

Soal dan Pembahasan

1. Gunakan metode Gauss Eliminasi untuk menyelesaikan sistem persamaan linear berikut

$$x + 2y + 4z = 3$$

$$2x + 3y + 3z = 2$$

$$x + 5y + 5z = 1$$

Penyelesaian

Langkah pertama: Bentuk *matriks* augmented dari sistem persamaan linear.

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & 5 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Langkah kedua: Ubahlah pada matriks diatas menjadi matriks identitas.

Cara pengubahannya adalah sebagai berikut ini:

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & | & 3 \\ 2 & 3 & 3 & | & 2 \\ 1 & 5 & 5 & | & 1 \end{pmatrix} B2 - 2B1$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & | & 3 \\ 0 & -1 & -5 & | & -4 \\ 1 & 5 & 5 & | & 1 \end{pmatrix} B3 - B1$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & | & 3 \\ 0 & -1 & -5 & | & -4 \\ 0 & 3 & 1 & | & -6 \end{pmatrix} -B2$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & | & 3 \\ 0 & 1 & 5 & | & 4 \\ 0 & 3 & 1 & | & -6 \end{pmatrix} B3 - 3B2$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & | & 3 \\ 0 & 1 & 5 & | & 4 \\ 0 & 0 & -14 & | & -15 \end{pmatrix} \frac{-1}{14} B3$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & | & 3 \\ 0 & 1 & 5 & | & 4 \\ 0 & 0 & 1 & | & \frac{15}{14} \end{pmatrix}$$

Setelah kita sudah mengubah variabel x baris 1, y baris 2, dan z baris 3 menjadi 1 serta x baris 2, x baris 3, dan y baris 3 menjadi 0, kita lanjutkan tahap substitusi yang dimana

kita sudah mengetahui nilai x berapa. Berikut ini adalah SPL yang akan kita eksekusikan:

- $x + 2y + 4z = 7$
- $y + 5z = 4$
- $z = \frac{15}{14}$

Pertama- tama, kita subsitusikan nilai z ke dalam SPL $y + 5z = 4$. Hasilnya sebagai berikut ini:

- $Y + 5z = 4$
- $Y + 5\left(\frac{15}{14}\right) = 4$
- $Y + \frac{75}{14} = 4$
- $\frac{15}{14} - 4 = Y$
- $\frac{19}{14} = Y$

Lalu setelah kita mendapatkan nilai dari variabel Y , kita subsitusikan lagi ke SPL $x + 2y + 4z = 7$. Hasilnya akan sebagai berikut:

- $X + 2\left(\frac{19}{14}\right) + 4\left(\frac{15}{14}\right) = 7$
- $X + \frac{38}{14} + \frac{60}{14} = 7$
- $X + \frac{98}{14} = 7$
- $\frac{98}{14} - 7 = X$
- $0 = X$

Maka hasil dari setiap variabel adalah sebagai berikut:

- $X = 0$
- $Y = \frac{19}{14}$
- $Z = \frac{15}{14}$

2. Selesaikanlah sistem persamaan linear berikut ini menggunakan metode Gauss Eliminasi

$$\begin{aligned}x + 2y - 2z &= 6 \\4x + 3y + 2z &= 7 \\2x + y + 3z &= 8\end{aligned}$$

Penyelesaian

Langkah pertama: Bentuk *matriks* augmented dari sistem persamaan linear.

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Langkah kedua: Ubahlah pada matriks diatas menjadi matriks identitas .

Maka cara mengubahnya adalah sebagai berikut:

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 6 \\ 4 & 3 & 2 & 7 \\ 2 & 1 & 3 & 8 \end{array} \right) B2 - 2B1$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 6 \\ 0 & 1 & -4 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & 8 \end{array} \right) B3 - 2B1$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 6 \\ 0 & 1 & -4 & -1 \\ 0 & -3 & 7 & -4 \end{array} \right) B3 + 3B2$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 6 \\ 0 & 1 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & -7 \end{array} \right) 1/3 B3$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 6 \\ 0 & 1 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{7}{3} \end{array} \right)$$

Dari matriks diatas, kita mendapatkan SPL 3 variabel sebagai berikut:

- $x + 2y - 2z = 6$
- $y - 4z = -1$
- $z = -\frac{7}{3}$

Karena diketahui $z = -\frac{7}{3}$, maka kita masukkan angka z nya kedalam persamaan linear

$$y - 4z = -1.$$

Berikut penyelesaiannya:

- $y - 4(-\frac{7}{3}) = -1$
- $y - (-\frac{28}{3}) = -1$
- $\frac{28}{3} + 1(\frac{3}{3}) = y$
- $\frac{31}{3} = y$

Maka hasil y adalah $\frac{31}{3}$. Lalu kita substitusikan lagi hasil y ke dalam persamaan linear x

+ 2y - 2z = 6. Berikut penyelesaiannya:

- $x + 2(\frac{31}{3}) - 2(-\frac{7}{3}) = 6$
- $x + \frac{62}{3} - (-\frac{14}{3}) = 6$
- $x + \frac{62}{3} + \frac{14}{3} = 6$
- $x + \frac{76}{3} = 6$
- $\frac{76}{3} - 6 = x$
- $\frac{58}{3} = x$

Dengan demikian, kita sudah mendapatkan nilai nilai dari setiap variabel yaitu, $x =$

$$\frac{58}{3}, y = \frac{31}{3}, \text{ dan } z = -\frac{7}{3}$$

3. Tentukanlah SPL berikut ini menggunakan Metode Gauss

- $x + y + z = 6$
- $2x - y + 3z = 8$
- $3x + 2y - z = -9$

Penyelesaian menggunakan metode Gauss:

Langkah Pertama: Bentuk matriks augmented dari SPL diatas

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ -9 \end{pmatrix}$$

Langkah Kedua: Ubahlah Matriks diatas menjadi matriks identitas.

Berikut cara mengubahnya:

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 3 & 8 \\ 3 & 2 & -1 & -9 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ B2 - 2B1 \\ \end{array}$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -3 & 1 & -4 \\ 3 & 2 & -1 & -9 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ B3 - 3B1 \end{array}$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -3 & 1 & -4 \\ 0 & -1 & -4 & -27 \end{array} \right) B2 + -4B3$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 17 & 104 \\ 0 & -1 & -4 & -27 \end{array} \right) B3 + B2$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 17 & 104 \\ 0 & 0 & 13 & 77 \end{array} \right) 1/13 B3$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 17 & 104 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{77}{13} \end{array} \right)$$

Dari Matriks diatas kita sudah mendapatkan 3 SPL variabel sebagai berikut:

- $x + y + z = 6$
- $y + 17z = 104$
- $z = \frac{77}{13}$

Karena diketahui $z = \frac{77}{13}$, maka kita masukkan angka z nya kedalam persamaan linear

$y + 17z = 104$. Berikut penyelesaiannya:

$$\Rightarrow y + 17\left(\frac{77}{13}\right) = 104$$

$$\Rightarrow y + \frac{1309}{13} = 104$$

$$\Rightarrow y = 104 - \frac{1309}{13}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1309}{13} - \frac{1309}{13} = \frac{43}{13}$$

$$\Rightarrow \text{Maka nilai "y" adalah } \frac{43}{13}$$

Maka hasil y adalah $\frac{43}{13}$. Lalu kita subsitusikan lagi hasil y ke dalam persamaan linear

$x + y + z = 6$. Berikut penyelesaiannya:

$$\square x + \frac{43}{13} + \frac{77}{13} = 6$$

$$\square x + \frac{120}{13} = 6$$

$$\square \frac{120}{13} - 6 = x$$

$$\square \frac{120}{13} - \frac{78}{13} = x$$

$$\square \frac{42}{13} = x$$

$$\square \text{ Maka didapatkan nilai dari variabel "x" adalah } \frac{42}{13}.$$

Dengan demikian, kita sudah mendapatkan nilai nilai dari setiap variabel yaitu, $x =$

$$\frac{42}{13}, y = \frac{43}{13}, \text{ dan } z = \frac{77}{13}.$$

4. Diberikan sistem persamaan linear berikut :

$$2x + y + z = 0$$

$$6x + 2y + 4z = 6$$

$$3x + 2y + z = 3$$

Penyelesaian

Langkah yang pertama yaitu mengubah matrix diatas menjadi matrix diperbesar

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 6 & 2 & 4 & 6 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \end{array} \right) B2 - 3B1$$

Langkah yang kedua yaitu membuat operasi baris elementer

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 6 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \end{array} \right) 2B3 - 3B1$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -1 & 6 \end{array} \right) B3 + B2$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 12 \end{array} \right)$$

Maka Diperoleh :

$0 \cdot z = 12 \rightarrow$ Tidak didefinisikan. Maka, kesimpulannya tidak memiliki solusi!

5. Selesaikan SPL berikut dengan metode eliminasi gauss!

$$2x + y + 4z = 12$$

$$4x + 11y - z = 33$$

$$8x - 3y + 2z = 20$$

Penyelesaian

Langkah yang pertama yaitu mengubah matrix diatas menjadi matrix diperbesar

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 4 & 12 \\ 4 & 11 & -1 & 33 \\ 8 & -3 & 2 & 20 \end{array} \right) B_2 - 2B_1$$

Langkah yang kedua yaitu membuat operasi baris elementer

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 4 & 12 \\ 0 & 9 & -9 & 9 \\ 8 & -3 & 2 & 20 \end{array} \right) B_3 - 4B_1$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 4 & 12 \\ 0 & 9 & -9 & 9 \\ 0 & -7 & -14 & -28 \end{array} \right) 9B_3 + 7B_2$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 4 & 12 \\ 0 & 9 & -9 & 9 \\ 0 & 0 & -189 & -189 \end{array} \right)$$

Persamaan pertama didasarkan pada nilai

$$9y - 9z = 9$$

Dari langkah-langkah penyelesaian:

$$9y = 18$$

$$y = \frac{18}{9}$$

$$y = 2$$

Sehingga:

$$9(2) - 9z = 9$$

$$18 - 9z = 9$$

$$9z = 18 - 9$$

$$9z = 9$$

$$z = \frac{9}{9}$$

$$z = 1$$

Jadi, persamaan pertama adalah:

$$9y - 9z = 9$$

Persamaan kedua didasarkan pada nilai x, y, dan z:

$$2x + y + 4z = 12$$

Dari langkah-langkah penyelesaian:

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

Sehingga:

$$2(3) + 2 + 4(1) = 12$$

$$2(3) + 2 + 4(1) = 12$$

$$6 + 2 + 4 = 12$$

$$12 = 12$$

Jadi, persamaan kedua adalah:

$$2x+y+4z=12$$

Kedua persamaan di atas merepresentasikan hasil penyelesaian dari sistem persamaan yang diberikan:

$$9y-9z=9$$

$$2x+y+4z=12$$

Dengan substitusi nilai $x=3$, $y=2$, dan $z=1$, kedua persamaan tersebut terpenuhi dan memberikan solusi yang benar untuk sistem persamaan tersebut.

6. Diberikan sistem persamaan linear berikut, Tentukan nilai dari Variabel – variable SPL berikut !

$$x + y - 2z = 9$$

$$2x + 4y - 3z = 1$$

$$3x + 6y - 5z = 0$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & 4 & -3 & 1 \\ 3 & 6 & -5 & 0 \end{array} \right] - 2B_1 + B_2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & -7 & -17 \\ 3 & 6 & -5 & 0 \end{array} \right] 3B_1 + 31$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & -7 & -17 \\ 0 & 3 & -11 & -27 \end{array} \right] B_2 \times 1/2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & \frac{7}{2} & \frac{-17}{2} \\ 0 & 3 & -11 & -27 \end{array} \right] -3B_2 + B_3$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & \frac{7}{2} & \frac{-17}{2} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{2} & \frac{-3}{2} \end{array} \right] -2B_3$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & \frac{7}{2} & \frac{-17}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right]$$

Dari matriks diatas maka didapatkan SPL 3 variabel yang baru yaitu :

$$x + y + 2z = 9$$

$$y - 7z = \frac{-17}{2}$$

$$z = 3$$

Kemudian kita harus mensubstitusikan persamaan linear diatas untuk memperoleh nilai variabel x, y dan z. karena nilai z sudah diketahui yaitu:

$$z = 3$$

Maka, langkah selanjutnya adalah mencari nilai dari variabel y dengan mensubstitusikannya dengan persamaan linear dengan persamaan pada baris ke-2.

$$y = \frac{-17}{2} + \frac{21}{2}$$

$$y = \frac{4}{2}$$

$$y = 2$$

Dan terakhir kita akan mencari nilai dari variabel x dengan mensubstitusikannya dengan persamaan linear pada baris pertama.

$$x + y + 2z = 9$$

$$x + 2 + 2(3) = 9$$

$$x + 2 + 6 = 9$$

$$x + 8 = 9$$

$$x = 9 - 8$$

$$x = 1$$

dengan ini maka, kita sudah mendapatkan nilai - nilai dari variabel diatas yaitu $x = 1$,

$$y = 2$$

$$\text{dan } z = 3 .$$

7. Gunakan metode Gauss Eliminasi untuk menyelesaikan sistem persamaan linear berikut

$$x - y + 2z = 6$$

$$2x + 3y - z = 1$$

$$2x + y + 2z = 3$$

Penyelesaian

Langkah pertama ubah persamaan menjadi matriks elementer

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Langkah kedua lakukan operasi pada baris elementer

Caranya adalah sebagai berikut :

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 6 \\ 2 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \end{array} \right) - 2B1 + B2$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 6 \\ 0 & 5 & -5 & -11 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right) 2B1 - B3$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 6 \\ 0 & 5 & -5 & -11 \\ 0 & 3 & 2 & 9 \end{array} \right) - 2B3 - B2$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & -7 \\ 0 & -3 & 2 & 9 \end{array} \right) 3B2 + b3$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & -7 \\ 0 & 0 & 5 & -12 \end{array} \right)$$

Penyelasaan

$$- 5z = -12$$

$$- z = -\frac{12}{5}$$

$$- y + 2 = 7$$

$$- y + (-\frac{12}{5}) = 7$$

- $y = -7 + \frac{12}{5}$
- $y = -\frac{13}{5}$
- Kemudian
- $x - y + 2z = 6$
- $x + \frac{13}{5} - 2\left(-\frac{12}{5}\right) = 6$
- $x + \frac{37}{5} = 6$
- $x = 6 - \frac{37}{5}$
- $x = -\frac{7}{5}$

8. Selesaikan setiap sistem persamaan linear berikut dengan eliminasi gauss

$$\begin{cases} 4x - 3y + 10z = 6 \\ 3x - 2y - 7z = 3 \\ 2x - y + 5z = 4 \end{cases}$$

Penyelesaian

Langkah

- Langkah eliminasi gauss untuk menyelesaikan gauss untuk menyelesaikan sistem ini adalah sebagai berikut

Langkah 1 ubah sistem persamaan menjadi matriks augmented

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 3 & 10 & 6 \\ 3 & -2 & 7 & 3 \\ 2 & -1 & 5 & 4 \end{array}\right)$$

Langkah 2 lakukan operasi baris elementer

$$- \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 3 & 10 & 6 \\ 3 & -2 & 7 & 3 \\ 2 & -1 & 5 & 4 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 3 \\ 3 & -2 & 7 & 3 \\ 2 & -1 & 5 & 4 \end{array}\right)$$

- $-2B1 - B3$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & | & 3 \\ 0 & 1 & -2 & | & -6 \\ 2 & -1 & 5 & | & 4 \end{pmatrix}$$

$$- \quad -B2 - B3$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & | & 3 \\ 0 & 1 & -2 & | & -6 \\ 0 & -1 & 1 & | & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & | & 3 \\ 0 & 1 & -2 & | & -6 \\ 0 & 0 & 0 & | & -1 \end{pmatrix}$$

$$- \quad z = 4$$

$$- \quad y = -2z = -6$$

$$- \quad y - 2(4) = -6$$

$$- \quad y - 8 = -6$$

$$- \quad y = -6 + 8$$

$$- \quad y = 2$$

$$- \quad \textit{Kemudian}$$

$$- \quad x - y + 3z = 3$$

$$- \quad x - 2 + 3(4) = 3$$

$$- \quad x - 2 + 12 = 3$$

$$- \quad x + 10 = 3 \setminus$$

$$- \quad x = 3 - 10$$

$$- \quad x = -7$$

Maka, $x = -7, y = 2$ dan $z = 4$

9. Carilah persamaan dari spl berikut menggunakan eliminasi gaus gunakan metode gauss eliminasi untuk menyelesaikan sistem persamaan linear berikut

$$x + 2y + z = 8$$

$$2x - y + z = 5$$

$$x + y - z = 4$$

Penyelesaian

Langkah pertama ubah persamaan menjadi matriks elementer

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Langkah kedua lakukan operasi pada baris elementer

Caranya adalah sebagai berikut

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 8 \\ 2 & -1 & -1 & 5 \\ 1 & -1 & -1 & 4 \end{array} \right) 2B1 - B2$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 8 \\ 0 & 5 & 1 & 11 \\ 1 & 1 & -1 & 4 \end{array} \right) B1 - B3$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 8 \\ 0 & 5 & 1 & 11 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \end{array} \right) \text{--pertukaran } B2 \text{ dan } B3$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 8 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 5 & 1 & 11 \end{array} \right) 5B2 - B3$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 8 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 9 & 9 \end{array} \right)$$

Maka akan diperoleh persamaan berikut :

a.

$$y + 2z = 4 \quad (2)$$

$$9z = 9 \quad (3)$$

$$9z = 9$$

$$z = \frac{9}{9}$$

$$z = 1$$

b.

$$y + 2(1) = 4$$

$$y + 2 = 4$$

$$y = 4 - 2$$

$$y = 2$$

c.

$$x + 2(2) = 8$$

$$x + 4 + 1 = 8$$

$$x + 5 = 8$$

$$x = 8 - 5$$

$$x = 3$$

Maka solusi untuk SPL tersebut adalah : $x = 3, y = 2, \text{ dan } z = 1$

10. Diketahui: Sistem persamaan linear berikut:

$$2x + 3y + z = 12$$

$$x - y + 2z = 4$$

$$3x + y - z = 10$$

Ditanya: Nilai x , y , dan z yang memenuhi sistem persamaan tersebut.

Jawab:

Langkah pertama: Tuliskan matriks yang mewakili sistem persamaan linear tersebut.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Langkah kedua: Lakukan eliminasi Gauss untuk mengubah matriks menjadi bentuk segitiga atas.

Kalikan baris pertama dengan $-\frac{1}{2}$ dan tambahkan ke baris kedua.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 12 \\ 0 & -5 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & -1 & 10 \end{array} \right)$$

Kalikan baris pertama dengan $-\frac{3}{2}$ dan tambahkan ke baris ketiga.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 12 \\ 0 & -5 & 1 & -2 \\ 0 & -7 & -4 & -4 \end{array} \right)$$

Langkah ketiga: Lakukan eliminasi Gauss pada baris kedua dan ketiga untuk mendapatkan bentuk segitiga atas.

Kalikan baris kedua dengan $-\frac{1}{7}$ dan tambahkan ke baris ketiga.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 12 \\ 0 & -5 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right)$$

Langkah keempat: Selesaikan sistem persamaan linear dengan substitusi balik.

- Dari baris ketiga, $z = 2$.
- Dari baris kedua, $-5y + 1 = -2$, sehingga $y = 1$.
- Dari baris pertama, $2x + 3 + 1 = 12$, sehingga $x = 4$.

Jawaban: Nilai x , y , dan z yang memenuhi sistem persamaan linear adalah

$x = 4$, $y = 1$, dan $z = 2$.