

Фамилия:.....

Имя:.....

Группа:.....

## Контрольная работа №1.

1 ноября 2022 г.

1. (20 баллов) Была оценена регрессия вида

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{i1} + \beta_3 X_{i2} + \beta_4 X_{i3} + \beta_5 X_{i4} + \varepsilon_i.$$

Результаты оценивания регрессии представлены в таблице ниже.

ВЫВОД ИТОГОВ						
<i>Регрессионная статистика</i>						
Множественный R	0,93282551					
R-квадрат	B2					
Нормированный R-квадрат	0,83306728					
Стандартная ошибка	20,1977818					
Наблюдения	B1					
<i>Дисперсионный анализ</i>						
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>		
Регрессия	4 B4	9569,279	B3			
Остаток	14	5711,305	407,9504			
Итого	18	43988,42				
	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 99,0%</i>	<i>Верхние 99,0%</i>
Y-пересечение	382,74636	126,7031	3,020812	0,009165	5,57103	759,9217
Переменная X 1	-6,04957	0,730863	-8,2773	9,19E-07	-8,22523	-3,87391
Переменная X 2	B5	1,024684	4,544967	0,000458	1,606833	7,70748
Переменная X 3	-3,9775868	4,316762	B6	0,372433	-16,8279	B7
Переменная X 4	0,36356916	4,90111	0,074181	0,941916	-14,2263	14,9534

- (2 балла) Найдите значение B5.
- (2 балла) Выпишите оцененное уравнение регрессии.
- (2 балла) Найдите значение B1.
- (2 балла) Найдите значение B2.
- (2 балла) Найдите значение B3.
- (2 балла) Найдите значение B4.

- g) (2 балла) Найдите значение  $B_6$ .
- h) (2 балла) Найдите значение  $B_7$ .
- i) (4 балла) Сделайте вывод о значимости коэффициентов регрессии на уровне значимости 5% и проинтерпретируйте полученные результаты.
2. (20 баллов) Исследуется зависимость реального дохода на душу населения  $y$  (в тыс.долл.) от процента рабочей силы, занятой в сельском хозяйстве,  $x_1$  и среднего уровня образования населения в возрасте после 25 лет  $x_2$  (число лет, проведенных в учебных заведениях) для 5 развитых стран в 2001 году. По имеющимся данным была оценена следующая модель регрессии:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i1} + \beta_3 x_{i2} + \varepsilon_i.$$

При этом известно, что

$$X'X = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, (X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 0.5 & -0.5 & 0 \\ -0.5 & 1 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & 1.5 \end{pmatrix},$$

$$X'y = \begin{pmatrix} 15 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix}, e'e = 6.5.$$

- a) (3 балла) Найдите МНК-оценки для параметров модели регрессии.
- b) (3 балла) Проинтерпретируйте результаты регрессии.
- c) (3 балла) Определите  $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ ,  $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_2}^2$  и  $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_3}^2$ .
- d) (3 балла) Постройте 95%-ый доверительный интервал для  $\beta_2 + \beta_3$ .
- e) (3 балла) Проверьте на 1%-ом уровне значимости гипотезу о том, что  $\beta_2 = 0$ .
- f) (2 балл) Спрогнозируйте реальный доход на душу населения для страны, в которой процент рабочей силы, занятой в сельском хозяйстве, составляет 8% и средний уровень образования населения в возрасте после 25 лет составляет 10 лет.
- g) (3 балла) Постройте 95%-ый доверительный интервал для прогноза из предыдущего пункта.
3. (10 баллов) Исследователь Пётр изучает зависимость цены на молоко, купленного  $i$ -й семьей за последние 7 дней ( $y_i$ , руб.) от месячного дохода  $i$ -й семьи ( $I_i$ , руб.) и от цены 1 литра молока ( $P_i$ , руб.). Для этого им была оценена следующая модель:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 I_i + \beta_3 P_i + \varepsilon_i.$$

Вычисления для общей выборке, состоящей из 2127 семей, дали  $RSS_{pooled} = 88411601$ . Для двух подвыборок, состоящих из 348 городских и 1779 сельских семей, соответствующие суммы квадратов остатков оказались следующими:  $RSS_1 = 1720236$  и  $RSS_2 = 7099423$ . Можно ли считать зависимость спроса на молоко от его цены и дохода единой для городской и сельской местности? Ответ обоснуйте подходящим тестом, используя уровень значимости 5%.

4. (10 баллов) Рассмотрим оценку вида  $\tilde{\beta} = (X'X + rD)^{-1}X'y$  для вектора коэффициентов регрессионного уравнения  $y = X\beta + \varepsilon$ , где  $D$  – диагональная  $k \times k$  матрица, состоящая из диагональных элементов матрицы  $X'X$ .
- а) (5 баллов) Найдите математическое ожидание оценки  $\tilde{\beta}$ .
  - б) (5 баллов) Найдите матрицу ковариаций оценки  $\tilde{\beta}$ .