

Семинар 1.

1. Каждый день Маша ест конфеты и решает задачи по эконометрике. Пусть X_i — количество решённых задач, а Y_i — количество съеденных конфет.

X_i	Y_i
1	1
2	2
2	4

- (a) Рассмотрим модель $Y_i = \beta X_i + \varepsilon_i$:
- i. Найдите МНК-оценку β для имеющихся трёх наблюдений.
 - ii. Нарисуйте исходные точки и полученную прямую регрессии.
 - iii. Выведите формулу для β в общем виде для n наблюдений.
- (b) Рассмотрим модель $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \varepsilon_i$:
- i. Найдите МНК-оценки β_1 и β_2 для имеющихся трёх наблюдений.
 - ii. Нарисуйте исходные точки и полученную прямую регрессии.
 - iii. Выведите формулы для β_1 и β_2 в общем виде для n наблюдений.

2. Упростите выражения:

- (a) $n\bar{X} - \sum X_i$
- (b) $\sum (X_i - \bar{X})\bar{X}$
- (c) $\sum (X_i - \bar{X})\bar{Z}$
- (d) $\sum (X_i - \bar{X})^2 + n\bar{X}^2$

3. При помощи метода наименьших квадратов найдите оценку неизвестного параметра θ в следующих моделях:

- (a) $Y_i = \theta + \theta X_i + \varepsilon_i$;
- (b) $Y_i = 1 + \theta X_i + \varepsilon_i$;
- (c) $Y_i = \theta/X_i + \varepsilon_i$;
- (d) $Y_i = \theta X_i + (1 - \theta)Z_i + \varepsilon_i$.

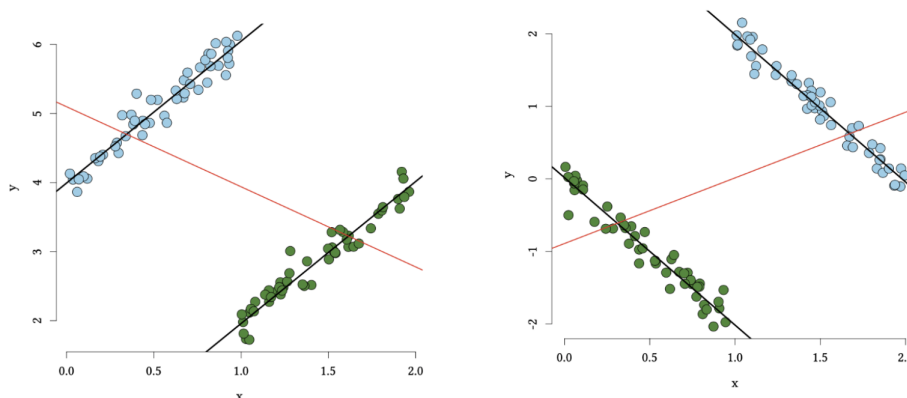
4. Рассмотрите модели $Y_i = \alpha + \beta(Y_i + Z_i) + \varepsilon_i$, $Z_i = \gamma + \delta(Y_i + Z_i) + \varepsilon_i$.

- (a) Как связаны между собой $\hat{\alpha}$ и $\hat{\gamma}$?
- (b) Как связаны между собой $\hat{\beta}$ и $\hat{\delta}$?

5. Как связаны МНК-оценки параметров α, β и γ, δ в моделях $Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$ и $Z_i = \gamma + \delta X_i + v_i$, если $Z_i = 2Y_i$?

6. Перед нами два золотых слитка и весы, производящие взвешивания с ошибками. Взвесив первый слиток, мы получили результат 300 грамм, взвесив второй слиток — 200 грамм, взвесив оба слитка — 400 грамм. Оцените вес каждого слитка методом наименьших квадратов.
7. Аня и Настя утверждают, что лектор опоздал на 10 минут. Таня считает, что лектор опоздал на 3 минуты. С помощью МНК оцените, на сколько опоздал лектор.
8. Есть двести наблюдений. Вовочка оценил модель $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i$ по первой сотне наблюдений. Петечка оценил модель $\hat{Y}_i = \hat{\gamma}_1 + \hat{\gamma}_2 X_i$ по второй сотне наблюдений. Машенька оценила модель $\hat{Y}_i = \hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_2 X_i$ по всем наблюдениям.
 - (а) Возможно ли, что $\beta_2 > 0$, $\gamma_2 > 0$, но $\phi_2 < 0$?
 - (б) Возможно ли, что $\beta_1 > 0$, $\gamma_1 > 0$, но $\phi_1 < 0$?
 - (с) Возможно ли одновременное выполнение всех упомянутых условий?
 - (д) Возможно ли одновременное выполнение всех упомянутых условий, если в каждой сотне наблюдений $\sum X_i > 0$?

Подсказка:



9. На работе Феофан построил парную регрессию по трём наблюдениям и посчитал прогнозы \hat{y}_i . Придя домой он отчасти вспомнил результаты:

Y_i	\hat{Y}_i
0	1
6	?
6	?

Поднапрягшись, Феофан вспомнил, что третий прогноз был больше второго. Помогите Феофану восстановить пропущенные значения.