

A red laser line originates from a bright red starburst in the top-left corner and extends horizontally across the top of the slide. In the background, there are several concentric dark gray circles on the left side.

TURUNAN FUNGSI ALJABAR

Rumus-Rumus Turunan Fungsi



Oleh : Agus Setiawan, S.Pd

Rumus Turunan Fungsi

1. $f(x) = k$ $\longrightarrow f'(x) = 0$
2. $f(x) = x$ $\longrightarrow f'(x) = 1$
3. $f(x) = k \cdot x$ $\longrightarrow f'(x) = k$
4. $f(x) = x^n$ $\longrightarrow f'(x) = n x^{n-1}$
5. $f(x) = k \cdot x^n$ $\longrightarrow f'(x) = k n x^{n-1}$
6. $f(x) = g(x) + h(x)$ $\longrightarrow f'(x) = g'(x) + h'(x)$
7. $f(x) = g(x) - h(x)$ $\longrightarrow f'(x) = g'(x) - h'(x)$

Bagaimana turunan dari bentuk perkalian atau pembagian dua fungsi? \longrightarrow



Contoh Soal dan Penyelesaian

1. Tentukanlah turunan pertama dari fungsi $f(x) = -3$
2. Tentukan turunan pertama $f(x) = 5x$
3. Tentukanlah turunan pertama dari fungsi $f(x) = \frac{1}{x^5}$
4. Turunan pertama dari fungsi $f(x) = -3x^4 + 2x^3 - 5$ adalah ...
5. Tentukan turunan pertama dari $f(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{4}{3}x^3 - 5x + 3$
6. Tentukan turunan pertama dari $f(x) = \sqrt[5]{x} - \sqrt{x}$



Contoh Soal dan Penyelesaian

1. Diketahui $f(x) = -3$

Turunan pertama dari $f(x)$ adalah $f'(x) = 0$

2. Diketahui $f(x) = 5x$

Turunan pertama dari fungsi $f(x)$ adalah $f'(x) = 5$

3. $f(x) = \frac{1}{x^5} = x^{-5}$

$$= -5x^{-5-1}$$

$$= -5x^{-6}$$

$$= -\frac{5}{x^6}$$

Jadi turunan pertamanya adalah $f'(x) = -\frac{5}{x^6}$



Contoh Soal dan Penyelesaiannya

4. Diketahui $f(x) = -3x^4 + 2x^3 - 5$

$$\begin{aligned}\text{Maka, } f'(x) &= -3.4x^{4-1} + 2.3x^{3-1} - 0 \\ &= -12x^3 + 6x^2\end{aligned}$$

$$\text{Jadi } f'(x) = -12x^3 + 6x^2$$

5. Diketahui $f(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{4}{3}x^3 - 5x + 3$

$$\begin{aligned}\text{Maka, } f'(x) &= \frac{1}{5}.5x^{5-1} + \frac{4}{3}.3x^{3-1} - 5 + 0 \\ &= x^4 + 4x^2 - 5\end{aligned}$$

Jadi turunan pertamanya adalah $x^4 + 4x^2 - 5$



Contoh Soal dan Penyelesaiannya

$$6. f(x) = \sqrt[5]{x} - \sqrt{x}$$

$$= x^{\frac{1}{5}} - x^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{5} x^{\frac{1}{5}-1} - \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}-1}$$

$$= \frac{1}{5} x^{-\frac{4}{5}} - \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{5x^{\frac{4}{5}}} - \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Jadi turunan pertamanya adalah $\frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$



Aturan Rantai

Jika $y = f(x) = U^n$, dimana U adalah fungsi dalam x dan n adalah bilangan real.

Maka, turunan pertama dari $f(x)$ dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dU} \cdot \frac{dU}{dx}$$

Rumus diatas sering dikenal dengan Aturan Rantai.

Sehingga jika $y = f(x) = U^n$, maka turunan pertamanya adalah

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{d(U^n)}{dU} \cdot \frac{dU}{dx} \\ &= nU^{n-1} \cdot U'\end{aligned}$$

Jadi turunan pertama dari $f(x) = U^n$ adalah

$$f'(x) = nU^{n-1} \cdot U'$$



Contoh Soal dan Penyelesaian

Contoh :

Tentukan turunan pertama dari $f(x) = (2x^2 - 3)^3$

Jawab :

$$f(x) = (2x^2 - 3)^3$$

$$\text{Misal : } U = (2x^2 - 3) \longrightarrow U' = 4x$$

$$f(x) = U^n$$

$$f'(x) = nU^{n-1} \cdot U'$$

$$= 3(2x^2 - 3)^{3-1} \cdot 4x$$

$$= 12x(2x^2 - 3)^2$$

$$= 12x(4x^4 - 12x^2 + 9)$$

$$= 48x^5 - 144x^3 + 108x$$



Turunan Kedua Suatu Fungsi

Notasi turunan kedua dari suatu fungsi dapat dituliskan sebagai berikut.

$$f''(x) = y'' = \frac{d^2f}{dx^2} = \frac{d^2y}{dx^2}$$

Turunan kedua dari fungsi $f(x)$ adalah hasil penurunan fungsi $f(x)$ terhadap x sebanyak 2 kali secara berurutan



Contoh Soal dan Penyelesaian

Contoh :

Tentukan turunan kedua dari fungsi $f(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{4}{3}x^3 - 5x + 3$

Jawab:

$$f(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{4}{3}x^3 - 5x + 3$$

$$f'(x) = .5x^{5-1} + \frac{4}{3}.3x^{3-1} - 5 + 0$$

$$= x^4 + 4x^2 - 5$$

$$f''(x) = 4x^{4-1} + 4.2x^{2-1} - 0$$

$$= 4x^3 + 8x$$

Jadi turunan kedua dari $f(x)$ adalah $f''(x) = 4x^3 + 8x$



Turunan Hasil Kali dan Hasil Bagi Dua Fungsi

Andaikan $u(x) = U$ dan $v(x) = V$ masing-masing mempunyai turunan $u'(x) = U'$ dan $v'(x) = V'$, maka

$$8. \quad f(x) = U \cdot V \quad \longrightarrow \quad f'(x) = U' \cdot V + U \cdot V'$$

$$9. \quad f(x) = \frac{U}{V} \quad \longrightarrow \quad f'(x) = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{V^2}$$



Contoh Soal dan Penyelesaiannya

Contoh :

Tentukan turunan pertama dari $f(x) = (3x^2 + 5)(3x - 4)$

Jawab :

$$\text{Misal : } U = (3x^2 + 5) \longrightarrow U' = 6x$$

$$V = (3x - 4) \longrightarrow V' = 3$$

$$f(x) = U.V$$

$$f'(x) = U'.V + U.V'$$

$$= 6x(3x - 4) + (3x^2 + 5).3$$

$$= 18x^2 - 24x + 9x^2 + 15$$

$$= 27x^2 - 24x + 15$$

Jadi turunan pertama dari $f(x)$ adalah $f'(x) = 27x^2 - 24x + 15$



Contoh Soal dan Penyelesaiannya

Contoh :

Tentukan turunan pertama dari $f(x) = \frac{(x-2)}{(x^2+3)}$

Jawab :

$$\text{Misal : } U = (x-2) \longrightarrow U' = 1$$

$$V = (x^2+3) \longrightarrow V' = 2x$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{U'V - UV'}{V^2} \\ &= \frac{1(x^2+3) - (x-2)2x}{(x^2+3)^2} \\ &= \frac{(x^2+3) - (2x^2-4x)}{(x^2+3)^2} \end{aligned}$$

$$= \frac{-x^2 + 4x + 3}{(x^2+3)^2}$$

Jadi turunan pertamanya adalah

$$f'(x) = \frac{-x^2 + 4x + 3}{(x^2+3)^2}$$



Latihan Soal

Kerjakan secara berkelompok soal-soal berikut ini.

1. Tentukan turunan pertama dari fungsi $f(x) = -3x^4 + 2x^3 - 5$
2. Tentukan turunan pertama dari $f(x) = \frac{1}{x^5}$
3. Tentukan turunan pertama dari fungsi $f(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{4}{3}x^3 - 5x + 3$
4. Tentukan turunan pertama dari $f(x) = \sqrt[5]{x^2} - \sqrt{x}$
5. Tentukan turunan pertama dari $f(x) = (2x^3 - 1)(4x + 3)$
6. Tentukan turunan pertama dari $f(x) = \frac{x^2 - 1}{3x + 4}$
7. Tentukan turunan pertama dari $f(x) = (x - 3)(x + 1)^5$
8. Tentukan turunan kedua dari $f(x) = \frac{2}{3}x^6 + 2x^5 - 3x^4 + \frac{1}{3}x^3$

