

Анимация полёта тела в Python

Пшеничный Никита

Январь 2022

Содержание

1	Введение	1
2	Вывод уравнений	1
2.1	Время полёта	2
2.2	Уравнение движения	3
2.3	Дальность полёта	3
2.4	Максимальная высота	3

1 Введение

В данной работе приведены вычисления для анимации полёта тела на Python. В частности, рассматривается вывод уравнения движения тела, времени полёта, дальности и максимальной высоты полёта.

2 Вывод уравнений

Дано: v_0 , α , h_0 . Найти: τ_0 , L , H , $y(x)$ = ?

Для нахождения полного времени полёта, запишем уравнение координаты $y(\tau_0) = 0$ и решим его как квадратное относительно τ_0 , выберем положительный корень. Для нахождения уравнения координаты выпишем уравнения координат x и y и выразим y через x . Для нахождения дальности полёта, решим уравнение $y(L) = 0$ как квадратное относительно L , выберем положительный корень. Чтобы найти максимальную высоту полёта, найдём производную функции $y(x)$ (чтобы найти экстремум), выразим x_0 (абсциссу вершины) и подставим его в уравнение движения $H = y(x_0)$.

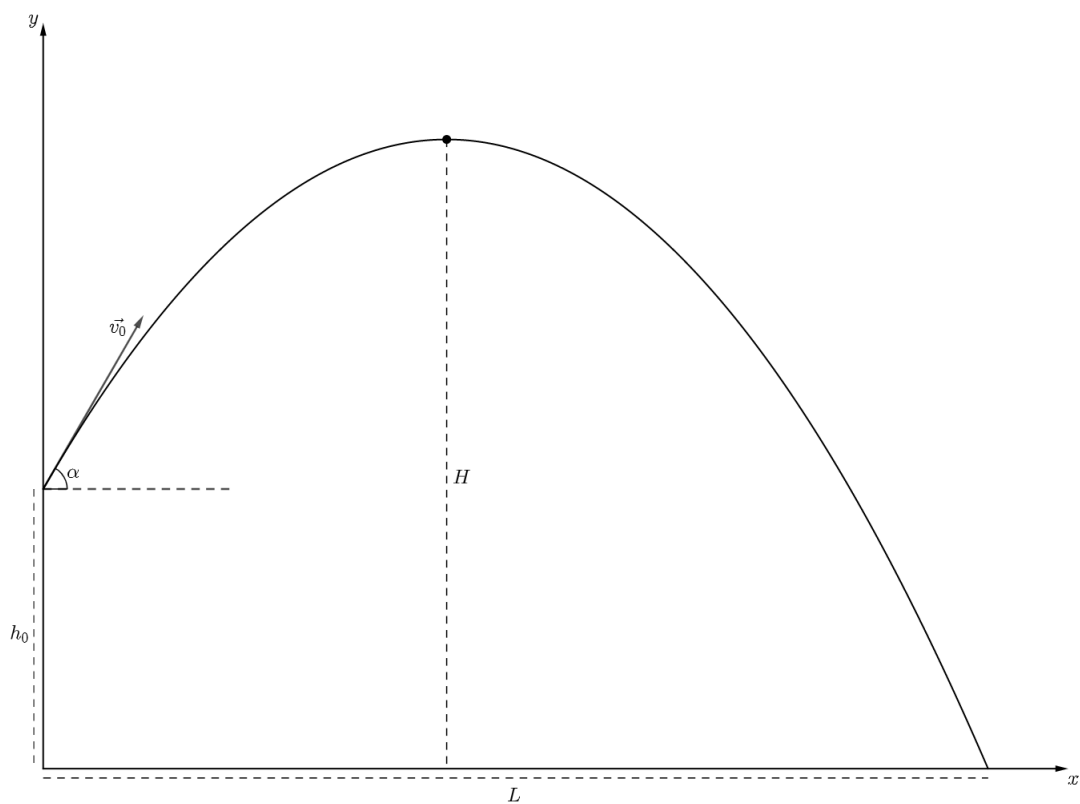


Рис. 1: Полёт тела в поле силы тяжести, чертёж

2.1 Время полёта

$$\begin{aligned}
 y(t) &= h_0 + v_0 \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} \\
 y(\tau_0) &= 0; \tau_0 > 0 \\
 -\frac{g}{2} \cdot \tau_0^2 + v_0 \sin \alpha \cdot \tau_0 + h_0 &= 0 \\
 D = v_0^2 \sin^2 \alpha + 4 \cdot \frac{g}{2} \cdot h_0 &= v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh_0 \\
 \tau_0 &= \frac{-v_0 \sin \alpha \pm \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh_0}}{-g} \\
 \tau_0 &= \frac{v_0 \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh_0}}{g}
 \end{aligned}$$

2.2 Уравнение движения

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha \Rightarrow t = \frac{x(t)}{v_0 \cos \alpha} \\ y(t) = h_0 + v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$y(t) = h_0 + v_0 \sin \alpha \frac{x(t)}{v_0 \cos \alpha} - \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2(t)}{v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$y(x) = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2 + \tan \alpha \cdot x + h_0$$

2.3 Дальность полёта

$$y(L) = 0; L > 0$$

$$-\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2 + \tan \alpha \cdot x + h_0 = 0$$

$$D = \tan^2 \alpha + 4 \cdot \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot h_0 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left(\sin^2 \alpha + \frac{2gh_0}{v_0^2} \right)$$

$$L = \frac{-\sin \alpha \pm \sqrt{\sin^2 \alpha + \frac{2gh_0}{v_0^2}}}{-\frac{g}{v_0^2 \cos \alpha}}$$

$$L = \frac{(\sin \alpha + \sqrt{\sin^2 \alpha + \frac{2gh_0}{v_0^2}})v_0^2 \cos \alpha}{g}$$

2.4 Максимальная высота

$$\frac{d}{dx} y(x) = -\frac{g}{v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x + \tan \alpha$$

$$-\frac{g}{v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x_0 + \tan \alpha = 0$$

$$x_0 = \frac{v_0^2 2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

$$y(x_0) = H$$

$$H = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{g^2} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} + h_0$$

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} + h_0$$

Список иллюстраций

1	Полёт тела в поле силы тяжести, чертёж	2
---	--	---