МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

Механико-математический факультет

«Кафедра дифференциальной геометрии»

на правах рукописи

Вилков Павел Юрьевич

НАЗВАНИЕ РАБОТЫ

1.1.1 — Математический анализ, дифференциальные уравнения
(физико-математические науки)

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физ.-мат. наук, профессор,
Шлапунов Александр Анатольевич

Москва – 202x

Содержание

Введение

1 Предварительные сведенья

1.1 Дифференциальные опреаторы

1.1.1 Эллиптические опреаторы

$$\mathcal{L}u = g \tag{1.1.1}$$

$u = (u_1(x), \ldots, u_n(x))^T$ $g = (g_1(x), \ldots, g_n(x))^T$

Предположим, что существуют два набора целых чисел (целых векторов)

$$s = (s_1, \ldots, s_n) \text{ и } t = (t_1, \ldots, t_n) \tag{1.1.2}$$

удовлетворяющих условию $\deg l_{i,j} \leq s_i + t_j$ при всех i, j для которых $l_{i,j} \neq 0$ при этом $l_{i,j} = 0$ если $s_i + t_j < 0$

Главной частью такого опреатора назовем матрицу вида

$$\tilde{\mathcal{L}}s, t(x, D) = \begin{pmatrix} \tilde{l}_{11}^{s,t}(x, D) & \cdots & \tilde{l}_{1N}^{s,t}(x, D) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{l}N1^{s,t}(x, D) & \cdots & \tilde{l}_{NN}^{s,t}(x, D) \end{pmatrix}, \tag{1.1.3}$$

$$\tilde{l}ij^{s,t}(x, D) = \begin{cases} 0, \text{если } \deg lij(x, D) < s_i + t_j \text{ или } l_{ij}(x, D) = 0, \\ \sum_{|\alpha| = s_i + t_j} a_{ij}^{\alpha}(x) D^{\alpha}, \text{если } \deg l_{ij}(x, D) = s_i + t_j. \end{cases} \tag{1.1.4}$$

Определение 1.1.1. *Система уравнений 1.1.1 называется эллиптической по Дуглису–Ниренбергу в области* Ω, *если для любого* $x \in \Omega$ *и для любого* $\xi \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ *выполняется условие*

$$det\tilde{\mathcal{L}}s, t(x, \xi) \neq 0$$

Пример 1.1.2.

$$\begin{pmatrix} -\Delta & \nabla \\ -div & 0 \end{pmatrix}, \tag{1.1.5}$$

Очевидно, оператор не является эллептическим по петровсокму Рассмотрим вектора $s = (1,0,0)$ *и* $t = (1,0,0)$, *тогда главный символ сможем записать в виде*

$$\begin{pmatrix} -|\xi|^2 & \xi \\ -\xi & 0 \end{pmatrix} \neq 0 \tag{1.1.6}$$

Аналогично можно рассмотреть оператор

$$\begin{pmatrix} -\mathcal{L} & \nabla \\ -div & 0 \end{pmatrix},$$

где $\mathcal{L}$ – *стационарный оператор Ламе*

Список использованной литературы