

Семинар 2.

1. Рассмотрим модель парной регрессии

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \varepsilon_i.$$

Получите выражения для:

- (a) $Var(\beta_1), Var(\beta_2)$;
- (b) $cov(\beta_1, \beta_2)$.

2. Рассмотрим модель парной регрессии

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \varepsilon_i.$$

Найдите МНК-оценку для дисперсии σ^2 случайной составляющей.

3. Пусть $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \varepsilon_i$ и $i = 1, \dots, 5$ — классическая регрессионная модель. Также имеются следующие данные: $\sum_{i=1}^5 Y_i^2 = 55$, $\sum_{i=1}^5 X_i^2 = 3$, $\sum_{i=1}^5 X_i Y_i = 12$, $\sum_{i=1}^5 Y_i = 15$, $\sum_{i=1}^5 X_i = 3$.

- (a) Найдите $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, Corr(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$.
- (b) Найдите $TSS, ESS, RSS, R^2, \hat{\sigma}^2$.

4. Все предпосылки классической линейной модели выполнены, $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \varepsilon_i$. Рассмотрим альтернативную оценку коэффициента β_2 ,

$$\hat{\beta}_{2,IV} = \frac{\sum Z_i(Y_i - \bar{Y})}{\sum Z_i(X_i - \bar{X})}.$$

- (a) Является ли оценка несмещённой?
- (b) Любые ли Z_i можно брать?
- (c) Найдите $Var(\hat{\beta}_{2,IV})$.