

## Семинар 11.

1. Найдите наиболее эффективную оценку коэффициента  $\beta_1$  для модели

$$y_i = \beta_1 + \varepsilon_i,$$

$$E(\varepsilon_i) = 0, E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0, Var(\varepsilon_i) = \sigma_\varepsilon^2 / x_i, x_i > 0$$

в классе линейных несмещённых оценок.

2. Для регрессии

$$y = X\beta + \varepsilon$$

с

$$E(\varepsilon) = 0, Var(\varepsilon) = \Sigma \neq \sigma^2 I,$$

оцененной с помощью обобщённого метода наименьших квадратов, найдите ковариационную матрицу  $Cov(\hat{\beta}_{GLS}, \varepsilon)$ .

3. Рассмотрим линейную регрессию

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 z_i + \varepsilon_i$$

по 50 наблюдениям. При оценивании с помощью МНК были получены результаты:  $\hat{\beta}_1 = 1.21, \hat{\beta}_2 = 1.11, \hat{\beta}_3 = 3.15, R^2 = 0.72$ .

Оценена также вспомогательная регрессия:

$$e_i^2 = \delta_1 + \delta_2 x_i + \delta_3 z_i + \delta_4 x_i^2 + \delta_5 z_i^2 + \delta_6 x_i z_i + u_i.$$

Результаты оценивания следующие:  $\hat{\delta}_1 = 1.50, \hat{\delta}_2 = 2.18, \hat{\delta}_3 = 0.23, \hat{\delta}_4 = 1.87, \hat{\delta}_5 = 0.56, \hat{\delta}_6 = 0.09, R_{aux}^2 = 0.36$ .

Известно, что ошибки в модели являются независимыми нормальными случайными величинами с нулевым математическим ожиданием. Протестируйте ошибки на гетероскедастичность на уровне значимости 5%.

4. Для линейной регрессии

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 z_i + \varepsilon_i$$

была выполнена сортировка наблюдений по возрастанию переменной  $x$ . Исходная модель оценивалась по разным частям выборки:

Выборка	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	RSS
$i = 1, \dots, 50$	0.93	2.02	3.38	145.85
$i = 1, \dots, 21$	1.12	2.01	3.32	19.88
$i = 22, \dots, 29$	0.29	2.07	2.24	1.94
$i = 30, \dots, 50$	0.87	1.84	3.66	117.46

Известно, что ошибки в модели являются независимыми нормальными случайными величинами с нулевым математическим ожиданием. Протестируйте ошибки на гетероскедастичность на уровне значимости 5%.