# Консультация к экзамену 2.

1. Рассмотрим модель для панельных данных:

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_1 x_{it} + \alpha_i + u_{it},\ i = 1, ..., n,\ t = 1, ..., T.$$

Обозначим $\bar{y}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_{it}$, $\varepsilon_{it} = \alpha_i + u_{it}$. Рассмотрим преобразованную модель:

$$y_{it} - \lambda\bar{y}_i = \beta_0(1-\lambda) + \beta_1\left(x_{it} - \lambda\bar{x}_i\right) + \left(\varepsilon_{it} - \lambda\bar{\varepsilon}_i\right).$$

   (a) Какие модели получаются при $\lambda = 0$ и при $\lambda = 1$?

   (b) Пусть $\alpha_i \sim$ i.i.d. $\left(0, \sigma_\alpha^2\right)$; $\quad u_{it} \sim$ i.i.d. $\left(0, \sigma_u^2\right)$; $\mathrm{Cov}\left(\alpha_i, u_{it}\right) = 0$ для всех $i$ и $j$. Определим

$$\lambda = 1 - \left[\frac{\sigma_u^2}{\sigma_u^2 + T\sigma_\alpha^2}\right]^{1/2}.$$

   Покажите, что $\varepsilon_{it} - \lambda\bar{\varepsilon}_i$ имеет нулевое матетматическое ожидание, постоянную дисперсию и серийная корреляция отсутствует.

2. Рассмотрим модель с фиксированными эффектами:

$$y_{it} = \alpha_i + \varepsilon_{it},\ i = 1, ..., n,\ t = 1, ..., T.$$

Случайные ошибки предполагаются независимыми и гетероскедастичными, то есть $V\left(\varepsilon_{it}\right) = \sigma_i^2$. Панель является несбалансированной, то есть каждому $i$-му субъекту в выборке соответствуют $T_i$ наблюдений.

   (a) Покажите, что OLS и GLS оценки $\alpha_i$ совпадают.

   (b) Пусть $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{N} T_i \frac{\sigma_i^2}{n}, n = \sum_{i=1}^{N} T_i$ — дисперсия взвешенной случайной ошибки. Покажите, чо OLS оценка для $\sigma^2$ является смещенной. Также покажите, что смещение исчезает, если панель сбалансированная или случайные ошибки гомоскедастичны.

3. Рассмотрим следующее уравнение:

$$(1 - 0.2L)y_t = (1 + \varepsilon_t),$$

где $\varepsilon_t \sim WN(0, 1)$.

   (a) Найдите $(y_t)$, $\mathrm{Var}(y_t)$.

   (b) Рассчитайте два первых значения $ACF$ для заданного процесса $y_t$.

   (c) Рассчитайте два первых значения $PACF$ для заданного процесса $y_t$.

(d) Найдите $(y_(t+2)|y_t, y_(t-1))$.

(e) Приведите пример нестационарного процесса, также являющегося решением упомянутого уравнения.