

Семинар 5 (Решение 3 задачи).

Задача 3. Рассмотрим модель $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{i1} + \beta_3 X_{i2} + \beta_4 X_{i3} + \varepsilon_i$. При оценке модели по 24 наблюдениям оказалось, что $RSS = 15$, $\sum (Y_i - \bar{Y} - X_{i2} + \bar{X}_2)^2 = 20$. На уровне значимости 1% протестируйте гипотезу

$$H_0 : \begin{cases} \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 1 \\ \beta_2 = 0 \\ \beta_3 = 1 \\ \beta_4 = 0 \end{cases}.$$

Решение: Заметим, что в основной гипотезе есть зависимые ограничения, оставим только независимые:

$$H_0 : \begin{cases} \beta_2 = 0 \\ \beta_3 = 1 \\ \beta_4 = 0 \end{cases}$$

Ограниченная модель имеет вид:

$$Y_i = \beta_1 + X_{i2} + \varepsilon_i$$

Переносим w_i в левую часть, и получим оценку коэффициента β_1 :

$$\hat{\beta}_1 = \bar{Y} - \bar{X}_2$$

Теперь можно найти RSS_R :

$$RSS_R = \sum_{i=1}^{24} (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{24} (Y_i - \bar{Y} + \bar{X}_2 - X_{i2})^2 = 20$$

Осталось найти значение F-статистики, которая при верной H_0 имеет распределение $F_{3,20}$:

$$F_{obs} = \frac{(RSS_R - RSS_{UR})/q}{RSS_{UR}/(n - k_{UR})} = \frac{(20 - 15)/3}{15/(24 - 4)} = 20/9$$

Так как $F_{obs} < F_{3,20;0.99} = 4.94$, оснований отвергать нулевую гипотезу нет.