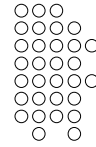


REGRESI DAN KORELASI LINEAR SEDERHANA



Materi:

1. Hubungan Stokastik dan Deterministik
2. Penduga Koefisien Regresi
3. Pengujian Koefisien Regresi
4. Interpretasi Koefisien Regresi
5. Regresi sebagai alat bantu
6. Koefisien Determinasi
7. Korelasi

suniantara.wordpress.com

Hubungan Stokastik dan Deterministik

- Hubungan Deterministik

Hubungan deterministik adalah hubungan antara variabel X dan variabel Y jika setiap nilai variabel bebas X tertentu, terdapat satu nilai variabel terikat Y. Misalnya, X menyatakan biaya iklan dan Y menyatakan hasil penjualan maka hubungan linear antara X dan Y dengan menggap faktor lain tidak berubah (konstan). Secara umum dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Y_i = \alpha + \beta X_i$$

suniantara.wordpress.com

Hubungan Stokastik dan Diterministik

- Hubungan Stokastik

Hubungan Stokastik adalah hubungan antara variabel X dan variabel Y jika setiap nilai variabel bebas X tertentu, terdapat sejumlah nilai Y yang memiliki peluang tertentu. Nilai Y ini bervariasi satu sama lain yang tersebar disekitar nilai rata-ratanya. Dengan adanya sifat stokastik, suatu ramalan sering tidak tepat atau tidak pasti. Ketidaktepan hasil ramalan disebabkan oleh adanya kesalahan gangguan stokastik. Hubungan stokastik antara variabel X dan Y dinyatakan sebagai berikut:

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \epsilon_i$$

Parameter α merupakan titik potong garis regresi terhadap sumbu Y, parameter β merupakan slope garis regresi terhadap sumbu X. ϵ_i adalah variabel gangguan stokastik (residu) yang bersifat acak.

suniantara.wordpress.com

Persamaan Regresi

- Hubungan stokastik di atas merupakan dasar dari persamaan regresi.
- Persamaan ini lebih dikenal dengan Analisis regresi.
- Analisis regresi adalah suatu analisis statistika yang sering digunakan untuk memodelkan hubungan antara variabel respon Y dengan satu atau beberapa variabel bebas X.

suniantara.wordpress.com

Tujuan Persamaan Regresi

Secara umum model regresi mempunyai 3 (tiga) tujuan yaitu:

- mendeskripsikan model yang menjelaskan hubungan antara respon dengan variabel bebas sehingga dapat dipelajari lebih jauh tentang proses yang menghasilkan nilai respon;
- untuk mengetahui kontribusi relatif setiap variabel bebas untuk menjelaskan respon
- untuk memprediksi nilai respon untuk beberapa nilai variabel bebas tertentu.

Untuk tujuan tersebut biasanya digunakan model regresi linear sederhana maupun berganda

suniantara.wordpress.com

Persamaan Regresi Linear Sederhana

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \epsilon_i$$

- Hanya ada 1 Variabel bebas (X)
- Variabel bebas berhubungan secara linear dengan variabel respon
- Parameter ϵ_i merupakan komponen galat acak diasumsikan mempunyai mean nol dan varians σ^2 dan tidak berkorelasi
- Parameter α menyatakan rata-rata respon jika $X=0$
- Parameter β menyatakan perubahan rata-rata respon akibat perubahan satu unit X
- Mean : $E(Y|X) = \alpha + \beta X$
- Varians : σ^2

suniantara.wordpress.com

Pendugaan Persamaan Regresi

Pendugaan persamaan garis regresi dengan menggunakan metode kuadrat terkecil MKT.

- Bentuk umum persamaan regresi:

$$E(Y | X_i) = \alpha + \beta X_i$$

$$Y_i = E(Y | X_i) + \epsilon_i = \alpha + \beta X_i + \epsilon_i$$

- Garis regresi sampel:

$$\hat{Y} = a + bX_i$$

$$Y_i = a + bX_i + e_i$$

suniantara.wordpress.com

Prinsip Metode Kuadrat Terkecil

- Prinsip MKT adalah meminimumkan jumlah kuadrat sisaan, maka dapat diturunkan terhadap a dan b melalui turunan parsial, sehingga nilai a dan b didapat sebagai berikut:

$$b = \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2}$$

$$a = \frac{\sum Y_i - b \sum X_i}{n} = \bar{Y} - b\bar{X}$$

- n = banyaknya pasangan data observasi
- Sehingga persamaan regresinya menjadi:

$$\hat{Y}_i = a + bX_i$$

suniantara.wordpress.com

Contoh.

Sebuah penelitian yang bertujuan untuk mengetahui pengaruh pendapat rumah tangga (X) terhadap pengeluaran konsumsi (Y). Untuk itu diambil sampel secara acak sebanyak 10 kepala rumah tangga untuk diwawancara. Hasil penelitian sebagai berikut (dalam juta):

Pendapatan X	6	8	10	12	13	17	20	22	24	28
Konsumsi Y	5	6	8	9	10	12	12	14	15	20

Berdasarkan data tersebut:

1. Dugalah persamaan regresi
2. Berikan interpretasi dari persamaan yang diperoleh
3. Taksirlah besaran konsumsi bila pendapatan 26 juta rupiah

suniantara.wordpress.com

Perhitungan Persamaan Regresi

No	Pendapatan X	Konsumsi Y	X_i^2	Y_i^2	$X_i \cdot Y_i$
1	6	5	36	25	30
2	8	6	64	36	48
3	10	8	100	64	80
4	12	9	144	81	108
5	13	10	169	100	130
6	17	12	289	144	204
7	20	12	400	144	240
8	22	14	484	196	308
9	24	15	576	225	360
10	28	20	784	400	560
Jumlah	160	111	3046	1415	2068

suniantara.wordpress.com

Perhitungan Persamaan Regresi

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum X_i}{n} = \frac{160}{10} = 16 \\ \bar{y} &= \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{111}{10} = 11,1 \\ b &= \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \\ &= \frac{10 \cdot (2068) - (160)(111)}{10 \cdot (3045) - (160)^2} = \frac{20680 - 17760}{30450 - 25600} \\ &= \frac{2920}{4860} = 0,60 \\ a &= \bar{y} - b\bar{x} = 11,1 - (0,6)(16) = 1,50\end{aligned}$$

1. Penduga persamaan regresinya adalah:

$$\hat{Y} = a + b X = 1,50 + 0,60 X$$

suniantara.wordpress.com

Interpretasi Persamaan Regresi

1. Penduga persamaan regresinya adalah:

$$\hat{Y} = a + b X = 1,50 + 0,60 X$$

2. Nilai $b = 0,60$ memiliki arti bahwa pendapatan rumah tangga mengalami kenaikan sebesar satu satuan (satu juta rupiah) maka rata – rata pengeluaran konsumsi naik sebesar 0,6 juta rupiah jika variabel yang lain konstan atau pengeluaran konsumsi mengalami perubahan sebesar 0,6 jika pendapatan mengalami kenaikan satu satuan dengan asumsi variabel lain tetap (konstan).

suniantara.wordpress.com

Menaksir nilai konsumsi

3. Menaksir konsumsi dengan pendapatan 26 juta yaitu:

$$x = 26 \rightarrow \hat{Y} = 1,50 + 0,60x \rightarrow \hat{Y} = 1,50 + 0,60(26) = 17,1$$

Jadi, bila pendapatan 26 juta, maka konsumsi rumah tangga adalah 17,1 juta.

suniantara.wordpress.com

Kesalahan Baku dari Dugaan

1. Penduga kesalahan standar deviasi

$$S_{Y..x} = \sqrt{\frac{\sum Y_i^2 - a \sum Y_i - b \sum X_i Y_i}{n-2}} = \sqrt{\frac{\sum y_i^2 - b^2 \sum x_i^2}{n-2}}$$

2. Penduga kesalahan baku slope β :

$$S_b = \frac{S_{Y..x}}{\sqrt{\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}}} = \sqrt{\frac{s_{Y..x}^2}{\sum x_i^2}}$$

3. Penduga kesalahan baku intersep α :

$$S_a = \sqrt{S_{Y..x}^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{\sum x_i^2} \right)} = \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{n \sum x_i^2}} \cdot S_{Y..x}$$

suniantara.wordpress.com

Pengujian Koefisien Regresi

1. Pengujian terhadap α

Adapun langkah – langkahnya:

1. Membuat rumusan hipotesis

$$H_0 : \alpha = \alpha_0$$

$$H_1 : \alpha > \alpha_0 \text{ atau } \alpha < \alpha_0 \text{ atau } \alpha \neq \alpha_0$$

2. Menentukan taraf uji

3. Statistik Uji

$$t_0 = \frac{a - \alpha_0}{S_a}$$

Daerah kritis tergantung dari hipotesis alternatif yang digunakan.

4. Menghitung statistika uji

5. Keputusan dan kesimpulan

Pengujian Koefisien Regresi

1. Pengujian terhadap β

Adapun langkah – langkahnya:

1. Membuat rumusan hipotesis

$$H_0 : \beta = \beta_0$$

$$H_1 : \beta > \beta_0 \text{ atau } \beta < \beta_0 \text{ atau } \beta \neq \beta_0$$

2. Menentukan taraf uji (α)

3. Statistik Uji:

$$t_0 = \frac{b - \beta_0}{S_b}$$

Daerah kritis tergantung dari hipotesis alternatif yang digunakan.

4. Menghitung statistika uji

5. Keputusan dan kesimpulan

Uji Pengaruh pendapatan terhadap konsumsi

1. Hipotesis

$H_0 : \beta = 0$ (tidak ada pengaruh/hubungan antara pendapatan dengan konsumsi)

$H_1 : \beta \neq 0$ (ada pengaruh antara pendapatan dengan konsumsi rumah tangga)

2. Taraf nyata, $\alpha = 5\%$

3. Statistika uji dan daerah kritis: $t_0 = \frac{b - \beta_0}{S_b}$

titik kritis adalah $t_{(\alpha/2; df)} = t_{(0,025; 10-2)} = 2,306$, maka daerah kritisnya yaitu -2,306 sampai 2,306

suniantara.wordpress.com

Uji Pengaruh pendapatan terhadap konsumsi

4. Menghitung Statistika Uji

$$S_{Y.X} = \sqrt{\frac{\sum Y_i^2 - a \sum Y_i - b \sum X_i Y_i}{n-2}} = \sqrt{\frac{\sum y_i - b^2 \sum x_i^2}{n-2}}$$

$$= \sqrt{\frac{1415 - (1,50)111 - (0,60)2068}{10-2}} = 0,9625$$

$$\sum x_i^2 = \sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}$$

$$= 3046 - \frac{(160)^2}{10} = 3046 - \frac{25600}{10}$$

$$= 3046 - 2560 = 486$$

suniantara.wordpress.com

Uji Pengaruh pendapatan terhadap konsumsi

4. Menghitung Statistika Uji

$$S_b = \sqrt{\frac{S_{y.x}^2}{\sum x_i^2}} = \sqrt{\frac{(0,9625)^2}{486}} = \sqrt{\frac{0,926406}{486}} = 0,0019$$

$$t_0 = \frac{b - \beta_0}{S_b} = \frac{0,60 - 0}{0,044} = 13,64$$

5. Keputusan dan kesimpulan

keputusan: tolak H_0 , karena nilai uji ($t_0 = 13,64$) jatuh pada daerah penolakan H_0 atau nilai t hitung ($13,64$) lebih besar dari t tabel ($2,306$). Ini berarti pendapatan berpengaruh nyata terhadap konsumsi rumah tangga.

suniantara.wordpress.com

Koefisien Determinasi

1. Koefisien determinasi adalah salah satu alat utama untuk mengukur ketepatan atau kesesuaian garis regresi terhadap sebaran datanya.
2. Koefisien determinasi (R^2 atau r^2) dirumuskan sebagai berikut:

$$r^2 = \frac{[n \sum X_i Y_i - (\sum X_i)(\sum Y_i)]^2}{[n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2][n \sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2]}$$

3. Nilai kisaran R^2 antara 0 – 1
4. Model dikatakan baik jika memiliki $R^2 > 60\%$

suniantara.wordpress.com

Koefisien Korelasi

1. Koefisien korelasi digunakan untuk mengukur hubungan kuat lemahnya hubungan antara dua variabel, apakah itu variabel X dan Y.
2. Koefisien korelasi (r) dirumuskan sebagai berikut:

$$r = \sqrt{r^2} = \frac{n \sum X_i Y_i - (\sum X_i)(\sum Y_i)}{\sqrt{[n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2][n \sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2]}}$$

3. Nilai kisaran dari koefisien korelasi adalah dari -1 sampai dengan +1

suniantara.wordpress.com

Pengujian Koefisien Korelasi

Pengujian terhadap ρ (rho)

Adapun langkah – langkahnya:

1. Membuat rumusan hipotesis

$$H_0 : \rho = \rho_0 = 0$$

$$H_1 : \rho \neq \rho_0 \neq 0$$

2. Statistik Uji: $t_0 = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$

Daerah kritis tergantung dari hipotesis alternatif yang digunakan.

3. Menghitung statistika uji
4. Keputusan dan kesimpulan

suniantara.wordpress.com

Contoh. Analisis Regresi dan Korelasi

Data berikut mengenai besarnya biaya iklan (ratusan juta) dan hasil penjualan (miliar rupiah) suatu produksi barang dari suatu perusahaan A. adapun datanya sebagai berikut:

Biaya Iklan (X)	4	2	3	2	3	5	4	5
Penjualan (Y)	38	40	39	35	45	48	49	55

- Dugalah model regresi populasinya
- Ujilah bahwa tidak ada pengaruh antara biaya iklan dengan hasil penjualan
- Ujilah bahwa tidak ada hubungan antara biaya iklan dengan hasil penjualan

suniantara.wordpress.com

Penyelesaian:

No	X_i	Y_i	$X_i * Y_i$	X_i^2	Y_i^2
1	4	38	152	16	1444
2	2	40	80	4	1600
3	3	39	117	9	1521
4	2	35	70	4	1225
5	3	45	135	9	2025
6	5	48	240	25	2304
7	4	49	196	16	2401
8	5	55	275	25	3025
Σ	28	349	1265	108	15545

suniantara.wordpress.com

a. Menyusun persamaan model regresi

$$\sum X_i^2 = 108$$

$$\sum Y_i^2 = 15545$$

$$\sum X_i Y_i = 1265 \quad n = 8$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{28}{8} = 3,5$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{349}{8} = 43,63$$

$$\begin{aligned} b &= \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \\ &= \frac{8(1265) - (28)(349)}{8(108) - (28)^2} \\ &= \frac{10120 - 9772}{864 - 784} = \frac{348}{80} \\ &= 4,35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= \bar{Y} - b \bar{X} \\ &= 43,63 - 4,35(3,5) \\ &= 28,41 \end{aligned}$$

Jadi, persamaan regresi tersebut adalah: $\hat{Y} = a + bX$

$$\hat{Y} = 28,41 + 4,35 X$$

suniantara.wordpress.com

b. Uji pengaruh biaya iklan terhadap hasil penjualan

Adapun langkah – langkahnya:

1. Membuat rumusan hipotesis

$H_0 : \beta = 0$ (tidak ada pengaruh iklan terhadap penjualan)

$H_1 : \beta \neq 0$ (ada pengaruh iklan terhadap penjualan)

2. taraf nyata $\alpha = 5\%$

3. Statistik uji: $t_0 = \frac{b - \beta_0}{S_b}$

4. Daerah kritis, titik kritis adalah $t_{(\alpha/2; df)} = t_{(0,025; 8-2)} = 2,447$

maka daerah kritisnya yaitu $t < - t_{(0,025; 6)} = - 2,447$ dan

$t > t_{(0,025; 6)} = 2,447$

suniantara.wordpress.com

5. Menghitung nilai uji

$$\begin{aligned} S_{Y_x} &= \sqrt{\frac{\sum Y_i^2 - a \sum Y_i - b \sum X_i Y_i}{n-2}} \\ &= \sqrt{\frac{15545 - 28,41(349) - 4,35(1265)}{8-2}} \\ &= \sqrt{\frac{127,16}{6}} = 4,60 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum x_i^2 &= \sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n} \\ &= 108 - \frac{(28)^2}{8} \\ &= 108 - 98 = 10 \\ S_b &= \sqrt{\frac{S_{Y_x}^2}{\sum x_i^2}} = \sqrt{\frac{(4,60)^2}{10}} = 1,45 \end{aligned}$$

Selanjutnya dihitung nilai t_0 yaitu:

$$t_0 = \frac{b - \beta_0}{S_b} = \frac{4,35 - 0}{1,45} = 2,9$$

suniantara.wordpress.com

6. Keputusan dan Kesimpulan

Keputusan: Tolak H_0 karena nilai uji jatuh pada daerah penolakan H_0 ($2,9 > 2,447$)

Kesimpulan: Ada pengaruh yang nyata antara besaran biaya iklan terhadap hasil penjualan.

7. Koefisien Determinasi (R^2)

$$\begin{aligned} r^2 &= \frac{\{n \sum X_i Y_i - (\sum X_i)(\sum Y_i)\}^2}{[n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2][n \sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2]} \\ &= \frac{\{8(1256) - (28)(349)\}^2}{\{8(108) - (28)^2\} \{8(15545) - (349)^2\}} \\ &= \frac{(348)^2}{(80)(2559)} = 0,5916 \end{aligned}$$

suniantara.wordpress.com

- Interpretasi koefisien determinasi:
nilai $R^2 = 0.5916$ yang berarti model yang diperoleh mampu menjelaskan harga penjualan dipengaruhi oleh biaya iklan sebanyak 59,16% sisanya dipengaruhi oleh variabel lain yang tidak dimasukkan dalam model

suniantara.wordpress.com

C. Uji hubungan biaya iklan terhadap hasil penjualan

Adapun langkah – langkahnya:

1. Membuat rumusan hipotesis

$H_0 : \rho = 0$ (tidak ada hubungan iklan terhadap penjualan)

$H_1 : \rho \neq 0$ (ada hubungan iklan terhadap penjualan)

2. taraf nyata $\alpha = 5\%$

3. Statistik uji: $t_0 = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$

4. Daerah kritis, titik kritis adalah $t_{(\alpha/2;df)} = t_{(0,025;8-2)} = 2,447$

maka daerah kritisnya yaitu $t < - t_{(0,025;6)} = - 2,447$ dan

$t > t_{(0,025;6)} = 2,447$

suniantara.wordpress.com

5. Menghitung nilai korelasi

berdasarkan perhitungan koefisien determinasi, maka koefisien korelasi menjadi:

$$r = \sqrt{r^2} = \sqrt{0,5916} = 0,7692 \sim 0,77$$

dengan $n = 8$.

$$t_0 = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0,77\sqrt{8-2}}{\sqrt{1-0,59}} = 2,95$$

6. Keputusan dan kesimpulan

Tolak H_0 karena nilai uji jatuh pada daerah penolakan H_0 , yang artinya ada hubungan antara biaya iklan dengan hasil penjualan

suniantara.wordpress.com

Latihan Soal

Suatu penelitian bertujuan untuk mengetahui pengaruh tingkat suku bunga terhadap nilai tabungan masyarakat. Untuk itu dipilih 5 bank pemerintah sebagai sampel acak. Adapun hasil penelitian sebagai berikut:

X (Suku bunga) dalam %/thn	1	2	5	5	6
Y (Tabungan) dalam Miliar	6	8	10	12	18

Berdasarkan data tersebut:

- Dugalah model regresinya
- Ujilah tujuan tersebut dengan taraf $\alpha = 5\%$.
- Ujilah juga apakah ada hubungan antara X dan Y

suniantara.wordpress.com

Materi Minggu Depan

- Analisis Regresi Berganda

Daftar Pustaka:

- Wirawan, Nata. 2014. Cara Mudah Memahami Statistika Ekonomi dan Bisnis (Statistika Inferensi) Edisi ketiga. Keraras Emas. Bali.