

Семинар 7.

1. На основе квартальных данных с 2003 по 2021 год было получено следующее уравнение регрессии, описывающее зависимость цены на товар P от нескольких факторов:

$$\hat{P}_i = 3.5 + 0.4X_i + 1.1W_i,$$

$$ESS = 70.4, RSS = 40.5.$$

Когда в уравнение были добавлены фиктивные переменные, соответствующие первым трем кварталам года Q_1, Q_2, Q_3 , оцениваемая модель приобрела вид

$$P = \beta_1 + \beta_2 X + \beta_3 W + \beta_4 Q_1 + \beta_5 Q_2 + \beta_6 Q_3 + \varepsilon.$$

При этом ESS выросла до 86.4. Сформулируйте и проверьте гипотезу о наличии сезонности (на уровне значимости 5%).

2. Рассмотрим следующую функцию спроса с сезонными переменными $SPRING$ (весна), $SUMMER$ (лето) и $FALL$ (осень):

$$\widehat{\ln Q} = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 \ln P + \hat{\beta}_3 SPRING + \hat{\beta}_4 SUMMER + \hat{\beta}_5 FALL,$$

$$R^2 = 0.24, n = 24.$$

Напишите спецификацию регрессии с ограничениями для проверки статистической гипотезы о том, что $\beta_3 = 0$ и $\beta_4 = \beta_5$. Дайте интерпретацию проверяемой гипотезы. Пусть для регрессии с ограничениями был вычислен коэффициент $R_R^2 = 0.13$. Протестируйте нулевую гипотезу на уровне значимости 5%.

3. Всего имеется 100 наблюдений. Для первых 50-ти наблюдений

$$X'X = \begin{pmatrix} 50 & 300 \\ 300 & 2100 \end{pmatrix}, X'y = \begin{pmatrix} 300 & 2000 \end{pmatrix}', y'y = 2100.$$

По последним 50-ти наблюдениям:

$$X'X = \begin{pmatrix} 50 & 300 \\ 300 & 2100 \end{pmatrix}, X'y = \begin{pmatrix} 300 & 2200 \end{pmatrix}', y'y = 2500.$$

По первым 50-ти наблюдениям оценивается модель $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i$, по последним 50-ти наблюдениям оценивается модель $y_i = \gamma_1 + \gamma_2 x_i + \varepsilon_i$. Предположим, что во всех 100 наблюдениях ε_i независимы и нормальны $N(0; \sigma^2)$. На уровне значимости 5% проверьте гипотезу $H_0: \beta = \gamma$.

4. Рассмотрим следующую регрессионную модель зависимости логарифма заработной платы $\ln(W)$ от уровня образования Edu , опыта работы Exp , Exp^2 и уровня образования родителей $Fedu$ и $Medu$:

$$\widehat{\ln(W)} = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 Edu + \hat{\beta}_3 Exp + \hat{\beta}_4 Exp^2 + \hat{\beta}_5 Fedu + \hat{\beta}_6 Medu.$$

Модель регрессии была отдельно оценена по выборкам из 35 мужчин и 23 женщин, и были получены остаточные суммы квадратов $RSS_1 = 34.4$ и $RSS_2 = 23.4$, соответственно. Остаточная сумма квадратов в регрессии, оцененной по объединенной выборке, равна 70.3. Протестируйте на 5% уровне значимости гипотезу об отсутствии дискриминации в оплате труда между мужчинами и женщинами.