# Peluang

I Ketut Putu Suniantara

## Permutasi dan Kombinasi

- Kaidah faktorial

  n! dibaca n faktorial adalah perkalian n buah bilangan asli yang berurut. Dinyatakan sebagai berikut:

  $$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times n$$

  dengan $1! = 1$ dan $0! = 1$

Contoh:

$3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$

$10! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 3\,628\,800$

# PERMUTASI

- Permutasi adalah banyaknya cara untuk menyusun keseluruhan atau sebagian dari sekumpulan objek (unsur) yang berbeda dengan memperhatikan urutannya. ABC $\neq$ BCA
- Permutasi sebagian dari seluruh objek. Permutasi r objek yang diambil sekaligus dari sekelompok n objek yang berbeda tanpa pemulihan (dinyatakan dengan ${}_nP_r$, r <= n) adalah:

$$\boxed{{}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}}$$

- Permutasi atas keseluruhan objek. Permutasi n objek yang diambil sekaligus dari sekelompok n objek yang berbeda, tanpa pemulihan (dinyatakan dengan ${}_nP_n$) adalah:

$$\boxed{{}_nP_n = n!}$$



# Contoh 1. Permutasi

- Sebuah perusahaan ingin merekrut presdir, wakil predir, sekretaris dan bendahara. Calon yang ada untuk mengisi posisi tersebut sebanyak 10 orang. Tentukkanlah cara mengisi posisi tersebut:

- Penyelesaian

  n = 10 dan r = 4

$$
\begin{aligned}
{}_nP_r &= \frac{n!}{(n-r)!} \\
{}_{10}P_4 &= \frac{10!}{(10-4)!} \\
&= \frac{10!}{6!} = 5040
\end{aligned}
$$

# Contoh 2. Permutasi

- Dari 10 orang pria dan 5 orang wanita akan disusun kepengurusan yang terdiri dari 3 pria dan 2 wanita. Berapa banyak formasi kepengurusan tersebut dapat dilakukan:

- **Penyelesaian**

  - Banyak formasi untuk Pria

$$_{n}P_{r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$_{10}P_{3} = \frac{10!}{(10-3)!}$$

$$= \frac{10!}{7!} = 720$$

banyak formasi untuk Wanita

$$_{n}P_{r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$_{5}P_{2} = \frac{5!}{(5-2)!}$$

$$= \frac{2!}{3!} = 20$$

Oleh karena, setiap formasi pria dapat dipasangkan dengan setiap formasi wanita, maka banyaknya formasi tersebut adalah:

$({}_{10}P_3)$ x $({}_{5}P_2)$ = 720 x 20 = 14400 formasi



# Kombinasi

- Kombinasi adalah banyaknay cara untuk menyusun keseluruhan atau sebagian dari sekumpulan objek yang berbeda tanpa memperhatikan urutannya. ABC = BCA
- Kombinasi diberikan rumus sebagai berikut:

$$C = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

- Contoh:

  direktur personalia sebuah perusahaan telah menenapkan 10 individu sebagai calon yang terampil untuk tiga formasi managerial yang akan di isi. Tentukanlah banyak cara untuk mengisi formasi tersebut:

Penyelesaian

r = 3 dan n = 10

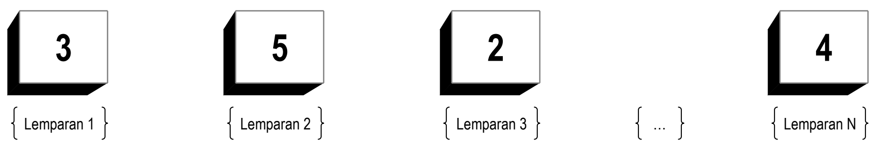
$$C = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} = \frac{10!}{(10-3)!3!} = \frac{10!}{7!3!} = 120$$

## Pengertian Peluang

- Peluang Adalah suatu ukuran tentang kemungkinan untuk terjadinya suatu kejadian di masa datang.
- Nilai peluang suatu kejadian berkisar antara 0 sampai dengan 1 ($0 \leq P \leq 1$).

# Percobaan Acak

- Percobaan acak (*random experiment*) adalah suatu percobaan di mana ketika percobaan tersebut diulang maka hasilnya belum tentu sama dengan hasil dari percobaan sebelumnya. Misalnya, jika sebuah dadu dilempar (*toss*) beberapa kali, maka sisi yang muncul dapat berbeda-beda antar pelemparan;




Pelemparan sebuah dadu sebanyak N kali – seperti ilustrasi di atas – merupakan suatu **percobaan acak**.



# Ruang Sampel (*Sample Space*)

- Ruang Sampel (sering diistilahkan ruang contoh) merupakan sebuah himpunan (*set*) yang beranggotakan seluruh kemungkinan hasil dari sebuah percobaan acak. Pada ilustrasi pelemparan sebuah dadu 1 kali, maka ruang sampel dari percobaan acak tersebut adalah:

S = {❶, ❷, ❸, ❹, ❺, ❻}

- Jika sekeping uang logam dilempar 2 kali, maka ruang sampel dari percobaan acak ini (H menyatakan sisi muka dan T menyatakan sisi belakang uang logam) adalah:

S = {HH, HT, TH, TT}

# Kejadian (*Event*)

- Kejadian (*Event*) merupakan sebuah himpunan bagian (*subset*) – dengan syarat-syarat keanggotaan dipilih oleh peneliti – dari sebuah ruang sampel. Sebagai misal, perhatikanlah ilustrasi pelemparan dadu sebanyak 1 kali di mana S = {❶, ❷, ❸, ❹, ❺, ❻};

  Jika peneliti menginginkan 'munculnya sisi genap pada pelemparan tersebut' maka E = {❷, ❹, ❻}

- Pada pelemparan 2 kali sekeping uang logam peneliti tertarik dengan kejadian sekurang-kurangnya muncul 1 sisi muka, maka dari ruang sampel S = {HH, HT, TH, TT} akan diperoleh:

  E = {HH, HT, TH}



# Contoh – Ruang Sampel dan Kejadin

1. Bila sebuah dadu dilantunkan sekali, tentukanlah percobaan acak ruang sampel dan titik sampel dari percobaan tersebut.
   - Bila A = kejadian muncul sisi mata dua di atas, tentukanlah kejadian A.
   - Bila B = kejadian muncul sisi mata bilangan prima, tentukanlah kejadian B.

**Penyelesaian :**

- Percobaan Acak: melemparkan sebuah dadu satu kali.
- Ruang sampel : S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
- Titik sampelnya adalah 1, 2, 3, 4, 5, dan 6

Kejadian A : A = { 2} disebut kejadian sederhana

Kejadian B : B = { 2, 3, 5} disebut kejadian majemuk

## Latihan – Percobaan Acak – Ruang Sampel - Kejadian

- Seorang anak sedang bermain-main dengan sebuah dadu <u>dan</u> sekeping uang logam. Dadu dan uang logam dilemparnya berbarengan. Saat itu, orangtua si anak – yang kebetulan sedang mempelajari Statistika – tertarik dengan kegiatan anaknya. Ia ingin mengetahui berapa besar kemungkinan munculnya <u>sisi 6</u> pada dadu dan <u>sisi muka</u> pada uang logam.

  Tugas Anda, tentukanlah: (1) Percobaan Acak, (2) Ruang Sampel, dan (3) Kejadian yang menjadi perhatian dari orangtua anak tersebut!



## ☺ Answer to DIY – 1

Percobaan Acak : Melempar sebuah dadu dan sekeping uang logam satu kali secara serentak

Ruang Sampel : H menyatakan sisi muka uang logam,
T menyatakan sisi belakang uang logam,
1, 2, …, 6 menyatakan sisi dadu; maka:
S = {1H, 1T, 2H, 2T, 3H, 3T, 4H, 4T, 5H, 5T, 6H, 6T}

Kejadian : munculnya <u>sisi 6</u> pada dadu dan <u>sisi muka</u> pada uang logam; maka:
E = {6H}

# Pendekatan Klasik pada Peluang

- Pendekatan klasik pada konsepsi peluang didasarkan pada pendapat bahwa peluang (*probability*) suatu kejadian adalah jumlah kemungkinan hasil dari kejadian yang diinginkan dibagi dengan kemungkinan hasil dari percobaan acak yang dilakukan.
- Jika S menyatakan ruang sampel dari percobaan acak, E menyatakan kejadian yang diinginkan serta n(S) dan n(E) masing-masing menyatakan jumlah elemen himpunan S dan E, maka menurut pendekatan klasik peluang dari E – dinyatakan dalam notasi P(E) – adalah:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$



# Contoh Pendekatan Klasik Peluang

- Sebuah uang logam dilempar 3 kali. Ingin diketahui peluang-peluang dari kejadian berikut:
- $E_1$ = kejadian munculnya 2 sisi muka dan 1 sisi belakang uang logam;
- $E_2$ = kejadian munculnya sekurang-kurangnya 1 sisi muka uang logam.

Karena:

S = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}; n(S) = 8

$E_1$ = {HHT, HTH, THH}; $n(E_1) = 3$

$E_2$ = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH}; $n(E_2) = 7$

Maka:

$P(E_1) = 3/8$ dan $P(E_2) = 7/8$

# Pendekatan Non-Klasik pada Peluang

- Pendekatan non-klasik pada konsepsi peluang didasarkan pada pendapat bahwa peluang (*probability*) suatu kejadian adalah jumlah kejadian yang diinginkan/diamati dibagi dengan jumlah dari sampel (contoh) yang terambil. Pendekatan non-klasik ini sering disebut pendekatan Frekuensi Relatif dalam menghitung peluang suatu kejadian;
- Jika S menyatakan sampel dari suatu populasi, E menyatakan kejadian yang diinginkan dalam sampel yang diamati, serta $p$ dan $n$ masing-masing menyatakan jumlah kejadian yang diinginkan dan ukuran sampel, maka menurut pendekatan non-klasik peluang dari E – dinyatakan dalam notasi P(E) – adalah:

$$P(E) = \frac{p}{n}$$

➪ Contoh Pendek ...



**Contoh – Pendekatan Non – Klasik pada Peluang**

1. Bagian produksi sebuah perusahaan, dalam satu kali produksi menghasilkan 5000 unit barang. Setelah diperiksa ternyata terdapat 50 unit barang yang cacat. Tentukanlah berapa peluang terambilnya barang yang cacat?
2. Dari 1 *lot* obat berukuran 100 *strip* – masing-masing terisi dengan 4 tablet – bagian pengendalian mutu membuat distribusi frekuensi dari *strip* obat yang rusak sebagai berikut:

| Σ Rusak (Tablet) | Frekuensi (Strip) |
|---|---|
| 0 | 78 |
| 1 | 12 |
| 2 | 5 |
| 3 | 3 |
| 4 | 2 |
| Total | 100 |

Berdasarkan tabel distribusi frekuensi tersebut, hitunglah peluang dari kejadian-kejadian berikut:
$E_1$ = Terdapat 3 tablet yang rusak pada *strip* pembungkus
$E_2$ = Paling banyak terdapat 2 tablet yang rusak
$E_3$ = Sekurang-kurangnya ada 2 tablet yang rusak

## Penyelesaian - Pendekatan Non-Klasik Peluang (Lanjutan)

1. Penyelesaian
   misalkan p adalah barang yang cacat, maka p = 50 dan n = 5000
   sehingga,
   $P(E) = p/n = 50 / 5000 = 0{,}01$

2. - $E_1$ = terdapat 3 tablet yang rusak, maka $P(E_1) = 3/100$
   - $E_2$ = paling banyak terdapat 2 tablet yang rusak, maka
     $P(E_2) = P(X <= 2) = 78/100 + 12/100 + 5/100 = 95/100$
   - $E_3$ = sekurang – kurangnya ada 2 tablet yang rusak
     $P(E_3) = P(X >= 2) = 5/100 + 3/100 + 2/100 = 10/100 = 1/10$

⇨ Do It Yourself ...



# ☹ Do It Yourself – (PR)

- Sepasang dadu dilemparkan sekali. Tentukanlah:
  1. Ruang Sampel dari percobaan acak tersebut!
  2. Jika $E_1$ didefinisikan sebagai jumlah kedua sisi dadu yang muncul yang bernilai prima, maka berapakah peluang dari $E_1$?
  3. Berapakah peluang dari $E_2$ bila $E_2$ didefinisikan jumlah kedua sisi dadu > 12? □

- Perhatikanlah tabel distribusi frekuensi berikut:

| Merek | Jumlah |
|---|---|
| Honda | 42 |
| Suzuki | 27 |
| Yamaha | 23 |
| Lainnya | 8 |
| Total | 100 |

1. Berapakah peluang merek Honda? □
2. Berapakah peluang merek Yamaha <u>atau</u> Suzuki?
3. Berapakah peluang merek Yamaha <u>dan</u> Suzuki?

⇧SAP

## ☺ Answer to DIY – 1 (Soal 1)

Percobaan Acak : Sepasang dadu dilemparkan sekali

Ruang Sampel : Memperhatikan bahwa masing-masing dadu dapat muncul dalam 6 cara, maka berdasarkan Hukum Multiplikatif (dijelaskan pada pertemuan V) akan ada 6 x 6 = 36 cara munculnya sisi-sisi dari kedua dadu. Dengan demikian, maka ruang sampel dari percobaan acak tersebut adalah:

S = {(1,1), (1,2), (1,3), … (6,4), (6,5), (6,6)} atau

S = {(i, j)}; i = 1, …, 6; j = 1, …, 6

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| 2 | 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3 | 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4 | 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5 | 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6 | 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

Jika didefinisikan ruang sampel baru $S_1 = \{ i+j \}; \forall_{i, j = 1, \dots, 6}$;
maka $S_1 = \{2, 3, \dots, 11, 12\}$

Jadi:
$P(E_1) = n(E_1)/36 = 15/36$
$P(E_2) = n(E_2)/36 = 0/36 = 0$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |



## ☺ Answer to DIY – 2 (Soal 2)

Percobaan Acak : Mengamati merek sepeda motor yang melalui sebuah ruas jalan pada waktu tertentu;

Ruang Sampel : dinyatakan dalam sebuah tabel distribusi

| Merek | Jumlah |
|---|---|
| Honda | 42 |
| Suzuki | 27 |
| Yamaha | 23 |
| Lainnya | 8 |
| Total | 100 |

Jika didefinisikan kejadian-kejadian berikut:
$E_1$ = Sepeda motor yang lewat bermerek Honda?
$E_2$ = Sepeda motor yang lewat bermerek Yamaha atau Suzuki?
$E_3$ = Sepeda motor yang lewat bermerek Yamaha dan Suzuki?

Maka dari tabel distribusi frekuensi tersebut dapat dihitung:
$P(E_1) = n(E_1)/100 = 42/100$;
$P(E_2) = n(\text{Yamaha})/100 + n(\text{Suzuki})/100 = 23/100 + 27/100 = ½$
$P(E_3) = 0/100 = 0$

## Peluang Suatu Kejadian

Peluang Kejadian E :

$$P(E) = \frac{p}{n}$$

Dimana: P(E) : peluang kejadian E, p = banyaknya kejadian E dan n = banyaknya hasil percobaan.

jika dinyatakan dalam notasi himpunan, maka :

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

Dimana :

| | |
|---|---|
| m atau n(A) | = banyak anggota kejadian A |
| n | = banyaknya hasil percobaan yg mungkin |
| n(S) | = banyak anggota ruang sampel |
| P(A) | = peluang kejadian A |



## Contoh – Peluang Suatu Kejadian

Sebuah kotak berisi bola lampu sebanyak 100 buah, terdapat 8 bola lampu yang telah mati. Bila sebuah bola lampu diambil secara acak, hitunglah peluang terambilnya bola lampu yang mati.

Penyelesaian:

misalkan E adalah kejadian terambilnya bola lampu yang mati, banyaknya bola lampu yang mati adalah 8, maka n(E) = 8. Jumlah keseluruhan bola lampu adalah 100 buah, maka n(S) = 100

Jadi, peluang kejadian E adalah:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{8}{100} = 0{,}08$$

Kaitan antara peluang kejadian E dengan kejadian bukan E :

$$P(E) + P(\overline{E}) = 1$$

Dimana: P(E) = peluang kejadian E

$P(\overline{E})$ = peluang kejadian bukan E

# Kejadian Saling Terpisah vs Beririsan

- **Irisan Dua Kejadian**: Bila $E_1$ dan $E_2$ masing-masing melambangkan 2 kejadian pada 2 ruang sampel, maka $E_1 \cap E_2$ merupakan irisan dua kejadian yang mengandung semua unsur persekutuan $E_1$ dan $E_2$;
- **Kejadian Saling Terpisah**: Kejadian $E_1$ dan $E_2$ dikatakan kejadian yang saling terpisah (*mutually exclusive*) jika $E_1 \cap E_2 = \emptyset$; artinya $E_1$ dan $E_2$ tidak memiliki unsur persekutuan;
- **Kejadian Beririsan**: Kejadian $E_1$ dan $E_2$ dikatakan kejadian yang beririsan jika $E_1 \cap E_2 = E_3$ di mana $E_3$ merupakan irisan dari 2 kejadian tersebut dengan jumlah anggota pada ruang sampelnya $n(E_1 \cap E_2)$

⇨ Contoh Kejadian ...



# Contoh Irisan 2 Kejadian

- Misalkan sebuah dadu dilemparkan. Misalkan pula kejadian-kejadian yang menjadi perhatian pengamat didefinisikan sebagai berikut:

$E_1$ : kejadian munculnya sisi genap pada dadu; maka $S_1$ = {❷, ❹, ❻}
$E_2$ : kejadian munculnya sisi ganjil pada dadu; maka $S_2$ = {❶, ❸, ❺}
$E_3$ : kejadian munculnya sisi prima pada dadu; maka $S_3$ = {❷, ❸, ❺}

Jika kemudian pengamat tertarik dengan kejadian-kejadian berikut:
$I_1$ : kejadian munculnya sisi genap dan ganjil pada dadu;
$I_2$ : kejadian munculnya sisi genap dan prima pada dadu;
$I_3$ : kejadian munculnya sisi ganjil dan prima pada dadu;

Maka:
$I_1 = E_1 \cap E_2$ merupakan kejadian saling terpisah, mengingat $n(E_1 \cap E_2) = 0$;
$I_2 = E_1 \cap E_3$ merupakan kejadian beririsan, mengingat $S_{I_2}$ = {❷}; dan
$I_3 = E_2 \cap E_3$ merupakan kejadian beririsan, mengingat $S_{I_3}$ = {❸, ❺}

⇨ Kejadian Saling ...

# Kaidah Penjumlahan dalam Peluang

Misalkan $E_1$ dan $E_2$ merupakan 2 kejadian sembarang. Maka Kaidah Penjumlahan Peluang menyatakan:

$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$

Korolari I: Bila $E_1$ dan $E_2$ merupakan 2 kejadian yang saling terpisah, maka:
$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$

Korolari II: Bila $E_1, E_2, \ldots, E_n$ merupakan n kejadian yang saling terpisah, maka:
$P(E_1 \cup \ldots \cup E_n) = P(E_1) + P(E_2) + \ldots + P(E_n)$

⇨ Penerapan Kaidah … | ⇧SAP | Contoh Irisan … ⇦



# Penerapan Kaidah Penjumlahan (1)

Sepasang dadu bersisi 6 dilemparkan sekali. Berapakah peluang diperoleh jumlah sisi kedua dadu 7 atau 11?

Misalkan:

$E_1$ : jumlah sisi yang muncul = 7;
$E_2$ : jumlah sisi yang muncul = 11;
$E_3$ : Jumlah sisi yang muncul = 7 atau 11;

Maka:

$P(E_3) = P(E_1 \cup E_2)$
$= P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$
$= 1/6 + 1/18 - 0$
$= 2/9$

Kesimpulan:

Karena $P(E_1 \cap E_2) = 0$, maka kejadian $E_1$ dan $E_2$ merupakan kejadian-kejadian yang saling terpisah

⇨ Penerapan Kaidah … | ⇧SAP | Kejadian Saling … ⇦

# Penerapan Kaidah Penjumlahan (2)

Peluang seorang mahasiswa lulus matematika = 2/3 dan lulus pemrograman = 4/9. Jika peluang lulus sekurang-kurangnya satu mata kuliah di atas = 4/5, maka berapakah peluang seorang mahasiswa lulus kedua mata kuliah tersebut?

Misalkan:

$E_1$ : Lulus mata kuliah Matematika;

$E_2$ : Lulus mata kuliah Pemrograman;

$E_3$ : Lulus mata kuliah Matematika atau Pemrograman

Maka:

$P(E_3) = P(E_1 \cup E_2)$

$4/5 = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$

$4/5 = 2/3 + 4/9 - P(E_1 \cap E_2)$

$P(E_1 \cap E_2) = 10/9 - 4/5$

$= 14/45$

Kesimpulan:

Karena $P(E_1 \cap E_2) \neq 0$, maka $n(E_1 \cap E_2) \neq 0$ (kenapa?); implikasinya adalah kejadian $E_1$ dan $E_2$ merupakan kejadian-kejadian yang tidak saling terpisah

⇨ Kejadian Saling Bebas | ⇧SAP | Kejadian Saling … ⇦



# Kejadian Saling Bebas dan Peluang Bersyarat (1)

- **Kejadian Saling Bebas**: 2 kejadian $E_1$ dan $E_2$ dikatakan kejadian-kejadian saling bebas (*independent events*) jika terjadinya (tak terjadinya) $E_1$ tidak memiliki pengaruh terhadap terjadinya (tak terjadinya) $E_2$ atau sebaliknya;
- **Kejadian Tidak Saling Bebas**: 2 kejadian $E_1$ dan $E_2$ dikatakan kejadian-kejadian tidak saling bebas (*dependent events*) jika terjadinya (tak terjadinya) $E_1$ memiliki pengaruh terhadap terjadinya (tak terjadinya) $E_2$;
- Secara matematis, dikatakan $E_1$ dan $E_2$ kejadian-kejadian yang saling bebas jika $P(E_1 | E_2) = P(E_1)$ atau $P(E_2 | E_1) = P(E_2)$. Bila salah satu dari dua persamaan tersebut tidak dipenuhi, dikatakan bahwa $E_1$ dan $E_2$ merupakan kejadian-kejadian tidak saling bebas.

⇨ Peluang Bersyarat

## Kejadian Saling Bebas dan Peluang Bersyarat (2)

Peluang Bersyarat $E_1$ bila $E_2$ diketahui – disimbulkan dengan $P(E_1 | E_2)$ – didefinisikan sebagai:

$P(E_1 | E_2) =$

| | Bekerja | Menganggur |
|---|---|---|
| Laki | 460 | 40 |
| Perempuan | 140 | 260 |

Misalkanlah dari 900 alumni FMIPA UNUD, diketahui keadaan alumni yang telah dan belum bekerja seperti tabel di samping. Jika ditemui seorang alumni bergender laki, berapakah peluang ia telah bekerja?

Misalkanlah L = menyatakan alumni laki, B = menyatakan alumni yang telah bekerja; maka:

$$P(B|L) = \frac{P(B \cap L)}{P(L)} = \frac{460/900}{500/900} = 23/25$$

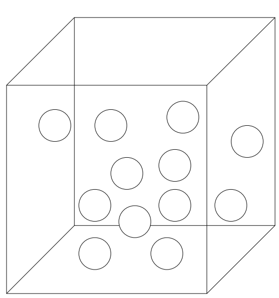
⇧SAP | Peluang Bersya… ⇦



## Aturan Bayes

Jika diketahui $E_1$ dan $E_2$ merupakan dua kejadian tidak saling bebas di mana $E_1$ terjadi mendahului $E_2$ dan $P(E_2|E_1)$ diketahui atau dapat dihitung, maka:

$$P(E_1 | E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)} = \frac{P(E_2 | E_1)\, P(E_1)}{P(E_2)};\ \text{jika } P(E_2) > 0$$



Jika 2 bola diambil secara berturutan dan tanpa pengembalian, maka berapa peluang bola merah terambil pada pengambilan I jika diketahui bola merah terambil pada pengambilan II?

Misalkanlah didefinisikan kejadian-kejadian berikut:

$B_1$ = Bola biru terambil pada pengambilan pertama;

$P_1$ = Bola putih terambil pada pengambilan pertama, dan;

$M_2$ = Bola merah terambil pada pengambilan kedua;

⇨ Aturan Bayes (2) | ⇧SAP

## Aturan Bayes (2)

Berdasarkan informasi tersebut, maka dapat dihitung:

$$P(M_1|M_2) = \frac{P(M_1 \cap M_2)}{P(M_2)} = \frac{P(M_2|M_1)\, P(M_1)}{P(M_2)}$$

$$= \frac{P(M_2|M_1)\, P(M_1)}{P(M_2|M_1)\, P(M_1) + P(M_2|P_1)\, P(P_1) + P(M_2|B_1)\, P(B_1)}$$

$$= \frac{\frac{4}{11} \cdot \frac{5}{12}}{\frac{4}{11} \cdot \frac{5}{12} + \frac{5}{11} \cdot \frac{4}{12} + \frac{5}{11} \cdot \frac{3}{12}} = \frac{20/132}{55/132} = \frac{20}{55}$$

⇨ Penerapan Bayes | ⇧SAP



## Penerapan Aturan Bayes

Pada populasi masyarakat Desa Jimbaran, diketahui peluang seseorang mengidap TBC = 0,001. Akhir-akhir ini FK UNUD mengembangkan sebuah metode untuk mendeteksi apakah seseorang mengidap TBC ataukah tidak. Ujicoba menunjukkan bahwa 95% dari penderita TBC diidentifikasi positif oleh metode ini dan hanya 2% yang bebas TBC diidentifikasi positif.

Tentukanlah peluang seseorang yang telah diidentifikasi positif oleh metode ini memang mengidap TBC?

Misalkanlah didefinisikan peluang-peluang berikut:

| | |
|---|---|
| P (TBC) | = peluang seseorang menderita TBC = 0,001 |
| P (nTBC) | = peluang seseorang <u>tidak</u> menderita TBC = 0,999 |
| P (+\|TBC) | = peluang didiagnose + jika diketahui TBC = 0,95 |
| P (-\|TBC) | = peluang didiagnose - jika diketahui TBC = 0,05 |
| P (+\|nTBC) | = peluang didiagnose + jika diketahui nTBC = 0,02 |
| P (-\|nTBC) | = peluang didiagnose - jika diketahui nTBC = 0,98 |

Maka **P (TBC|+)**

$$= \frac{P(TBC \cap +)}{P(+)} = \frac{P(+|TBC)\, P(TBC)}{P(+)}$$

$$= \frac{P(+|TBC)\, P(TBC)}{P(+|TBC)\, P(TBC) + P(+|nTBC)\, P(nTBC)}$$

$$= \frac{0{,}95 \,.\, 0{,}001}{0{,}95 \,.\, 0{,}001 + 0{,}02 \,.\, 0{,}999} = 0{,}045$$

⇧SAP | Penerapan Bayes ⇦

# Do It Yourself

Peluang seorang dokter mendiagnosis sebuah penyakit secara benar adalah 0,7. Diketahui pula, peluang dokter tersebut akan dituntut ke pengadilan jika diketahui diagnosenya salah sebesar 0,9. Tentukanlah peluang-peluang berikut:

1. Dokter salah mendiagnosis pasien dan pasien menuntutnya;
2. Dokter tidak salah mendiagnosis pasien dan pasien menuntutnya;
3. Dokter tidak salah mendiagnosis pasien dan pasien tidak menuntutnya.

⇧SAP | Penerapan Bayes ⇦



# Latihan Soal

1. Dari 100 orang yang mengikuti ujian ternyata 40 orang lulus matematika ekonomi, 30 orang lulus pengantar ekonomi mikro dan 25 orang lulus dalam matematika ekonomi dan pengantar ekonomi mikro. Berapa banyak orang yang gagal dalam kedua mata kuliah tersebut?
2. Suatu hari Hotel X menerima tamu sebanyak 100 orang dari sebuah agen perjalanan. Tanpa diketahui oleh manajemen hotel, ada 6 orang tamu yang mengidap penyakit menular. Jika 2 orang tamu dipilih secara acak (satu per satu tanpa pemilihan) dari 100 orang tersebut, kemudian dilakukan pemeriksaan kesehatan. Berapa peluang bahwa kedua tamu tersebut mengidap penyakit menular tersebut?
3. Peluang seorang konsumen yang masuk kesebuah restauran akan memesan makanan adalah 0,2. Jika ia memesan makanan, peluang bahwa ia akan memesan minuman adalah 0,8. Berapa peluang bahwa konsumen tersebut akan memesan makanan dan minuman tersebut?
4. Enam pelamar pria dan 5 pelamar wanita akan diterima hanya 4 pelamar. Dari 4 pelamar yang akan diterima tersebut 1 orang wanita. Dengan berapa cara penerimaan pelamar dapat dilakukan?

# Materi Minggu Depan

- Distribusi Peluang Teoritis
- Distribusi Peluang Binomial dan Normal

Daftar Pustaka:


- Wirawan, Nata. 2014. Cara Mudah Memahami Statistika Ekonomi dan Bisnis (Statistika Inferensi) Edisi ketiga. Keraras Emas. Bali.
- Tiro, M. A dan B. Ilyas. 2002. Statistika Terapan untuk Ilmu Ekonomi dan Ilmu Sosial, Edisi Kedua.Andira Publisher. Makassar.