

Семинар 17.

Системы одновременных регрессионных уравнений.

1. Рассмотрим следующую модель, записанную в структурной форме:

$$\begin{cases} C_i = \alpha + \beta Y_i + \varepsilon_{1i}, \\ I_i = \gamma + \delta Y_i + \varepsilon_{2i}, \\ Y_i = C_i + I_i + G_i. \end{cases}$$

Эндогенные переменные — C_i, I_i, Y_i , экзогенная переменная — G_i .

- Запишите эту модель в матричной форме и найдите её приведенную форму.
- Сколько ограничений накладывается на шесть коэффициентов приведённой формы модели и каковы эти ограничения?
- Покажите что при заданных значениях коэффициентов приведённой формы можно единственным образом получить значения коэффициентов α, β, γ и δ , то есть при заданной матрице Π уравнение $\Pi\mathbf{V} + \mathbf{\Gamma} = \mathbf{0}$ имеет единственное решение относительно \mathbf{V} и $\mathbf{\Gamma}$.

Условия идентифицируемости уравнения

Порядковое условие (необходимое): число исключенных из уравнения экзогенных переменных должно быть не меньше числа включенных эндогенных переменных минус единица, то есть

$$k - p \geq q - 1.$$

Ранговое условие (необходимое и достаточное):

$$\text{rank}(\Pi_{*,xx}) = q - 1.$$

Здесь $\Pi_{*,xx}$ — матрица, состоящая из коэффициентов, отсутствующих в рассматриваемом уравнении, но входящих в другие уравнения системы.

2. Рассмотрим проблему идентифицируемости каждого из уравнений следующей модели:

$$\begin{cases} P_t + \beta_{12}W_t + \gamma_{11}Q_t + \gamma_{13}P_{t-1} = \varepsilon_{1t}, \\ \beta_{21}P_t + W_t + \beta_{23}N_t + \gamma_{22}S_t + \gamma_{24}W_{t-1} = \varepsilon_{2t}, \\ \beta_{32}W_t + N_t + \gamma_{32}S_t + \gamma_{33}P_{t-1} + \gamma_{34}W_{t-1} = \varepsilon_{3t}, \end{cases}$$

где P_t, W_t, N_t — индекс цен, зарплата, профсоюзный взнос соответственно (эндогенные переменные), а Q_t, S_t — производительность труда и количество забастовок (экзогенные переменные). Как выглядят порядковое и ранговое условия, если известно, что:

(a) $\gamma_{11} = 0$,

(b) $\beta_{21} = \gamma_{22} = 0$,

(c) $\gamma_{33} = 0$.

3. Опишите процедуру оценивания каждого из уравнений следующей системы:

$$\begin{cases} y_{1t} + \beta_{12}y_{2t} + \gamma_{11} + \gamma_{12}x_{2t} = \varepsilon_{1t}, \\ y_{2t} + \gamma_{21} + \gamma_{23}x_{3t} = \varepsilon_{2t}, \\ \beta_{32}y_{2t} + y_{3t} + \gamma_{31} + \gamma_{33}x_{3t} = \varepsilon_{3t}. \end{cases}$$

4. Рассматривается следующая система уравнений:

$$\begin{cases} y_{1t} = \gamma_{10} + \beta_{12}y_{2t} + \beta_{13}y_{3t} + \gamma_{11}x_{1t} + \gamma_{12}x_{2t} + \varepsilon_{1t}, \\ y_{2t} = \gamma_{20} + \beta_{21}y_{1t} + \gamma_{21}x_{1t} + \varepsilon_{2t}, \\ y_{3t} = \gamma_{30} + \beta_{31}y_{1t} + \beta_{32}y_{2t} + \gamma_{31}x_{1t} + \gamma_{33}x_{3t} + \varepsilon_{3t}. \end{cases}$$

Идентифицируемо ли каждое из уравнений системы? Что получится, если применить к первому уравнению двухшаговый метод наименьших квадратов?

Список используемой литературы.

Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. (2007). Эконометрика. Начальный курс : учебник для вузов.