

Консультация к экзамену 2.

1. Рассмотрим модель для панельных данных:

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_1 x_{it} + \alpha_i + u_{it}, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T.$$

Обозначим $\bar{y}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{it}$, $\varepsilon_{it} = \alpha_i + u_{it}$. Рассмотрим преобразованную модель:

$$y_{it} - \lambda \bar{y}_i = \beta_0(1 - \lambda) + \beta_1 (x_{it} - \lambda \bar{x}_i) + (\varepsilon_{it} - \lambda \bar{\varepsilon}_i).$$

- (a) Какие модели получаются при $\lambda = 0$ и при $\lambda = 1$?
- (b) Пусть $\alpha_i \sim \text{i.i.d. } (0, \sigma_\alpha^2)$; $u_{it} \sim \text{i.i.d. } (0, \sigma_u^2)$; $\text{Cov}(\alpha_i, u_{it}) = 0$ для всех i и j .
Определим

$$\lambda = 1 - \left[\frac{\sigma_u^2}{\sigma_u^2 + T\sigma_\alpha^2} \right]^{1/2}.$$

Покажите, что $\varepsilon_{it} - \lambda \bar{\varepsilon}_i$ имеет нулевое математическое ожидание, постоянную дисперсию и серийная корреляция отсутствует.

2. Рассмотрим модель с фиксированными эффектами:

$$y_{it} = \alpha_i + \varepsilon_{it}, \quad i = 1, \dots, n, \quad t = 1, \dots, T.$$

Случайные ошибки предполагаются независимыми и гетероскедастичными, то есть $V(\varepsilon_{it}) = \sigma_i^2$. Панель является несбалансированной, то есть каждому i -му субъекту в выборке соответствуют T_i наблюдений.

- (a) Покажите, что OLS и GLS оценки α_i совпадают.
- (b) Пусть $\sigma^2 = \sum_{i=1}^N T_i \frac{\sigma_i^2}{n}$, $n = \sum_{i=1}^N T_i$ — дисперсия взвешенной случайной ошибки. Покажите, что OLS оценка для σ^2 является смещенной. Также покажите, что смещение исчезает, если панель сбалансированная и случайные ошибки гомоскедастичны.

3. Рассмотрим следующее уравнение:

$$(1 - 0.2L)y_t = (1 + \varepsilon_t),$$

где $\varepsilon_t \sim WN(0, 1)$.

- (a) Найдите $\mathbb{E}(y_t)$, $\text{Var}(y_t)$.
- (b) Рассчитайте два первых значения ACF для заданного процесса y_t .
- (c) Рассчитайте два первых значения $PACF$ для заданного процесса y_t .

- (d) Найдите $\mathbb{E}(y_{t+2}|y_t, y_{t-1})$.
- (e) Приведите пример нестационарного процесса, также являющегося решением упомянутого уравнения.