

## Семинар 20.

1. Обозначим через  $L$  лаговый оператор. Найдите значения следующих выражений:

(a)  $(1 + L)^3 y_t$ ;

(b)  $\frac{1}{1+0.4L} y_t$ ;

(c)  $\frac{1}{1+0.1L^{-1}} y_t$ .

2. Рассмотрим процесс  $MA(1)$ :

$$y_t = \varepsilon_t + 0.5\varepsilon_{t-1}, \quad \sigma_\varepsilon^2 = 4.$$

- (a) Является ли данный процесс стационарным?
  - (b) Является ли уравнение данного процесса обратимым относительно белого шума  $\varepsilon_t$ ? Приведите необратимую запись данного процесса.
  - (c) Постройте теоретическую ACF.
  - (d) Постройте теоретическую PACF.
3. Рассмотрим уравнение авторегрессии первого порядка:

$$y_t = 4 + 0.5y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \sigma_\varepsilon^2 = 1.$$

- (a) Проверьте, существует ли решение данного уравнения, являющееся  $AR(p)$  процессом? Единственно ли оно?
  - (b) Постройте теоретическую ACF.
  - (c) Постройте теоретическую PACF.
4. Рассмотрим уравнение  $ARMA(2, 1)$ :

$$y_t = 0.4y_{t-1} + 0.03y_{t-2} + \varepsilon_t + 3\varepsilon_{t-1}, \quad \sigma_\varepsilon^3 = 4.$$

- (a) Проверьте, существует ли решение данного уравнения вида  $MA(\infty)$  относительно белого шума  $\varepsilon_t$ ?
- (b) Является ли уравнение обратимым?
- (c) Что гарантирует выполнение требования обратимости  $MA$ -части в  $ARMA$ -уравнении?