

Семинар 4.

Эндогенность.

1. Пусть уравнение $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \varepsilon_t$ оценивается методом инструментальных переменных с помощью инструментальной переменной z_t , принимающей только два значения 0 и 1. Покажите, что

$$\hat{\beta}_{1,IV} = (\bar{y}_1 - \bar{y}_0) / (\bar{x}_1 - \bar{x}_0),$$

где \bar{y}_j, \bar{x}_j – средние значения по подвыборке наблюдений $t : z_t = j, j = 0, 1$.

2. Пусть переменные y^*, x^* связаны (точным) уравнением:

$$y_i^* = \beta_1 + \beta_2 x_i^*.$$

Однако вместо точных значений мы наблюдаем измеренные (с ошибками измерений) значения $y_i = y_i^* + u_i$ и $x_i = x_i^* + v_i$, где $u_i \sim iid(0, \sigma_u^2)$, $v_i \sim iid(0, \sigma_v^2)$, ошибки u_i и v_j независимы при всех i и j . Мы оцениваем методом наименьших квадратов модель

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i.$$

- (a) Удовлетворяют ли ошибки в данной модели условиям стандартной линейной модели?
 - (b) Найдите $\text{cov}(x_i, \varepsilon_i)$.
 - (c) Найдите $p \lim \hat{\beta}_2$.
3. Пусть мы оцениваем регрессионное уравнение

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n$$

с помощью метода инструментальных переменных, используя переменную z_i как инструмент для x_i . Покажите, что оценки коэффициентов имеют вид

$$\hat{\beta}_{1IV} = \bar{y} - \hat{\beta}_{2IV} \bar{x}, \quad \hat{\beta}_{2IV} = \frac{\sum (z_i - \bar{z})(y_i - \bar{y})}{\sum (z_i - \bar{z})(x_i - \bar{x})}$$

и являются решениями системы уравнений

$$\begin{aligned} n\hat{\beta}_{1IV} + \left(\sum x_i\right)\hat{\beta}_{2IV} &= \sum y_i \\ \left(\sum z_i\right)\hat{\beta}_{1IV} + \left(\sum z_i x_i\right)\hat{\beta}_{2IV} &= \sum z_i y_i \end{aligned}$$

Список используемой литературы.

Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. (2007). Эконометрика. Начальный курс : учебник для вузов.