

STATISTIK

Pertemuan 8 dan 9

Ukuran Kemiringan dan Keruncingan

I Ketut Putu Suniantara

suniantara.wordpress.com

A. Ukuran Kemiringan

- Ukuran kemiringan (skewness) adalah suatu ukuran yang dapat digunakan untuk menentukan ketidaksimetrisan suatu kurva distribusi data.
- Ukuran kemiringan suatu kurva distribusi frekuensi dapat diketahui dari besarnya koefisiennya skewness (S_k) dan besarnya koefisien moment ketiga (α_3).

suniantara.wordpress.com

Koefisien Skewness

- Besarnya koefisien skewness (s_k) dapat dihitung dengan beberapa metode, antara lain:
 - a. Metode Karl Pearson
 - b. Metode Bowley
 - c. Metode '10 – 90 persentil'

suniantara.wordpress.com

Koefisien Skewness

a. Metode Karl Pearson

Pada metode ini, koefisien skewness dapat dihitung dengan rumus:

$$S_k = \frac{\bar{x} - Mo}{s} \longrightarrow \text{Turunan Pertama}$$

secara empiris hubungan antara $\bar{x} - Mo = 3(\bar{x} - Me)$
maka dinyatakan sebagai:

$$\text{Tur. Kedua} \longleftarrow S_k = \frac{3(\bar{x} - Me)}{s}$$

S_k = koefisien Skewness

Mo = modus

Me = median

s = Simpangan baku

suniantara.wordpress.com

Koefisien Skewness

b. Metode Bowley

Pada metode ini, koefisien skewness dapat dihitung dengan rumus:

$$S_k = \frac{(K_3 - K_2) - (K_2 - K_1)}{(K_3 - K_1)} = \frac{(K_3 + K_1 - 2K_2)}{(K_3 - K_1)}$$

S_k = Koefisien Skewness

K_3 = Kuartil ketiga

K_2 = Kuartil kedua

K_1 = Kuartil pertama

suniantara.wordpress.com

Koefisien Skewness

C. Metode '10 – 90 Persentil'

Pada metode ini, koefisien skewness dapat dihitung dengan rumus:

$$S_k = \frac{(P_{90} - P_{50}) - (P_{50} - P_{10})}{(P_{90} - P_{10})}$$

S_k = Koefisien Skewness

P_{10} = Persentil ke - 10

P_{50} = Persentil ke - 50

P_{90} = Persentil ke - 90

suniantara.wordpress.com

Koefisien Skewness

Nilai koefisien skewness berkisar antara -1 sampai 1 , tapi kadang – kadang melebihi 1 . Nilai S_k mendekati 0 maka distribusi frekuensi tersebut semakin simetris.

Bila S_k positif, berarti ekor kanan distribusi frekuensinya lebih panjang dari ekor kirinya dan distribusinya menceng kekanan.

Bila S_k negatif, berarti ekor kiri distribusi frekuensinya lebih panjang dari ekor kanannya dan distribusinya menceng ke kiri.

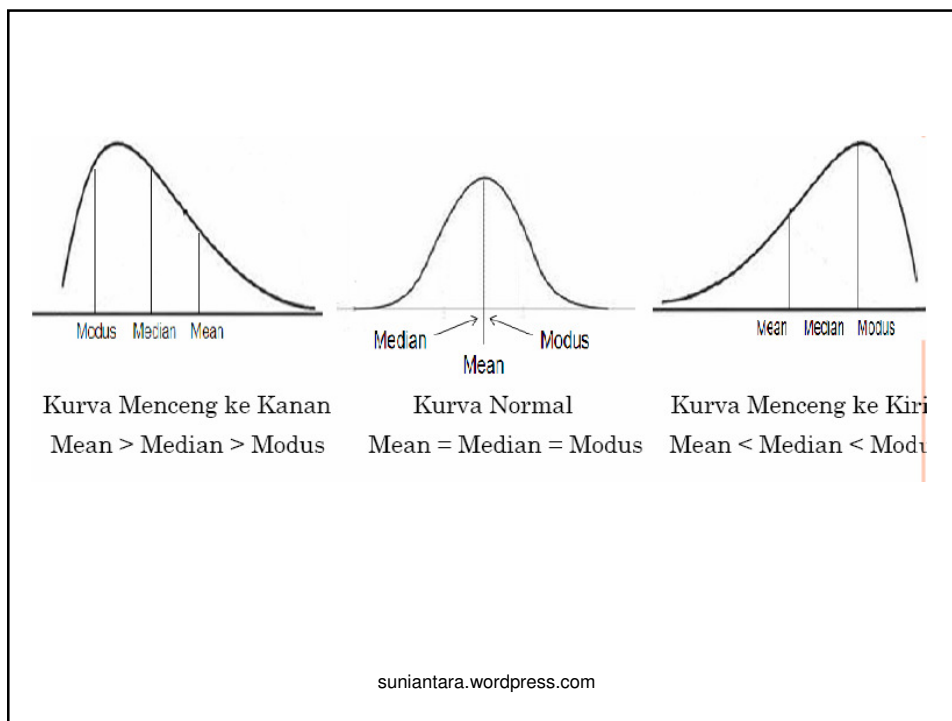
Kondisi ini dapat dijelaskan pada kurva berikut:

suniantara.wordpress.com

Koefisien Skewness

1. Jika nilai koefisien skewness nol, ini berarti $\text{mean} = \text{median} = \text{modus}$ maka kurvanya berbentuk simetris.
2. Jika nilai koefisien skewness positif maka $\text{Mean} > \text{Me} > \text{Mo}$, maka kurva miring ke kanan atau condong ke kiri.
3. Jika nilai koefisien negatif, maka $\text{Mean} < \text{Med} < \text{Mod}$, maka kurva miring ke kiri atau condong kekanan.

suniantara.wordpress.com



Contoh: Soal

Diketahui data Nilai UAS Statistik Semester 5 disuatu kampus X:

| Nilai | f_i |
|----------|-------|
| 31 – 40 | 1 |
| 41 – 50 | 2 |
| 51 – 60 | 5 |
| 61 – 70 | 15 |
| 71 – 80 | 25 |
| 81 – 90 | 20 |
| 91 – 100 | 12 |

Hitunglah Koefisien skewness dengan menggunakan metode Karl Pearson dan periksalah miring kemanakan distribusi frekuensi nilai tersebut?

suniantara.wordpress.com

Penyelesaian:

Langkah – langkah perhitungan:

1. Membuat perhitungan dasar dengan menggunakan tabel berikut:

| Nilai | fi | mi | di | di ² | fi*di | fi*di ² | Fk |
|--------|----|------|----|-----------------|-------|--------------------|----|
| 31-40 | 1 | 35.5 | -4 | 16 | -4 | 16 | 1 |
| 41-50 | 2 | 45.5 | -3 | 9 | -6 | 18 | 3 |
| 51-60 | 5 | 55.5 | -2 | 4 | -10 | 20 | 8 |
| 61-70 | 15 | 65.5 | -1 | 1 | -15 | 15 | 23 |
| 71-80 | 25 | 75.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 48 |
| 81-90 | 20 | 85.5 | 1 | 1 | 20 | 20 | 68 |
| 91-100 | 12 | 95.5 | 2 | 4 | 24 | 48 | 80 |
| | 80 | | | | 9 | 137 | |

Penyelesaian:

Langkah – langkah perhitungan:

2. Menghitung rata – rata dan Simpangan baku

$$\begin{aligned}\bar{x} &= AM + p \left(\frac{\sum f_i \cdot d_i}{n} \right) & s &= p \sqrt{\left(\frac{\sum f_i \cdot d_i^2}{n} \right) - \left(\frac{\sum f_i \cdot d_i}{n} \right)^2} \\ &= 75,5 + 10 \left(\frac{9}{80} \right) & &= 10 \sqrt{\frac{137}{80} - \left(\frac{9}{800} \right)^2} \\ &= 75,5 - 1,125 = 76,625 \sim 76,63 & &= 13,04\end{aligned}$$

3. Menghitung Median dan Modeus

$$\begin{aligned}Mo &= 70,5 + 10 \left(\frac{25 - 15}{(25 - 15) + (25 - 20)} \right) & Me &= 70,5 + 10 \left(\frac{\frac{2}{4}(80) - 23}{25} \right) \\ &= 77,17 & &= 77,3\end{aligned}$$

suniantara.wordpress.com

Penyelesaian:

Langkah – langkah perhitungan:

4. Menghitung masing – masing dari kuartil:

$$K_i = Bb_{K_i} + p \left(\frac{(i/4)n - F_{K_i}}{f_{K_i}} \right)$$
$$K_1 = 60,5 + 10 \left(\frac{20 - 8}{15} \right) = 68,5$$
$$K_2 = Me = 77,3$$
$$K_3 = 80,5 + 10 \left(\frac{60 - 48}{20} \right) = 86,5$$

suniantara.wordpress.com

Penyelesaian:

Ukuran Skewness dengan Karl Pearson:

a. Turunan pertama:

$$S_k = \frac{\bar{x} - M_0}{s} = \frac{76,63 - 77,17}{13,04} = -0,041$$

b. Turunan Kedua

$$S_k = \frac{3(\bar{x} - Md)}{s} = \frac{3(76,63 - 77,3)}{13,04} = -0,154$$

Melihat nilai S_k bertanda minus (-) menunjukkan bahwa distribusi nilai UAS tersebut miring ke kiri dan condong ke kanan.

suniantara.wordpress.com

Koefisien Momen Kemiringan

Koefisien momen kemiringan terbagi atas:

a. Untuk data tunggal

$$\alpha_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3}{ns^3}$$

b. Untuk data keleompok

$$\alpha_3 = \left\{ \frac{\sum f_i \cdot d_i^3}{n} - 3 \frac{\sum f_i \cdot d_i}{n} \cdot \frac{\sum f_i \cdot d_i^2}{n} + 2 \left(\frac{\sum f_i \cdot d_i}{n} \right)^3 \right\} \frac{p^3}{s^3}$$

suniantara.wordpress.com

Koefisien Momen Kemiringan

Contoh Koefisien momen kemiringan ~ kembali contoh soal di atas dengan menampilkan dalam tabel berikut:

| Nilai | fi | mi | di | di ² | di ³ | fi*di | fi*di ² | fi*di ³ |
|--------|----|------|----|-----------------|-----------------|-------|--------------------|--------------------|
| 31-40 | 1 | 35.5 | -4 | 16 | -64 | -4 | 16 | -64 |
| 41-50 | 2 | 45.5 | -3 | 9 | -27 | -6 | 18 | -54 |
| 51-60 | 5 | 55.5 | -2 | 4 | -8 | -10 | 20 | -40 |
| 61-70 | 15 | 65.5 | -1 | 1 | -1 | -15 | 15 | -15 |
| 71-80 | 25 | 75.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 81-90 | 20 | 85.5 | 1 | 1 | 1 | 20 | 20 | 20 |
| 91-100 | 12 | 95.5 | 2 | 4 | 8 | 24 | 48 | 96 |
| | 80 | | | | | 9 | 137 | -57 |

Koefisien Momen Kemiringan

Dari tabel di atas diperoleh yaitu: $n = 80$, $p = 10$, $s = 13,04$

$$\sum f_i.d_i = 9, \sum f_i.d_i^2 = 137 \text{ dan } \sum f_i.d_i^3 = -57$$

Maka:

$$\begin{aligned}\alpha_3 &= \left\{ \frac{\sum f_i.d_i^3}{n} - 3 \frac{\sum f_i.d_i}{n} \cdot \frac{\sum f_i.d_i^2}{n} + 2 \left(\frac{\sum f_i.d_i}{n} \right)^3 \right\} \frac{p^3}{s^3} \\ &= \left\{ \frac{-57}{80} - 3 \frac{9}{80} \cdot \frac{137}{80} + 2 \left(\frac{9}{80} \right)^3 \right\} \frac{10^3}{(13,04)^3} \\ &= \{-0,7125 - 0,5780 + 0,0028\} \frac{1000}{2217,3425} \\ &= -0,58\end{aligned}$$

suniantara.wordpress.com

PERTEMUAN 9

suniantara.wordpress.com

B. Ukuran Keruncingan

Ukuran keruncingan (Kurtosis) adalah suatu ukuran yang dapat digunakan untuk menentukan runcing tidaknya kurva suatu distribusi. Ukuran keruncingan biasanya menggunakan koefisien momen keempat (α_4). Ukuran ini meliputi:

a. Untuk data tunggal

$$\alpha_4 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4}{ns^4}$$

b. Untuk data kelompok

$$\alpha_4 = \left\{ \frac{\sum f_i \cdot d_i^4}{n} - 4 \frac{\sum f_i \cdot d_i}{n} \cdot \frac{\sum f_i \cdot d_i^3}{n} + 6 \left(\frac{\sum f_i \cdot d_i}{n} \right)^2 \frac{\sum f_i \cdot d_i^2}{n} - 3 \left(\frac{\sum f_i \cdot d_i}{n} \right)^4 \right\} \frac{p^4}{s^4}$$

suniantara.wordpress.com

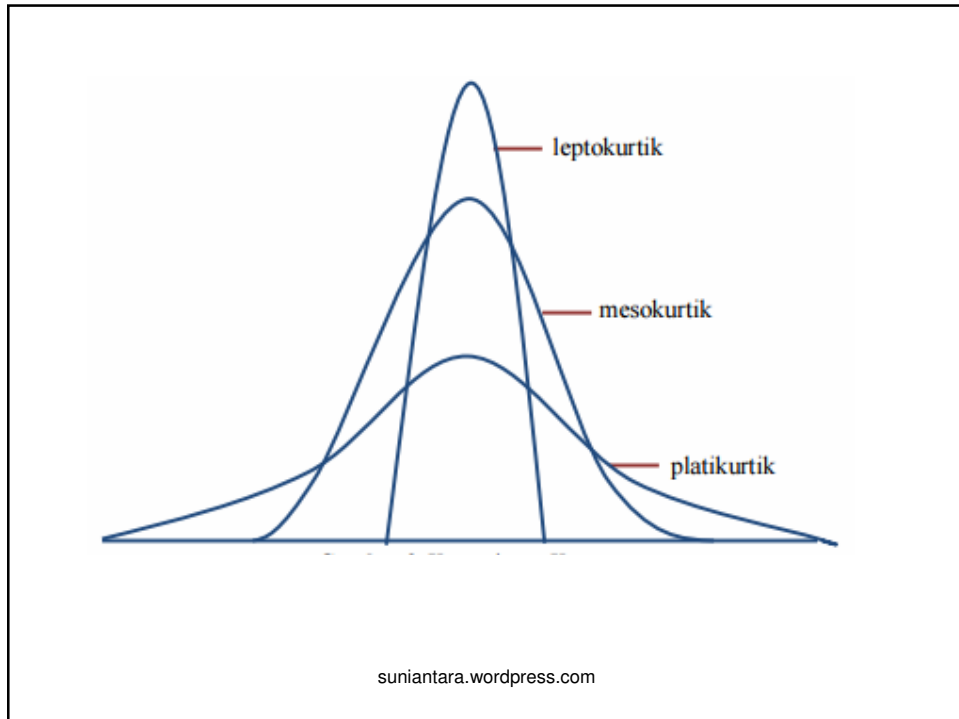
B. Ukuran Keruncingan

Bentuk kurva dari ukuran keruncingan, yaitu:

- Nilai koefisien kurtosis lebih besar dari 3 ($\alpha_4 > 3$) maka kurva distribusi tersebut runcing disebut leptokurtik
- Nilai koefisien lebih kecil dari 3 ($\alpha_4 < 3$) maka kurva distribusi tersebut landai disebut platikurtik
- Nilai koefisien kurtosis sama dengan 3 ($\alpha_4 = 3$), maka kurva distribusinya berbentuk normal disebut mesokurtik.

Bentuk kurva normal dapat disajikan sebagai berikut:

suniantara.wordpress.com



Contoh: Soal

Diketahui data Nilai UAS Statistik Semester 5 disuatu kampus X:

| Nilai | f_i |
|----------|-------|
| 31 – 40 | 1 |
| 41 – 50 | 2 |
| 51 – 60 | 5 |
| 61 – 70 | 15 |
| 71 – 80 | 25 |
| 81 – 90 | 20 |
| 91 – 100 | 12 |

Hitunglah Koefisien skewness dengan menggunakan metode Karl Pearson dan periksalah miring kemanakan distribusi frekuensi nilai tersebut?

suniantara.wordpress.com

Penyelesaian:

Langkah – langkah perhitungan:

1. Membuat perhitungan dasar dengan menggunakan tabel berikut:

| Nilai | fi | mi | di | di ² | di ³ | di ⁴ | fi*di | fi*di ² | fi*di ³ | fi*di ⁴ |
|--------|----|------|----|-----------------|-----------------|-----------------|-------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 31-40 | 1 | 35.5 | -4 | 16 | -64 | 256 | -4 | 16 | -64 | 256 |
| 41-50 | 2 | 45.5 | -3 | 9 | -27 | 81 | -6 | 18 | -54 | 162 |
| 51-60 | 5 | 55.5 | -2 | 4 | -8 | 16 | -10 | 20 | -40 | 80 |
| 61-70 | 15 | 65.5 | -1 | 1 | -1 | 1 | -15 | 15 | -15 | 15 |
| 71-80 | 25 | 75.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 81-90 | 20 | 85.5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 20 | 20 | 20 | 20 |
| 91-100 | 12 | 95.5 | 2 | 4 | 8 | 16 | 24 | 48 | 96 | 192 |
| | 80 | | | | | | 9 | 137 | -57 | 725 |

Penyelesaian

$$\begin{aligned}\alpha_4 &= \left\{ \frac{725}{80} - 4 \frac{9}{80} \left(\frac{-57}{80} \right) + 6 \left(\frac{9}{80} \right)^2 \frac{137}{80} - 3 \left(\frac{9}{80} \right)^4 \right\} \frac{10^4}{(13,04)^4} \\ &= \left\{ 9,0625 - 4(0,1125)(-0,7125) + \right\} \frac{10000}{28914,1} \\ &= \left\{ 6(0,0127)(1,7125) - 3(0,1125)^4 \right\} \\ &= \{ 9,0625 + 0,3206 + 0,1305 - 0,000481 \} 0,3459 = 3,29\end{aligned}$$

Latihan Soal

Besarnya laba yang diperoleh oleh 100 pengembang perumahan (real estate) yang diambil sebagai sampel acak (dalam ratusan juta rupiah) ditiga kota yaitu Jakarta, Surabaya dan Makassar pada tahun 2010, disajikan dalam tabel pada slide selanjutnya.

Hitunglah koefisien skewness dari distribusi tersebut dengan menggunakan metode Karl Pearson dan metode Bowley dan koefisien kurtosis serta periksalah menceng kemana distribusi frekuensi laba tersebut.

suniantara.wordpress.com

| Laba (puluhan juta) | Banyak pengembang |
|---------------------|-------------------|
| 20 - 29 | 4 |
| 30 - 39 | 7 |
| 40 - 49 | 9 |
| 50 - 59 | 16 |
| 60 - 69 | 25 |
| 70 - 79 | 15 |
| 80 - 89 | 17 |
| 90 - 100 | 7 |
| Total | 100 |

suniantara.wordpress.com