

STATISTIK

**Ukuran Penyebaran (Nilai Dispersi)
I Ketut Putu Suniantara**

UKURAN DISPERSI ABSOLUT

Ukuran Penyebaran (Nilai Dispersi)

- Sebaran atau dispersi suatu data adalah seberapa jauh suatu data berada atau menyebar dari pusat sekelompok data.
- Beberapa ukuran nilai dispersi yaitu: range, varians dan standar deviasi.
- Sama halnya dengan ukuran Pemusatan, Perhitungan ukuran ini dilihat berdasarkan bentuk datanya, Apakah data tunggal atau data kelompok?

a. Range / Jangkaun

Dalam suatu kelompok data kuantitatif mempunyai nilai data minimum dan nilai maksimum. Jarak antara kedua nilai ekstrim itu disebut rentang atau range yang diberi simbol dengan huruf "R".

Range/ Rentang (R) adalah jarak antara nilai data minimum dan maksimum.

$$R = \text{Nilai maksimum} - \text{Nilai minimum}$$

b. Range Antar Kuartil

Selain rentang antara dua nilai ekstrim dalam suatu kelompok data, dikenal juga “Rentang Antar Kuartil” (RAK). Sebagaimana kita ketahui bahwa dalam suatu kelompok data kuantitatif terdapat tiga nilai kuartil, yaitu kuartil 1 (K_1), kuartil 2 (K_2), kuartil 3 (K_3). Selisih antara (K_1) dan (K_3) itulah yang disebut RAK.

$$RAK = K_3 - K_1$$

c. Deviasi Kuartil dan Deviasi Rata - rata

Deviasi kuartil (Q_D) adalah selisih nilai kuartil ketiga dikurangi kuartil pertama dibagi dua, yang dirumuskan sebagai berikut:

$$Q_D = \frac{K_3 - K_1}{2}$$

Deviasi rata – rata (AD) adalah rata – rata dari jumlah selisih mutlak nilai data terhadap nilai rata – ratanya. Dirumuskan sebagai berikut:

$$AD = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

Contoh. Data Tunggal

- Berikut diberikan keuntungan yang diperoleh oleh seorang pedagang selama beberapa bulan terakhir (dalam juta) sebagai berikut:
2,50; 2,50; 2,65; 2,70; 2,75; 2,80; 3,0; 3,5

Penyelesaian:

Range

$$R = \max - \min = 3,50 - 2,50 = 1$$

Menghitung range antar kuartil ingat sebelumnya cara menghitung masing – masing kuartil.

Range Antar Kuartil (RAK):

$$K_1 = 1(n + 1)/4 = 1(8+1)/4 = 2,25$$

menjadi $K_1 = \text{data ke } 2 + 0,25 (\text{data ke } 3 - \text{data ke } 2) = 2,5375$

$$K_3 = 3(n + 1)/4 = 3(8+1)/4 = 6,75$$

menjadi $K_3 = \text{data ke } 6 + 0,75 (\text{data ke } 7 - \text{data ke } 6) = 2,95$

Maka:

$$RAK = K_3 - K_1 = 2,95 - 2,5375 = 0,4125$$

Contoh. Data Tunggal

Deviasi Kuartil:

$$Q_D = \frac{K_3 - K_1}{2} = \frac{2,95 - 2,5375}{2} = 0,2063$$

Deviasi rata – rata:

Bulan	Omzet	$x_i - \bar{x}$	$ x_i - \bar{x} $
1	2.50	-0.30	0.30
2	2.50	-0.30	0.30
3	2.65	-0.15	0.15
4	2.70	-0.10	0.10
5	2.75	-0.05	0.05
6	2.80	0.00	0.00
7	3.00	0.20	0.20
8	3.50	0.70	0.70
Total	22.40	0.00	1.80
Rata-rata	2.80		0.23

$$AD = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{1,80}{8} = 0,23$$

Range dan Deviasi Rata – rata Data Berkelompok

RANGE

- R = batas bawah kelas terakhir – batas bawah kelas pertama atau
- R = nilai tengah tertinggi – nilai tengah terendah

Contoh (lihat kembali omzet dari penjualan DVD – pada Pertemuan I):

Omzet	banyaknya	Nilai Tengah
20 - 29	1	24.5
30 - 39	4	34.5
40 - 49	7	44.5
50 - 59	13	54.5
60 - 69	25	64.5
70 - 79	15	74.5
80 - 89	5	84.5
Total	70	

$$R = 80 - 20 = 60 \text{ atau}$$

$$R = 84.5 - 24.5 = 60$$

Range dan Deviasi Rata – rata Data Berkelompok

Deviasi rata – rata data kelompok dirumuskan sebagai berikut:

$$AD = \frac{\sum f_i |m_i - \bar{x}|}{n}$$

Contoh (lihat kembali omzet dari penjualan DVD – pada Pertemuan I):

Omzet	fi	mi	mi - x bar	fi mi - x bar	fi x mi
20 - 29	1	24.5	-37.43	37.43	24.5
30 - 39	4	34.5	-27.43	109.72	138.0
40 - 49	7	44.5	-17.43	122.01	311.5
50 - 59	13	54.5	-7.43	96.59	708.5
60 - 69	25	64.5	2.57	64.25	1612.5
70 - 79	15	74.5	12.57	188.55	1117.5
80 - 89	5	84.5	22.57	112.85	422.5
Total	70			731.4	4335
Rata-rata				10.45	61.93

$$AD = \frac{\sum f_i |m_i - \bar{x}|}{n}$$

$$= \frac{731,4}{70} = 10,45$$

Variansi dan Deviasi Standar

1. Varians adalah variasi dari sekelompok data pengamatan.
2. Variansi dan standar deviasi sampel kecil ($n \leq 30$).

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad \text{dan} \quad s = \sqrt{s^2}$$

3. Variansi dan standar deviasi sampel besar ($n > 30$).

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad \text{dan} \quad s = \sqrt{s^2}$$

Contoh. Variansi dan Deviasi Standar

- Berikut diberikan keuntungan yang diperoleh oleh seorang pedagang selama beberapa bulan terakhir (dalam juta) sebagai berikut:

2,50; 2,50; 2,65; 2,70; 2,75; 2,80; 3,0; 3,5

Penyelesaian:

Bulan	Omzet	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	2.50	-0.30	0.090
2	2.50	-0.30	0.090
3	2.65	-0.15	0.023
4	2.70	-0.10	0.010
5	2.75	-0.05	0.002
6	2.80	0.00	0.000
7	3.00	0.20	0.040
8	3.50	0.70	0.490
Total	22.40	0.00	0.75
Rata-rata	2.80	Σ^2	0.11

Variansi :

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{0,75}{8-1} = 0,11$$

Deviasi Standar :

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0,11} = 0,33$$

Variansi dan Deviasi Standar Data Berkelompok

A. Dengan cara Panjang

1. sampel kecil ($n \leq 30$)

Variansi :

$$s^2 = \frac{\sum f_i (m_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Deviasi Standar :

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum f_i (m_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

2. sampel besar ($n > 30$)

Variansi :

$$s^2 = \frac{\sum f_i (m_i - \bar{x})^2}{n}$$

Deviasi Standar :

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum f_i (m_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Keterangan:

Mi = nilai tengah

fi = frekuensi kelas

n = ukuran sampel

x bar = rata - rata

Variansi dan Deviasi Standar Data Berkelompok

B. Cara Pendek

1. Sampel Kecil

Variansi :

$$s^2 = c^2 \frac{\sum f_i \cdot d_i^2}{n-1} - c^2 \left(\frac{\sum f_i \cdot d_i}{n(n-1)} \right)^2$$

Deviasi Standar :

$$s = c \sqrt{\frac{\sum f_i \cdot d_i^2}{n-1} - \left(\frac{\sum f_i \cdot d_i}{n(n-1)} \right)^2}$$

2. Sampel Besar

Variansi :

$$s^2 = c^2 \frac{\sum f_i \cdot d_i^2}{n} - c^2 \left(\frac{\sum f_i \cdot d_i}{n} \right)^2$$

Deviasi Standar :

$$s = c \sqrt{\frac{\sum f_i \cdot d_i^2}{n} - \left(\frac{\sum f_i \cdot d_i}{n} \right)^2}$$

Contoh. lihat kembali omzet dari penjualan DVD – pada Pertemuan I

a. Cara Panjang

Omzet	fi	mi	fi x mi	mi - x bar	(mi - x bar)^2	fi (mi - x bar)^2
20 - 29	1	24.5	24.5	-37.43	1401.00	1401.00
30 - 39	4	34.5	138.0	-27.43	752.40	3009.62
40 - 49	7	44.5	311.5	-17.43	303.80	2126.63
50 - 59	13	54.5	708.5	-7.43	55.20	717.66
60 - 69	25	64.5	1612.5	2.57	6.60	165.12
70 - 79	15	74.5	1117.5	12.57	158.00	2370.07
80 - 80	5	84.5	422.5	22.57	509.40	2547.02
Total	70		4335.0		3186.43	12337.14
Rata-rata			61.93			176.24

$$s^2 = \frac{\sum f_i (m_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{12337,14}{70} = 176,24$$

Deviasi standar

$$s = \sqrt{\frac{12337,14}{70}} = \sqrt{176,24} = 13,28$$

Contoh. lihat kembali omzet dari penjualan DVD – pada Pertemuan I

b. Cara Pendek

Omzet	fi	mi	di	fi x di	di ^2	fi x di^2
20 - 29	1	24.5	-3	-3	9	9
30 - 39	4	34.5	-2	-8	4	16
40 - 49	7	44.5	-1	-7	1	7
50 - 59	13	54.5	0	0	0	0
60 - 69	25	64.5	1	25	1	25
70 - 79	15	74.5	2	30	4	60
80 - 80	5	84.5	3	15	9	45
Total	70			52		162

Deviasi Standar :

$$s = c \sqrt{\frac{\sum f_i \cdot d_i^2}{n} - \left(\frac{\sum f_i \cdot d_i}{n} \right)^2}$$

$$= 10 \sqrt{\left(\frac{162}{70} \right) - \left(\frac{52}{70} \right)^2}$$

$$s = 10 \sqrt{2,3143 - 0,5518}$$

$$= 10(1,327) = 13,27$$

UKURAN DISVERSI RELATIF

Yang termasuk ukuran disversi relatif meliputi: Koefisien dari range, koefisien deviasi kuartil, koefisien deviasi rata – rata dan koefisien varian

1. Koefisien Variasi

- Koefisien variasi adalah perbandingan antara simpangan baku dengan rata – rata. Yang dirumuskan sebagai berikut:

$$KV = \frac{s}{\bar{x}} \times 100\%$$

- Contoh:

Pada label susu bayi merk A dan merk B tertera berat netto 400 gr. Hasil pemeriksaan dua buah sampel berukuran 10, berupa 10 kaleng susu bayi merk A dan 10 kaleng susu bayi merk B. mengenai berat netto nya diperoleh hasil sebagai berikut::

$$\bar{x}_A = 400 \text{ gr}$$

$$s_A = 80 \text{ gr}$$

$$\bar{x}_B = 400 \text{ gr}$$

$$s_B = 125 \text{ gr}$$

Hitunglah masing – masing koefisien dari kedua susu tersebut? Dan susu bayi merk apa yang menjadi pilihan?

Penyelesaian:

- Menghitung koefisien variasi:

$$\begin{aligned}KV_A &= \frac{s}{\bar{x}} \times 100\% \\&= \frac{80}{400} \times 100\% \\&= 20\%\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}KV_B &= \frac{s}{\bar{x}} \times 100\% \\&= \frac{125}{400} \times 100\% \\&= 31\%\end{aligned}$$

- Dilihat dari nilai koefisien variasi, berat netto susu bayi merk A lebih seragam sehingga yang akan dipilih dengan nilai keragaman yang kecil.
- Atau bisa dengan melihat simpangan baku yang lebih kecil dengan nilai mean yang sama.

Angka Baku

- Angka baku atau nilai Z adalah perbedaan antara nilai suatu data (pengamatan) secara individu dengan nilai rata – rata hitung kelompoknya yang dinyatakan dalam satuan simpangan baku.
- Menghitung nilai Z suatu pengamatan dirumuskan sebagai berikut:

angka baku sampel:

$$Z = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

angka baku populasi:

$$Z = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$$

Interpretasi angka baku (nilai Z):

Nilai Z dapat bernilai positif dan negatif. Bila nilai Z = +a berarti letak pengamatan /data tersebut berada a simpangan baku di atas rata – ratanya.

Bila nilai Z = -a berarti letak pengamatan /data tersebut berada a simpangan baku dibawah rata – ratanya. a adalah suatu konstanta.

Contoh. Angka Baku

- Sada adalah mahasiswa kelas A dan Tono adalah mahasiswa kelas B. Pada UAS, nilai statistik Sada dan Tono masing – masing 85 dan 70. Sedangkan rata – rata nilai statistik untuk kelas A dan B masing – masing adalah 80 dan 60 dengan simpangan baku masing – masing 10 dan 7,5.
- Siapakan yang lebih berprestasi khususnya dalam mata kuliah statistik Sada atau Tono?
- Bagaimana kedudukan nilai statistik Sada dan Tono di kelasnya masing – masing?

Penyelesaian:

Sada

$$\begin{aligned} x &= 85 \\ \bar{x} &= 80 \\ s &= 10 \\ Z &= \frac{x - \bar{x}}{s} = \frac{85 - 80}{10} \\ &= 0,5 \end{aligned}$$

Tono

$$\begin{aligned} x &= 70 \\ \bar{x} &= 60 \\ s &= 7,5 \\ Z &= \frac{x - \bar{x}}{s} = \frac{70 - 60}{7,5} \\ &= 1,33 \end{aligned}$$

- Oleh karena nilai Z (bagi Tono, $Z = 1,33$) lebih besar dari nilai Z (bagi Sada, $Z = 0,5$), ini berarti Tono lebih berprestasi jika dibandingkan dengan Sada.
- Sada dengan nilai $Z = 0,5$ ini berarti kedudukan nilai Sada 1 simpangan baku ($0,5 \times 10 = 5$) diatas rata – rata kelasnya. Dengan kata lain, selisih nilai Sada dengan nilai rata – rata (mean) kelasnya adalah 5

Tono dengan nilai $Z = 1,33$, ini berarti kedudukan nilai Tono 1,33 simpangan baku ($1,33 \times 7,5 = 9,975 \sim 10$) diatas rata – rata kelasnya. Dengan kata lain, selisih nilai Tono dengan rata – rata kelasnya adalah 10.

Latihan Soal 1:

Perusahaan A adalah perusahaan manufaktur yang bergerak dalam bidang tekstil. Dalam 5 tahun terakhir memperoleh keuntungan dengan rata – rata hitung 4,25 M rupiah pertahun dengan deviasi standar 1,5 M. Perusahaan B adalah perusahaan ekspor impor yang dalam kurun waktu yang sama memperoleh keuntungan rata – rata sebesar 3,20 M dengan deviasi standar 0,72 M. Tahun ini perusahaan A mampu meraup keuntungan sebesar 6,7 M dan perusahaan B meraup keuntungan sebesar 4,80 M. berdasarkan hasil yang dicapai pada tahun ini, menurut saudara perusahaan mana yang lebih besar penghasilannya?

Latihan Soal 2.

Konsumsi Beras (Kg)	Banyak rumah tangga
5 - 24	4
25 - 44	7
45 - 64	12
65 - 84	22
85 - 104	15
105 - 124	7
125 - 144	5
Jumlah	72

Tentukan: Range, Deviasi rata – rata, Deviasi Standar (dengan cara panjang dan pendek) dari data distribusi frekuensi konsumsi beras di atas?

Latihan Soal 3.

Dua sampel yang masing – masing terdiri dari 5 buah sabun mandi merk A dan 5 buah sabun merk B. Diukur berat netto nya, diperoleh data sebagai berikut:

Merk A	100	102	98	101	99
Merk B	95	105	100	106	94

- Hitunglah koefisien variasi untuk merk A dan merk B?
- Menurut saudara, mana lebih seragam berat netto merk A atau merk B.

Daftar Pustaka:

1. Nata Wirawan, 2001, *Statistik I, Denpasar : Keraras Emas*
2. Nata Wirawan, 2001, *Statistik 2, Denpasar : Keraras Emas*
3. Steel, Robert. G.D and Torrie, J.H. 1995. *Prinsip dan Prosedur Statistika Suatu Pendekatan Biometrik, Edisi kedua*. Yang diterjemahkan oleh Bambang Sumantri. PT. Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.