

Семинар 13.

1. Рассмотрим линейную регрессию вида:

$$Y = X\beta + \varepsilon.$$

- а) Пусть зависимая переменная y измерена с ошибкой. Проанализируйте, как это отразится на свойствах оценок параметров β .
- б) Пусть регрессоры измерены с ошибкой. Проанализируйте, как это отразится на свойствах оценок параметров β .
2. Пусть переменные y , x связаны (точным) уравнением:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i.$$

Однако вместо точных значений мы наблюдаем измеренные (с ошибками измерений) значения $y_i^* = y_i + u_i$ и $x_i^* = x_i + v_i$, где $u_i \sim i.i.d(0, \sigma_u^2)$, $v_i \sim i.i.d(0, \sigma_v^2)$, ошибки u_i и v_j независимы при всех i и j . Мы оцениваем методом наименьших квадратов модель

$$y_i^* = \beta_1 + \beta_2 x_i^* + \varepsilon_i.$$

- (а) Удовлетворяют ли ошибки в данной модели условиям стандартной линейной модели?
- (б) Найдите $\text{cov}(x_i^*, \varepsilon_i)$.
- (с) Найдите $p \lim \hat{\beta}^2$.
3. (Универсиада по эконометрике, 2017 год.) Рассматривается модель:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \varepsilon_i,$$

где Y_i – стохастический эндогенный регрессор.

В распоряжении исследователя помимо данных о переменных X и Y есть данные еще двух переменных P и Q таких, что $\text{cov}(X_i, P_i) \neq 0$, $\text{cov}(X_i, Q_i) \neq 0$, $\text{cov}(\varepsilon_i, P_i) = 0$, $\text{cov}(\varepsilon_i, Q_i) = 0$.

- а) Докажите, что оценка двухшагового МНК для параметра β_2 , использующая переменные P и Q в качестве инструментов, будет состоятельной. Если вам требуются какие-либо дополнительные предположения, то сформулируйте их.
- б) Пусть ваша выборка состоит из 1000 наблюдений, причем вы располагаете данными о средних выборочных значениях переменных: $\bar{Y} = \bar{X} = \bar{P} = 0$, $\bar{Q} = \bar{PQ} = \bar{XQ} = \bar{P^2} = \bar{YQ} = 1$, $\bar{Q^2} = 1.5$, $\bar{XP} = \bar{YP} = 2$. Вычислите состоятельную оценку параметра β_2 из предыдущего пункта.