

## Семинар 1.

1. Каждый день Маша ест конфеты и решает задачи по эконометрике. Пусть  $X_i$  — количество решённых задач, а  $Y_i$  — количество съеденных конфет.

$X_i$	$Y_i$
1	1
2	2
2	4

- (a) Рассмотрим модель  $Y_i = \beta X_i + \varepsilon_i$ :
- i. Найдите МНК-оценку  $\beta$  для имеющихся трёх наблюдений.
  - ii. Нарисуйте исходные точки и полученную прямую регрессии.
  - iii. Выведите формулу для  $\beta$  в общем виде для  $n$  наблюдений.
- (b) Рассмотрим модель  $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \varepsilon_i$ :
- i. Найдите МНК-оценки  $\beta_1$  и  $\beta_2$  для имеющихся трёх наблюдений.
  - ii. Нарисуйте исходные точки и полученную прямую регрессии.
  - iii. Выведите формулы для  $\beta_1$  и  $\beta_2$  в общем виде для  $n$  наблюдений.

2. Упростите выражения:

- (a)  $n\bar{X} - \sum X_i$
- (b)  $\sum (X_i - \bar{X})\bar{X}$
- (c)  $\sum (X_i - \bar{X})\bar{Z}$
- (d)  $\sum (X_i - \bar{X})^2 + n\bar{X}^2$

3. При помощи метода наименьших квадратов найдите оценку неизвестного параметра  $\theta$  в следующих моделях:

- (a)  $Y_i = \theta + \theta X_i + \varepsilon_i$ ;
- (b)  $Y_i = 1 + \theta X_i + \varepsilon_i$ ;
- (c)  $Y_i = \theta/X_i + \varepsilon_i$ ;
- (d)  $Y_i = \theta X_i + (1 - \theta)Z_i + \varepsilon_i$ .

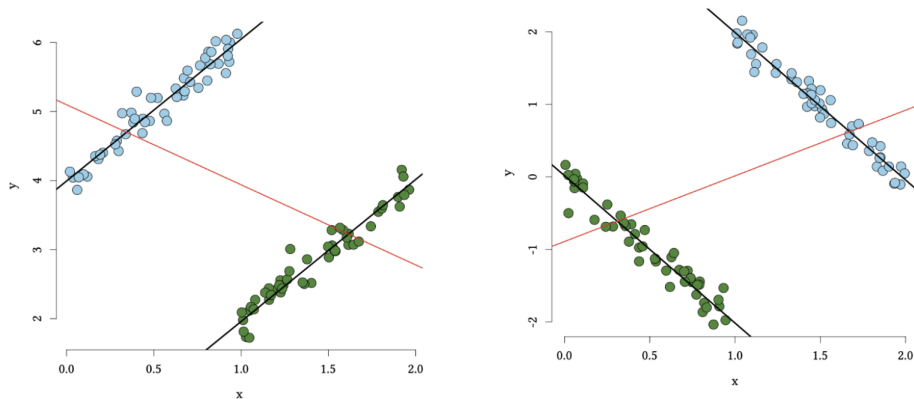
4. Рассмотрите модели  $Y_i = \alpha + \beta(Y_i + Z_i) + \varepsilon_i$ ,  $Z_i = \gamma + \delta(Y_i + Z_i) + \varepsilon_i$ .

- (a) Как связаны между собой  $\hat{\alpha}$  и  $\hat{\gamma}$ ?
- (b) Как связаны между собой  $\hat{\beta}$  и  $\hat{\delta}$ ?

5. Как связаны МНК-оценки параметров  $\alpha, \beta$  и  $\gamma, \delta$  в моделях  $Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$  и  $Z_i = \gamma + \delta X_i + v_i$ , если  $Z_i = 2Y_i$ ?

6. Перед нами два золотых слитка и весы, производящие взвешивания с ошибками. Взвесив первый слиток, мы получили результат 300 грамм, взвесив второй слиток — 200 грамм, взвесив оба слитка — 400 грамм. Оцените вес каждого слитка методом наименьших квадратов.
7. Аня и Настя утверждают, что лектор опоздал на 10 минут. Таня считает, что лектор опоздал на 3 минуты. С помощью МНК оцените, на сколько опоздал лектор.
8. Есть двести наблюдений. Вовочка оценил модель  $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i$  по первой сотне наблюдений. Петечка оценил модель  $\hat{Y}_i = \hat{\gamma}_1 + \hat{\gamma}_2 X_i$  по второй сотне наблюдений. Машенька оценила модель  $\hat{Y}_i = \hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_2 X_i$  по всем наблюдениям.
  - (а) Возможно ли, что  $\beta_2 > 0$ ,  $\gamma_2 > 0$ , но  $\phi_2 < 0$ ?
  - (б) Возможно ли, что  $\beta_1 > 0$ ,  $\gamma_1 > 0$ , но  $\phi_1 < 0$ ?
  - (с) Возможно ли одновременное выполнение всех упомянутых условий?
  - (д) Возможно ли одновременное выполнение всех упомянутых условий, если в каждой сотне наблюдений  $\sum X_i > 0$ ?

Подсказка:



9. На работе Феофан построил парную регрессию по трём наблюдениям и посчитал прогнозы  $\hat{y}_i$ . Придя домой он отчасти вспомнил результаты:

$Y_i$	$\hat{Y}_i$
0	1
6	?
6	?

Поднапрягшись, Феофан вспомнил, что третий прогноз был больше второго. Помогите Феофану восстановить пропущенные значения.