

Семинар 20.

1. Обозначим через L лаговый оператор. Найдите значения следующих выражений:

(a) $(1 + L)^3 y_t$;

(b) $\frac{1}{1+0.4L} y_t$;

(c) $\frac{1}{1+0.1L^{-1}} y_t$.

2. Рассмотрим процесс $MA(1)$:

$$y_t = 5 + \varepsilon_t + 0.5\varepsilon_{t-1}, \quad \sigma_\varepsilon^2 = 4.$$

- (a) Является ли данный процесс стационарным?
- (b) Является ли уравнение данного процесса обратимым относительно белого шума ε_t ? Приведите необратимую запись данного процесса.
- (c) Постройте теоретическую ACF.
- (d) Постройте теоретическую PACF.

3. Рассмотрим уравнение авторегрессии первого порядка:

$$y_t = 4 + 0.5y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \sigma_\varepsilon^2 = 1.$$

- (a) Проверьте, существует ли решение данного уравнения, являющееся $AR(p)$ процессом? Единственно ли оно?
- (b) Постройте теоретическую ACF.
- (c) Постройте теоретическую PACF.

4. Рассмотрим уравнение $ARMA(2, 1)$:

$$y_t = 0.4y_{t-1} + 0.03y_{t-2} + \varepsilon_t + 3\varepsilon_{t-1}, \quad \sigma_\varepsilon^3 = 4.$$

- (a) Проверьте, существует ли решение данного уравнения вида $MA(\infty)$ относительно белого шума ε_t ?
- (b) Является ли уравнение обратимым?
- (c) Что гарантирует выполнение требования обратимости MA -части в $ARMA$ -уравнении?