

Семинар 20.

1. Величины X_1, \dots, X_n — независимы и нормально распределены, $N(\mu, \sigma^2)$. По 100 наблюдениям $\sum_{i=1}^n x_i = 100$ и $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 900$.

- (a) Найдите ML оценки неизвестных параметров μ и σ^2 .
- (b) Постройте 95%-ые доверительные интервалы для μ и σ^2 .
- (c) С помощью LR, LM и W теста проверьте гипотезу о том, что $\sigma^2 = 1$.
- (d) С помощью LR, LM и W теста проверьте гипотезу о том, что $\sigma^2 = 1$ и одновременно $\mu = 2$.

2. Дана линейная модель $y = X\beta + u, u \sim N(0, \sigma^2 I_n)$. Покажите, что

$$LM = n(RSS_R - RSS_{UR})/RSS_R, LR = n \ln(RSS_R/RSS_{UR})$$

и

$$W = n(RSS_R - RSS_{UR})/RSS_{UR}.$$

Покажите, что выполняются неравенства

$$LM \leq LR \leq W.$$

3. Известно, что в модели множественной регрессии $y = X\beta + \varepsilon$ имеется гетероскедастичность, причем

$$V(\varepsilon_i) = \sigma_1^2, i = 1, \dots, n_1,$$

$$V(\varepsilon_i) = \sigma_2^2, i = n_1 + 1, \dots, n_1 + n_2, (n = n_1 + n_2),$$

$$E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0, i \neq j.$$

В предположении нормальности вектора ошибок постройте тест отношения правдоподобия (LR-тест) для проверки гипотезы $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$.

Список используемой литературы.

Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. (2007). Эконометрика. Начальный курс : учебник для вузов.