Содержание

1 Алгебра

1.1 Уравнения

Линейные уравнения

Дадим определение линейного уравнения

Определение 1. Линейное уравнение, это уравнение вида

$$ax + b = c \tag{1}$$

где a, b, c-некоторые коэффициенты(числа).

Опишем алгоритм решения этого уравнения 2

$$ax + b - b = c - b$$
$$ax = c - b$$
$$x = \tfrac{c-b}{a}$$

Пример 1. Решить уравнение:

$$2x - 7 = 5$$
$$2x = 12$$
$$x = 6$$

Стоит заметить, что иногда нужно перед решением привести подобные слагаемые, и раскрыть скобки, приведем пример решения такой задачи.

Пример 2.

$$\begin{aligned} 2x + x + 7x - 3x + 4 &= 5 \\ 7x + 4 &= 5 \\ 7x &= 1 \\ x &= \frac{1}{7} \end{aligned}$$

Задача 1. Решите следующие уравнения

1. $2x + 3 = 7$
2. $4x - 5 = 3x + 8$
3. $6 - 3x = 2x + 10$
4. $2(3x - 2) = 4x + 2$
5. $\frac{1}{2}x - 3 = \frac{1}{4}x + 5$

Квадратные уравнения

Определение 2. Квадратным уравнением называется уравнение вида.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Где a, b, c числа.

Данное уравнение может иметь один или два корня, или не иметь корней вообще.

Данный вид уравнений решается с помощью формулы дискриминанта.

$$\mathcal{D} = b^2 - 4ac$$

Тогда корни уравнения вычисляются по формуле

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\mathcal{D}}}{2a}$$
$$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\mathcal{D}}}{2a}$$

Задача 2. Как количество корней уравнения зависит от значения дискриминанта.

Задача 3. $2x^2 - 10x = 0$

Задача 4. $x^2 - x - 6 = 0$

Задача 5. $x^2 + 3x = 4$

Задача 6. $x^2 = 2x + 8$

1.2 Неравенства

Решение неравенств очень похоже на решение уравнений. Вспомним как решаются линейные и квадратные уравнения.

Мы знаем, что мы можем сравнить два числа, мы знаем что 2 больше трех, а 7 меньше восьми. Для сравнения чисел мы используем следующие знаки.

1. $>$ больше,
2. $<$ меньше,
3. $\leq$ меньше или равно,
4. $\geq$ больше или равно
5. $=$ равно

Числа удобно изображать на числовой прямой, как на рисунке ниже.

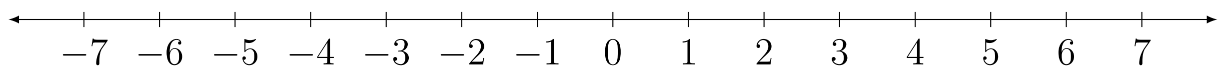


Рис. 1: Числовая пряма

Пример 3. Рассмотрим неравенство:

$$x > 3.$$

Решить данное неравенство, означает указать все такие числа, которые больше трех. Укажем данные числа на числовой прямой.

Задача 7. Решить неравенство $x < 3$. Указать решение на числовой прямой.

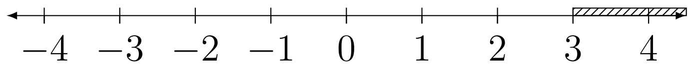


Рис. 2: Числа которые больше трех

Пример 4. Рассмотрим неравенство:

$$2x > 8$$

Решить данное неравенство, значить указать все такие числа (икс), которые при умножении на два будут больше восьми. Рассмотрим уравнение $2x = 8$, решением данного уравнения будет $x = 4$. Заметим, что числа которые меньше 4 при умножении на два меньше восьми, а числа которые больше четырех при умножении на два больше восьми.

Замечание 1. *При решений неравенств, мы можем делить обе части неравенства на одно и тоже число (как и при решении уравнений).*

Решение неравенства указано на числовой прямой ниже.

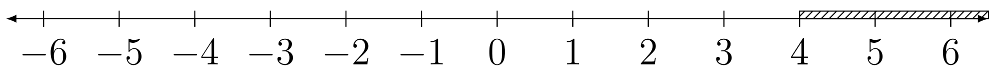


Рис. 3: Числа которые больше четырех

Задача 8. Решить следующие неравенство.

$$3x > 9$$

1.3 Графики функций

Пусть у нас есть два множества: множество $x = \{\ldots, -1, 0, 1, 2.3, \ldots\}$ и множество $y\{\ldots, -1, 0, 1, 2.3, \ldots\}$. Допустим мы хотим каждому элементу множества X сопоставить некоторый элемент множества Y, функцией мы будем называть правило этого сопоставления. Множества x, y можно представить как числовые прямые, тогда правила сопоставления можно представить в виде графика как на рисунке ниже.

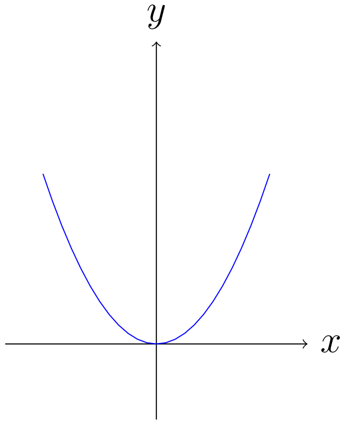


Рис. 4: График квадратичной функции(параболы)

Далее нам предстоит разобраться в том, как строить графики функций, находить пересечение двух графиков и еще очень много всего интересного...

1.4 Построение графиков функции

Покажем графики основных функций:

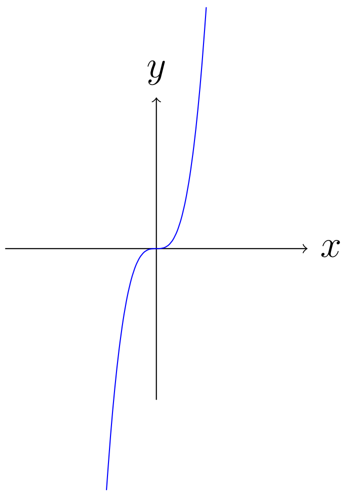


Рис. 5: График функции $y = x^3$

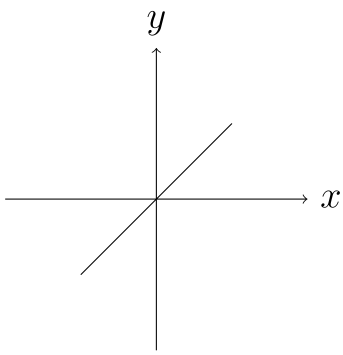


Рис. 6: График линейной функции

2 Геометрия

2.1 Треугольники

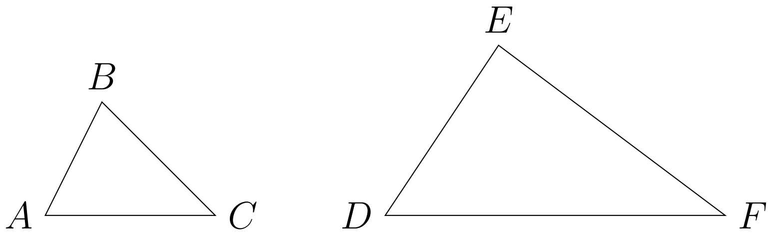
Подобные треугольники

Определение 3. Подобные треугольники - это треугольники, которые имеют одинаковые соотношения сторон и углов. Если два треугольника подобны, то соответствующие их стороны пропорциональны, а соответствующие углы равны. Символически это можно записать следующим образом: если $\triangle ABC$ и $\triangle DEF$ подобны, то $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ и $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E, \angle C = \angle F$.

Признаки подобия треугольников

1. **Признак соответствующих углов**: если две пары углов в двух треугольниках равны, то треугольники подобны.

   Символически: Если $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E, \angle C = \angle F$, то $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.



2. **Признак угла и прилежащих к нему сторон**: если два треугольника имеют равные углы и пропорциональные к ним прилежащие стороны, то они подобны.

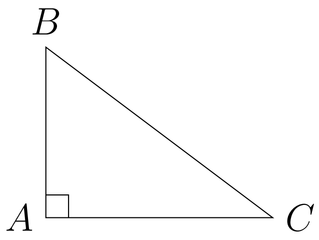
3. **Признак соответствующих сторон**: если соответствующие стороны двух треугольников пропорциональны, то треугольники подобны.

   Символически: Если $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$, то $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

   Символически: Если $\angle A = \angle D$, и $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$, то $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

Прямоугольные треугольники

Определение 4. Прямоугольный треугольник, это треугольник у которого один из углов равен 90 градусов.



Стороны которые образуют угол который равен 90 градусов называются катетами. Третья сторона называется гипотенузой.

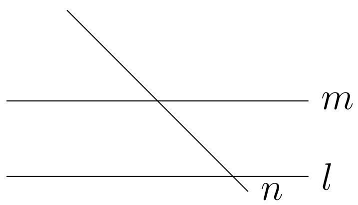
Теорема 1. *Сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы.*

Определение 5. Синусом угла называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.

Определение 6. Косинусом угла называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.

2.2 Параллельные прямые

Определение 7. Параллельными прямыми называются прямые которые не пересекаются.

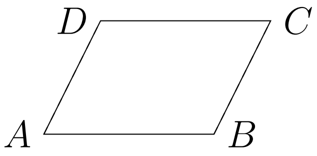


Здесь прямые l и m параллельны друг другу, а прямая n пересекает их.

2.3 Четырехугольники

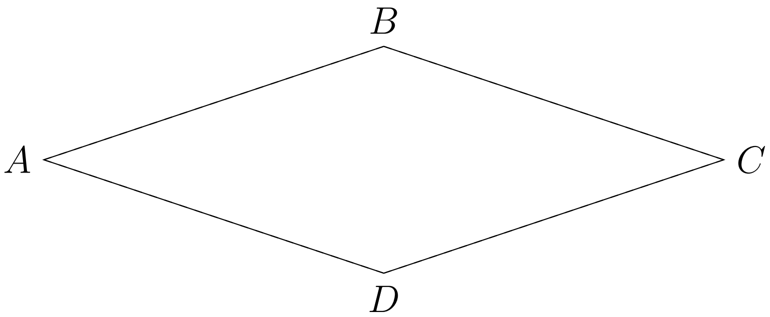
Параллелограм

Определение 8. Параллелограмм - это четырехугольник, у которого противоположные стороны равны и параллельны.



Ромб

Определение 9. Ромб - это параллелограмм, у которого все углы равны между собой.



Заметим, что ромб является частным случаем параллелограма.