Métodos Quantitativos em Economia I - Exercícios

1. Resolva o seguinte problema de otimização com restrição:

$$\begin{array}{ll} \max & z = xy \\ \text{s.r.} & x + y = 12. \end{array}$$

   O ponto ótimo encontrado (x^*, y^*) é um ponto de máximo, mínimo, ou nenhum dos dois?

2. Considere uma firma com tecnologia de produção caracterizada pela seguinte função:

$$Q = AK^{\alpha}L^{1-\alpha},$$

   onde, Q, K e L denotam, respectivamente, produção, capital e trabalho.

   Vamos considerar o problema de minimização de custos sujeito à restrição de que a produção deve ser igual a um nível especificado $\bar{Q}$. O problema, portanto, é:

$$\begin{array}{ll} \min & rK + wL \\ \text{s.r.} & AK^{\alpha}L^{1-\alpha} - \bar{Q} = 0, \end{array}$$

   onde r é o custo do capital e w a taxa de salário.

   Resolva o problema de otimização e encontre os valores ótimos de capital e trabalho em função dos parâmetros do modelo.

3. Resolva os seguintes problemas de otimização com restrição (em todos estes problemas, temos as restrições adicionais de que $x \geq 0$ e $y \geq 0$):

   (a) $\min z = (x-2)^2 + 2(y-5)^2 - 7$ s.r. $x + y = 12$.

   (b) $\max z = (x-2)^2 + 2(y-5)^2 - 7$ s.r. $x + y = 12$.

   (c) $\min z = x^2 - 3xy + y^2 + 5x - 2y + 2$ s.r. $x + y = 44$.

   (d) $\max z = \ln(x) + \ln(y)$ s.r. $x + y = 15$.

   (e) $\max z = 2\ln(x) + \ln(y)$ s.r. $x + y = 26$.

4. Resolva os seguintes problemas de otimização com restrição (em todos estes problemas, temos as restrições adicionais de que $x_1, x_2, x_3 \geq 0$):

   (a)

$$\begin{array}{ll} \max & \ln(x_1) + 0,9\ln(x_2) + 0,81\ln(x_3) \\ \text{s.r.} & x_1 + x_2 + x_3 = 125. \end{array}$$

5. Resolva o seguinte problema de otimização com restrição e verifique se as condições de segunda ordem para um ponto de máximo são satisfeitas:

$$\begin{aligned} \max \quad & f(x, y, z) = xyz \\ \text{s.r.} \quad & y + 2x = 15 \\ & 2z + y = 7. \end{aligned}$$