UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

Centro de Ciências da Administração e Socioeconômicas Departamento de Ciências Econômicas

Disciplina: Métodos Quantitativos em Economia I

Docente: Paulo Victor da Fonseca Contato: paulo.fonseca@udesc.br

Página da disciplina: Métodos Quantitativos I

Data de entrega: 04/10/2024

Discente:

1. Encontre e classifique os pontos críticos (máximo local, mínimo local, ou nenhum desses casos) de cada uma das funções a seguir.

(a)
$$f(x,y) = x^2 + xy + 2y^2 + 3$$
.

(b)
$$f(x,y) = -x^2 - y^2 + 6x + 2y$$
.

(c)
$$f(x,y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$$
.

(d)
$$f(x,y) = e^{2x} - 2x + 2y^2 + 3$$
.

(e)
$$f(x,y) = e^{2x}(x+y^2+2y)$$
.

(f)
$$f(x, y, z) = xz + x^2 - y + yz + y^2 + 3z^2$$
.

2. Uma firma é um produtor em um mercado perfeitamente competitivo e vende dois bens G_1 e G_2 a \$1000 e \$800, respectivamente. O custo total de produção destes bens é dado por:

$$CT = 2Q_1^2 + 2Q_1Q_2 + Q_2^2,$$

onde Q_1 e Q_2 denotam o nível de produção de G_1 e G_2 , respectivamente.

Encontre o lucro máximo e os valores de Q_1 e Q_2 aos quais este lucro é atingido. Mostre que este ponto é, de fato, um ponto de máximo.

3. Uma firma tem a possibilidade de cobrar preços distintos de seu produto no mercado doméstico e externo. As equações de demanda correspondentes são dadas por:

$$Q_1 = 300 - P_1 Q_2 = 400 - 2P_2.$$

A função custo total é dada por:

$$CT = 5000 + 100Q$$
.

onde
$$Q = Q_1 + Q_2$$
.

Determine os preços que esta firma deve cobrar para maximizar seus lucros com discriminação de preços e calcule o valor deste lucro. Mostre que este ponto é, de fato, um ponto de máximo.

4. Considere uma firma monopolista que produz dois tipos de bens, denotados por X e Y. Sejam as quantidades produzidas dos dois tipos de bens denotadas por x e y e os preços cobrados por estes bens iguais a, respectivamente, p_x e p_y . Considere, ainda, que as funções de demanda inversa para estes bens dadas por:

$$p_x = \frac{1}{10}(54 - 3x - y),$$

$$p_y = \frac{1}{5}(48 - x - 2y).$$

Suponha que a função custo total da firma monopolista seja dada por:

$$C(x,y) = 8 + 1,5x + 1,8y.$$

Pede-se:

- (a) A função lucro da firma monopolista.
- (b) A quantidade ótima produzida de cada um dos bens que maximiza a função lucro da firma monopolista.
- (c) Mostre que o ponto ótimo do item anterior é, de fato, um ponto de máximo.
- 5. Considere uma forma quadrática em três variáveis $q(u_1, u_2, u_3)$. Essa forma quadrática pode ser expressa como um produto de três matrizes da seguinte forma:

$$q(u_1, u_2, u_3) = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \equiv u'Du.$$

Determine se as formas quadráticas a seguir são positiva ou negativa definidas ou semidefinidas:

(a)
$$q = 2x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_2^2 - 2x_2x_3 + 2x_3^2$$
.

(b)
$$q = -x_1^2 - 2x_2^2 - 11x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3$$
.

6. Como um consultor financeiro do *The Journal of Important Stuff*, você deve determinar quantas páginas desta revista devem ser alocadas para assuntos relevantes a respeito de tópicos econômicos (E) e quantas páginas devem ser alocadas para outros assuntos não tão relevantes (U) de forma a maximizar as vendas do periódico.

Considerando que o objetivo do periódico é maximizar vendas e que a função de vendas deste periódico é dada por:

$$S(U, E) = 100U + 310E - \frac{1}{2}U^2 - 2E^2 - UE.$$

Pede-se:

- (a) Encontre a quantidade ótima de páginas que deve ser alocada para temas econômicos relevantes (E) e outros temas "irrelevantes" (U).
- (b) Mostre que o resultado obtido no item anterior é, de fato, um ponto de máximo.
- (c) Calcule o nível máximo de vendas deste periódico.