć* Z_n, *relatywne odchylenia od średniej,* $Z_n=\dfrac{S_n-E(S_n)}{\sigma(S_n)}$, *(czyli* Z_n *mierzy ile odchyleń standardowych realizacja się różni od wartości oczekiwanej).*
   ii) *Porównać estymator jądrowy dla realizacji zmiennej* Z_n *z gęstości rozkładu normalnego standardowego,* $n\in\{1,20,200\}$.

5. *Za pomocą generatora w R wygenerować 10000 realizacji z rozkładu Bin(n,p) dla a)* $n=30, p=0.5, b$¿ $n=1000, p=0.5, c$¿ $n=30, p=0.1, d$¿ $n=1000, n=0.05.$ *W każdym przypadku za pomocą odpowiedniego wykresu porównać relatywne frekwencje realizacji o wartości* $x\in\{0,1,2,\ldots,n\}$ *z gęstością rozkładu normalnego o średniej np oraz odchyleniu standardowym* $\sqrt{np(1-p)}$ *w tych punktach.*